

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

GUILHERME SENJI DE LAZZARI MORISHITA

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE MECANISMO DE QUATRO
BARRAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
(Tcc 2 - Nº de Inscrição - 38)

CURITIBA

2015

GUILHERME SENJI DE LAZZARI MORISHITA

**OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE MECANISMO DE MECANISMO
DE QUATRO BARRAS**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - Tcc2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientadora: Prof. Dra. Ana Paula Carvalho da Silva
Ferreira

Coorientador: Prof. Dr. Cláudio Tavares da
Silva

CURITIBA

2015

TERMO DE ENCAMINHAMENTO

Venho por meio deste termo, encaminhar para apresentação a monografia do Projeto de Pesquisa "OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE MECANISMOS", realizado pelo aluno(s) Guilherme Senji de Lazzari Morishita, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - Tcc2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica do Paraná.

Orientadora: Prof. Dra. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira
UTFPR - Damec

Coorientador: Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva
UTFPR - Damec

Curitiba, 20 de julho de 2015.

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa “OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE MECANISMO DE QUATRO BARRAS”, realizado pelo aluno GUILHERME SENJI DE LAZZARI MORISHITA, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso –Tcc2, do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dra. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

Damec, UTFPR

Orientador

Prof. Dr. Cláudio Tavares da Silva

Damec, UTFPR

Co-orientador

Prof. Dr. Marco Antônio Luersen

Damec, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Marcio Henrique de Avelar Gomes

Damec, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 20 de julho de 2015.

RESUMO

MORISHITA, Guilherme Senji de Lazzari. Otimização topológica de mecanismos. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

Muitos mecanismos são projetados sem uma estratégia de otimização, resultando em dispositivos fabricados com excesso de material, sendo este um dos superdimensionamentos mais comuns. Desenvolvendo-se e aplicando um método de otimização estrutural, é possível reduzir os esforços nos elos que, além de variarem com o carregamento aplicado, também estão diretamente relacionados com forças inerciais proporcionais às suas massas. Neste trabalho, é aplicado um carregamento num mecanismo de quatro barras a fim de se realizar uma análise das tensões e a otimização topológica dos elos em suas posições críticas através de ferramentas no software ANSYS®. O processo visa retirar material e distribuir o essencial de maneira ótima. Após obtida a topologia otimizada, são feitas novas análises de tensões, para validar o projeto e verificar se o mecanismo otimizado suporta o carregamento a que está submetido.

Palavras-chave: Mecanismos, Análise de tensões, Otimização topológica.

ABSTRACT

MORISHITA, Guilherme Senji de Lazzari. Topology optimization of mechanisms. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2015.

Many mechanisms are designed without an optimization strategy, resulting in mechanical parts with excessive consumption of raw materials to be manufactured, which is one of the most common cases of over dimensioning. Developing and applying a structural optimization method, it is possible to reduce the load on the bars, which not only vary with the outside load applied, but are directly related to the inertial forces caused, proportionally, by its masses. The method consists in applying loads to a four bar mechanism in order to analyze the stresses in the bars and optimize the bars' topologies in their critical positions making use of ANSYS's tools. This process has the objective of eliminating excessive material and redistributing the essential in an optimized manner. After an optimized topology has been determined, new stress analyses are performed to validate the results and to verify that the optimized mechanism can bear the applied load.

Keywords: Mechanisms, Stress analyses, Topology optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1.1 – Guindaste portuário flutuante para elevação de carga.....	12
Figura 1.1.2 – Mecanismo de quatro barras contido no mecanismo de corte de base	13
Figura 1.1.3 – Mecanismo de quatro barras contido na máquina de tear	13
Figura 1.1.4 – Mecanismo de quatro barras utilizado para triturar pedras	13
Figura 1.2.1 – Processo de otimização estrutural	15
Figura 2.1.1 – Vetores de posição dos centros de gravidade dos elos	19
Figura 2.1.2 – Diagrama de corpo livre dos elos	20
Figura 2.1.3 – Vetores de ligação dos elos	20
Figura 2.1.4 – Posição do centro de gravidade do elo acoplador em relação ao SCG	24
Figura 2.3.1 - Malha de elementos finitos	28
Figura 2.4.1 – Formas clássicas de otimização estrutural.....	31
Figura 3.1.1 – Elo C_2 a 60°	36
Figura 3.1.2 – Elo C_3 a $20,92^\circ$	37
Figura 3.1.3 – Elo C_4 a $104,41^\circ$	37
Figura 3.2.1 – Ângulos A_3 e A_4 para cada valor de q	39
Figura 3.2.2 – Determinante da matriz jacobiana.....	40
Figura 3.2.3 – Variação dos ângulos dos vetores de posição do CG	41
Figura 3.2.4 – Ângulos dos vetores R_{12} e R_{32}	42
Figura 3.2.5 – Ângulos dos vetores R_{23} e R_{43}	42
Figura 3.2.6 – Ângulos dos vetores R_{34} e R_{14}	43
Figura 3.2.7 – Velocidade angular do elo C_2 para todas as posições.....	43

Figura 3.2.8 – Acelerações lineares dos CGs para todas as posições	44
Figura 3.3.1 – Forças resultantes nas juntas do mecanismo	45
Figura 3.3.2 – Torque de acionamento do elo C2	46
Figura 4.1.1 – Elo C ₂	47
Figura 4.1.2 – Deformação no elo C ₂	48
Figura 4.1.3 – Tensões no elo C ₂ [MPa].....	48
Figura 4.1.4 – Elo C ₃ a 12,99°	49
Figura 4.1.5 – Deformação total do elo C ₃ a 12,99°	49
Figura 4.1.6 – Tensões no elo C ₃ a 12,99° [MPa]	49
Figura 4.1.7 – Elo C ₄	50
Figura 4.1.8 – Deformação total do elo C ₄	50
Figura 4.1.9 – Tensões no elo C ₄ [MPa].....	50
Figura 4.2.1 – Elo C ₂ a 24°otimizado	52
Figura 4.2.2 – Elo C ₃ a 12,99° otimizado	52
Figura 4.2.3 – Elo C ₄ a 159,77° otimizado.....	53
Figura 4.3.1 – Elo C ₂ proposto	53
Figura 4.3.2 – Elo C ₃ proposto	54
Figura 4.3.3 – Elo C ₄ proposto	54
Figura 4.4.1 – Forças resultantes nas juntas do mecanismo	55
Figura 4.4.2 – Torque de acionamento do elo C2	56
Figura 4.4.3 – Comparação F ₁₂	56
Figura 4.4.4 – Comparação F ₃₂	57
Figura 4.4.5 – Comparação F ₄₃	57
Figura 4.4.6 – Comparação F ₁₄	57
Figura 4.4.7 – Comparação T ₁₂	58

Figura 4.5.1 – Deformação total do elo C_2 proposto	59
Figura 4.5.2 – Tensões no elo C_2 proposto [MPa].....	59
Figura 4.5.3 – Deformação total do elo C_3 proposto	59
Figura 4.5.4 – Tensões no elo C_3 proposto [MPa].....	60
Figura 4.5.5 – Deformação total do elo C_4 proposto	60
Figura 4.5.6 – Tensões no elo C_4 proposto [MPa].....	60
Figura 4.6.1 – Comparação da força F_{12} para os três casos de aceleração	61
Figura 4.6.2 – Comparação da força F_{43} para os três casos de aceleração	61

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Vetores de posição obtidos nos modelos	38
Tabela 2 – Massas e momentos de inércia dos elos.....	38
Tabela 3 – Comprimentos dos elos.....	38
Tabela 4 – Dados dos elos em suas posições críticas.....	46
Tabela 5 – Deformações totais e Tensões dos elos.....	51
Tabela 6 – Massas dos elos.....	54
Tabela 7 – Dados dos elos em suas posições críticas.....	55
Tabela 8 – Deformações totais e Tensões nos elos.....	61

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTO DO TEMA	12
1.2	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.3	OBJETIVOS	15
1.3.1	OBJETIVO GERAL	15
1.3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
1.4	JUSTIFICATIVA	16
1.5	CONTEÚDO DO TRABALHO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	18
2.1	ANÁLISE CINEMÁTICA	18
2.1.1	ANÁLISE DE POSIÇÃO	20
2.1.2	ANÁLISE DE VELOCIDADE	22
2.1.3	ANÁLISE DE ACELERAÇÃO	22
2.1.4	ANÁLISE DE POSIÇÃO, VELOCIDADE E ACELERAÇÃO PARA UM PONTO DE INTERESSE	23
2.2	ANÁLISE CINÉTICA	25
2.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	28
2.4	OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL	29
2.4.1	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA	32
2.4.2	SOLIDWORKS® E ANSYS®	33
3	DESENVOLVIMENTO	35
3.1	MODELOS EM SOLIDWORKS®	35
3.2	ANÁLISE CINEMÁTICA	38
3.3	ANÁLISE DINÂMICA	44
4	RESULTADOS	47
4.1	MODELAGEM E ANÁLISE DOS ELOS NAS POSIÇÕES CRÍTICAS	47
4.2	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA NO ANSYS®	51
4.3	MODELO EM SOLIDWORKS DA GEOMETRIA SUAVIZADA	53
4.4	ANÁLISE CINEMÁTICA E DINÂMICA DA GEOMETRIA PROPOSTA	55
4.5	ANÁLISE DE TENSÕES DOS ELOS OTIMIZADOS	58
4.6	COMPARAÇÃO DOS CASOS DE ACELERAÇÕES ANGULARES DIFERENTES	61
5	CONCLUSÕES	63
	REFERÊNCIAS	65

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do Tema

Mecanismos de quatro barras são amplamente usados, e como todo mecanismo, devem ser projetados segundo requisitos de aplicação. As Figuras 1.1.1 a 1.1.4 apresentam alguns exemplos dos mecanismos de quatro barras em diferentes aplicações e com diferentes configurações. A característica comum é quatro elos de comprimento constante, um deles tido como referência ou fixação. Sendo assim três desses elos possuem inclinação variável.



Figura 1.1.1 – Guindaste portuário flutuante para elevação de carga

Fonte: <httpwww.brskraft.com.brfotos50.jpg>

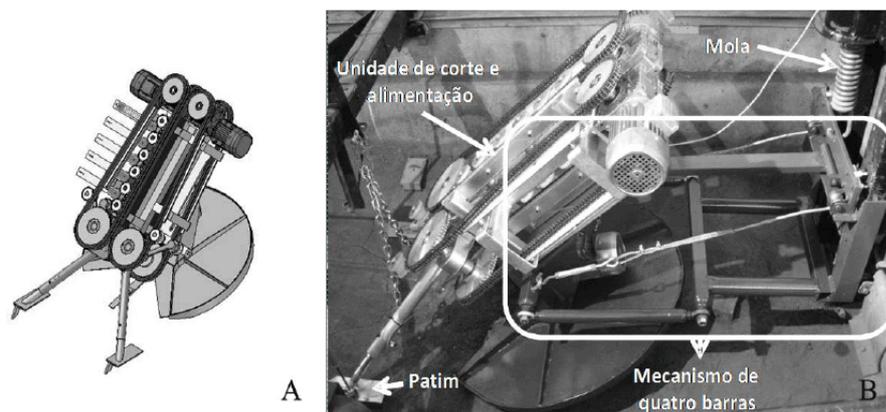


Figura 2 - Mecanismo de corte de base. (a) Modelo computacional; (b) Protótipo.

Figura 1.1.2 – Mecanismo de quatro barras contido no mecanismo de corte de base

Fonte: <httpwww.scielo.br/ingvrevistas/scr/39n3a20fig02.gif>

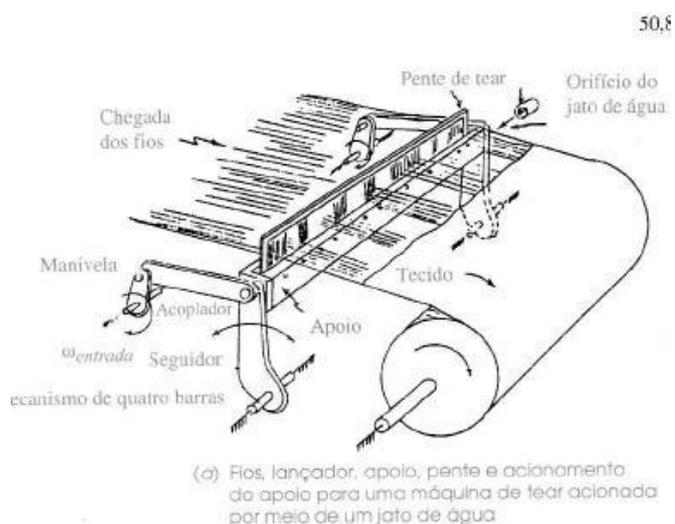


Figura 1.1.3 – Mecanismo de quatro barras contido na máquina de tear

Fonte: NORTON (2010)

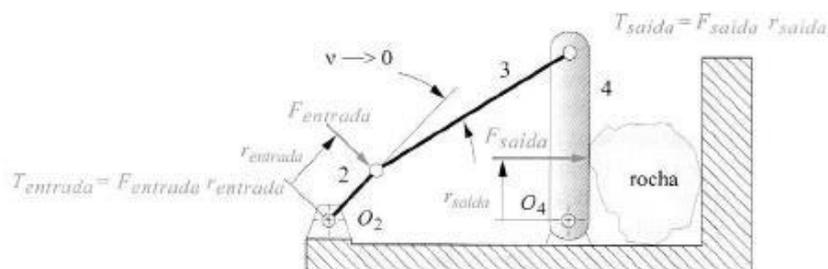


FIGURA 6-11

Mecanismo "tritador de pedras" com pontos mortos.

Figura 1.1.4 – Mecanismo de quatro barras utilizado para triturar pedras

Fonte: NORTON (2010)

Mecanismos estão inseridos na mecânica dos corpos rígidos, mais especificamente no conteúdo de cinemática. Isso significa que em geral a análise desses dispositivos se limita à compreensão de seu movimento, assumindo que as forças transmitidas não são elevadas. No entanto, é possível avançar da análise cinemática para uma análise no contexto da cinética. Isso significa determinar as forças externas e inerciais para melhor dimensionamento dos elos. Avançando ainda mais, é possível propor configurações otimizadas para os elos.

O processo de otimização estrutural consiste em utilizar métodos matemáticos, geralmente com o auxílio de meios computacionais para a maior velocidade dos cálculos, para obter as dimensões, forma ou topologia ótimas. O objetivo principal de aplicar algum método de otimização é obter um projeto de menor custo possível.

Os processos de otimização envolvem a definição de função objetivo, variáveis de projeto e restrições. Na mecânica estrutural é comum que a função objetivo seja a redução da massa ou do custo do componente. As variáveis de projeto correspondem ao que será alterado para que o objetivo seja alcançado. Podem ser desde características geométricas como altura, espessura e largura (otimização paramétrica) até densidade de elementos (otimização topológica). As restrições definem a região viável do projeto e se apresentam de diversas formas, como uma massa mínima aceitável, largura mínima do componente, elementos que não podem ter densidade zero, etc.

Neste trabalho, um processo de otimização topológica é aplicado a um mecanismo de quatro barras para a redução de material usado na fabricação, visando uma redução de massa.

1.2 Caracterização do Problema

Muitos mecanismos são projetados sem uma estratégia de otimização estrutural e acabam sendo fabricados com dimensões superiores às necessárias.

Enquanto o superdimensionamento não é um motivo de preocupação na etapa de operação, isto resulta em custo excessivo com material para fabricação. Uma massa maior também está relacionada a maiores custos com armazenamento e transporte.

Em casos de restrições de peso de componentes mecânicos, uma das alternativas para obedecer esta condição de projeto, sem comprometer propriedades mecânicas, é a aplicação de uma técnica de otimização estrutural.

Na Figura 1.2.1 é mostrada uma peça superdimensionada, com as condições de contorno aplicadas, em seu estado otimizado e em sua geometria final proposta.

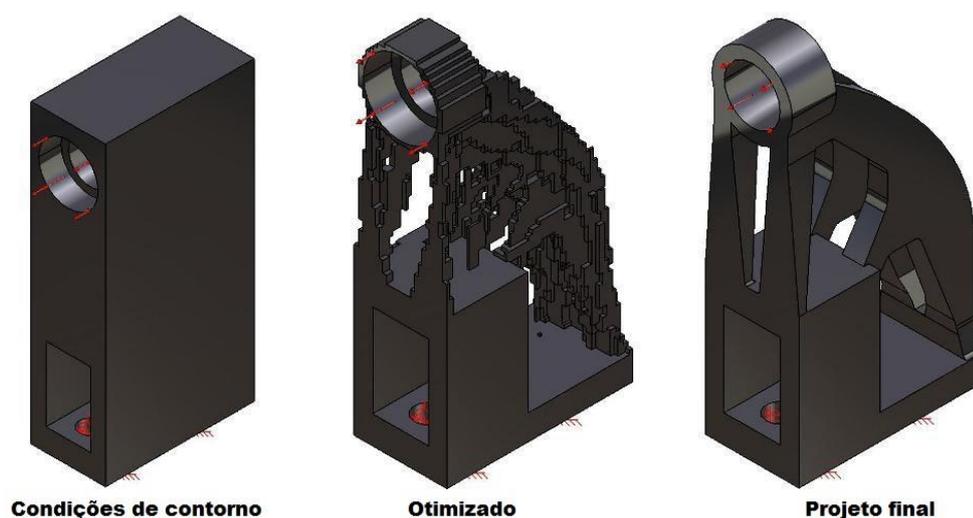


Figura 1.2.1 – Processo de otimização estrutural

Fonte: <http://mbi-wiki.uni-wuppertal.de/en/optimisation/einfuehrung-in-die-topologieoptimierung/>

Uma técnica de otimização permite reduzir os custos do produto final através da redução de quantidade de material, causando grande impacto em peças produzidas em larga escala.

Este projeto visa determinar a configuração ótima, quanto ao dimensionamento para um carregamento aplicado num mecanismo.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo principal desse trabalho é otimizar a topologia de um mecanismo de quatro barras. Além disso, comparar os efeitos da variação da aceleração angular do elo acionador na geometria, forças internas ao sistema e massa total dos elos separados e do mecanismo em sua totalidade. Para isso, o mecanismo é analisado cinematicamente, no MATLAB®, de forma a identificar as posições em que os elos estão sujeitos aos maiores esforços. Na sequência, são criados modelos sólidos de

cada elo do mecanismo no software SolidWorks® a fim de importa-lo para o software ANSYS® e ter sua topologia otimizada através de ferramentas disponíveis. Após a otimização, são feitas novas análises cinemática, cinética e de tensões para garantir que o mecanismo gerado suporta o carregamento que lhe é aplicado.

