

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Nícolas Abel Antoniazzi

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO APDL PARA ANÁLISE DE  
ESTRUTURA TRELIÇADA FEITA POR FABRICAÇÃO ADITIVA PELO  
MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2016

Nícolas Abel Antoniazzi

**DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO APDL PARA ANÁLISE DE  
ESTRUTURA TRELIÇADA FEITA POR MANUFATURA ADITIVA  
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

[\*]\_ Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Co-orientador: Prof. Ana Paula Carvalho da Silva  
Ferreira

[\*]\_ Tradução do trabalho original desenvolvido na École de Technologie Supérieure, durante 01 semestre de 2016 no Programa MEI, sob orientação principal do professor Dr. Patrick Terriault. Tradução apresentada para convalidação da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso.

CURITIBA

2016

## **TERMO DE ENCAMINHAMENTO**

Venho, por meio deste termo, encaminhar a monografia do Projeto de Pesquisa “DESENVOLVIMENTO DE CÓDIGO APDL PARA ANÁLISE DE ESTRUTURA TRELIÇADA FEITA POR MANUFATURA ADITIVA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS”, realizada [\*] pelo aluno Nicolás Abel Antoniazzi, como requisito para aprovação nas disciplinas de Trabalho de Conclusão de Curso 1 e 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Co-orientador: Prof. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

UTFPR - Damec

Curitiba, 30 de novembro de 2016.

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

O presente Trabalho foi aprovado após ser apresentado à Banca da École de Technologie Supérieure. Para convalidação do seu crédito para as disciplinas de Trabalho de Conclusão 1 e 2 do curso de engenharia Mecânica da UTFPR, foi executado a tradução contextualiza do mesmo.

Prof. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

DAMEC, UTFPR

Co-orientador

Curitiba, 30 de novembro de 2016.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, em primeiro lugar, a Deus por me dar a saúde e a força necessárias para realizar este trabalho. Aos meus pais e irmã, agradeço por todo o apoio, incentivando-me nos momentos mais difíceis. Ao professor Patrick Terriault, agradeço pela orientação e por me confiar este projeto.

Finalmente, agradeço à UTFPR e a Éts por possibilitarem o intercâmbio que me levou a este trabalho.

## RESUMO

ANTONIAZZI, Nicolas Abel. Desenvolvimento de código APDL para análise de estrutura treliçada feita por manufatura aditiva pelo método dos elementos finitos. 2016. Monografia – Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

Nos últimos anos, a manufatura aditiva apresentou um rápido avanço, com novas técnicas de impressão e a possibilidade de utilização de diversos materiais, atraindo, assim, bastante interesse da indústria. Neste contexto, as estruturas treliçadas mostram-se muito promissoras. Assim, neste trabalho desenvolveu-se um código em linguagem APDL que permite simular através do método dos elementos finitos, uma estrutura treliçada com arquitetura Cúbica de Corpo Centrado para três carregamentos distintos, variando sua intensidade. Com isso, pretende-se aumentar o nível de compreensão sobre o comportamento dessas estruturas sob carregamentos críticos, necessário para viabilizar seu uso em determinadas aplicações. As simulações mostraram que, até um determinado limite, à medida que a intensidade das cargas aumenta e alguns membros da estrutura falham, os remanescentes são capazes de redistribuir a carga e evitar o colapso da estrutura.

**Palavras-chave:** Manufatura aditiva, Estrutura Treliçada, Elementos Finitos, APDL

## **ABSTRACT**

In recent years, additive manufacture processes progressed fast, with new printing techniques and the possibility of using various materials, attracting considerable industry interest. In this context, lattice structures are very promising. Thus, in this work a code was developed in APDL language that allows simulating through the finite element method, a lattice structure with Body Cubed Centered architecture for three different loads, varying its intensity. With this, it is intended to increase the level of understanding about the behavior of these structures under critical loads, which is necessary to enable its use in certain applications. The simulations performed, showed that as the intensity of the loads increases and some structure members fail, the remaining ones are able to redistribute the load and prevent the collapse of the structure, until a given limit.

**Keywords:** Additive Manufacturing, Lattice Structure, Finite Element, APDL.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Típico fluxo de processo para um componente fabricado por impressão 3D. .....	12
Figura 2 – Estrutura treliçada obtida por fabricação aditiva. ....	13
Figura 3 – Célula CCC e uma estrutura composta por várias dessas células replicadas. .....	17
Figura 4: Trecho correspondente à criação dos <i>keypoints</i> ímpares do código APDL. .....	17
Figura 5: Código APDL para criação dos membros centrais e na direção x. ....	18
Figura 6: Graus de liberdade bloqueados. ....	21
Figura 7: Código APDL para aplicação das condições de contorno.....	21
Figura 8: Os três carregamentos simulados (L1, L2 e L3). ....	22
Figura 9: Código APDL correspondente à mudança de material (carga L1). ....	23
Figura 10: Código APDL correspondente à mudança de material (carga L1). ....	24
Figura 11: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, célula 5mm. ....	25
Figura 12: Deslocamento total máximo vs força aplicada. L1, célula 5mm. ....	26
Figura 13: Tensão equivalente de von Misses à 3500N. L1, célula 5mm. ....	27
Figura 14: Estrutura deformada (escala real) a 3500N. Membros falhados são mostrados em roxo. L1, célula 5mm. ....	27
Figura 15: Membros falhados (%) vs força aplicada. L2, célula 5mm. ....	28
Figura 16: Deslocamento total máximo vs força aplicada. L2, célula 5mm. ....	29
Figura 17: Tensão de von Misses. Perceba a ausência de membros verticais e a carga nos elementos diagonais.....	30
Figura 18: Membros falhados (%) vs força aplicada. L3, célula 5mm. ....	30
Figura 19: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 30mm. ....	31
Figura 20: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 20mm. ....	32

