

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

LUCAS DEDA

RODRIGO BATIUK SCHAMNE

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL  
DE UMA BOLHA DE AR EM UMA COLUNA DE ÁGUA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
(TCC2)

CURITIBA

2018

LUCAS DEDA  
RODRIGO BATIUK SCHAMNE

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL  
DE UMA BOLHA DE AR EM UMA COLUNA DE ÁGUA**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Paulo H. D. Santos

CURITIBA

2018

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa “SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL DE UMA BOLHA DE AR EM UMA COLUNA DE ÁGUA, realizado pelos alunos LUCAS DEDA e RODRIGO BATIUK SCHAMNE, como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Paulo Henrique Dias dos Santos

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Dr. Eduardo Matos Germer

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Rigoberto Eleazar Melgarejo Morales

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 04 de Dezembro de 2018

## RESUMO

DEDA, Lucas; SCHAMNE, Rodrigo B. **Simulação computacional da interação hidrodinâmica entre uma bolha de gás e uma gota de óleo em meio aquoso.** 66 f. Trabalho de conclusão de curso – Tcc2, Bacharelado em Engenharia Mecânica, Departamento Acadêmico de Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

Na indústria do petróleo, após a separação da mistura petróleo-gás-água, a água proveniente desta desagregação deve sofrer um processo de purificação, a fim de que a água remanescente deste processo possa retornar ao ambiente marítimo em condições de pureza adequadas. Este trabalho tem como objetivo realizar uma análise numérica do processo de ascensão de uma bolha de gás em meio aquoso, de modo a se obterem correlações que auxiliem no entendimento do processo de flotação. As equações características serão resolvidas utilizando o software ANSYS/FLUENT®. Será utilizado para modelar a interface gás-líquido o método do Volume de Fluidos (VOF). Uma análise de variação de parâmetros foi feita de modo a se entender e se estudar qual a melhor combinação de fatores para simulação multifásica da ascensão de bolhas em colunas de água. Os resultados de simulação foram comparados entre si, de acordo com os parâmetros variados nas investigações, além de serem confrontados com dados experimentais recolhidos pelo laboratório do NUEM. Conclui-se que o uso de passos temporais excessivamente pequenos gera dados que não são possíveis de serem verificados na experimentação, devido às diferenças de tempo entre captura de imagens, além de se avaliar que a utilização da função de *Level-Set* traz inconsistências de cálculo, acumulando erros ao longo da simulação.

**Palavras-chave:** Análise numérica. Flotação. Correlação numérica.

## ABSTRACT

DEDA, Lucas; SCHAMNE, Rodrigo B. Numerical Simulation and Experimental Correlation of an Air Bubble in a Water Column. 66 p. Undergraduate Thesis, Mechanical Engineering, Academic Mechanical Engineering Department, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2018.

In off-shore petroleum industry, after separation of the petroleum-gas-water mixture, the water from this separation must pass through a flotation process, in a way that allows the water to return to the maritime environment in adequate purity conditions. The present essay has the purpose of developing a method of numerical analysis of the gas bubble rise in water, to obtain correlations that assist in the flotation process understanding. The characteristic equations will be solved using the software ANSYS/FLUENT, which uses finite volume solving method. For the gas-liquid interface, the Volume of Fluid (VOF) method will be used to model the hydrodynamical interaction state. A parameter variation analysis was performed in order to understand and study the best combination of factors for the multiphase simulation of bubble rise in water. The simulation results were compared to each other, according to the different parameters from simulations, besides the comparison to experimental data obtained in NUEM laboratory. It is concluded that the use of small time steps generates data that cannot be seen in the experiments, due to the differences between the time-steps of image capture, besides evaluating that the Level-Set function brings calculation inconsistencies, summing errors during the simulation.

**Keywords:** Numerical analysis. Flotation. Numerical correlation.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Esquemático do processo de flotação na indústria de petróleo. ....	13
Figura 2 - Altura e profundidade adimensionais variando conforme Reynolds para diferentes valores de Morton. ....	21
Figura 3 - Formatos das bolhas para diferentes parâmetros de Re. ....	22
Figura 4 - Simulação computacional obtida por Krishna <i>et al.</i> (1999). ....	23
Figura 5 - Imagens provenientes de simulação computacional para diferentes diâmetros de bolhas imersas em líquido. ....	24
Figura 6 - Simulação de única bolha a partir de orifício ....	25
Figura 7 - Efeito da tensão superficial no diâmetro da bolha, $d_b$ , quando $d_o = 0,5$ mm. ....	25
Figura 8 - Efeito da viscosidade do líquido no diâmetro da bolha. ....	26
Figura 9 - Velocidade de subida das bolhas para diferentes diâmetros nos domínios retangular (linhas contínuas) e trapezoidal (linhas tracejadas). ....	27
Figura 10 - Diferença percentual entre a velocidade de subida entre os domínios retangular e trapezoidal. ....	28
Figura 11 - Distância de subida para diferentes diâmetros de bolha nos domínios retangular (linhas contínuas) e trapezoidal (linhas tracejadas). ....	28
Figura 12 - Diferença percentual da distância de subida entre os domínios retangular e trapezoidal. ....	29
Figura 13 - Relação entre o número de Weber e os números de Reynolds e Morton para as simulações realizadas por Islam <i>et al.</i> (2013). ....	29
Figura 14 – Campo de fluxo da bolha de diâmetro 5 mm, no tempo $t = 0,35$ s, no domínio retangular. ....	30
Figura 15 - Demonstração gráfica da função de ajuste de nível. ....	34
Figura 16 - Modelo esquemático do problema analisado. ....	36
Figura 17 – Diferentes estágios de desenvolvimento da bolha como função dos parâmetros de Reynolds, Morton e Eötvös. ....	38
Figura 18 - Características da malha de tamanho médio de 0,25mm x 0,25 mm. ....	40
Figura 19 - Exemplo de divisão do domínio. ....	42
Figura 20 – (a) Domínio computacional. (b) Vista ampliada da malha de 0,25 mm x 0,25 mm ....	47
Figura 21 – Estudo da malha baseado em um diâmetro de bolha de $\varnothing 2,3$ mm. ....	48

Figura 22 – Simulação para estudo da malha M1 em (a) 0 s, (b) 0,05 s, (c) 0,1 S, (d) 0,15 s e (e) 0,2 s .....	49
Figura 23 – Re e We para a malha M1. ....	50
Figura 24 – Re e We para a malha M2. ....	50
Figura 25 – Re e We para a malha M3. ....	51
Figura 26 – Esquema de obtenção dos dados experimentais.....	52
Figura 27 – Bancada experimental onde foi realizado o ensaio .....	53
Figura 28 – Sequência do tratamento de imagens, com (a) imagem não tratada, (b) bolha isolada e sem borrões, (c) imagem da bolha tratada isolada e pronta para análise.....	54
Figura 29 – Evolução do movimento ascendente da bolha no experimento do NUEM em (a) 0 s, (b) 0,05 s, (c) 0,1 S, (d) 0,15 s e (e) 0,2 s. ....	55
Figura 30 – Pontos experimentais das bolhas no experimento do NUEM .....	55
Figura 31 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas com variação de passo temporal .....	56
Figura 32 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas para diferentes números de Courant.....	58
Figura 33 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas para utilização ou não do ajuste de nível .....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Formatos típicos das bolhas.....	21
Tabela 2 - Comparação do número de nós e elementos para cada malha .....	43
Tabela 3 - Propriedades do ar e da água .....	46
Tabela 4 – Parâmetros utilizados no Estudo da Malha .....	48
Tabela 5 – Parâmetros para análise de passo temporal variável.....	58
Tabela 6 - Parâmetros para análise de ajuste de nível .....	59



## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CLSVOF	<i>Coupled Level-Set Volume of Fluid</i>
CONAMA	Conselho Nacional de Meio Ambiente
CSF	<i>Continuum Surface Force</i>
LS	<i>Level-Set</i>
PIB	Produto Interno Bruto
PISO	<i>Pressure Implicit Splitting Operator</i>
PLIC	<i>Piecewise Linear Interface Calculation</i>
SIMPLEC	<i>Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations-Consistent</i>
VOF	<i>Volume of Fluid</i>

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\rho$	Massa Específica	[kg/m <sup>3</sup> ]
$V_b$	Velocidade da bolha	[m/s]
$d_b$	Diâmetro da bolha	[m]
$\mu$	Viscosidade dinâmica	[m <sup>2</sup> /s]
$\sigma$	Tensão superficial	[N/m]
$g$	Aceleração da gravidade	[m/s <sup>2</sup> ]
$\Delta\rho$	Diferença de densidade entre líquido e gás	[kg/m <sup>3</sup> ]
SF	Fator de correlação de escala	[-]
AF	Fator de correlação de aceleração	[-]
t	Tempo	[s]
u	Velocidade instantânea	[m/s]
$\tau$	Tensor de tensão	[MPa]
F <sub>b</sub>	Força de empuxo	[N]
$\kappa$	Curvatura	[-]
F	Fração de volume	[-]
$\varphi$	Função ajuste de nível	[m]
D <sub>t</sub>	Diâmetro da coluna	[m]
x	Distância horizontal	[m]
y	Distância vertical	[m]

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
1.1	Processo de Flotação	13
1.2	Caracterização do problema	14
1.3	Objetivos	14
1.3.1	Objetivo geral	14
1.3.2	Objetivos específicos	15
1.4	Justificativa	15
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>16</b>
2.1	Fundamentação teórica	16
2.1.1	Flotação	16
2.1.2	Parâmetros adimensionais	17
2.2	Revisão bibliográfica	20
2.2.1	Bolhas em líquidos viscosos: formatos, caminhos e velocidades	20
2.2.2	Velocidade de subida de várias bolhas de gás largas em líquido	23
2.2.3	Características de subida de bolhas de gás em líquidos	23
2.2.4	Simulação de volume de fluido bidimensional na formação de bolhas	24
2.2.5	A ascendência de uma bolha única em água: um estudo em CFD	26
2.2.6	Impactos da utilização do <i>Level-Set</i> em simulações numéricas	30
2.3	Considerações finais do capítulo	31
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>32</b>
3.1	Descrição do problema	32
3.2	Equações para o problema	32
3.2.1	Conservação da massa	32
3.2.2	Conservação da quantidade de movimento linear	32
3.3	Método de Volume de Fluido ( <i>Volume of Fluid – VOF</i> )	33
3.4	Condições de contorno e inicial	35
3.5	Parâmetros analisados	37
3.5.1	<i>Bubble rising velocity</i>	37
3.5.2	Formato da Bolha	37
<b>4</b>	<b>MODELAGEM NUMÉRICA</b>	<b>40</b>
4.1	Domínio computacional	40
4.2	Método numérico	41
4.2.1	Método de volumes finitos	41
4.2.2	Acoplamento pressão-velocidade	42
4.2.3	Esquemas de discretização	43
4.2.4	Discretização do domínio	43
4.2.5	Critérios de convergência	43
4.3	Considerações finais do capítulo	45
<b>5</b>	<b>VERIFICAÇÃO DO MODELO</b>	<b>46</b>

5.1	Dados de entrada para a modelagem computacional de uma bolha de gás em uma coluna de água	46
5.2	Estudo da Malha	46
5.3	Dados experimentais	51
5.3.1	Descrição da Metodologia Experimental	51
5.4	Análise do passo temporal fixo utilizando VOF	56
5.5	Influência do Número de Courant	57
5.6	Análise de influência dos métodos VOF e CLSVOF	59
5.7	Considerações finais do capítulo	60
6	CONCLUSÕES	62
	REFERÊNCIAS	64

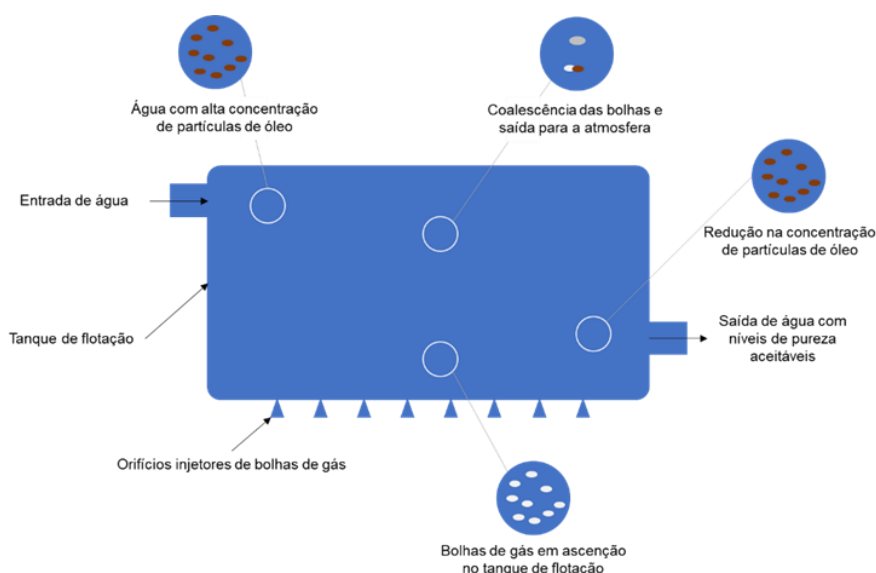
# 1 INTRODUÇÃO

O petróleo é um óleo de origem fóssil com diversas aplicações e usos: é matéria-prima de vários produtos, como plásticos, calçados e cosméticos, além de ser fonte de energia devido ao potencial encontrado neste material. Esse combustível possui um alto percentual de participação na economia do Brasil e do mundo (MARTINS, SILVA, *et al.*, 2015).

## 1.1 Processo de Flotação

O maior resíduo ligado à ação de produção do petróleo é a água, associada ao óleo proveniente da extração do mineral: esta água geralmente é acompanhada de partículas de óleo suspensas, altos níveis de salinidade, metais pesados, produtos químicos e, em alguns casos, radioatividade. O despejo inadequado desta água implica em efeitos nocivos ao ambiente marítimo (SILVA, 2000).

Assim, após a separação dos fluidos, o tratamento da água pode ser feito através do processo de flotação, que consiste no desmembramento de misturas através da introdução de bolhas de gás em uma suspensão de partículas. Este fenômeno foi descoberto primeiramente pela norte-americana Carrie Everson em 1886. A Figura 1 exemplifica o processo de flotação utilizado na indústria.



**Figura 1 – Esquemático do processo de flotação na indústria de petróleo.**

**Fonte: Autoria própria**

Na Figura 1, a água na condição de entrada no tanque de flotação, na região esquerda superior, possui alta concentração de partículas de óleo suspensas. Para realizar a diminuição desta concentração, injetores de bolhas de ar são posicionados ao longo da horizontal inferior do tanque, e estas bolhas ascendem na coluna de água e coalescem às partículas suspensas. Esse movimento faz com que as impurezas sejam direcionadas à superfície superior do meio. Na região inferior mais à direita do tanque a concentração de partículas de óleo é reduzida de tal modo que a água na condição de saída possa ser despejada novamente no meio marítimo.

## **1.2 Caracterização do problema**

A separação de misturas é utilizada em diversos ramos de diferentes indústrias, e no caso em estudo, na separação de gotas de óleo de água, provenientes da extração de petróleo. O processo estudado nesse trabalho de conclusão de curso é a flotação e, para o desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso escolhemos estudar uma de suas fases, a ascendência das bolhas de gás na coluna de água do tanque.

Nota-se, então, a existência de uma carência de estudos confiáveis no ramo de simulações multifásicas, onde empresas interessadas, como a Petrobrás®, necessitam de estudos detalhados a respeito do tema. Com isso, foram feitas simulações numéricas utilizando o programa computacional ANSYS/FLUENT® em que o problema do flutuador foi simplificado considerando um tanque de água em escala laboratorial, como uma etapa inicial. A modelagem de um tanque em escala laboratorial deu-se de modo a se possibilitar a comparação dos resultados das simulações com dados coletados experimentalmente, realizados em parceria com o Núcleo de Escoamentos Multifásicos da UTFPR (NUEM).

## **1.3 Objetivos**

### **1.3.1 Objetivo geral**

Estudar numericamente o comportamento no regime transiente da ascendência de uma bolha de ar em tanque contendo água.

### 1.3.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos presentes neste trabalho são:

- Desenvolver uma metodologia de simulação computacional para a análise de bolhas de gás em água quiescente para estudar a influência de parâmetros computacionais na simulação, tais como: tamanho de malha, passo de tempo (fixo e variável de acordo com o número de Courant), método de captura e reconstrução da interface;
- Validar as simulações através da comparação dos dados experimentais com resultados numéricos.

### 1.4 Justificativa

Análises numéricas têm sido cada vez mais amplamente utilizadas nas indústrias e nas pesquisas de modo a se anteverem acontecimentos que somente poderiam ser visualizados por meio de ensaios e testes físicos. Essa etapa propicia reduções do intervalo de tempo no desenvolvimento de produtos e de tomadas de decisões quanto ao procedimento de experimentos.