1.3.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos a serem desenvolvidos:

- Analisar cinematicamente o mecanismo escolhido;
- Obter a configuração de forças atuantes nas juntas durante o movimento do mecanismo;
- Dominar e aplicar o método de elementos finitos na geração de malhas;
- Modelar o mecanismo escolhido utilizando o software SolidWorks®;
- Dominar e aplicar a ferramenta de otimização estrutural do software ANSYS®;
- Propor uma geometria final e validar a otimização através de uma análise de tensões no software ANSYS®;
- Verificar o efeito da variação da aceleração angular do elo acionador na resposta de otimização topológica, com relação à geometria gerada, novas forças internas ao sistema e porcentagem de massa reduzida.

1.4 Justificativa

A otimização estrutural de componentes mecânicos fornece benefícios além da redução de custos sem a perda de desempenho mecânico para uma dada utilização, ela pode impactar positivamente em toda a cadeia produtiva. Este processo pode ser responsável por um menor tempo produção, menor espaço para armazenamento e possibilidade de transporte de mais peças com a mesma frota de veículos.

Um problema de otimização permite que sejam levadas em conta várias características de disciplinas diferentes, oferecendo um objeto de estudo de interesse ao autor. Este trabalho integra conhecimentos adquiridos em várias disciplinas da Engenharia Mecânica, como mecânica geral, desenho de máquinas, mecânica dos sólidos, mecanismos e métodos numéricos.

A área de mecânica estrutural, principalmente a otimização de mecanismos já existentes, oferece possibilidade de crescimento, considerando que as empresas desta área estão aderindo, cada vez mais, à utilização de programas computacionais em seus projetos para a realização de análise de tensões e otimização de seus produtos, visando reduzir custos.

1.5 Conteúdo do Trabalho

O capítulo 2 contém os conceitos que são utilizados para desenvolver a metodologia proposta. O capítulo 3 é composto por todos os passos que devem ser seguidos para aplicar a metodologia de otimização desenvolvida. O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos para um caso específico para o qual esta metodologia foi aplicada. Por último, o capítulo 5 consiste nas conclusões, e sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Análise cinemática

A cinemática, segundo NORTON (2010), é o estudo do movimento, desconsiderando as forças que o causaram. A análise cinemática determina o comportamento dinâmico de corpos rígidos. A análise cinemática e dinâmica apresentada nesse trabalho é baseada em NORTON (2010), mas também pode ser encontrada em outras referências como: FLORES (2007), VINOGRADOV (2000) e ECKHARDT (1998).

O estudo da cinemática do mecanismo permite calcular as posições, velocidades e acelerações que o movimento gera nos elos, informações necessárias para o cálculo das forças internas que atuam no mecanismo. Tanto as forças internas quanto as externas devem ser conhecidas, para que as tensões nos componentes possam ser calculadas. Deve-se assegurar que o mecanismo proposto não falhará sob as condições de operação, através da utilização de materiais com tensões admissíveis superiores às tensões atuantes nos elos.

Antes de tudo, é necessário definir o Sistema de Coordenadas Global (SCG) e os locais, de maneira que estes sejam convenientes para a análise. Os sistemas locais podem ser de dois tipos, Sistema de Coordenadas Local Rotacionável (SCLR) ou Sistema de Coordenadas Local Não Rotacionável (SCLNR). Os SCLR são usados quando se deseja medir parâmetros referentes ao elo, já os SCLNR são usados quando se deseja medir parâmetros em relação ao sistema global. Com isto, têm-se as referências necessárias para fazer a análise algébrica de posição do mecanismo.

A Figura 2.1.1 mostra um mecanismo de quatro barras com a força e o torque externos F_P e T_4 . Os centros de gravidade dos elos CG_2 , CG_3 e CG_4 são definidos em relação ao SCLNR pelos vetores R_{CG2} , R_{CG3} e R_{CG4} , respectivamente. R_P marca o ponto de aplicação da força F_P em relação ao CG do elo. w_2 e α_2 são a velocidade e aceleração do elo de acionamento, cuja inclinação é q . C_1, C_2, C_3 e C_4 são os comprimentos dos elos medidos entre as juntas. A_3 e A_4 são as inclinações dos elos 3 e 4, respectivamente. O SCG e os SCLNR também estão representados.

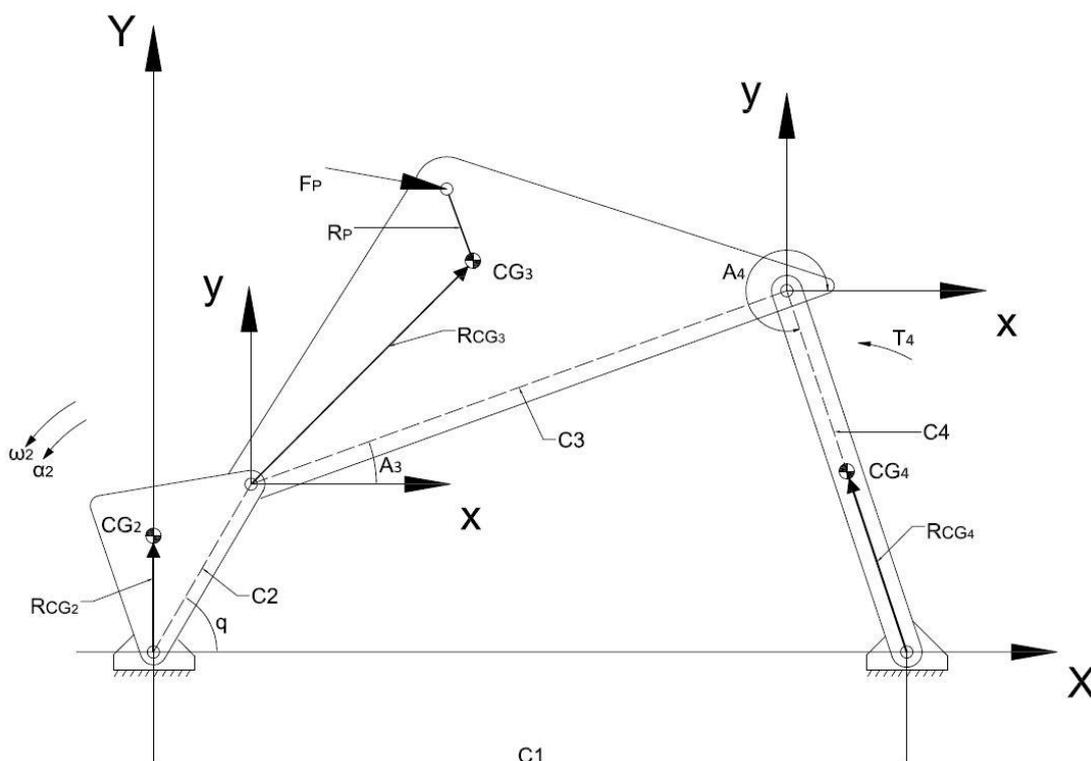


Figura 2.1.1 – Vetores de posição dos centros de gravidade dos elos

Fonte: NORTON (2010)

Na Figura 2.1.2, os elos são representados individualmente. Além do SCLNR está representado também o SCLR. Os vetores R_{12} e R_{32} são definidos no SCLR e marcam a posição do CG do elo 2 em relação a esse sistema. De forma análoga, os vetores R_{23} e R_{43} marcam a posição do CG do elo 3 e os vetores R_{34} e R_{14} marcam a posição do CG do elo 4 em relação ao SCLR. As forças nas juntas de cada elo também estão representadas. Para o elo 2 tem-se as forças F_{12} e F_{32} , onde F_{12} é a força do elo 1 no elo 2 e F_{32} é a força do elo 3 no elo 2. Seguindo essa convenção de subscritos, tem-se as forças $F_{23}=-F_{32}$ e F_{43} no elo 3 e $F_{34}=-F_{43}$ e F_{14} no elo 4. No elo C_2 , T_{12} é o torque que deve ser aplicado por algum dispositivo externo para acionar o mecanismo.

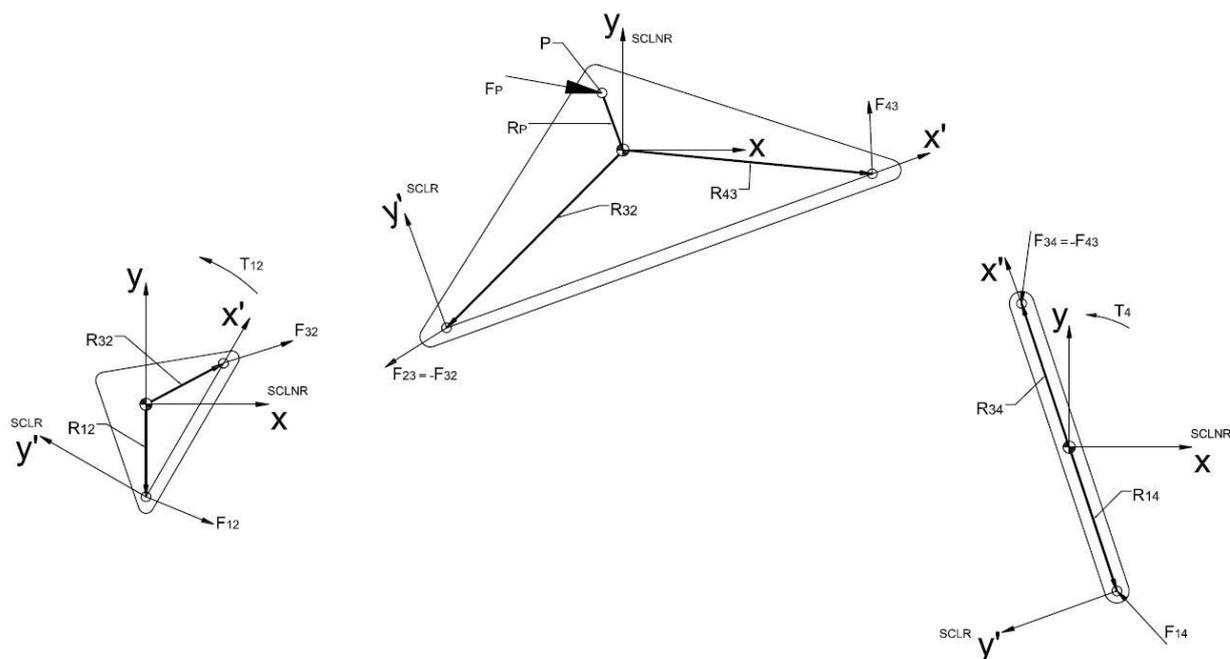


Figura 2.1.2 – Diagrama de corpo livre dos elos

Fonte: (NORTON (2010))

2.1.1 Análise de posição

Podem-se considerar as dimensões de C_1 , C_2 , C_3 e C_4 como vetores que ligam os elos, conforme mostra a Figura 2.1.3.

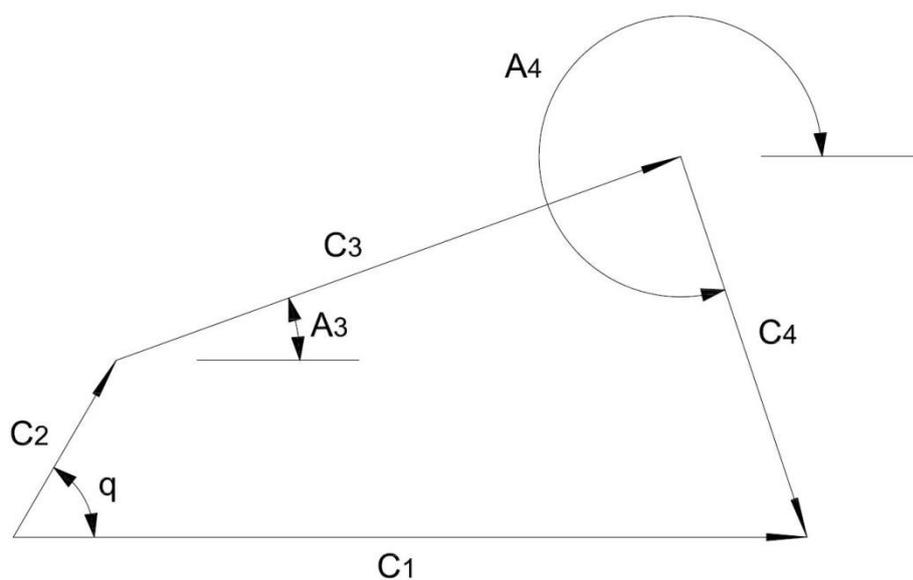


Figura 2.1.3 – Vetores de ligação dos elos

Fonte: Autoria própria

Da soma vetorial:

$$\vec{C}_2 + \vec{C}_3 + \vec{C}_4 = \vec{C}_1 \quad 2.1.1$$

Decompondo-se esta equação nas direções x e y , obtêm-se:

$$x: C_2 \cos q + C_3 \cos A_3 + C_4 \cos A_4 = C_1 \quad 2.1.2$$

$$y: C_2 \sin q + C_3 \sin A_3 + C_4 \sin A_4 = 0 \quad 2.1.3$$

Estas equações formam um sistema de equações simultâneas, pois possuem múltiplas variáveis, e não lineares, por terem funções trigonométricas. As incógnitas deste sistema são os ângulos de posicionamento dos elos C_3 e C_4 , A_3 e A_4 , respectivamente. Os comprimentos dos elos e o ângulo do elo C_2 , q , devem ser conhecidos.

Este sistema pode ser resolvido através de um método matemático iterativo, como o de Newton-Raphson. Este método necessita de suposições iniciais para A_3 e A_4 , que devem se aproximar o máximo possível dos valores verdadeiros, para que o método convirja a uma solução suficientemente correta. O processo consiste em cruzar a reta tangente à $f(x)$ no ponto $(x_i, f(x_i))$ com o eixo das abcissas. O ponto de cruzamento destas retas será a nova aproximação x_{i+1} .

Para se determinar as raízes A_3 e A_4 , as equações de posição são escritas como:

$$f_1 = C_2 \cos q + C_3 \cos A_3 + C_4 \cos A_4 - C_1 \quad 2.1.4$$

$$f_2 = C_2 \sin q + C_3 \sin A_3 + C_4 \sin A_4 \quad 2.1.5$$

Estas equações formam o vetor B :

$$\begin{Bmatrix} f_1(q, A_3, A_4) \\ f_2(q, A_3, A_4) \end{Bmatrix} = \{B\} \quad 2.1.6$$

A matriz A é dada pelas derivadas parciais de f_1 e f_2 , necessárias para obter os coeficientes angulares das retas tangentes, formando, assim, a jacobiana do sistema. A Matriz A deve ter seu determinante diferente de zero para que o sistema tenha solução.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial A_3} & \frac{\partial f_1}{\partial A_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial A_3} & \frac{\partial f_2}{\partial A_4} \end{bmatrix} = [A] \quad 2.1.7$$

Definindo Δx_1 e Δx_2 como os erros absolutos, tem-se o vetor X :

$$\begin{Bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \end{Bmatrix} = \{X\} \quad 2.1.8$$

As equações 2.1.6, 2.1.7 e 2.1.8 são as componentes da equação matricial para o caso multidimensional.

$$[A]\{X\} = -\{B\} \quad 2.1.9$$

A equação 2.1.9 pode ser resolvida através da inversão da matriz A . Se os valores das componentes do vetor X forem menores que a tolerância estipulada, o processo chega ao fim, pois a função já convergiu para uma solução aceitável. Caso os valores de Δx_1 e Δx_2 não sejam menores que a tolerância, A_3 e A_4 devem assumir novos valores, conforme a equação 2.1.10:

$$\begin{Bmatrix} A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix}_2 = \begin{Bmatrix} A_3 \\ A_4 \end{Bmatrix}_1 - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial A_3} & \frac{\partial f_1}{\partial A_4} \\ \frac{\partial f_2}{\partial A_3} & \frac{\partial f_2}{\partial A_4} \end{bmatrix}_1^{-1} \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}_1 \quad 2.1.10$$

Este processo se repete até que $\Delta x_1 \approx \Delta x_2 \approx tol$, indicando o final do processo de iteração, sendo que tol é a tolerância e deve ter seu valor próximo a zero.

2.1.2 Análise de velocidade

Apos a análise de posições, assumindo-se que $\dot{q} = dq/dt$ é um valor conhecido, têm-se todos os dados para obter as velocidades angulares \dot{A}_3 e \dot{A}_4 .

Derivando-se as equações de posição 2.1.4 e 2.1.5 em relação ao tempo t e rearrajando os termos, têm-se as equações de velocidades angulares, que podem ser escritas em forma matricial, como em 2.1.11:

$$\begin{Bmatrix} \dot{A}_3 \\ \dot{A}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_3 \text{ sen } A_3 & -C_4 \text{ sen } A_4 \\ C_3 \text{ cos } A_3 & C_4 \text{ cos } A_4 \end{bmatrix}^{-1} \dot{q} \begin{Bmatrix} C_2 \text{ sen } q \\ -C_2 \text{ cos } q \end{Bmatrix} \quad 2.1.11$$

2.1.3 Análise de aceleração

Em seguida, deve-se fazer a análise de aceleração. Similar à análise de velocidade, as equações de aceleração são obtidas através da derivação das equações de velocidade, mostradas em 2.1.11, em relação ao tempo.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{A}_3 \\ \ddot{A}_4 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_3 \sin A_3 & -C_4 \sin A_4 \\ C_3 \cos A_3 & C_4 \cos A_4 \end{bmatrix}^{-1} \left(\ddot{q} \begin{Bmatrix} C_2 \sin q \\ -C_2 \cos q \end{Bmatrix} + \dot{q}^2 \begin{Bmatrix} C_2 \cos q \\ C_2 \sin q \end{Bmatrix} + A_3^2 \begin{Bmatrix} C_3 \cos A_3 \\ C_3 \sin A_3 \end{Bmatrix} + A_4^2 \begin{Bmatrix} C_4 \cos A_4 \\ C_4 \sin A_4 \end{Bmatrix} \right) \quad 2.1.12$$

A equação 2.1.12 mostra a equação matricial de cálculo das acelerações angulares \ddot{A}_3 e \ddot{A}_4 .

2.1.4 Análise de posição, velocidade e aceleração para um ponto de interesse

Para a análise dinâmica, é necessário saber o valor da aceleração linear de um ponto de interesse, o centro de gravidade dos elos.

