

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DIRCT / DIRGRAD / DECEN

CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

DISCIPLINA PROJETO FINAL II

LUIGI VIEIRA DA ROCHA ANDREATTA

**ESCOAMENTO EM CANAL PARCIALMENTE POROSO E
FRATURADO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2011

LUIGI VIEIRA DA ROCHA ANDREATTA

ESCOAMENTO EM CANAL PARCIALMENTE POROSO E FRATURADO

Monografia apresentada à disciplina Projeto Final II, do Curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba, como requisito parcial para aprovação.

Orientador: Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.
Co-orientador: Prof. Admilson Teixeira Franco, Dr.
Co-orientador: Fernando César De Lai, Eng.

CURITIBA

2011

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "ESCOAMENTO EM CANAL PARCIALMENTE POROSO E FRATURADO", realizado pelo aluno Luigi Vieira da Rocha Andreatta, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. PhD. Cezar Otaviano Ribeiro Negrão, PhD. Nome

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Rigoberto Eleazar M. Morales

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 15 de dezembro de 2011.

AGRADECIMENTOS

A minha família, e aos meus pais, os engenheiros Ivan e Marzoní, sempre fundamentais e presentes na minha educação, nos quais sempre me espelhei, não apenas pelo carinho e dedicação, mas pelo exemplo de vida e amizade.

Aos meus amigos Rafael Dias e Fernando De Lai pela amizade e apoio dado durante todo o desenvolvimento deste projeto.

Aos professores, amigos e orientadores Sílvio Junqueira e Admilson Franco pela oportunidade concedida a mim para a realização deste trabalho, dedicação e orientação.

Aos membros da banca, Prof. Cezar Negrão e Prof. Rigoberto pelas críticas construtivas, importantes para o melhor desenvolvimento do projeto.

Aos meus colegas do LACIT e da UTFPR pelo companheirismo e amizade.

A Universidade Tecnológica Federal do Paraná pela infraestrutura e ensino de qualidade.

Ao Laboratório das Ciências Térmicas pelas instalações e estrutura oferecidas.

Ao apoio financeiro da PETROBRAS e da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP – por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor Petróleo e Gás – PRH-ANP/MCT (PRH10-UTFPR).

RESUMO

Os fenômenos de transporte relacionados a meios porosos têm despertado interesse em diversas áreas da engenharia. Particularmente nos processos de perfuração de reservatórios de óleo e gás, os escoamentos de fluidos acontecem com constante interação com uma formação porosa, que pode apresentar fraturas. As fraturas atuam como condutores hidráulicos, que podem favorecer o escoamento de fluido tanto do reservatório para o poço quanto do poço para a formação. Neste estudo, propõe-se o desenvolvimento de um modelo matemático e numérico para escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado. O canal consiste em uma cavidade anular limitada internamente pela superfície externa da coluna de perfuração e externamente pelo meio poroso fraturado (poço), representado por um canal de placas paralelas. A solução das equações que modelam o problema (massa e quantidade de movimento), tanto para o meio fluido (*Navier-Stokes*), quanto para o meio poroso (*Darcy-Brinkman-Forchheimer*) é resolvida numericamente por um programa de CFD (dinâmica de fluidos computacional), através do Método dos Volumes Finitos. A influência dos parâmetros geométricos (razão de aspecto, espessura relativa da fratura, número de fraturas e distância relativa entre as fraturas) e hidráulicos (número de *Reynolds*, número de *Darcy*, porosidade e pressão de poros do reservatório) no comportamento do escoamento é investigada para um canal parcialmente poroso e fraturado, com foco nos perfis desenvolvidos de velocidade, nas linhas de corrente e vazão que deixa o canal através das fraturas.

Palavras-chave: Meio poroso, Fratura discreta, DFC, Modelo Homogêneo.

ABSTRACT

The transport phenomena related to porous media have aroused interest in several areas of engineering. Particularly in oil and gas reservoirs, the flows happen with constant interaction with a porous formation, that could be fractured. Fractures act as hydraulic conductors, forming regions with preferential flow. The existence of these drivers may favor the hydraulic fluid flow from the reservoir to both the drill string as the column for the formation. The fluid flow of the column to the formation may occur through the loss of drilling fluid through the fractures. This loss of fluid is undesirable because it is an expensive process and increases the cycle time of the drilling fluid. This study aims to develop a mathematical and numerical model to flow in partially porous and fractured media inside a channel. The channel consists of a ring cavity limited internally by the outer surface of the production column and externally by the fractured porous media. The solution of the equations that model the problem (mass and momentum) for both a fluid (Navier-Stokes), and for the porous medium (Darcy-Brinkman-Forchheimer) is solved numerically by a CFD program (computational fluid dynamics), through the Method Finite Volume. The geometric (aspect ratio, pressure through the fracture, relative thickness, number of fractures and the relative distance between fractures) and hydraulic parameters (*Reynolds* number, *Darcy* number and porosity) influence in the flow behavior is investigated for a partially and fractured channel, with focus in the velocity profiles, stream lines and the flow that leaves the channel through fractures.

Keywords: Porus media, discrete fracture, CFD, Homogeneous model.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação de um poço de petróleo e canal utilizado para estudo do problema	20
Figura 2 - Representação das escalas (a) macroscópica e (b) microscópica de meios porosos.....	25
Figura 3 - Domínio do canal parcialmente poroso e perfil desenvolvido de velocidade de Beavers e Joseph (1967).	35
Figura 4 - Representação do domínio parcialmente poroso (adaptado de Tilton e Cortelezzi, 2008).	39
Figura 5 - Domínio parcialmente poroso de Chikh e Bouhadeb (1994).....	40
Figura 6 - Modelos conceituais para os modelos de meios porosos fraturados (adaptado de DIETRICH <i>et. al.</i> , 2005).	42
Figura 7 – Perfil axial de velocidade para escoamento completamente desenvolvido entre placas paralelas (DIETRICH, 2005)	43
Figura 8 - Representação da vista de topo de um poço (a) e do domínio do canal parcialmente poroso e fraturado (b)	45
Figura 9 – Domínio do problema (a) e condições de contorno (b)	49
Figura 10 – Geometria e condição de entrada adotadas para o canal parcialmente poroso	64
Figura 11 - Erro relativo percentual para o teste de malha do canal parcialmente poroso, com $Re = 100$, $Da = 10^{-4}$ e $\varphi = 0,7$ para (a) a direção y , com 100 volumes de controle na direção x e (b) para a direção x com 60 volumes de controle na direção y	66
Figura 12 – Canal parcialmente poroso com condições distintas de entrada do escoamento: (a) entrada na região livre e (b) região porosa do canal	67
Figura 13 - Perfis desenvolvidos de para escoamento com diferentes condições de entrada para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	67

Figura 14 - Desenvolvimento dos perfis de velocidade para entrada na seção livre do canal para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$ com (a) entrada na região livre do canal e (b) entrada na região porosa.....	68
Figura 15 - Comparação dos perfis de velocidades para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	70
Figura 16 - Desenvolvimento do perfil de velocidades para $Re = 100$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	71
Figura 17 - Perfis desenvolvidos de velocidade para as porosidades analisadas, com $Re = 1$ e $Da = 10^{-2}$	72
Figura 18 - Perfis desenvolvidos para diferentes números de Darcy analisados, com $Re = 1$ e $\varphi = 0,7$	73
Figura 19 - Perfis desenvolvidos para os números de <i>Reynolds</i> analisados para $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	74
Figura 20 – Geometria adotada para o canal com <i>plugue</i> poroso.....	75
Figura 21 – Erro percentual no teste de malha para o <i>plugue</i> poroso, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$ para (a) a direção x com 60 volumes de controle na direção y e para (b) a direção y com 100 volumes de controle na direção x	77
Figura 22 - Distribuição de pressão no canal com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	78
Figura 23 - Velocidade na linha de centro do canal com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	79
Figura 24 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes números de <i>Reynolds</i> , com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$	80
Figura 25 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes números de <i>Darcy</i> , com $Re = 1$ e $\varphi = 0,7$	80
Figura 26 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes porosidades, com $Re = 1$ e $Da = 10^{-2}$	81
Figura 27 – Domínio representativo para o canal parcialmente poroso e fraturado..	82

Figura 28 – Representação da primeira condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio.	84
Figura 29 – Linhas de corrente (a) e linhas de pressão constante (b) para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$	84
Figura 30 – Representação da segunda condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio.	86
Figura 31 – Linhas de corrente (a) e linhas de pressão (b) para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$	86
Figura 32 – Representação da terceira condição adotada na fronteira inferior do domínio.	87
Figura 33 – Linhas de corrente para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$	87
Figura 34 – Representação da quarta condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio	88
Figura 35 – Linhas de corrente para a condição de contorno de mesmo gradiente de pressão do escoamento para o outlet inferior do domínio, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$	89
Figura 36 – Linhas de corrente para a região a montante da fratura, com $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$ e $R = 2$, para $Re = 1$ e $Re = 500$ com diferentes posições da fratura no canal	91
Figura 37 – Linhas de corrente para a região a jusante da fratura, com $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$ e $R = 2$, para $Re = 1$ e $Re = 500$ com diferentes posições da fratura no canal	92
Figura 38 – Refino da malha na região da fratura do canal parcialmente poroso e fraturado.....	94

- Figura 39 – Logaritmo do erro relativo para diferentes malhas para a direção x , com 80 volumes de controle na direção y com $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$ e $N=1$95
- Figura 40 – Logaritmo do erro relativo para diferentes malhas para a direção y , com 600 volumes de controle na direção x para $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$ e $N=1$95
- Figura 42 – Tempo utilizado nas simulações para as malhas analisadas na direção y com 600 volumes de controle na direção x96
- Figura 43 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Reynolds (a) a montante, em $X=10$ e (b) a jusante, em $X=24$ da fratura, com $Re=1$, $Da=10^{-2}$, $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$99
- Figura 44 – Linhas de corrente para cada número de Reynolds analisado com $Re=1$, $Da=10^{-2}$, $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$100
- Figura 45 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Darcy (a) a montante, em $X=7$ e (b) a jusante, em $X=24$ da fratura, com $Re=1$, $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$101
- Figura 46 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Darcy com $Re=1$, $\varphi=0,4$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$102
- Figura 47 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes porosidades (a) a montante, em $X=7$ e (b) a jusante, em $X=24$ da fratura, com $Re=1$, $Da=10^{-2}$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$103
- Figura 48 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes porosidades com $Re=1$, $Da=10^{-2}$, $P_f=0$, $R=2$, $E=0,50$ e $N=1$104
- Figura 49 – Vazão de fluido que deixa o canal através da fratura para os parâmetros hidráulicos, com $P_f=0$, $R=2$ e $E=0,50$105
- Figura 50 – Representação do comportamento do escoamento para diferentes condições de pressão na fratura, com $Re=1$, $Da=10^{-2}$ $\varphi=0,4$108

Figura 51 – Curva relacionando a vazão de fluido que deixa o canal através da fratura pela pressão de poros, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$.	108
Figura 52 – Linhas de corrente para diferentes pressões de poros, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $N = 1$.	109
Figura 53 – Perfis de velocidade desenvolvidos para escoamento a montante e a jusante da fratura para as razões de aspecto, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,50$ e $N = 1$.	111
Figura 54 – Vazão de fluido que deixa o canal através da fratura para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,50$ e $N = 1$.	112
Figura 55 – Linhas de corrente para as razões de aspecto analisadas com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,50$ e $N = 1$.	113
Figura 56 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes espessuras relativas da fratura (a) a montante, em $X = 5$ e (b) a jusante, em $X = 24$ da fratura, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$ e $N = 1$.	114
Figura 57 – Linhas de corrente para as espessuras relativas da fratura analisadas com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $N = 1$.	115
Figura 58 – Linhas de corrente para os diferentes números de fraturas alocadas no canal, para	116
Figura 59 – Curva relacionando a vazão que deixa o canal através das quatro primeiras fraturas (Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4) pelo número de fraturas (N) do canal, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $E = 0,50$.	118
Figura 60 – Vazão que deixa o canal através das quatro fraturas para diferentes valores do número de Reynolds, número de Darcy .	120
Figura 61 – Linhas de corrente para as diferentes distâncias entre fraturas para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 4$.	122

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Condições de contorno adimensionalizadas para o canal parcialmente poroso e fraturado.....	55
Tabela 2 – Coeficientes das equações governantes utilizada pelo PHOENICS	60
Tabela 3 – Condições de contorno adotadas para o canal parcialmente poroso.....	64
Tabela 4 – Valores adotados para os parâmetros hidráulicos.....	71
Tabela 5 – Condições de contorno.....	76
Tabela 6 – Valores adotados para os parâmetros do problema.....	97
Tabela 7 – Vazões de saída no canal através da fratura e da saída em $X = 30$ e a soma destas vazões, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ $\phi = 0,4$ e $R = 2$	107
Tabela 8 – Vazão de fluido que deixa o canal através de cada fratura	117
Tabela 9 – Valores utilizados nas simulações para os parâmetros hidráulicos e geométricos.....	119
Tabela 10 – Vazão de fluido que deixa o canal através de cada fratura	123
Tabela 11 – Cronograma do Projeto Final 1	131
Tabela 12 – Cronograma do Projeto Final 2	132

NOMENCLATURA

Letras Romanas

A	Área	$[m^2]$
b	Distância entre placas paralelas no canal de Dietrich	$[m]$
$C_1 - C_5$	Constantes multiplicadoras dos termos da equação governante do PHOENICS	-
c_F	Coeficiente de Forchheimer	-
d	Distância entre fraturas	$[m]$
D	Distância adimensional entre fraturas	-
Da	Número de <i>Darcy</i>	-
D_P	Diâmetro das partículas do leito poroso	$[m]$
e	Espessura da fatura	$[m]$
E	Espessura adimensional da fatura	-
g	Aceleração da gravidade	$[m/s^2]$
h	Altura da região livre do canal de Beavers e Joseph <i>et. al.</i>	$[m]$
h_1	Altura referente à região livre do canal	$[m]$
h_2	Altura do canal	$[m]$
H_1	Altura adimensional referente à região livre do canal	-
H_2	Altura adimensional do canal	-
H	Distância entre o sistema de coordenadas e a interface fluido-porosa do canal de Dietrich	$[m]$
$h(D_P)$	Função probabilidade de distribuição dos diâmetros das partículas	-
k	Condutividade térmica	$[W/m.K]$
K	Permeabilidade intrínseca do meio poroso	$[m^2]$
l_f	Distância da fratura da entrada do canal	$[m]$

L_f	Distância adimensional da fratura da entrada do canal	-
L	Comprimento do canal	[m]
p	Pressão	[Pa]
P	Pressão adimensional	-
P_ω	Termo fonte de pressão	-
q	Vazão do escoamento por unidade de largura	[m ² / s]
q_0	Vazão montante ao canal parcialmente poroso e fraturado	[m ² / s]
Q	Vazão adimensional do escoamento	-
Q_0	Vazão adimensional montante ao canal parcialmente poroso e fraturado	-
Re	Número de <i>Reynolds</i>	-
S_ω	Termo fonte	-
t	Tempo	[s]
u_B	Velocidade do escoamento na interface fluido-porosa	[m / s]
u_p	Velocidade do escoamento no domínio poroso	[m / s]
u, v	Velocidade do escoamento nas direções x, y	[m / s]
U, V	Velocidade adimensional do escoamento nas direções X, Y	-
\vec{V}	Vetor velocidade	[m / s]
\vec{v}	Vetor velocidade de <i>Darcy</i>	[m / s]
\forall	Volume	[m ³]
VC	Volume de controle	-
x, y	Coordenadas cartesianas	[m]
X, Y	Coordenadas cartesianas adimensionais	-
x_{CD}	Comprimento de desenvolvimento	[m]
X_{CD}	Comprimento de desenvolvimento adimensional	-

z Largura do canal [m]

Letras Gregas

α	Fator de forma adimensional	-
β_1, β_2	Fatores de correção para a distribuição da tensão de cisalhamento na interface fluido-porosa	-
φ	Porosidade	-
μ	Viscosidade dinâmica do fluido	[Pa.s]
$\tilde{\mu}$	Viscosidade efetiva do fluido	[Pa.s]
ν	Viscosidade cinemática do fluido	[m ² / s]
ψ	Linhas de corrente	-
ρ	Massa específica	[kg / m ³]
ω	Variável tomada para as equações de conservação	-
τ	Tempo adimensional	-
σ	Tensão cisalhante	[Pa]
γ	Constante de proporcionalidade da derivada local da velocidade e a diferença de velocidades através da interface fluido-porosa	[m ⁻¹]
λ	Mobilidade do fluido através do meio poroso	[m ⁴ / N.s]
Φ	Função dissipação viscosa	
Δ	Varição	-
∇	Operador gradiente	-
Γ_ω	Coefficiente difusivo	-

SUMÁRIO

1	Introdução	18
1.1	Tema	18
1.2	Problema	18
1.3	Objetivos	20
1.4	Justificativa	21
1.5	Conteúdo do trabalho	22
2	Fundamentação Teórica	24
2.1	Meios porosos	24
2.1.1	Escalas de análise para estudo de meios porosos	24
2.1.2	Volume Elementar Representativo (R.E.V.)	25
2.1.3	Porosidade	26
2.1.4	Conservação da massa (continuidade)	27
2.1.5	Lei de Darcy	27
2.1.6	Extensões da Lei de Darcy	29
2.2	Síntese do Capítulo 2	30
3	Revisão Bibliográfica	32
3.1	Meios parcialmente porosos	32
3.1.1	Tratamento da interface fluido-porosa	33
3.2	Meios porosos fraturados	40
3.2.1	Modelo de fraturas discretas	42
3.3	Síntese do Capítulo 3	44
4	Modelo Matemático	45
4.1	Geometria	45
4.2	Hipóteses simplificadoras	46
4.3	Equações governantes	47
4.3.1	Conservação da massa – fase fluido	47
4.3.2	Conservação da massa – fase porosa	47
4.3.3	Balanço de quantidade de movimento – fluido	48
4.3.4	Balanço da quantidade de movimento – região porosa	48
4.4	Condições de Contorno	49
4.5	Adimensionalização	51
4.5.1	Escalas de adimensionalização	52
4.5.2	Grupos Adimensionais:	53
4.6	Equações de conservação na forma adimensional	54
4.7	Condições de contorno adimensionais	55
4.8	Parâmetros para análise dos resultados	56
4.9	Síntese do capítulo 4	57
5	Modelagem numérica	58
5.1	Aspectos numéricos do PHOENICS	58

5.2	Termos fonte	61
5.3	Ajustes dos coeficientes difusivo e convectivo	61
5.4	Síntese do Capítulo 5	62
6	Problemas de validação	63
6.1	Canal parcialmente poroso	63
6.1.1	Teste de malha	65
6.1.2	Determinação da condição de entrada	66
6.1.3	Validação do modelo com escoamento paralelo à interface	69
6.1.4	Influência dos parâmetros hidráulicos	70
6.2	Canal com <i>plugue</i> poroso	74
6.2.1	Teste de malha	76
6.2.2	Validação do modelo com escoamento normal à interface	77
6.2.3	Influência dos parâmetros hidráulicos	79
7	Resultados	82
7.1	Determinação das condições de contorno	83
7.2	Determinação dos comprimentos de entrada e de saída	90
7.3	Teste de malha	93
7.4	Influência dos parâmetros do problema	96
7.4.1	Número de <i>Reynolds</i> (Re)	97
7.4.2	Permeabilidade: número de <i>Darcy</i>	100
7.4.3	Porosidade	103
7.4.4	Pressão da fratura (P_f)	106
7.4.5	Razão de aspecto do canal (R)	109
7.4.6	Espessura relativa da fratura (E)	113
7.4.7	Número de fraturas (N)	115
7.4.8	Passo entre fraturas (D)	121
8	Conclusões	124
	REFERÊNCIAS	128
	APÊNDICE A – CRONOGRAMA	131
	APÊNDICE B – vazões no canal com quatro fraturas	133

1 INTRODUÇÃO

1.1 Tema

O estudo de escoamento em meios porosos possui diversas aplicações industriais e tem despertado cada vez mais o interesse de diversas áreas da engenharia, a exemplo de purificação de água, filtragem industrial, refrigeração, indústria têxtil e petrolífera (NIELD e BEJAN, 1998).

Meios porosos podem ser descritos como estruturas sólidas com a presença de vazios em seu interior. Quando estes vazios apresentam-se interconectados, é possível observar o escoamento de fluidos. A passagem de um fluido através deste domínio pode ser facilitada ou dificultada dependendo das características do próprio fluido e do meio poroso (THOMAS, 1999).

Particularmente na indústria petrolífera, os reservatórios de óleo e gás são representados por meios porosos. Em sua busca contínua por novas técnicas que permitam aumentar sua produção, a indústria petrolífera tem grande interesse no avanço dos estudos da percolação de fluidos em meios porosos. Os meios porosos podem apresentar fraturas em sua estrutura. Estas fraturas, que podem ter origem natural (geológica) ou artificial, atuam como condutores hidráulicos, favorecendo o escoamento de fluido tanto do reservatório para o poço (fuga de fluido de perfuração) quanto do poço para a formação (influxos de óleo e gás). Neste estudo, propõe-se o desenvolvimento de um modelo matemático e numérico para escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado.

1.2 Problema

No processo de perfuração de poços petrolíferos, diversas situações podem favorecer o escoamento de fluido tanto do poço para a formação quanto da formação para o poço. Influxos podem ser conseqüências indesejáveis de uma

baixa pressão hidrostática da coluna do fluido de perfuração no fundo do poço, ocasionando invasão de óleo e gás. O escoamento de retorno do fluido de perfuração ocorre através do espaço anular compreendido entre a coluna de perfuração e a formação rochosa, que, quando fraturada, pode causar uma fuga de fluido para a formação.

As fraturas podem modificar as propriedades de um meio poroso, visto que, em geral, a presença de fraturas é associada à formação de regiões com maior permeabilidade, com escoamento preferencial.

Em virtude da grande complexidade estrutural e dinâmica de um meio poroso, é difícil descrever precisamente suas características. Dessa forma, são usados modelos e aproximações para sua representação. Existem diversas abordagens para a modelagem das equações para o escoamento em meios porosos. A abordagem deve ser selecionada tendo em vista as características geométricas do problema, do escoamento e do fluido.

Tendo em vista o potencial das aplicações tecnológicas envolvendo meios porosos, conforme apresentado no tema do presente trabalho, são necessários modelos mais exatos para previsão do processo de invasão e melhoria do processo de recuperação de óleo e gás. Com o estudo do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado espera-se que este sirva de ferramenta para melhorias tecnológicas para previsão quando da ocorrência de fuga de fluido de perfuração para a formação e a ocorrência de influxos. A Figura 1 apresenta a vista de topo de um poço de petróleo (*a*), com as regiões livre e porosa (meio poroso) e o canal usado para o presente estudo (*b*), onde as setas vermelhas representam o escoamento.

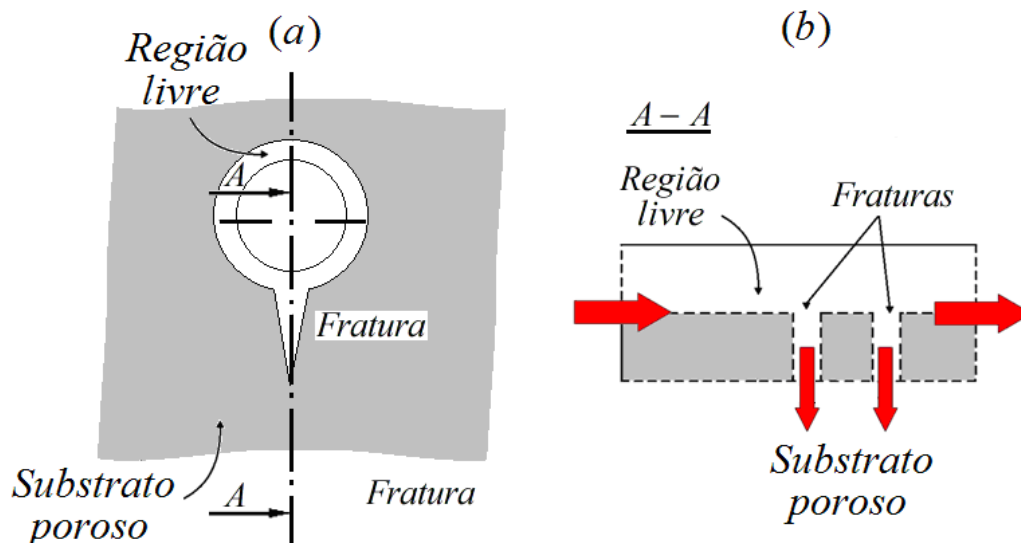


Figura 1 – Representação de um poço de petróleo e canal utilizado para estudo do problema

1.3 Objetivos

No presente trabalho é simulado numericamente o escoamento em um canal parcialmente poroso com a presença de fraturas discretas, analisando-se a influência dos parâmetros geométricos e hidráulicos no comportamento do escoamento.

Os parâmetros hidráulicos compreendem as variáveis presentes nas equações que modelam o problema (número de *Reynolds*, número de *Darcy* e porosidade) e a pressão de poros do reservatório. Os demais parâmetros são classificados como parâmetros geométricos: razão de aspecto do canal, espessura relativa da fratura, número de fraturas e distância relativa entre fraturas.

A determinação das condições de contorno na fronteiras do domínio é um item de grande importância. Para isto, serão testadas e analisadas a condição de entrada, condições de pressão na região da fratura, interface fluido-porosa e a condição de contorno de domínio infinito representa em um domínio finito, condição referente à fronteira inferior do canal.

1.4 Justificativa

Os fenômenos de transporte envolvendo escoamento em meios porosos são encontrados em diversas áreas da engenharia, como estudos de hidrologia (tratamento de água), eletrônica (dissipação de calor com espumas de alta condutividade), secagem de materiais usados na construção civil e indústria petrolífera (NIELD e BEJAN, 1998).

A escolha do problema foi consequência da grande importância que a indústria petrolífera possui atualmente. Tendo em vista os altos custos e a grande complexidade de um processo de exploração e extração de petróleo, o estudo de cada uma das etapas envolvidas na produção de petróleo tem significativo interesse, exigindo conhecimentos técnicos nas áreas de Mecânica dos Fluidos, Transferência de Calor e Métodos Numéricos. Esses estudos visam otimizar os processos, reduzindo seus custos.

No processo de perfuração e produção de poços petrolíferos, diversos fatores podem provocar escoamento entre o canal livre, externo à coluna de produção, e o reservatório de óleo e gás. Influxos são consequências indesejáveis de óleo na coluna de perfuração, causados por uma baixa pressão hidrostática da coluna de fluido de perfuração no fundo do poço e suas ocorrências podem ser facilitadas com o aumento da permeabilidade da formação. O escoamento de retorno do fluido de perfuração acontece através de um canal anular limitado pela coluna de produção e o meio poroso. A presença de fraturas na formação reduz sua permeabilidade, formando dutos com escoamento preferencial, causando fuga indesejável de fluido de perfuração para o meio poroso, aumentando os custos referentes ao processo.

1.5 Conteúdo do trabalho

O conteúdo do presente trabalho é dividido em sete capítulos. O primeiro capítulo apresenta o problema do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado e o contexto no qual ele se encontra, em um nível industrial.

O Capítulo 2 apresenta toda a fundamentação teórica para o desenvolvimento do problema. São apresentados conceitos introdutórios sobre meios porosos, modelos e escalas de abordagem que podem ser utilizados.

No Capítulo 3 são apresentados alguns trabalhos publicados referentes ao tema, com algumas contribuições para a compreensão de escoamento em meios parcialmente porosos e em meios parcialmente porosos e fraturados.

No Capítulo 4 é desenvolvida a formulação matemática, com as equações de conservação que governam o problema da convecção forçada em meios parcialmente porosos. São apresentadas as hipóteses para a simplificação do problema, condições de contorno adotadas e o processo de adimensionalização das variáveis e equações.

No capítulo 5 é feita a modelagem numérica feita para o tratamento do problema. São apresentadas também particularidades do software de DFC utilizado e o processo de implementação das equações governantes e suas particularidades.

O capítulo 6 apresenta os resultados obtidos nos problemas de validação das simulações numéricas. As simulações são feitas para a validação do modelo adotado para o domínio poroso e também para investigação da influência dos parâmetros hidráulicos do problema. São apresentadas também as análises referentes aos resultados obtidos.

O Capítulo 7 apresenta os resultados do problema do canal parcialmente poroso e fraturado. O estudo é feito inicialmente através da determinação das condições de contorno para o canal. É determinado o comprimento mínimo do canal para a condição mais crítica do escoamento e a malha ideal para as

simulações. O estudo é feito com a variação dos parâmetros geométricos e hidráulicos do canal.

O Capítulo 8 faz a conclusão do trabalho, as sugestões de trabalhos futuros e as referências utilizadas no desenvolvimento.

O Apêndice A apresenta o cronograma utilizado no desenvolvimento do Projeto de Final de Curso 1 e 2. O Apêndice B apresenta os valores obtidos para as vazões que deixam o canal através das fraturas para o canal com a presença de quatro fraturas, para diferentes combinações dos parâmetros de interesse.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são fornecidas definições importantes para o entendimento do presente trabalho. Serão apresentados conceitos introdutórios de meios porosos, suas particularidades e as escalas de abordagem.

2.1 Meios porosos

Meios porosos podem ser definidos como uma matriz sólida que possui vazios (poros) em seu interior. A distribuição dos poros, no que diz respeito à forma e tamanho é irregular. Através desses vazios é possível o escoamento de fluidos, desde que os vazios sejam interconectados. Uma hipótese simplificadora no estudo de meios porosos é considerar a matriz sólida totalmente rígida, ou com deformações volumétricas desprezíveis (NIELD e BEJAN, 2006).

2.1.1 Escalas de análise para estudo de meios porosos

As equações de conservação utilizadas na mecânica dos fluidos são válidas para domínios contínuos, onde são conhecidas as propriedades em cada ponto do domínio. Para um meio poroso, as equações devem ser aplicadas levando em consideração as propriedades de cada fase em conjunto com as condições de contorno adequadas nas interfaces das fases. Dessa forma, para uma escala de análise próxima à escala de grandeza dos poros, as equações de conservação utilizadas na mecânica dos fluidos convencional são aplicadas para cada fase. Essa ordem de grandeza é utilizada em uma abordagem microscópica de um meio poroso, na qual a análise é feita através do escoamento no nível dos poros. Nesta abordagem de meios porosos, o modelo de meio poroso é conhecido por heterogêneo, representado na Figura 2(a).

Por outro lado, se o meio poroso for observado através de uma ordem de grandeza na qual não é possível mais diferenciar as fases, as equações

convencionais da mecânica dos fluidos não são mais aplicáveis. Os efeitos do meio poroso no escoamento são, assim, analisados macroscopicamente, através de propriedades que o descrevem, e.g. porosidade. A Figura 2 ilustra as duas ordens de grandeza através das quais um meio poroso pode ser analisado.

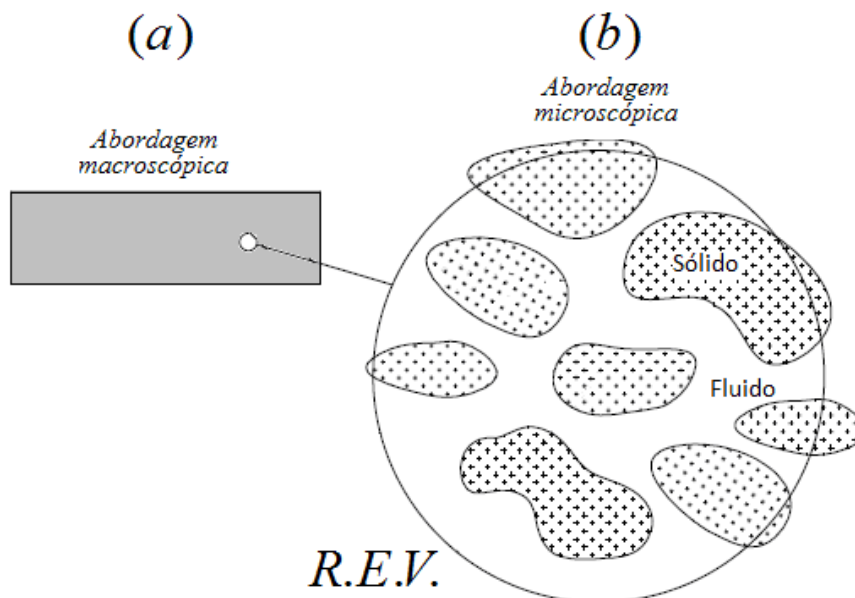


Figura 2 - Representação das escalas (a) macroscópica e (b) microscópica de meios porosos.

2.1.2 Volume Elementar Representativo (R.E.V.)

Um conceito importante no estudo de meios porosos é o volume elementar representativo (*Representative Elementary Volume – R.E.V.*), representado esquematicamente na Figura 2 (b). O R.E.V. é um volume de controle usado para a determinação das propriedades do meio poroso. Ele tem uma ordem de grandeza superior à ordem de grandeza dos poros, sendo usado em uma análise através da abordagem macroscópica de um meio poroso. Uma hipótese adotada é que as dimensões de um R.E.V. são grandes o suficiente de modo que as propriedades do meio poroso independem do R.E.V. tomado. Seu tamanho exato depende das particularidades de cada meio poroso e pode ser mensurado através de simulações de escoamento na escala microscópica do meio poroso.