O estudo em questão mostra a aplicação de um método computacional que auxilia no estudo de um flutuador. O estudo é desenvolvido, inicialmente, se determinando os parâmetros mais bem adaptados às condições do problema, cujos resultados são mais concisos, para posterior comparação com resultados experimentais. A importância desse estudo é deixar uma base de dados de análise de dinâmica dos fluidos computacional multifásica, de modo que se possam, nas próximas análises e em estudos dentro das empresas e centros de pesquisa reduzir o tempo de pré-processamento, de estudos de malha e de escolha de modelos adequados. Com a metodologia solidificada, podemos ainda, averiguar a acurácia do método com experimentos, aferindo qualidade da solução proposta.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 Fundamentação teórica

Para completa execução deste trabalho, há a necessidade de se obter conhecimento nas áreas do processo de flotação. Este capítulo trata de alguns pontos relacionados a este ramo separadamente. A correta descrição e interpretação deles é imprescindível para o entendimento do proposto trabalho.

#### 2.1.1 Flotação

O processo de flotação consiste na separação de misturas através da introdução de bolhas de ar em uma suspensão de partículas, de onde se deseja realizar o desprendimento das substâncias (MASSI, DE SOUSA, *et al.*, 2008).

Esse processo é aplicado em várias áreas: na área de mineração, para obtenção de cobre, zinco e latão, por exemplo; no tratamento de esgoto, separando os materiais orgânicos; reciclagem de plásticos, favorecendo a reciclagem.

Introduzindo-se bolhas de ar ao líquido, as partículas suspensas aderem à fase gasosa, levitando até a interface líquido-ar. Após raspagem do sobrenadante, onde estão localizadas estas partículas após flotação, tem-se a separação da mistura de forma eficaz.

Dado que a natureza do processo de flotação está na existência de tensões superficiais entre líquido e gás, é preciso entender um pouco mais sobre esta interação. Quando íons, moléculas ou átomos aproximam-se uns dos outros, existem duas possibilidades:

- Reação: requer que as ligações químicas sejam quebradas e/ou formadas;
- Interação: as moléculas se atraem ou repelem entre si, sem haver quebra ou formação de ligações químicas.

As energias envolvidas em processos de interações são muito menores que as existentes numa reação.



As forças de interação entre as moléculas são, então, responsáveis pela existência de tensões superficiais na interface líquido-gás, no processo de flotação especificamente (DE ANDRADE, 2009).

O processo de flotação pode ser modelado de uma maneira probabilística, que é representada através da Equação (1) (RUBIO e VALDERRAMA, 1998).

$$P_f = P_c \cdot P_a \quad (1)$$

Em que,  $P_f$  é probabilidade de flotação,  $P_c$  é a probabilidade de colisão e  $P_a$  é a probabilidade de adesão.

Para a probabilidade de colisão, que provém do movimento relativo entre as partículas e as bolhas, os seguintes fatores são relevantes:

- Força de cisalhamento devido ao movimento relativo entre partículas;
- Força de atração gravitacional, sendo que para partículas mais densas é maior a importância;
- Inércia das partículas, para partículas grossas;
- Difusão, ou movimento browniano, para partículas finas.

Já o fenômeno de adesão depende de outros fatores, sendo eles classificados em etapas cronológicas para acontecimento da adesão:

- Indução: o tempo entre o momento de colisão e o momento de adesão propriamente dita, que depende do ângulo de contato entre bolha de ar e partícula, das forças interfaciais e da energia de colisão;
- Ruptura: tempo levado para a ruptura da partícula líquida, dependendo basicamente do ângulo de contato;
- Deslocamento: é o tempo levado até o alcance do equilíbrio, dependendo do ângulo de contato, do tipo de tensoativo existente e da rugosidade das partículas suspensas.

### 2.1.2 Parâmetros adimensionais

Para a interpretação do processo de flotação, assim como vários outros processos que envolvem um grande número de variáveis, a procura por parâmetros

adimensionais tem o objetivo de relacionar o acontecimento do fenômeno para diversas escalas por meio destes parâmetros.

### 2.1.2.1 *Número de Reynolds*

O número, coeficiente ou módulo de Reynolds é um fator adimensional que relaciona as forças viscosas e as forças de pressão que atuam em um escoamento, nomeado em homenagem ao físico e engenheiro Osborne Reynolds (1842 – 1912). A formulação deste coeficiente se dá pela Equação (2), em que Re é a abreviação para o número de Reynolds,  $\rho$  e  $\mu$  são a massa específica do fluido e sua viscosidade, respectivamente, e V e  $d_b$  são a velocidade e o diâmetro da bolha.

$$Re = \rho \frac{Vd_b}{\mu} \quad (2)$$

Se o número de Reynolds é “grande”, efeitos viscosos são desprezíveis, pelo menos em maior parte do escoamento. Por outro lado, se o coeficiente em questão for pequeno, os efeitos viscosos são dominantes no regime.

### 2.1.2.2 *Número de Weber*

O número de Weber, abreviado por We, é tipicamente utilizado em escoamentos onde há interação entre dois diferentes fluidos, especialmente escoamentos multifásicos que envolvem superfícies curvadas. Este parâmetro foi nomeado em referência a Moritz Weber (1871 – 1951) (WEAST, LIDE, *et al.*, 1989).

A significância do número de Weber está numa razão entre a importância da inércia do fluido comparada às suas tensões superficiais, sendo muito importante para o estudo de fluxos em camadas finas, gotas e bolhas.

A Equação (3) expressa a parametrização do número de Weber, onde  $\rho$  é a massa específica do fluido, V é sua velocidade no escoamento,  $d_b$  é o diâmetro da bolha e  $\sigma$  é a tensão superficial envolvida no fluxo.

$$We = \frac{\rho V^2 d_b}{\sigma} \quad (3)$$

Há uma correlação, proposta por Raymond e Rosant, que calcula o número de Weber, envolvendo os fatores de Reynolds e Morton (que será tratado no próximo

tópico). Esta correlação está exposta na Equação (4) e é oriunda de ajustes de curvas.

$$We = 0,42Mo^{0,35} Re^{(5/3)} \quad (4)$$

### 2.1.2.3 Número de Morton

O número de Morton, abreviado por Mo, é utilizado para auxiliar na caracterização da forma de bolhas e gotas. A Equação (5) define matematicamente este parâmetro.

$$Mo = \frac{g\mu_L^4\Delta\rho}{\rho_L^2\sigma^3} \quad (5)$$

Nesta equação, g é a aceleração da gravidade,  $\mu_L$  é a viscosidade do líquido,  $\rho_L$  é a massa específica do líquido,  $\Delta\rho$  é a diferença de massa específica entre líquido e gás e  $\sigma$  é a tensão superficial (FROHN e ROTH, 2000).

### 2.1.2.4 Número de Eötvös

O número de Eötvös (Eo), que também pode ser encontrado na literatura como número de Bond, é um parâmetro adimensional que relaciona a importância de forças gravitacionais em relação às forças de tensão superficial. Desse modo, é utilizado junto ao adimensional de Morton para caracterizar a forma de bolhas e gotas. Este número foi dedicado ao físico húngaro Loránd Eötvös (1848 – 1919) e ao físico inglês Wilfrid Noel Bond (1897 – 1937) (HAGER, 2012).

A expressão que representa o número de Eötvös se dá pela Equação (6), em que  $\Delta\rho$  é a diferença de massa específica entre líquido e gás, g é a aceleração da gravidade,  $d_b$  é o diâmetro da bolha e  $\sigma$  é a tensão superficial (CLIFT, GRACE e WEBER, 1978)

$$Eo = \frac{\Delta\rho g d_b^2}{\sigma} \quad (6)$$

## **2.2 Revisão bibliográfica**

Nesta seção, serão agrupadas e discutidas informações tratadas em artigos que envolvem temas relevantes ao assunto do presente trabalho.

### **2.2.1 Bolhas em líquidos viscosos: formatos, caminhos e velocidades**

Bhaga e Weber (1981) investigaram experimentalmente os formatos e velocidades terminais de bolhas em líquidos viscosos variando os parâmetros adimensionais do escoamento para cada experimento.

Para a execução dos testes, foi utilizada câmera apropriada que captou as linhas de corrente das bolhas de hidrogênio presentes no líquido. Esta câmera se movia ao longo do movimento de subida da bolha com a mesma velocidade desta, de tal forma que a bolha se mantinha sempre no centro das imagens captadas conforme o movimento acontecia.

As bolhas de hidrogênio foram introduzidas eletroliticamente no líquido, que era composto de uma solução de água e açúcar, localizada num tubo de 29,2 cm de diâmetro interno e altura de 183 cm. Todo o movimento foi rastreado a fim de se obterem os resultados desejados.

Os dados adquiridos do experimento foram obtidos quadro a quadro, ao passo em que a câmera se movia junto à bolha. Destes quadros, foram retiradas as informações de formato, distância percorrida e velocidade das bolhas. Conforme Bhaga e Weber, todas as bolhas ascenderam retilineamente no tubo.

Os formatos encontrados para as bolhas variaram conforme os parâmetros de Eötvös, Reynolds e Morton. Uma correlação gráfica para os fatores adimensionais de altura ( $h/d$ ) e profundidade ( $w/d$ ) das bolhas foi alcançada para diferentes números de Reynolds e Morton, que podem ser vistos na Figura 2.

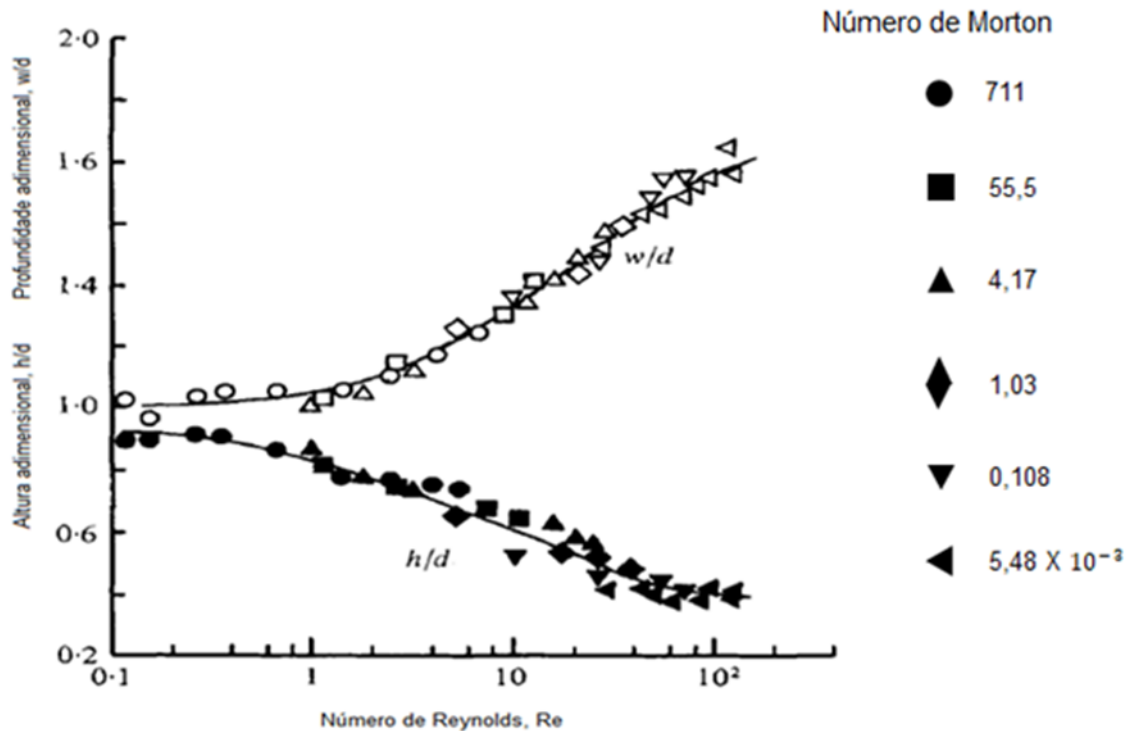


Figura 2 - Altura e profundidade adimensionais variando conforme Reynolds para diferentes valores de Morton.

Fonte: Adaptado de Bhaga e Weber (1981).

Como conclusão, os autores afirmaram que, em líquidos com números de Morton maiores que  $4 \times 10^{-3}$ , os formatos da bolha são somente função do número de Reynolds, bem como o coeficiente de arrasto.

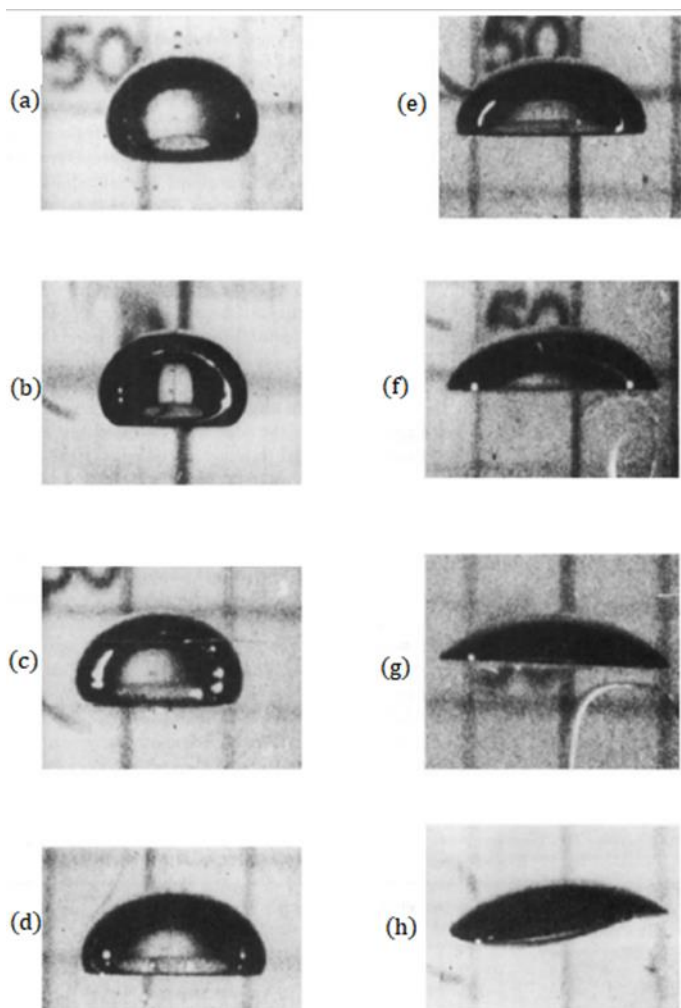
Em seus estudos, Bhaga e Weber. (1981) consideraram a variação do número de Reynolds para bolhas de ar de volume total de  $9,3 \text{ cm}^3$  em meio aquoso doce. A Tabela 1 evidencia os resultados dos parâmetros de Eötvos, Morton e Reynolds para as bolhas de ar analisadas.

Tabela 1 – Formatos típicos das bolhas.

Imagem	Eo	Mo	Re	Formato
(a)	8.67	711	0.078	Esférico
(b)	17.7	711	0.232	Elipsóide achatado
(c)	32.2	8.20E-04	55.3	Elipsóide achatado (disco)
(d)	243	266	7.77	Tampa elipsóide achatada
(e)	115	4.63E-03	94	Tampa esférica (sulco fechado)
(f)	237	8.20E-04	259	Tampa esférica (sulco aberto)
(g)	339	43.1	18.3	Contornada (suave)
(h)	641	43.1	30.3	Contornada (ondulada)

Fonte: Adaptado de Bhaga e Weber (1981).

A Figura 3, a seguir, relaciona os formatos às imagens recolhidas pelos experimentos de Bhaga e Weber (1981).



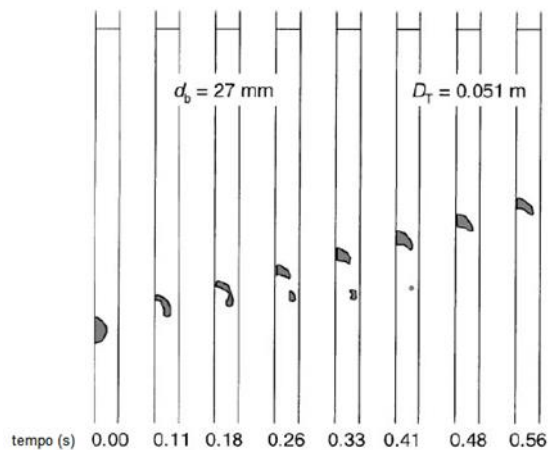
**Figura 3 - Formatos das bolhas para diferentes parâmetros de  $Re$ .  
Fonte: Adaptado de Bhaga e Weber (1981).**

Os autores concluíram que, para números de Reynolds baixos, a bolha é aproximadamente um completo elipsóide achatado. Já para  $40 < Re < 70$ , em (c), o formato elipsóide achatado (disco) foi encontrado. Ao passo em que se aumenta o  $Re$  pelo decréscimo da viscosidade, a bolha se torna um menor segmento de esfera achatada. Para  $Re = 25$ , o formato alcançado é de metade de uma esfera. Em  $Re = 45$ , o formato de tampa esférica foi encontrado. Para o maior número de  $Re$  analisado, o sulco foi encontrado como aberto, e a base da bolha oscila, como visto em (f).