Após determinados os ângulos de todos os elos e definidos os sistemas de coordenadas global e locais, como demonstrado nas Figuras 2.1.1 e 2.1.2, pode-se determinar a posição de qualquer ponto, em qualquer elo, para qualquer posição de entrada do mecanismo, em relação ao sistema de coordenadas global. O procedimento de análise de posição para um ponto de interesse visa estabelecer equações que forneçam as coordenadas globais do ponto, considerando o movimento do mecanismo.

A equação matricial geral de cálculo da posição do ponto de interesse é dada por:

$$\begin{Bmatrix} X_P \\ Y_P \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} O_X \\ O_Y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_P \\ V_P \end{Bmatrix} \quad 2.1.13$$

Nessa equação O_X e O_Y definem a posição do sistema local de coordenada em relação ao sistema global, como mostra a Figura 2.1.4. U_P e V_P são as coordenadas do ponto de interesse no sistema local de referência. A matriz de rotação tem o efeito de mudar a direção do vetor de coordenadas U_P e V_P no sistema local, mas não sua magnitude. O ângulo θ é a inclinação do sistema local em relação ao sistema global de referência. Nesse caso tem-se $\theta = A_3$, logo é possível estabelecer as coordenadas globais do ponto de interesse para cada valor de A_3 , ou seja, para cada posição do mecanismo.

A equação 2.1.13 aplicada ao mecanismo representado nas Figuras 2.1.1 e 2.1.2, tendo como ponto de interesse o CG_3 e considerando R_{32} inclinado em 45° no SCLR, resulta na equação 2.1.14.

$$\begin{Bmatrix} X_{CG_3} \\ Y_{CG_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} C_2 \cos q \\ C_2 \sin q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos A_3 & -\sin A_3 \\ \sin A_3 & \cos A_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{32} \cos 45 \\ R_{32} \sin 45 \end{Bmatrix} \quad 2.1.14$$

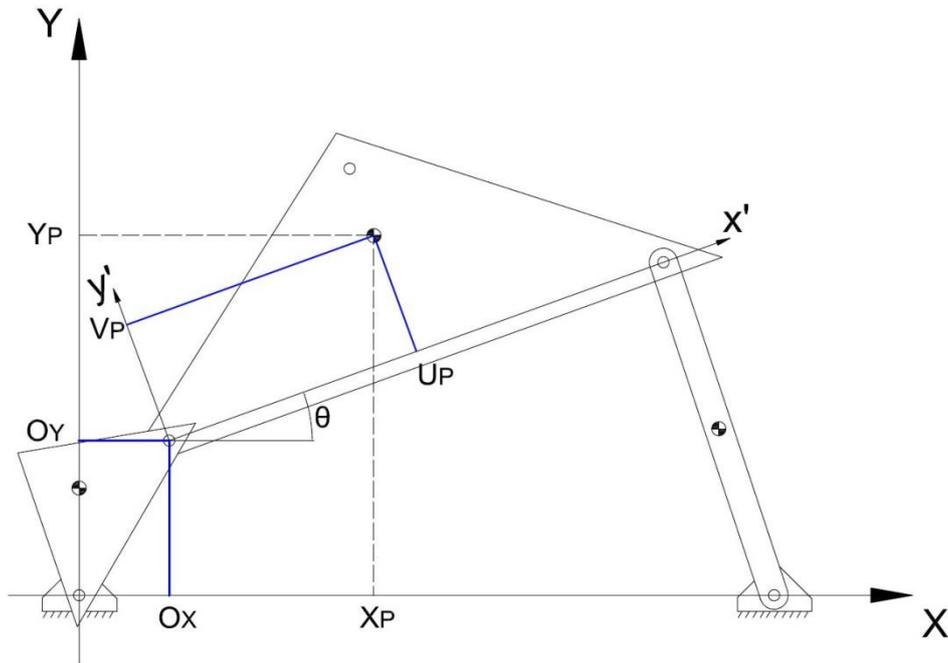


Figura 2.1.4 – Posição do centro de gravidade do elo acoplador em relação ao SCG

Fonte: Autoria própria

Analogamente aos processos anteriores de análise de velocidade e aceleração, as equações de velocidade e aceleração para um ponto de interesse também são obtidas através da derivação das equações de posicionamento em relação ao tempo. Deve-se derivar, também, O_X e O_Y em relação ao tempo, pois a posição do eixo local em relação ao global muda de acordo com o valor do ângulo q , o qual varia com o tempo.

A equação de velocidades é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \dot{X}_{CG_3} \\ \dot{Y}_{CG_3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -C_2 \dot{q} \sin q \\ C_2 \dot{q} \cos q \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{A}_3 \sin A_3 & -\dot{A}_3 \cos A_3 \\ \dot{A}_3 \cos A_3 & -\dot{A}_3 \sin A_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{32} \cos 45 \\ R_{32} \sin 45 \end{Bmatrix} \quad 2.1.15$$

A de acelerações, por sua vez, é dada por:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} X_{CG_3}'' \\ Y_{CG_3}'' \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} -(C_2 \dot{q}^2 \cos q + C_2 \ddot{q} \sin q) \\ -C_2 \dot{q} \sin q + C_2 \ddot{q} \cos q \end{Bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -(\dot{A}_3^2 \cos A_3 + \ddot{A}_3 \sin A_3) & -(-\dot{A}_3^2 \sin A_3 + A_3 \ddot{\cos} A_3) \\ -\dot{A}_3^2 \sin A_3 + A_3 \ddot{\cos} A_3 & -(\dot{A}_3^2 \cos A_3 + \ddot{A}_3 \sin A_3) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} R_{32} \cos 45 \\ R_{32} \sin 45 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad 2.1.16$$

2.2 Análise cinética

O método de análise cinética que fornece mais informações sobre as forças e torques resultantes, ou requeridas para acionar, um sistema cinemático, requer apenas o conceito da segunda lei de Newton.

Aplicando-se a segunda lei de Newton, os somatórios de forças e torques de cada elo em movimento, são dados por:

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum T = I_G \alpha \quad 2.2.1$$

Onde F_x e F_y são as forças nas direções x e y , m a massa do elo, a_x e a_y as acelerações lineares do CG do elo em relação ao SCG nas direções x e y , T é o torque aplicado no elo, I_G é o momento de inércia de massa em relação ao centro de gravidade CG e α a aceleração angular do elo.

Escrevendo-se estas três equações em 2.2.1 para o mecanismo representado nas Figuras 2.1.1 e 2.1.2, tem-se um sistema de equações lineares simultâneas.

Para o elo C_2 :

$$\begin{aligned} F_{12x} + F_{32x} &= m_2 a_{G_2x} \\ F_{12y} + F_{32y} &= m_2 a_{G_2y} \end{aligned} \quad 2.2.2$$

$$T_{12} + (R_{12x} F_{12y} - R_{12y} F_{12x}) + (R_{32x} F_{32y} - R_{32y} F_{32x}) = I_{G_2} \ddot{q}$$

em que m_2 é a massa do elo C_2 , a_{G_2x} é a aceleração linear do CG_2 em relação ao SCG. T_{12} é o torque requerido para manter o sistema no estado cinemático determinado, podendo ser aplicado por um motor ou algum outro dispositivo que forneça energia para acionar o mecanismo. I_{G_2} é o momento de inércia de massa do elo C_2 em relação ao seu CG.

Para o elo C_3 , considerando que $F_{23} = -F_{32}$:

$$F_{43x} - F_{32x} + F_{Px} = m_3 a_{G_3x}$$

$$F_{43y} - F_{32y} + F_{Py} = m_3 a_{G_3y} \quad 2.2.3$$

$$\left(R_{43x} F_{43y} - R_{43y} F_{43x} \right) - \left(R_{23x} F_{32y} - R_{23y} F_{32x} \right) + \left(R_{Px} F_{Py} - R_{Py} F_{Px} \right) = I_{G_3} \ddot{A}_3$$

Onde m_3 é a massa do elo C_3 , a_{G_3x} é a aceleração linear do CG_3 em relação ao SCG. I_{G_3} é o momento de inércia de massa do elo C_3 em relação ao seu CG.

Para o elo C_4 , considerando que $F_{34} = -F_{43}$:

$$F_{14x} - F_{43x} = m_4 a_{G_4x}$$

$$F_{14y} - F_{43y} = m_4 a_{G_4y} \quad 2.2.4$$

$$T_4 + \left(R_{14x} F_{14y} - R_{14y} F_{14x} \right) - \left(R_{34x} F_{43y} - R_{34y} F_{43x} \right) = I_{G_4} \ddot{A}_4$$

Onde m_4 é a massa do elo C_4 , a_{G_4x} é a aceleração linear do CG_4 em relação ao SCG. I_{G_4} é o momento de inércia de massa do elo C_4 em relação ao seu CG.

Nestas nove equações provenientes dos três elos, existem nove incógnitas, $F_{12x}, F_{12y}, F_{32x}, F_{32y}, F_{43x}, F_{43y}, F_{14x}, F_{14y}$ e T_{12} . A resolução destas pode ser feita de forma matricial. Rearranjando os termos, tem-se:

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -R_{12y} & R_{12x} & -R_{32y} & R_{32x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & R_{23y} & -R_{23x} & R_{43y} & R_{43x} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & R_{34y} & -R_{34x} & -R_{14y} & R_{14x} & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 F_{12x} \\
 F_{12y} \\
 F_{32x} \\
 F_{32y} \\
 F_{43x} \\
 F_{43y} \\
 F_{14x} \\
 F_{14y} \\
 T_{12}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 m_2 a_{G_{2x}} \\
 m_2 a_{G_{2y}} \\
 I_{G_2} \ddot{A}_2 \\
 m_3 a_{G_{3x}} - F_{P_x} \\
 m_3 a_{G_{3y}} - F_{P_y} \\
 I_{G_3} \ddot{A}_3 - R_{P_x} F_{P_y} + R_{P_y} F_{P_x} \\
 m_4 a_{G_{4x}} \\
 m_4 a_{G_{4y}} \\
 I_{G_4} \ddot{A}_4 - T_4
 \end{bmatrix}
 \tag{2.2.5}$$

Estas equações não levam em conta o peso dos elos, porém esta força pode ser desconsiderada em casos em que os elos possuem uma massa pequena e quando acelerações cinemáticas são muito maiores que a aceleração da gravidade.

Para a resolução do sistema de equações obtido, são necessários todos os valores de comprimento, massa, e momento de inércia de massa em relação ao centro de gravidade (CG) de cada elo, além dos vetores de posição dos CGs e dos pontos de aplicação de forças em relação a um sistema de coordenadas escolhido. As acelerações angulares e as acelerações lineares dos CGs para o ponto de interesse, obtidas através da derivação dupla das equações da análise de posição para o centro de gravidade do mecanismo, também são necessárias.

Todo este processo pode ser feito com o auxílio de um software para maior agilidade nos cálculos. Um desses softwares que podem ser usados é o MATLAB®, um ambiente interativo de programação que auxilia na resolução de problemas matemáticos, destinado a cálculos numéricos e gráficos científicos. A linguagem nativa deste software é simples, direta e baseada em matrizes, tornando os cálculos matriciais mais simples de serem programados e uma obtenção de resultados mais veloz. Além disso, possui várias fontes e livros para pesquisa e aprendizado.

Este software também é utilizado para fazer a análise cinemática e dinâmica do mecanismo otimizado, a fim de verificar se, após a otimização, o carregamento aplicado anteriormente gera forças internas de magnitudes menores. Isto é esperado devido à redução das massas. O processo é o mesmo já realizado antes da otimização, apenas ajustando os vetores de posição dos centros de gravidade, da força externa aplicada, as massas dos elos e os momentos de inércia.

2.3 Método dos Elementos Finitos (MEF)

Muitos problemas da engenharia aparecem sob a forma de equações diferenciais que, dependendo da geometria de seu domínio, não são possíveis de resolver por métodos analíticos. Caso o domínio seja mais elaborado, precisa-se recorrer a métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (MEF). Segundo GIACCHINI (2012), este método é amplamente utilizado pela sua robustez e aplicabilidade em domínios de geometrias complicadas.

O MEF consiste em substituir um domínio de geometria complexa por um somatório de subdomínios de geometria mais simples arranjados de forma a se aproximar da geometria original. Os subdomínios correspondem aos elementos finitos que, conectados entre si pelos seus vértices, chamados de pontos nodais, formam uma malha, como é mostrado na Figura 2.4.1.

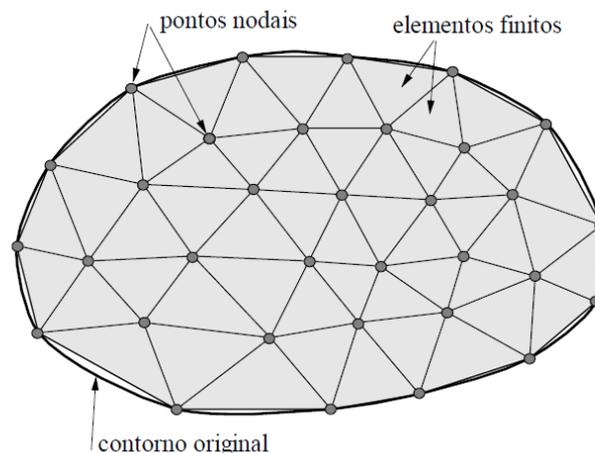


Figura 2.3.1 - Malha de elementos finitos

Fonte: SOUZA (2003)

Quanto menores forem estes subdomínios, mais refinada a malha se torna e, portanto, mais fiel é a representação. Deve-se, então, reduzir o tamanho dos elementos finitos de acordo com a tolerância do projeto e a disponibilidade de

recursos computacionais, uma vez que o refinamento é um processo que exige tempo para a geração da malha, poder de processamento e aumenta o número de cálculos a serem feitos, conseqüentemente, o tempo de resolução do problema se torna maior.

Existem elementos de variadas geometrias. Os mais utilizados na engenharia são os triangulares, quadrilaterais e hexagonais, para problemas 2D e, tetraédricos, prismáticos e hexaédricos, para problemas 3D.

Outro ponto relevante é o fato de existir uma convergência no processo de refinamento, ou seja, uma vez que seja obtida uma estabilização de resultados, a redução do erro se atenua indicando que uma boa representação foi obtida.

De acordo com KIYONO (2008), a formulação do MEF consiste em transformar o problema da forma diferencial para a integral, discretizar o domínio para que se possa fazer a aproximação por integração numérica e, por fim, obter a formulação matricial que fornece o resultado final.

O MEF é empregado para determinar esforços internos nos elos tanto nas análises de tensão e deformação, quanto na otimização topológica.

2.4 Otimização Estrutural

A otimização estrutural visa obter melhor desempenho sem que os requisitos estruturais do projeto sejam comprometidos. Melhorar o máximo possível uma determinada característica, como massa, custo, rigidez, etc., é um diferencial em qualquer projeto.

Para se definir um problema de otimização, são necessários os seguintes elementos:

- Conjunto de variáveis de projeto: São parâmetros que definem o sistema, como geometria, dimensões e propriedades do material. Podem ser contínuas, que assumem qualquer valor dentro de um intervalo, ou discretas, que assumem somente valores permitidos isolados.
- Função objetivo: São as funções das variáveis de projeto estabelecidas. Num problema de otimização, procura-se minimizar ou maximizar estas funções.

- Restrições: São exigências que o projeto deve satisfazer. Limitam as variáveis do projeto. Existem restrições laterais, de desigualdade e de igualdade.

A otimização estrutural, de acordo com CORDEIRO (2007), possui três classes:

- a) Otimização Dimensional: Utiliza como variável de projeto um parâmetro de um elemento estrutural. Pode-se considerar alterações de dimensões como espessuras, larguras, comprimentos, etc.;
- b) Otimização de Forma: Visa definir a melhor fronteira de um sólido com relação a uma função custo e restrições do projeto. O domínio deve ser discretizado para possibilitar uma solução numérica via métodos dos elementos finitos;
- c) Otimização Topológica: Tem o objetivo de determinar a distribuição ótima de material em um domínio pré-determinado, respeitando as restrições mecânicas e minimizando ou maximizando a função objetivo. Os elementos deste domínio discretizado recebem valores 0 ou 1, sendo 0 a ausência de material, ou 1 o total preenchimento de material.

Na Figura 2.4.1, as três otimizações estruturais são ilustradas. Acima encontram-se os domínios de projeto. Em (a), otimização dimensional, em que apenas dimensões como o comprimento e a espessura de barras são alteradas (b) otimização de forma, em que o contorno da peça é alterado (c) otimização topológica, em que a distribuição de material dentro de um contorno é otimizada.

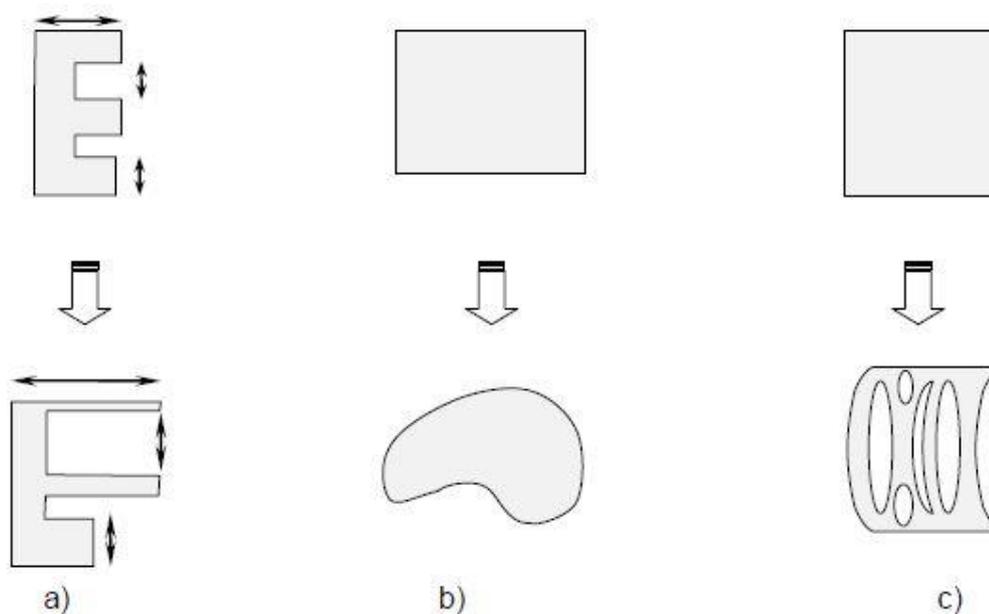


Figura 2.4.1 – Formas clássicas de otimização estrutural

Fonte: COUTINHO (2006)

Segundo ARORA (2004), para a maioria dos problemas de otimização, deve-se seguir cinco passos:

1. Definir o problema: descrição dos principais objetivos e requerimentos do projeto;
2. Coleta de Informações: levantamento das propriedades do material, requerimentos de desempenho, custo e disponibilidade de matéria prima, ferramentas computacionais a serem usadas e qualquer outra informação relevante para desenvolver a formulação matemática do problema. Em caso de falta de informações ou objetivos, pode-se estipular valores para que o problema seja formulado;
3. Identificação das variáveis de projeto: para que a formulação do problema seja possível e correta, deve-se definir variáveis de projeto apropriadas. Estas variáveis devem ser preferencialmente independentes umas das outras e o número destas que são independentes define os graus de liberdade do problema;
4. Identificação do critério a ser otimizado: Para que o problema formulado tenha uma resposta ótima, é necessário ter um critério a ser obedecido. Este critério é a função objetivo, influenciada pelas variáveis de projeto,

e que deve ser minimizada ou maximizada. As funções objetivo mais comuns são de custo, lucro, peso e energia gasta na fabricação.