Figura 21: Código APDL para o carregamento L1 (parte 1).....	37
Figura 22: Código APDL para o carregamento L1 (parte 2).....	38
Figura 23: Código APDL para o carregamento L1 (parte 3).....	39
Figura 24: Código APDL para o carregamento L1 (parte 4).....	40
Figura 25: Código APDL para aplicação do carregamento L2. ....	41
Figura 26: Código APDL para aplicação do carregamento L3. ....	41

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Propriedades dos materiais utilizados .....	20
Tabela 2: relação entre o número de membros e a resistência da estrutura. ....	33

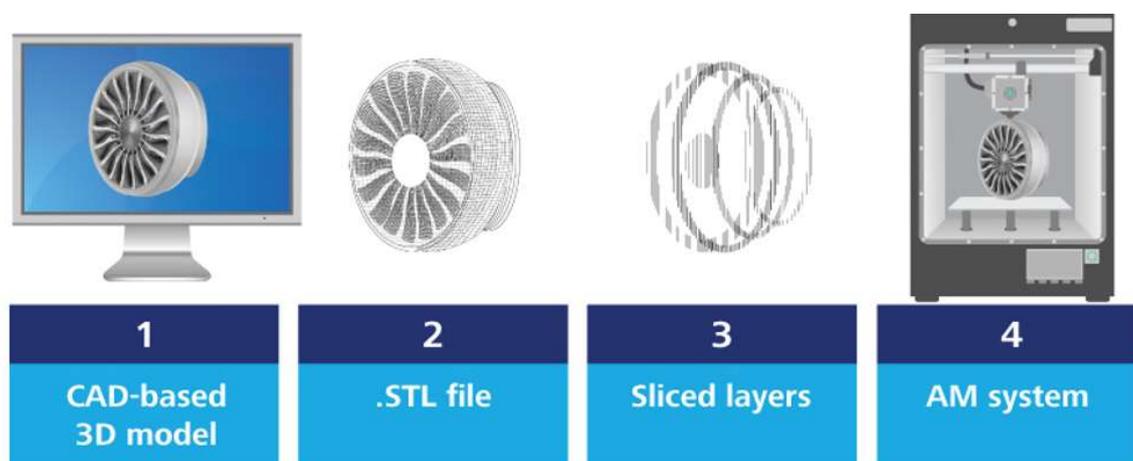
# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1	Manufatura Aditiva	12
1.2	Oportunidade	13
1.3	Objetivos	14
1.4	Justificativa	14
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>16</b>
2.1	Definição da Geometria	16
2.2	Discretização da Geometria	18
2.3	Definição dos Materiais e Condições de Contorno	20
2.4	Carregamento e Iterações	21
<b>3</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>25</b>
3.1	Efeito do Tamanho da Estrutura	25
3.1.1	Carregamento L1	25
3.1.2	Carregamento L2	28
3.1.3	Carregamento L3	30
3.2	Efeito da Densidade da Célula Unitária	31
<b>4</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>34</b>
4.1	Resultados Relevantes	34
4.2	Dificuldades encontradas	34
4.3	Recomendações	34
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>36</b>
	<b>APÊNDICE A – Código APDL completo para o carregamento I1</b>	<b>37</b>
	<b>APÊNDICE B – Código APDL Para os Carregamentos L1 e I2</b>	<b>41</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Manufatura Aditiva

A manufatura aditiva (AM na sigla em inglês), é definida pela ASTM como o processo de agregar material para produzir objetos a partir de modelos 3D, normalmente camada por camada, em oposição às tecnologias convencionais de manufatura subtrativa (ASTM, F2792-12). Dessa forma, um típico fluxo de processo para um componente fabricado através desse método pode ser representado como mostra a Figura 1.



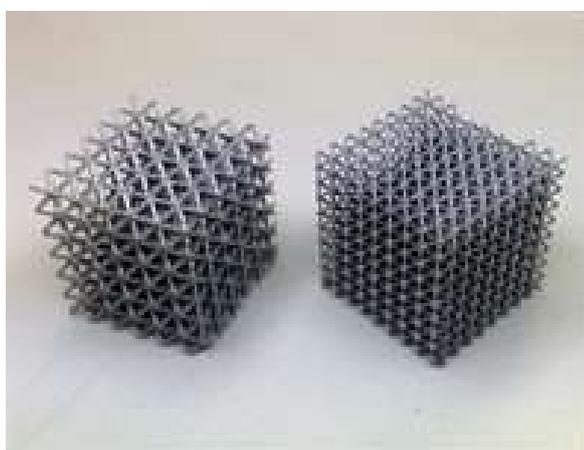
**Figura 1: Típico fluxo de processo para um componente fabricado por impressão 3D.**

Fonte: <http://dupress.com/articles/additive-manufacturing-3d-opportunity-in-aerospace/>

Conforme mostra o fluxo, o modelo 3D gerado no software de CAD é traduzido, normalmente, para um arquivo do tipo .STL que pode ser interpretado pelo sistema de AM. A geometria gerada é então dividida em diversas camadas 2D. Em seguida, o sistema de AM funde o metal (ou outro material) e o deposita ao longo dessas camadas, uma sobre as outra, para formar a peça. A fusão do material é comumente realizada utilizando-se um feixe de elétrons de alta energia ou através de laser (PARTHASARATHY, 2011). Essa etapa é muitas vezes concluída sem a necessidade de qualquer operação posterior, ou seja, pronto para o seu uso final. Assim, pode-se dizer que praticamente qualquer geometria que possa ser modelada em um software de CAD, também pode ser produzida através de algum método de AM.