### 2.2.2 Velocidade de subida de várias bolhas de gás largas em líquido

Na década de 1990, Krishna *et al.* (1999) elaboraram simulações a fim de determinar a velocidade de subida para uma grande quantidade de bolhas de gás largas em líquido.

Para as simulações, foi utilizado *software* CFX, utilizando o algoritmo SIMPLEC para determinação do acoplamento pressão-velocidade, com um passo temporal de 0,0004 s. Os resultados de simulação para uma bolha de  $d_b = 27$  mm, numa coluna de  $D_t = 0,051$  m de diâmetro são mostrados na Figura 4. O sistema consiste em ar e parafina.



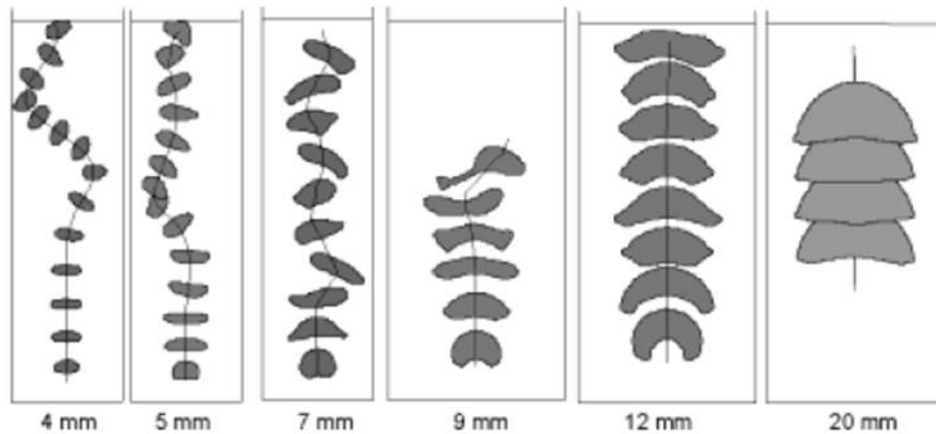
**Figura 4 - Simulação computacional obtida por Krishna *et al.* (1999).**

**Fonte: Adaptado de Krishna *et al.* (1999).**

### 2.2.3 Características de subida de bolhas de gás em líquidos

Em 2001, Krishna e van Baten realizaram simulações computacionais utilizando o programa computacional CFD a fim de se adquirirem informações sobre as variáveis presentes no fenômeno do movimento de bolhas de gás em líquidos. Para as simulações, foi utilizada uma técnica de coloração que diferencia as fases e sua interface, sendo que, a fim de alcançar os resultados de simulação para a bolha de gás, foi considerado que, para esta fase estar presente, pelo menos 50% da coloração deveria corresponder à fase gasosa da simulação.

Os resultados obtidos das simulações feitas pelos autores podem ser observados na Figura 5, onde, para diferentes diâmetros de bolhas, foi simulada a dinâmica de subida delas em uma coluna de líquido.



**Figura 5 - Imagens provenientes de simulação computacional para diferentes diâmetros de bolhas imersas em líquido.**

Fonte: adaptado de Krishna e van Baten (2001).

Os autores perceberam que conforme o diâmetro das bolhas aumenta, o movimento lateral durante a subida diminui, além de haverem outras mudanças morfológicas entre si.

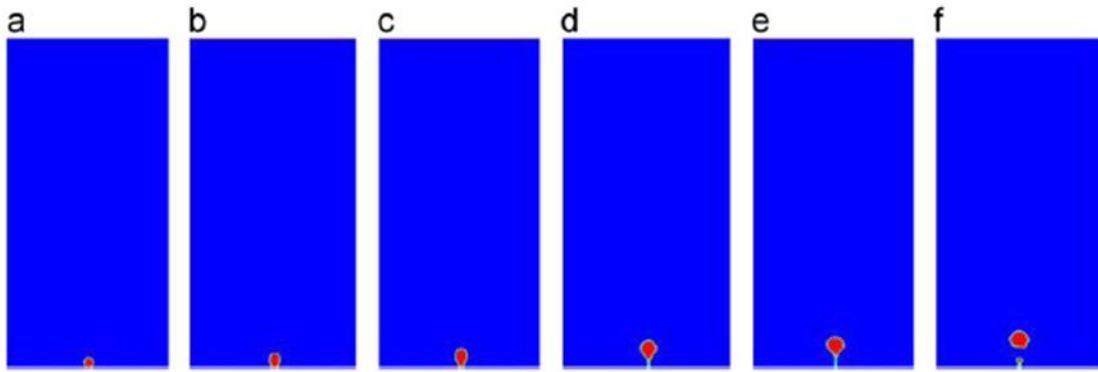
#### **2.2.4 Simulação de volume de fluido bidimensional na formação de bolhas**

Ma *et al.* (2012) elaboraram simulações computacionais utilizando as técnicas VOF-CSF (*Volume of Fluid – Continuum Surface Forces*) para simular o comportamento bidimensional de formação de bolhas de gás em um único orifício. Além disso, utilizaram o método PLIC (*Piecewise Linear Interface Calculation*), que considera transporte entre interfaces de fluido adjacentes.

Os escritores evidenciaram os efeitos da tensão superficial, viscosidade do líquido, densidade do líquido e velocidade superficial de líquido no diâmetro, no descolamento da bolha do orifício e na coalescência de bolhas.

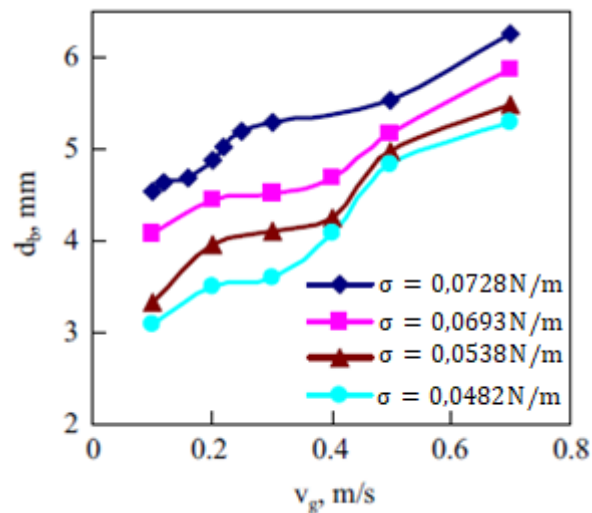
A Figura 6 evidencia os resultados de simulação para o momento em que a bolha - de diâmetro inicial  $d_0 = 0,5$  mm e velocidade de gás no orifício  $V_g = 0,3$  m/s - é formada e, então, é descolada para poder flutuar na coluna de líquido.





**Figura 6 - Simulação de única bolha a partir de orifício**  
 Com  $d_b = 0,5$  mm e  $V_g = 0,3$  m/s, para os tempos: (a)  $t = 0,045$  s, (b)  $t = 0,07$  s, (c)  $t = 0,10$  s, (d)  $t = 0,13$  s, (e)  $t = 0,145$  s e (f)  $t = 0,155$  s.  
 Fonte: Ma *et al.* (2012).

Os efeitos avaliados para a formação de uma única bolha foram analisados. A tensão superficial,  $\sigma$ , foi estudada, de maneira que maiores tensões superficiais causaram maiores diâmetros de bolha ( $d_b$ ), para diferentes velocidades de gás no orifício de diâmetro  $d_o = 0,5$  mm, o que é explícito pela Figura 7.



**Figura 7 - Efeito da tensão superficial no diâmetro da bolha,  $d_b$ , quando  $d_o = 0,5$  mm.**  
 Fonte: Adaptado de Ma *et al.* (2012).

O efeito da viscosidade do líquido,  $\mu$ , também foi avaliado, de tal forma que é exposto na Figura 8. Para encontrar estes resultados, Ma *et al.* (2012) avaliaram para diferentes diâmetros iniciais da bolha. Para todos os casos, quanto maior a viscosidade, maior o diâmetro final da bolha formada.

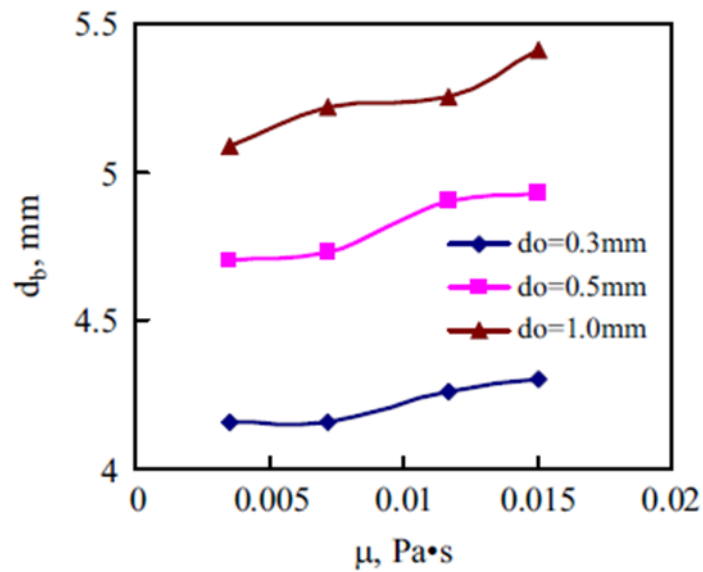


Figura 8 - Efeito da viscosidade do líquido no diâmetro da bolha.  
Fonte: Ma *et al.* (2012).

Além dessas conclusões, os autores ainda puderam observar que o diâmetro da bolha cresce com o aumento da velocidade de gás no orifício e tamanho do orifício, e decresce com o aumento da densidade e da velocidade superficial do líquido.

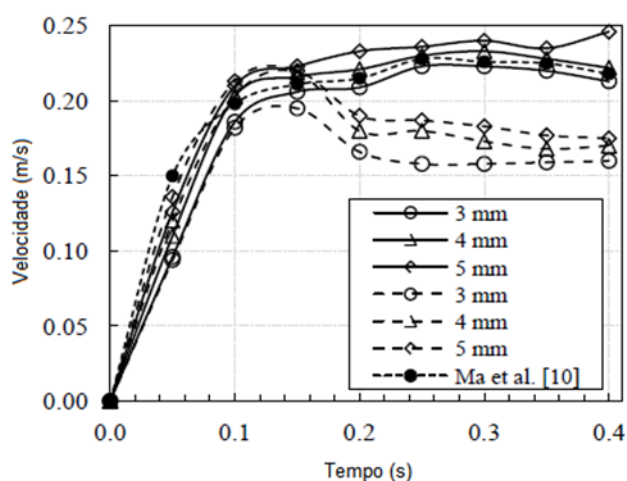
### 2.2.5 A ascendência de uma bolha única em água: um estudo em CFD

Islam *et al.* (2013) realizaram simulações computacionais utilizando as técnicas CLSVOF (*Coupled Level-Set Volume of Fluid*) para simular o comportamento de uma bolha de ar imersa em água. Além disso, utilizaram os métodos PISO (*Pressure Implicit Splitting Operator*) e PLIC para a manipulação das equações que governam o fenômeno. Os autores evidenciaram as equações básicas, sendo elas definidas como o material para a execução do trabalho. Dentre estas formulações, se encontram as equações de continuidade e de quantidade de movimento linear, força de volume ( $F_b$ ) e os métodos VOF e *Level-Set*.

Dois tipos diferentes de malhas foram utilizadas para a simulação: uma trapezoidal e outra retangular. O teste de dependência da malha mostrou que, para malhas de 0,20 mm x 0,20 mm, 0,25 mm x 0,25 mm e 0,30 mm x 0,30 mm os resultados eram consistentemente similares para as duas primeiras, sendo então

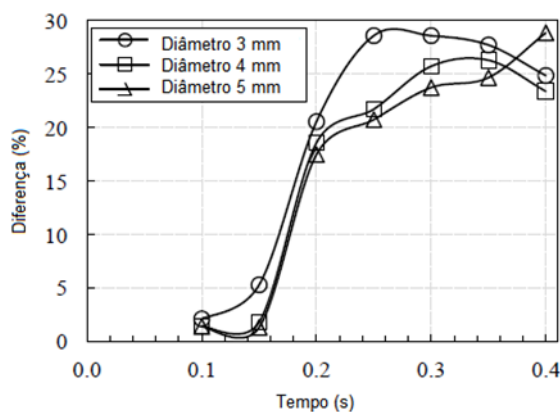
escolhida a malha de 0,25 mm x 0,25 mm para a realização final das simulações devido ao seu menor custo computacional.

Dentre os resultados, primeiramente, foi obtida a relação entre velocidade de subida da bolha conforme o tempo para diferentes diâmetros de bolha e para os dois domínios geométricos, conforme a Figura 9. Os resultados foram comparados à literatura (resultado de Ma *et al.* (2012)), para diâmetro da bolha igual a 4 mm, no domínio retangular. Foi analisada, também, a diferença percentual entre a velocidade de subida no domínio retangular e no domínio trapezoidal, exposta na Figura 10.



**Figura 9 - Velocidade de subida das bolhas para diferentes diâmetros nos domínios retangular (linhas contínuas) e trapezoidal (linhas tracejadas).**

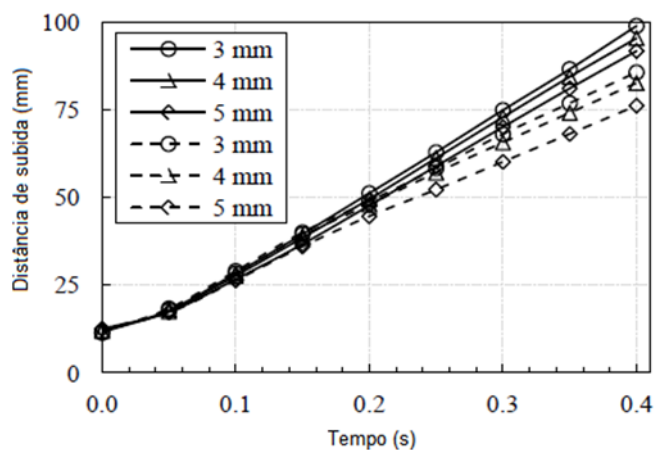
**Fonte: Adaptado de Islam *et al.* (2013).**



**Figura 10 - Diferença percentual entre a velocidade de subida entre os domínios retangular e trapezoidal.**

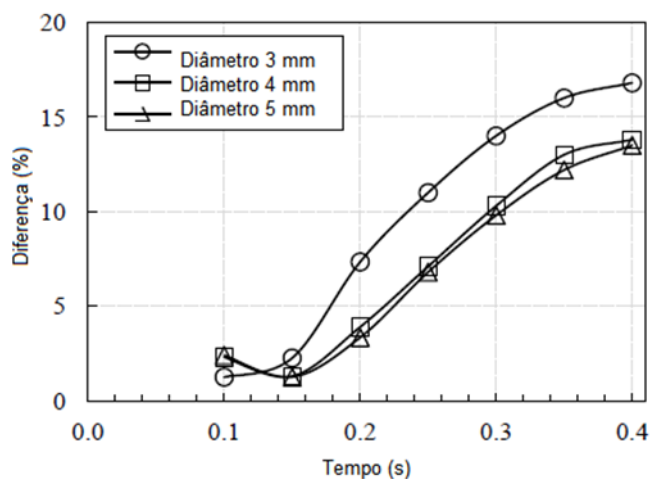
Fonte: Adaptado de Islam et al. (2013)

A mesma relação foi feita para distância de subida, evidenciada para diferentes tamanhos de bolhas nos dois domínios (Figura 11). A comparação entre os domínios, com a diferença percentual entre distância de subida, também foi realizada e pode ser observada na Figura 12.



**Figura 11 - Distância de subida para diferentes diâmetros de bolha nos domínios retangular (linhas contínuas) e trapezoidal (linhas tracejadas).**

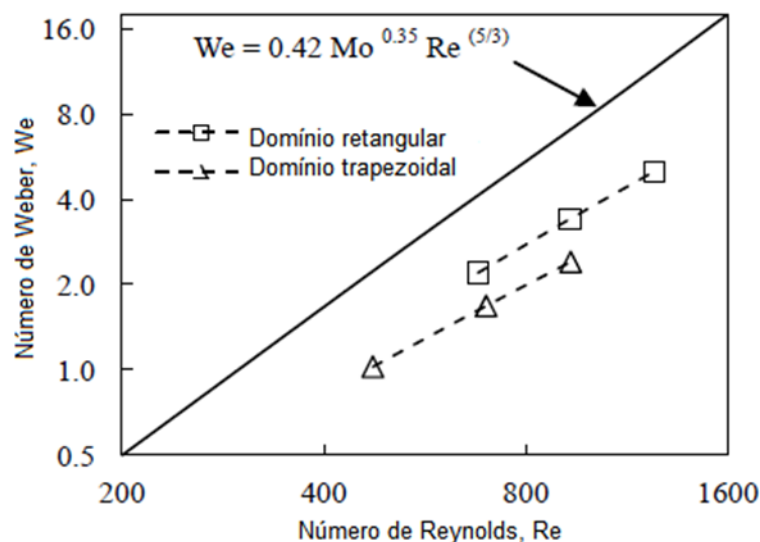
Fonte: Adaptado de Islam et al. (2013).