5. Identificação das restrições: O último passo a ser seguido é determinar as restrições de projeto e desenvolvê-las na forma de expressões, para impor limites nas variáveis de projeto. Cada restrição, para ser significativa, deve ser função de ao menos uma variável de projeto;

2.4.1 Otimização topológica

Este processo tem como alvo determinar a melhor distribuição de material dentro de um domínio, definido pela geometria do componente. Na engenharia mecânica, visa manter ou melhorar desempenho estrutural, propriedades térmicas, escoamento de fluidos e propriedades biomecânicas.

Uma das vantagens é a possibilidade de se trabalhar com vários objetivos, definidos como variáveis, de disciplinas diferentes, a serem alcançados. Quando existem vários objetivos, existirão várias soluções, factíveis e não factíveis. Deve-se, então, escolher a solução factível que não compromete nenhuma variável, ou efetuar o balanço para comprometer o mínimo possível uma ou mais variáveis.

Para obter resultados bem-sucedidos, existem dois pontos-chave a serem definidos com atenção:

1. As restrições não devem ser exigentes demais, pois existe a possibilidade de serem obtidos apenas resultados não factíveis.
2. A malha deve ser refinada o suficiente, ou seja, o tamanho dos elementos finitos deve estar numa faixa que os resultados sejam satisfatórios, mas que não consuma mais recursos que os disponíveis.

Segundo KIYONO (2008), um problema de otimização topológica se baseia em dois conceitos teóricos principais, domínio fixo estendido e modelo de material.

O domínio fixo estendido (Ω) é o espaço no qual o algoritmo pode modificar a geometria. É limitado pelas condições de contorno e pontos de aplicação do carregamento. Após definido o domínio, este deve ser discretizado em elementos finitos, para que se possam aplicar as condições de contorno.

O modelo material é a equação que define a mistura, dentro do domínio de elementos finitos, de dois ou mais materiais. Neste caso, serão utilizados dois

materiais, sendo o metal de fabricação dos elos e o “vazio”. O metal será a condição de sólido, e o “vazio” a condição de zero material.

Para este propósito, serão considerados materiais isotrópicos, ou seja, que possuem as mesmas propriedades independentemente da direção. Em geral, os metais são materiais isotrópicos, deve-se evitar, apenas, a utilização de processos de fabricação como a laminação e forjamento, pois estes fazem com que as propriedades mecânicas sejam anisotrópicas.

Definidos estes dois materiais a serem usados, pode-se escrever uma função que definirá qual deles será utilizado em cada ponto x do domínio Ω .

$$C(x) = X(x)C_0 \quad 2.4.1$$

Onde C_0 é a propriedade básica dos materiais, podendo ser o módulo de elasticidade ou densidade. $X(x)$ é a função que define a presença ou ausência de material, assumindo valores 1 ou 0.

Existe a possibilidade de o problema discreto não possuir solução, portanto é necessário realizar uma relaxação para o problema contínuo, através do método das densidades. Isto é feito substituindo a função $X(x)$ por $\gamma(x)$, que faz a distribuição contínua da variável de projeto e pode assumir valores intermediários entre 0 e 1. Isto causa elementos que terão estágios intermediários de materiais que não possuem um significado físico, sendo apenas provenientes da relaxação do problema discreto para contínuo.

A fim de diminuir estes elementos em estados intermediários, é feita uma penalização, através do fator p , que faz com que os valores de $C(x)$ se aproximem mais de 0 ou 1. A função 2.5.1 é adaptada, então, para:

$$C(x) = \gamma(x)^p C_0 \quad 2.4.2$$

Onde p assume valores diferentes, dependendo, também, de qual propriedade básica é utilizada no lugar de C_0 .

2.4.2 SolidWorks® e ANSYS®

O SolidWorks® é um programa de CAD (*Computer Aided Design*) que auxilia na criação de sólidos e superfícies, além de possuir ferramentas para validação de projetos, capaz de obter resultados reais, economizando tempo e reduzindo a utilização de protótipos físicos. Uma destas ferramentas é o SolidWorks Simulation,

que realiza simulações de montagens, movimento de mecanismos, estruturas soldadas ou engastadas, previsão de falhas e fadiga.

Através do SolidWorks®, é possível modelar os elos de um mecanismo, para que, posteriormente, seja exportado para o software ANSYS®, que será utilizado na etapa da otimização topológica.

O software ANSYS® possui ferramentas específicas para otimização estrutural. O processo de otimização topológica consiste estabelecer uma meta de redução de massa, indo de 0% a 90%, para a função objetivo, depois de aplicadas as condições de contorno, carregamento e restrições.

A resposta do processo possui geometria grosseira, e é necessário propor uma geometria final suavizada para os elos do mecanismo. Isto pode ser feito manualmente, gerando uma geometria semelhante com o auxílio do SolidWorks®. Para verificar a resposta desta geometria proposta ao carregamento inicial, é necessário fazer uma análise estática de tensões.

2.4.2.1 Análise estática

A análise estática de tensões simula as deformações e tensões do modelo considerando que o carregamento provoca deformações com pequenas rotações e deslocamentos, ignorando a inércia do problema e mantendo a força aplicada constante no tempo.

O ANSYS® possui ferramentas que fazem uso do Método dos Elementos Finitos e análise de tensão linear para simular o comportamento do modelo devido ao efeito de forças externas e de contato, pressões, acelerações e temperaturas.

Para se realizar a análise estática, é necessário ter o modelo construído, com a malha definida, material e condições de contorno determinadas e a aplicação do carregamento.

3 DESENVOLVIMENTO

O objeto de estudo deste trabalho é o mecanismo de quatro barras mostrado nas Figuras 2.1.1 e 21.2.

O objetivo principal consiste em aplicar um método de otimização topológica existente nos elos deste mecanismo, de forma a reduzir o material usado na fabricação.

A otimização é feita para as posições em que o carregamento externo resulta em maiores forças nas juntas dos elos. O processo consiste em 8 passos:

1. Modelos feitos no SolidWorks®, com o objetivo de determinar as posições dos centros de gravidade, momentos de inércia e massas dos elos;
2. Análise cinemática;
3. Análise dinâmica;
4. Modelos dos elos, nas posições nas quais estes estão sujeitos aos maiores esforços, feitos no SolidWorks®.
5. Análise de tensões e otimização topológica no ANSYS®;
6. Modelo das geometrias otimizadas suavizadas;
7. Análise cinemática e dinâmica das geometrias propostas;
8. Análise de tensões dos novos elos propostos, considerando os novos esforços obtidos.

Além disto, uma vez que os esforços nos elos estão associados não somente às massas, mas também às acelerações, os passos 1 a 5 são feitos para dois outros casos, nos quais a aceleração angular do elo acionador assume um valor maior e outro menor. É de se esperar que as forças resultantes entre os elos devem diminuir para o valor de \ddot{q} menor, e aumentar para o valor de \ddot{q} maior. Para comparação, são gerados gráficos e figuras comparando os resultados dos três casos.

3.1 Modelos em SolidWorks®

As Figuras 3.1.1, 3.1.2 e 3.1.3 mostram as primeiras peças modeladas, com o intuito de obter as distâncias dos centros de gravidade em relação aos eixos locais, o momento de inércia de massa em relação ao centro de gravidade e as massas de cada elo.

Para cada elo, é definida uma configuração mínima, considerada como o preenchimento mínimo de material, ou seja, não faz parte do domínio fixo em que o algoritmo pode sintetizar a geometria ótima. Isto impede o processo de convergir para uma solução não factível por fatores como dificuldade de fabricação ou falta de material entre nós de elos. Esta geometria mínima do elo deve ser definida após estudos de viabilidade, porém, neste trabalho, é considerada uma geometria simples para facilidade de modelagem.

Além disso, todos os componentes são modelados com espessuras finas, considerando o tamanho dos elementos finitos da malha utilizada, para que o problema seja aproximado para 2D.

O elo C_2 tem ângulo $q = 60^\circ$, C_3 tem ângulo $A_2 = 20,92^\circ$, e C_4 tem ângulo $A_3 = 104,41^\circ$. As inclinações de C_3 e C_4 são definidas por análise cinemática para cada posição de q .

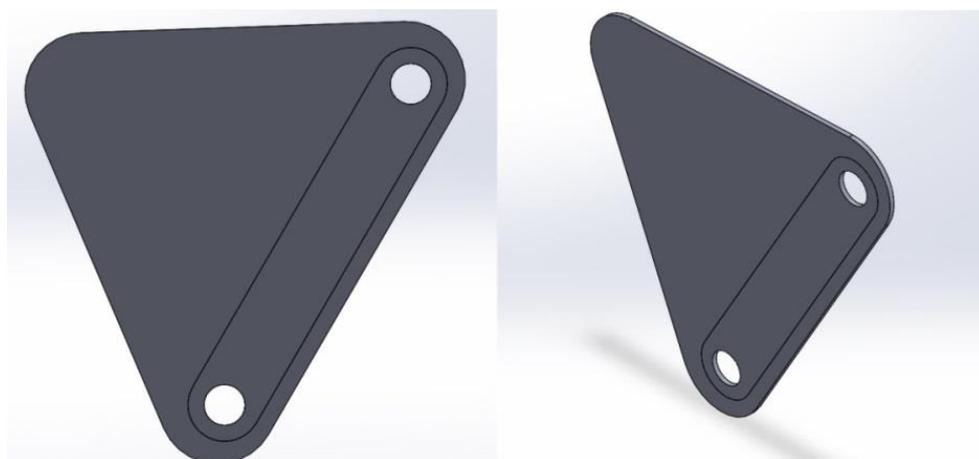


Figura 3.1.1 – Elo C_2 a 60°

Fonte: Autoria própria

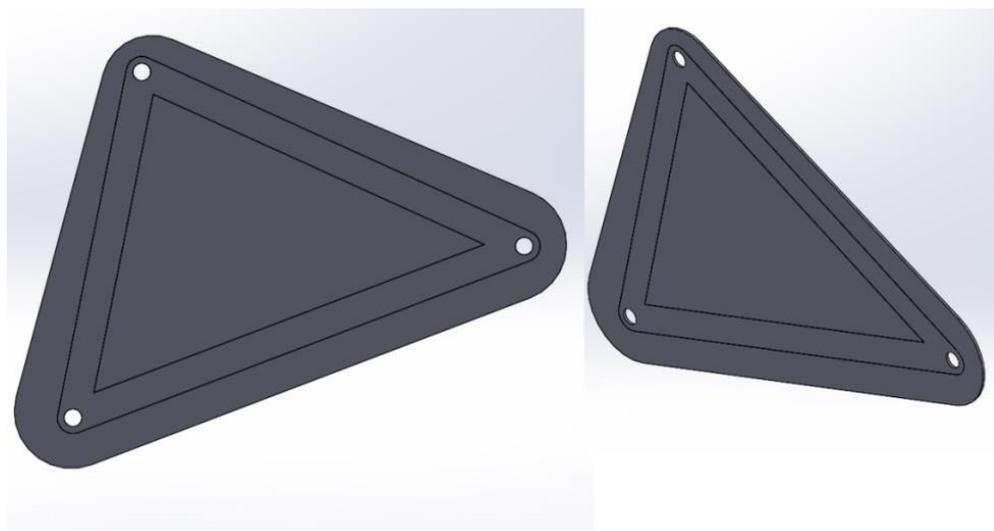


Figura 3.1.2 – Elo C_3 a $20,92^\circ$

Fonte: Autoria própria

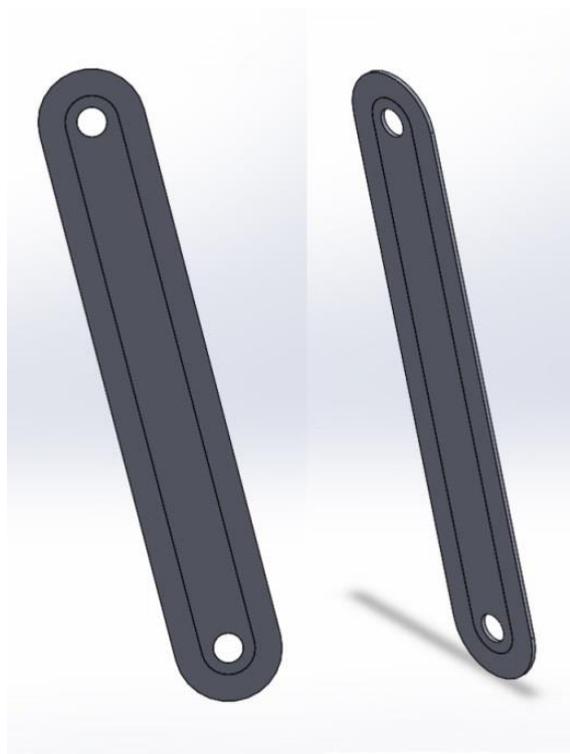


Figura 3.1.3 – Elo C_4 a $104,41^\circ$

Fonte: Autoria própria

A Tabela 1 contém os módulos dos vetores de posição dos centros de gravidade provenientes dos modelos.

Tabela 1 – Vetores de posição obtidos nos modelos

Vetor	Módulo (m)
R ₁₂	0,0726
R ₃₂	0,0705
R ₂₃	0,1915
R ₄₃	0,2156
R ₃₄	0,1270
R ₁₄	0,1270
R _P	0,1679

A Tabela 2 contém os valores de massa e momento de inércia de massa em relação aos centros de gravidade, obtidos dos modelos em SolidWorks.

Tabela 2 – Massas e momentos de inércia dos elos

Elo	Massa (kg)	I_G (kg.m²)
C2	0,2212	0,0017
C3	1,3631	0,0729
C4	0,2254	0,0053

3.2 Análise cinemática

A análise cinemática é feita através da soma vetorial, mostrada na Figura 2.1.3. É obtida a equação 2.1.1, que pode ser decomposta em x e y , formando 2.1.2 e 2.1.3, tendo como incógnitas os ângulos A_3 e A_4 .

Os valores dos comprimentos dos elos estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Comprimentos dos elos

Elo	Comprimento (m)
C1	0,4826
C2	0,1270
C3	0,3810
C4	0,2540

É desenvolvido um programa no software MATLAB® para a resolução destas equações. Por serem simultâneas não lineares, é necessário um método numérico para se obter uma solução. O método utilizado é o de Newton-Raphson,

considerando que os erros absolutos da equação 2.1.8 devem ser menores que 0,001.

Neste trabalho, a otimização é feita considerando as posições críticas do movimento, ou seja, quando os esforços nos elos atingem seus valores máximos. Para isso, é necessário calcular as forças variando o ângulo do elo acionador (q), entre 0° e 360° , de 1° em 1° , considerando $q_0 = 60^\circ$. No entanto, para o cálculo das forças (análise cinética) é necessário antes realizar a análise cinemática. Voltando à fundamentação teórica, na equação 2.2.5, nota-se que para obtenção das forças é necessário conhecer as acelerações dos CGs de cada elo. Essas acelerações são, por sua vez, obtidas da análise para um ponto de interesse (equação 2.1.16). No entanto, ainda para solução dessas duas equações é necessário conhecer as velocidades e acelerações angulares dos elos, obtidas pela solução das equações 2.1.11 e 2.1.12 para cada posição do mecanismo.

As suposições iniciais são definidas como 0,2 para A_3 e 5 para A_4 . A velocidade angular \dot{q} do elo C_2 é 25 rad/s na posição $q = 60^\circ$ e a aceleração angular \ddot{q} é -40 rad/s². Os ângulos A_3 e A_4 obtidos na primeira análise cinemática são usados como suposições iniciais para as análises com $q = 59^\circ$ e $q = 61^\circ$, estes para $q = 58^\circ$ e $q = 62^\circ$, respectivamente, e assim por diante.

A Figura 3.2.1 apresenta os ângulos A_3 e A_4 , em graus, para cada valor de entrada q .

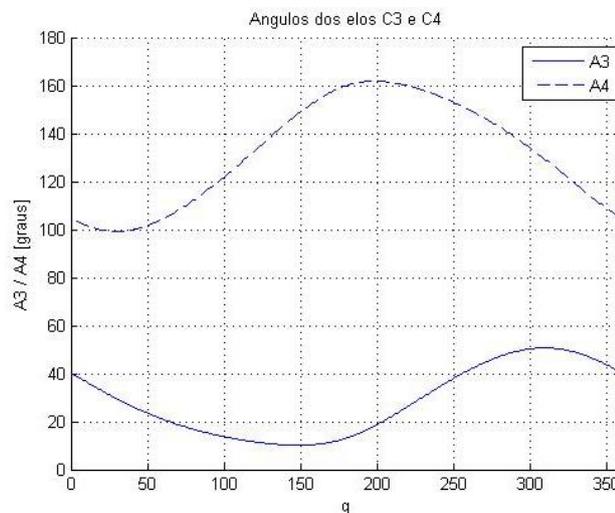


Figura 3.2.1 – Ângulos A_3 e A_4 para cada valor de q

Fonte: Autoria própria

A Figura 3.2.2 mostra o determinante da matriz jacobiana em função da posição q do elo acionador, mostrando que o mecanismo em questão não possui pontos de singularidade ($\det=0$).