2.1.3 Porosidade

A porosidade é um propriedade importante no estudo de meios porosos. Por definição, a porosidade absoluta (φ_{abs}) é um parâmetro adimensional calculado pela razão entre o volume de vazios de um *R.E.V.* (volume dos poros) pelo volume total do *R.E.V.*, dada por:

$$\varphi_{abs} = \frac{\nabla_{poros}}{\nabla_{R.E.V.}} \quad (2.1)$$

É possível também calcular a porosidade superficial de um meio poroso, através da razão das áreas correspondentes aos vazios e a área total da seção que secciona o meio poroso. Para um meio poroso isotrópico, as porosidades superficial e volumétrica são iguais.

Na prática, nem todos os poros podem estar interconectados, de modo que estes não contribuem para o escoamento de fluidos. Os poros interconectados, através dos quais um fluido pode escoar compreendem a porosidade efetiva (φ_{ef}), dada pela razão entre o volume dos poros interconectados pelo volume total do *R.E.V.*:

$$\varphi_{ef} = \frac{\nabla_{efetivo}}{\nabla_{R.E.V.}} \quad (2.2)$$

No presente trabalho a porosidade considerada nas diversas situações será sempre a porosidade efetiva. Dessa forma esta será denotada pelo símbolo φ , sem índices.

A porosidade é um parâmetro que caracteriza o meio poroso em uma escala macroscópica, visto que na escala microscópica as propriedades são tomadas para cada fase presente no domínio. Logo, na abordagem microscópica o conceito de porosidade não é aplicável.

2.1.4 Conservação da massa (continuidade)

A conservação da massa é o primeiro dos princípios de conservação apresentado, e diz que a taxa de aumento de massa dentro de um volume é igual a taxa mássica líquida que atravessa o volume de controle (FOX, 2001).

A equação da continuidade para um volume de controle diferencial é dada pela equação (2.3), onde o índice f refere-se à fase fluido.

$$\frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.3)$$

A conservação da massa em um *R.E.V.* segue o mesmo princípio, contudo leva em conta a velocidade macroscópica do fluido, chamada de *Velocidade de Darcy*. A velocidade de *Darcy* (\vec{v}) é calculada através da técnica das médias volumétricas, sendo a velocidade do escoamento referente à fase fluido dada pela velocidade microscópica do escoamento e a velocidade referente à fase sólido nula. Esta relação é conhecida como relação *Dupuit-Forchheimer*.

$$\vec{v} = \phi \vec{V} \quad (2.4)$$

Substituindo a velocidade de *Darcy* na eq. (2.3), obtém-se a equação da conservação da massa para um meio poroso homogêneo:

$$\phi \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.5)$$

2.1.5 Lei de Darcy

Henry Darcy (1856) estudou a fundo os processos de filtragem e purificação de água. Em seus estudos, ele provou que a velocidade de escoamento de um fluido através de um meio poroso é diretamente proporcional à diferença entre a

pressão a montante e a jusante e inversamente proporcional ao comprimento do meio poroso no duto:

$$u = -\lambda \frac{\Delta P}{\Delta x} \quad (2.6)$$

onde a constante de proporcionalidade λ é a mobilidade do fluido. A mobilidade (λ) é uma propriedade dada pela razão entre a *permeabilidade intrínseca* do meio poroso (K) e a viscosidade dinâmica do fluido (μ).

$$\lambda = \frac{K}{\mu} \quad (2.7)$$

Os experimentos de Darcy eram realizados com escoamento unidirecional e em regime permanente. Dessa forma, para um volume de controle de espessura infinitesimal, a aplicação da lei de Darcy implica em uma relação análoga a Lei de *Fourier* para a velocidade do escoamento através de um meio poroso, que é diretamente proporcional ao gradiente de pressão local.

$$u(x) = -\lambda \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_x \quad (2.8)$$

A lei de *Darcy* pode também ser escrita na forma:

$$u(x) = -\frac{K}{\mu} \left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_x \quad (2.9)$$

A lei de Darcy para um escoamento tridimensional é escrita na forma:

$$\vec{v} = -\lambda \cdot \vec{\nabla} P \quad (2.10)$$

A permeabilidade é uma propriedade determinada pelas características geométricas do meio poroso. Dessa forma, é possível calcular a permeabilidade

de um meio poroso em função da distribuição dos poros. Para o caso específico de um leito de partículas esféricas de diâmetro D_p , a teoria do raio hidráulico de Carman-Kozeni fornece uma relação da permeabilidade intrínseca com o diâmetro das partículas, dada por:

$$K = \frac{D_{p2}^2 \phi^3}{180(1-\phi)^2} \quad (2.11)$$

sendo D_{p2} dado pela equação:

$$D_{p2} = \frac{\int_0^\infty D_p^3 h(D_p) dD_p}{\int_0^\infty D_p^2 h(D_p) dD_p} \quad (2.12)$$

onde $h(D_p)$ é a função de densidade para a distribuição dos diâmetros D_p (NIELD e BEJAN, 2006).

2.1.6 Extensões da Lei de Darcy

Tendo em vista as condições dos experimentos realizados por Henry Darcy, a Lei de *Darcy* é válida para escoamentos laminares, com números de *Reynolds* da ordem unitária. Para números de *Reynolds* maiores do que a unidade há uma transição gradual para o escoamento não linear, onde o arrasto passar a ser quadrático e é comparável às forças de atrito (Ward, 1964).

Joseph *et. al.* (1982) propôs uma modificação na Lei de *Darcy*, que considera os efeitos de arrasto, mensuráveis para maiores valores do número de *Reynolds*, na forma:

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \vec{v} - \frac{c_F}{\sqrt{K}} \rho_f \vec{v} |\vec{v}| \quad (2.13)$$

Sendo a variável c_f conhecida como coeficiente de *Forchheimer*. Ergun (1952) propôs uma forma analítica de calculá-lo como função da porosidade:

$$c_f = \frac{1,75}{\sqrt{150\varphi^3}} \quad (2.14)$$

Outra contribuição importante foi dada por Brinkman *et. al.* (1947), que adicionou um termo análogo ao termo Laplaciano da velocidade da equação de Navier-Stokes à Lei de Darcy:

$$\nabla P = -\frac{\mu}{K} \vec{v} + \tilde{\mu} \nabla^2 \vec{v} \quad (2.15)$$

Sendo a propriedade $\tilde{\mu}$ a viscosidade efetiva do fluido, calculada pela razão entre a viscosidade dinâmica do fluido e a porosidade do meio poroso:

$$\tilde{\mu} = \frac{\mu}{\varphi} \quad (2.16)$$

Dessa forma a equação da conservação da quantidade de movimento que contempla as contribuições propostas por Darcy, Brinkman e Forchheimer, sendo esta, conhecida por Equação de *Darcy-Brinkman-Forchheimer* é representada pela eq. (2.17).

$$\frac{\rho_f}{\varphi} \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\vec{v}(\nabla \vec{v})}{\varphi} \right] = -\nabla \cdot \mathbf{P} + \rho_f g - \frac{\mu}{K} \vec{v} - \rho_f \frac{c_f}{\sqrt{K}} \vec{v} |\vec{v}| + \frac{\mu}{\varphi} \nabla^2 \vec{v} \quad (2.17)$$

2.2 Síntese do Capítulo 2

No presente capítulo são introduzidos alguns conceitos importantes para o entendimento de meios porosos. São apresentadas as escalas de abordagem

utilizadas no estudo e as formulações matemáticas referente ao modelo homogêneo. São apresentadas as particularidades das equações de conservação para a massa e quantidade de movimento.

Tendo em vista os diversos efeitos que um meio poroso provoca no escoamento de um fluido, toma-se a equação de *Darcy-Brinkman-Forchhammer* como uma aproximação razoável para o presente estudo. Esta equação considera o arrasto oferecido ao escoamento e contabiliza a influência dos parâmetros do meio poroso (e.g. porosidade e permeabilidade) na quantidade de movimento do fluido.

O Capítulo 3 apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos publicados referentes ao tema de escoamento em canal parcialmente poroso, tratamento da interface fluido-porosa e meios porosos fraturados.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesse capítulo será feita uma revisão dos estudos, trabalhos e resultados que servem para a contextualização do tema e de entendimento do desenvolvimento do presente trabalho. Para entendimento do problema do canal parcialmente poroso e fraturado é necessário revisar alguns trabalhos publicados na literatura referentes aos meios parcialmente porosos e meios porosos fraturados.

3.1 Meios parcialmente porosos

Meios porosos têm sido utilizados em diversos processos industriais, e.g. filtração industrial, purificação de água, indústria têxtil e petrolífera.

Na indústria petrolífera, os reservatórios de óleo e gás podem ser representados por meios porosos, que podem ou não apresentar fraturas. Alguns processos (e.g. perfuração de poços petrolíferos, produção e recuperação de óleo e gás) estão associados ao escoamento de um fluido em uma região livre que é adjacente a uma região porosa. Particularmente no processo de perfuração de poços, alguns fenômenos importantes podem ocorrer, envolvendo escoamento do poço para o reservatório (e.g. fuga de fluido de perfuração) e do reservatório para o poço (e.g. influxos de óleo) do reservatório para o poço ou perda de fluido de perfuração

Meios parcialmente poros constituem domínios nos quais uma região porosa é situada adjacente a uma região livre. O estudo da interface entre essas duas regiões, denominada interface fluido-porosa, tem grande importância, pelo fato de ser uma região de transição de propriedades do domínio e condições para o escoamento de um fluido. As propriedades das regiões adjacentes são distintas, porém homogêneas. As equações de conservação (massa, quantidade de movimento e energia) se aplicam a cada uma das regiões, sendo a interface a região mais crítica para a análise.

Existem na literatura dois modelos utilizados para o tratamento matemático do domínio fluido-poroso: a abordagem de um domínio e de dois domínios. Na abordagem de um domínio (*one domain approach*) o mesmo conjunto de equações abrange tanto o domínio fluido quanto do domínio poroso, e as condições na interface são obtidas implicitamente. Na abordagem de dois domínios existe um conjunto de equações para o domínio fluido e outro para o domínio poroso (JAMET e CHANDRESIS, 2009).

O presente trabalho utiliza a abordagem de dois domínios para a modelagem matemática e numérica do problema. Dessa forma, existem equações tanto para o tratamento da região livre quanto para o tratamento da região porosa. Conseqüentemente, é necessário analisar a região da interface fluido-porosa, visto que é uma região de transição das características físicas e matemáticas do domínio parcialmente poroso.

3.1.1 Tratamento da interface fluido-porosa

Muitos estudos tem sido realizados nos últimos anos sobre a interface fluido-porosa. Segundo Betchen *et. al.* (2006) algumas condições apropriadas devem ser tomadas no escoamento de fluido através da interface. Em seu trabalho, Betchen propôs um modelo que garante uma continuidade na distribuição da velocidade aplicada na região da interface. Isso implica que a velocidade do escoamento na iminência do domínio livre é igual a velocidade no domínio poroso:

$$u_f = \langle u \rangle \quad (3.1)$$

Dessa forma, o mesmo é aplicado para a distribuição de outras variáveis através da interface, sendo elas a pressão, a tensão normal e a tensão de cisalhamento:

$$p_f = \langle p \rangle \quad (3.2)$$

$$\sigma_f = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) - P \quad (3.3)$$

$$\langle \sigma_p \rangle = \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} \right) - \langle P \rangle \quad (3.4)$$

Fisicamente, através das equações da conservação da quantidade de movimento, uma fração correspondente à porosidade (φ) da tensão total na região livre é carregada no fluido que escoar através do domínio poroso, ficando a fração correspondente à $(1-\varphi)$ na fase sólido do domínio poroso.

Beavers e Joseph *et. al.* (1967) estudaram o problema do canal parcialmente poroso e da interface fluido-porosa para um escoamento bidimensional entre placas paralelas, com gradiente de pressão constante ao longo do domínio. O domínio poroso é considerado homogêneo e isotrópico, e é apresentado na Figura 3.

Beavers e Joseph *et. al.* (1967) mostraram que existe uma proporcionalidade da derivada local da velocidade na direção x em relação à direção y na iminência da região livre na interface fluido-porosa envolvendo a diferença das velocidade média no domínio poroso e velocidade na interface:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0^+} = \gamma(u_B - u_P) \quad (3.5)$$

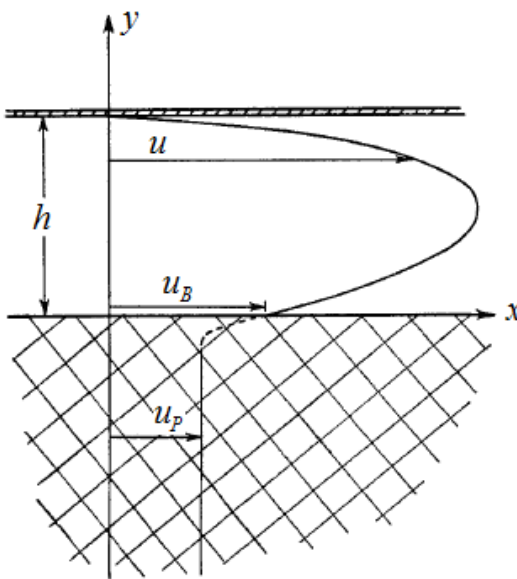


Figura 3 - Domínio do canal parcialmente poroso e perfil desenvolvido de velocidade de Beavers e Joseph (1967).

sendo u_B e u_p as velocidades do escoamento na interface fluido-porosa e no domínio poroso, respectivamente e a constante de proporcionalidade γ dado por:

$$\gamma = \frac{\alpha}{\sqrt{K}} \quad (3.6)$$

A variável α é adimensional e é função dos parâmetros geométricos do problema. A velocidade u é calculada através da Lei de Darcy.

$$u = -\frac{K}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.7)$$

Considerando a existência do escoamento de *Poiseuille* no problema, governado pela equação diferencial:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.8)$$

pode-se obter o perfil de velocidades:

$$u(y) = u_B \left(1 + \frac{\alpha}{\sqrt{K}} y \right) + \frac{1}{2\mu} (y^2 + 2\alpha y \sqrt{K}) \frac{dp}{dx} \quad (3.9)$$

sendo μ a viscosidade cinemática do fluido. O valor da velocidade na direção x na interface é determinado através da substituição da condição de não deslizamento $u(y=h) = 0$ na eq. (3.9).

$$u_B = -\frac{K}{2\mu} \left(\frac{(h/\sqrt{K})^2 + 2\alpha(h/\sqrt{K})}{1 + \alpha(h/\sqrt{K})} \right) \frac{dp}{dx} \quad (3.10)$$

Tendo o perfil de velocidades, pode-se determinar a vazão mássica através da equação da continuidade, dada por:

$$\dot{m} = \int_A \rho(\vec{u} \cdot d\vec{A}) \quad (3.11)$$

sendo ρ a massa específica do fluido, u o perfil de velocidades do escoamento e dA o elemento diferencial de área. Substituindo o perfil encontrado na eq. (3.11), obtém-se a vazão mássica por unidade de largura:

$$\dot{m} = -\frac{\rho h^3}{12\mu} \frac{dp}{dx} - \frac{\rho h^3}{4\mu} \frac{h}{\sqrt{K}} \left(\frac{\frac{h}{\sqrt{K}} + 2\alpha}{1 + \alpha \frac{h}{\sqrt{K}}} \right) \frac{dp}{dx} \quad (3.12)$$

Ochoa-Tapia e Whitaker *et. al.* (1995) propuseram uma condição híbrida para a interface:

$$\left. \frac{\mu}{\varphi} \frac{\partial u}{\partial y} \right|_+ - \left. \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right|_- = \beta_1 \frac{\mu}{\sqrt{K}} u \quad (3.13)$$

através da qual é assumido uma descontinuidade na tensão de cisalhamento na interface. Mais recentemente (1998), eles propuseram outra condição, pela qual os efeitos de inércia são mais pronunciados e os termos convectivos não são desprezíveis:

$$\frac{\mu}{\varphi} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y_+} - \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y_-} = \beta_1 \frac{\mu}{\sqrt{K}} u + \beta_2 \rho u^2 \quad (3.14)$$

sendo μ a viscosidade do fluido e β_1 e β_2 fatores de correção adimensionais. Eles também investigaram condições térmicas de interface (1998), apresentando outra condição híbrida pela qual introduzem uma condição para explicar um eventual excesso de fluxo de calor através da interface.

$$\Phi + k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y_+} = k_p \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y_-} \quad (3.15)$$

Sendo Φ a dissipação viscosa.

Sahraoui e Kaviany *et. al.* (1994) propuseram outra condição térmica e híbrida para a interface através da igualdade da taxa de transferência de calor nesta região:

$$k_p \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y_-} = k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y_+} \quad (3.16)$$

Azita, Arani e Lasseux *et. al.* (2010) estudaram numericamente o escoamento incompressível e transiente através de um meio poroso. Foram utilizadas formulações uni, bi e tridimensionais, com escoamento paralelo e normal à interface fluido-porosa e com escoamento cruzando um bloco poroso localizado no centro do domínio. Simulações numéricas foram realizadas com injeção de fluido tanto da região mais permeável para a menos permeável quanto da região menos para a mais permeável. Resultados mostraram um pico de redução da

saturação do fluido quando o escoamento cruza a interface da região mais permeável (região livre) para a menos permeável (porosa), para baixos números de *Reynolds*. O contrário acontece quando o sentido do escoamento é invertido.

Jiang e Ren *et.al.* (2001) estudaram convecção forçada em canal preenchido por meio poroso homogêneo e isotrópico, sujeito a um fluxo térmico constante nas paredes superior e inferior, considerando as variações nas propriedades físicas devido às condições térmicas. Seus resultados mostram que a variação das propriedades físicas tem uma influência considerável no valor do coeficiente convectivo. Eles notaram que o efeito da dissipação viscosa reduz a transferência de calor por convecção nas paredes. Contudo para a maioria das condições práticas de dissipação viscosa, esta tem pequena influência na transferência de calor por convecção.

Tilton e Cortelezzi *et. al.* (2008) analisaram a estabilidade linear de um escoamento tridimensional, incompressível, totalmente desenvolvido e laminar, em um canal limitado por camadas porosas homogêneas e isotrópicas, de baixa permeabilidade representado na Figura 4.

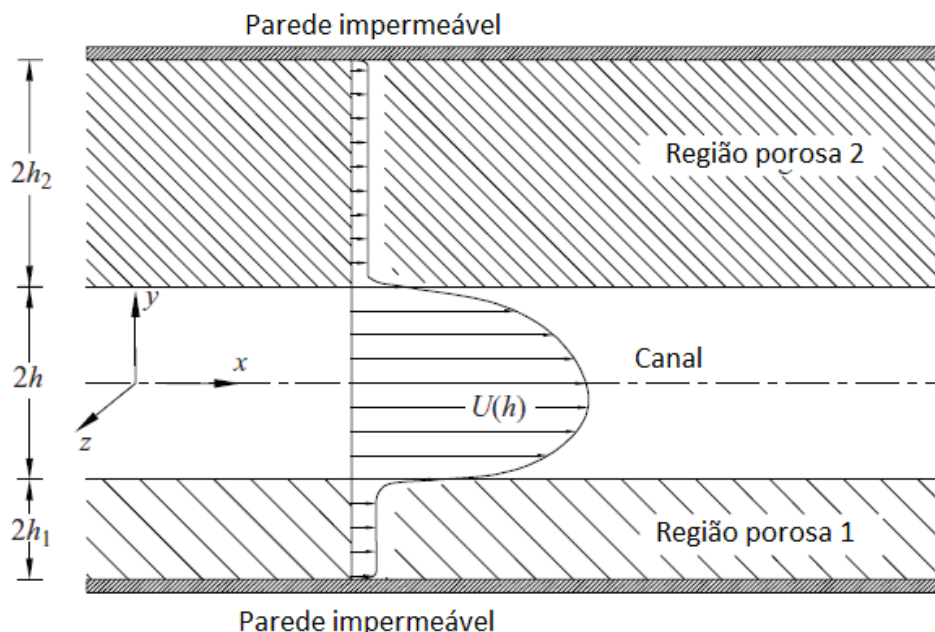


Figura 4 - Representação do domínio parcialmente poroso (adaptado de Tilton e Cortelezzi, 2008).

Resultados obtidos mostraram que com baixas permeabilidades, a velocidade do escoamento na região das paredes é da ordem de 1% da velocidade média do canal. Eles perceberam que com o aumento da permeabilidade, a região de instabilidade torna-se substancialmente maior, visto que o número crítico de *Reynolds* é mais sensível à baixas permeabilidades, sofrendo uma redução. Apesar de o número crítico de *Reynolds* ser menos afetado pela permeabilidade para o escoamento em canal com a presença de apenas um meio poroso (canal parcialmente poroso), foi observado que as tendências em geral do número crítico de *Reynolds* são semelhantes às tendências para um canal parcialmente poroso.

Chikh e Bouhadeff *et. al.* (1994) estudaram analiticamente e na forma adimensional o escoamento completamente desenvolvido no domínio mostrado na Figura 5, onde utilizaram como condições de contorno cinéticas as condições de não-deslizamento na parede externa e a condição de igualdade do valor da tensão de cisalhamento e da velocidade na região da interface, tomando um ponto na iminência da região livre e da porosa. Como condições térmicas foram tomadas a

parede externa como adiabática e condição de fluxo térmico constante na interface fluido-porosa. Foram obtidos os campos analíticos de velocidade e de temperaturas para o domínio do problema. Seus resultados mostraram que a presença de um meio poroso apresenta uma resistência ao escoamento e à transferência de calor para valores baixos de permeabilidade. Entretanto, para meios porosos de elevada condutividade térmica, a transferência de calor é aumentada para quaisquer valores de permeabilidade, representada no problema pelo número de *Darcy*. Seus resultados mostraram também que se um meio poroso for utilizado para algum uso industrial, onde for desejável tanto um aumento da transferência de calor quanto uma redução (isolamento térmico), não há a necessidade de preencher todo o canal com o meio poroso, principalmente se o meio for altamente permeável.

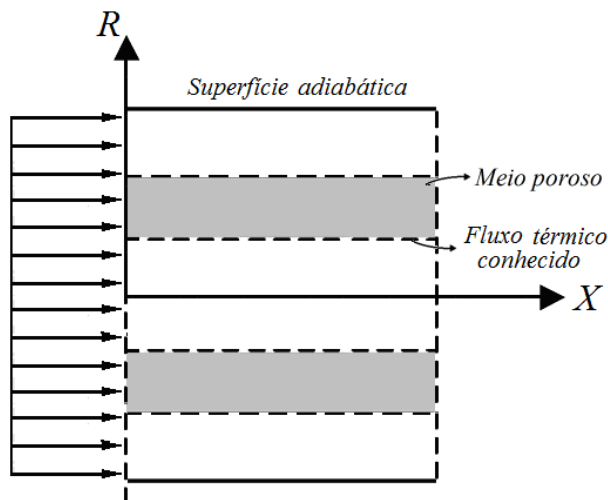


Figura 5 - Domínio parcialmente poroso de Chikh e Bouhaded (1994).

3.2 Meios porosos fraturados

Segundo Dietrich *et. al.* (2005), da mesma forma que meios porosos, os meios porosos fraturados podem ser tratados através de diferentes escalas de abordagem: i) escala muito próxima, com o escoamento analisado no nível dos poros e das fraturas de pequena escala. O problema pode ser tratado através das fases sólido e fluido, ii) escala próxima, com modelagem feita em um domínio com

número reduzido de fraturas de pequena e média escala, onde a posição das fraturas pode ser determinada experimentalmente ou estatisticamente, iii) escala distante, na qual, as fraturas não são mais vistas individualmente e sim como um meio contínuo, e o escoamento ocorre nos dois domínios, com transferência de massa, quantidade de movimento e energia entre os domínios e iv) escala muito distante, onde o meio poroso fraturado é considerado um meio contínuo anisotrópico e heterogêneo, consequência das falhas geológicas e de diferentes leitos de rochas.

A Figura 6 apresenta os diferentes modelos determinantes do tipo de meio poroso fraturado (DIETRICH, 2005). O domínio do tipo I representa rochas fracamente fraturadas, nas quais considera-se todo o meio um meio poroso homogêneo. O domínio do tipo II é utilizado quando existe uma rede de fraturas de alta densidade, e podem ser representados por duas alternativas. A primeira alternativa consiste na consideração de um modelo contínuo para todo o meio, correspondente à escala muito distante para o domínio. A segunda alternativa consiste na utilização do conceito de dupla-porosidade, correspondente à escala distante do domínio. O domínio do tipo III representa rochas com fraturas dominantes, onde utiliza-se o conceito de fraturas discretas. O domínio do tipo IV representa domínio com fraturas dominantes e com escoamento importante na matriz rochosa, podendo ser representado por dois modelos. O primeiro utiliza uma descrição detalhada das fraturas com uma matriz porosa homogênea. O segundo é o modelo de dupla-porosidade, que também pode ser utilizado para a solução do problema.

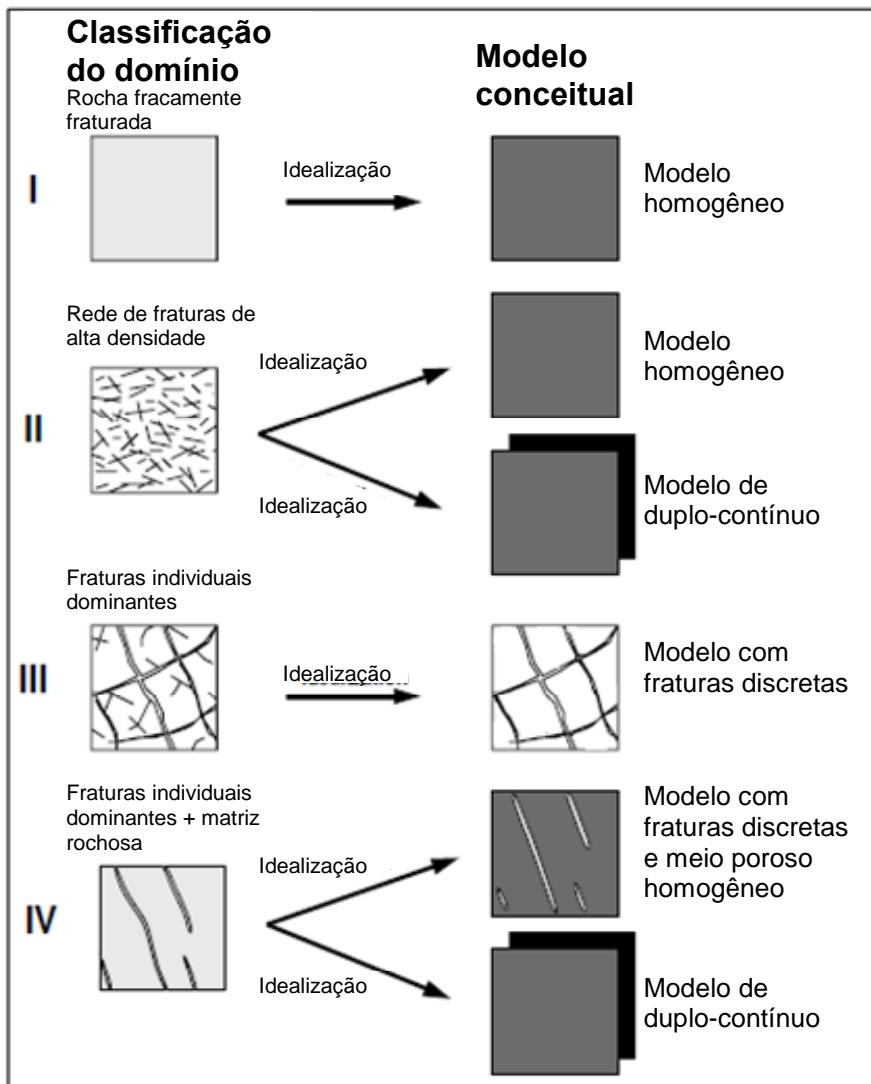


Figura 6 - Modelos conceituais para os modelos de meios porosos fraturados (adaptado de DIETRICH *et. al.*, 2005).

3.2.1 Modelo de fraturas discretas

O modelo com fraturas discretas consiste no modelo em que as fraturas são incluídas individualmente no domínio do problema. Suas geometrias e posições no domínio podem ser determinadas experimental ou estatisticamente (DIETRICH, 2005).

Devido à complexa geometria das fraturas, algumas simplificações são adotadas para sua representação. Dentre as simplificações possíveis, uma das mais utilizadas baseia-se no conceito de placas planas. Esse conceito consiste em duas placas paralelas, representando as paredes da fratura. O conceito de placas planas pode ser aplicado localmente, com aberturas variáveis de modo a modelar uma rugosidade superficial média próxima do real.

O conceito de placas paralelas pode ser utilizado também globalmente, considerando uma espessura constante b para toda a fratura, representado pela Figura 7.

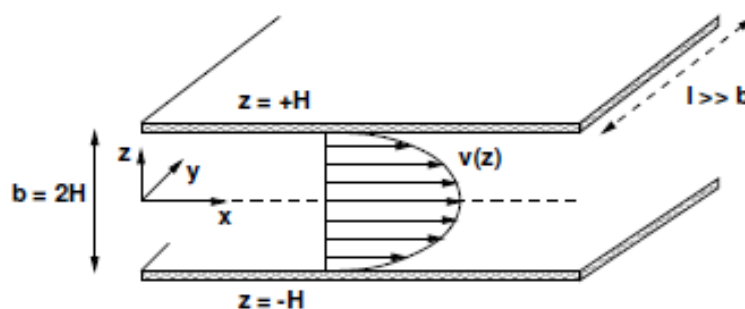


Figura 7 – Perfil axial de velocidade para escoamento completamente desenvolvido entre placas paralelas (DIETRICH, 2005)

O escoamento pode ser tratado como escoamento entre placas paralelas, e através do balanço da quantidade de movimento para escoamento em regime permanente e laminar, obtém-se a vazão volumétrica com função do gradiente de pressão, viscosidade do fluido e abertura da fratura, conhecida também como Lei Cúbica (SNOW, 1965).

$$Q = \frac{b^3}{12\mu} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (3.17)$$

3.3 Síntese do Capítulo 3

O presente capítulo apresenta trabalhos publicados importantes para o desenvolvimento do problema em canal parcialmente poroso e fraturado, através do estudo de canal parcialmente poroso, escalas de abordagem, tratamento da interface fluido-porosa e meios porosos fraturados.

Tendo em vista os diversos estudos feitos referentes à interface fluido-porosa, o modelo proposto por Betchen *et. al.* (2006) introduziu algumas condições apropriadas com um modelo fisicamente razoável que garante uma continuidade na distribuição dos parâmetros analisados através da interface. Dessa forma, seu modelo será adotado no presente trabalho para as condições de interface.

O capítulo 4 apresenta a modelagem matemática adotada no presente trabalho, através da geometria do problema, equações governantes, hipóteses adotadas, condições de contorno e processo de adimensionalização das variáveis e equações.

4 MODELO MATEMÁTICO

O presente capítulo apresenta a modelagem matemática adotada no estudo do canal parcialmente poroso e fraturado. São apresentados a geometria do problema, hipóteses simplificadoras, equações governantes, tanto para o domínio livre do canal quanto para o domínio poroso, condições de contorno, equações de conservação (massa e quantidade de movimento), o processo de adimensionalização e os parâmetros utilizados para a análise dos resultados.

4.1 Geometria

A geometria usada no problema para representação de uma coluna de perfuração de poços petrolíferos consiste em um canal formado por placas paralelas, compreendido entre a coluna de perfuração e a formação rochosa. O canal possui comprimento l , sendo limitado internamente pela parede externa da coluna de perfuração, e externamente pelo meio poroso fraturado, com a presença de fraturas discretas de espessura e . As fraturas são espaçadas de uma distância d . A espessura teórica do meio poroso é semi-infinita e serão testadas condições de contorno que possam representar essa condição na fronteira inferior do domínio. A Figura 8 apresenta a vista de topo de um poço (a) e a geometria adotada para o canal (b).

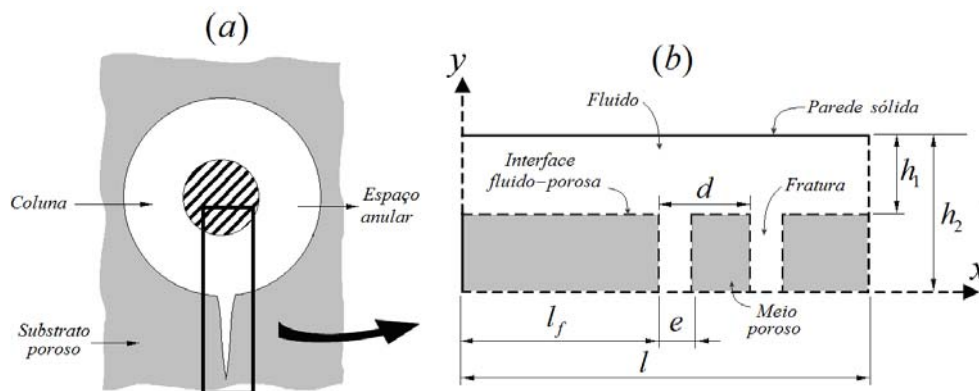


Figura 8 - Representação da vista de topo de um poço (a) e do domínio do canal parcialmente poroso e fraturado (b).