**Figura 12 - Diferença percentual da distância de subida entre os domínios retangular e trapezoidal.**

Fonte: Adaptado de Islam et al. (2013).

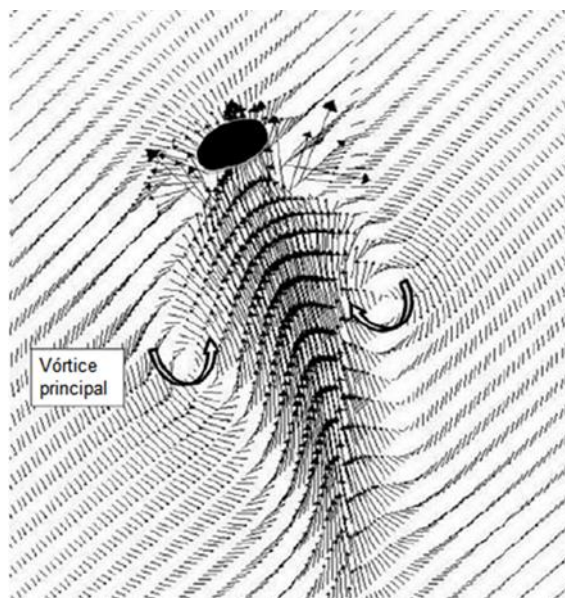
Após isso, o número de Weber como função dos números de Reynolds e de Morton foi apresentado na forma de gráfico para os dois domínios (Figura 13). Em comparação à correlação já estabelecida por Raymond & Rosant na Equação (4), foi observado um valor menor para as simulações realizadas, sendo isso explicado pelo baixo número de Weber utilizado nas simulações.



**Figura 13 - Relação entre o número de Weber e os números de Reynolds e Morton para as simulações realizadas por Islam et al. (2013).**

Fonte: Adaptado de Islam et al. (2013).

Finalmente, o campo de fluxo das bolhas foi evidenciado, explicando o movimento de subida das bolhas através da flutuabilidade no meio. Os campos de velocidade para bolhas de 5 mm de diâmetro foram mostrados, nos dois domínios, no tempo  $t = 0.35$  s. A Figura 14 mostra este campo para o domínio retangular.



**Figura 14 – Campo de fluxo da bolha de diâmetro 5 mm, no tempo  $t = 0,35$  s, no domínio retangular.**

**Fonte: Adaptado de Islam et al. (2013).**

Os autores concluíram que os resultados para velocidade da bolha estão em concordância com a literatura. Além disso, velocidade da bolha é maior no domínio retangular, indicando efeitos das paredes na velocidade.

### **2.2.6 Impactos da utilização do *Level-Set* em simulações numéricas**

Em 2007 Olsson *et al.* afirmaram que não há volume construído na interface calculada pelos métodos de *Level-Set*, sendo que parte da massa pode ser perdida ou adquirida a cada passo temporal. Conforme o tempo de simulação decorre, esses erros tendem a ter um típico acúmulo (OLSSON, KREISS e ZAHEDI, 2007).

Em 2012, Suraj *et al.* realizaram investigações acerca do solucionador de fluxo multifásico de código aberto, *interFoam*®, utilizando-se de várias verificações e testes. Durante as suas verificações, os autores constataram que os métodos de Volume de Fluido conservam a massa, apesar de ser de grande dificuldade manter uma interface precisa com estes métodos. Nesse sentido, o *Level-Set* oferece uma representação mais confiável das características geométricas da interface, como sua

normal e sua curvatura. Esta técnica é desejável principalmente em escoamentos bifásicos envolvendo efeitos de tensões superficiais.

Contudo, os autores evidenciam que a conservação de massa não está inclusa nos cálculos resolvidos pelo *Level-Set*, ocorrendo possível “perda de massa” em regiões pobremente resolvidas ou de grande curvatura (SURAJ, LAKSHMAN e MARIO, 2012).

### **2.3 Considerações finais do capítulo**

Como evidenciado pela fundamentação teórica e pela revisão da bibliografia referente à análise da ascendência de bolhas de ar em meio aquoso, este fenômeno envolve uma grande série de variáveis e minúcias, o que o torna de alta complexidade para ser analisado.

Na análise computacional, todos estes parâmetros devem estar bem definidos e compreendidos, a fim de que a interação seja expressa de maneira a ser correlacionada com a realidade de maneira fiel.

Também é evidenciada a grande gama de análises que podem ser realizadas no campo da simulação e da experimentação de bolhas de gás em água. Por ser princípio de vários mecanismos, como é a flotação, esse fenômeno tem sido bastante estudado nos últimos anos.

Outro ponto a se ressaltar é a assertividade das simulações em corroborar com os experimentos feitos, tal como visto no artigo de Ma *et al.* (2012), em que os experimentos previamente feitos foram satisfatoriamente ilustrados pela simulação computacional realizada pelos autores.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 3.1 Descrição do problema

O problema em estudo no presente trabalho é uma análise do desenvolvimento temporal do comportamento de uma bolha de gás em água. Além do objetivo específico do trabalho como um todo de desenvolver uma metodologia de simulação computacional para a análise de bolhas de gás em água com comparação de resultados experimentais.

Equações diferenciais de mecânica dos fluídos serão resolvidas usando uma ferramenta de análise computacional, o programa ANSYS/FLUENT®, para isso, as considerações do modelo são discutidas nesse tópico.

#### 3.2 Equações para o problema

Serão discutidas nesse tópico as modelagens matemáticas adotadas nas equações de conservação de massa e conservação de quantidade de movimento linear.

##### 3.2.1 Conservação da massa

O movimento de ascensão da bolha de ar, devido suas baixas velocidades, pode ser descrito como incompressível, com isso, a equação da continuidade é escrita como:

$$\nabla u = 0 \quad (7)$$

##### 3.2.2 Conservação da quantidade de movimento linear

A equação de conservação de quantidade de movimento linear pode ser descrita pela Equação (8).

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla(\rho u^2) = -\nabla p + \nabla \tau + \rho g + F_b \quad (8)$$

Na Equação (8),  $u$  é a velocidade,  $\rho$  é a densidade e  $\mu$  é a viscosidade,  $p$  é a pressão,  $g$  é a aceleração gravitacional e  $\tau$  é o tensor de tensão, descrito a seguir, pela Equação (9):



$$\tau = \mu \nabla u \quad (9)$$

O modelo de cálculo de tensão admite viscosidade constante uma vez que trocas de calor não foram consideradas, ou seja, é um modelo isotérmico. Ainda, o modelo tensorial descrito, incorpora o equilíbrio dinâmico de tensão por meio do modelo CSF. Esse modelo é incorporado na equação de conservação de quantidade de movimento linear, introduzindo uma força de empuxo  $F_b$  conforme o descrito por Brackbill *et al.* Esta força de empuxo localizada é calculada a partir da fração de volume como:

$$F_b = \sigma \kappa(x) \tilde{n} \frac{\nabla F(x)}{[F]} \frac{\rho(x)}{[\rho]} \quad (10)$$

onde  $\kappa$  é a curvatura da interface. A interface carrega consigo os parâmetros característicos do vetor normal externo à curvatura  $\kappa$  que é calculado como:

$$\kappa = -(\nabla n) = \frac{1}{\tilde{n}} \left[ \left( \frac{\tilde{n}}{|\tilde{n}|} \bullet \nabla \right) |\tilde{n}| - (\nabla \tilde{n}) \right] \quad (11)$$

$$\tilde{n} = (\tilde{n}_x; \tilde{n}_y) \quad (12)$$

$$n = \frac{\tilde{n}}{|\tilde{n}|} \quad (13)$$

A curvatura  $\kappa$  é calculada em termos do versor de  $\tilde{n}$  para garantir que a principal contribuição da aproximação de diferenças finitas de  $\kappa$  vem do centro da região de transição e não das bordas.

### 3.3 Método de Volume de Fluido (*Volume of Fluid – VOF*)

No método VOF, o movimento da interface gás-líquido é rastreado com base na função de fração de volume,  $F$ . Quando  $F$  é equivalente à unidade, o espaço é ocupado pela fase gasosa, quando  $F$  é zero, o espaço é ocupado pela fase líquida e quando  $F$  está entre 0 e 1, o espaço contém as fases de gás e líquido. A equação de advecção padrão para  $F$  é dada por:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \nabla(uF) = 0 \quad (14)$$

Os algoritmos de rastreamento de volume são usados para a identificação e captura das interfaces. Neste estudo, o modelo de construção de interface linear por partes (PLIC) foi utilizado. O método PLIC considera o transporte entre o fluido da interface adjacente em detalhes. Com isso, o algoritmo de construção (PLIC) é adotado para resolver a equação de advecção e reconstruir as interfaces. As propriedades de mistura usadas nas equações de conservação podem ser definidas por:

$$\rho(F) = F\rho_L + (1-F)\rho_G \quad (15)$$

$$\mu(F) = F\mu_L + (1-F)\mu_G \quad (16)$$

O método de *Level-Set* é usado conjuntamente com o método VOF em alguns casos. A função de ajuste de nível  $\varphi(r, t)$  é definida por:

$$\varphi(r, t) = \begin{cases} +d, & \text{na região líquida} \\ 0, & \text{na interface} \\ -d, & \text{na região de gás} \end{cases} \quad (17)$$

onde  $d$  é a menor distância de um ponto  $r$  da interface em um dado tempo  $t$ , como mostra a Figura 15:

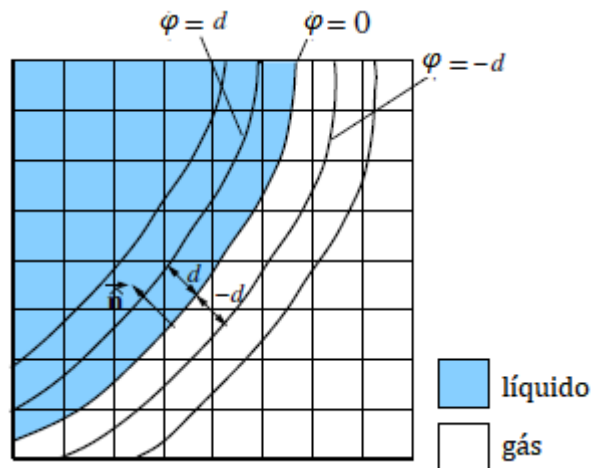


Figura 15 - Demonstração gráfica da função de ajuste de nível.

Fonte: Adaptado de Chakraborty et al. (2013).

E a equação de *Level-Set* é dada por:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \mu \nabla \varphi = 0 \quad (18)$$

Portanto, a equação de equilíbrio tensorial e de conservação de quantidade de movimento linear pode ser escrita como:

$$\rho(\alpha) \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla(uu) \right\} = -\nabla p + \rho(\alpha)g + \nabla \tau + \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (19)$$

$$\tau = \{ \mu(\alpha) [\nabla u + (\nabla u)^T] \} \quad (20)$$

onde  $\alpha$  é o campo de fração de vazios alisado e  $\sigma$  representa a tensão superficial. O campo de fração de vazios alisado no método de acoplamento de *Level-Set* e volume de fluido (*Coupled Level-Set and Volume of Fluid – CLSVOF*) é definido usando uma função de Heaviside suavizada  $H_\varepsilon(\varphi)$ , definida como:

$$\alpha = H_\varepsilon(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi > \varepsilon \\ \frac{1}{2} + \frac{\varphi}{2\varepsilon} + \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{\sin(\pi\varphi)}{\varepsilon} \right], & \text{se } |\varphi| \leq \varepsilon \\ 0, & \text{se } \varphi < -\varepsilon \end{cases} \quad (21)$$

Uma vez que a densidade e viscosidade de cada fluido são constantes, devido às hipóteses já assumidas, elas tomam dois valores diferentes do seguinte modo:

$$\rho(\varphi) = \rho_L H(\varphi) + [1 - H(\varphi)] \rho_G \quad (22)$$

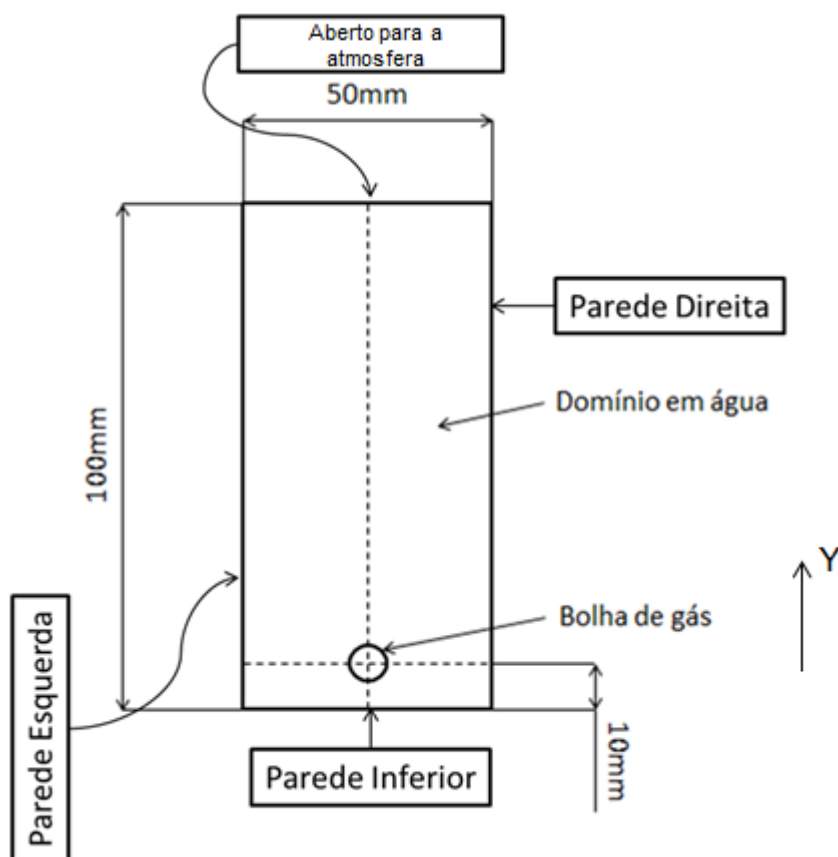
$$\mu(\varphi) = \mu_L H(\varphi) + [1 - H(\varphi)] \mu_G \quad (73)$$

onde  $H(\varphi)$  é a função Heaviside dada por:

$$H(\varphi) = \begin{cases} 1, & \text{se } \varphi > 0 \\ \frac{1}{2}, & \text{se } \varphi = 0 \\ 0, & \text{se } \varphi < 0 \end{cases} \quad (24)$$

### 3.4 Condições de contorno e inicial

Um domínio de análise bidimensional (2D) foi usado para estudar o desenvolvimento de uma bolha de ar em uma coluna de água. A coluna tem dimensões características de altura de 100 mm e de largura de 50 mm, que forma uma área retangular (Figura 16).



**Figura 16 - Modelo esquemático do problema analisado.**  
**Fonte: Autoria própria.**

No estágio inicial da simulação, uma bolha de ar é localizada na posição central da largura e posicionada em 10 mm de altura da parte inferior do vaso. As paredes laterais foram consideradas como simetria porque apenas um pedaço do domínio do experimento foi considerado por causa de limitações computacionais. Além disso, a equipe de experimentalistas do NUEM observou que a bolha não oscila na direção  $x$  mais do que 5 vezes o diâmetro da bolha. À parede inferior do domínio foi atribuída condições de contorno de não deslizamento e à região superior de saída de pressão manométrica de 0 Pa. A pressão de operação foi ajustada para ser igual à pressão ambiente, ou seja, 101325 Pa e a força gravitacional ( $g$ ) de 9,81 m/s<sup>2</sup> foi atribuída na direção  $-Y$ .

### 3.5 Parâmetros analisados

Nesta seção são descritos os parâmetros de interesse da análise. Serão discutidos os valores da velocidade terminal de subida da bolha e seu formato ao longo da trajetória.