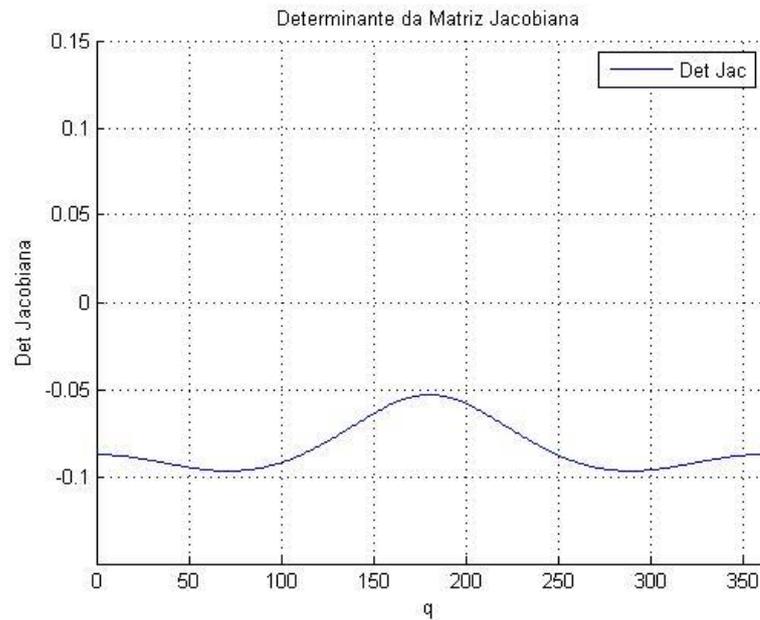


Figura 3.2.2 – Determinante da matriz jacobiana

Fonte: Autoria própria

Existem dados de entrada que não são constantes ao longo do movimento do mecanismo e devem ser recalculados para cada posição.

Os ângulos dos vetores de posição dos CGs em relação ao SCLNR variam para cada posição de q .

A Figura 3.2.3 ilustra essa variação de acordo com o ângulo do elo em relação ao SCG. É representado o elo C_2 em diferentes posições (θ), com α , ângulo entre R_{12} e R_{32} , fixo. Em (a), tem-se o elo C_2 na posição $\theta = 60^\circ$, em (b) $\theta = 90^\circ$ e, em (c), $\theta = 30^\circ$. De (a) para (b), nota-se que um acréscimo em θ causa um aumento nos valores dos ângulos de R_{12} e R_{32} . De (a) para (c), pode-se ver que uma redução do ângulo θ também causa um aumento nos valores dos ângulos de R_{12} e R_{32} . Isto é notado para todos os elos, indicando que as funções que descrevem os ângulos dos vetores dos CGs em relação ao SCLNR de acordo com a posição dos elos possuem pontos de descontinuidade.

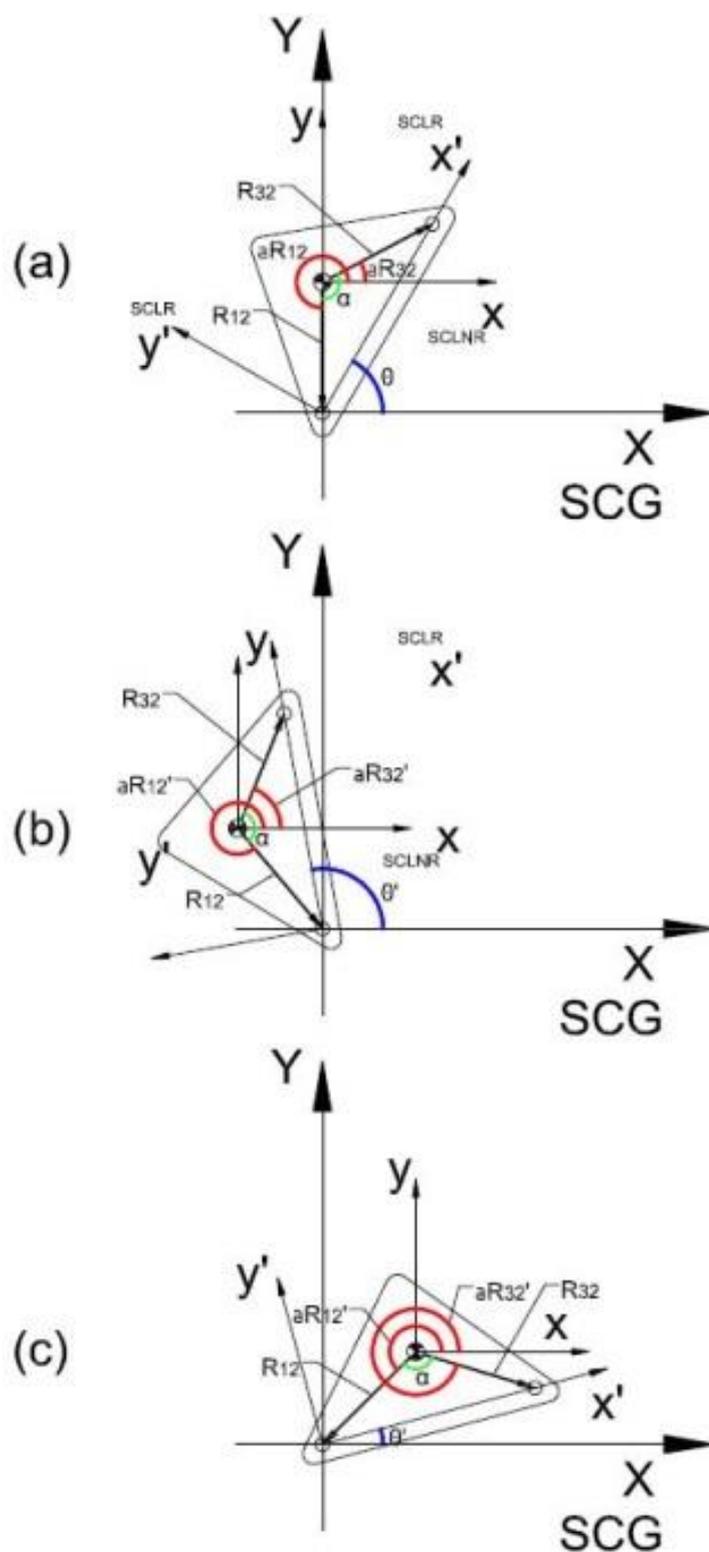


Figura 3.2.3 – Variação dos ângulos dos vetores de posição do CG
 Fonte: Autoria própria

Para o elo C_2 , os ângulos dos vetores R_{12} e R_{32} estão representados, em graus, para cada posição q , na Figura 3.2.4.

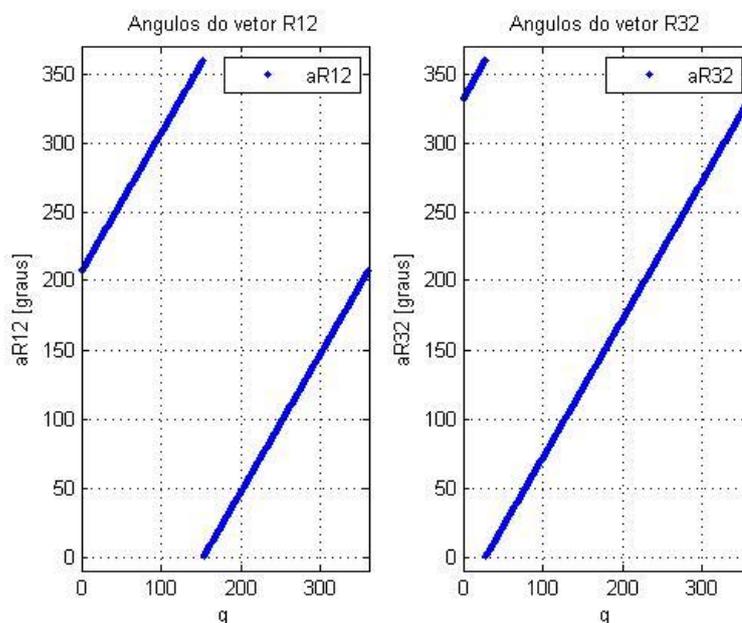


Figura 3.2.4 – Ângulos dos vetores R_{12} e R_{32}

Fonte: Autoria própria

Na Figura 3.2.5, os ângulos, em graus, dos vetores R_{23} e R_{43} .

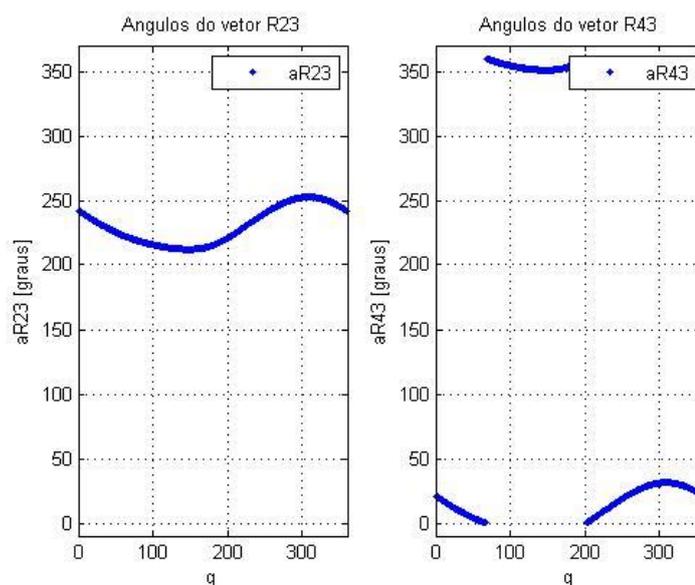


Figura 3.2.5 – Ângulos dos vetores R_{23} e R_{43}

Fonte: Autoria própria

Por último, para o elo C₄, os ângulos, em graus, dos vetores de posição R₃₄ e R₁₄.

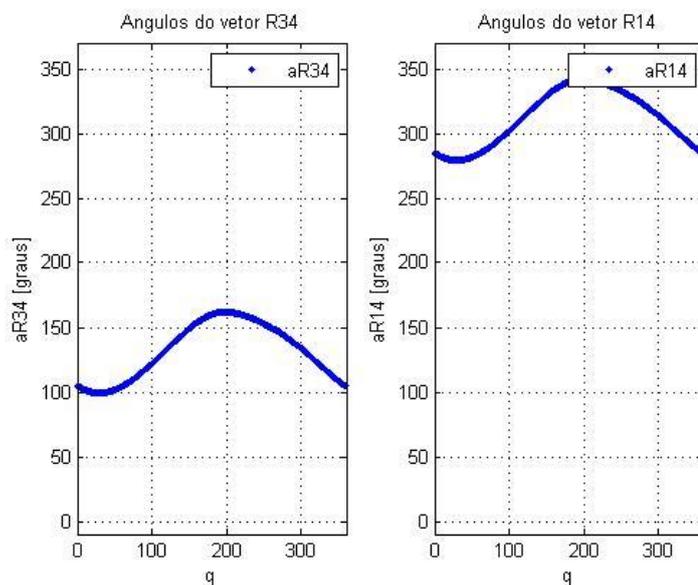


Figura 3.2.6 – Ângulos dos vetores R₃₄ e R₁₄

Fonte: Autoria própria

Nesta etapa da análise cinemática, também deve se considerar a variação da velocidade angular (\dot{q}), de acordo com a equação:

$$\dot{q} = \sqrt{\dot{q}_0^2 + 2\alpha\Delta(q - q_0)} \quad 3.2.1$$

A Figura 3.2.7 apresenta os valores de velocidade angular \dot{q} , em rad/s, variando para cada posição q .

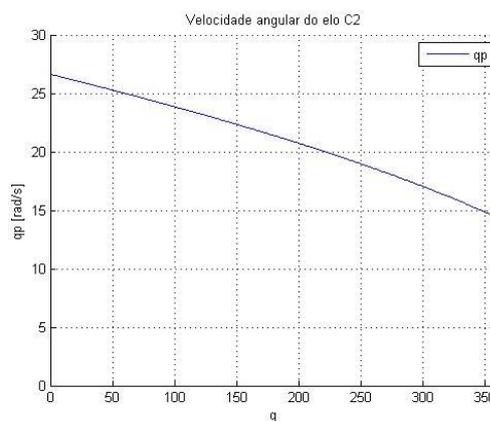


Figura 3.2.7 – Velocidade angular do elo C2 para todas as posições

Fonte: Autoria própria

Com a análise de posição concluída e a velocidade angular do elo C_2 calculada para cada posição, é possível obter os valores de velocidades e acelerações angulares dos elos C_3 e C_4 , e as acelerações lineares dos centros de gravidade. Para o cálculo destes dados, são utilizadas as equações 2.1.11 a 2.1.18. De posse de todos estes dados, pode-se prosseguir para a análise dinâmica.

A Figura 3.2.8 apresenta as acelerações lineares dos centros de gravidade de cada elo.

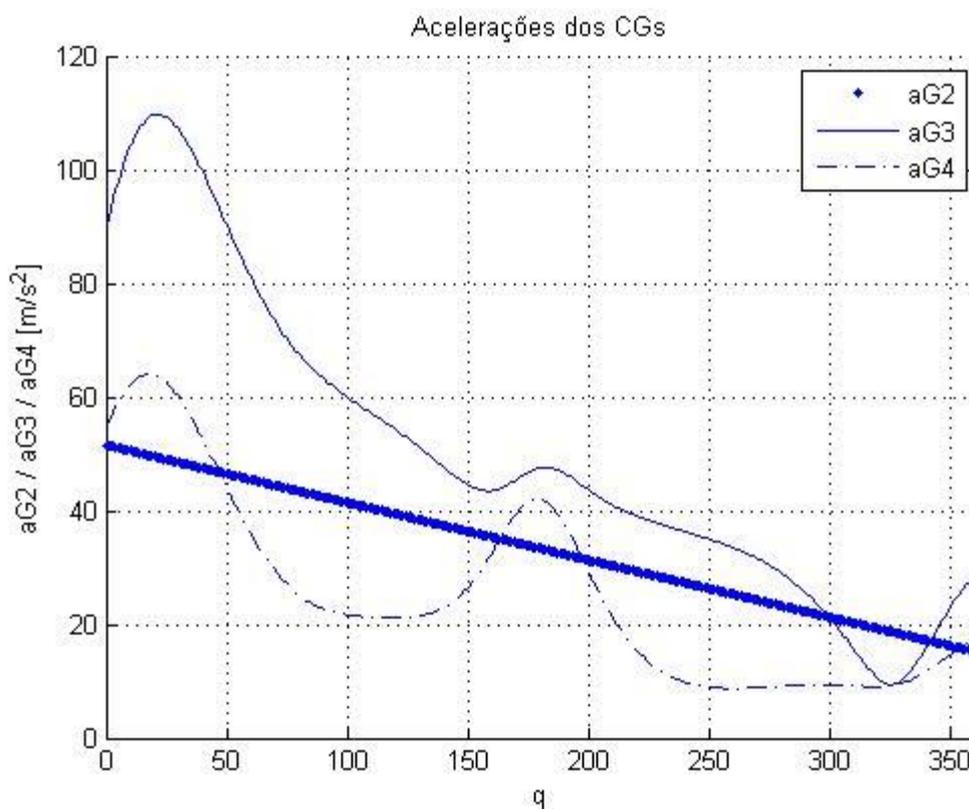


Figura 3.2.8 – Acelerações lineares dos CGs para todas as posições

Fonte: Autoria própria

3.3 Análise dinâmica

A análise dinâmica consiste basicamente na implementação da equação 2.2.5, pois todos os valores necessários são calculados na análise cinemática. Como resposta, têm-se as F_{12} , F_{32} , F_{43} , F_{14} e T_{12} . O torque T_{12} é um torque de acionamento, vindo de um motor, por exemplo, para manter o sistema no estado cinemático determinado.

Nesta etapa da análise, é importante atentar para o fato de que os ângulos dos vetores de posição dos centros de gravidade variam de acordo com a posição do mecanismo, alterando as componentes em x e y . Os módulos, porém, independem do movimento. Tendo os vetores de posição dos CGs e da força externa definidos para cada posição do mecanismo, calcula-se então as forças nas juntas e o torque de acionamento T12. As Figuras 3.3.1 e 3.3.2 mostram a variação das forças e torque para a rotação do mecanismo.