4.2 Hipóteses simplificadoras

Para facilitar a análise do problema sem a sua descaracterização, pode-se aplicar algumas hipóteses simplificadoras. As hipóteses adotadas para o problema são:

1. Regime permanente: o tratamento transiente do problema não é de interesse para o presente trabalho. Dessa forma, os termos transientes ($\partial/\partial t = 0$) nas equações de conservação são nulos.
2. Escoamento monofásico: considera-se que o canal é saturado apenas por um fluido.
3. Escoamento isotérmico: serão desconsideradas trocas de calor no escoamento.
4. Escoamento bidimensional: o escoamento será tratado como bidimensional e em coordenadas retangulares.
5. Fluido newtoniano: considera-se que o fluido obedece à formulação newtoniana, através da qual a tensão de cisalhamento imposta pelo fluido é diretamente proporcional às taxas de deformação angular.
6. Fluido incompressível: tendo em vista que às baixas velocidade do escoamento dos fluidos no processo de perfuração, pode-se negligenciar sua compressibilidade.
7. Propriedades constantes, tanto para a fase fluido quanto para a fase sólido;
8. Força gravitacional desprezível em relação aos demais termos da equação do balanço da quantidade de movimento;
9. Paredes da interface fluido porosa são perfeitamente lisas e planas.
10. Altura da região livre do canal (h_1) é muito menor do que a espessura do meio poroso, de modo que o canal anular possa ser representado por um canal formado por placas paralelas.

4.3 Equações governantes

Nessa seção são apresentadas as equações que modelam o problema de acordo com sua geometria. As equações são tomadas em coordenadas cilíndricas e são apresentadas também com a aplicação das hipóteses simplificadoras.

4.3.1 Conservação da massa – fase fluido

A equação da conservação da massa é aplicada nos dois subdomínios do problema. O primeiro subdomínio corresponde à região livre, que é preenchida pelo fluido. Dessa forma a equação da continuidade é expressa por:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

Através das hipóteses adotadas, fica na forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.2)$$

4.3.2 Conservação da massa – fase porosa

Da mesma forma é tomada a equação da conservação da massa para o segundo subdomínio do problema. É importante notar que nesse subdomínio, tanto as propriedades quanto as variáveis são médias, tendo em vista o volume ocupado pela fase fluido e pela fase porosa:

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle w \rangle}{\partial z} = 0 \quad (4.3)$$

Com as simplificações, tem-se:

$$\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} = 0 \quad (4.4)$$

4.3.3 Balanço de quantidade de movimento – fluido

As equações de balanço de quantidade de movimento também são tomadas para os dois subdomínios, visto que as propriedades de cada um destes podem ser diferentes, dependendo das propriedades das fases sólido e fluido. Assim são tomadas as equações para as duas direções de interesse: direção x e y .

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \quad (4.5)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \quad (4.6)$$

Após a aplicação das hipóteses, as equações assumem a forma:

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4.7)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4.8)$$

4.3.4 Balanço da quantidade de movimento – região porosa

Para a equação do balanço da quantidade de movimento através do meio poroso, considera-se a relação de Ergun, eq. (2.14), para cálculo do coeficiente de *Forchheimer*. Dessa forma, através da equação de *Darcy-Brinkman-Forchheimer*, eq. (2.17) tem-se as equações da conservação da quantidade de movimento para o domínio poroso, para as direções x e y .

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varphi} \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} + \frac{\rho}{\varphi^2} \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z} \right) = \\ - \frac{\partial \langle p \rangle^f}{\partial x} - \frac{\mu}{K} \langle u \rangle - \frac{c_F}{K^{1/2}} \rho \langle |\mathbf{v}| \rangle \langle u \rangle + \rho g_x + \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\rho}{\varphi} \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial t} + \frac{\rho}{\varphi^2} \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} + \langle w \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial z} \right) = \\ - \frac{\partial \langle p \rangle^f}{\partial y} + \rho g_y - \frac{\mu}{K} \langle v \rangle - \frac{c_F}{K^{1/2}} \rho \langle |\mathbf{v}| \rangle \langle v \rangle + \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Após a aplicação das hipóteses simplificadoras, tem-se:

$$\frac{\rho}{\varphi^2} \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \langle p \rangle^f}{\partial x} - \frac{\mu}{K} \langle u \rangle - \frac{c_F}{K^{1/2}} \rho \langle |\mathbf{v}| \rangle \langle u \rangle + \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial y^2} \right) \quad (4.11)$$

$$\frac{\rho}{\varphi^2} \left(\langle u \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial x} + \langle v \rangle \frac{\partial \langle v \rangle}{\partial y} \right) = - \frac{\partial \langle p \rangle^f}{\partial y} - \frac{\mu}{K} \langle v \rangle - \frac{c_F}{K^{1/2}} \rho \langle |\mathbf{v}| \rangle \langle v \rangle + \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle v \rangle}{\partial y^2} \right) \quad (4.12)$$

4.4 Condições de Contorno

As condições de contorno podem ser visualizadas na Figura 9.

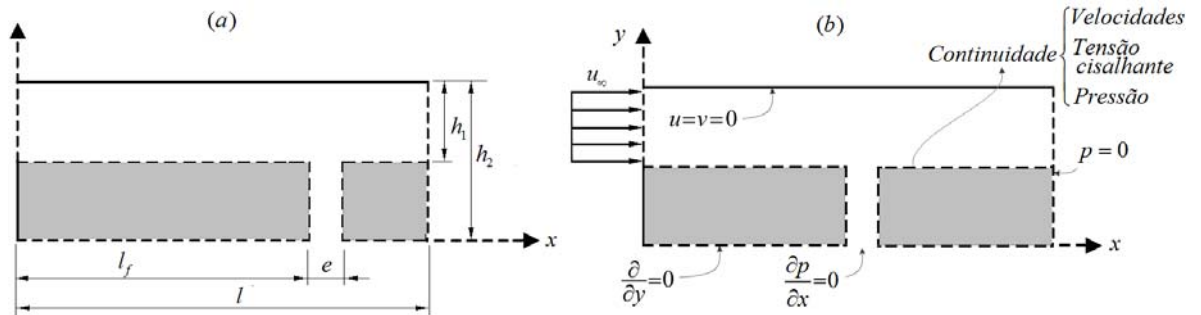


Figura 9 – Domínio do problema (a) e condições de contorno (b).

- a) Condição de entrada: perfil de velocidades uniforme na entrada do canal. Isso implica também que a velocidade na direção y na entrada do canal é nula:

$$u(0, y) = u_{\infty} \quad (4.13)$$

$$v(0, y) = 0 \quad (4.14)$$

- b) Domínio poroso infinito: o meio poroso possui uma espessura infinita. A representação dessa condição em um domínio finito será analisada através de testes de diferentes condições de contorno.
- c) Pressão manométrica nula na saída do canal: visando favorecer a saída de fluido através da saída do canal, foi arbitradada uma pressão manométrica nula nesta região:

$$p(l, y) = 0 \quad (4.15)$$

- d) Condição de não-deslizamento: velocidade nula nas paredes, como consequência da condição de não deslizamento na superfície superior do canal:

$$u(x, h_2) = 0 \quad (4.16)$$

$$v(x, h_2) = 0 \quad (4.17)$$

- e) Pressão uniforme na região de saída da fratura: na região de saída da fratura serão arbitradas pressões uniformes, visando a investigação da fuga de fluido através das fraturas.

$$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right|_{\substack{y=0 \\ X=L_f}} = 0 \quad (4.18)$$

- f) As condições de contorno adotadas para a interface fluido-porosa são tomadas de modo que a distribuição das variáveis ao longo de uma seção da cavidade seja contínua, i.e., os valores das variáveis na iminência da região livre se igualam aos valores na iminência da região porosa. As variáveis sujeitas às condições são a velocidade na direção x (u), direção y (v), a pressão (p) e a tensão de cisalhamento.

$$p|_{fluido} = \langle p \rangle^f |_{poroso} \quad (4.19)$$

$$u|_{fluido} = \langle u \rangle |_{poroso} \quad (4.20)$$

$$v|_{fluido} = \langle v \rangle |_{poroso} \quad (4.21)$$

$$\mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{fluido} = \frac{\mu}{\varphi} \left(\frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} + \frac{\partial \langle v_r \rangle}{\partial x} \right) \Big|_{poroso} \quad (4.22)$$

4.5 Adimensionalização

O problema do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado é tratado na forma adimensional, tendo em vista sua complexidade geométrica e dinâmica. Dessa forma é possível levantar grupos adimensionais característicos para estudo das influências dos parâmetros propostos no presente trabalho.

4.5.1 Escalas de adimensionalização

Para cada escala de adimensionalização, foi utilizada um variável de referência, através da qual foram feitas as adimensionalizações. Ao todo serão usadas quatro escalas: comprimento, velocidade, pressão e vazão volumétrica. Dessa forma, foram definidas as variáveis de referência para cada escala de adimensionalização:

- Comprimento: o comprimento de referência adotado foi a altura do domínio livre do canal (h_1):

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{h_1} \quad (4.23)$$

- Velocidade: a velocidade de referência adotada foi a velocidade do escoamento a montante do canal (u_∞):

$$(U, V) = \frac{(u, v)}{u_\infty} \quad (4.24)$$

- Pressão: a pressão de referência adotada é a pressão dinâmica do escoamento a montante do canal:

$$P = \frac{p}{\frac{1}{2} \rho u_\infty^2} \quad (4.25)$$

- Vazão volumétrica: a vazão volumétrica de referência é a vazão do escoamento a montante do canal por unidade de largura (q_0), sendo a vazão adimensional por unidade de largura dada por:

$$Q = \frac{q}{q_0} = \frac{q}{u_\infty (h_2 - h_1)} \quad (4.26)$$

4.5.2 Grupos Adimensionais:

No processo de adimensionalização das equações da conservação da quantidade de movimento, surgem dois grupos adimensionais conhecidos. Esses grupos são o número de *Reynolds* e o número de *Darcy*.

O número de *Reynolds* (Re) é uma relação entre as forças inerciais e as forças viscosas em um escoamento. Ele é um importante indicador do regime do escoamento, tendo faixas de valores para cada regime, i.e. laminar ou turbulento, dependendo tanto das características do fluido quanto da geometria do problema, dado pelo comprimento característico do canal (h_1). No presente trabalho, os valores adotados para o número de *Reynolds* estão dentro da faixa correspondente ao regime laminar de escoamento. O número de *Reynolds* é calculado por:

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} h_1}{\mu} \quad (4.27)$$

O número de *Darcy* é um parâmetro adimensional importante no estudo de escoamento através de meios porosos. Pode ser definido como a permeabilidade adimensional de um meio poroso, e seu valor representa a facilidade que um meio oferece ao escoamento de um fluido, tendo valores menores que a unidade (NIELD e BEJAN, 2006). O número de Darcy é calculado através da razão da permeabilidade pelo quadrado do comprimento característico do problema (h_1):

$$Da = \frac{K}{h_1^2} \quad (4.28)$$

4.6 Equações de conservação na forma adimensional

Substituindo as variáveis nas equações de conservação pelas correspondentes variáveis adimensionais, obtém-se as equações adimensionalizadas. Para a conservação da massa, as equações adimensionais para a região livre e a região porosa são respectivamente:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial X} + \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial Y} = 0 \quad (4.30)$$

Para o domínio livre do canal, obtém-se as equações de balanço de quantidade de movimento adimensionalizadas, nas direções X e Y , respectivamente:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (4.31)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) \quad (4.32)$$

Para o domínio poroso, as equações de conservação da quantidade de movimento para as direções X e Y são dadas por:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi^2} \left(\langle U \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial X} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial Y} \right) &= -\frac{\partial \langle P \rangle^f}{\partial X} - \frac{1}{Re Da} \langle U \rangle - \frac{c_F}{Da^{1/2}} |\langle \mathbf{V} \rangle| \langle U \rangle + \\ &+ \frac{1}{\phi Re} \left(\frac{\partial^2 \langle U \rangle}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \langle U \rangle}{\partial Y^2} \right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

$$\frac{1}{\phi^2} \left(\langle U \rangle \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial X} + \langle V \rangle \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{1}{ReDa} \langle V \rangle - \frac{c_F}{Da^{1/2}} |\langle \mathbf{V} \rangle| \langle V \rangle + \frac{1}{\phi Re} \left(\frac{\partial^2 \langle V \rangle}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \langle V \rangle}{\partial Y^2} \right) \quad (4.34)$$

Pode-se notar o aparecimento dos grupos adimensionais característicos: número de *Reynolds* (Re) e o número de *Darcy* (Da).

4.7 Condições de contorno adimensionais

As condições de contorno adimensionais são obtidas pela substituição das variáveis pelas respectivas correlações com as variáveis adimensionalizadas., apresentadas na Tabela 1:

Tabela 1 – Condições de contorno adimensionalizadas para o canal parcialmente poroso e fraturado.

Condição de entrada do escoamento	$U(0, R) = U_\infty ; V(0, R) = 0$
Pressão constante na saída da fratura	$\left. \frac{\partial P}{\partial X} \right _{\substack{Y=0 \\ X=L_f}} = 0$
Pressão manométrica nula na saída do canal	$P(L, Y) = 0$
Condição de não deslizamento	$U(X, H_2) = V(X, H_2) = 0$
Distribuição de pressão na interface fluido-porosa	$P _{fluido} = \langle P \rangle^f _{poroso}$
Velocidade na interface fluido porosa	$U _{fluido} = \langle U \rangle _{poroso} ; V _{fluido} = \langle V \rangle _{poroso}$
Tensão de cisalhamento na interface fluido-porosa	$\left(\frac{\partial U}{\partial Y} + \frac{\partial V}{\partial X} \right) _{fluido} = \frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \langle U \rangle}{\partial Y} + \frac{\partial \langle V \rangle}{\partial X} \right) _{poroso}$

4.8 Parâmetros para análise dos resultados

O presente trabalho avalia a influência dos parâmetros hidráulicos e geométricos no canal parcialmente poroso e fraturado. A análise é feita através de fatores obtidos nas simulações. Esses fatores compreendem os perfis desenvolvidos de velocidade a montante e a jusante da fratura, a vazão que deixa o canal através da fratura e as linhas de corrente.

Para as simulações realizadas será feito um teste de sensibilidade de malha computacional, visando a obtenção da malha ideal para as simulações, de modo que o erro obtido esteja dentro de uma faixa aceitável, com menores custos de processamento. O erro percentual referente ao teste de malha pode ser calculado por:

$$EP = 100 \cdot \left(\frac{\omega_n - \omega_{ref}}{\omega_{ref}} \right) < 1 \quad (4.35)$$

sendo EP o erro relativo percentual, ω_n uma variável utilizada para comparação quantitativa do erro e ω_{ref} o valor de referência utilizado no cálculo.

Pode-se relacionar a vazão adimensional (Q) de fluido que deixa o canal através das fraturas com os parâmetros geométricos (pressão ao longo da fratura, razão de aspecto do canal, espessura relativa da fratura, número de fraturas e distância relativa entre fraturas) e hidráulicos do canal (número de *Reynolds*, número de *Darcy* e porosidade). Pode-se também avaliar a perda de fluido através da fratura pelos perfis desenvolvidos de velocidades a montante e a jusante da fratura.

As linhas de corrente (ψ) são linhas formadas pelo conjunto de pontos que em um instante de tempo são tangentes à velocidade local do escoamento. Estas são uma importante ferramenta para análise do comportamento do escoamento, sendo obtidas através do campo de velocidades:

$$\psi = \psi_{i,j} = \psi_{i,j-1} + \int_0^1 U dY = \psi_{i-1,j} - \int_0^1 V dX \quad (4.36)$$

4.9 Síntese do capítulo 4

O capítulo 4 apresentou a modelagem matemática adotada no presente trabalho, através da geometria do problema, equações governantes, hipóteses adotadas, condições de contorno e processo de adimensionalização das variáveis e equações.

Tendo em vista que o problema é tratado através da abordagem de dois domínios, são utilizadas equações de conservação tanto para o domínio fluido quanto para o domínio poroso. A mesma equação da conservação da massa é utilizada para cada domínio, contudo para o domínio poroso a variável velocidade tomada corresponde à velocidade de Darcy. A equação de conservação da quantidade de movimento tomada para o domínio fluido é a equação de *Navier-Stokes*, enquanto para o domínio poroso é a equação de *Darcy-Brinkman-Forchheimer*.

O Capítulo 5 apresenta o modelo numérico utilizado no presente trabalho e o processo de implementação das equações referentes ao domínio poroso no software PHOENICS CFD.

5 MODELAGEM NUMÉRICA

Os problemas na área de fenômenos de transporte podem ser solucionados através de três metodologias distintas: i) analítica; ii) experimental e iii) numérica. Métodos analíticos fornecem soluções exatas, contudo a complexidade das equações governantes limita seu uso para problemas simples. Métodos experimentais são muito úteis, pois representam fielmente os fenômenos a serem estudados. Sua aplicação, no entanto, é limitada pelo alto custo e menor flexibilidade. Dessa forma, a metodologia numérica surgiu como uma ferramenta útil na solução do problema, tendo em vista sua versatilidade e custos, tendo em vista a complexidade geométrica e dinâmica do problema.

O presente capítulo apresenta a modelagem numérica utilizada no presente trabalho, assim como particularidades do software PHOENICS CFD e o processo de implementação das equações governantes do problema, através de termos fonte e modificação das constantes multiplicadoras dos termos das equações de conservação.

5.1 Aspectos numéricos do PHOENICS

O programa utilizado nas simulações é o software comercial PHOENICS CFD. É um software de Dinâmica dos Fluidos Computacional que possui como característica importante a existência de uma interface que permite ao usuário a inserção de sub-rotinas, adicionando ou modificando as equações governantes do programa, através da linguagem de programação INFORM. O domínio do problema pode ser dividido em diversos volumes de controle, sendo a malha definida pelo usuário. O sistema de referência utilizado pode ser tanto em coordenadas retangulares quanto cilíndricas e a discretização das equações é feita através do método dos volumes finitos (PATANKAR, 1980).

No processo de discretização das equações governantes, é necessária a utilização de uma função de interpolação, de modo que o valor de cada variável ω seja calculada tanto nas faces quanto nos centros dos volumes de controle. O

esquema utilizado na interpolação dos termos convectivos é o Híbrido (PATANKAR, 1981 e VERSTEEG, 1995). O esquema Híbrido combina o método de diferenças centrais (CDS) usado quando a difusão é dominante e o método *Upwind*, com convecção dominante (PATANKAR, 1980). A principal vantagem do esquema Híbrido é a utilização do método mais adequado para cada tipo de problema.

A convergência do processo iterativo é controlada através do critério dos resíduos de Spalding *et. al.* (1994), pela qual a soma dos valores referentes aos resíduos locais para cada variável para a solução ser convergida deve ser menor do que 10^{-6} .

O PHOENICS CFD utiliza as equações de conservação para massa, quantidade de movimento e energia no formato da eq. (5.1). Essa equação é constituída respectivamente de termos transiente, convectivo, difusivo e termos fontes. Os balanços feitos para cada volume e controle devem obedecer aos princípios das equações de conservação.

$$C_1 \frac{\partial}{\partial \tau}(\omega) + C_2 \nabla \cdot (\bar{V} \omega) = C_3 \nabla \cdot (\Gamma_\omega \nabla \omega) + C_4 P_\omega + C_5 S_\omega \quad (5.1)$$

sendo τ , o tempo adimensional, \bar{V} , o vetor velocidade adimensional associado ao escoamento e ω , uma variável adimensionalizada correspondente à equação de conservação em questão, podendo ser um escalar (massa e energia) ou vetor (quantidade de movimento). O coeficiente Γ_ω é o coeficiente difusivo dessa variável, P_ω é o termo de pressão e S_ω o termo fonte (e.g. termos gravitacional, inercial e viscoso). Os coeficientes C_1 à C_5 , multiplicadores dos termos da Eq. (5.1), são constantes que podem ser modificadas através de ajustes dos coeficientes. A Tabela 2 relaciona os coeficientes difusivos, termo de pressão e termo fonte inercial, com as constantes multiplicadoras desses termos para cada variável das equações de conservação:

Tabela 2 – Coeficientes das equações governantes utilizada pelo PHOENICS

Equação de conservação	ω	Γ_ω	P_ω	S_ω	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	
Massa	1	0	0	0	0	0	$\frac{1}{\phi}$	1	1	
Região Livre	Quantidade de movimento em x	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{dP}{dX}$	0	0	1	1	1	
	Quantidade de movimento em y	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{dP}{dY}$	0	0	1	1	1	
Região Porosa	Quantidade de movimento em x	U	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{dP}{dX}$	$-\frac{\langle U \rangle}{ReDa} - \frac{c_F}{Da^{1/2}} \langle \mathbf{V} \rangle \langle U \rangle$	0	$\frac{1}{\phi^2}$	$\frac{1}{\phi}$	1	1
	Quantidade de movimento em y	V	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{dP}{dY}$	$-\frac{\langle V \rangle}{ReDa} - \frac{c_F}{Da^{1/2}} \langle \mathbf{V} \rangle \langle V \rangle$	0	$\frac{1}{\phi^2}$	$\frac{1}{\phi}$	1	1

5.2 Termos fonte

O termo fonte referente ao modelo homogêneo corresponde à Lei de Darcy modificada, eq. (2.19), na forma adimensional. Esse termo pode ser inserido numericamente através da linguagem INFORM, no arquivo *q1*, gerado automaticamente pelo PHOENICS.

A implementação de termos fonte é realizada através de um *PATCH*, comando através do qual delimita-se um subdomínio onde o termo fonte é aplicado. A delimitação do subdomínio é feita através dos argumentos do *PATCH*, que correspondem aos números dos volumes de controle que delimitam um subdomínio nas direções x , y e z . Pode-se atribuir valores numéricos ou correlações algébricas aos argumentos para transmitir ao programa informações do subdomínio.

A atribuição de um termo fonte a um *PATCH* é feita através da função *SOURCE*, que possui três argumentos: i) argumento que informa a equação de conservação ao qual adiciona-se o termo fonte, ii) nome do *PATCH* que delimita o subdomínio, no qual o termo fonte é válido e iii) a expressão algébrica correspondente ao termo fonte.

5.3 Ajustes dos coeficientes difusivo e convectivo

As equações governantes para solução do problema do canal parcialmente poroso e fraturado dadas pelas equações (4.7) à (4.12), não estão no formato padrão, utilizado pelo software PHOENICS CFD. No formato padrão as constantes multiplicadoras dos termos são todas unitárias. Para ajustar a eq. (5.1), é necessário modificar as constantes dos termos convectivo (C_2) e difusivo (C_3). Para isso utiliza-se uma função que permita atribuir valores aos coeficientes.

No PHOENICS esta função é realizada pelo grupo 12 (*GP12*), que é responsável pela atribuição dos valores às constantes das equações governantes. A atribuição de valores é feita através da função *COVAL*, que possui três argumentos que permitem, sendo estes: i) argumento que informa o termo que é multiplicado pela constante, podendo ser o convectivo, difusivo ou termo fonte, ii) argumento que informa a equação de conservação à qual o *COVAL* é aplicado, i.e. massa ou

quantidade de movimento, e iii) argumento que corresponde ao valor atribuído à constante multiplicadora.

5.4 Síntese do Capítulo 5

O Capítulo 5 apresentou a modelagem numérica feita para o estudo do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado. Foram apresentadas as modificações feitas nos termos convectivo e difusivo nas equações governantes do software, para cada tipo de equação governante tanto no domínio livre quanto no poroso, e as respectivas constantes multiplicadoras para cada termo da equação.

O Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos para cada tipo de simulação numérica feita. São apresentados resultados de validação do modelo adotado e resultados de investigação dos parâmetros hidráulicos de cada problema e análises em cima de cada resultado apresentado.

6 PROBLEMAS DE VALIDAÇÃO

Tendo em vista a complexidade geométrica e dinâmica do problema, é necessária a validação do modelo adotado para sua representação. A validação é feita através da comparação dos resultados obtidos nas simulações com resultados encontrados na literatura.

O canal parcialmente poroso e fraturado apresenta dois domínios com propriedades distintas, i.e., o domínio livre e o poroso. Tendo em vista que os dois domínios são adjacentes, existe uma região de interface entre os domínios, que tem grande importância no presente estudo: a interface fluido-porosa.

A interface fluido-porosa é uma região onde há uma mudança nas propriedades do domínio. Através da interface ocorre uma constante transferência de massa e de quantidade de movimento. Dessa forma, é necessária a validação do escoamento através da interface fluido-porosa. Essa análise pode ser feita através do escoamento paralelo e normal à interface. O problema do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado é uma particularidade do problema do canal parcialmente poroso, e também, uma oportunidade de estudo do escoamento paralelo à interface. O problema do canal com um *plugue* poroso é uma oportunidade de estudo do escoamento normal à interface. Tanto o canal parcialmente poroso quanto o canal com o *plugue* poroso são oportunidades de investigação da influência dos parâmetros hidráulicos do problema.

As validações foram feitas comparando os resultados obtidos nas simulações com resultados de *Benchmarking* de Betchen *et. al.* (2006). Os problemas foram simulados com a utilização dos mesmos parâmetros e os mesmos domínios de Betchen *et. al.* (2006).

6.1 Canal parcialmente poroso

O domínio utilizado para o problema do canal parcialmente poroso consiste no mesmo domínio utilizado por Betchen *et. al.* (2006). O canal é formado por placas paralelas, separadas por uma distância $H_2 = 2H_1$, representado esquematicamente

na Figura 10. O interior do canal é preenchido por um meio poroso homogêneo na região $0 < Y < H_1$, enquanto na região $H_1 < Y < H_2$ não existem obstáculos ao escoamento, sendo assim uma região livre. O comprimento do canal é de $L = 8H_1$. A condição de entrada arbitrada é de escoamento uniforme entrando em toda a seção do canal.

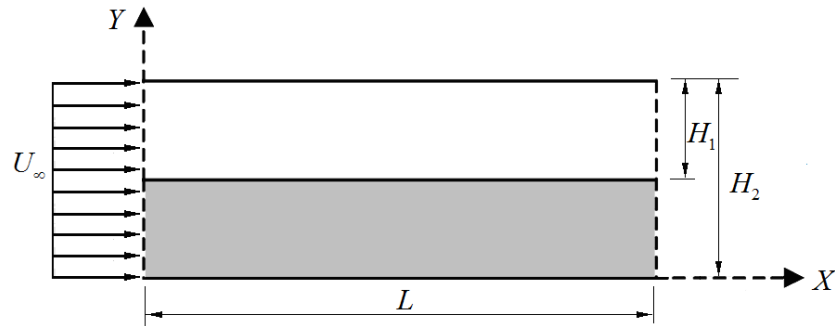


Figura 10 – Geometria e condição de entrada adotadas para o canal parcialmente poroso

As hipóteses adotadas para o problema são de escoamento incompressível e em regime permanente, as propriedades do fluido e do meio poroso são constantes e o fluido é newtoniano. As equações utilizadas na conservação da massa e da quantidade de movimento são as mesmas apresentadas na formulação matemática (Capítulo 4), e as condições de contorno adotadas são:

Tabela 3 – Condições de contorno adotadas para o canal parcialmente poroso.

Condições de contorno			
Não deslizamento	$U(0, Y) = 1$	$U(X, 0) = 0$	$V(X, H_2) = 0$
	$V(0, Y) = 0$	$V(X, 0) = 0$	$V(X, H_2) = 0$
Escoamento a jusante desenvolvido		$\left. \frac{\partial U}{\partial X} \right _{X=8} = 0$	

6.1.1 Teste de malha

Para a realização das simulações, é necessária a determinação de uma malha ideal para cada tipo de problema de validação, através da qual os resultados apresentem erros aceitáveis com baixo custo de processamento. Dessa forma, as primeiras simulações foram feitas para realização do teste de sensibilidade malha computacional.

O teste de malha foi feito tomando as configurações mais críticas para o problema, i.e., uma alta inércia associada ao escoamento (maior número de *Reynolds*) e uma baixa permeabilidade do meio poroso (menor número de *Darcy*). Para isso, foram utilizados os parâmetros de $Re = 100$, $Da = 10^{-4}$ e $\varphi = 0,7$.

O parâmetro utilizado para a quantificação do erro relativo percentual (EP) no teste de malha foi a velocidade máxima do perfil de velocidades na seção compreendida em $X = 5$. O resultado é apresentado através do erro relativo de cada malha em relação ao valor da malha mais refinada, usado como valor de referência, dado por:

$$EP = 100 \left[\frac{(U_{XY} - U_{ref})}{U_{ref}} \right] < 1 \quad (5.2)$$

sendo U_{XY} a velocidade máxima do perfil para uma malha analisada e U_{ref} a velocidade máxima do perfil referente à malha mais refinada analisada. O teste de malha é feito para as direções x e y .

O teste de malha para a direção y foi feito com um número arbitrado de 100 volumes de controle na direção x , que foi mantido constante nas simulações. As malhas testadas correspondem à divisão do domínio em 10, 20, 40, 80, 120 e 160 volumes de controle na direção y . O teste de malha para a direção x foi feito mantendo-se 60 volumes de controle na direção y , analisando o erro relativo percentual para 20, 40, 60, 80, 100, 120 e 140 volumes de controle na direção x . A Figura 11(a) apresenta o erro percentual para o teste de malha realizado para a direção y e a Figura 11(b) para o teste de malha na direção x .

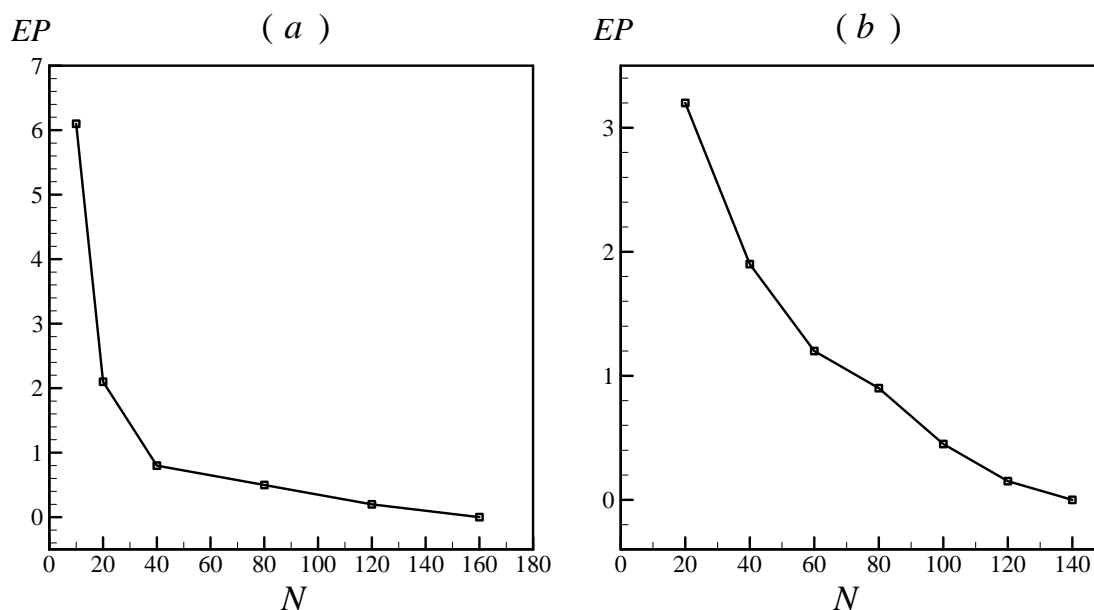


Figura 11 - Erro relativo percentual para o teste de malha do canal parcialmente poroso, com $Re = 100$, $Da = 10^{-4}$ e $\varphi = 0,7$ para (a) a direção y , com 100 volumes de controle na direção x e (b) para a direção x com 60 volumes de controle na direção y

Pela curva referente ao teste de malha na direção y (Figura 11(a)), observa-se que a partir de 40 volumes, o erro em geral passa a ser inferior a 1%. Na curva referente ao teste de malha na direção x (Figura 11(b)), observa-se o mesmo a partir de 100 volumes na direção x . Dessa forma, utiliza-se a malha de 100 volumes de controle na direção x por 40 volumes de controle na direção y para as simulações referentes ao canal parcialmente poroso.

6.1.2 Determinação da condição de entrada

Com a determinação da malha ideal para as simulações, é possível o estudo de diferentes condições de entrada do escoamento no canal. O estudo é feito através da comparação dos perfis completamente desenvolvidos de velocidade.

São analisadas duas condições distintas de entrada, apresentadas na Figura 12. A primeira condição de entrada é de escoamento uniforme, entrando somente na seção referente ao domínio livre (Figura 12(a)), enquanto a segunda é de

escoamento uniforme entrando na seção referente ao domínio poroso do canal (Figura 12(b)).