#### 3.5.1 Bubble rising velocity

As velocidades de subida da bolha foram comparadas com os resultados advindos da expressão proposta por Mendelson (1967), descrita como:

$$V_b = SF \left( \frac{2\sigma}{\rho_L d_b} + \frac{g d_b}{2} \right)^{1/2} \quad (25)$$

onde  $\sigma$  é a tensão superficial da bolha,  $\rho_L$  é a densidade do líquido,  $d_b$  é o diâmetro da bolha analisada e SF pode ser descrito como:

$$SF = \left[ 1 - \left( \frac{d_b}{D_t} \right)^2 \right]^{3/2} \quad (26)$$

em que  $D_t$  é o diâmetro da coluna.

#### 3.5.2 Formato da Bolha

Ao longo da trajetória de subida da bolha, as variações nos números de Reynolds e Eötvös provocam mudanças nas características do escoamento em estudo. Essas mudanças performam alterações no formato da bolha, inicialmente circular. A análise baseou-se na comparação com a Figura 17 que mostra os diferentes estágios de desenvolvimento da bolha.

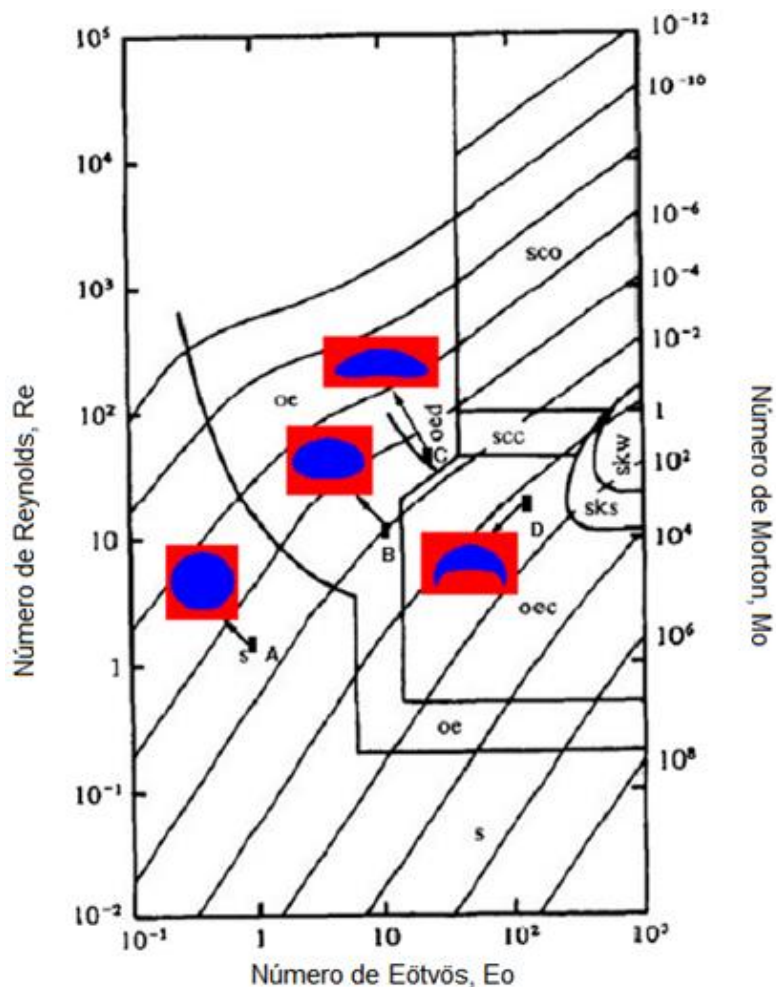


Figura 17 – Diferentes estágios de desenvolvimento da bolha como função dos parâmetros de Reynolds, Morton e Eötvös.

Fonte: Adaptado de Chakraborty *et al.* (2013).

Na Figura 17, os estágios terminais foram obtidos por meio de observações experimentais para uma única bolha em movimento de subida em líquidos quiescentes. Nesta figura, os seguintes índices são utilizados para representar o formato da bolha:

- s: esférico;
- oe: elipsóide achatado;
- oed: elipsóide achatado (disco);
- oec: tampa de elipsóide achatado;
- scc: tampa esférica com sulco estável e fechado;

- sco: tampa esférica com sulco instável e aberto;
- sks: contornada (suave);
- skw: contornada (ondulada).

Na Figura 17, além disso, os retângulos vermelhos com a o formato de bolha terminal evidenciado, foram obtidos para as seguintes condições:

- (A):  $Eo = 0,971$ ,  $Mo = 1,26 \times 10^{-3}$ ;
- (B):  $Eo = 10$ ,  $Mo = 1,0 \times 10^{-2}$ ;
- (C):  $Eo = 32,2$ ,  $Mo = 8,20 \times 10^{-4}$ ;
- (D):  $Eo = 116$ ,  $Mo = 1,31$ ;

## 4 MODELAGEM NUMÉRICA

O fenômeno multifásico da ascendência de uma bolha de gás em uma coluna de água apresenta uma complexidade em sua solução numérica, pois se trata de um processo transiente envolvendo a reconstrução de uma interface entre um líquido e um gás em cada intervalo de tempo. Sendo assim, o modelo matemático descrito no Capítulo 3 será solucionado através do programa computacional comercial ANSYS/FLUENT® na sua versão 19.0. Nesse capítulo serão apresentados o domínio computacional e o método numérico.

### 4.1 Domínio computacional

Três diferentes domínios computacionais foram testados para se avaliar o efeito de um tamanho de malha nos resultados. As malhas estruturadas foram construídas considerando elementos do tipo retangulares todos com mesmo tamanho de lado. As dimensões de cada célula nestas malhas são 0,25 mm x 0,25 mm, 0,35 mm x 0,35 mm e 0,49 mm x 0,49 mm, respectivamente. Não foram testadas malhas de tamanho menor devido às limitações computacionais.

A Figura 18 representa o aspecto da malha para um tamanho médio de 0,25 mm x 0,25 mm. Nela, é possível observar com precisão como são vistos os contornos entre a bolha de ar (região vermelha) e o meio aquoso (região azul), sendo que, para esta transição, existe um valor de VOF intermediário entre 0 e 1.

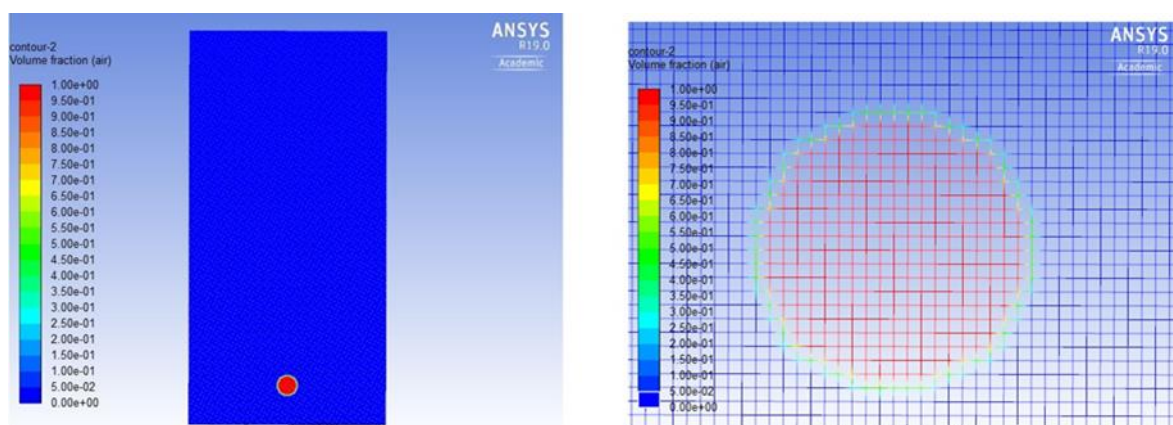


Figura 18 - Características da malha de tamanho médio de 0,25mm x 0,25 mm.

Fonte: Autoria própria.



## 4.2 Método numérico

A equação da continuidade, conservação de quantidade de movimento linear e de *Level-Set* foram resolvidas usando o ANSYS-FLUENT, que é baseado no método de volumes finitos.

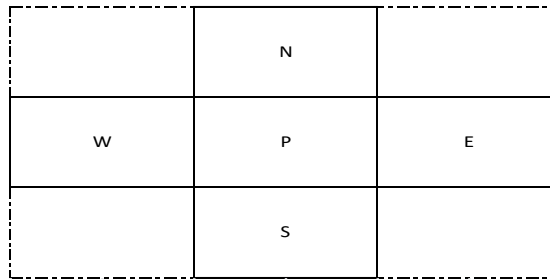
### 4.2.1 Método de volumes finitos

O método de simulação numérica de volumes finitos tem como objetivo a solução de equações discretizadas. Seu método de solução é baseado em substituir equações diferenciais por aproximações algébricas. Assim, a análise de diferentes fenômenos físicos, sejam eles escoamentos ou não de geometrias simples ou não são passíveis de serem solucionados. Para simulações envolvendo transporte, o método de volumes finitos é o mais indicado, pois apresenta alta flexibilidade e grande precisão de resultados (MALISKA, 1995).

No programa escolhido para a análise, ANSYS/FLUENT®, utilizamos o método de volumes finitos para as modelagens numéricas, que consistem na discretização do domínio em um número finito de volumes de controle, *setup* e solução.

Primeiramente, dividimos o domínio em volumes de controle, onde a variável de interesse é situada no centroide do volume. Após isso, realizamos o *setup* da análise, definindo as condições de contorno, propriedades dos fluidos e de inicialização do problema para posterior solução do *solver*.

A Figura 19 apresenta o exemplo de um volume de controle. Nele, o ponto P é o centro do volume de interesse e os pontos E, W, S e N são os centros dos volumes de controle adjacentes à leste, oeste, sul e norte, respectivamente.



**Figura 19 - Exemplo de divisão do domínio.**

**Fonte: Autoria própria.**

No método dos volumes finitos, usualmente, as grandezas escalares são tratadas dentro do volume de controle, enquanto as grandezas vetoriais são tratadas nas faces dos volumes de controle.

A equação de transporte a ser discretizada no FLUENT tem a forma:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi \quad (27)$$

em que  $\phi$  é a variável de interesse,  $\Gamma_\phi$  o coeficiente de difusão associado à  $\phi$  e  $S_\phi$  o termo de geração de  $\phi$  por unidade de volume. Uma forma linearizada da discretização após a integração pode ser escrita da seguinte forma:

$$a_p \phi_{co} = \sum_{nb} a_{nb} + b \quad (28)$$

Sendo, na Equação (28), o índice “nb” referente às células vizinhas,  $a_p$  e  $a_{nb}$  os coeficientes principal e vizinhos linearizados, respectivamente, para solução de  $\phi_{co}$ .

#### 4.2.2 Acoplamento pressão-velocidade

A determinação dos campos de pressão e velocidade simultaneamente é de grande importância para a correlação correta do modelo numérico proposto com os ensaios físicos. A equação da conservação de quantidade de movimento linear, apresentada anteriormente, depende de solução conjunta dos parâmetros de velocidade e de pressão. Essa dependência mútua é tratada como acoplamento pressão-velocidade. Um dos métodos de solução aplicados para resolver o acoplamento é o operador de divisão de pressão implícita (PISO). A pressão foi resolvida usando um esquema ponderado de força corporal e força corporal implícita, essa metodologia foi aplicada para melhorar a convergência da solução.

### 4.2.3 Esquemas de discretização

O modelo de aproximações de segunda ordem de soluções foi utilizado para correlacionar as equações de fluxo. Além disso, o modelo transiente de solução foi baseado em um esquema explícito com passo temporal definido de diferentes formas conforme cada simulação.

### 4.2.4 Discretização do domínio

Para a discretização do domínio de interesse é utilizado uma malha estruturada. Cada condição analisada gerou um número médio de nós e de elementos característicos, descritos na Tabela 2:

**Tabela 2 - Comparação do número de nós e elementos para cada malha**

Malha	M1	M2	M3
	0,25 mm x 0,25 mm	0,35 mm x 0,35 mm	0,49 mm x 0,49 mm
Nós	80601	41328	21190
Elementos	80000	40898	20908

Fonte: Autoria própria.

### 4.2.5 Critérios de convergência

#### 4.2.5.1 Número de Courant

O número de Courant é um fator central para a discussão de temas que envolvem integrações no tempo, que leva o nome de Richard Courant, que, junto à Kurt Feriedichs e Hans Lewy, primeiramente expôs este coeficiente em um artigo em 1928. Para regimes unidimensionais, este coeficiente é dado pela Equação (29).

$$Co = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \quad (29)$$

Nesta formulação,  $u$  é a velocidade de onda característica do sistema,  $\Delta t$  é o passo temporal do modelo numérico e  $\Delta x$  é o espaçamento de rede do modelo. Assim, o número de Courant indica quanta informação atravessa ( $u$ ) uma rede computacional ( $\Delta x$ ) para um dado passo temporal ( $\Delta t$ ).

Caso o coeficiente de Courant seja maior do que um, significa que a informação está se propagando através de mais de uma célula do modelo a cada

passo temporal. Como consequência, o integrador de tempo não é rápido o suficiente para interpretar o que está ocorrendo fisicamente. Para modelos Eulerianos, isto pode causar resultados instáveis, e o modelo pode divergir.

Este coeficiente precisa, portanto, estar limitado por um valor máximo, que pode ser denominado  $C_{máx}$ , explícito na Equação (30). Este valor máximo varia de modelo para modelo usado a se resolver equações discretizadas no tempo.

$$Co = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \leq C_{o,máx} \leq 0,1 \quad (30)$$

Para modelos bidimensionais, o número de Courant pode ser expandido para a forma apresentada na Equação (31), com os fatores em “y” sendo a segunda dimensão analisada.

$$Co = \frac{u_x\Delta t}{\Delta x} + \frac{u_y\Delta t}{\Delta y} \leq C_{o,máx} \leq 0,1 \quad (31)$$

#### 4.2.5.2 Convergência de resíduos

Ainda, para determinar a convergência de uma simulação é empregado um critério de parada. O critério adotado indica a magnitude dos resíduos normalizados obtidos na solução das equações de transporte discretizadas. O resíduo normalizado  $R^\emptyset$  pode ser escrito através da seguinte relação:

$$R^\emptyset = \frac{\sum_{células} \left[ \sum_{nb} a_{nb}\phi_{nb} + b - a_p\phi_p \right]}{\sum_{células} \left[ a_p\phi_p \right]} \quad (32)$$

Na Equação (32), o índice “nb” faz referência às células vizinhas a um volume de controle. Ainda,  $a_p$  e  $a_{nb}$  a os coeficientes principal e vizinhos linearizados, respectivamente, para solução de  $\emptyset_{co}$ . O número de células vizinhas para cada volume de controle depende da malha construída.

Pode-se adotar como final de uma iteração ou convergência da simulação de um intervalo de tempo quando ou o número de iterações atingir o limitante superior de 30 iterações ou os resíduos normalizados para as equações de continuidade, velocidade nas direções x e y e *Level-Set* cumprirem com a desigualdade  $R^\emptyset < 10^{-4}$ .

### **4.3 Considerações finais do capítulo**

O método dos volumes finitos apresenta grande vantagem na solução de problemas transientes e de elevada dificuldade geométrica, devido à sua grande facilidade no tratamento do problema. Nesse capítulo, a modelagem proposta para a discussão do modelo foi apresentada para conseguinte aplicação e verificação, que será discutida no capítulo cinco.

## 5 VERIFICAÇÃO DO MODELO

Nesse capítulo são apresentados o estudo da malha computacional, a validação dos resultados numéricos e uma análise do passo de tempo, do número de Courant e da utilização dos métodos VOF e CLSVOF na simulação de uma bolha de gás em uma coluna de água quiescente.

### 5.1 Dados de entrada para a modelagem computacional de uma bolha de gás em uma coluna de água

As simulações feitas para a validação do modelo numérico foram realizadas utilizando duas fases: água e ar. O domínio computacional utilizado tem uma largura igual a 50 mm e altura igual a 100 mm, que representa um pedaço do domínio da bancada experimental. O domínio 2D, então, foi dividido em uma malha estruturada

As propriedades do ar e da água utilizadas para os cálculos numéricos são descritos na Tabela 3.

**Tabela 3 - Propriedades do ar e da água**

Fase	Densidade (kg/m <sup>3</sup> )	Viscosidade (Pa.s)	Tensão Superficial (N/m)
Água	998,2	0,001	0,0728
Ar	1,225	1,789E-6	-

**Fonte: Aatoria própria.**

### 5.2 Estudo da Malha

O estudo da malha foi investigado utilizando três malhas, denominadas M1, M2 e M3 no domínio computacional especificado. As dimensões de cada célula nessas malhas são de 0,25 mm x 0,25 mm; 0,35 mm x 0,35 mm e 0,49 mm x 0,49 mm respectivamente. Uma representação da malha M1 pode ser observada na Figura 20.