A liberdade de design que as tecnologias de AM possibilitam, aliadas à crescente escolha de materiais, tornam-na muito adequada para diversas aplicações biomédicas e aeroespaciais. Além disso, elas oferecem as vantagens de reduzidas perdas de material e, sobretudo, a possibilidade de adaptar as propriedades do componente final, de acordo com sua aplicação, através da escolha da estrutura celular e do material adequados (LUXNER, 2005).

Propriedades macroscópicas, como a densidade e a resistência mecânica, estão diretamente relacionadas com a arquitetura interna, responsável pela alta heterogeneidade desses materiais. Um exemplo de estrutura treliçada obtida por fabricação aditiva é mostrada na Figura 2.



**Figura 2 – Estrutura treliçada obtida por fabricação aditiva.**

Fonte: <http://www.3dp-research.com/Projects/tsb-project-alsam-/13174>

## 1.2 Oportunidade

A alta heterogeneidade apresentada por essas estruturas celulares proporciona-lhes comportamentos mecânicos consideravelmente distintos daqueles apresentados por peças completamente sólidas. Esse comportamento diferenciado, bem como as propriedades macroscópicas do componente são difíceis de serem previstos ou simulados, representando uma grande oportunidade para estudos de modelagem (DAXNER, 2003).

Diversos métodos numéricos foram desenvolvidos para modelar esse tipo de estrutura. A modelagem por elementos finitos, por exemplo, normalmente requer o uso de elementos sólidos tridimensionais, como tetraedros ou hexaedros, gerando um

número muito elevado de elementos (BETTS, 2014) e conseqüentemente simulações muito pesadas e onerosas em termos de tempo e custo. Desse modo, mais estudos ainda são necessários para encontrar alternativas mais simples, porém que mantenham níveis de precisão e confiabilidade satisfatórios.

### **1.3 Objetivos**

O objetivo geral do projeto é desenvolver um método de simulação de estruturas treliçadas mais simples que permita aumentar o nível de compreensão sobre como essas estruturas se comportam sob carregamentos mecânicos de diferentes tipos e intensidades. Uma análise do efeito do número de células unitárias e de sua densidade sobre a resistência da estrutura como um todo também foi realizada.

Para alcançar o objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Adquirir conhecimento sobre os processos de manufatura aditiva e as técnicas de modelagem relacionadas a essas estruturas;
- Aprender a linguagem de programação APDL;
- Aplicar a linguagem APDL para automatizar a geração dos elementos e manipular o carregamento e a falha dos membros da estrutura;
- Analisar a progressão dos danos na estrutura e a falha de seus membros;
- Discutir os resultados obtidos.

### **1.4 Justificativa**

Ao alcançar os objetivos definidos acima será possível ter uma melhor compreensão do comportamento das estruturas treliçadas com diferentes padrões de arquitetura e frente à diferentes carregamentos. Além disso, a modelização de outras arquiteturas e carregamentos, diferentes das simuladas neste projeto, será facilitada através de adaptações no código APDL desenvolvido. Finalmente, isso permitirá que essas estruturas estejam mais próximas de serem aplicadas em áreas onde é

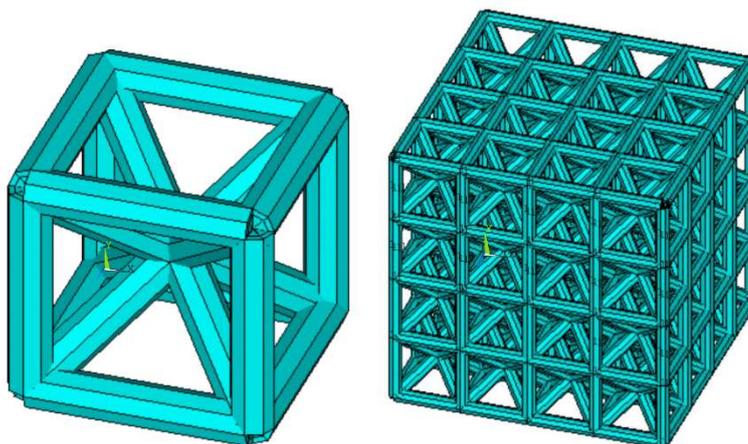
necessária alta confiabilidade e que atualmente têm seu uso restringido devido à pouca previsibilidade que se tem com relação ao seu comportamento.

## 2 METODOLOGIA

### 2.1 Definição da Geometria

Muitas são as técnicas de modelização de estruturas porosas e celulares. Uma possível classificação dessas técnicas é separá-las de acordo com escala, arquitetura e método. No primeiro grupo, a modelagem em macro escala trata da representação de toda a geometria e seus detalhes, enquanto a modelagem em mesoescala considera uma pequena parte dela, chamada de elemento de volume representativo (RVE). Este último é empregado quando a geometria é muito porosa e simulá-lo inteiramente exigiria tempo computacional e custos excessivamente altos. Em relação à arquitetura, os materiais porosos podem ser de arquitetura aleatória ou ordenada. Uma estrutura de arquitetura ordenada é aquela que pode ter uma célula unitária identificada e que forma a geometria global por meio da repetição dessas células em diferentes direções (BRAILOVSKI, 2016).