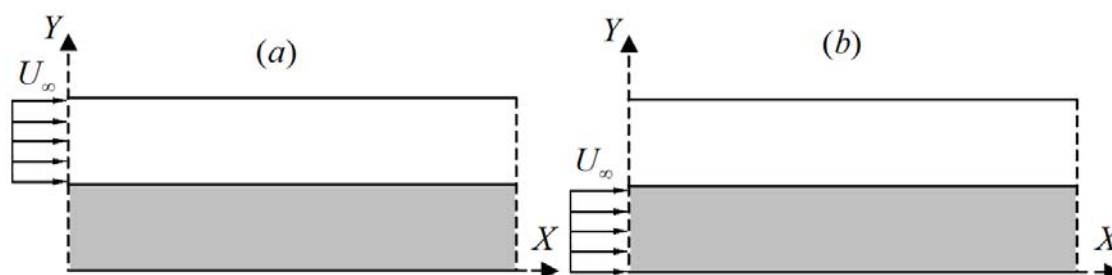


Figura 12 – Canal parcialmente poroso com condições distintas de entrada do escoamento: (a) entrada na região livre e (b) região porosa do canal

Uma primeira análise pode ser feita em relação ao formato do perfil completamente desenvolvido de velocidades para as duas condições de entrada. A análise é feita mantendo os parâmetros hidráulicos constantes, de $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, e $\varphi = 0,7$. Os resultados são apresentados na Figura 13 através dos perfis de velocidade desenvolvidos para as duas condições analisadas.

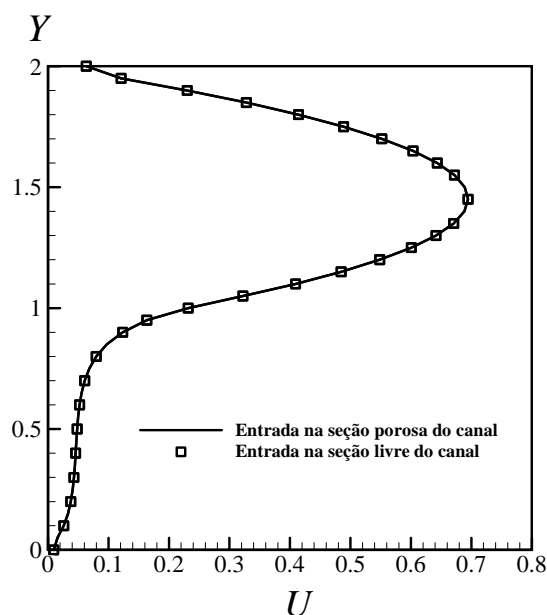


Figura 13 - Perfis desenvolvidos de para escoamento com diferentes condições de entrada para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$

Apesar das condições distintas de entrada, percebe-se que o perfil desenvolvido adquire o mesmo formato para as duas configurações. Isso é

consequência do fato de haver a mesma vazão de fluido atravessando o canal para as duas configurações investigadas. Quando o escoamento se desenvolve, o perfil de velocidades adquire o mesmo formato. O que diferencia um caso do outro é o comprimento de desenvolvimento. Pode-se assim, analisar o comportamento do perfil durante o desenvolvimento. A Figura 14 apresenta o desenvolvimento dos perfis para cada situação de entrada analisada: (a) entrada na seção livre e (b) entrada na seção porosa do canal. Os perfis de velocidades foram plotados nas mesmas abscissas da entrada do canal para as duas situações de entrada, e o último perfil plotado corresponde ao perfil desenvolvido na abscissa onde se deu o completo desenvolvimento.

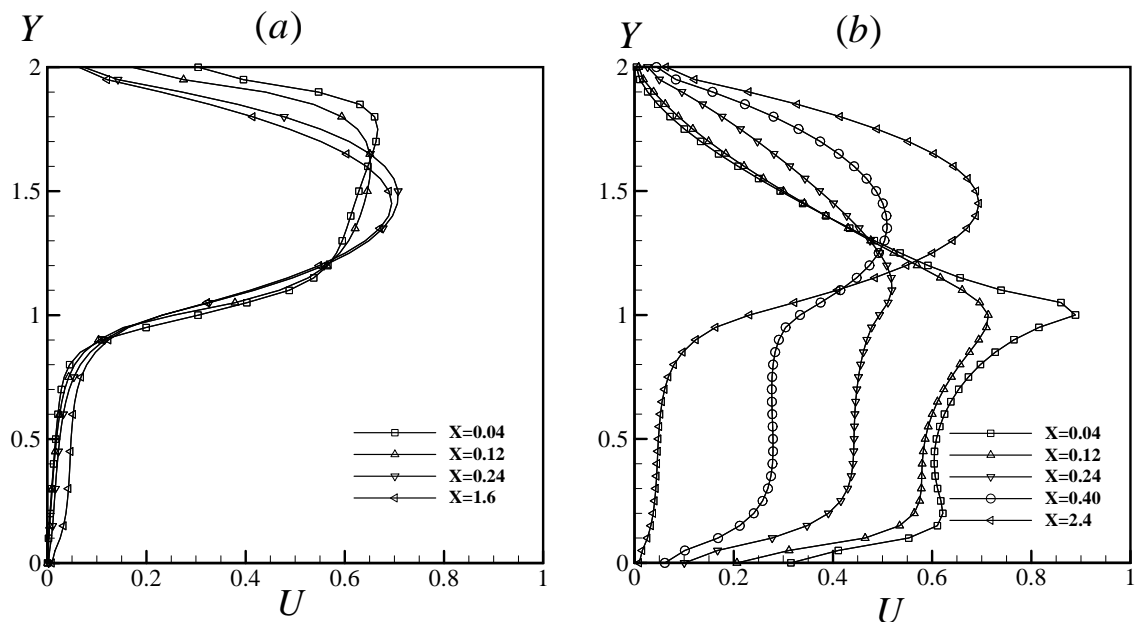


Figura 14 - Desenvolvimento dos perfis de velocidade para entrada na seção livre do canal para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\phi = 0,7$ com (a) entrada na região livre do canal e (b) entrada na região porosa

Os perfis de velocidade se desenvolvem em $X = 1,6$ para a condição de entrada na região livre do canal e em $X = 2,4$ para a condição de entrada na região porosa. O escoamento com entrada na região livre se desenvolveu em uma distância menor da entrada, pois ele entra com um formato mais próximo ao formato do perfil desenvolvido, no qual escoava uma vazão maior através do domínio livre e menor no domínio poroso. Nessa situação, observa-se que em alguns momentos a

velocidade máxima do perfil é superior à velocidade máxima do perfil desenvolvido. Isso ocorre pelo fato de sempre haver uma vazão maior de fluido atravessando a região livre, e essa vazão diminui gradativamente até atingir o completo desenvolvimento, enquanto na região porosa ocorre o processo inverso. Quando o perfil se aproxima do desenvolvimento, vai adquirindo formato parabólico, e essa redução da velocidade máxima do perfil é observada mais facilmente.

Com a condição de entrada de escoamento na seção porosa, toda a vazão de fluido na entrada está concentrada no meio poroso. Assim, o escoamento necessita de uma distância maior para inverter a condição de entrada, de maior vazão no domínio poroso e menor vazão no domínio livre para a condição de desenvolvimento.

Tendo em vista que a condição de entrada de escoamento somente na seção livre do canal, por necessitar de uma distância menor para se desenvolver, será adotada nas simulações do canal parcialmente poroso. Esta condição também será utilizada nas simulações do canal parcialmente poroso e fraturado, visto que o problema do canal parcialmente poroso e fraturado é uma particularidade do canal parcialmente poroso.

6.1.3 Validação do modelo com escoamento paralelo à interface

A validação do modelo adotado para a representação do meio poroso é de extrema importância, e é feita com a comparação dos resultados das simulações com resultados presentes na literatura.

A validação para o problema do canal parcialmente poroso é feita com a comparação de resultados experimentais de Betchen *et. al.* (2006), através dos perfis desenvolvidos de velocidade.

As dimensões adotadas para o canal foram as mesmas utilizadas por Betchen *et. al.* (2006), que correspondem a relação $L=8H$. As simulações foram feitas utilizando os mesmos parâmetros hidráulicos por Betchen *et. al.* (2006): $Re=1$, $\varphi=0,7$, com duas variações do número de Darcy, de $Da=10^{-2}$ e $Da=10^{-3}$. A condição de entrada é de escoamento uniforme entrando na seção livre do canal.

A Figura 15 apresenta a comparação entre os perfis desenvolvidos de velocidades com os perfis obtidos por Betchen *et. al.* (2006), para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

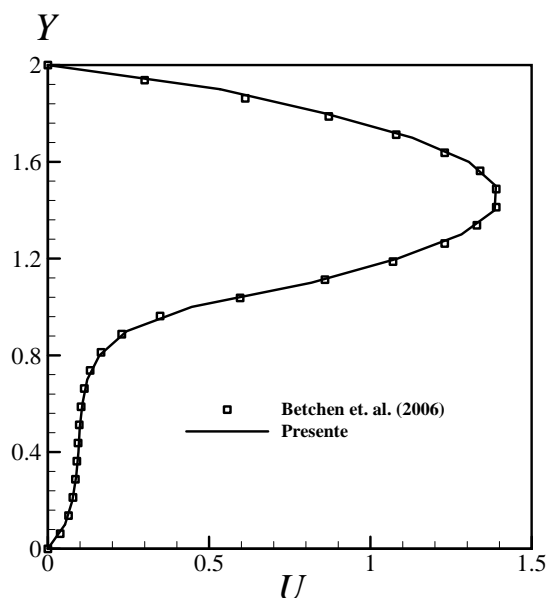


Figura 15 - Comparação dos perfis de velocidades para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

É possível observar a sobreposição dos perfis obtidos com os perfis de referência tomados, mostrando que o modelo adotado é muito próximo da referência. Dessa forma, pode-se concluir que o modelo adotado para o estudo, com escoamento paralelo à interface, é válido.

6.1.4 Influência dos parâmetros hidráulicos

Tendo em vista a validade do modelo, pode-se analisar a influência dos parâmetros hidráulicos no escoamento no canal parcialmente poroso: Número de Reynolds (Re), número de Darcy (Da) e porosidade (φ). Os valores arbitrados para avaliação dos parâmetros hidráulicos estão listados na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores adotados para os parâmetros hidráulicos.

Re	1	10	100
Da	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}
φ	0,4	0,7	0,9

Como a validação do modelo para o canal parcialmente poroso foi feita para $Re=1$, é preciso investigar o comprimento de desenvolvimento para números de *Reynolds* maiores. O comprimento de desenvolvimento para escoamento laminar pode ser estimado através da correlação (Fox e Mc Donald, 2006):

$$\frac{x_{CD}}{H_1} = X_{CD} = 0,05Re \quad (5.3)$$

A investigação do comprimento de desenvolvimento do perfil de velocidades para o maior Re é feita com escoamento a montante somente na região livre do canal, visto que essa configuração corresponde à adotada no problema do canal parcialmente poroso e do canal parcialmente poroso e fraturado. A Figura 16 mostra os diferentes perfis de velocidade para o desenvolvimento, para $\varphi = 0,7$, $Da = 10^{-2}$ e $Re = 100$.

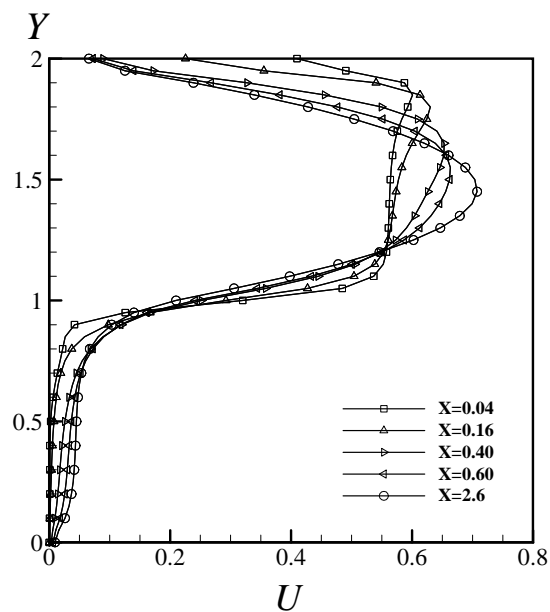


Figura 16 - Desenvolvimento do perfil de velocidades para $Re = 100$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

Como esperado, para o maior valor do número de *Reynolds* foi necessário o maior comprimento de desenvolvimento, que é de aproximadamente $X_{CD} = 2,6$, em relação à $X_{CD} = 1,6$ para $Re = 1$. Assim, a partir da distância de $X = 2,6$ da entrada do canal são tomados os perfis de velocidade para quaisquer parâmetros hidráulicos adotados.

A Figura 17 apresenta os perfis desenvolvidos de velocidade para as porosidades analisadas. A análise é feita mantendo os demais parâmetros constantes, de $Re = 1$ e $Da = 10^{-2}$:

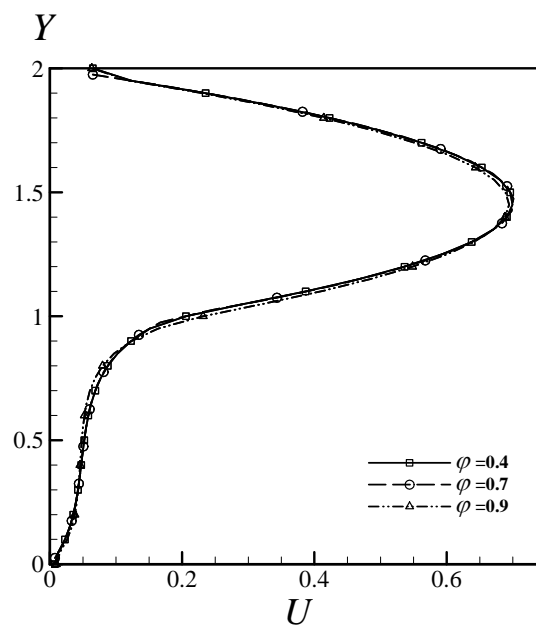


Figura 17 - Perfis desenvolvidos de velocidade para as porosidades analisadas, com $Re = 1$ e $Da = 10^{-2}$.

Através das curvas, pode-se ver que o problema do canal parcialmente poroso, é pouco sensível à porosidade. Uma pequena variação do perfil pode ser notada para os perfis de $\phi = 0,4$ e $\phi = 0,7$, que estão quase sobrepostos, com $\phi = 0,9$. As porosidades menores apresentam um leve aumento nas velocidades do perfil. Isso é consequência da redução do volume relativo livre do meio poroso, que para uma seção do canal corresponde a uma diminuição da área através da qual o fluido pode escoar. Como o problema acontece em regime permanente, pela equação da conservação da massa uma redução da área acarreta em um aumento

da velocidade. Assim há uma leve tendência de uma redução da velocidade com o aumento da porosidade.

A análise do número de *Darcy* é feita mantendo a porosidade e o número de *Reynolds* constantes, sendo estes respectivamente 0,7 e 1. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 18.

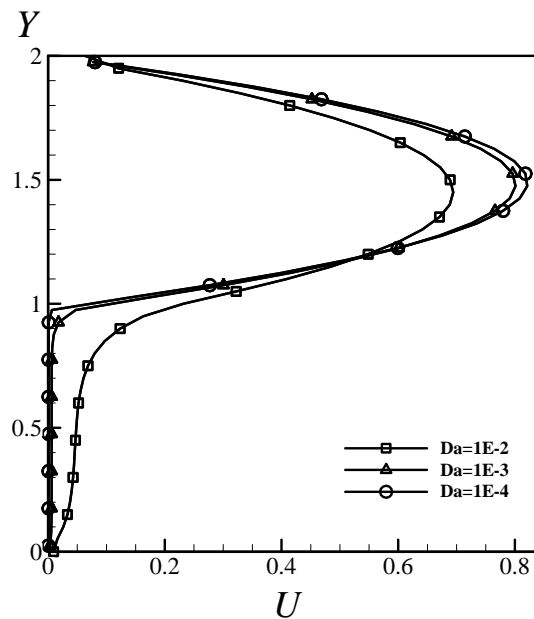


Figura 18 - Perfis desenvolvidos para diferentes números de Darcy analisados, com $Re = 1$ e $\varphi = 0,7$.

Pode-se observar que o problema é bastante sensível em relação ao número de *Darcy*. A redução do *Darcy* torna o meio poroso menos permeável ao escoamento, reduzindo a velocidade do fluido na região porosa. Isso é compensado com um aumento da velocidade média na região livre do canal, de modo que a vazão através de uma seção transversal ao canal tenda a se manter constante.

A influência do número de *Reynolds* é analisada para $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$, com os perfis desenvolvidos de velocidade apresentados na Figura 19.

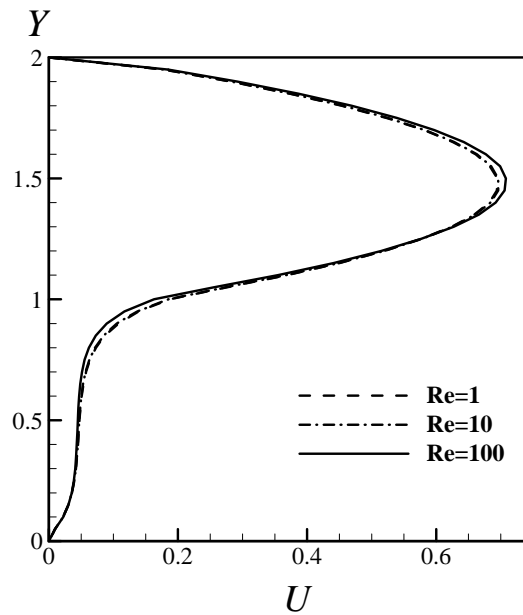


Figura 19 - Perfis desenvolvidos para os números de *Reynolds* analisados para $Da = 10^{-2}$ e $\phi = 0,7$

Percebe-se que o problema é pouco sensível ao número de *Reynolds*, visto que uma variação de duas ordens de grandeza não impactou em mudanças sensíveis no perfil de velocidades. Um aumento do número de *Reynolds* acarreta em um aumento da velocidade média do escoamento, visto que são grandezas diretamente proporcionais. O perfil de velocidades para números de *Reynolds* maiores apresenta um aumento da velocidade na região livre, em função da maior vazão que a atravessa. Observa-se uma pequena redução da velocidade na região porosa, em função da perda de carga, que adquire maior intensidade com o aumento do número de *Reynolds*.

6.2 Canal com *plugue* poroso

Outra forma interessante de validar a interface fluido porosa é através do escoamento normal a esta. Isso pode ser feito através do escoamento em canal com a presença de um *plugue* poroso. O domínio do problema consiste em um canal formado por duas placas paralelas separadas pela distância H_1 , com a presença de um *plugue* poroso com início em $X = X_1$ e final em $X = X_2$. O comprimento do canal

é de $L=8H_1$. Como a região compreendida entre $0 < X < X_1$ é livre, o perfil completamente desenvolvido de velocidades nesta região pode ser determinado analiticamente e implementado numericamente, não sendo assim, necessário determinar o comprimento de desenvolvimento. Desse modo, a condição de entrada para este problema é de escoamento completamente desenvolvido. Os valores adotados por Betchen *et. al.* (2006) foram $X_1 = X_3 = 3H_1$ e $X_2 = 2H_1$. A geometria do canal com plugue poroso é representada na Figura 20.

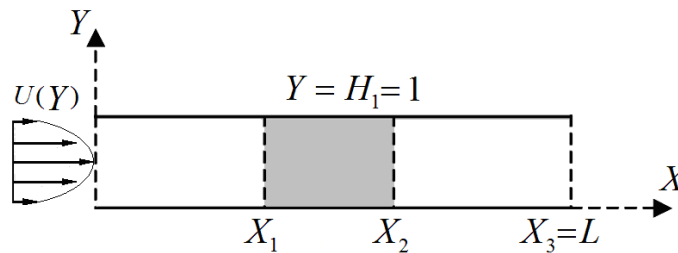


Figura 20 – Geometria adotada para o canal com *plugue* poroso.

Uma característica desse problema é que obrigatoriamente todo o escoamento atravessa o meio poroso. As hipóteses adotadas para o problema são de escoamento em regime permanente, escoamento bidimensional e isotérmico. O fluido é tratado como newtoniano e incompressível. As propriedades são constantes tanto para o fluido quanto para o meio poroso.

As escalas de adimensionalização são as mesmas utilizadas no problema do canal parcialmente poroso e fraturado, apresentadas no Capítulo 4. As equações de conservação são divididas nos domínios livre e poroso, sendo também as mesmas adotadas no canal parcialmente poroso. As condições de contorno adotadas são apresentadas na Tabela 5. A determinação do perfil desenvolvido de velocidades pode ser feita pela equação de *Navier-Stokes*, resultando em um perfil parabólico, que com a aplicação da condição de não deslizamento ($U(0) = U(H_1) = 0$) e a equação da conservação da massa é dado por:

$$U(Y) = 6(Y - Y^2) \quad (5.4)$$

As condições de contorno do problema do plugue poroso são listadas na Tabela 6.

Tabela 5 – Condições de contorno

Não deslizamento	$U(X,0) = U(X,1) = 0$	$V(X,0) = V(X,1) = 0$
Escoamento montante ao canal	$U(X,Y) = 6Y(1-Y)$	$V(0,Y) = 0$
Saída desenvolvida	$\left. \frac{\partial}{\partial X} () \right _{x=L} = 0$	

6.2.1 Teste de malha

O teste de malha foi feito utilizando as configurações mais críticas para o problema, assim como feito para o canal parcialmente poroso, que correspondem a de $Re = 100$, $Da = 10^{-6}$ e $\phi = 0,9$. Os resultados para as direções x e y foram quantificados através da velocidade máxima do perfil de velocidades na seção localizada na abscissa $X = 5$, a partir da entrada do canal. Foi calculado o erro relativo percentual (EP) para cada malha, através da equação (5.2). O teste de malha para a direção x foi feito para 20, 40, 60, 80, 100 e 120 volumes de controle em x , mantendo-se 60 volumes de controle na direção y . O teste de malha para a direção y foi feito mantendo-se 100 volumes de controle em x , para 10, 20, 40, 60, 80 e 100 volumes de controle em y .

O domínio é dividido em três subdomínios para os quais foi determinado o mesmo número de volumes de controle, ficando assim uma maior concentração de volumes de controle no *plugue* poroso. Os resultados dos erros percentuais são apresentados na Figura 21 (a) para a direção x , e (b) para a direção y .

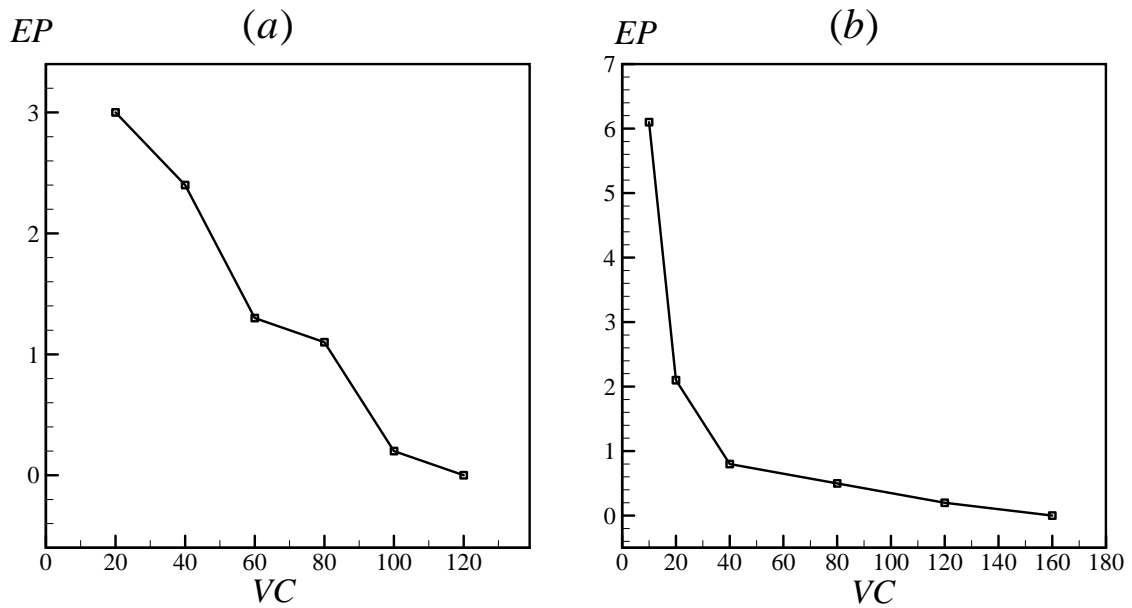


Figura 21 – Erro percentual no teste de malha para o plugue poroso, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$ para (a) a direção x com 60 volumes de controle na direção y e para (b) a direção y com 100 volumes de controle na direção x .

A Figura 21 (a) mostra que a partir de 100 volumes de controle o erro é inferior a 1% para a direção x . A Figura 21 (b) mostra que o mesmo ocorre a partir de 80 volumes na direção y , pois para 40 volumes de controle nesta direção, $EP \sim 1$. Dessa forma a malha utilizada para as simulações do canal com o plugue poroso é de 100 volumes de controle na direção x por 80 volumes de controle em y .

6.2.2 Validação do modelo com escoamento normal à interface

A validação do problema com escoamento normal à interface fluido-porosa foi feita através da comparação com resultados de *Benchmark* obtidos por Betchen *et.al.* (2006), pela comparação da distribuição de pressões no canal e da velocidade do escoamento, ambos tomados na linha de centro do canal, em $Y = H_1/2$. Da mesma forma que para o problema do canal parcialmente poroso, a validação foi feita para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$. As curvas referentes à distribuição de pressão no canal são apresentadas na Figura 22.

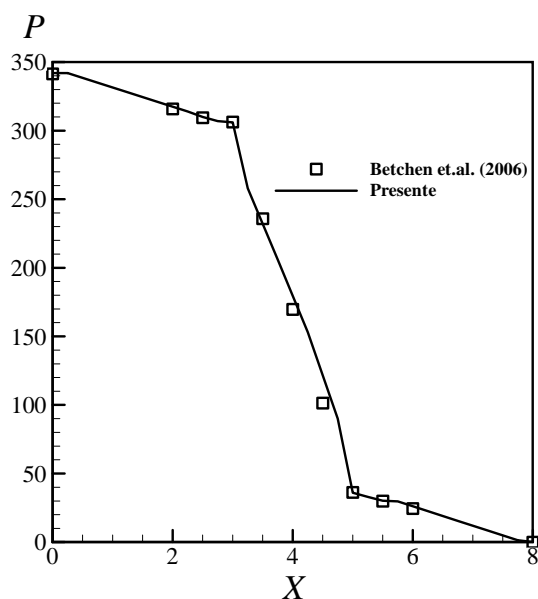


Figura 22 - Distribuição de pressão no canal com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

Pelas curvas da Figura 22, observa-se uma queda mais brusca de pressão na região do plugue, como consequência da existência de maiores forças de arrasto, em relação às regiões livres a montante e a jusante do plugue.

As curvas referentes à distribuição de pressão obtidas no canal são apresentadas com os resultados de *Benchmark* na Figura 23, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

As curvas da Figura 23 apresentadas mostram que o modelo adotado para o problema é válido, visto que os valores obtidos por Betchen *et. al.* (2006) estão próximos à curvas obtida para a pressão e velocidade na linha de centro do escoamento ao longo do canal.

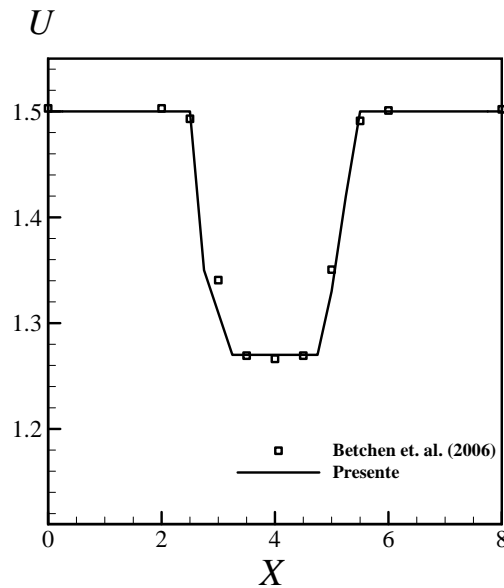


Figura 23 - Velocidade na linha de centro do canal com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ e $\varphi = 0,7$.

6.2.3 Influência dos parâmetros hidráulicos

Da mesma forma que feito para o canal parcialmente poroso, pode-se analisar a influência dos parâmetros na distribuição de pressão ao longo do canal e da velocidade na linha de centro. A influência do número de *Reynolds* é feita com $\varphi = 0,7$ e $Da = 10^{-2}$. A Figura 24 apresenta a velocidade do escoamento na linha de centro do canal para cada situação.

Percebe-se, através da Figura 24, que conforme aumenta o número de *Reynolds* há uma tendência mais intensa na redução da velocidade no plugue poroso. Isso é consequência do maior arrasto enfrentado por escoamentos com maiores números de *Reynolds*. Também é notável que após deixar o *plugue* o escoamento necessita de uma distância maior para retomar a velocidade de entrada no canal (condição de desenvolvimento), consolidando o fato de que o comprimento de desenvolvimento depende diretamente do número de *Reynolds*.

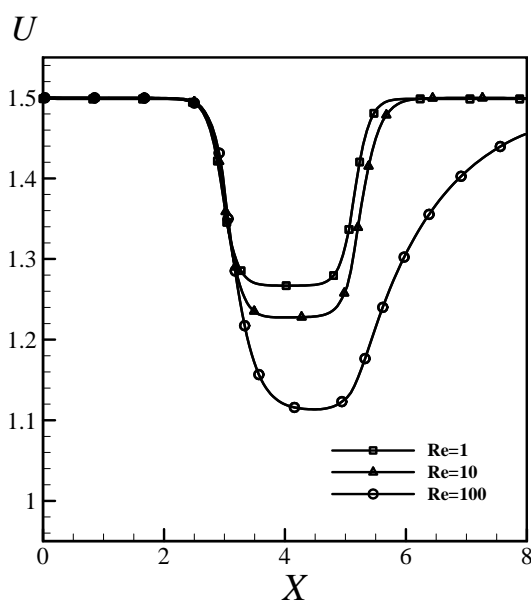


Figura 24 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes números de *Reynolds*, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, e $\varphi = 0,7$.

O número de Darcy é analisado através da velocidade do escoamento na linha de centro do canal, para $Da = 10^{-2}$, $Da = 10^{-3}$ e $Da = 10^{-4}$. Os resultados obtidos são apresentados na Figura 25.

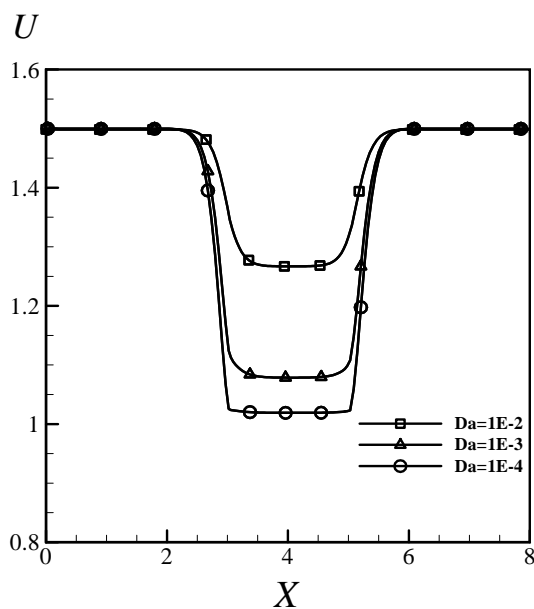


Figura 25 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes números de *Darcy*, com $Re = 1$ e $\varphi = 0,7$.

Percebe-se, através da Figura 25, que a velocidade do escoamento na linha de centro do canal é bastante sensível ao número de Darcy. Para $Da = 10^{-2}$ e $Da = 10^{-3}$ a velocidade não sofre alterações sensíveis, contudo uma grande variação ocorre quando $Da = 10^{-4}$. Nessa condição o meio poroso é pouco permeável, e reduz em aproximadamente 30% a velocidade do escoamento, em comparação à redução de 15% para $Da = 10^{-2}$ e $Da = 10^{-3}$.

A influência da porosidade é analisada para $Da = 10^{-2}$ e $Re = 1$, sendo analisada através da velocidade do escoamento na linha de centro do canal.

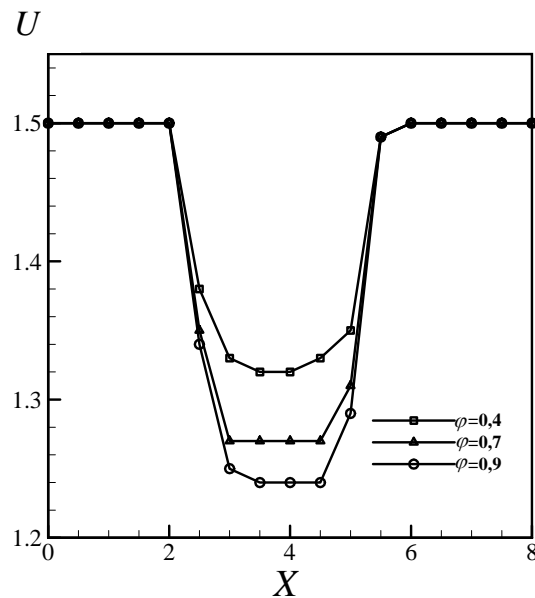


Figura 26 - Velocidade na linha de centro do canal para diferentes porosidades, com $Re = 1$ e $Da = 10^{-2}$.