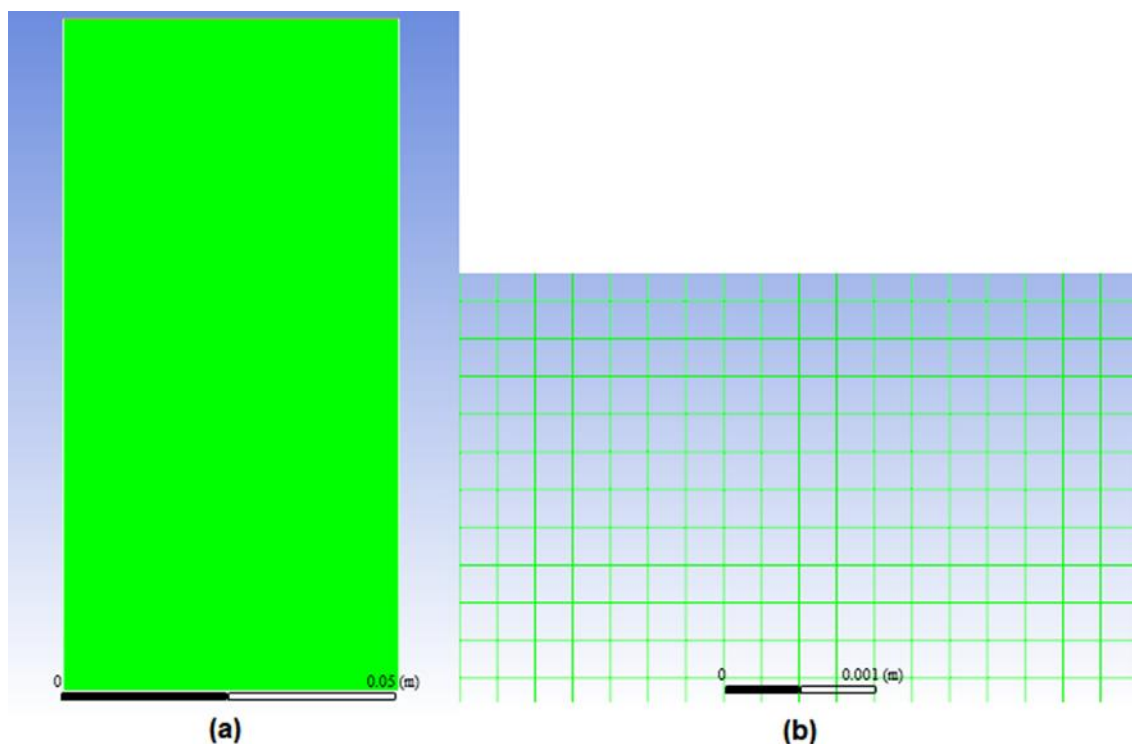


Figura 20 – (a) Domínio computacional. (b) Vista ampliada da malha de 0,25 mm x 0,25 mm  
Fonte: Autoria própria

A velocidade de subida da bolha conforme o decorrer do tempo de simulação é exibido na Figura 21 para as três diferentes malhas. Para esta simulação, foi utilizado o método VOF de cálculo isoladamente, com passo temporal variável e demais parâmetros conforme Tabela 4. O diâmetro de bolha utilizado para a simulação foi de  $\varnothing 2,3$  mm, para que posteriormente seja possível realizar a comparação com os resultados experimentais.

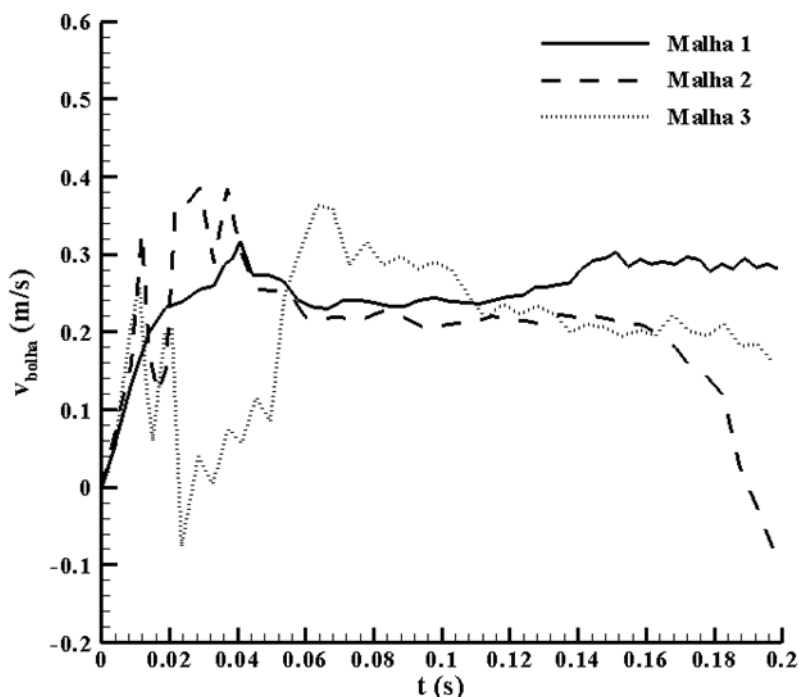


Figura 21 – Estudo da malha baseado em um diâmetro de bolha de  $\varnothing 2,3$  mm

Tabela 4 – Parâmetros utilizados no Estudo da Malha

Parâmetro (unidade)	Valor
Número de Courant Global	0,1
Tempo de simulação (s)	0,2
Passo temporal mínimo (s)	1e-6
Passo temporal máximo (s)	1e-4
Fator de alteração mínimo	0,8
Fator de alteração máximo	1,5
Passo temporal inicial (s)	1e-6

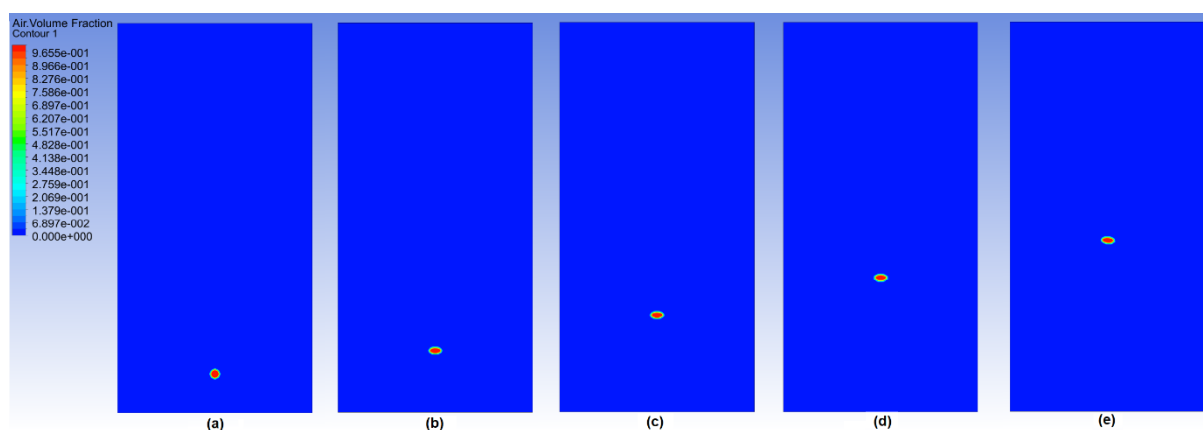
Fonte: Autoria própria.

Na Figura 21 é possível observar que os resultados das malhas M2 e M3 oscilam consideravelmente, sem alcançar uma velocidade terminal característica, diferente do esperado, de acordo com os artigos tidos como de referência. Essa variação é observada desde os primeiros momentos da simulação, em que, para a malha M3 a velocidade alcança valores negativos. O mesmo ocorre para a malha M2, a partir de 0,18 s de simulação.



Considerando a estabilidade dos resultados na Figura 21, foi escolhida a malha M1 para prosseguir com as simulações computacionais e análises da subida da bolha de ar na coluna de água.

Para a malha M1, a Figura 22 expõe o decorrer da simulação conforme a bolha de ar ascende no líquido.



**Figura 22 – Simulação para estudo da malha M1 em (a) 0 s, (b) 0,05 s, (c) 0,1 S, (d) 0,15 s e (e) 0,2 s**

**Fonte: Autoria própria**

Com relação ao formato da bolha na simulação da malha M1, é possível observar uma transição entre a tampa elipsoide achatada e o elipsoide achatado, conforme exibido na subseção 2.2.1 do capítulo 2, uma vez que há achatamento da bolha durante a simulação de sua subida.

Relacionando as simulações feitas aos números adimensionais mencionados no item 2.1.2, é possível obter uma correlação entre a análise numérica e as experimentações da revisão bibliográfica.

Primeiramente, para as três malhas, foram obtidos valores constantes para  $E_o$  e  $Mo$  uma vez que dependem somente de variáveis constantes referentes às propriedades da água e do gás, bem como da aceleração da gravidade, tomada como  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

Os valores obtidos são de 51,74 para  $E_o$  e  $9,82e-6$  para  $Mo$ . Observando e interpolando estes valores na Tabela 1, é possível prever o formato de elipsoide achatado (disco), o que corrobora com a análise visual da bolha na simulação.

Por outro lado, os valores adimensionais de  $Re$  e  $We$  variam conforme o decorrer da simulação, sendo dependentes da velocidade da bolha durante o seu

movimento de subida. As Figuras 23, 24 e 25 representam os valores para as malhas M1, M2 e M3 respectivamente.

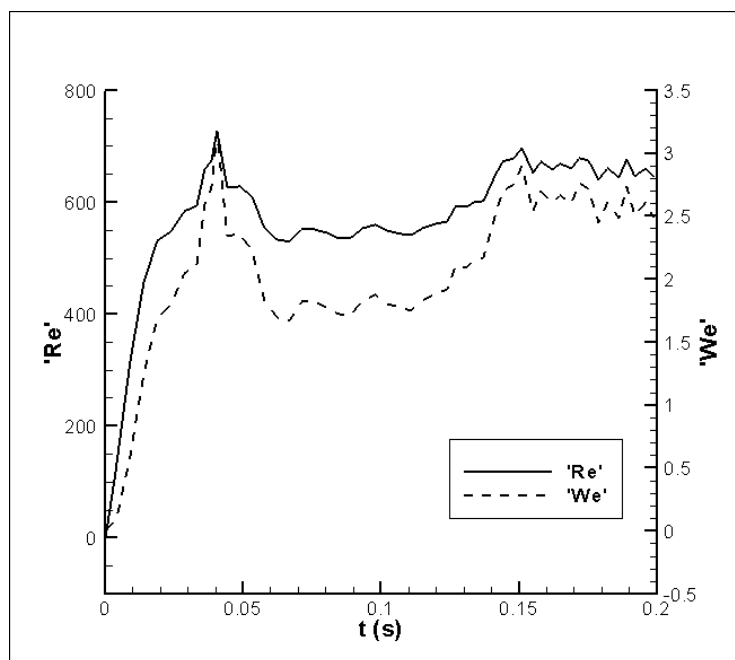


Figura 23 –  $Re$  e  $We$  para a malha M1.

Fonte: Autoria própria.

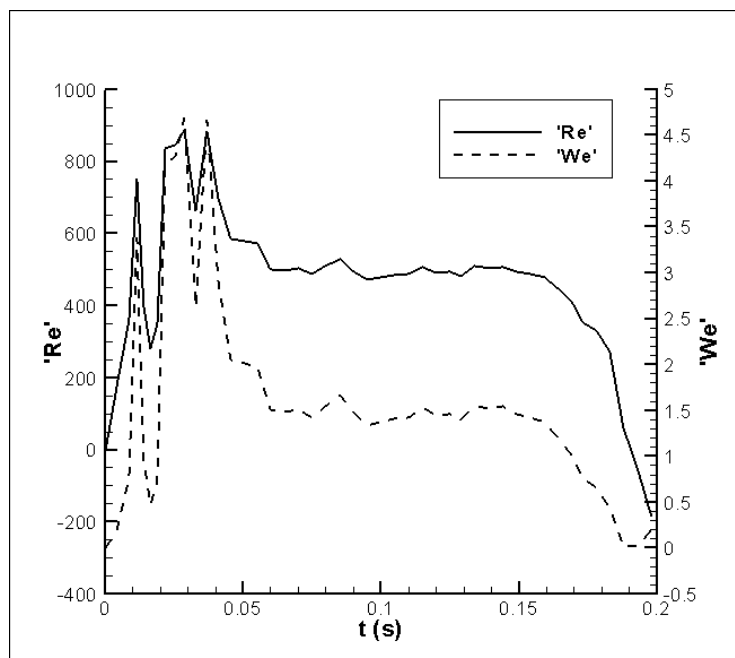
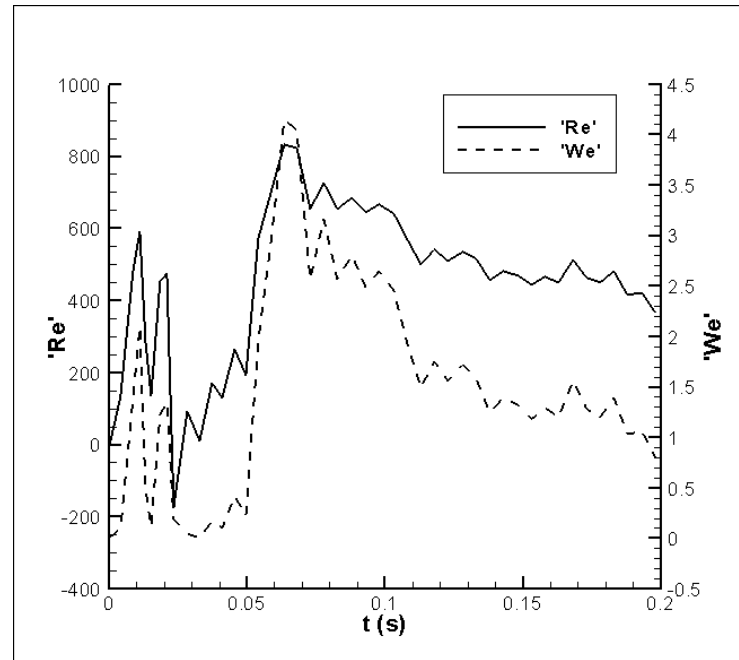


Figura 24 –  $Re$  e  $We$  para a malha M2.

Fonte: Autoria própria.



**Figura 25 – Re e We para a malha M3.**  
**Fonte: Autoria própria.**

É possível observar uma relação de proporcionalidade entre os valores de Re e We, uma vez que são, por sua vez, proporcionais à velocidade da bolha em todos os instantes

### 5.3 Dados experimentais

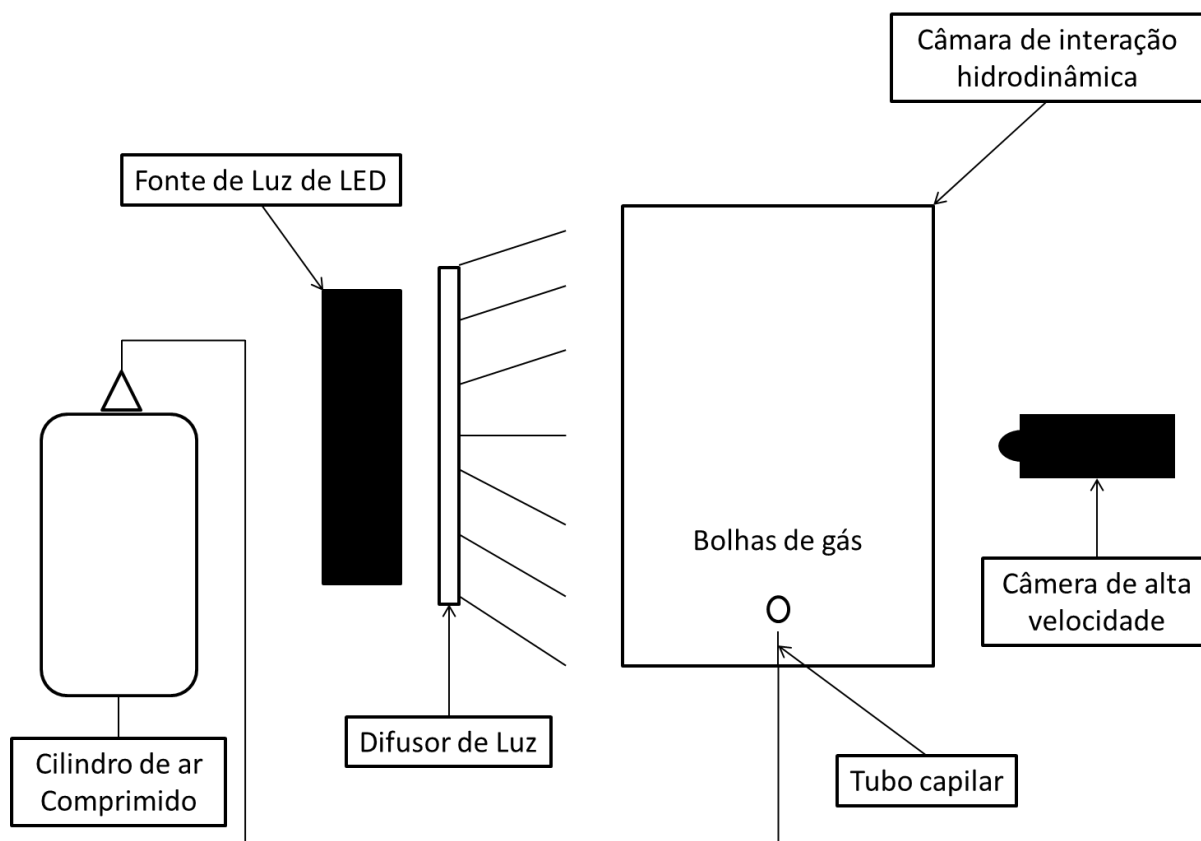
A coleta de dados experimentais é de riqueza imensurável no entendimento de situações diversas. Nesse sentido, o próximo propósito é expor uma comparação entre as análises numéricas e resultados experimentais.