As estruturas simuladas neste trabalho se encaixam na modelagem em mesoescala de estruturas com arquitetura ordenada. No entanto, como elas não representam nenhuma peça ou componente específico e, portanto, não são um RVE conforme definido no parágrafo anterior. Suas dimensões foram definidas de forma a estarem na escala de um RVE de um componente real, de forma que os resultados pudessem ser comparados entre si. Uma célula unitária Cúbica de Corpo Centrado (CCC), mostrada na Figura 3, foi escolhida devido a sua simetria e a presença de membros diagonais que permitem que carregamentos aplicados a estrutura sejam distribuídos entre diferentes planos verticais. Essa célula foi, então, copiada um determinado número de vezes em cada uma das três direções principais para formar uma estrutura periódica cúbica.



**Figura 3 – Célula CCC e uma estrutura composta por várias dessas células replicadas.**

Fonte: autoria própria<sup>1</sup>.

A lógica usada para gerá-las foi gerar primeiramente apenas os vértices das células unitárias, criando-se *keypoints* e designando para eles números ímpares, sequencialmente a partir da origem do sistema de coordenadas, fixado em um dos vértices da estrutura global. Analogamente, os nós do centro das células unitárias são criados definindo-se *keypoints* pares. Dessa forma, foi possível conectar os nós para criar os elementos (membros) da estrutura de forma simples. O código completo pode ser visto no Apêndice A. Por conveniência, o trecho correspondente à criação dos *keypoints* ímpares do código APDL é mostrado na Figura 4.

```
! ODD nodes for cubes CORNERS !
*do, m, 1, numLC_odd, 1
  zcoord = zcoord + 2*delta_L
  *do, j, 1, numLC_odd, 1
    ycoord = ycoord + 2*delta_L
    *do, i, 1, numLC_odd, 1
      xcoord = xcoord + 2*delta_L
      Nnum = Nnum + 2
      N, Nnum, xcoord, ycoord, zcoord
    *enddo
    xcoord = -2*delta_L      ! Compensate change of line (on the same plane)
  *enddo
  ycoord = -2*delta_L      ! Compensate change of plane
*enddo
```

**Figura 4: Trecho correspondente à criação dos *keypoints* ímpares do código APDL.**

<sup>1</sup> As figuras e tabelas sem indicação de fonte foram compiladas pelo próprio autor.

Para criar os elementos, foram definidos 4 blocos de código. O primeiro cria as linhas que se conectam aos nós centrais (identificados por números pares), o segundo os elementos na direção x. Estes dois blocos são apresentados na Figura 5.

```
! LINES from corner to center keypoints (odd to even) !
*do, i, 1, numLC_even, 1
  *do, j, 1, numLC_even, 1
    *do, m, 1, numLC_even, 1    ! Every even KP makes 8 connections
      Nnum = Nnum + 2
      x = x + 2
      E, Nnum, x
      E, Nnum, x+2
      E, Nnum, x+2*numLC_odd
      E, Nnum, x+2*numLC_odd+2
      E, Nnum, x+2*(numLC_odd**2)
      E, Nnum, x+2*(numLC_odd**2)+2
      E, Nnum, x+2*numLC_odd*(numLC_odd + 1)
      E, Nnum, x+2*(numLC_odd + numLC_odd**2)+2
    *enddo
    x = x + 2    ! To compensate change of line (on !
  *enddo
  x = x + numLC_odd*2    ! Compensate change of plane
*enddo

! HORIZONTAL lines, x direction !
Nnum = -1

*do, m, 1, numLC_odd, 1
  *do, j, 1, numLC_odd, 1
    *do, i, 1, numLC_even, 1
      Nnum = Nnum + 2
      E, Nnum, Nnum + 2    ! Next kpoint
    *enddo
    Nnum = Nnum + 2    ! Compensate change of line
  *enddo
*enddo
```

**Figura 5: Código APDL para criação dos membros centrais e na direção x.**

Os últimos dois blocos completam a geometria criando os membros nas direções z e y de maneira análoga ao feito para a direção x.

## 2.2 Discretização da Geometria

Em toda análise FEA, a discretização do domínio é uma etapa crucial para a convergência do modelo e obtenção de resultados consistentes. Isso é especialmente

válido quando tratamos de estruturas porosas ou celulares, devido à sua complexidade geométrica.

Idealmente, nesses casos, o uso de elementos sólidos 3D ao malhar o domínio, como tetraedros ou hexaedros, são a melhor escolha em termos de precisão, permitindo capturar todas as características da geometria. Esses elementos também podem ser usados para modelar qualquer nível de porosidade, de tal forma que o fator limitante se sua aplicabilidade é o considerável esforço computacional necessário. Isso se deve ao alto número de elementos gerados e ao alto grau de liberdade associados a eles.

Ao contrário dos elementos sólidos, elementos de viga podem ser uma alternativa para modelar estruturas porosas ou celulares. Este é um método muito mais simples e direto, em que dependendo da precisão necessária, cada membro pode ser modelizado por um único elemento. A estrutura malhada resultante possui muito menos elementos, tornando o processo de solução computacional muito mais barato, porém restringindo sua aplicação a estruturas de alta porosidade e células abertas.