Observando a Figura 26, pode-se observar a influência da porosidade na velocidade do escoamento ao longo do *plugue* poroso. Conforme a porosidade aumenta percebe-se uma redução mais intensa da velocidade na região do *plugue*. Essa redução é consequência do aumento do arrasto, quantificado pelo coeficiente de *Forcheimmer*, eq. (2.14), através da qual é mostrado que o arrasto é inversamente proporcional à porosidade. Da mesma forma, com menores valores de porosidade, a velocidade local do escoamento é superior.

7 RESULTADOS

Neste capítulo são apresentadas as condições adotadas e os resultados obtidos nas simulações numéricas referentes ao canal parcialmente poroso e fraturado.

O domínio utilizado para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado está representado esquematicamente na Figura 27. As linhas pontilhadas representam superfícies permeáveis à passagem de fluido (e.g. interfaces fluido-porosas, *inlets*, regiões de entrada de fluido ou *outlets*, regiões de saída).

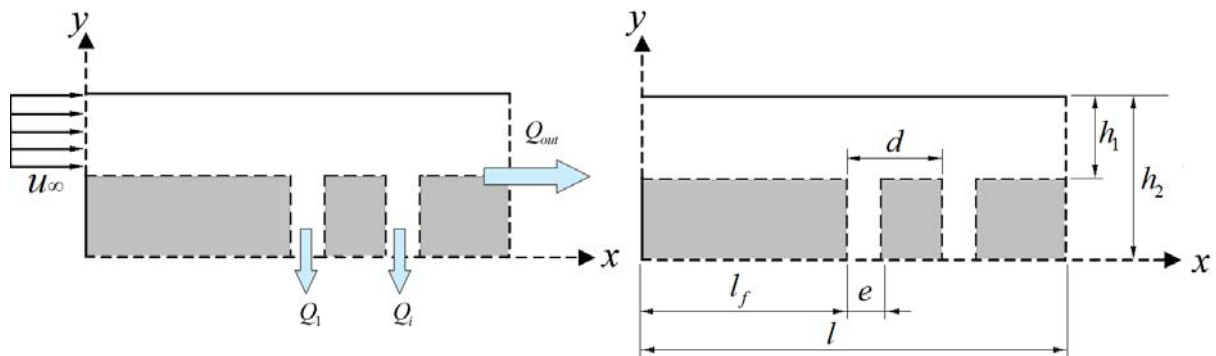


Figura 27 – Domínio representativo para o canal parcialmente poroso e fraturado

A condição de entrada escolhida para o fluido é de escoamento uniforme, entrando somente na seção superior do canal, região correspondente ao domínio livre. Essa condição foi adotada visto os resultados obtidos no problema do canal parcialmente poroso mostraram que, com essa condição de entrada, o escoamento necessita de uma distância menor, a partir da entrada do canal, para se desenvolver completamente. Existem diversas regiões de saída do canal para o fluido: através da fronteira inferior, em $Y=0$, e da fronteira direita, em $X=l/h_1=L$. As vazões que deixam o canal através das fraturas são variáveis na forma $Q_i = q_i / q_0$, onde o sub-índice i representa o número da fratura analisada, sendo as fraturas numeradas da esquerda para a direita. A vazão que deixa o canal em $X=L$ é a variável $Q_{out} = q_{out} / q_0$, onde q_0 representa a vazão de adimensionalização, correspondente à vazão que entra no canal em $X=0$.

Os parâmetros adimensionais de interesse no estudo do canal parcialmente poroso e fraturado são o número de *Reynolds* (Re), número de *Darcy* (Da), porosidade (φ), a pressão ao longo da fratura (P_f), a razão de aspecto do canal ($R = h_2 / h_1$), a espessura relativa da fratura ($E = e / h_1$), número de fraturas (N) e distância relativa ou passo entre fraturas ($D = d / h_1$).

7.1 Determinação das condições de contorno

Para o estudo do problema do canal parcialmente poroso e fraturado, foi necessária a determinação de uma condição de contorno que tornasse o problema mais próximo do real. O problema de verificação referente ao canal parcialmente poroso utilizou condições de contorno de não deslizamento na fronteira inferior, correspondente à fronteira do domínio poroso. Contudo, nos processos envolvendo meios parcialmente porosos, a extensão da rocha reservatório é muito grande, quando comparada às dimensões do canal anular ou da fratura. Assim, foi necessária a determinação de uma condição de contorno que representasse um domínio semi-infinito na fronteira inferior do canal. Os primeiros testes foram feitos para a determinação da condição de contorno ideal para o estudo do problema.

A primeira condição de contorno testada foi a de uma superfície permeável à passagem de fluido (*outlet*) com pressão manométrica nula na fronteira inferior do canal, de modo que o fluido deixe o canal preferencialmente através da fratura. Na saída situada na região final do canal, em $X = L$, a pressão adotada também é nula, visando simular a saída do escoamento para a atmosfera. A pressão de referência utilizada no cálculo da pressão manométrica é dada pela pressão atmosférica, de $P = 10^5$.

O domínio do canal parcialmente poroso e fraturado utilizado nas simulações tem altura $H_2 = 2$ e comprimento $L = 12$, com uma fratura discreta de espessura $E = 0,50$ na abscissa $X = 6$. As dimensões adotadas para o domínio estão apresentadas na Figura 28(a), com $L = 12$, $L_f = l_f / h_1 = 6$ e $R = h_2 / h_1 = 2$. A condição de contorno adotada para a fronteira inferior do domínio, de pressão manométrica

nula, ou pressão atmosférica, é apresentada na Figura 28(b). A simulação foi feita com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$.

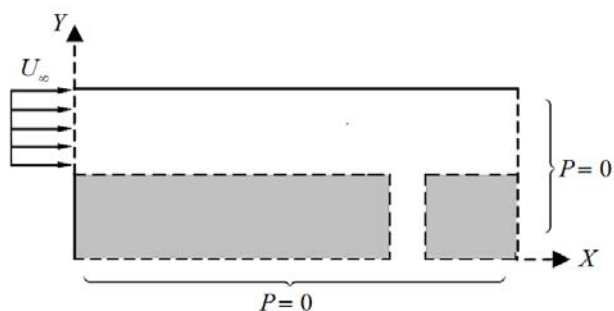


Figura 28 – Representação da primeira condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio.

Os resultados obtidos nas simulações podem ser analisados através das linhas de corrente e linhas de pressão do escoamento. A Figura 29 (a) apresenta as linhas de corrente e (b) linhas de pressão para os primeiros resultados obtidos, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$.

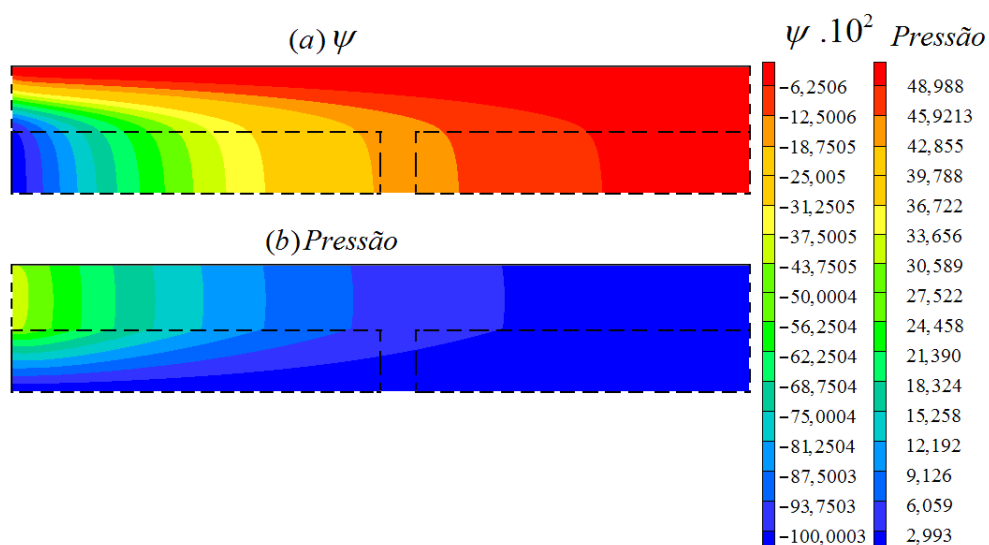


Figura 29 – Linhas de corrente (a) e linhas de pressão constante (b) para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$.

A análise das linhas de corrente mostra que, apesar da resistência oferecida pelo meio poroso, o fluido tende a escoar através deste, deixando o canal através da fronteira inferior. Não são observadas influências da presença da fratura no escoamento. O foco do presente capítulo está no estudo da influência da presença de fraturas no canal em conjunto com os parâmetros do problema. Dessa maneira, para que a fratura tenha uma influência considerável no escoamento, o fluido deve escoar preferencialmente na direção x , fazendo com que apenas a fratura provoque uma perturbação no fluido. Esta condição pode ocorrer se o fluido deixar o canal predominantemente através da saída situada na região da fratura e ao final do canal.

A análise das linhas de pressão constante corrobora o comportamento observado nas linhas de corrente. A lei de *Darcy* relaciona o gradiente de pressão com a velocidade do escoamento, sendo ambos normais às linhas de pressão constante. Na região livre do canal as linhas de pressão são verticais, fazendo com que haja uma tendência do escoamento se manter na direção x . Contudo, na região porosa do canal as linhas de pressão sofrem forte influência da condição de baixa pressão da fronteira inferior, modificando o campo de pressões no domínio poroso, e conseqüentemente, o sentido do escoamento. Assim, foi necessária uma alteração dessa condição de contorno.

A segunda condição de contorno testada para a fronteira inferior do canal foi a condição de uma pressão maior e constante na fronteira inferior do canal, visando dificultar a penetração de fluido no meio poroso.

Na região da fratura foi mantida uma pressão manométrica nula, de modo a permitir que o fluido encontrasse na fratura uma região preferencial de saída. Dessa forma, foi arbitrada uma pressão de $P = 100$ na fronteira inferior do canal, e $P = 0$ na fratura, conforme apresentado esquematicamente na Figura 30.

Neste teste foram utilizados os mesmos parâmetros do primeiro teste da condição de contorno: $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$.

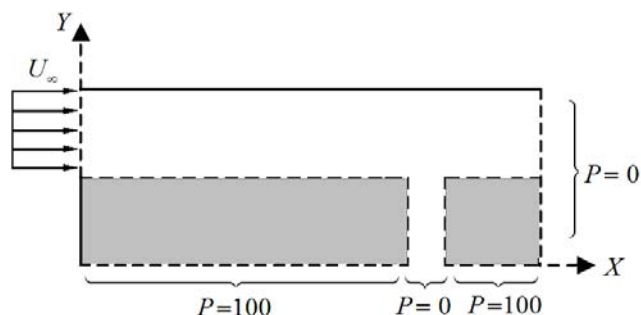


Figura 30 – Representação da segunda condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio.

A Figura 31 apresenta as linhas de corrente (a) e as linhas de pressão (b) constante obtidas no canal.

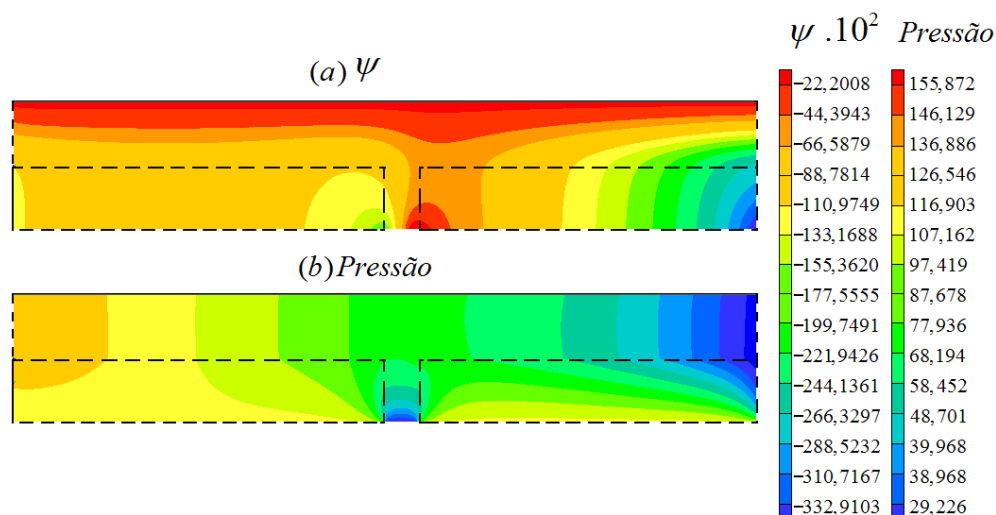


Figura 31 – Linhas de corrente (a) e linhas de pressão (b) para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\phi = 0,4$, $R = 2$.

As linhas de corrente obtidas não têm o comportamento esperado para a condição de domínio semi-infinito. Uma alta pressão na superfície inferior do domínio modifica o gradiente de pressão ao longo do canal, fazendo com que haja influxo ou invasão de fluido através da fronteira inferior tanto a montante quanto a jusante da fratura. Observa-se o surgimento de linhas de corrente na fronteira inferior do canal que terminam na fratura e na saída do canal, indicando regiões de saída de fluido. Contudo a jusante da fratura observa-se mais linhas de corrente surgindo do que a montante da fratura. Isso é um indicativo de que a pressão a jusante da fratura está

muito acima do valor que, teoricamente deve impedir ao mesmo tempo a ocorrência de influxos e fuga de fluido.

Dessa forma, um terceiro teste foi feito, reduzindo a pressão na fronteira inferior do canal, de modo a evitar influxos nesta região. A montante da fratura a pressão foi reduzida para $P = 50$, enquanto a jusante da fratura foi reduzida para $P = 5$. Nas saídas da fratura e do canal, foi mantida uma pressão nula, como representado na Figura 33.

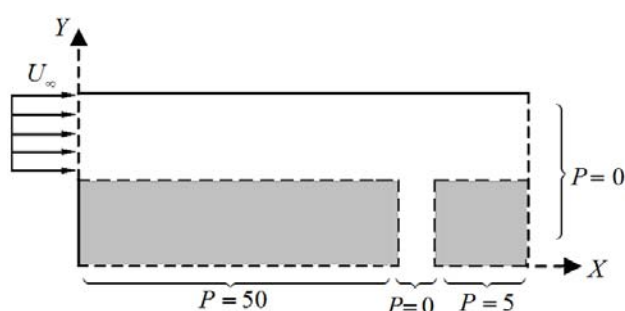


Figura 32 – Representação da terceira condição adotada na fronteira inferior do domínio.

A simulação foi feita com os mesmos parâmetros utilizados no primeiro teste: $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$. A Figura 33 apresenta as linhas de corrente e de pressão constante obtidas.

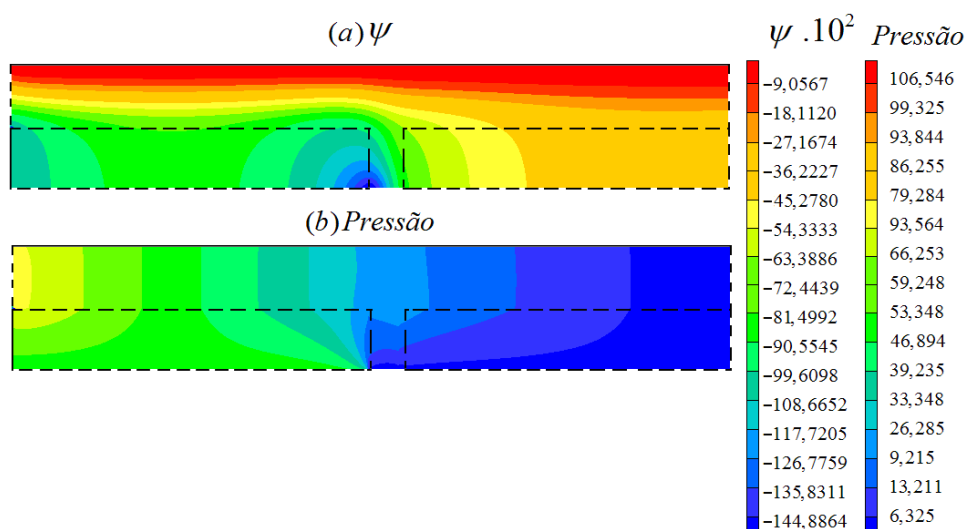


Figura 33 – Linhas de corrente para a condição de contorno de pressão atmosférica no outlet inferior do domínio, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $h_2 / h_1 = 2$.

A análise do comportamento das linhas de corrente mostra que ainda há influxo de fluido na região a montante da fratura. Na região a jusante, passa a existir uma região de saída de fluido, devido à pressão negativa. Percebe-se que a fratura deixa de ser uma das regiões de saída do canal, consequência de uma pressão mais baixa a jusante da fratura. A ocorrência de influxo na região a montante da fratura é consequência de uma alta pressão nesta região.

Dessa forma, foi testada uma quarta condição de contorno. Tendo em vista que o escoamento deve ocorrer predominantemente na direção x e que a lei de *Darcy* relaciona a direção do gradiente de pressão com a direção da velocidade do escoamento, foi induzida uma condição de que em uma seção transversal do canal a pressão deve ser a mesma. Assim, a implementação numérica de um gradiente de pressão na fronteira inferior do canal igual ao gradiente de pressão que mantém o escoamento no interior do canal, poderia representar a condição de domínio semi-infinito para o domínio poroso. Com a pressão constante nas seções transversais do canal, a direção do o gradiente de pressão passa a ser paralela ao eixo x , fazendo com que a velocidade do escoamento também seja na direção x . A Figura 34 apresenta a distribuição de pressão implementada numericamente na fronteira inferior do canal. Para isso atribui-se a pressão de cada volume de controle da fronteira inferior do canal o mesmo valor da pressão do volume de controle situado na mesma ordenada e com abscissa de uma região intermediária do canal. A distribuição de pressão na região inferior do canal é linear, com uma descontinuidade na região da fratura.

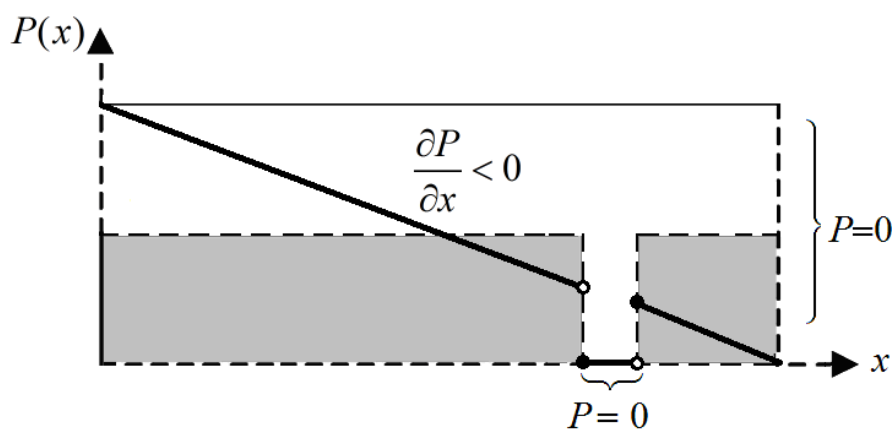


Figura 34 – Representação da quarta condição de contorno adotada na fronteira inferior do domínio

A Figura 35 apresenta as linhas de corrente obtidas com a quarta condição de contorno testada. A simulação foi feita com a utilização dos mesmos parâmetros dos testes anteriores: $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\phi = 0,4$, $R = 2$ e $E = 0,50$.

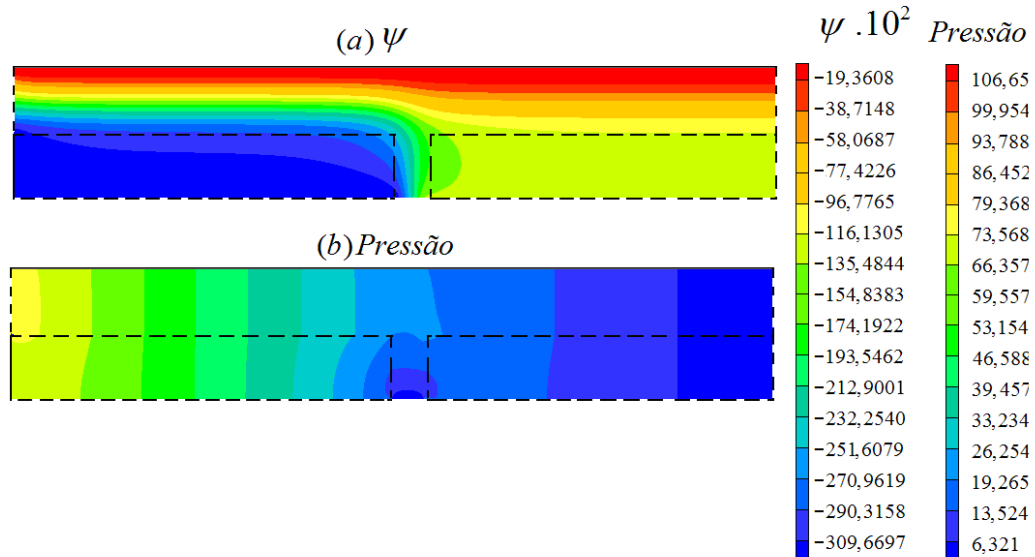


Figura 35 – Linhas de corrente para a condi\c{c}o de contorno de mesmo gradiente de press\~ao do escoamento para o outlet inferior do dom\~nio, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\phi = 0,4$, $R = 2$

A condi\c{c}o de contorno de um gradiente de press\~ao na fronteira inferior do dom\~nio se aproxima da condi\c{c}o de dom\~nio semi-infinito, atrav\~es da qual o escoamento ocorre predominantemente na dire\c{c}o x , sem perda ou influxo de fluido atrav\~es das regi\~o\~es a montante e a jusante da fratura. Isso \~e consequ\~encia de o gradiente de press\~ao ser o mesmo em qualquer ordenada do canal, sendo a distribui\c{c}o de press\~ao no canal fun\c{c}o apenas da abscissa x . Com essa condi\c{c}o as linhas de press\~ao constante s\~ao aproximadamente verticais, apenas com uma descontinuidade na regi\~ao da fratura, onde a press\~ao \~e nula. Isso faz com que o escoamento seja predominantemente horizontal, sendo poss\~ivel estudar a influ\~encia da presen\c{c}a da fratura assim como dos par\~ametros geom\~etricos e hidr\~aulicos do problema.

7.2 Determinação dos comprimentos de entrada e de saída

As primeiras simulações para o canal parcialmente poroso e fraturado foram feitas utilizando um canal de comprimento $L=8$ e altura $R=2$, com a inclusão de uma fratura discreta de espessura $E=0,5$ na abscissa $X=6$. Para a condição de $Re=1$, o escoamento se desenvolveu em $X=1,6$ no problema do canal parcialmente poroso. Teoricamente o escoamento chegaria desenvolvido na região da fratura, contudo, a fratura muda consideravelmente o comportamento, como já observado nas primeiras simulações para o canal parcialmente poroso e fraturado. O objetivo dessa série de simulações é o de averiguar o comportamento do escoamento a montante da fratura, de modo que possa determinar um comprimento mínimo de entrada antes da fratura.

O comprimento mínimo de entrada para o canal parcialmente poroso e fraturado deve ter um valor mínimo, de modo que o escoamento esteja completamente desenvolvido na região da fratura. Para isso, deve haver um comprimento grande o suficiente para o escoamento se desenvolver. As simulações foram feitas para a condição que necessita de um maior comprimento de desenvolvimento, que, no presente trabalho, corresponde ao maior número de *Reynolds* ($Re=500$). Foi testado também o comprimento de desenvolvimento para $Re=1$, pois este valor de Re será utilizado posteriormente para a análise da influência dos demais parâmetros do problema. O comprimento arbitrado para o canal foi de $L=30$, sendo grande o suficiente para a investigação do comportamento do escoamento com a fratura alocada em diversas abscissas do canal: em $X=4$, $X=8$, $X=12$ e $X=18$.

A análise dos resultados pode ser feita através das linhas de corrente obtidas nas simulações. A Figura 36 apresenta as linhas de corrente para cada posição da fratura para os dois números de *Reynolds* analisados, com $Da=10^{-2}$, $\phi=0,4$, $P_f=0$ e $R=2$. Considerando que o canal tem uma extensão grande, e o interesse está no comprimento de entrada, as linhas de corrente foram todas apresentadas para $0 < X < 20$, para uma análise mais detalhada da região de entrada.

Uma característica do escoamento completamente desenvolvido é que as linhas de corrente são todas paralelas e horizontais, visto que o escoamento não é mais função da posição ao longo do canal (direção x). A análise das linhas de corrente para $Re = 500$ mostra que o escoamento consegue se desenvolver a montante da fratura com esta alocada a partir de $X = 18$. Pode-se verificar que para $Re = 1$ o escoamento pode se desenvolver a montante com a fratura alocada a partir de $X_f = 8$.

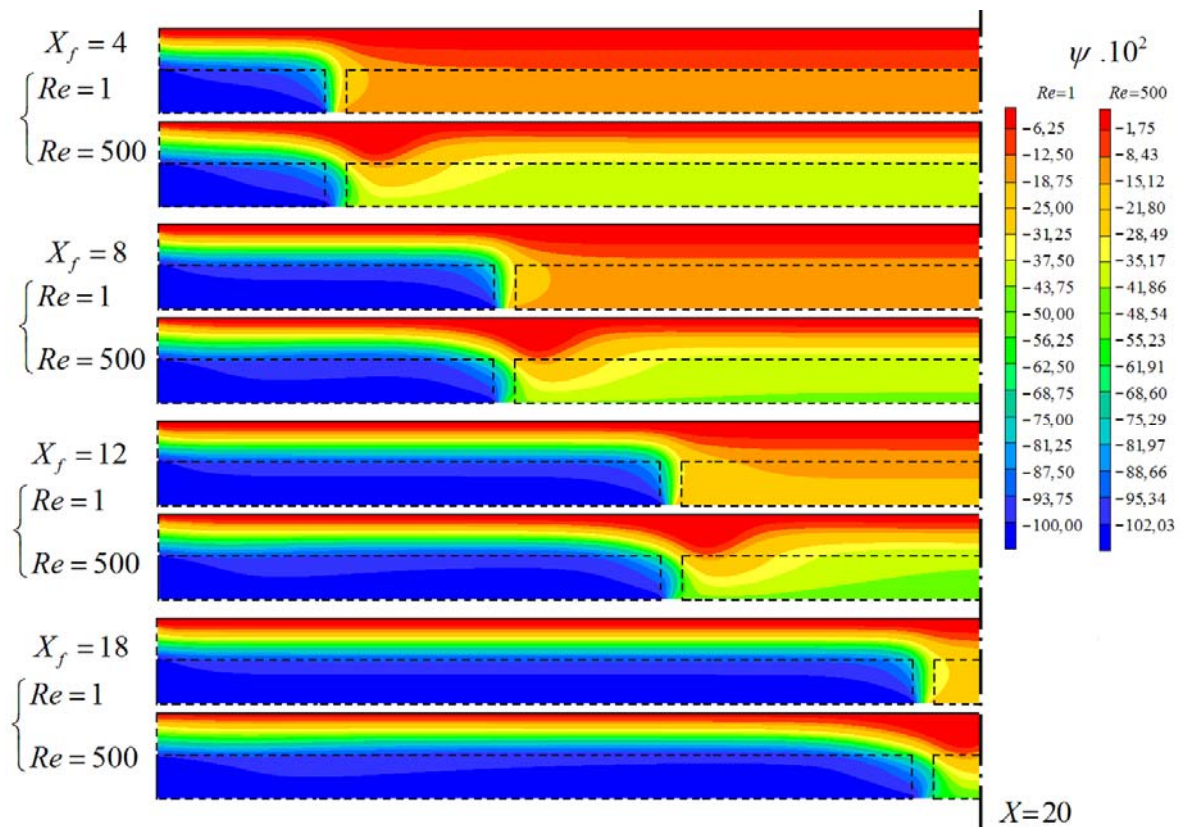


Figura 36 – Linhas de corrente para a região a montante da fratura, com $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$ e $R = 2$, para $Re = 1$ e $Re = 500$ com diferentes posições da fratura no canal

Da mesma forma que feito na determinação do comprimento de entrada, é necessária a determinação de um comprimento de saída do canal, de modo que o escoamento não sofra qualquer influência da saída do canal na região da fratura. Assim como feito para a determinação do comprimento de entrada, as simulações foram realizadas para $Re = 500$, visto que é a condição mais crítica e necessita de um comprimento de desenvolvimento maior e para $Re = 1$, pois será o número de

Reynolds utilizado nas simulações de investigação da influência dos demais parâmetros. A fratura foi alocada nas abscissas de $X = 12$, $X = 18$, $X = 22$ e $X = 26$.

A Figura 37 apresenta as linhas de corrente obtidas para as simulações realizadas para os dois *Re* analisados. Como a região de interesse é a jusante da fratura, as linhas de corrente foram plotadas para $10 < X < 30$, para haver uma melhor visualização destas.

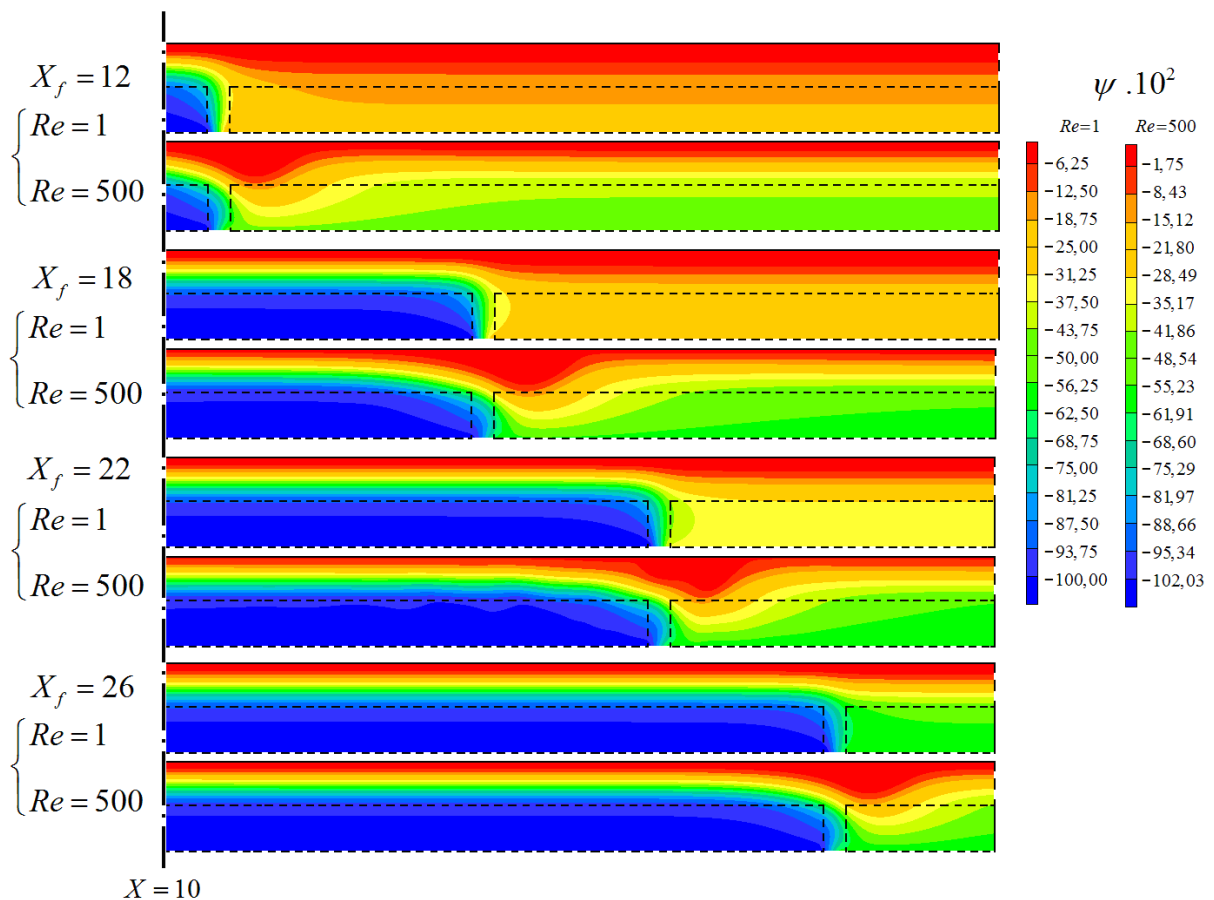


Figura 37 – Linhas de corrente para a região a jusante da fratura, com $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$ e $R = 2$, para $Re = 1$ e $Re = 500$ com diferentes posições da fratura no canal

Pela Figura 37 pode-se observar que para a condição de $Re = 500$, o escoamento se desenvolve antes de sair do canal com a fratura alocada em $X = 18$. Para $Re = 1$ o mesmo ocorre com a fratura alocada em $X = 22$.