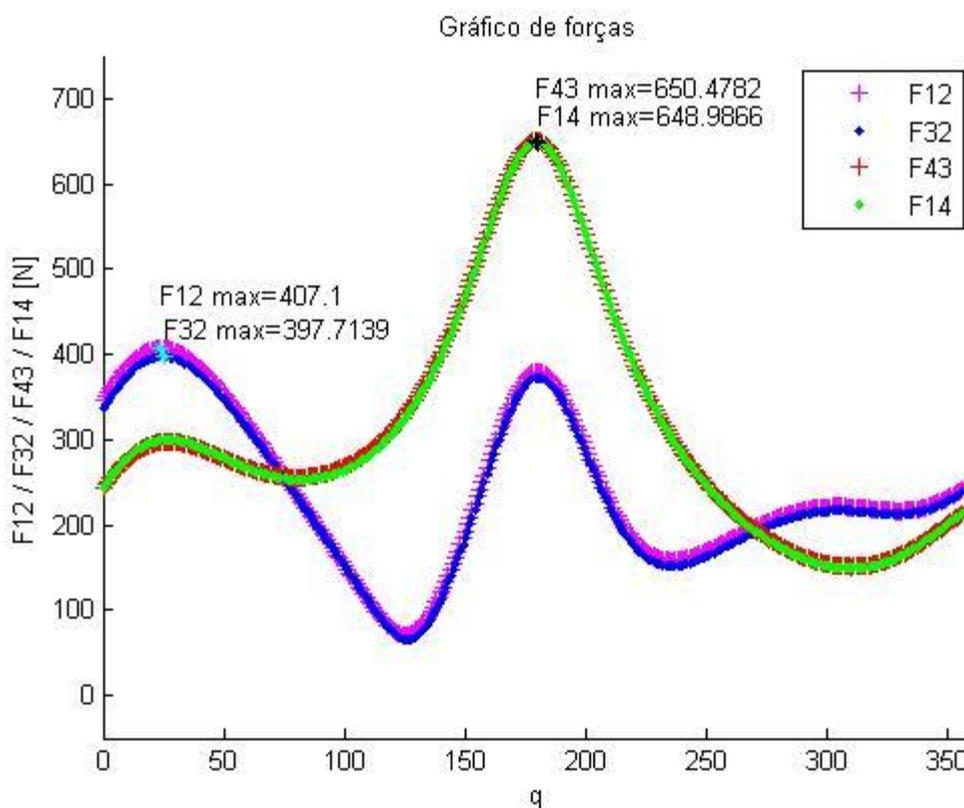


Figura 3.3.1 – Forças resultantes nas juntas do mecanismo

Fonte: Autoria própria

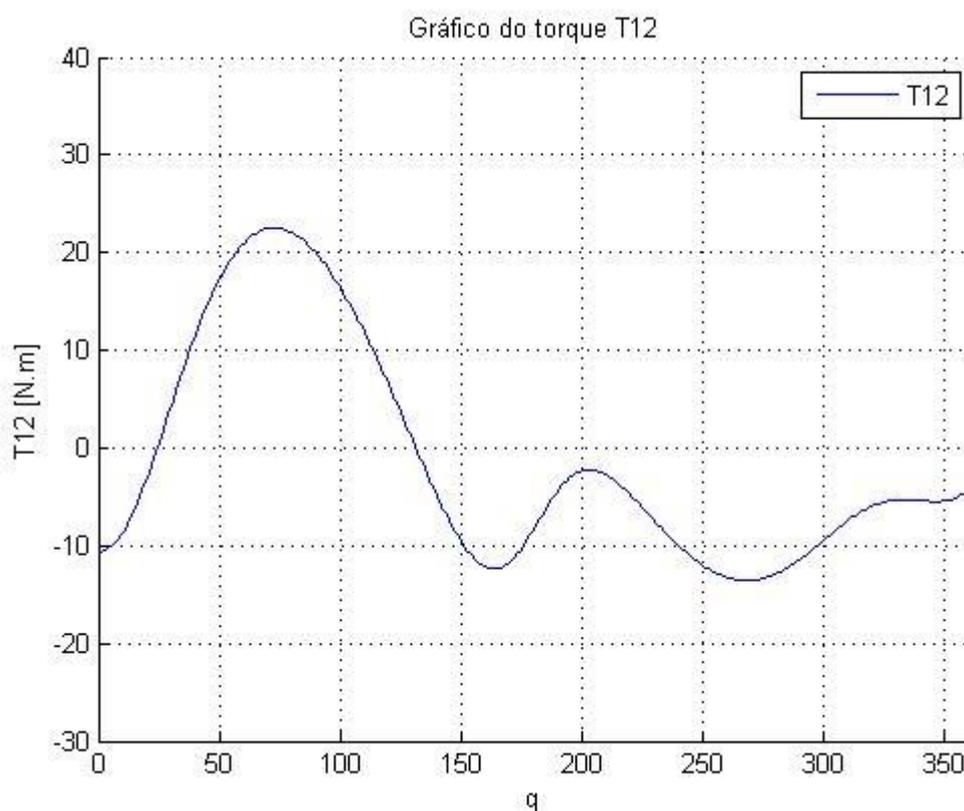


Figura 3.3.2 – Torque de acionamento do elo C_2

Fonte: Autoria própria

De acordo com a Figura 3.3.1, tem-se que as posições nas quais os elos sofrem os maiores esforços, de acordo com o ângulo do elo acionador (q), são 25° para C_2 e 179° para C_3 e C_4 . O processo de otimização dos elos deve ser feito a partir dessas posições críticas. A Tabela 4 apresenta as posições críticas dos elos, os esforços nas juntas de cada elo nestas posições e o carregamento externo aplicado.

Tabela 4 – Dados dos elos em suas posições críticas

Elo	Posição crítica (q)	Ângulo do elo	Esforços
C2	25°	25°	F12 = 407,1000 N
			F32 = 397,7139 N
			T12 = -0,6053 Nm
C3	179°	$12,99^\circ$	F23 = 372,2795 N
			F43 = 650,4782 N
			FP = 355,8602 N
C4	179°	$159,77^\circ$	F34 = 650,4782 N
			F14 = 648,9866 N
			T4 = 13,5580 Nm

4 RESULTADOS

4.1 Modelagem e análise dos elos nas posições críticas

Uma vez obtidas as posições críticas, dadas de acordo com o ângulo q do elo C_2 , deve-se modelar os três elos nestas posições, para que possam ser exportadas para o ANSYS® e dar início às análises e otimizações.

A Tabela 4 apresenta as posições críticas dos elos, os esforços nas juntas de cada elo nestas posições e o carregamento externo aplicado.

A análise de tensões e a otimização são feitas com os elos nas posições críticas e com os esforços máximos aplicados e condições de contorno definidas.

Os esforços são aplicados na forma de vetores com componentes em x e y . A malha de elementos finitos é criada com elementos de tamanho apropriado para que a solução convirja a um resultado coerente, sem que consuma recursos e tempo além do necessário, considerando que um refinamento maior na malha criada não causaria mudanças consideráveis de tensão nos elementos e de geometria otimizada. O tamanho dos elementos finitos utilizados nas malhas dos elos C_2 e C_3 é de 3mm.

As Figuras 4.2.1, a 4.2.12 mostram os elos em suas respectivas posições críticas, criados no SolidWorks, suas análises de deformação e de tensão de von Mises feitas no software ANSYS.

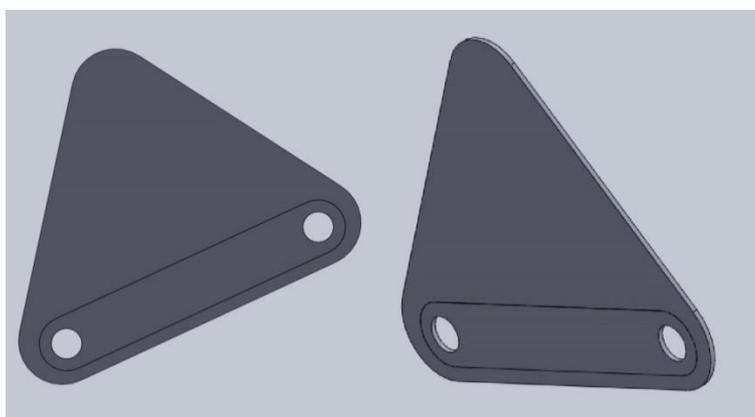


Figura 4.1.1 – Elo C_2

Fonte: Autoria própria

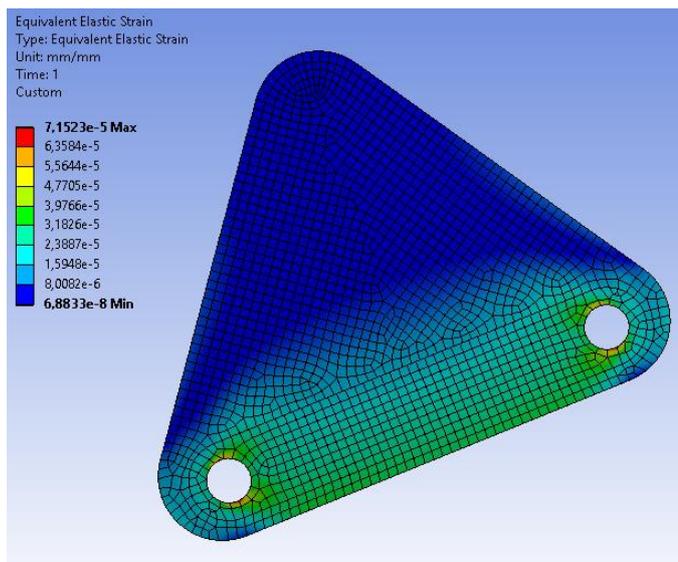


Figura 4.1.2 – Deformação no elo C₂

Fonte: Autoria própria

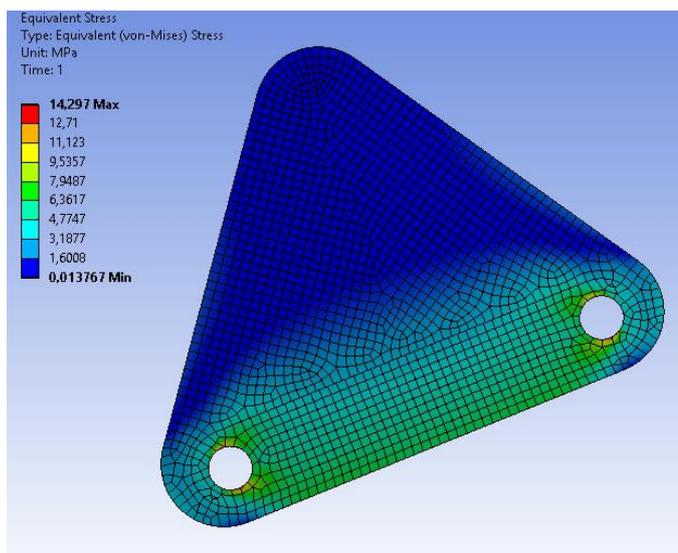


Figura 4.1.3 – Tensões no elo C₂ [MPa]

Fonte: Autoria própria

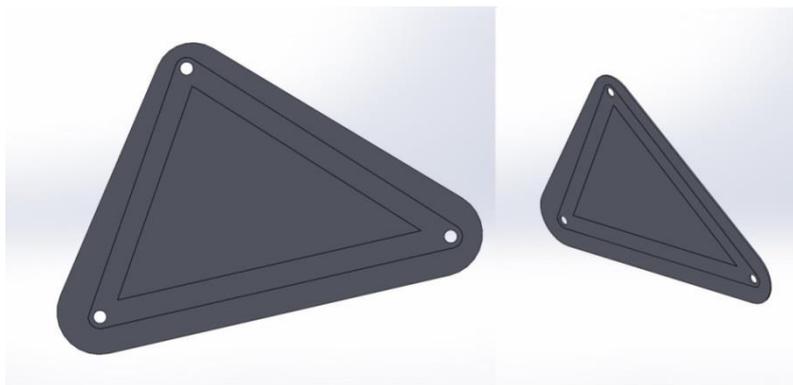


Figura 4.1.4 – Elo C₃ a 12,99°

Fonte: Autoria própria

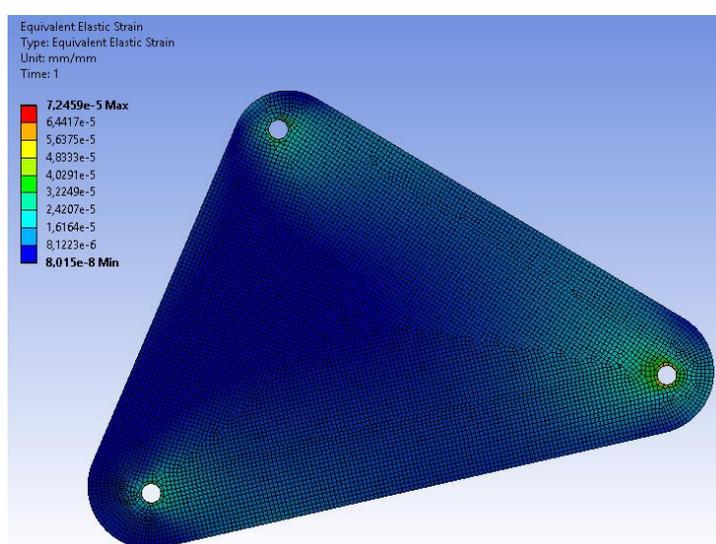


Figura 4.1.5 – Deformação total do elo C₃ a 12,99°

Fonte: Autoria própria

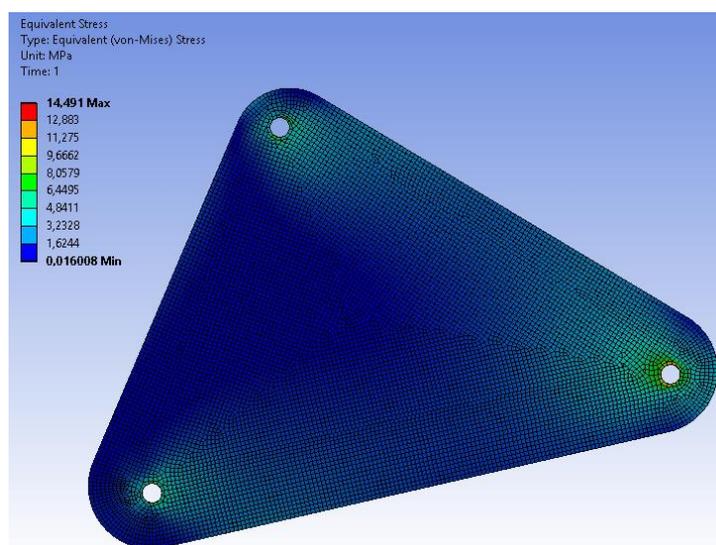


Figura 4.1.6 – Tensões no elo C₃ a 12,99° [MPa]

Fonte: Autoria própria



Figura 4.1.7 – Elo C₄

Fonte: Autoria própria

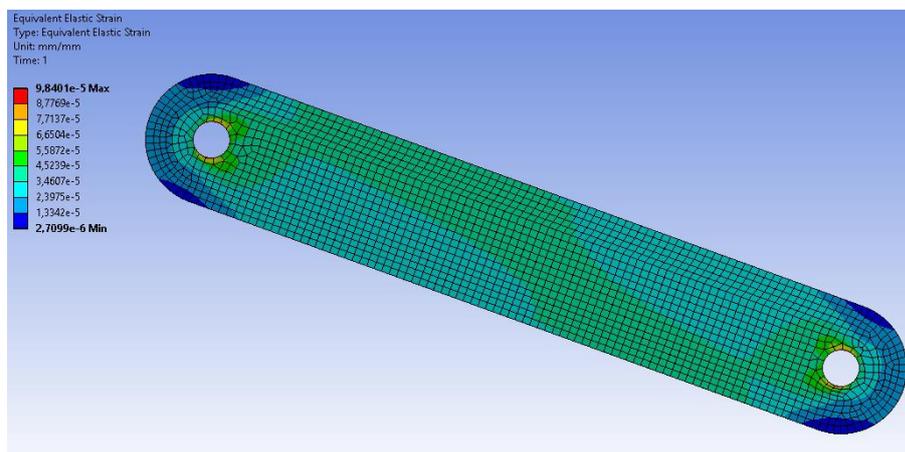


Figura 4.1.8 – Deformação total do elo C₄

Fonte: Autoria própria

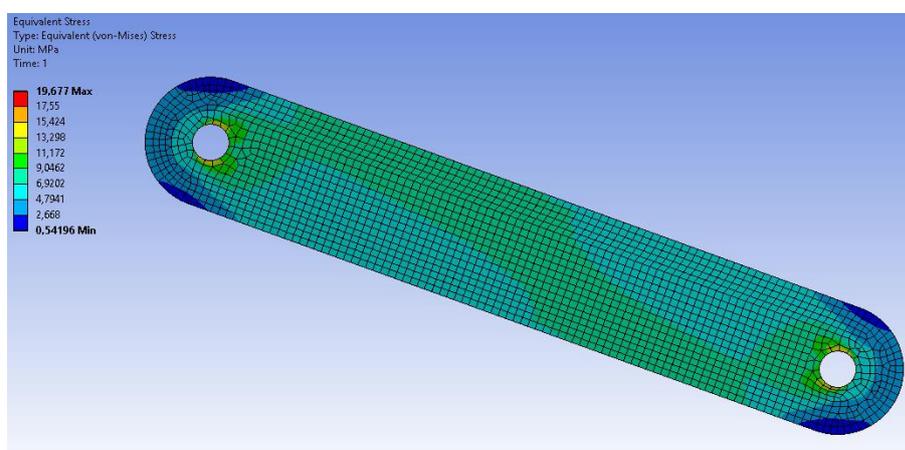


Figura 4.1.9 – Tensões no elo C₄ [MPa]

Fonte: Autoria própria

A Tabela 5 apresenta os valores máximos de deformação e tensão para cada elo.

Tabela 5 – Deformações totais e Tensões dos elos

Elo	Deformação		Tensão (von Mises)	
C2	Máx: 7,15E-05	mm/mm	Máx: 14,297	MPa
C3	Máx: 7,25E-05	mm/mm	Máx: 14,491	MPa
C4	Máx: 9,48E-05	mm/mm	Máx: 19,677	MPa

O material utilizado é aço estrutural, padrão do ANSYS, que possui tensão de escoamento $\sigma_e = 250 \text{ MPa}$. Uma vez que as tensões equivalentes de von Mises máximas são muito menores que σ_e , o escoamento do material não acontecerá. Neste trabalho não é considerado falha por fadiga, porém em uma utilização real, esta análise é necessária para determinar o comportamento do mecanismo para vida em fadiga.

4.2 Otimização topológica no ANSYS®

Nesta etapa, os dados de força, restrições, fixações, refinamento da malha e meta para redução de massa devem ser inseridos no ANSYS. Este procedimento é feito de maneira idêntica à feita para as análises de deformações e tensões, e definindo a meta de redução de massa como o máximo permitido, 90%.

Além da aplicação dos esforços, a malha de elementos finitos é criada com elementos de forma prismática e de tamanho apropriado para que a solução convirja a um resultado coerente, sem que consuma recursos e tempo além do necessário, considerando que um refinamento maior na malha criada não causaria mudanças consideráveis de tensão nos elementos e de geometria otimizada. O tamanho dos elementos finitos utilizados nas malhas dos elos é de 3mm.

A otimização topológica resulta em uma geometria com elementos preenchidos com materiais e elementos vazios. Além disso, alguns elementos podem possuir preenchimento intermediário, que podem ser desconsiderados por não terem um significado físico. Assim, fica a critério do projetista considerar estes elementos como preenchidos ou vazios ao propor a geometria final suavizada.

As Figuras 4.2.1 a 4.2.3 apresentam os resultados das otimizações. A área na cor laranja representa material que pode ser retirado, enquanto a área em cinza

deve ser completamente preenchida. Os elementos que se apresentam na cor bege, chamados de “*Marginal*”, são de preenchimento intermediário.