Dado o tempo disponível para o desenvolvimento deste projeto, bem como o número limitado de membros que a licença acadêmica do Ansys permite (30.000), o uso de elementos viga mostrou-se o método mais apropriado. De fato, foi feita uma primeira tentativa de discretização usando apenas elementos do tipo *link*, os quais possuem apenas três graus de liberdade de translação e poderiam fornecer modelos ainda mais simples. Entretanto, este método mostrou-se simplificado demais. A razão para isso é discutida mais tarde, na seção 3.1.1. Assim, o elemento escolhido foi o Beam 188. Ele se baseia na teoria de vigas de Timoshenko, que leva em consideração as tensões de flexão e de cisalhamento transversal. Este, no entanto, é considerado constante ao longo de toda a seção transversal e, conseqüentemente, ela permanece indeformada. Assim, deve-se atentar para a relação entre a área de seção transversal e o comprimento dos membros da estrutura. Para que a teoria de Timoshenko seja válida e, portanto, o uso do elemento Beam 188 seja possível para o modelo estudado, a relação não pode ser muito grande, ou seja, a viga não pode ser muito espessa. Dessa forma, o raio da seção transversal dos membros foi definido como sendo 1/10 do comprimento da célula unitária.

Outro aspecto limitante desse modelo nesta aplicação, é a representação dos vértices, onde vários elementos se conectam. Esta área é bastante delicada, pois nela há acúmulo de material que pode resultar em restrições diferentes que não são levadas em conta no modelo (GIBSON, 2010).

### 2.3 Definição dos Materiais e Condições de Contorno

Como nenhum componente ou aplicação específica está sendo investigada, não havia restrições com relação à escolha das propriedades do material. Escolheu-se, portanto, o Ti-6Al-4V como material, por ser a liga de titânio mais utilizada e muito comum em processos de AM. Uma característica interessante dessa liga é sua excelente biocompatibilidade, tornando-a muito útil em diversas aplicações biomédicas. Além disso, possui boa resistência aliada a baixo peso, oferecendo boa performance em outras áreas, tais como a indústria aeroespacial.

O material foi assumido como sendo homogêneo, isotrópico e linear elástico. Suas propriedades são mostradas na Tabela 1. Essa tabela também mostra as propriedades definidas para um segundo material, utilizado nos elementos falhados.

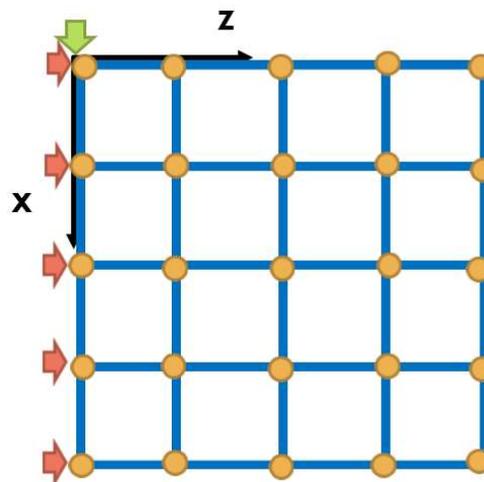
**Tabela 1: Propriedades dos materiais utilizados.**

Número	Material	E [GPa]	$\nu$	$S_y$ [Mpa]
1	Ti-6Al-4V	110	0,33	1000
2	“Elementos Falhados”	0,11	0,33	-

O material 2 foi definido para substituir o Ti-6Al-4V quando a tensão em um membro da estrutura excede a tensão de escoamento da liga de titânio, pois ao exceder a tensão de escoamento da liga, significa que ele teria falhado e o carregamento da estrutura teria de ser suportado pelos elementos restantes. O segundo material possui um milésimo da rigidez do Ti-6Al-4V, de tal forma que o elemento falhado continua na estrutura, mas não contribui para sua rigidez, assim como uma corda sem tração.

Após criar a geometria, malhar o domínio e definir material e suas propriedades, o próximo passo é definir as restrições apropriadas. A estrutura foi considerada como

tendo uma de suas faces fixadas em um plano. Assim, todos os nós nessa face tiveram seu deslocamento bloqueado na direção vertical. Após, em uma das arestas, os nós foram bloqueados também na direção horizontal e, por fim, o nó na origem do sistema foi bloqueado nas três direções principais. A situação final dos graus de liberdade pode ser vista na Figura 6.



**Figura 6: Graus de liberdade bloqueados.**

O trecho do código APDL correspondente à aplicação das condições de contorno é mostrado na Figura 7.

```

! Apply constraints !
Nnum = -1
*do, i, 1, numLC_odd, 1
  *do, j, 1, numLC_odd, 1
    Nnum = Nnum + 2
    *if, i, LE, 1.5, THEN
      D, Nnum,Uy,0,,,,Uz ! Block 1st line of Kpoints
    *else
      D, Nnum,Uy,0 ! Block other lines on the bottom plane
    *endif
  *enddo
Nnum = -1 + i*2*(numLC_odd**2)
*enddo
D,1,ALL,0