Tendo em vista que o canal deve ser utilizado para diversas condições, seu comprimento deve ser calculado levando em consideração a condição que necessite de um maior comprimento de entrada e de saída. As simulações com $Re = 500$ mostraram que é necessário um comprimento de $X = 18$ a montante de fratura e um comprimento de $X = 12$ a jusante. Dessa forma toma-se a soma desses comprimentos para definir o comprimento total do canal de $L = 30$.

7.3 Teste de malha

O teste de malha para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado utiliza duas condições diferentes para os parâmetros. A primeira condição para o teste de malha corresponde às condições críticas de escoamento, com uma alta inércia aliada a uma baixa permeabilidade do meio poroso. Nessa condição foram usados $Re = 100$, $Da = 10^{-4}$, $\varphi = 0,9$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 1$. A segunda condição adotada para o teste de malha foi a de uma menor inércia do escoamento aliada a uma maior permeabilidade do meio poroso, visando analisar também a influência da malha com uma maior vazão atravessando o meio poroso. Nessa condição foram usados $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 1$. Todas as simulações foram feitas com a fratura alocada em $X = 18$, em um canal de comprimento $L = 30$ e altura $H = 2$. As malhas testadas são não-uniformes, com refino nas regiões correspondentes às interfaces fluido-porosas, regiões de saída (*outlets*) e paredes. Na Figura 38 (a) é possível visualizar o canal parcialmente poroso e fraturado e (b) o detalhe do refino da malha utilizado na região da fratura.

Na Figura 38 observa-se o refino na parede, situada na região superior do canal, e nas interfaces fluido-porosas, situadas no meio do canal e nas interfaces da fratura.

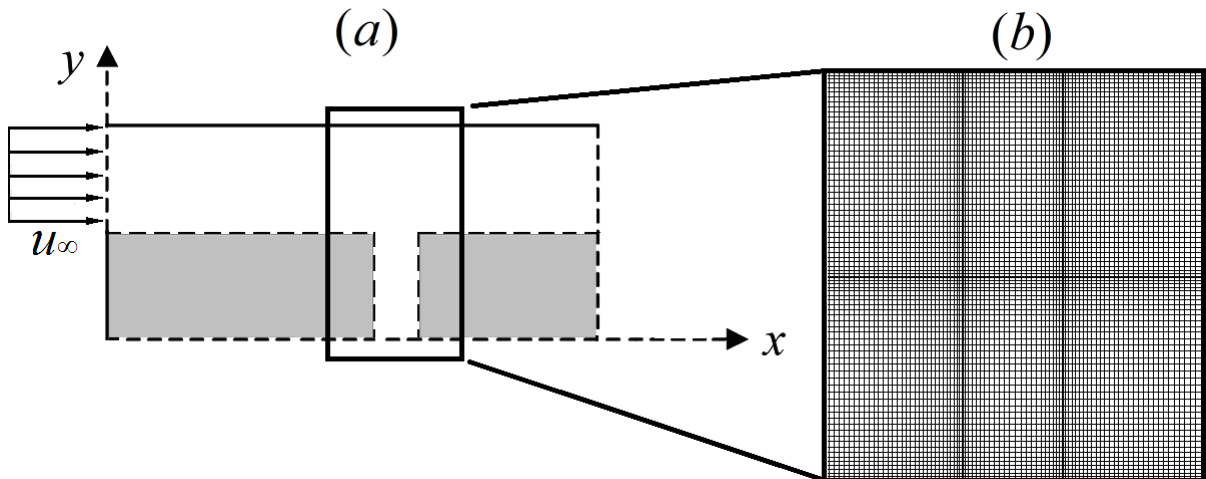


Figura 38 – Refino da malha na região da fratura do canal parcialmente poroso e fraturado

A influência da malha foi testada para as direção x , mantendo-se constante o número de volumes de controle na direção y , e na direção y , com número constante de volumes de controle na direção x .

A variável utilizada na quantificação do erro relativo foi a vazão de fluido que deixa o canal através da fratura, visto que é uma variável importante que será utilizada posteriormente para a análise da influência dos demais parâmetros do problema. O erro calculado é o erro relativo percentual (EP) em relação à vazão através da fratura referente à malha mais fina (Q_{ref}) para o problema, dado por:

$$EP = 100 \left| \frac{Q_{XY} - Q_{ref}}{Q_{ref}} \right| \quad (5.5)$$

sendo Q_{XY} a vazão referente à malha em análise.

A análise da influência da malha para a direção x foi feita mantendo um número constante de 80 volumes de controle na direção y , com 100, 200, 400, 600, 800 e 1000 volumes de controle em x . A Figura 39 apresenta o logaritmo do erro percentual de cada malha em relação à malha mais fina para as duas condições adotadas para o teste de malha.

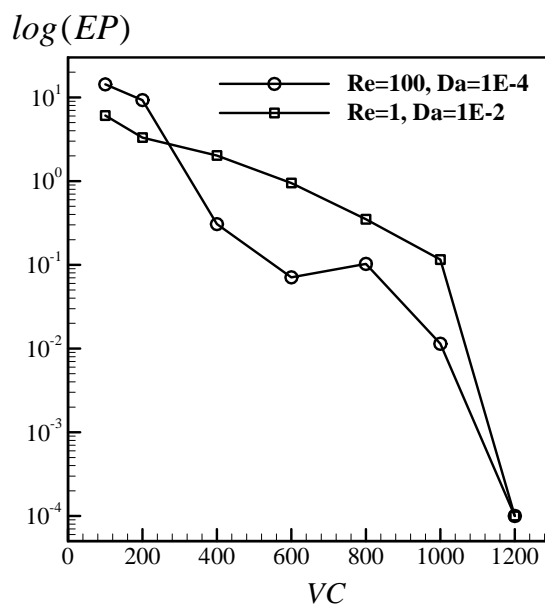


Figura 39 – Logaritmo do erro relativo para diferentes malhas para a direção x , com 80 volumes de controle na direção y com $\phi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $N = 1$.

A análise da influência da malha para a direção y foi feita mantendo-se 600 volumes de controle na direção x , para 10, 20, 40, 60, 80, 120 e 160 volumes na direção y . A Figura 40 apresenta o logaritmo do erro percentual de cada malha em relação à malha mais fina.

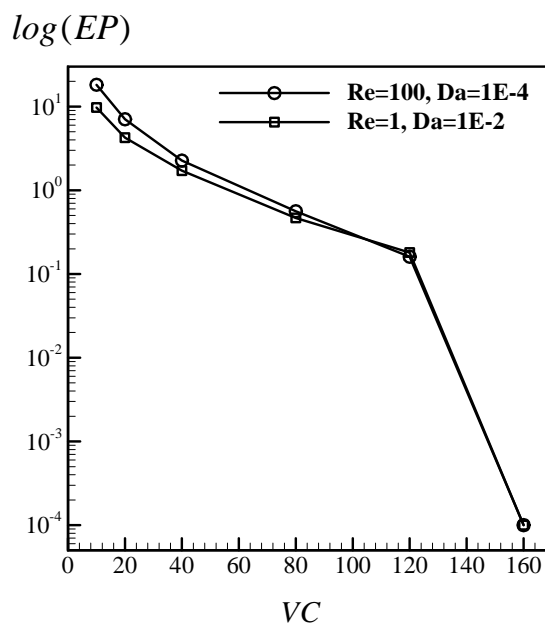


Figura 40 – Logaritmo do erro relativo para diferentes malhas para a direção y , com 600 volumes de controle na direção x para $\phi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $N = 1$.

Pode-se verificar a influência do refino da malha no tempo de processamento das simulações. A Figura 41 apresenta o tempo, em minutos, de cada simulação para as diferentes malhas analisadas na direção y .

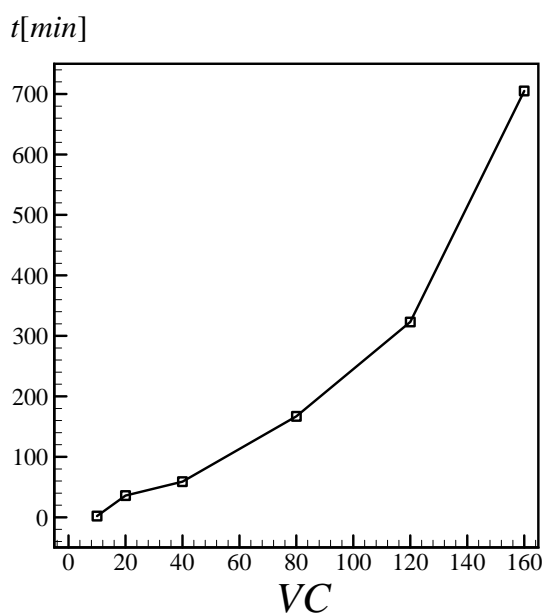


Figura 41 – Tempo utilizado nas simulações para as malhas analisadas na direção y com 600 volumes de controle na direção x .

Pode-se verificar o aumento considerável do tempo de simulação com o refino da malha. A partir da malha de 80×800 a redução do erro percentual com o refino da malha é muito pequena se comparada ao aumento do tempo de processamento das simulações.

7.4 Influência dos parâmetros do problema

Assim que definidas a geometria e a malha para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado, pode ser investigadas as influências dos parâmetros do problema: número de *Reynolds* (Re), número de *Darcy* (Da) e porosidade (φ), como parâmetros hidráulicos e pressão ao longo da fratura (P_f),

largura relativa da fratura ($E = e/h_1$), razão de aspecto do canal ($R = h_2/h_1$), número de fraturas (N) e distância ou passo relativo entre fraturas ($D = d/h_1$). As análises para um parâmetro são feitas mantendo-se todos os demais constantes. Os valores investigados para cada parâmetro são listados na Tabela 6.

O domínio utilizado para o estudo dos parâmetros corresponde a um canal parcialmente poroso, de altura $H = 2$ e comprimento $L = 30$, com uma fratura de pressão nula alocada em $X = 8$. Alguns destes parâmetros podem variar de acordo com a variável em análise.

Tabela 6 – Valores adotados para os parâmetros do problema.

Re	0,1	1	10	50	100	500		
Da	$2 \cdot 10^{-1}$	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}			
φ	0,2	0,4	0,9					
P_f	-50	0	+50	+100	+150	+200		
$R = h_1/h_2$	1,5	2	3					
$E = e/h_1$	0,05	0,10	0,25	0,50				
N	1	2	3	4	5	6	7	8
$D = d/h_1$	1	2	4					

7.4.1 Número de Reynolds (Re)

O número de Reynolds tem grande importância no estudo do escoamento em meios parcialmente porosos, visto que no processo de perfuração pode ser uma variável controlável e é relacionada à inércia do fluido, dependendo tanto de suas propriedades quanto do escoamento.

A faixa de valores utilizada para o estudo da influência do número de Reynolds foi escolhida de modo que fossem abrangidos valores dentro de toda a faixa de

regime laminar. Dessa forma, foram escolhidos valores baixos, de $Re = 0,1$ até um valor máximo de $Re = 500$, tendo em vista a dificuldade para a estimativa do número *Reynolds* de transição para o regime turbulento, devido a complexidade geométrica do canal.

A influência do número de Reynolds é investigada $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 1$. Como o número de *Reynolds* é o parâmetro mais sensível na determinação do comprimento de desenvolvimento do escoamento, a fratura foi alocada em $X = 18$, visto que este é o comprimento de entrada determinado para o número de *Reynolds* mais crítico.

Pode-se comparar os perfis de velocidade do escoamento antes e depois da fratura, como forma de análise da influência do número de *Reynolds*. Para isso toma-se dois perfis desenvolvidos de velocidade, um na região a montante da fratura, em $X = 10$ e outro na região a jusante, em $X = 24$, regiões onde o escoamento se encontra desenvolvido, de acordo com a Figura 36. A Figura 42 apresenta os perfis desenvolvidos de velocidade a montante (a) e a jusante (b) da fratura para cada número de *Reynolds*. Os perfis foram tomados todos na seção de $X = 10$ para análise do perfil a montante de fratura e em $X = 24$ para análise do perfil a jusante da fratura.

Através da Figura 42 pode-se observar uma maior redução das velocidades do perfil conforme reduz-se o número de *Reynolds*. Isso é um indicativo de uma variação mais intensa na vazão de fluido que escoar no canal para números de *Reynolds* mais baixos. A presença da fratura fornece outra região preferencial para o escoamento. O aumento do número de Reynolds, associado à inércia do escoamento, dificulta uma mudança na direção preferencial do fluido. Dessa forma, o aumento do número de Reynolds faz com que haja uma tendência do escoamento manter seu sentido preferencial, na região livre do canal.

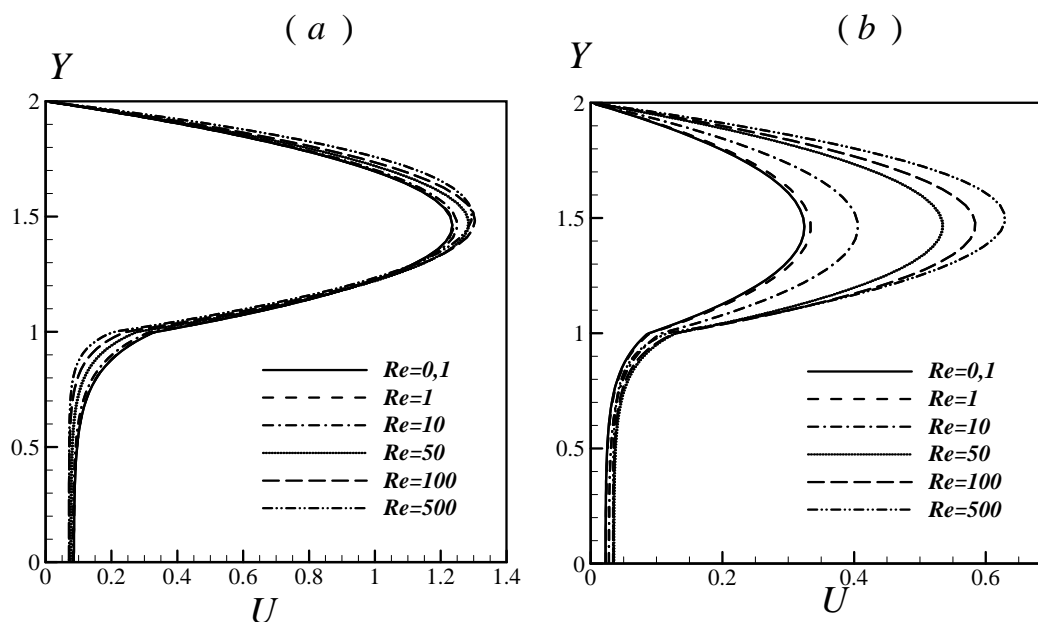


Figura 42 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Reynolds (a) a montante, em $X = 10$ e (b) a jusante, em $X = 24$ da fratura, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$

Pode-se, também analisar a influência do número de *Reynolds* através das linhas de corrente do escoamento. De modo a focar na análise das linhas de corrente na região da fratura, as linhas de corrente foram plotadas para $12 < X < 24$. A Figura 43 apresenta as linhas de corrente para cada número de *Reynolds* analisado.

As linhas de corrente corroboram a mesma tendência observada através dos perfis de velocidade para os números de *Reynolds* analisados. Observa-se que com *Re* mais baixos, mais linhas de corrente terminam na fratura, indicando uma maior perda de fluido. Para *Re* maiores observa uma tendência maior das linhas de corrente, que não deixaram o canal através da fratura, de retornar ao domínio livre do canal. Isso é consequência do maior arrasto oferecido pelo domínio poroso, e o escoamento tender a escoar através das trajetórias preferenciais.

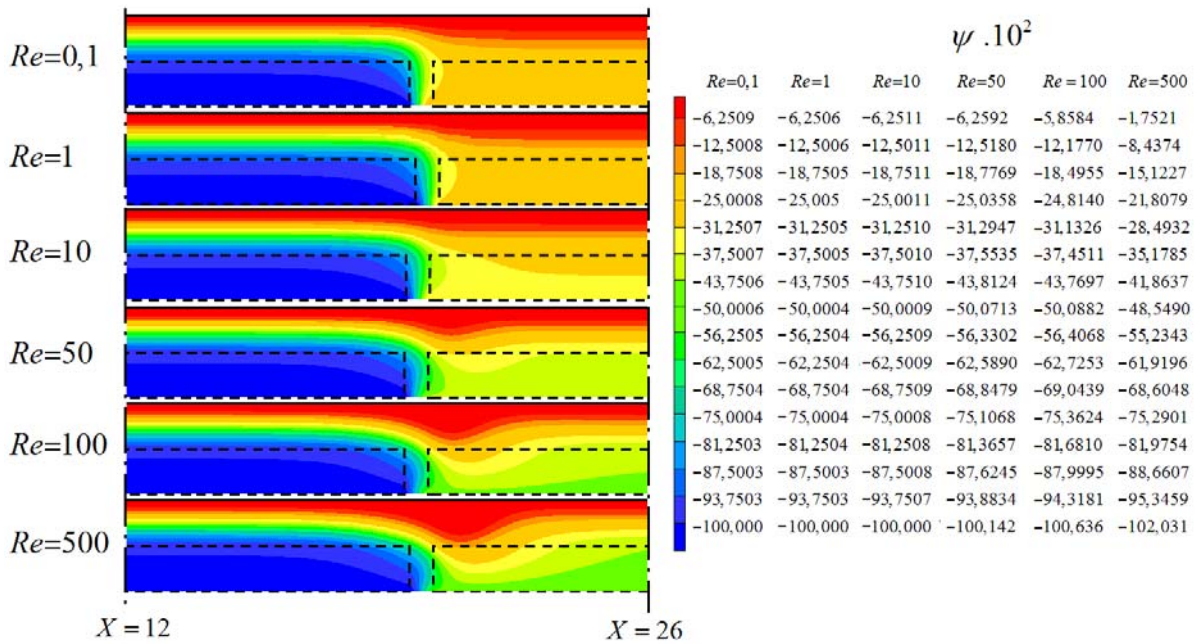


Figura 43 – Linhas de corrente para cada número de Reynolds analisado com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$

7.4.2 Permeabilidade: número de Darcy

A importância do estudo da influência da porosidade do meio poroso está no fato de ser uma variável inerente ao processo, visto que depende apenas das características geológicas do domínio poroso. A influência do número de Darcy, associado à permeabilidade adimensional do meio poroso, é investigada para $Da = 2 \cdot 10^{-1}$, $Da = 10^{-1}$, $Da = 10^{-2}$, $Da = 10^{-3}$, e $Da = 10^{-4}$, mantendo-se os demais parâmetros constantes, de $Re = 1$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 1$. A escolha dos valores correspondentes ao número de Darcy foi feita de modo que fossem abrangidos valores próximos aos extremos ($Da = 10^{-4}$ e $Da = 0,2$) e intermediários ($Da = 10^{-1}$ à $Da = 10^{-3}$).

Da mesma forma que analisado para os números de Reynolds, o número de Darcy pode ser analisado através dos perfis desenvolvidos de velocidade a montante e a jusante da fratura, alocada em $X = 8$. Os perfis são tomados em $X = 5$ e $X = 24$, visto que nessas regiões o escoamento encontra-se completamente desenvolvido. Os perfis são apresentados na Figura 44.

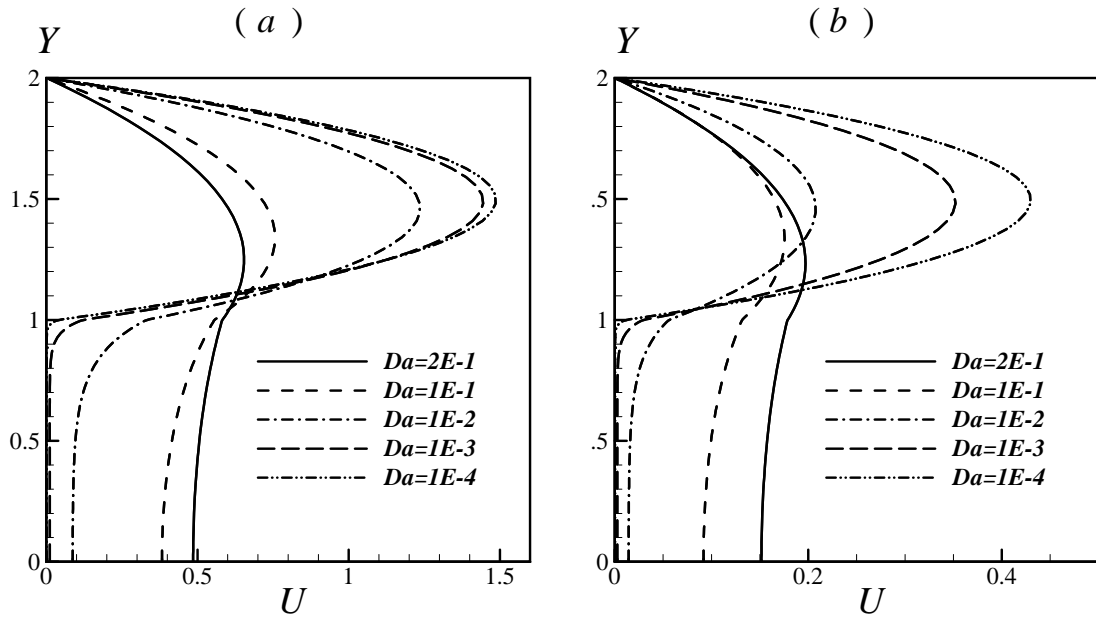


Figura 44 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Darcy (a) a montante, em $X = 7$ e (b) a jusante, em $X = 24$ da fratura, com $Re = 1$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$

Através dos perfis desenvolvidos de velocidade, observa-se uma tendência de redução da velocidade referente aos perfis com a redução do número de Darcy. Isso é consequência da facilidade que o escoamento tem de penetrar no meio poroso para maiores números de Darcy. Conforme o escoamento consegue penetrar com maior facilidade no meio poroso a montante da fratura, há uma maior vazão de fluido que a intercepta, escapando do canal através da fratura. Pode-se observar uma variação mais sensível do perfil de velocidades para $Da = 10^{-2}$. Com essa condição, o escoamento encontra uma menor resistência oferecida pelo meio poroso, de modo que o fluido consegue penetrar facilmente no domínio poroso. Contudo, essa resistência é grande o suficiente para impedir que a porção do escoamento que atravessa o domínio poroso retorne ao meio poroso após interceptar a fratura, deixando o canal através desta.

A Figura 45 apresenta as linhas de corrente para o escoamento para os números de Darcy analisados, para $5 < X < 14$.

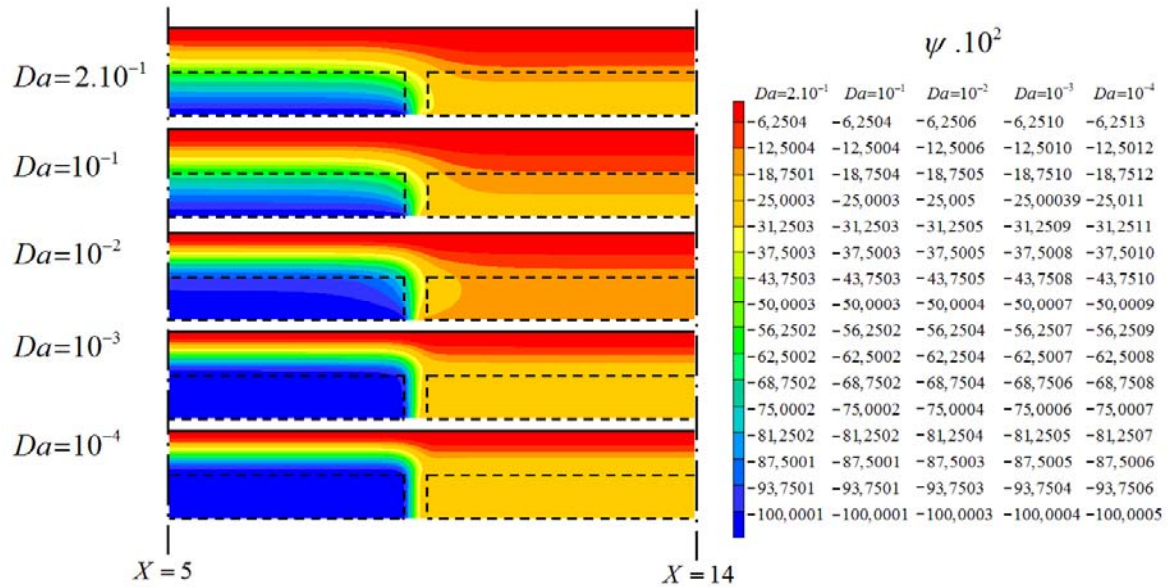


Figura 45 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes números de Darcy com $P_f = 0$, $Re = 1$, $\phi = 0,4$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$

A análise das linhas de corrente mostra que uma redução do número de *Darcy* dificulta sensivelmente o escoamento através do meio poroso. A condição de $Da = 10^{-4}$ pode ser considerada um extremo para o menor número de Darcy, visto que o meio poroso tem um comportamento semelhante a um sólido. As linhas de corrente se concentram na região livre de poros do domínio. Para $Da = 10^{-1}$ pode-se observar que algumas linhas de corrente penetram no meio poroso e terminam na fratura. Com a redução da permeabilidade do meio poroso o fluido tende a escoar na região livre do canal e para que penetre na fratura é necessária uma mudança mais brusca na direção preferencial do escoamento. Essa mudança é mais intensa para menores números de *Darcy*, visto que o escoamento se concentra no domínio livre do canal. Nessa condição o fluido escoar predominantemente na região superior do cana, região na qual o escoamento ocorre mais longe da saída oferecida pela fratura.

7.4.3 Porosidade

O estudo da influência da porosidade tem grande importância para o canal parcialmente poroso e fraturado, visto que é uma característica geológica do meio poroso. A influência da porosidade é investigada para $\varphi = 0,2$, $\varphi = 0,4$ e $\varphi = 0,9$, com uma fratura alocada em $X = 8$. Tendo em vista que a porosidade varia entre 0 e 1, foram analisados três valores distintos, sendo que dois valores foram tomados próximos aos extremos ($\varphi = 0,2$ e $\varphi = 0,9$) e um valor intermediário ($\varphi = 0,4$).

A análise é feita com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$ e $N = 1$, mantidos constantes. A Figura 46 apresenta os perfis de velocidade desenvolvidos nas regiões a montante, em $X = 7$, e a jusante, em $X = 24$, da fratura.

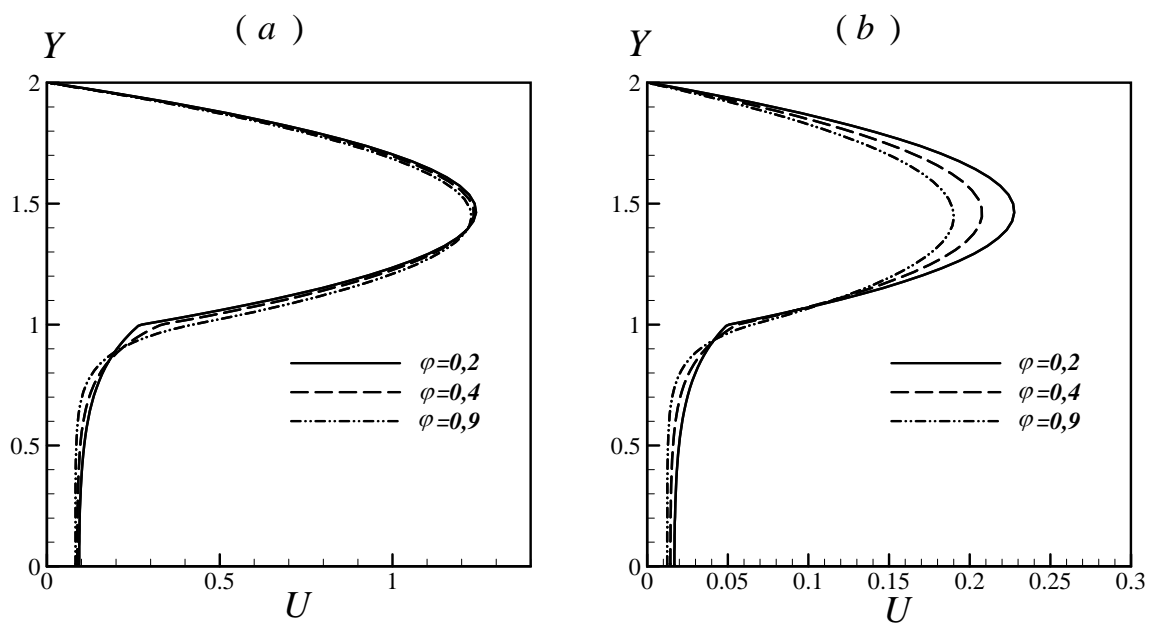


Figura 46 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes porosidades (a) a montante, em $X = 7$ e (b) a jusante, em $X = 24$ da fratura, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$.

Pelos perfis de velocidade, percebe-se que um aumento na porosidade provoca uma redução nas velocidades dos perfis na região a jusante da fratura. Isso é consequência da existência de um maior arrasto, quantificado pelo coeficiente de Forchheimer, que é inversamente proporcional à porosidade. Dessa forma, o aumento da porosidade tende a facilitar o escoamento do fluido através do meio

poroso, fazendo com que uma maior vazão escoe no domínio poroso e intercepte a fratura. A Figura 47 apresenta as linhas de corrente para cada porosidade analisada para $5 < X < 14$.

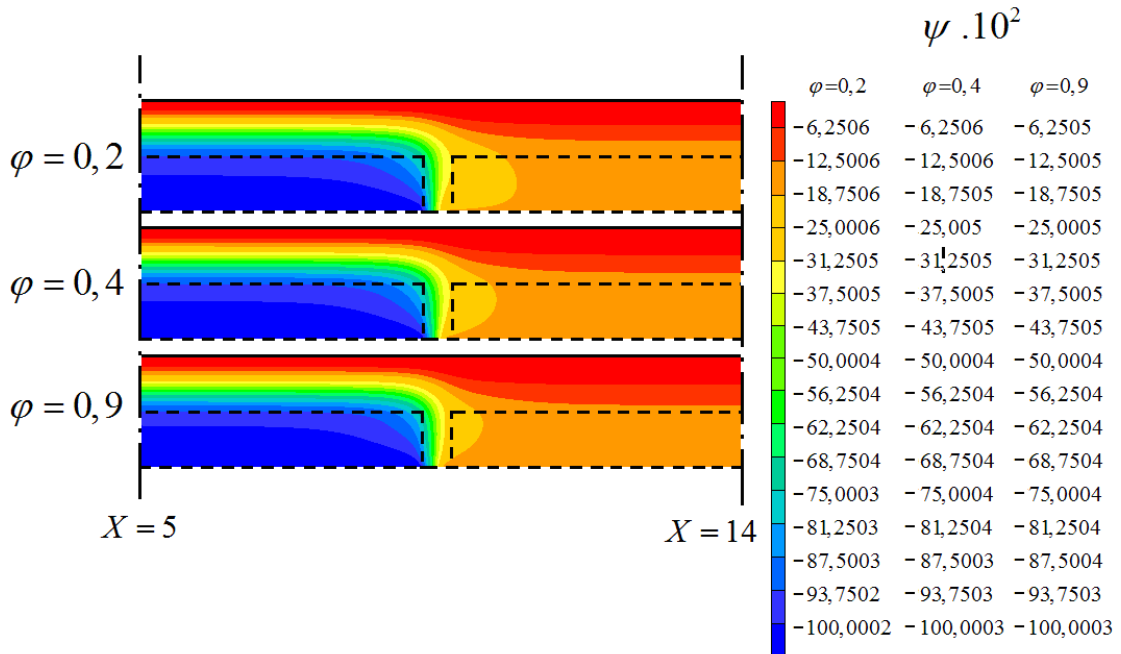


Figura 47 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes porosidades com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,5$ e $N = 1$.

A análise das linhas de corrente mostra a pequena sensibilidade do problema em relação à porosidade. Não são observadas variações bruscas das linhas de corrente para as três porosidades analisadas.

Pode-se fazer uma análise quantitativa da influência dos três parâmetros hidráulicos analisados através da vazão de fluido que deixa o canal através da fratura. Para isso tomam-se três valores distintos para cada um dos parâmetros. A Figura 48 apresenta os valores das vazões para as combinações dos valores dos parâmetros.