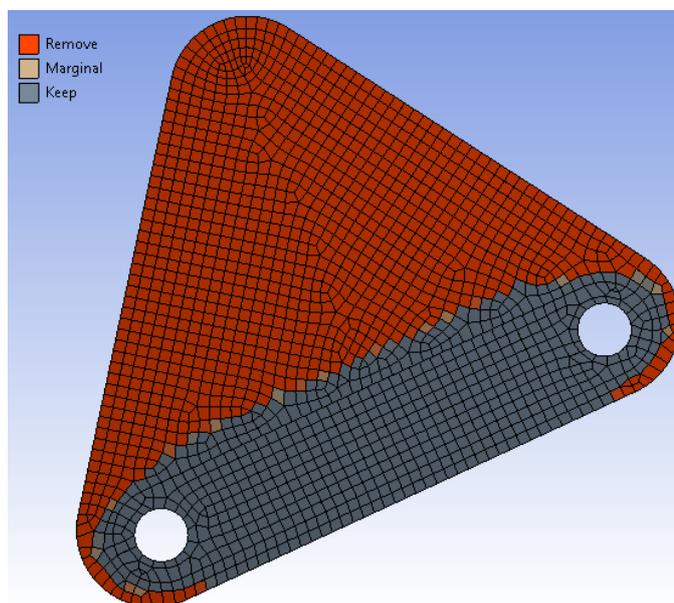


Figura 4.2.1 – Elo C_2 a 24° otimizado

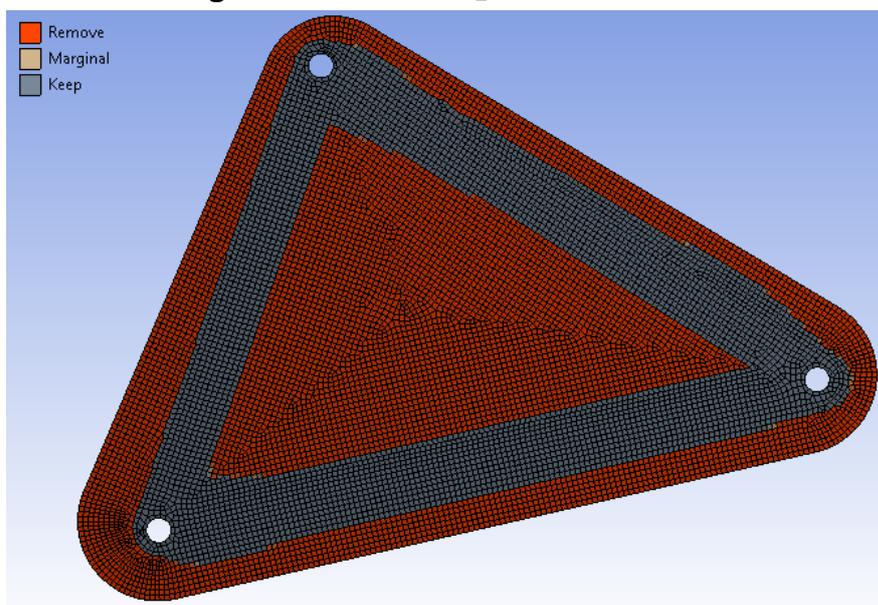


Figura 4.2.2 – Elo C_3 a $12,99^\circ$ otimizado

Fonte: Autoria própria

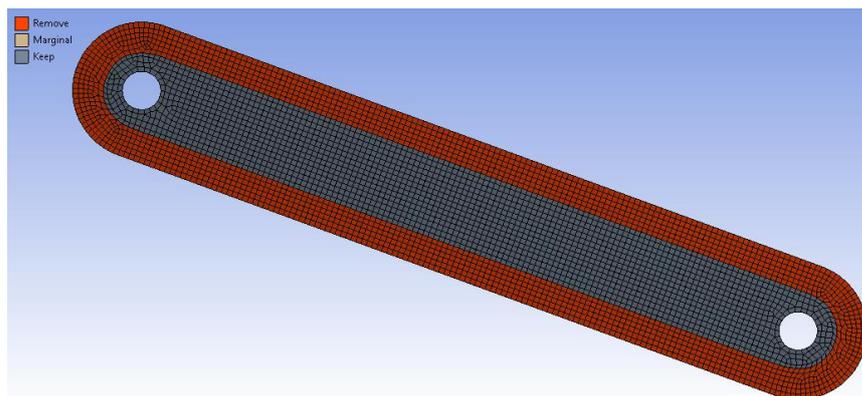


Figura 4.2.3 – Elo C₄ a 159,77° otimizado

Fonte: Autoria própria

4.3 Modelo em SolidWorks da geometria suavizada

Baseando-se nas respostas obtidas no ANSYS®, são modelados novos elos com geometria semelhante às otimizadas, ou seja, com áreas sem a presença de material.

Os resultados das otimizações são geometrias inviáveis ou que apresentam dificuldades para serem fabricadas. Portanto se torna necessário propor uma nova geometria semelhante, suavizada.

As Figuras 4.3.1 a 4.3.3 mostram tais geometrias propostas.



Figura 4.3.1 – Elo C₂ proposto

Fonte: Autoria própria

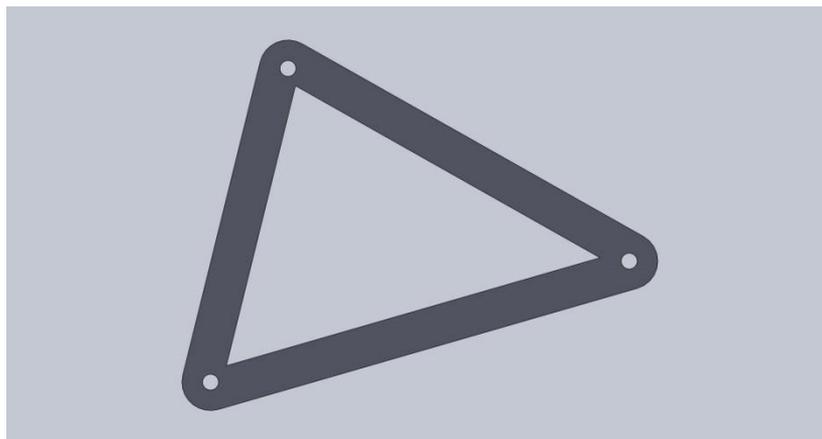


Figura 4.3.2 – Elo C₃ proposto

Fonte: Autoria própria

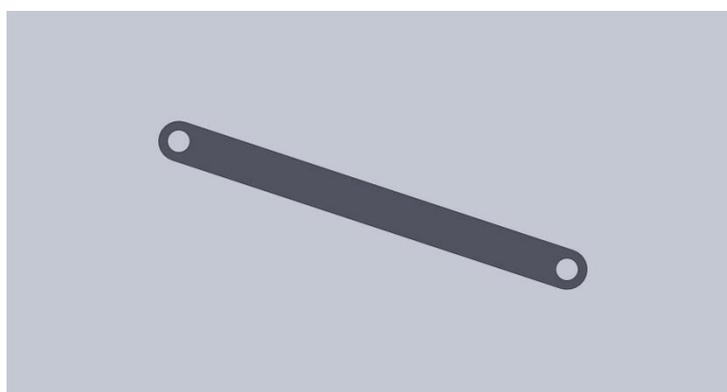


Figura 4.3.3 – Elo C₄ proposto

Fonte: Autoria própria

A Tabela 6 apresenta a massa inicial e a massa final, bem como a porcentagem de redução de cada elo.

Tabela 6 – Massas dos elos

Elo	Massa inicial	Massa final	Redução de massa
C2	0,2212 kg	0,0830 kg	62,48 %
C3	1,3631 kg	0,5692 kg	58,24 %
C4	0,2254 kg	0,1026 kg	53,30 %

Com estes modelos, obtêm-se novos vetores de posição dos centros de gravidade e momento de inércia de massa, que são utilizados na nova análise cinemática e dinâmica.

4.4 Análise cinemática e dinâmica da geometria proposta

Após otimizados e suavizados, e tendo-se em mãos os dados dos elos propostos, são feitas novas análises cinemáticas e dinâmicas para verificar o efeito da redução de massa nas forças nas juntas dos elos.

A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos para os elos propostos.

Tabela 7 – Dados dos elos em suas posições críticas

Elo	Posição crítica (q)	Ângulo do elo	Esforços
C2	26°	26°	F12 = 293,8836 N
			F32 = 290,4040 N
			T12 = -5,2066 Nm
C3	192°	16,24°	F23 = 207,7957 N
			F43 = 484,6494 N
			FP = 355,8602 N
C4	192°	341,61°	F34 = 484,6494 N
			F14 = 484,2122 N
			T4 = 13,5580 Nm

As Figuras 4.4.1 e 4.4.2 mostra as forças e torque para a rotação do mecanismo após a otimização.

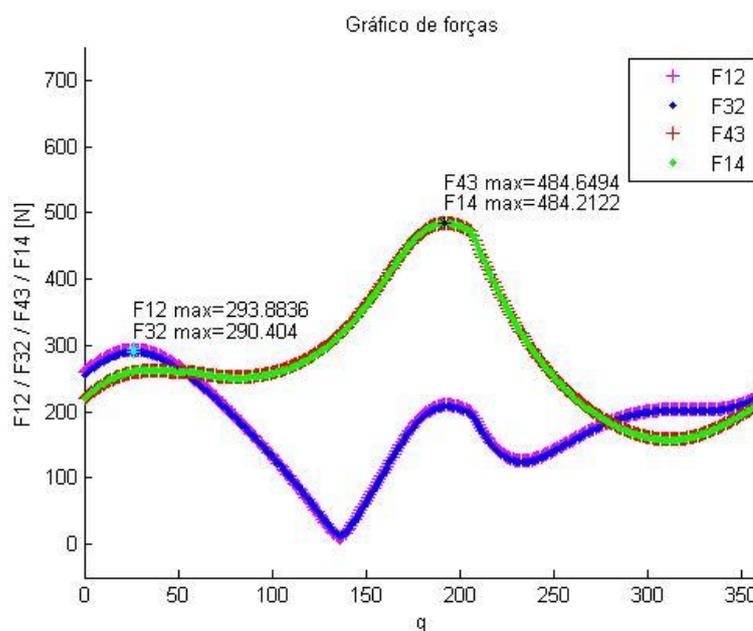


Figura 4.4.1 – Forças resultantes nas juntas do mecanismo

Fonte: Autoria própria

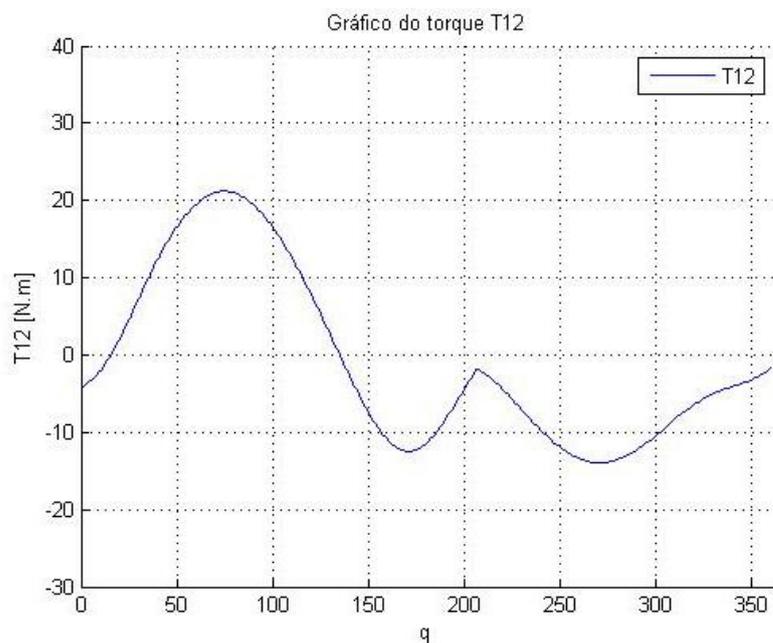


Figura 4.4.2 – Torque de acionamento do elo C_2
 Fonte: Autoria própria

Gerando-se gráficos que mostram os valores dos módulos das forças e torque F_{12} , F_{32} , F_{43} , F_{14} e T_{12} variando em relação ao ângulo q , é possível fazer uma comparação e verificar os efeitos da retirada de material.

As Figuras 4.4.3 a 4.4.7 apresentam as forças e o torque de acionamento resultantes das análises dinâmicas. À esquerda, estão os esforços obtidos para o mecanismo inicial, e à direita, os esforços do mecanismo com os elos propostos após a otimização.

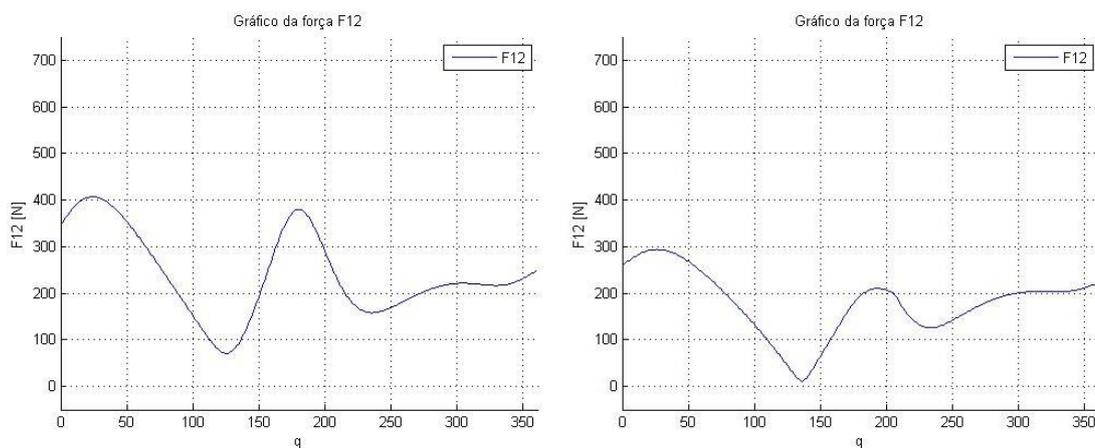


Figura 4.4.3 – Comparação F_{12}
 Fonte: Autoria própria

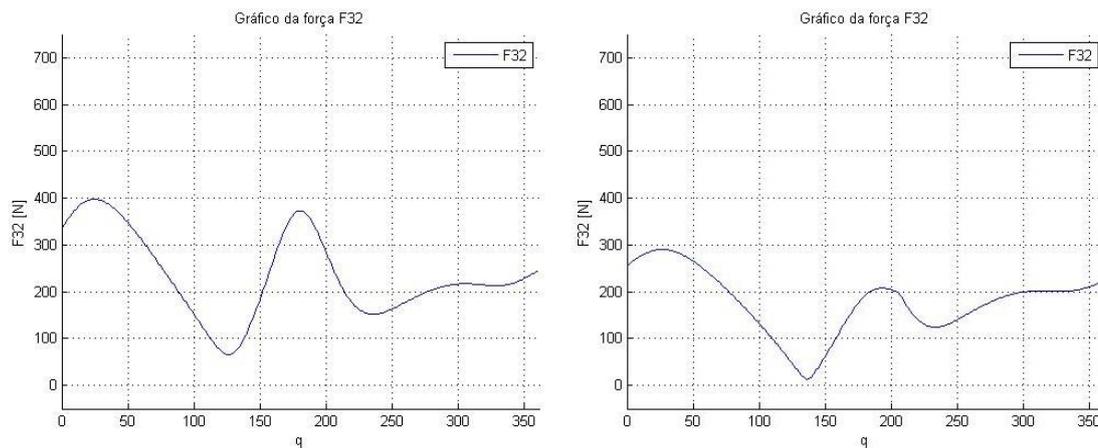


Figura 4.4.4 – Comparação F₃₂

Fonte: Autoria própria

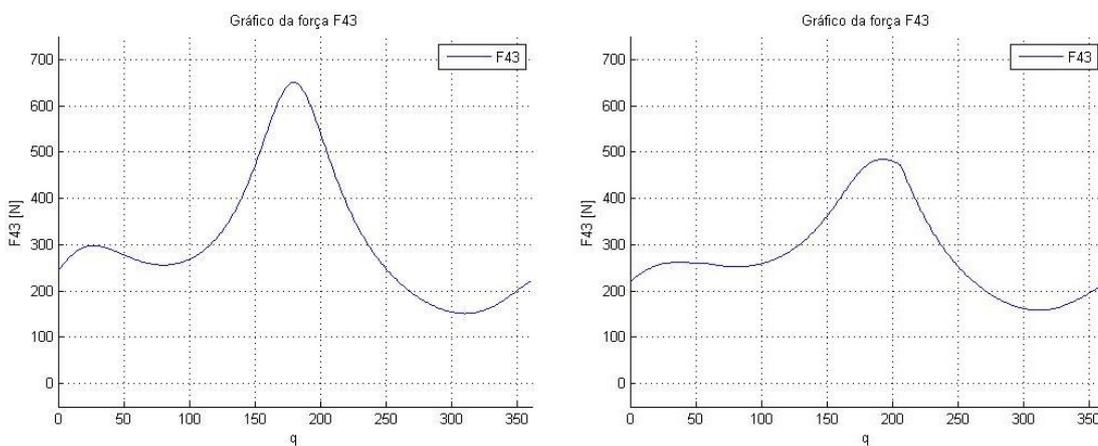


Figura 4.4.5 – Comparação F₄₃

Fonte: Autoria própria

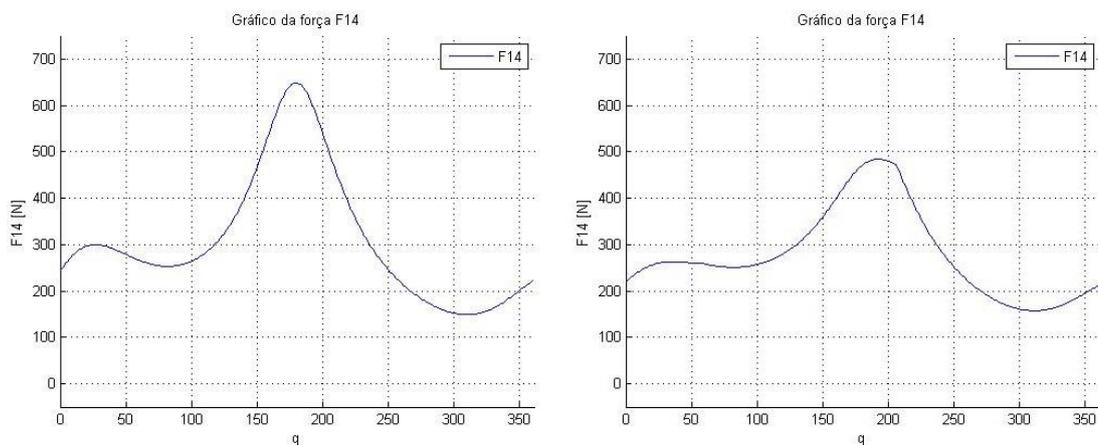


Figura 4.4.6 – Comparação F₁₄

Fonte: Autoria própria

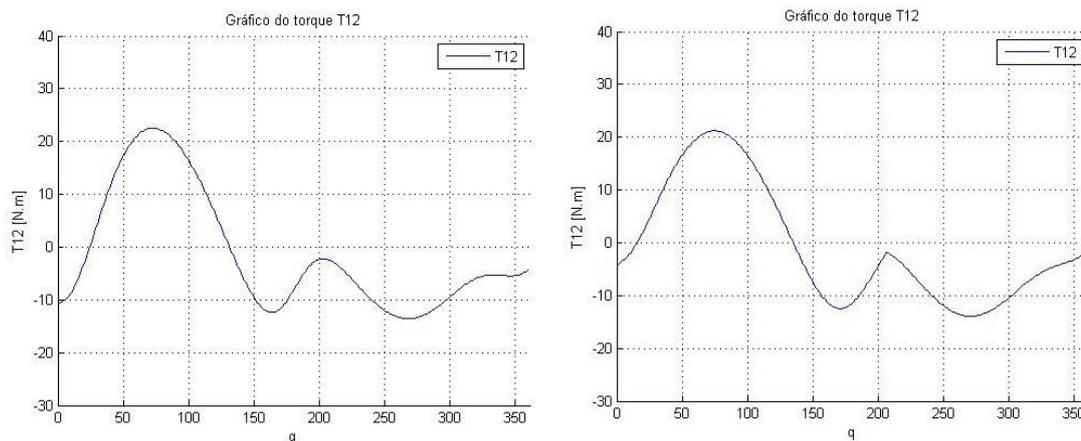


Figura 4.4.7 – Comparação T_{12}

Fonte: Autoria própria

Como se pode ver, as forças tem seus valores máximos reduzidos. Isto é esperado devido à redução de massa, que está diretamente ligada às forças, como visto na equação 2.2.1.