#### 5.3.1 Descrição da Metodologia Experimental

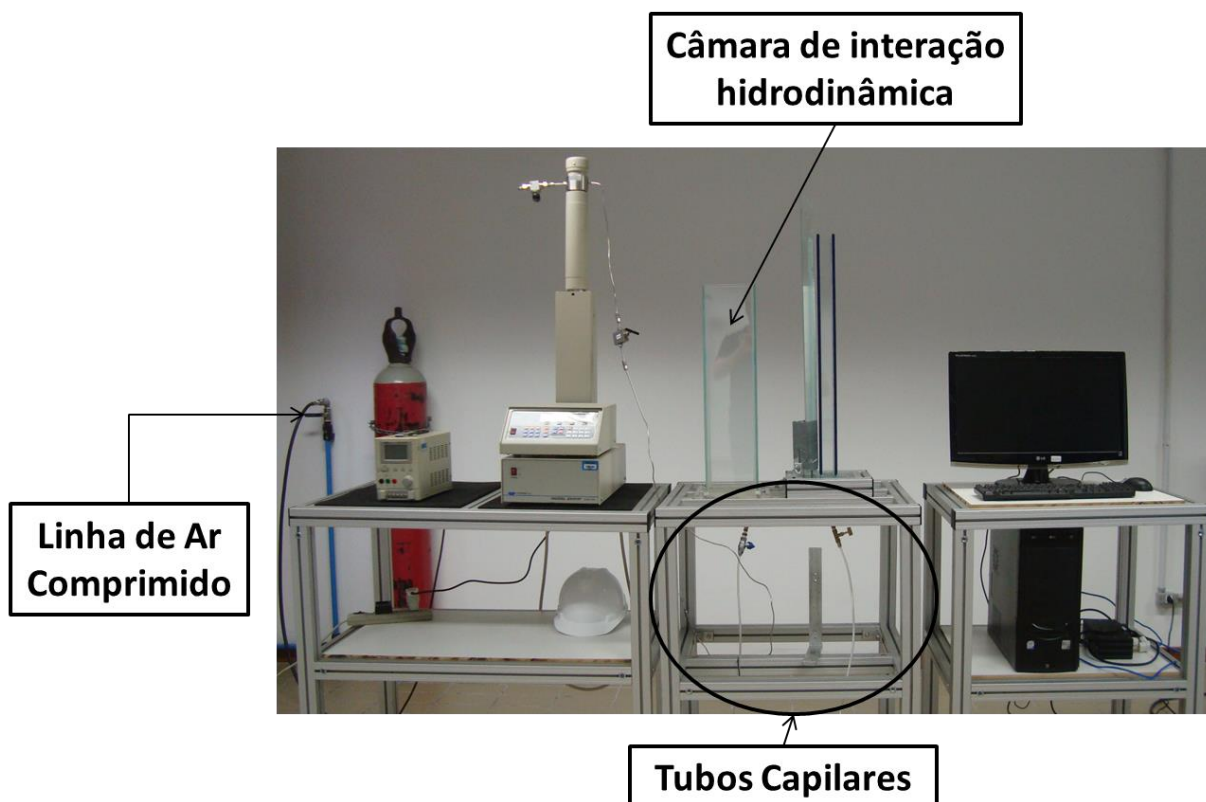
A experimentação que foi realizada no núcleo de escoamentos multifásicos da UTFPR (NUEM), agrega à este trabalho, com o objetivo de validar as simulações numéricas realizadas. Foi feito um teste experimental do comportamento da ascendência de uma bolha de ar em água. Uma vez que o tópico experimental não é o foco do trabalho, ele será discutido sucintamente.

O experimento foi realizado injetando bolhas de ar comprimido por dutos capilares na região inferior de uma câmara de interação hidrodinâmica, preenchida com água. As bolhas foram fotografadas por uma câmera de alta velocidade posicionada de maneira com que a aquisição dos dados seja a ideal. Uma fonte

potente de luz é necessária, pois a câmera de alta velocidade consegue captar com mais clareza a imagem da sombra da bolha, e o difusor de luz é necessário para que todo o comprimento do tanque seja iluminado. O aparato experimental segue o esquema descrito pela Figura 26, e, pode-se visualizar a bancada na Figura 27.



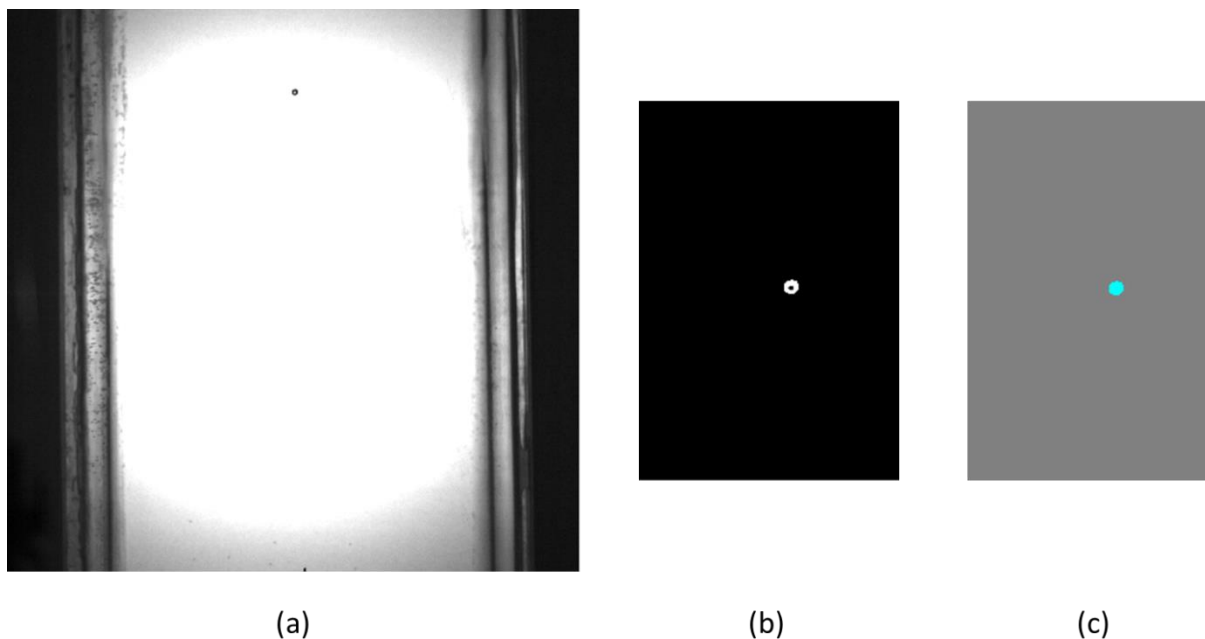
**Figura 26 – Esquema de obtenção dos dados experimentais**  
Fonte: Adaptado de NUEM



**Figura 27 – Bancada experimental onde foi realizado o ensaio**

**Fonte: NUEM**

Após a coleta das imagens, um código em linguagem de programação feito em MATLAB® é usado para tratamento e interpretação dos dados. Primeiro, o programa avalia a qualidade da imagem, retira borrões e outros defeitos das imagens, para posterior isolamento e reconhecimento da bolha, como mostra a Figura 28.



**Figura 28 – Sequência do tratamento de imagens, com (a) imagem não tratada, (b) bolha isolada e sem borrões, (c) imagem da bolha tratada isolada e pronta para análise**

**Fonte: Adaptado de NUEM.**

O programa realiza então - para cada imagem lida - a medição do centroide da bolha, de seu perímetro, de sua área e das medidas de seus comprimento e altura máximos, por meio de funções prontas na biblioteca do programa computacional. Assim, com a velocidade de captura das imagens, dado proveniente da taxa de aquisição da câmera, que, nesse caso foi de 1000 fps, e com o deslocamento relativo do centroide da bolha, calculam-se as velocidades de subida por meio da derivada numérica dos dados, conforme a equação (33), a seguir:

$$V_{yb} = \frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{\delta t} \quad (33)$$

Em que  $V_{yb}$  é a velocidade de subida da bolha,  $Y_{i+1}$  e  $Y_i$  são duas posições subsequentes verticais do centroide da bolha, e  $\delta t$  é o intervalo de tempo entre a aquisição de duas imagens subsequentes.

As imagens retiradas do experimento realizado pelo NUEM estão explícitas na Figura 29 em cinco instantes de tempo da experimentação, conforme o movimento ascendente da bolha ocorria.

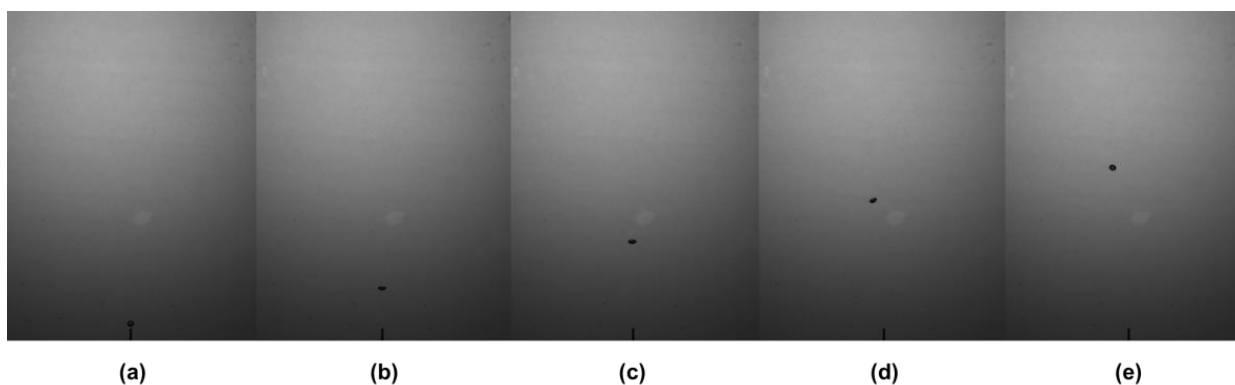


Figura 29 – Evolução do movimento ascendente da bolha no experimento do NUEM em (a) 0 s, (b) 0,05 s, (c) 0,1 S, (d) 0,15 s e (e) 0,2 s.

Fonte: NUEM (2018)

Além disso, foi possível elaborar um gráfico da velocidade de ascensão da bolha em função do tempo de acordo com os dados obtidos no experimento, o que está exposto na Figura 30.

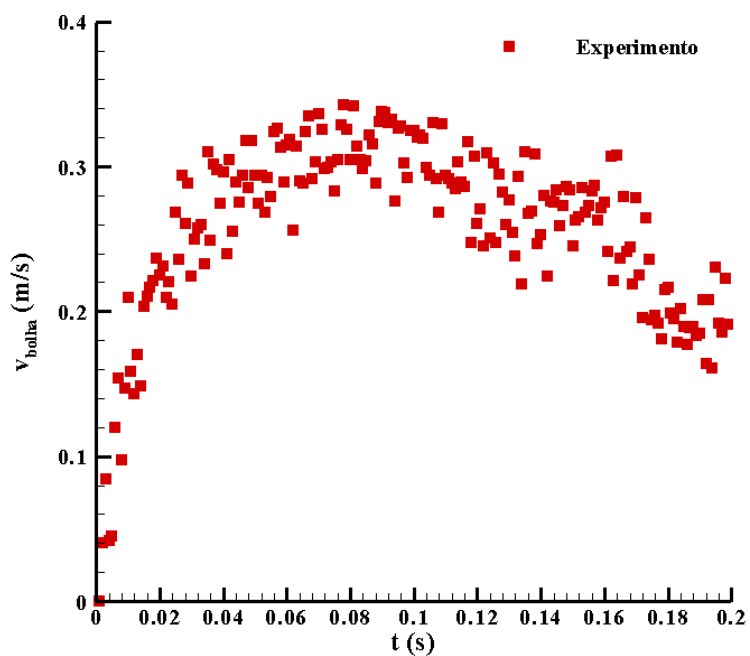


Figura 30 – Pontos experimentais das bolhas no experimento do NUEM

Fonte: NUEM (2018).

#### 5.4 Análise do passo temporal fixo utilizando VOF

Depois de realizada a escolha conveniente da malha M1 para análises da simulação e explicitados os resultados experimentais, foram realizadas três simulações considerando uma variação de passo temporal entre elas. Esse parâmetro foi mantido fixo durante as simulações, com valores de 1e-3 s, 1e-4 s e 1e-5 s para cada simulação respectivamente.

A Figura 31 expõe os resultados destas simulações em conjunto aos resultados experimentais apresentados no item 5.3, para fins comparativos. Contudo, a simulação contendo passo temporal fixo de 1e-3 s não obteve convergência já na primeira iteração, extrapolando o número de Courant.

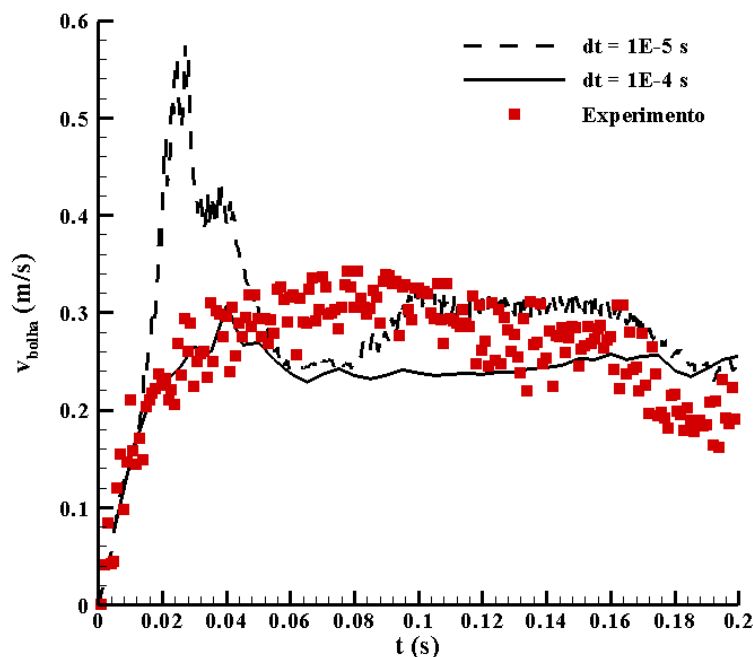


Figura 31 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas com variação de passo temporal

Fonte: Os Autores.

Com relação ao passo temporal de 1e-5 s, fica evidente que houve um salto muito significativo de velocidade nos primeiros momentos de simulação, chegando a um pico de quase 0,6 m/s, sendo que destoou significativamente dos resultados experimentais observados, em que a velocidade da bolha não ultrapassou 0,35 m/s.



Apesar desta diferença nos momentos iniciais da simulação, a partir de 0,1 s de simulação os valores de velocidade são representações satisfatórias dos dados experimentais com um erro máximo de 8%.

Já com relação ao passo temporal de  $1e-4$  s, os resultados se mostraram consideravelmente estáveis desde o início da simulação, sem apresentar grandes variações comparativamente aos resultados experimentais. Até aproximadamente 0,05 s de simulação, os pontos obtidos experimentalmente encobrem os dados computacionais como um todo, iniciando a partir deste ponto uma leve diferença até 0,12 s de simulação, quando os resultados se sobrepõem novamente. Além disso, a utilização desse passo de tempo resulta em um tempo computacional muito menor, chegando à diferença de 24 horas de simulação quando comparado ao passo de tempo de  $1e-5$  s.

A possível explicação para o salto existente nos valores obtidos com passo temporal de  $1e-5$  s é a maior coleta de arquivos de dados pelo software de simulação. Sabendo que esta coleta é realizada a cada 50 passos temporais nas simulações, esta com este parâmetro configurado para  $1e-5$  s extrai dez vezes mais arquivos do que aquela com passo temporal de  $1e-4$  s. Além disso, para o menor passo temporal, são recolhidos 100 vezes mais arquivos de dados que o experimento, que coleta dados a cada  $1e-3$  s. Desse modo, mais pontos aparecem quando o passo temporal é minimizado e assim dados que não são coletados no experimento aparecem na simulação.