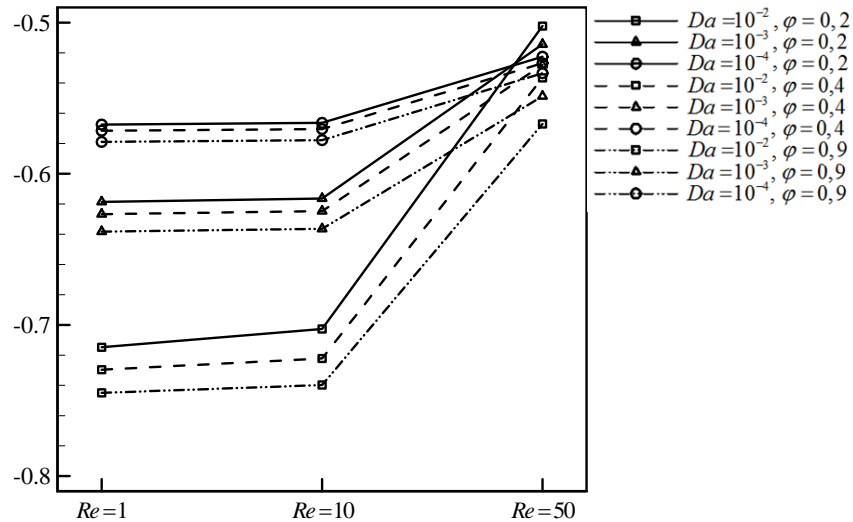


Figura 48 – Vazão de fluido que deixa o canal através da fratura para os parâmetros hidráulicos, com $P_f = 0$, $R = 2$ e $E = 0,5$.

A análise das curvas confirma os resultados observados anteriormente, contudo agora para diversas combinações para os parâmetros hidráulicos. Para todas as configurações adotadas, observa-se que todas as curvas têm um formato semelhante, indicando a influência do número de *Reynolds*. Observa-se que o módulo da vazão que deixa o canal através da fratura diminui com o aumento do número de *Reynolds*, devido à maior inércia do fluido dificultar uma mudança na direção preferencial do escoamento.

Observa-se que algumas curvas apresentam configurações semelhantes, que correspondem aos três grupos de curvas com círculos, triângulos e quadrados. Essas curvas têm em comum o mesmo número de *Darcy*, mostrando que a vazão de fluido que deixa o canal através da fratura é bastante sensível à permeabilidade do meio poroso. Percebe-se que o conjunto de curvas com $Da = 10^{-4}$ (curvas com círculos) quase se sobrepõe. Conforme a permeabilidade diminui, há uma maior dificuldade ao escoamento ocorrer através do domínio poroso, fazendo com que o escoamento se concentre no domínio livre, sendo necessária uma mudança mais brusca no sentido do escoamento para que o fluido mude sua direção de escoamento. Assim, para permeabilidades baixas, o meio poroso passa a ter um

comportamento semelhante a um sólido, fazendo com que o fluido escoe somente no domínio livre do canal.

A influência da porosidade é explicada pelo coeficiente de *Forchheimer*, que quantifica o arrasto oferecido pelo meio poroso. O coeficiente de *Forchheimer* é inversamente proporcional à porosidade. Assim com o aumento da porosidade, há uma redução do arrasto, e o escoamento pode penetrar com maior facilidade no domínio poroso a montante da fratura, situação na qual o escoamento intercepta esta, encontrando uma região livre para deixar o canal.

7.4.4 Pressão da fratura (P_f)

No domínio adotado para estudo do canal parcialmente poroso e fraturado, as fraturas fornecem trajetórias preferenciais alternativas ao escoamento. Dessa maneira, a saída de fluido pela região da fratura pode ser facilitada, dependendo da pressão de poros do reservatório.

A influência da pressão de poros do reservatório (P_f) é analisada através de valores distintos de pressão atribuídos à superfície inferior do domínio, na região da fratura. Os valores atribuídos para a pressão de poros do reservatório variam de $P_f = -50$ a $P_f = +200$ mantendo os demais parâmetros constantes: $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$, $e/h_1 = 0,50$, com a fratura alocada em $X = 8$, posição onde o escoamento se encontra completamente desenvolvido para a condição de $Re = 1$. A Tabela 7 apresenta os valores das vazões adimensionais ($Q_1 = q_1 / q_0$ e $Q_{out} = q_{out} / q_0$) que deixa o canal através da fratura e da saída localizada no final do canal para cada pressão manométrica ($P_f = p_f / p_0$) na fronteira inferior da fratura. A tabela também apresenta a soma do módulo das vazões que deixam o canal, levando em conta que a vazão que sai pelo canal através da fratura é negativa, pois o escoamento ocorre no sentido negativo do eixo y e a vazão que deixa o canal em $X = 30$ ocorre no sentido positivo do eixo x , sendo esta positiva.

Tabela 7 – Vazões de saída no canal através da fratura e da saída em $X = 30$ e a soma destas vazões, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$.

P_f	Q_1	Q_{out}	$ Q_1 + Q_{out} $
+200	+0.0650	+1.0657	1.1307
+150	-0.1586	+0.8397	0.9983
+100	-0.3814	+0.6146	0.9961
+50	-0.4824	+0.3908	0.0916
0	-0.8234	+0.1681	0.9916
-50	-1.0407	-0.0513	1.0921

Pelos valores obtidos, percebe-se que para $P_f = 200$ a soma do módulo das vazões que deixam o canal é superior à unidade, o que significa que a vazão total de fluido que deixa o canal é maior que a vazão que entra. Isso é um indicativo da ocorrência de um influxo na região da fratura, consequência da distribuição de pressões no canal, que modifica a direção e o sentido do escoamento na região da fratura. Influxos são consequência de altas pressões no reservatório, contudo, a presença de fraturas pode facilitar sua ocorrência visto que estas atuam como condutores hidráulicos.

Percebe-se que para $P_f = -50$ a vazão que deixa o canal através da saída é negativa, indicando a mudança do sentido do escoamento a jusante da fratura. Isso é consequência da baixa pressão de poros do reservatório, que facilita a saída de fluido através da fratura.

A Figura 49 representa os sentidos dos escoamentos que deixam o canal através da fratura e da saída, com (a) $P_f < -50$, (b) $-50 < P_f < 190$ e (c) $P_f > 190$, de acordo com os valores apresentados na Tabela 7.

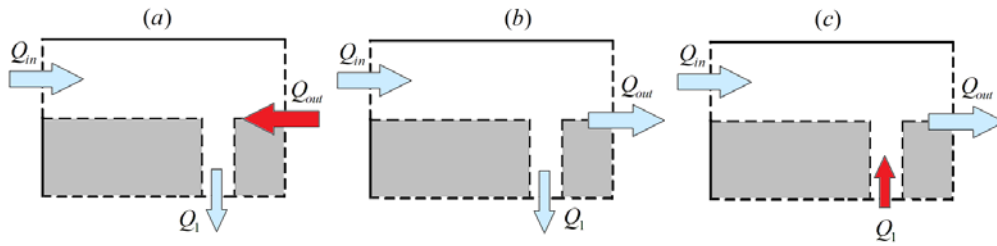


Figura 49 – Representação do comportamento do escoamento para diferentes condições de pressão na fratura, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ $\varphi = 0,4$.

Pode-se analisar os resultados através de uma curva que relacione as vazões que deixam o canal através da fratura pela pressão de poros. A Figura 50 relaciona as vazões para as diversas pressões.

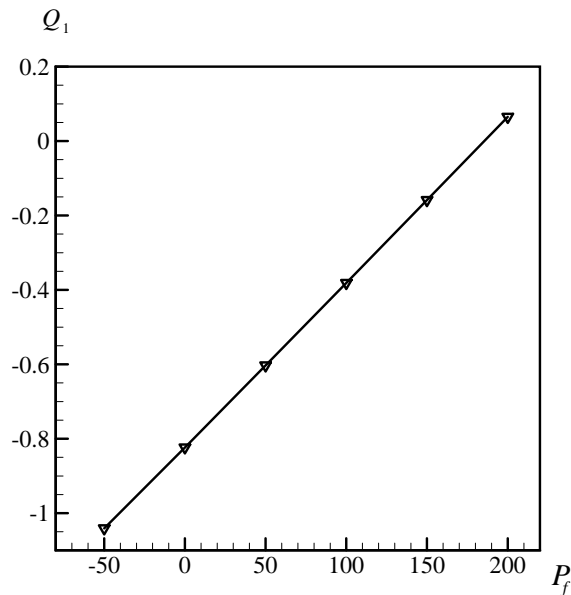


Figura 50 – Curva relacionando a vazão de fluido que deixa o canal através da fratura pela pressão de poros, para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ $\varphi = 0,4$, $R = 2$.

Percebe-se que conforme a pressão de poros aumenta há uma redução aproximadamente linear do módulo da vazão que deixa o canal através desta. A partir de $P_f = 180$ há uma mudança no sinal da vazão, indicando o início do influxo através da fratura.

A análise das linhas de corrente mostra a redução gradual da vazão de fluido que deixa o canal através da fratura, para as diferentes pressões de poros, apresentas na Figura 51 para $5 < X < 14$.

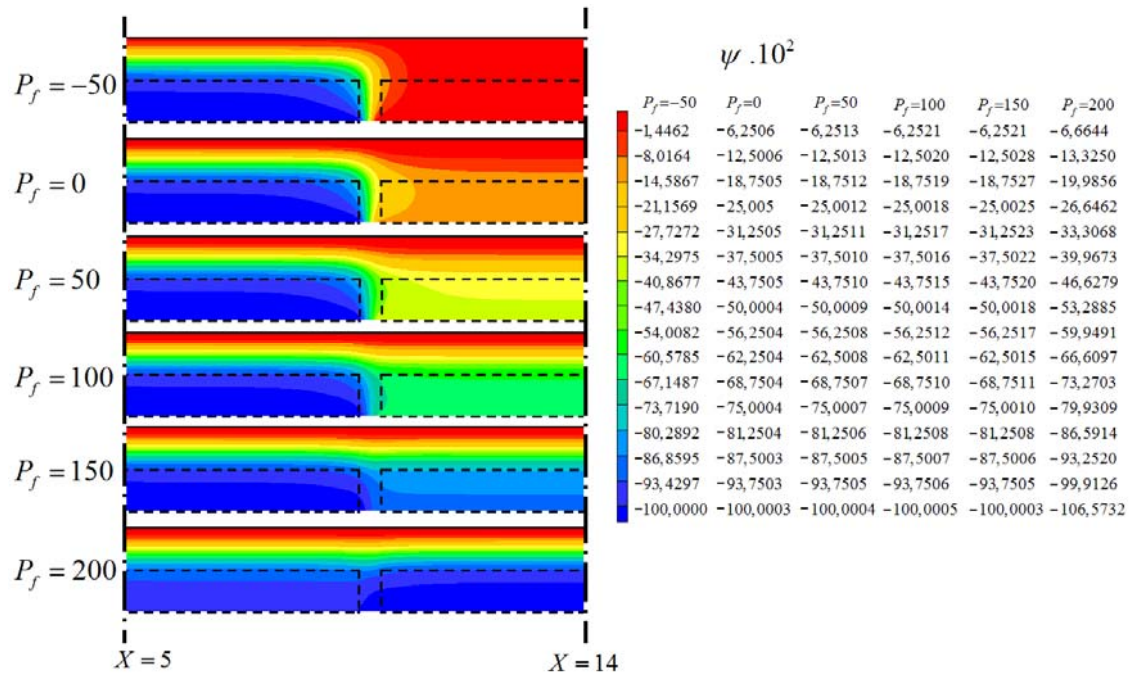


Figura 51 – Linhas de corrente para diferentes pressões de poros, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$ $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $N = 1$.

As linhas de corrente mostram a redução gradual de vazão que deixa o canal através da fratura pela redução do número de linhas que penetra na fratura e deixa o canal.

7.4.5 Razão de aspecto do canal (R)

A importância do estudo da razão de aspecto do canal parcialmente poroso e fraturado está no fato de que mesmo com uma condição de domínio semi-infinito para o domínio poroso, parte do escoamento escoar através deste, em uma região limitada. O estudo da razão de aspecto para o problema foca na influência que o volume relativo ocupado pelo domínio livre do canal tem no comportamento do escoamento no canal.

A análise da influência da razão de aspecto do canal parcialmente poroso tem significativo interesse pois há duas conseqüências principais resultantes da redução da razão de aspecto do canal. A primeira delas é o aumento do volume referente ao domínio poroso. Isso implica no aumento do comprimento relativo da fratura dentro do canal, fazendo com que o fluido necessite percorrer uma distância maior para deixar o canal através da fratura. A segunda conseqüência é que o mesmo aumento da razão de aspecto provoca um aumento da vazão de fluido que escoar através do meio poroso, fazendo com que uma maior vazão intercepte a fratura, encontrando uma região livre para deixar o canal.

A influência da razão de aspecto do canal é investigada para três valores distintos: $R = 1,5$, $R = 2$ e $R = 3$, visando o estudo da influência de volumes do domínio livre que correspondem à metade, igual e ao dobro do volume referente ao domínio poroso. A análise é feita para os seguintes valores dos demais parâmetros: $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\phi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,50$ e $N = 1$, mantidos constantes.

Os resultados da influência da razão de aspecto do canal podem ser analisados primeiramente através dos perfis desenvolvidos de velocidade a montante, em $X = 5$ e a jusante da fratura, em $X = 24$. Contudo, devido às variações da razão de aspecto, os perfis de velocidades não podem ser sobrepostos.

Apesar de não ser possível a sobreposição para comparação direta dos perfis de velocidades, pode-se tirar algumas informações importantes da figura. Percebe-se que a montante da fratura, para as três razões de aspecto tomadas, a velocidade do escoamento no domínio poroso do canal é aproximadamente a mesma. Isso é devido aos valores constantes adotados para as propriedades hidráulicas nas simulações: número de *Reynolds*, número de *Darcy* e porosidade. Percebe-se também que a forma do perfil depende diretamente da razão de aspecto, visto que o perfil tem formato parabólico somente no domínio livre do canal, ficando mais achatado para maiores razões de aspecto.

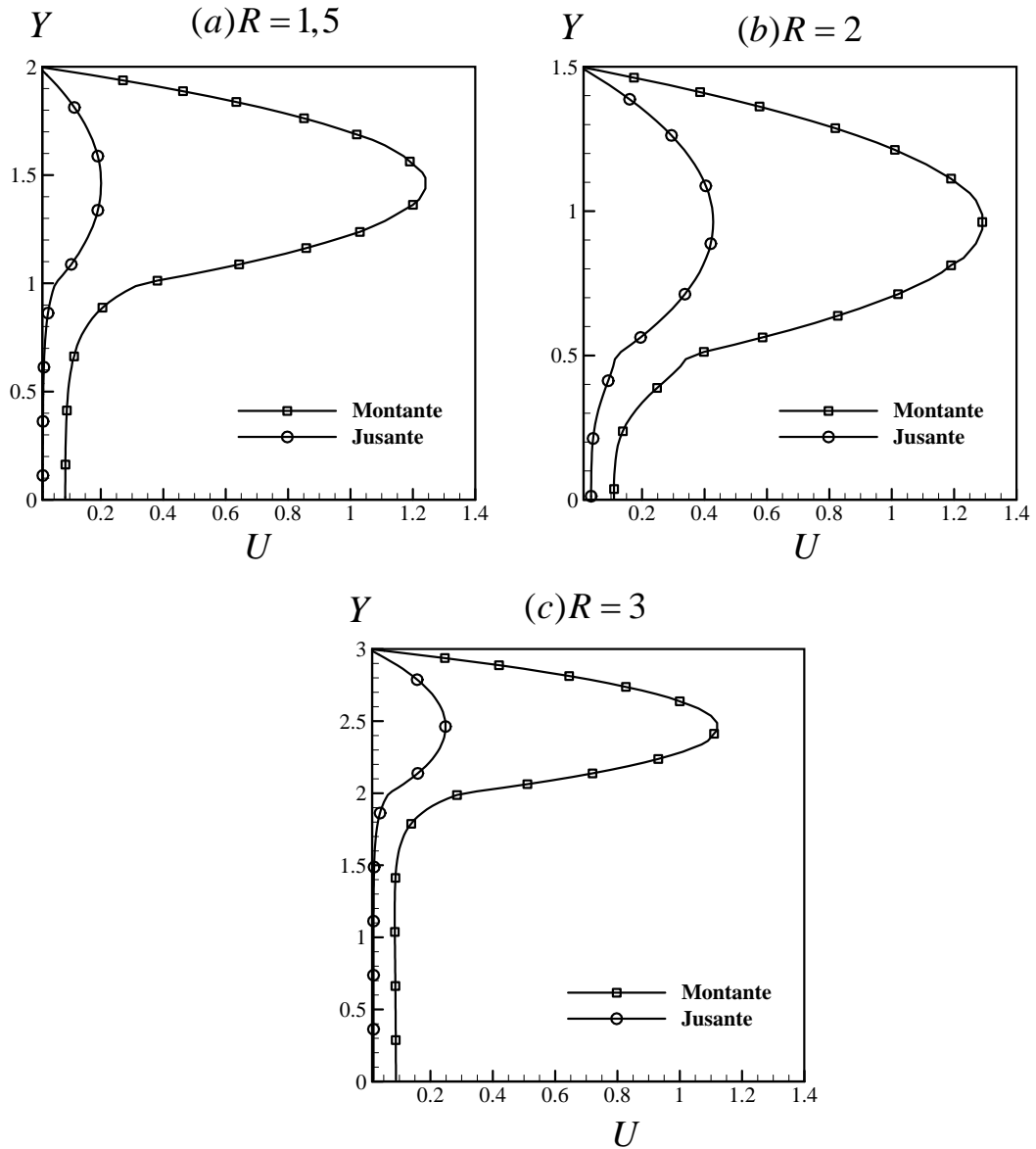


Figura 52 – Perfis de velocidade desenvolvidos para escoamento a montante e a jusante da fratura para as razões de aspecto, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,5$ e $N = 1$.

Pode-se fazer uma análise quantitativa da influência da razão de aspecto do canal, pela vazão de fluido que deixa o canal através da fratura. A comparação dos perfis desenvolvidos de velocidades não é a melhor opção para esta análise, visto que estes não podem ser sobrepostos. A Figura 53 apresenta a curva que relaciona a vazão através da fratura com as razões de aspecto analisadas.

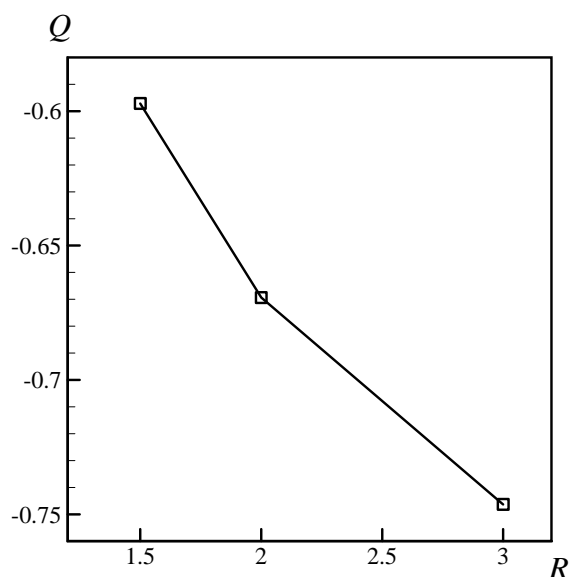


Figura 53 – Vazão de fluido que deixa o canal através da fratura para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,5$ e $N = 1$.

Na Figura 53 os valores para as vazões são todos negativos, indicando que a fratura é uma região de saída de fluido, visto que o sentido de saída é oposto ao sentido adotado para o eixo y . Pela Figura 53, percebe-se o módulo da vazão de fluido que deixa o canal através da fratura aumenta com a razão de aspecto do canal. Como citado anteriormente, o aumento da razão de aspecto do canal é acompanhado do aumento do comprimento relativo da fratura. Contudo, o aumento do comprimento relativo da fratura faz com que uma maior vazão de fluido intercepte-a, encontrando uma região de escoamento preferencial próxima à uma região de saída.

O comportamento do escoamento no canal pode ser analisado com mais detalhes através das linhas de corrente. A Figura 54 apresenta as linhas de corrente nas três situações da razão de aspecto do canal analisadas, para $5 < X < 14$.

As linhas de corrente confirmam a mesma tendência observada na Figura 53. Com uma razão de aspecto menor para o canal, observa-se uma maior tendência do escoamento manter seu sentido preferencial. A redução relativa do volume referente ao domínio poroso faz com que uma maior vazão escoe através o domínio livre do canal, saindo preferencialmente no final do canal.

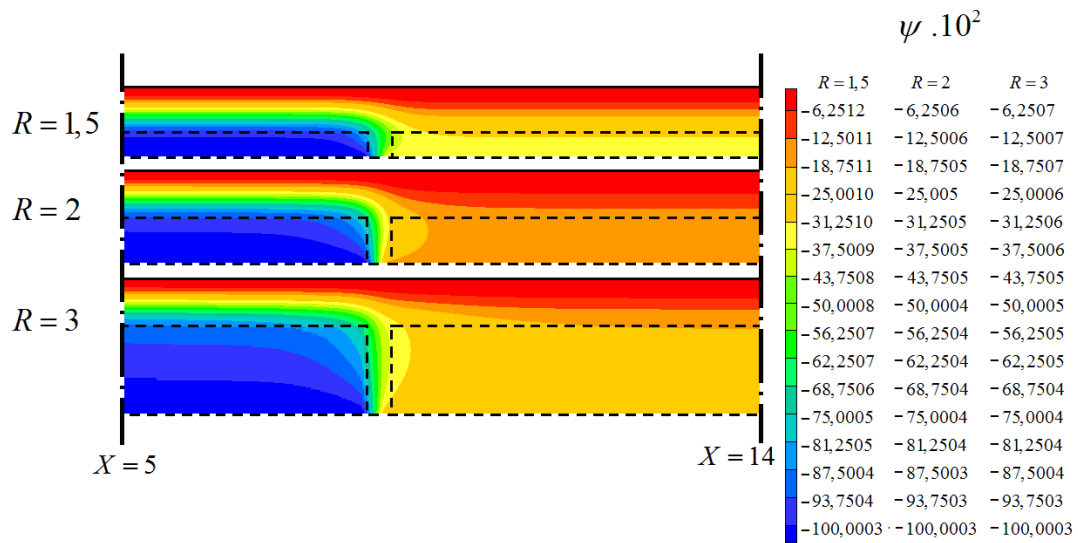


Figura 54 – Linhas de corrente para as razões de aspecto analisadas com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $E = 0,5$ e $N = 1$.

7.4.6 Espessura relativa da fratura (E)

O estudo da espessura da fratura tem importância pelo fato de a fratura formar uma trajetória preferencial alternativa para o escoamento, modificando seu comportamento. A influência da espessura da fratura é analisada para: $E = 0,05$, $E = 0,10$, $E = 0,25$ e $E = 0,50$. Essa série de simulações é feita para $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $R = 2$ e $N = 1$. Como a espessura relativa utilizada para a fratura nas simulações para verificação do comprimento de desenvolvimento corresponde a maior das espessuras analisadas ($E = 0,50$), pode-se concluir que a influência de fraturas de menor espessura será menos intensa. Dessa forma, as simulações são feitas com a fratura alocada em $X = 8$.

A análise da influência da espessura relativa da fratura é feita através dos perfis desenvolvidos de velocidade somente a jusante da fratura, visto que os perfis a montante são iguais para todas as espessuras analisadas. A Figura 55 apresenta os perfis desenvolvidos de velocidade a montante (mesmo perfil para todos os casos) e a jusante da fratura.

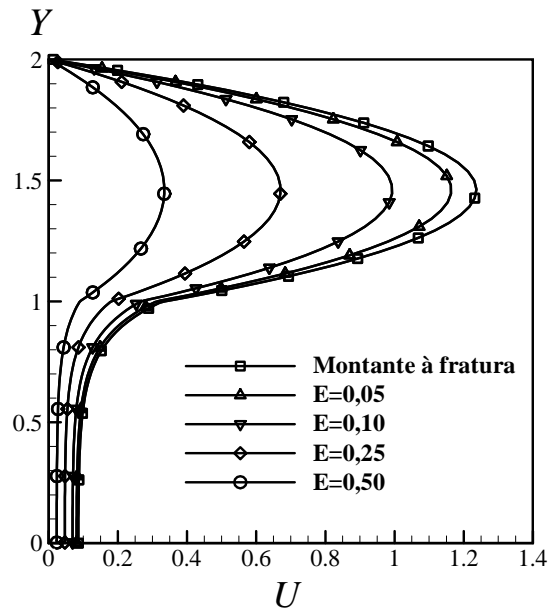


Figura 55 – Comparação dos perfis desenvolvidos de velocidade para diferentes espessuras relativas da fratura (a) a montante, em $X = 5$ e (b) a jusante, em $X = 24$ da fratura, com

$$Re = 1, Da = 10^{-2}, \varphi = 0,4, P_f = 0, R = 2 \text{ e } N = 1$$

Os perfis obtidos mostram uma redução na velocidade do escoamento na região a jusante da fratura, conforme aumenta-se sua largura. O aumento da espessura relativa da fratura provoca um aumento do volume livre de poros através do qual o escoamento enfrenta um menor arrasto.

A Figura 56 apresenta as linhas de corrente para as diferentes espessuras analisadas para $5 < X < 14$.

As linhas de corrente permitem uma análise mais detalhada do comportamento do escoamento na região da fratura. Percebe-se que para $E = 0,05$ há uma pequena perturbação no escoamento, devido à menor espessura relativa da fratura. Conforme essa espessura aumenta, o volume relativo da outra região com escoamento preferencial também aumenta, fazendo com que haja uma maior vazão escoamento através da fratura.

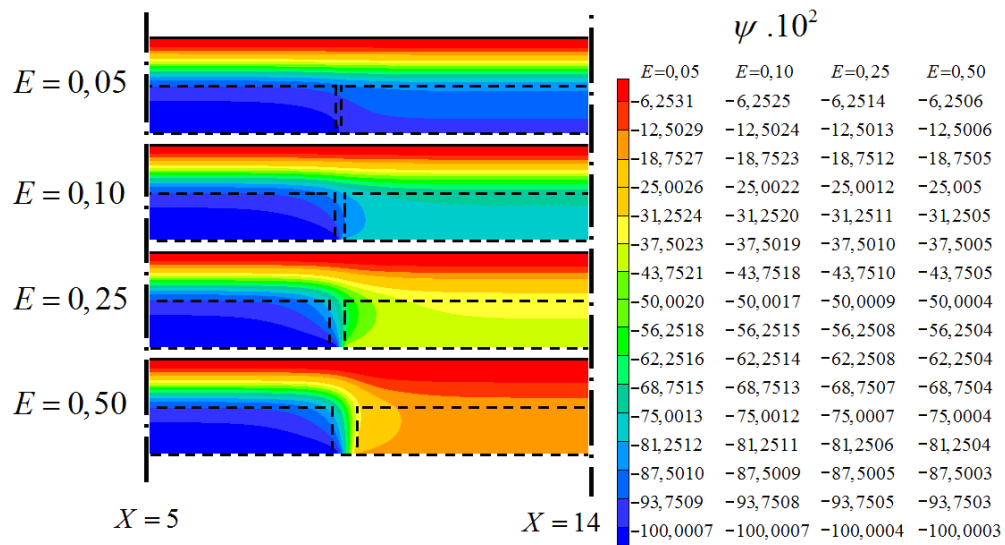


Figura 56 – Linhas de corrente para as espessuras relativas da fratura analisadas com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $N = 1$.

7.4.7 Número de fraturas (N)

A influência de apenas uma fratura foi analisada para diversos parâmetros hidráulicos e geométricos. É interessante também, analisar a influência de diversas fraturas no comportamento do escoamento através do canal parcialmente poroso e fraturado. Esse estudo é feito para $N = 1$ a $N = 8$, com fraturas alocadas a partir de $X = 8$, espaçadas igualmente com um passo de $D = 2$.

O estudo da influência do número de fraturas é feito com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$, $E = 0,50$. Como as fraturas estão próximas o suficiente umas das outras para impedir o desenvolvimento completo do escoamento nessas regiões, os resultados não podem ser apresentados através dos perfis de velocidade entre as fraturas. Assim, duas formas interessantes de análise dos resultados são através das linhas de corrente e da vazão de fluido através da fratura.

A Figura 57 apresenta as linhas de corrente obtidas na simulação do canal com a presença de 1 à 8 fraturas, para $5 < X < 25$.

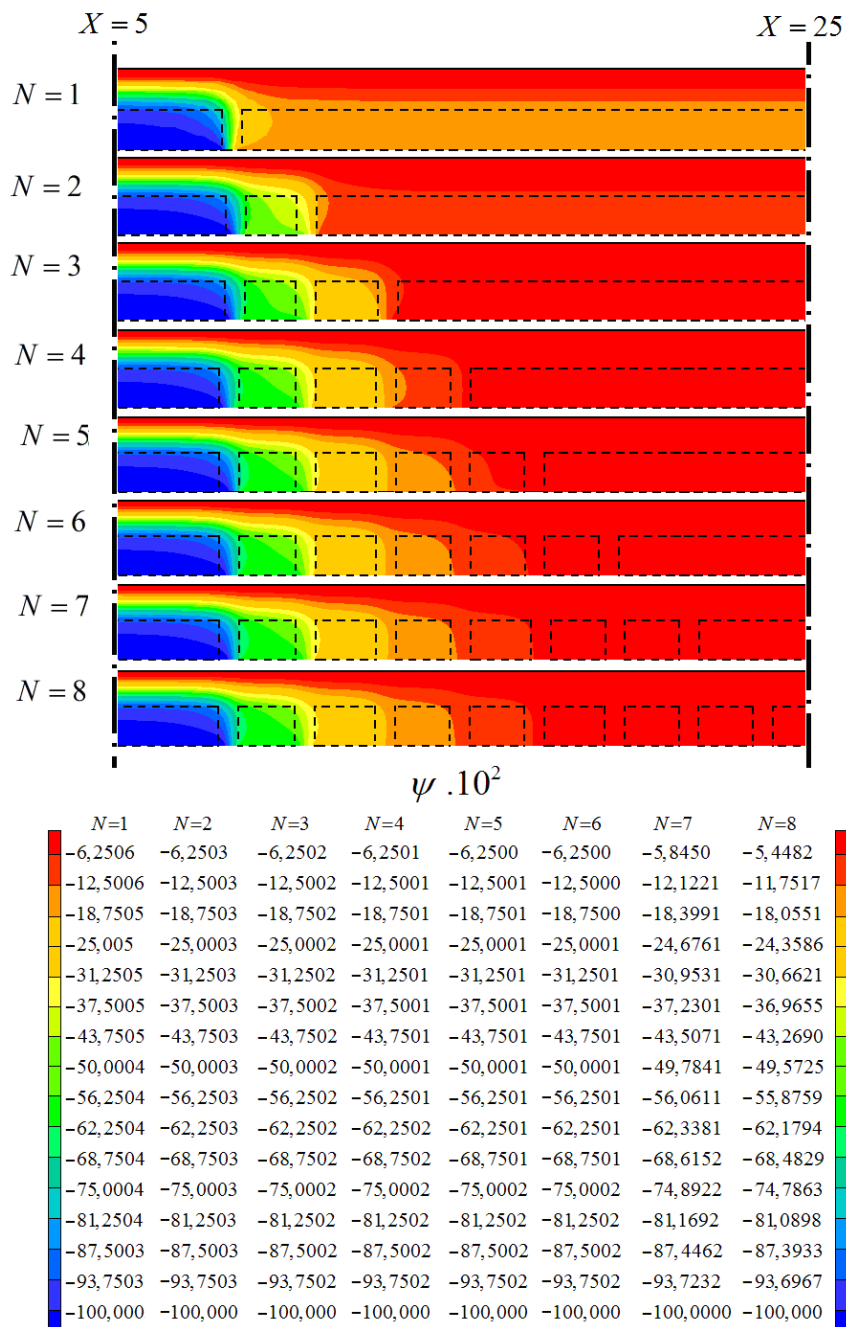


Figura 57 – Linhas de corrente para os diferentes números de fraturas alocadas no canal, para

$$Re = 1, Da = 10^{-2}, \varphi = 0,4, P_f = 0, R = 2 \text{ e } E = 0,50.$$

Através das linhas de corrente, percebe-se que conforme aumenta-se o número de fraturas, mais linhas de corrente mudam a direção preferencial do escoamento, fazendo com que mais fluido deixe o canal através das fraturas. Pode-se analisar quantitativamente a influência das fraturas no comportamento do escoamento através das vazões de fluido que deixam o canal para cada condição

analisada. A Tabela 8 apresenta as vazões adimensionais ($Q = q/q_0$) de fluido que deixa o canal através de cada fratura para cada caso analisado. O sub índice em cada vazão corresponde ao número da fratura, sendo numeradas de 1 à 8 da esquerda para a direita. A última coluna apresenta a soma das vazões através das fraturas.