O torque de acionamento, por sua vez, apresentou uma mudança coerente e também tem seu valor máximo reduzido. Uma vez que as forças nas juntas dos elos são menores, o torque necessário para acionar o mecanismo também deve ser menor.

4.5 Análise de tensões dos elos otimizados

Uma última análise é necessária para verificar o efeito da redução das massas e, conseqüentemente, das forças, na deformação e tensão em cada elemento finito da geometria final. Afinal, este novo componente deve suportar os esforços para os quais foi projetado. Os valores máximos de tensão obtidos não devem superar a tensão de escoamento do material utilizados, para que o mecanismo não sofra deformações plásticas e/ou fraturas.

As Figuras 4.5.1 a 4.5.6 mostram as análises de deformação total e tensão equivalente de von Mises para os elos propostos após a otimização.

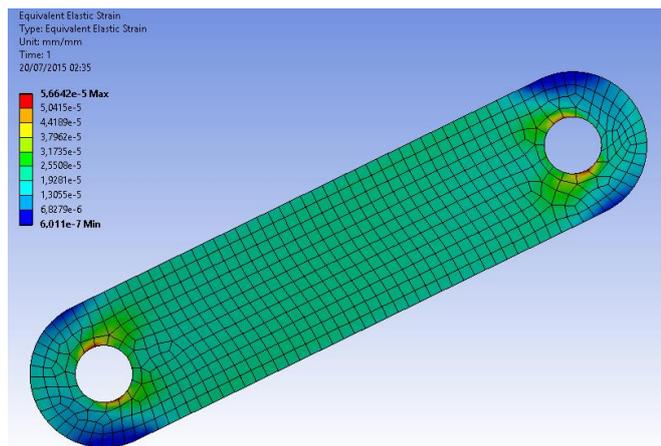


Figura 4.5.1 – Deformação total do elo C₂ proposto
Fonte: Autoria própria

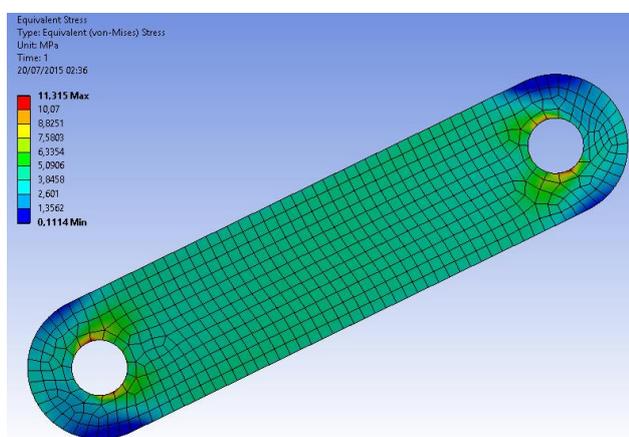


Figura 4.5.2 – Tensões no elo C₂ proposto [MPa]
Fonte: Autoria própria

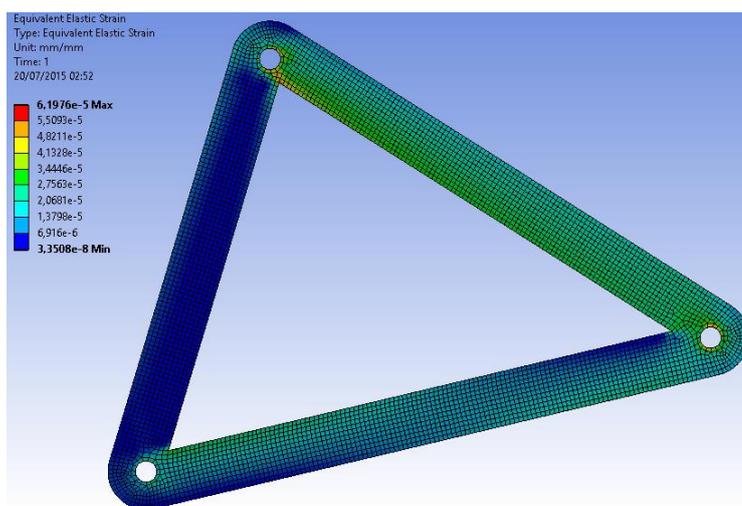


Figura 4.5.3 – Deformação total do elo C₃ proposto
Fonte: Autoria própria

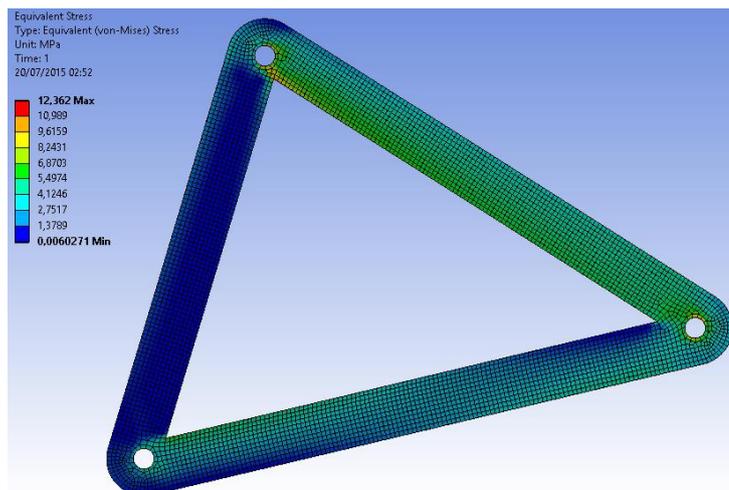


Figura 4.5.4 – Tensões no elo C₃ proposto [MPa]

Fonte: Autoria própria

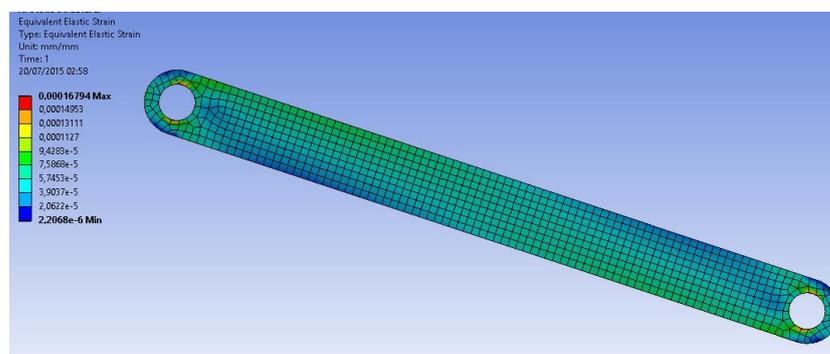


Figura 4.5.5 – Deformação total do elo C₄ proposto

Fonte: Autoria própria

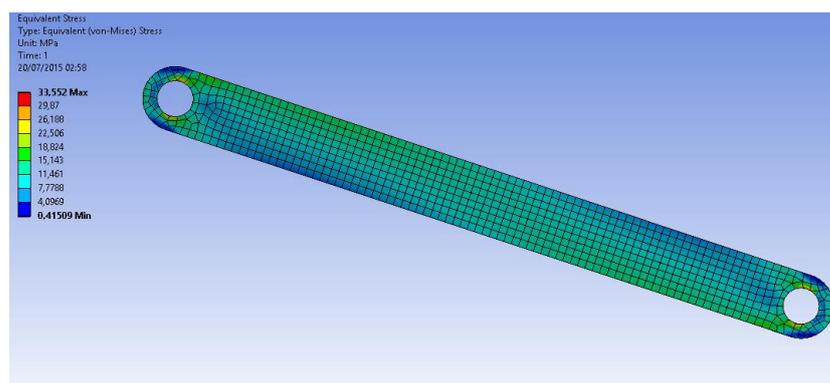


Figura 4.5.6 – Tensões no elo C₄ proposto [MPa]

Fonte: Autoria própria

A Tabela 8 apresenta os valores mínimos e máximos de deformação total e tensão para cada elo otimizado.

Tabela 8 – Deformações totais e Tensões nos elos

Elo	Deformação total	Tensão (Von-Mises)
C2	Máx: 5,66E-05 mm/mm	Máx: 11,315 MPa
C3	Máx: 6,20E-05 mm/mm	Máx: 12,362 MPa
C4	Máx: 1,68E-04 mm/mm	Máx: 33,552 MPa

4.6 Comparação dos casos de acelerações angulares diferentes

Para observar os efeitos da variação da aceleração angular do elo acionador (\ddot{q}), foi feita uma comparação de forças utilizando \ddot{q} assumindo os valores -10, -40 e -100 rad/s².

As Figuras 4.6.1 e 4.6.2 mostra o comparativo dos gráficos das forças F_{12} e F_{43} , respectivamente, para os três casos realizados. À esquerda, para o caso de $\ddot{q} = -10 \text{ rad/s}^2$, no meio $\ddot{q} = -40 \text{ rad/s}^2$, e à direita $\ddot{q} = -100 \text{ rad/s}^2$.

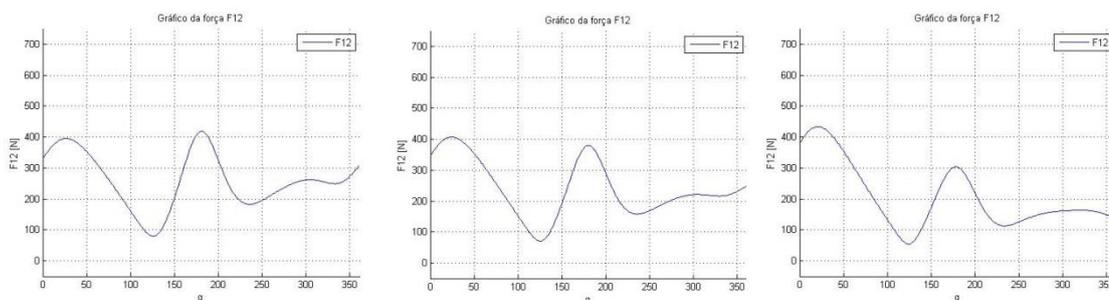


Figura 4.6.1 – Comparação da força F_{12} para os três casos de aceleração
Fonte: Autoria própria

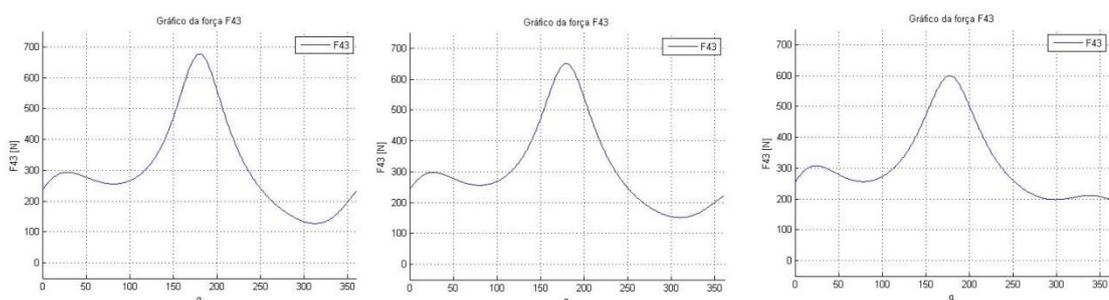


Figura 4.6.2 – Comparação da força F_{43} para os três casos de aceleração
Fonte: Autoria própria

A força F_{12} crítica tem sua posição crítica alterada durante o movimento. Já F_{43} , varia de forma indiretamente proporcional.

A força F_{32} acompanhou os efeitos da força F_{12} , enquanto F_{14} acompanhou os de F_{43} .

A resposta esperada é que as forças resultantes entre os elos devam diminuir para o valor de \ddot{q} menor, e aumentar para o valor de \ddot{q} maior. De fato, é possível notar estas reduções e aumentos nas forças, por estas dependerem não só da massa do mecanismo, mas também da aceleração de seu movimento.

Para as forças F_{34} e F_{14} , que tem uma resposta diferente da esperada, deve-se atentar no fato das forças dependerem de outras variáveis além da massa e aceleração, como vetores de posição dos CGs.

Nota-se que os valores máximos das forças não apresentam grandes diferenças nos casos de aceleração maior e menor. Isto pode ser explicado pelos tamanhos e pequenas massas dos elos, além do carregamento externo não possuir cargas altas, comparadas as presentes em aplicações reais, em que os elos podem ser de toneladas e as cargas centenas de vezes maiores que as utilizadas neste trabalho.

5 CONCLUSÕES

Primeiramente, é possível concluir que a metodologia desenvolvida apresenta resultados coerentes, além de não exigir recursos computacionais indisponíveis no mercado de trabalho, ou um tempo muito elevado para ser aplicado.

Em geral, o processo se mostrou benéfico para o mecanismo, considerando que a alta redução de massa dos elos não causou perdas significativas de desempenho mecânico. As tensões, após a otimização, continuam com valores muito abaixo da tensão de escoamento do material selecionado para a análise, enquanto que as deformações totais podem ser desprezadas, por serem de baixa magnitude.

Quatro pontos importantes são analisados para uma conclusão dos resultados satisfatória:

1. As geometrias geradas pela otimização são coerentes quanto aos esforços sofridos pelos elos, além de não apresentarem dificuldades para serem suavizadas;
2. As análises de tensões e deformações mostram que o mecanismo otimizado permanece com desempenho mecânico satisfatório para o carregamento aplicado, validando o processo de otimização estrutural aplicado;
3. Os gráficos de forças mostram que os efeitos de redução de massa e alteração da aceleração do movimento esperados são verificados. Mesmo que os valores, em módulo, não apresentem grande diferença, isto pôde ser explicado por ser devido a outros fatores que não as massas dos elos.
4. A mudança de posições críticas dos elos de antes e depois da otimização não é preocupante, pois os módulos das forças resultantes é reduzido.

Outros fatores a serem levados em conta são:

- Custo ajustável: O custo da aplicação da metodologia apresentada pode ser ajustado para as necessidades do usuário, dependendo do tempo e recursos disponíveis.

- Disponibilidade de informação para adaptação do método: Todos os softwares e técnicas utilizadas amplamente conhecidas, além de haver bastantes referências bibliográficas disponíveis.
- Gastos com protótipos de testes inexistentes: sem necessidade de modelar protótipos para verificar se o mecanismo irá suportar o carregamento aplicado, pois todos os passos do método são feitos apenas no computador.

Após a validação do mecanismo ótimo obtido e, conseqüentemente, da metodologia de otimização desenvolvida, acredita-se que a melhor utilização desta técnica é a aplicação para uma estrutura produzida em larga escala e de tamanho e massa elevados. Elos pesados e de dimensões grandes são utilizados para cargas altas, sendo o superdimensionamento um caso muito comum. No mercado atual, onde a redução de custos deve vir de todas as áreas possíveis, um menor volume de material de fabricação pode fazer a diferença no preço de um componente.

É sugerido, para futuros trabalhos, a aplicação deste método para um mecanismo real produzido em larga escala, com dimensões e forças envolvidas maiores, a fim de verificar os efeitos da redução de massa no desempenho mecânico do mecanismo.

REFERÊNCIAS

ARORA, Jasbir S.. *Introduction to Optimum Design*. 2. ed. New York: Elsevier Academic Press, 2004.

CORDEIRO, Marco de França. **Uma Técnica para Otimização Estrutural Mediante a Derivada Topológica**. Defesa em março de 2007. 98 p. Dissertação (Mestrado) - UFRJ. Rio de Janeiro, mar. 2007. Disponível em <<http://www.optimize.ufrj.br/files/MarceloDeFrancaCordeiro.pdf>> Acesso em 05 jul. 2014.

COUTINHO, Karilany Dantas. **Método de Otimização Topológica em Estruturas Tridimensionais**. Defesa em outubro de 2006. 109 p. Dissertação (Mestrado) - UFRN. Natal, out. 2006. Disponível em <<ftp://ftp.ufrn.br/pub/biblioteca/ext/bdtd/KarilanyDC.pdf>> Acesso em 05 jul. 2014.

FLORES, Paulo; PIMENTA, J. C.. **Cinemática de Mecanismos**. 1. ed. São Paulo: Almedina, 2007.

ECKHARDT, Homer D.. *Kinematic Design of Machines and Mechanisms*. 1. ed. New York: McGraw-Hill, 1998.

GIACCHINI, Breno Loureiro. **Uma breve introdução ao Método dos Elementos Finitos**. 25 p. Minas Gerais, jan. 2012. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~rodney/notas_de_aula/elementos_finitos.pdf> Acesso em 05 jul. 2014.

KIYONO, César Yukishigue. **Método de Otimização Topológica Aplicado ao Projeto de Sonotrodos para Transdutores Piezelétricos**. Defesa em março de 2008. 163 p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, mar 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-02062008-140446/publico/Dissertacao.pdf>>. Acesso em 05 jul. 2014.

NORTON, Robert L. **Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos**. 1. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010.

SOUZA, Remo Magalhães de. **O Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Problema de Condução de Calor**. 40 p. Apostila (Elementos Finitos) - Universidade Federal do Pará, Belém, 2003.

VINOGRADOV, Oleg. *Fundamentals of Kinematics and Dynamics of Machines and Mechanisms*. 1. ed. Florida: CRC Press LLC, 2000.