## **5.5 Influência do Número de Courant**

Foi simulada também a influência do número de Courant entre um passo temporal e outro nos resultados das simulações. A simulação foi realizada para a malha definida como M1 utilizando um passo temporal variável, descrito na Tabela 5. Os números de Courant testados foram de 0,1 e 0,01. Os resultados da simulação são mostrados na Figura 32.

Tabela 5 – Parâmetros para análise de passo temporal variável

Parâmetro (unidade)	Valor
Tempo de simulação (s)	0,2
Passo temporal mínimo (s)	1e-6
Passo temporal máximo (s)	1e-4
Fator de alteração mínimo	0,8
Fator de alteração máximo	1,5
Passo temporal inicial (s)	1e-6

Fonte: Autoria própria.

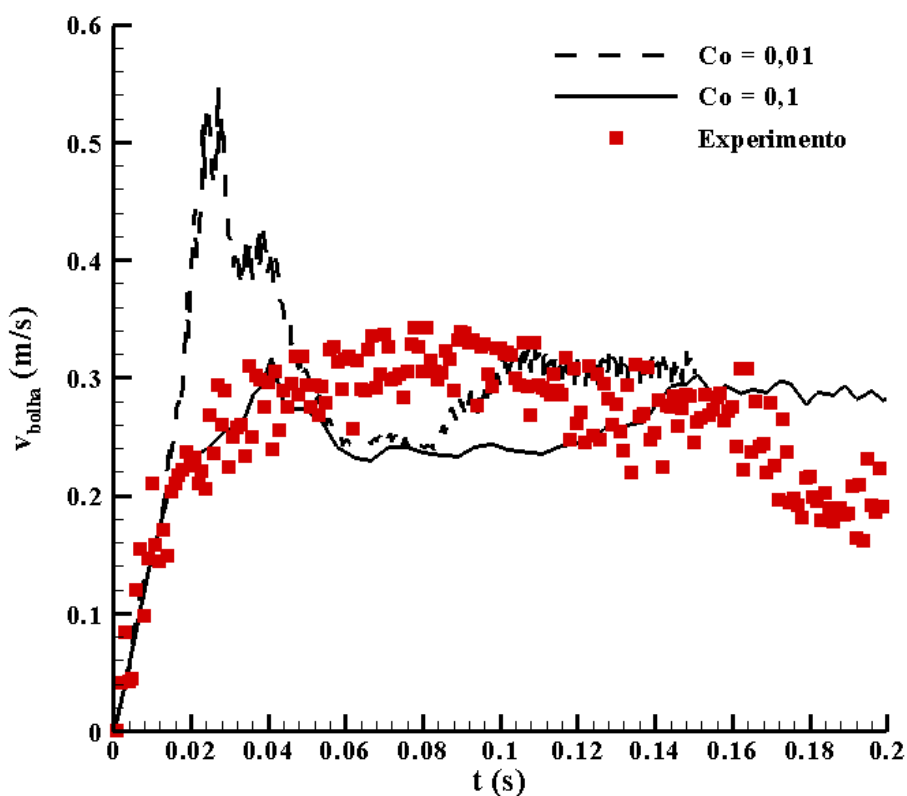


Figura 32 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas para diferentes números de Courant

Fonte: Autoria própria

Os resultados da Figura 32 indicam um pico de velocidades para o número de Courant de 0,01, que permite uma interpretação análoga à do item anterior, em que, para a convergência de resultados com um número de Courant pequeno, o passo

temporal tendeu a se aproximar de valores mais próximos da fronteira inferior delimitada pela Tabela 5. Assim, existe uma maior coleta de dados para regimes de desenvolvimento do escoamento e um pico de velocidades que não é captado no experimento, que coleta dados na ordem de  $1e-3$  s, análogamente à sub-seção anterior.

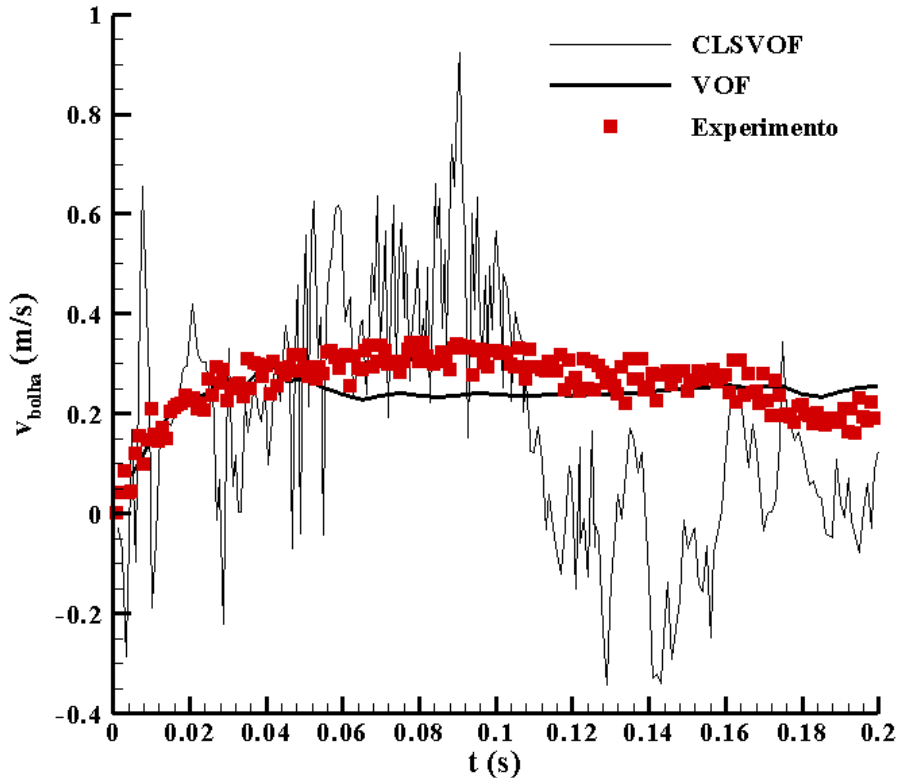
Para a correlação numérica utilizando o maior valor de Courant, percebem-se resultados tendendo para o visualizado no experimento, com divergências, entretanto, mais bem correlato que utilizando o menor valor do parâmetro. Essa melhor correlação dá-se pela tendência do programa em ajustar o passo temporal em valores maiores que para quando utilizado o número de Courant de 0,01, se aproximando da coleta de dados experimentais.

## 5.6 Análise de influência dos métodos VOF e CLSVOF

Optou-se por estudar também a influência do modelo CLSVOF (*Coupled Level-Set Volume of Fluid*) nos resultados das simulações utilizando da malha M1, com passo temporal variável. Para essa simulação, foram utilizados os parâmetros descritos na Tabela 6. Os resultados podem ser visualizados na Figura 33.

**Tabela 6 - Parâmetros para análise de ajuste de nível**

Parâmetro (unidade)	Valor
Número de Courant Global	0,1
Tempo de simulação (s)	0,2
Passo temporal (s)	$1e-4$
Fator de alteração mínimo	0,8
Fator de alteração máximo	1,5
Passo temporal inicial (s)	$1e-6$



**Figura 33 – Comparação entre pontos experimentais e simulações numéricas para utilização ou não do ajuste de nível**  
**Fonte: Autoria própria.**

Os resultados mostram divergência de resultados para a análise com a função de *Level-Set*. Esse resultado pode ser oriundo da maneira com que a função de ajuste de nível atua não garantindo a conservação da massa entre um passo temporal e outro, conforme as referências da sub-seção 2.2.6 mostraram - Olsson *et al.*(2007) e Suraj *et al.* (2012).

Essa falta da conservação mássica pode acabar por transladar o centroide da bolha de ar de maneira com que se tenham velocidades negativas ou picos acima dos previstos.

## 5.7 Considerações finais do capítulo

Os resultados apresentados nesse capítulo permitem se realizar uma série de assertivas quanto à modelagem computacional de fenômenos de ocorrência bifásica. O modelo CLSVOF não correlaciona o experimento, provavelmente por não realizar a conservação mássica entre um passo temporal e outro. Ainda, passos

temporais muito pequenos, ou condições que levem a passos temporais pequenos também não ajustam de maneira precisa os dados experimentais, não significando que essas simulações estejam incorretas e que seus resultados não possam ser utilizados, apenas que captam momentos que o experimento não conseguiu captar. Ainda, pôde-se verificar que malhas muito grandes têm dificuldades para convergência e estabilidade nos cálculos.

## 6 CONCLUSÕES

Nesse trabalho foram realizadas investigações numéricas acerca do movimento ascendente de uma bolha de gás em uma coluna de água, a fim de se estabelecer uma metodologia de interpretação das simulações e realizar comparação com dados experimentais obtidos pelo NUEM.

A partir dos resultados obtidos nas simulações numéricas feitas através do programa computacional ANSYS/FLUENT®, foi possível perceber que os resultados variam significativamente conforme os parâmetros implementados nas simulações (tamanho de malha, passo de tempo, método de captura e reconstrução da interface). Como exemplo, utilizar um passo temporal excessivamente pequeno ( $1e-5$  s nas simulações deste trabalho) pode levar a um recolhimento de dados maior que a experimentação, ocasionando em diferenças nos resultados.

Além disso, partindo do exemplo experimental já conhecido, é possível comparar diferentes simulações com parâmetros variados de tal modo que se encontre a combinação de fatores que resulte em dados mais similares aos experimentais. No trabalho proposto, fica evidente que o conjunto de parâmetros que resultou em uma simulação mais fiel aos experimentos é dado pelos resultados do item 5.4 com passo temporal constante de  $1e-4$  s, malha M1 (0,25 mm x 0,25 mm) e número de Courant de 0,1.

Diante dessa situação, fica evidente a relevância de se estudar tais fenômenos, e também de se desenvolver de uma metodologia de estudo numérica para a análise do movimento de subida de uma bolha de gás em coluna de água.

Para trabalhos futuros, recomenda-se-se primeiramente a análise numérica de uma gota de óleo em meio aquoso, validando também seu comportamento com dados experimentais, em seguida a análise numérica de duas bolhas de gás em água, incluindo os fenômenos de interação entre ambas, e por fim o agregado contendo uma bolha de gás ocluída em uma gota de óleo. Assim, é possível dar um passo adicional em direção à interpretação do fenômeno de flotação.

Além disso, pode-se ter como certeza que o uso de ferramentas computacionais para simulação de fenômenos físicos complexos, que envolvem

diversas variáveis, é de grande auxílio. Por meio destas ferramentas, a gama de possibilidades de extração de resultados que, após serem tratados, se tornam conhecimento agregado é gigante.

## REFERÊNCIAS

- BHAGA, D.; WEBER, M. E. Bubbles in viscous liquids: shapes, wakes and velocities. **J. Fluid Mech.**, v. 105, p. 61 - 85, 1981.
- CHAKRABORTY, I.; BISWAS, G.; GHOSH DASTIDAR, P. S. A coupled level-set and volume of fluid method for the buoyant rise of gas bubbles in liquids. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 58, p. 240 - 259, 2013.
- CLIFT, R.; GRACE, J. R.; WEBER, M. E. **Bubbles Drops and Particles**. New York: Academic Press. [S.l.], p. 26. 1978.
- DE ANDRADE, J. M. **Remoção, por flotação, de óleo em águas produzidas na indústria de petróleo: eficiência e modelagem do processo**. UFRN. Natal, p. 139. 2009.
- DE SOUSA, S. R. et al. Yeast flotation viewed as the result of the interplay of supernatant composition and cell-wall hydrophobicity. **Colloid and Surfaces B: Biointerfaces**, v. 309 - 319, 2003.
- DEBEIR, J. C. **A Expansão do Sistema energético capitalista, Uma história da energia**. Brasília: [s.n.], 1993. 196 - 206 p.
- EMPRESA de Pesquisa Energética. **Dados Abertos**, 2018. Disponível em: <[www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dadosabertos/publicacoes/BEN-Series-Historicas-Completas](http://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dadosabertos/publicacoes/BEN-Series-Historicas-Completas)>. Acesso em: 22 Maio 2018.
- FERNANDES, M. C. Z. Métodos químicos utilizados no combate à poluição marinha por petróleo. **Boletim técnico da petrobras**, Rio de Janeiro, 1995.
- FOCKE, C. et al. Collision between high and low viscosity droplets: Direct Numerical Simulations and Experiments. **International Journal of Multiphase Flow**, v. 56, p. 81 - 92, 2013.
- FREEMAN, C.; SOETE, L. The economics of industrial innovation. In: MIT **MIT press edition**. [S.l.]: [s.n.], v. 3, 1997. p. 85 - 105; 265 - 285.
- FROHN, A.; ROTH, N. Dynamics of Droplets. **Springer Science & Business Media**, p. 15, 2000.



GOUVEIA, F. Tecnologia nacional para extrair petróleo e gás do pré-sal. **Conhecimento & Inovação**, Campinas, v. 6, n. 1, 2010.

HAGER, W. H. Wilfrid Noel Bond and the Bond number. **Journal of Hydraulic Research**, v. 50, n. 1, p. 3 - 9, 2012.

IBAMA. **Relatório de impacto ambiental – RIMA**: atividade de perfuração marítima blocos BM-POT-16 e BM-POT-17 Bacia Potiguar. [S.l.]: [s.n.], 2010. 41 p.

ISLAM, M. T. et al. A single air bubble rise in water: a CFD study. **Mechanical Engineering Research Journal**, v. 9, p. 1 - 6, 2013.

JAFELICCI JUNIOR, M.; MASSI, L. UNESP. **Introdução à química de colóides e superfícies**, 2007. Disponível em: <<http://www.iq.unesp.br/#!/flotacao/index.htm>>. Acesso em: 23 Maio 2018.

KRISHNA, R. et al. Rise velocity of a swarm of large gas bubbles in liquids. **Chemical Engineering Science**, v. 54, p. 171 - 183, 1999.

KRISHNA, R.; VAN BATEN, J. M. Simulating the Rise Characteristics of Gas Bubbles in Liquids Using CFD. **Chemical Engineering Technology**, v. 24, p. 427 - 430, 2001.

LI, X.-B. et al. Separation of Oil from Wastewater by Column Flotation. **Journal of China University of Mining & Technology**, v. 17, n. 4, p. 546 - 551, 2007.

MA, D. et al. Two-dimensional volume of fluid simulation studies on single bubble formation and dynamics in bubble columns. **Chemical Engineering Science**, v. 72, p. 61 - 77, 2012.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. [S.l.]: [s.n.], 1995.

MARTINS, S. S. et al. **Produção de petróleo e impactos ambientais**: algumas considerações. [S.l.]: [s.n.], v. 6, 2015. 54 - 76 p.

MASSI, L. et al. **Fundamentos e Aplicação da Flotação como Técnica de Separação de Misturas**. [S.l.]. 2008.

MENDELSON, H. D. **A. L Ch. E. J.**, v. 13, p. 250, 1967.

OLSSON, E.; KREISS, G.; ZAHEDI, S. A conservative level set method for two phase flow II. **Journal of Computational Physics**, p. 785 - 807, fev. 2007.

ORTIZ NETO, J. B.; COSTA, A. J. D. A Petrobrás e a exploração de petróleo offshore no Brasil: um approach evolucionário. **Rev. Bras. Econ.**, Rio de Janeiro, v. 61, n. 1, p. 95 - 109, Março 2007.

PETROBRAS. **Exploração e Produção de Petróleo e Gás**, 2015. Disponível em: <<http://www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/areas-de-atuacao/exploracao-e-producao-de-petroleo-e-gas/>>. Acesso em: 23 Maio 2018.

PETROBRAS. **Bacias**, 2018. Disponível em: <[www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/principais-operacoes/bacias/](http://www.petrobras.com.br/pt/nossas-atividades/principais-operacoes/bacias/)>. Acesso em: 23 Maio 2018.

PRITCHARD, P. J. **Fox and McDonald's Introduction to Fluid Mechanics**. 8. ed. [S.l.]: [s.n.], 2014.

RUBIO, J.; VALDERRAMA, L. High intensity conditioning and the carrier flotation of gold fine particles. **International Journal of Mineral Processing**, Amsterdam, v. 52, p. 273 - 285, 1998.

SILVA, C. R. R. **Água produzida na extração de petróleo**. [S.l.], p. 27. 2000.

SURAJ, D. S.; LAKSHMAN, A.; MARIO, T. F. Evaluating the performance of the two-phase flow. **Computational Science & Discovery**, p. 36, maio 2012.

WEAST, R. et al. **CRC Handbook of Chemistry and Physics**. 70. ed. [S.l.]: [s.n.], 1989.