Tabela 8 – Vazão de fluido que deixa o canal através de cada fratura

N	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5	Q_6	Q_7	Q_8	$Total$
1	-0,722	-	-	-	-	-	-	-	-0,822
2	-0,543	-0,371	-	-	-	-	-	-	-0,914
3	-0,481	-0,279	-0,189	-	-	-	-	-	-0,927
4	-0,466	-0,256	-0,149	-0,100	-	-	-	-	-0,971
5	-0,462	-0,250	-0,137	-0,079	-0,053	-	-	-	-0,982
6	-0,461	-0,248	-0,134	-0,073	-0,042	-0,029	-	-	-0,989
7	-0,460	-0,248	-0,133	-0,071	-0,03942	-0,023	-0,018	-	-0,994
8	-0,460	-0,248	-0,133	-0,071	-0,038	-0,021	-0,013	-0,012	-0,998

Tendo em vista que a vazão utilizada na adimensionalização corresponde à vazão que penetra no canal, os valores apresentados na Tabela 8 podem ser entendidos também como uma porcentagem dessa vazão. Os valores apresentados para as vazões são todos negativos porque as fraturas são regiões de saída de fluido, para as condições adotadas nas simulações. Percebe-se que o módulo da soma das vazões que deixam o canal através da(s) fratura(s) aumenta conforme aloca-se mais fraturas no canal. É possível concluir que a influência direta da presença de fraturas adjacentes na análise de uma fratura em particular. Isso pode ser verificado através da análise da vazão de fluido que deixa o canal através da primeira fratura. Percebe-se que o módulo dessa vazão (Q_1) diminui conforme aumenta-se o número de fraturas, até se estabilizar em um valor. A Figura 58

apresenta os valores das vazões que deixam o canal através das quatro primeiras fraturas (Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4) para os diferentes número de fraturas que o canal comporta neste estudo.

Pode-se concluir que a redução da vazão através de uma fratura específica possui um caráter assintótico, se estabilizando em um determinado valor, dependente dos parâmetros do problema ou da posição relativa da fratura. Assim, pode-se concluir em uma rede de fraturas a perda de fluido através de uma determinada fratura passa a ser constante, a partir de um número mínimo de fraturas seqüenciais.

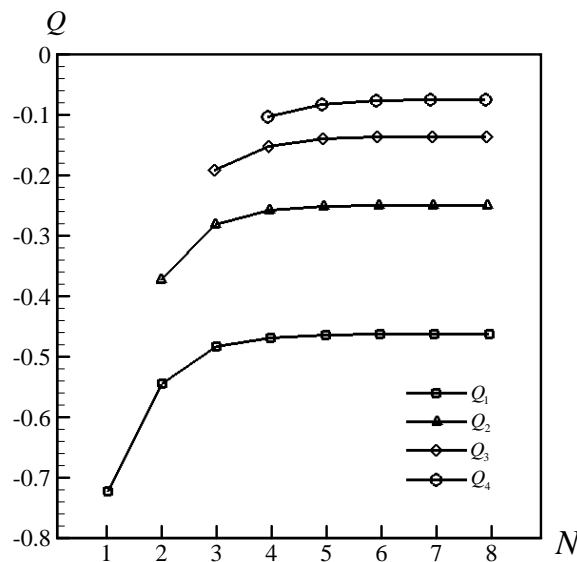


Figura 58 – Curva relacionando a vazão que deixa o canal através das quatro primeiras fraturas (Q_1, Q_2, Q_3 e Q_4) pelo número de fraturas (N) do canal, com $Re = 1$, $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 2$ e $E = 0,50$

Quando há mais fraturas no canal, o fluido tem outras regiões alternativas de escoamento preferencial. Pela análise das linhas de corrente para o canal com 8 fraturas, percebe-se que a primeira fratura causa uma perturbação no escoamento, facilitando a saída de fluido através das demais fraturas.

Pode-se analisar a influência dos parâmetros hidráulicos e geométricos para um canal com a presença de mais de uma fratura. Para isso, toma-se o canal com quatro fraturas alocadas a partir de $X = 16$, visto que de acordo com a Tabela 8,

aproximadamente 91% da vazão deixa o canal através das quatro primeiras fraturas. Para isso toma-se três valores distintos para cada um dos quatro parâmetros de maior interesse: número de *Reynolds*, número de *Darcy*, pressão ao longo da fratura e espessura da fratura. A Tabela 9 apresenta os valores utilizados nas simulações.

Tabela 9 – Valores utilizados nas simulações para os parâmetros hidráulicos e geométricos

<i>Re</i>	0,1	1	10
<i>Da</i>	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}
<i>P_f</i>	0	50	100
<i>E</i>	0,05	0,25	0,50

A Figura 59 apresenta a vazão que deixa o canal através de cada fratura para os resultados mais interessantes. O valor da vazão é apresentado no eixo *y*, e no eixo *x* são apresentadas as vazões em cada fratura (*Q₁*, *Q₂*, *Q₃* e *Q₄*). Os resultados numéricos para todas as configurações simuladas são apresentados no Apêndice C.

As curvas mostram que para as diversas configurações adotadas, há uma tendência geral de haver uma maior vazão deixando o canal através da primeira fratura, e esta reduz continuamente nas fraturas seqüenciais até atingir um valor mais baixo na última fratura, como já observado na Tabela 8. Isso é observado para as configurações que possuem *Re* = 0,1 ou *Re* = 1 em comum. Contudo, pode-se observar duas curvas que fogem dessa condição. Estas curvas possuem em comum os parâmetros de *Re* = 10, *Da* = 10^{-2} , *P_f* = -20, com as espessuras de *E* = 0,25 e *E* = 0,50. As duas curvas têm o comportamento oposto do observado para as demais curvas. A maior vazão deixa o canal através da quarta fratura, e este valor diminui gradativamente até atingir o menor valor, ocorrendo este, na primeira fratura. Isso ocorre pelo fato das duas configurações apresentarem o maior número de *Reynolds* analisado para este caso. Assim, com uma maior inércia associada ao escoamento, torna-se mais difícil provocar uma mudança em sua direção preferencial. Pode-se concluir que para maiores valores de *Reynolds* a presença da primeira fratura é importante para provocar uma perturbação no escoamento

fazendo com que o fluido adquira uma quantidade de movimento inicial na direção y , e facilitando a saída de fluido pelas fraturas seqüenciais.

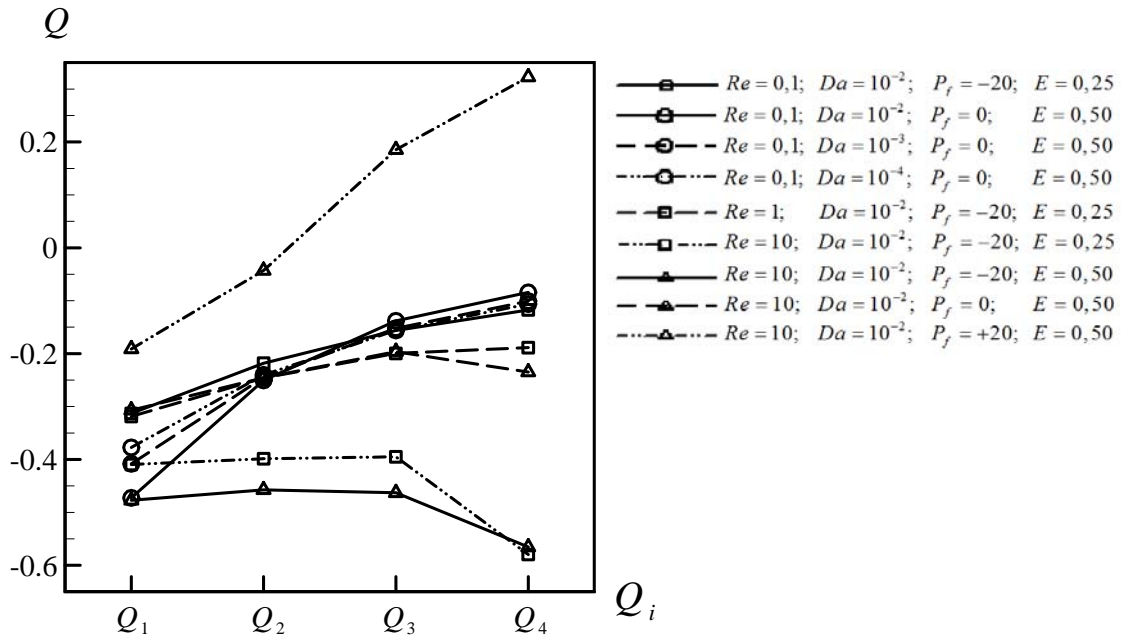


Figura 59 – Vazão que deixa o canal através das quatro fraturas para diferentes valores do número de Reynolds, número de Darcy .

Observando a curva corresponde ao conjunto dos parâmetros de $Re = 10$, $Da = 10^{-2}$, $P_f = +20$ e $E = 0,50$, nota-se a vazão apresenta tanto valores positivos quanto negativos. Existem valores negativos para as vazões nas fraturas 1 (Q_1) e 2 (Q_2), indicando a saída de fluido do canal. Contudo observa-se vazões positivas para as fraturas 3 (Q_3) e 4 (Q_4), indicando a ocorrência de influxo. Este caso específico mostra que em uma rede de fraturas de mesma pressão (indicando fraturas de mesmo comprimento) é possível ocorrer influxo somente em algumas fraturas. Isso é consequência de o gradiente de pressão no canal ser negativo, ou seja, tomando-se uma seção transversal do canal, a pressão a jusante é menor do que a pressão a montante desta seção. Pode haver alguma seção transversal do

canal na qual a pressão é mais baixa que a pressão da fratura. Isso modifica as características do gradiente de pressão nas redondezas da fratura, mudando também a direção e sentido do escoamento.

A análise da influência do número de *Darcy* é feita para as curvas que têm em comum $Re = 0,1$, $P_f = 0$ e $E = 0,50$, e mostra um comportamento semelhante ao observado no canal com apenas uma fratura. Observa-se que a primeira fratura é bastante sensível ao número de *Darcy*. O aumento da permeabilidade do meio poroso faz que com que uma maior vazão deixe o canal através da primeira fratura, aumentando cerca de 25% de $Da = 10^{-3}$ para $Da = 10^{-2}$. Essa variação da vazão que deixa o canal através da primeira fratura modifica o comportamento do escoamento ao longo das próximas fraturas, onde nota-se um comportamento diferente frente ao número de *Darcy*. Observa-se que o aumento do número de *Darcy* provoca uma leve redução nas vazões que deixam o canal pelas fraturas 2, 3 e 4, consequência do valor da vazão que deixa o canal através da primeira fratura. Percebe-se a tendência de uma leve redução do módulo dos valores de Q_2 , Q_3 e Q_4 com o aumento do módulo de Q_1 .

A influência da espessura relativa da fratura corrobora os resultados obtidos anteriormente, no canal com somente uma fratura. O aumento da espessura provoca um aumento no módulo da vazão que deixa o canal através das fraturas. Isso pode ser notado para as curvas com as configurações de $Re = 10$, $Da = 10^{-2}$, $P_f = +20$, com $E = 0,25$ e $E = 0,50$. Observa-se uma leve redução no módulo da vazão que deixa o canal apenas através da quarta fratura. O aumento da espessura das fraturas provoca um aumento nas vazões para as três outras fraturas.

7.4.8 Passo entre fraturas (*D*)

Para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado foi necessária a determinação de um comprimento de saída para o canal, de modo que a saída não influenciasse no comportamento do escoamento na região da fratura. Da mesma forma, a presença de diversas fraturas pode influenciar diretamente no comportamento do escoamento nas fraturas adjacentes. Assim, é de interesse

investigar o comportamento do escoamento para diferentes espaçamentos entre as fraturas, visando aumentar ou diminuir essa influência. Para isso toma-se outro parâmetro geométrico para o presente estudo: o passo ou distância entre as fraturas (D). As simulações para os diferentes números de fraturas são feitas com um passo de $D=2$. Dessa forma, toma-se valores menores e maiores para a análise. As simulações são feitas com $Re=1$, $Da=10^{-2}$, $\varphi=0,4$, $R=1$, $E=0,5$ e $N=4$. A Figura 60 apresenta as linhas de corrente obtidas nas simulações.

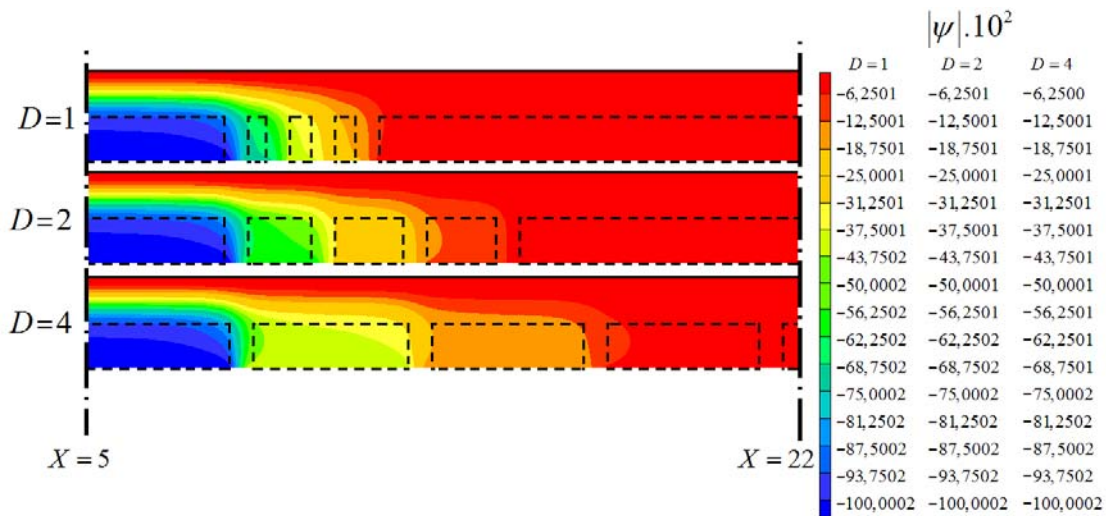


Figura 60 – Linhas de corrente para as diferentes distâncias entre fraturas para $Da = 10^{-2}$, $\varphi = 0,4$, $P_f = 0$, $R = 0,5$, $E = 0,5$ e $N = 4$

Da mesma forma que para o estudo da influência do número de fraturas, pode-se analisar quantitativamente a influência do passo entre as fraturas pela vazão adimensional de fluido que deixa o canal através destas. A Tabela 10 apresenta as vazões para cada fratura.

Pelos valores da vazão obtidos nas simulações, percebe-se que conforme aumenta-se a distância entre fraturas, há uma diminuição gradual da vazão de fluido que deixa o canal através das duas primeiras fraturas, e um aumento nas duas últimas fraturas. Isso ocorre porque um aumento no passo entre as fraturas diminui a influência de uma fratura nas demais, fazendo que as trajetórias preferenciais se distanciem umas das outras também. Com as fraturas mais próximas, a perturbação provocada no escoamento pela presença da primeira fratura facilita a saída de fluido

através das últimas fraturas, pela inércia do escoamento. Conforme as fraturas são afastadas, o comportamento do escoamento em cada fratura se assemelha ao obtido no canal com a presença de uma única fratura.

A influência da presença de uma fratura nas demais pode ser entendida pelo número de caminhos preferenciais através dos quais o fluido pode escoar, na região de uma fratura em particular. Com as fraturas distantes umas das outras, o fluido encontra somente uma região preferencial alternativa para escoar nas vizinhanças de uma fratura: o domínio livre do canal. Contudo, com as fraturas próximas umas das outras, o fluido encontra diversos caminhos alternativos para escoar. Dessa maneira, com mais caminhos alternativos, é mais fácil ocorrer uma mudança no sentido preferencial do escoamento, visto que com mais fraturas, essa mudança não precisa ser tão brusca, em comparação a mudança necessária para o fluido deixar o canal através de uma fratura isolada. A soma das vazões que deixam o canal através das quatro fraturas aumenta com o aumento da distância entre estas. Com as fraturas próximas umas das outras o fluido pode deixar o canal através das fraturas com uma mudança menos brusca na direção do escoamento. Contudo, devido à inércia do fluido uma maior vazão consegue atravessar as fraturas sem sofrer uma mudança na direção preferencial do escoamento, fazendo com que haja uma menor vazão deixando o canal através das fraturas.

Tabela 10 – Vazão de fluido que deixa o canal através de cada fratura

D	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	$Total$
1	-0.363	-0.250	-0.186	-0.160	-0.959
2	-0,466	-0,256	-0,149	-0,100	-0.871
4,5	-0.584	-0.245	-0.103	-0.049	-0.981

8 CONCLUSÕES

O estudo de escoamento em meios porosos tem adquirido cada vez mais interesse da engenharia. Fenômenos importantes podem acontecer no processo de perfuração de poços de petróleo, envolvendo escoamento através da região adjacente à coluna de produção, representada por uma região livre, e o meio poroso. A análise dos fatores que influem no comportamento do escoamento tem grande importância, visto que muitos processos industriais precisam estimar parâmetros para a aplicabilidade e otimização destes. No presente trabalho foi proposto um modelo para estudo de escoamento nesse tipo de domínio.

O presente trabalho apresenta uma metodologia desenvolvida para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado. Uma etapa inicial e fundamental para a realização do projeto foi a validação do modelo adotado para a representação do meio poroso. Para a sua representação foi utilizado o modelo homogêneo com a abordagem de dois domínios. Tendo em vista que a região mais crítica para análise é a interface fluido porosa, através da qual ocorre transferência de massa e de quantidade de movimento, sua influência foi analisada através de diferentes problemas de validação. Os problemas foram estudados através da convecção forçada, com escoamento paralelo (canal parcialmente poroso) e normal (canal com *plugue* poroso) à interface. Os problemas foram analisados na forma adimensional, tendo em vista a complexidade geométrica e dinâmica. No processo de adimensionalização, foram levantados alguns grupos adimensionais característicos, como os números de *Reynolds* e de *Darcy*. Os problemas de validação serviram também de base para investigação da influência dos parâmetros hidráulicos (número de *Reynolds*, número de *Darcy* e porosidade) no comportamento do escoamento e de diferentes condições de entrada do fluido no canal.

Para o estudo do canal parcialmente poroso e fraturado foi necessário e fundamental a determinação de uma condição para a representação de um domínio semi-infinito na fronteira inferior do canal, de modo a tornar o problema mais próximo da realidade. Tendo em vista a influência observada da saída do canal no comportamento do escoamento nas vizinhanças da fratura, foi necessária a determinação de um comprimento de entrada e saída, de modo que as fraturas

estivessem longe o suficiente tanto da região de entrada quanto da região de saída para que o escoamento pudesse se desenvolver completamente. Com a geometria e condições de contorno determinadas, foi feito um teste de sensibilidade de malha computacional para a determinação da malha ideal para as séries de simulações.

A análise da influência dos parâmetros hidráulicos do problema foi feita com diferentes valores para as variáveis. Cada parâmetro foi analisado mantendo-se os demais constantes. Os resultados foram analisados através dos perfis desenvolvidos de velocidade tanto a montante quanto a jusante da fratura, de linhas de corrente e da vazão de fluido que deixa o canal através das fraturas.

A análise do efeito do número de *Reynolds* mostrou que o valor da vazão que deixa o canal através da fratura diminui conforme aumenta-se a inércia do escoamento. Essa perda de fluido através da fratura provoca uma redução da média das velocidades no perfil desenvolvido a jusante da fratura. Contudo, percebe-se uma redução mais sensível para menores valores do número de *Reynolds*.

A análise da influência do número de Darcy mostrou que conforme reduz-se a permeabilidade do meio poroso o escoamento concentra-se cada vez mais no domínio livre do canal. Para $Da = 10^{-4}$ existe uma vazão muito pequena atravessando o domínio poroso, visto que o perfil de velocidades apresenta velocidades quase nulas nesta região. Com esta condição, o domínio poroso tem um comportamento semelhante a um sólido. Para $Da = 2 \cdot 10^{-1}$ o domínio poroso é tão permeável ao fluido que o perfil de velocidades apresenta velocidades próximas nos domínios livre e poroso, apesar de as velocidades ainda serem mais baixas no domínio poroso.

A análise da influência da porosidade no escoamento tem foco no valor do coeficiente de *Forchheimer*, que representa o arrasto adimensional oferecido ao fluido. Conforme aumenta-se o valor da porosidade, reduz-se o valor deste arrasto, fazendo com que haja uma maior vazão atravessando o domínio poroso e intercepte a fratura, encontrando assim, um caminho preferencial para a saída situada na fratura.

O estudo da pressão ao longo da fratura é uma forma indireta de estudar a influência da pressão de poros do reservatório. Os resultados desta série de

simulações mostraram que conforme aumenta-se esta pressão, há uma dificuldade cada vez maior do fluido deixar o canal através da fratura, pela redução da vazão de saída. Observou-se também a mudança no sentido do escoamento na fratura a partir de uma dada pressão, indicando a ocorrência de influxo. A condição de influxo pôde ser confirmada através do valor da vazão a jusante da fratura, que passou a ter valores maiores do que a unidade (vazão que entra no canal).

Os resultados obtidos para o estudo da influência da razão de aspecto do canal mostraram um aumento do módulo da vazão que deixa o canal através da fratura para maiores razões de aspecto, visto que o volume referente ao domínio poroso é maior, e assim, uma maior vazão intercepta a fratura, encontrando um caminho preferencial de saída do canal.

A influência da espessura da fratura foi analisada para quatro valores distintos. Foi observado um aumento da vazão que deixa o canal através da fratura com o aumento da espessura relativa. A espessura relativa pode ser relacionada diretamente com a área que o fluido tem para deixar o canal. Com o aumento dessa área aumenta-se a perda de fluido pela fratura.

A análise da influência do número de fraturas mostrou que conforme são alocadas mais fraturas no canal, aumenta-se a vazão total de fluido que deixa o canal através destas. Este aumento ocorre pelo fato de que com mais fraturas alocadas existe uma maior área através da qual o fluido pode deixar o canal. A análise da vazão que deixa o canal através de uma fratura em particular mostrou uma redução da perda de fluido através desta fratura em análise. Essa redução apresenta um caráter assintótico e tende a se estabilizar em um valor a partir de um determinado número de fraturas. Dessa forma, pode-se concluir que quando o escoamento atravessar um canal com a presença de uma rede de fraturas, é possível estimar a perda total de fluido, visto que a perda através de uma fratura em particular passa a ser constante a partir de um número mínimo de fraturas seqüenciais.

Do ponto de vista industrial, a engenharia pode manipular diversos parâmetros no processo de perfuração e produção de óleo e gás. Dentre estes, alguns dos parâmetros investigados no presente trabalho podem ser manipulados. No que diz respeito ao número de Reynolds, pode-se modificar tanto as propriedades do fluido

quanto as propriedades de sua injeção para a obtenção valores distintos de Re . Técnicas de fraturamento hidráulico podem modificar a permeabilidade, a porosidade e o número de fraturas presentes no meio poroso e são utilizadas para aumento da produção. A pressão de poros do poço não pode ser modificada diretamente, tendo em vista que é uma característica própria do reservatório. Contudo, pode-se modificar o valor da pressão hidrostática da coluna de fluido de perfuração através da alteração do valor da massa específica do fluido, para que a influência da pressão de poros seja reduzida.

Como perspectiva de novos projetos propõe-se o estudo do escoamento em canal parcialmente poroso e fraturado com a utilização de um modelo não newtoniano para o fluido. Propõe-se também o estudo de escoamento em um canal parcialmente poroso através do modelo bidisperso, com fraturas microscópicas.

REFERÊNCIAS

ALAZMI, B.; VAFAI, K. **Analysis of fluid flow and heat transfer interfacial conditions between a porous medium and a fluid layer.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 44, n. 9, pp. 1735-1749, 2001.

BEAVERS, Gordon S.; JOSEPH, Daniel D. Boundary conditions at a naturally permeable wall. **Journal of Fluid Mechanics**, vol. 30, n. 1, p. 197-207, 1967.

BEYDOUN, Z. R.. **Arabian plate oil and gas: why so rich and so prolific?.** Episode 21, pp. 74-81, 1998.

BETCHEN, L.; STRAATMAN, A. G.; THOMPSON, B. E. **A Nonequilibrium Finite-Volume Model for Conjugate Fluid/Porous/Solid Domains.** Numerical Heat Transfer, Part A: Applications, vol. 49, n. 6, 2006.

BEYDOUN, Z. R.. **Arabian plate oil and gas: why so rich and so prolific?.** Episode, 21, pp. 74-81, 1998.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Boundary conditions at a planar fluid-porous interface for a Poiseuille flow.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 49, n. 13-14, pp. 2137-2150, 2006.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Boundary conditions at a fluid-porous interface: An a priori estimation of the stress jump coefficients.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 50, n. 17-18, pp. 3422-3436, 2007.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Jump conditions and surface-excess quantities at a fluid/porous interface: A multi-scale approach.** Transport in Porous Media, vol. 78, pp. 419-438, 2009a.

CHANDESRIS, M.; JAMET, D. **Derivation of jump conditions for the turbulence k - ϵ model at a fluid/porous interface.** International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 30, n. 2, pp. 306-318, 2009b.

CHEN, X.B.; Yu, P.; SUI, Y.; WINOTO, S.H.; LOW, H.T. **Natural convection in a cavity filled with porous layers on the top and bottom walls.** Transport in Porous Media, vol. 78, n. 2, pp. 259-276, 2009.

CHICK, A BOUMEDIEN S.; BOUHADEF K. **Analytical solution of non-Darcian forced convection in an annular duct partially filled with a porous medium.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.38, n. 9, pp. 1543-1551,1995.

DIAS, Rafael. **Análise de escoamento em canais parcialmente porosos e fraturados.** 2010. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Industrial Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

DIETRICH *et al.* (Eds.) **Flow and Transport in Fractured Porous Media.** Springer, Berlin, 2005.

ERGUN, S.. **Fluid Flow through Packed Columns.** *Chemical Engineering Process*, vol. 48, pp. 89-94, 1952.

HSU, T.; CHENG, P. **Thermal Dispersion in a Porous Medium.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 33, pp. 1587-1597, 1990.

JOSEPH, D. D., NIELD, D. A. and PAPANICOLAOU, G. 1982 **Nonlinear equation governing flow in a saturated porous medium.** *Water Resources Res.* **18**, 1049–1052 and **19**, 591. [1.5.2]

NIELD, D. A.; BEJAN, A. **Convection in porous media.** 3^a ed., Springer-Verlag. New York, U.S.A., 2006.

NITHIARASU, P.; SEEHARAMU, K.N.; SUNDARARAJAN, T.. **Natural Convective Heat Transfer in a Fluid Saturated Variable Porosity Medium.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 40, pp. 3955-3967, 1997.

OCHOA-TAPIA, J.A.; WHITAKER, S. **Momentum transfer at the boundary between a porous medium and homogeneous fluid-I. Theoretical development.** *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.38, n. 14, pp. 2635-2646,1995a.

OCHOA-TAPIA, J.A.; WHITAKER, S. **Momentum transfer at the boundary between a porous medium and a homogeneous fluid-II. Comparison with experiment** (1995b). *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38, n.14, pp. 2647-2655,1995b.

SETA, T.; TAKEGOSHI, E.; OKUI, K. **Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection in Porous Media.** *Math. Comput. Simul.*, vol. 72, pp 195-200, 2006.

SNOW, D. T. **A parallel plate model of fractured permeable media.** Tese de PhD, Univ of California. 1965. 331 pp.

SPALDING, D. B.. **The PHOENICS encyclopedia.** London, UK: Concentration Heat and Momentum Limited, 1994.

TILTON, N.; CORTELEZZI, L. **Linear stability analysis of pressure-driven flows in channels with porous walls.** *J. Fluid Mech.* (2008), vol. 604, pp. 411–445.

THOMAS, JOSÉ EDUARDO. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo.** 2ª ed., Editora Interciência, 2004.

WARD, J. C. 1964 **Turbulent flow in porous media.** *ASCE J. Hydraul. Div.* 90 (HY5), 1–12. [1.5.2, 10.1.6]

WHITAKER, S. **The Forchheimer equation: a theoretical development.** *Transport in Porous Media*, vol. 25, n. 1, pp. 27-61, 1996.

WHITAKER, S. **The Method of Volume Averaging.** Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, The Netherlands, 1999.

WOODING, R. A. 1957 **Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium.** *J. Fluid Mech.* 2, 273–285. [1.5.1]

WOODING, R. A. 1959 **The stability of a viscous liquid in a vertical tube containing porous material.** *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* 252, 120-134. [6.16.1, 11.3]

WOODING, R. A. 1960 **Rayleigh instability of a thermal boundary layer in flow through a porous medium.** *J. Fluid Mech.* 9, 183–192 [8.1.1]

APÊNDICE B – VAZÕES NO CANAL COM QUATRO FRATURAS

			$P_f = -20$			$P_f = 0$			$P_f = +20$		
			$E = 0,1$	$E = 0,25$	$E = 0,5$	$E = 0,1$	$E = 0,25$	$E = 0,5$	$E = 0,1$	$E = 0,25$	$E = 0,5$
$Re = 0,1$	$Da = 10^{-2}$	Q_1	-0.143	-0.313	-0.475	-0.141	-0.310	-0.473	-0.139	-0.310	-0.470
		Q_2	-0.116	-0.218	-0.254	-0.114	-0.214	-0.251	-0.112	-0.214	-0.247
		Q_3	-0.093	-0.156	-0.144	-0.091	-0.152	-0.138	-0.089	-0.152	-0.132
		Q_4	-0.074	-0.117	-0.096	-0.071	-0.111	-0.084	-0.068	-0.111	-0.073
	$Da = 10^{-3}$	Q_1	-0.100	-0.225	-0.410	-0.222	-0.306	-0.408	-0.097	-0.220	-0.406
		Q_2	-0.081	-0.170	-0.248	-0.168	-0.211	-0.245	-0.079	-0.166	-0.242
		Q_3	-0.066	-0.131	-0.157	-0.129	-0.147	-0.152	-0.064	-0.126	-0.148
		Q_4	-0.053	-0.102	-0.108	-0.099	-0.104	-0.101	-0.050	-0.096	-0.094
	$Da = 10^{-4}$	Q_1	-0.034	-0.158	-0.380	-0.141	-0.156	-0.377	-0.033	-0.154	-0.375
		Q_2	-0.029	-0.127	-0.243	-0.114	-0.125	-0.240	-0.028	-0.124	-0.237
		Q_3	-0.024	-0.101	-0.160	-0.091	-0.100	-0.156	-0.023	-0.098	-0.152
		Q_4	-0.019	-0.079	-0.112	-0.071	-0.077	-0.106	-0.018	-0.075	-0.100
$Re = 1$	$Da = 10^{-2}$	Q_1	-0.159	-0.319	-0.462	-0.139	-0.288	-0.438	-0.118	-0.259	-0.415
		Q_2	-0.135	-0.246	-0.293	-0.114	-0.211	-0.257	-0.092	-0.176	-0.223
		Q_3	-0.114	-0.199	-0.212	-0.091	-0.155	-0.152	-0.069	-0.110	-0.091
		Q_4	-0.097	-0.189	-0.220	-0.072	-0.123	-0.101	-0.047	-0.055	0.018
	$Da = 10^{-3}$	Q_1	-0.110	-0.239	-0.419	-0.098	-0.217	-0.396	-0.086	-0.196	-0.374
		Q_2	-0.092	-0.190	-0.277	-0.080	-0.167	-0.247	-0.068	-0.143	-0.218
		Q_3	-0.078	-0.156	-0.201	-0.065	-0.129	-0.158	-0.053	-0.103	-0.113
		Q_4	-0.065	-0.135	-0.181	-0.052	-0.102	-0.108	-0.039	-0.069	-0.036
	$Da = 10^{-4}$	Q_1	-0.038	-0.172	-0.372	-0.034	-0.155	-0.372	-0.030	-0.139	-0.349
		Q_2	-0.032	-0.143	-0.241	-0.028	-0.125	-0.241	-0.024	-0.108	-0.213
		Q_3	-0.028	-0.119	-0.159	-0.023	-0.100	-0.159	-0.019	-0.082	-0.120
		Q_4	-0.023	-0.099	-0.111	-0.019	-0.078	-0.111	-0.015	-0.058	-0.050
$Re = 10$	$Da = 10^{-2}$	Q_1	-0.266	-0.409	-0.477	-0.124	-0.205	-0.307	0.045	-0.056	-0.191
		Q_2	-0.259	-0.399	-0.457	-0.108	-0.176	-0.246	0.078	0.078	-0.043
		Q_3	-0.254	-0.395	-0.463	-0.093	-0.151	-0.196	0.114	0.385	0.185
		Q_4	-0.251	-0.580	-0.565	-0.078	-0.189	-0.235	0.153	0.369	0.323
	$Da = 10^{-3}$	Q_1	-0.192	-0.346	-0.546	-0.095	-0.184	-0.327	0.011	-0.021	-0.180
		Q_2	-0.181	-0.330	-0.509	-0.080	-0.155	-0.248	0.030	0.047	-0.013
		Q_3	-0.174	-0.323	-0.512	-0.068	-0.130	-0.189	0.050	0.132	0.244
		Q_4	-0.171	-0.440	-0.779	-0.057	-0.127	-0.176	0.072	0.195	0.500
	$Da = 10^{-4}$	Q_1	-0.074	-0.289	-0.553	-0.035	-0.148	-0.331	0.004	-0.003	-0.162
		Q_2	-0.069	-0.275	-0.512	-0.030	-0.125	-0.246	0.010	0.034	0.000
		Q_3	-0.065	-0.267	-0.518	-0.025	-0.105	-0.186	0.015	0.074	0.193
		Q_4	-0.062	-0.292	-0.664	-0.021	-0.089	-0.157	0.021	0.114	0.418