```

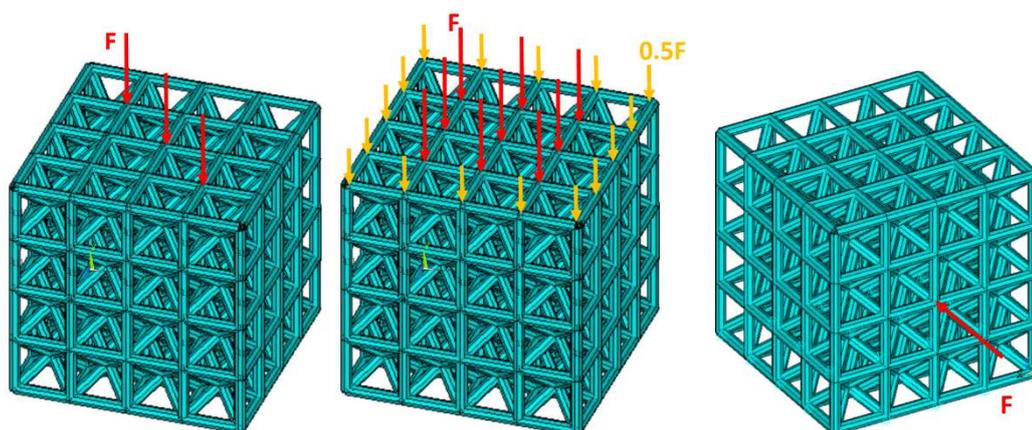
**Figura 7: Código APDL para aplicação das condições de contorno.**

## 2.4 Carregamento e Iterações

Três carregamentos diferentes foram analisados. Em cada um dos casos, a intensidade das forças aplicadas foi gradualmente incrementada até que ocorresse o

colapso de toda a estrutura. Ao longo desse processo, se algum membro da estrutura tivesse sua tensão de escoamento excedida, seu material, inicialmente o Ti-6Al-4V, era substituído pelo material 2, menos rígido, conforme explicado na seção anterior. Em seguida, a estrutura, com a nova combinação de material, era submetida novamente ao mesmo carregamento, mas dessa vez com uma intensidade maior. Se os membros que permaneceram com a liga de Titânio como material, fossem capazes de suportar a nova carga, a carga era novamente aumentada e o processo se repetia até que ocorresse a falha de toda a estrutura. O colapso desta foi definido como sendo o momento em que algum de seus nós apresentasse um deslocamento maior que a aresta das células unitárias que a compõem.

No primeiro carregamento (L1), uma força vertical de compressão foi aplicada em cada um dos nós da diagonal da face superior da estrutura. Já no segundo caso (L2), todos os nós da face superior foram submetidos à uma força vertical de compressão. Para levar em conta o efeito da borda da estrutura, as forças aplicadas nos nós localizados nas arestas dessa face possuíam metade da intensidade daquela aplicada nos demais nós. Finalmente, no terceiro carregamento (L3), uma força concentrada foi aplicada no nó central da face de trás da estrutura. A Figura 8 apresenta os três carregamentos estudados.



**Figura 8: Os três carregamentos simulados (L1, L2 e L3).**

No código APDL, cujo trecho correspondente é mostrado na Figura 9, uma tabela (ETABLE) é criada com o número do elemento e a respectiva tensão à qual ele está submetido (stressi). Em seguida, o *loop if* da linha 175 atribui à variável *elemNBmax* o número do elemento mais tensionado. Se a tensão nesse elemento for maior que a

tensão de escoamento do material 1, então esse elemento falhou e não deveria mais contribuir para a rigidez da estrutura. Logo, seu material é substituído pelo material 2, através do comando *MPCH* (linha 185) e o mesmo carregamento com a mesma intensidade é reaplicado na estrutura com a nova combinação de materiais (agora com menos elementos rígidos).

```

151 *DO, load, 1600, 3600, 1000
152   Loadcounter = Loadcounter + 1
153   unstable = 1
154
155   *dowhile, unstable
156     /SOLU
157     ! Apply load !
158     Nnum = 4*(numLC_odd**2) - 2*(numLC_even) + 1
159     *do, i, 1, numLC_odd-2, 1
160       F,Nnum,FY,-Load
161       Nnum = Nnum + 2*(numLC_odd**2) + 2
162     *enddo
163     SOLVE
164     FINISH
165
166     /POST1
167     Yield = 1000
168     stressi=0
169     stressmax=0
170
171     ETABLE,sigma,LS,1,MAX ! Creates a Element table with colum: Sigma
172     *do,i,1,nbelem,1
173       *if,Estatus(i),EQ,1,THEN !to avoid error in case ETAB(i) doesn't
174         *get, stressi,ELEM,i,ETAB,sigma ! Assign "sigma", from the ETAB
175         *if,abs(stressi),GT,abs(stressmax),THEN
176           stressmax = stressi
177           elemNBmax = i
178         *endif
179       *endif
180     *enddo
181     FINISH !/POST1
182
183     /PREP7
184     *if, abs(stressmax),GT,Yield,Then
185       MPCHG, 2, elemNBmax
186       MPCHcounter = MPCHcounter + 1
187       Estatus(elemNBmax)=0
188     *else
189       unstable = -1
190     *endif
191     FINISH !/PERP7

```

**Figura 9: Código APDL correspondente à mudança de material (carga L1).**

Em um determinado momento, não haverá nenhum elemento carregado acima do seu limite de escoamento e então o valor de *unstable* é alterado para sair do *loop dowhile*. Após esta etapa, o deslocamento total de cada nó é comparado ao comprimento dos elementos para verificar se a estrutura entrou em colapso, como apresenta a Figura 10.

```
181      FINISH !/POST1
182
183      /PREP7
184      *if, abs(stressmax),GT,Yield,Then
185          MPCHG, 2, elemNBmax
186          MPCHcounter = MPCHcounter + 1
187          Estatus(elemNBmax)=0
188      *else
189          unstable = -1
190      *endif
191      FINISH !/PERP7
192
193  *enddo ! *DOWhile
194
195  /POST1
196      colapse = 0
197      *do,j,1,2*(numLC_odd**3)-1,2
198          *get, displ, NODE, j, U, SUM
199          *if, displ, GT, length, THEN
200              colapse = 1
201          *endif
202      *enddo
203  FINISH !/POST1
204
205 *ENDDO ! *DO load
```

Figura 10: Código APDL correspondente à mudança de material (carga L1).

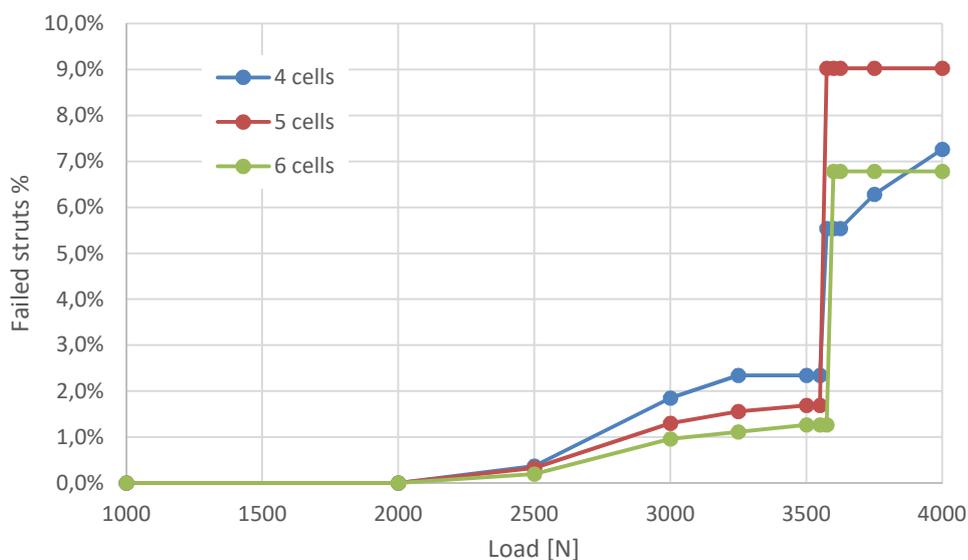
### 3 RESULTADOS

Esta seção lida com a apresentação e análise dos resultados obtidos nas simulações usando a metodologia previamente descrita.

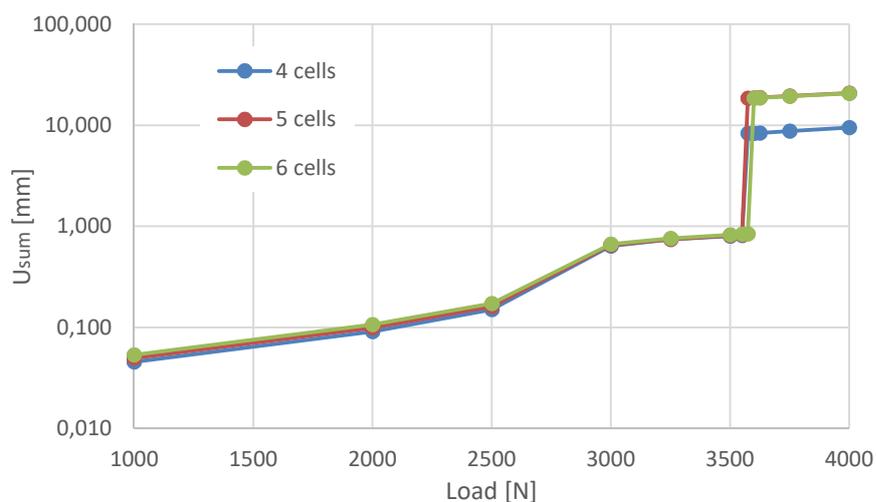
#### 3.1 Efeito do Tamanho da Estrutura

##### 3.1.1 Carregamento L1

A primeira série de simulações foi feita com o carregamento L1 para três tamanhos diferentes de estrutura: 4, 5 e 6 células unitárias ao longo de cada direção principal. A Figura 11 mostra como a porcentagem de membros falhados, em cada uma das estruturas, evoluiu com o aumento da intensidade das forças aplicadas. Já a Figura 12 mostra o deslocamento total máximo em função da força.



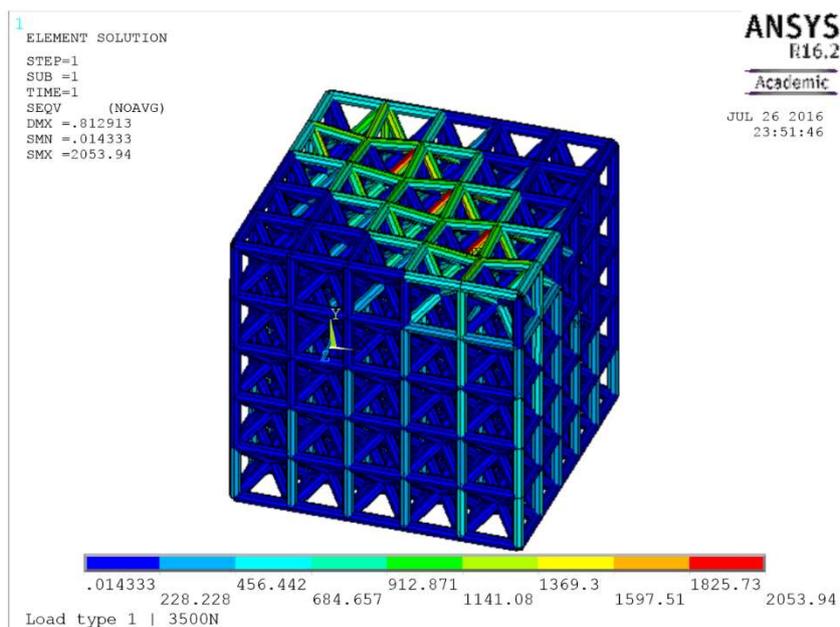
**Figura 11: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, célula 5mm.**



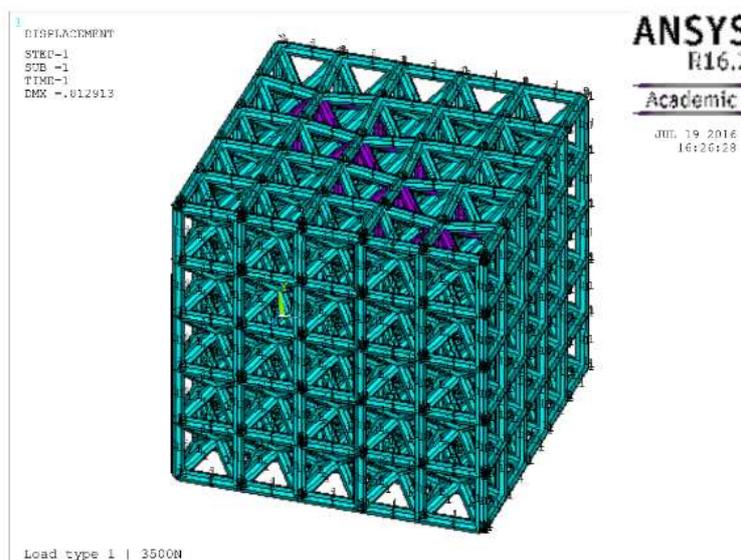
**Figura 12: Deslocamento total máximo vs força aplicada. L1, célula 5mm.**

Todas as curvas resultantes apresentaram o mesmo padrão. Alguns membros começam a falhar a partir de 2kN, mas os demais são capazes de compensar sua ausência e redistribuir a carga através da estrutura. Este processo continua até aproximadamente 3500N, força para a qual a distribuição do carregamento pode ser vista na Figura 13. Neste ponto, um pequeno aumento na intensidade da força causa a falha de um número muito grande de membros ao mesmo tempo, de tal forma que a estrutura já não é mais capaz de sustentar o carregamento, causando seu colapso. Isso é representado na Figura 11 e Figura 12 pela grande descontinuidade nas curvas.

A diferença entre as curvas da Figura 11 está na porcentagem de membros que falharam. As estruturas menores podem perder proporcionalmente mais membros que as maiores sem colapsarem. Ainda assim, isso não representa necessariamente uma vantagem, já que não possuem uma resistência mecânica maior.



**Figura 13: Tensão equivalente de von Mises à 3500N. L1, célula 5mm.**



**Figura 14: Estrutura deformada (escala real) a 3500N. Membros falhados são mostrados em roxo. L1, célula 5mm.**

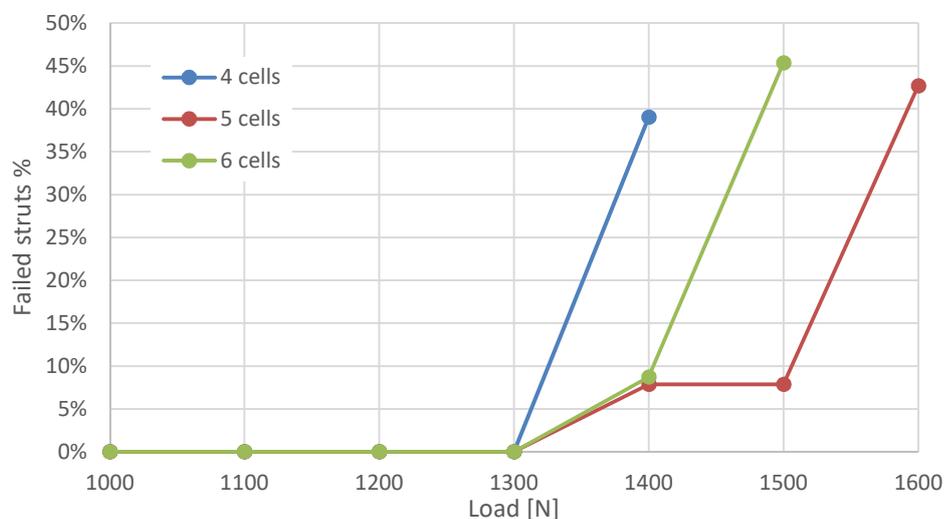
Comparando as duas figuras acima, pode-se ver que os membros em roxo na Figura 14, onde a força foi aplicada, estão em azul na Figura 13, pois tiveram seu

material substituído. Conseqüentemente os membros vizinhos estão sobrecarregados.

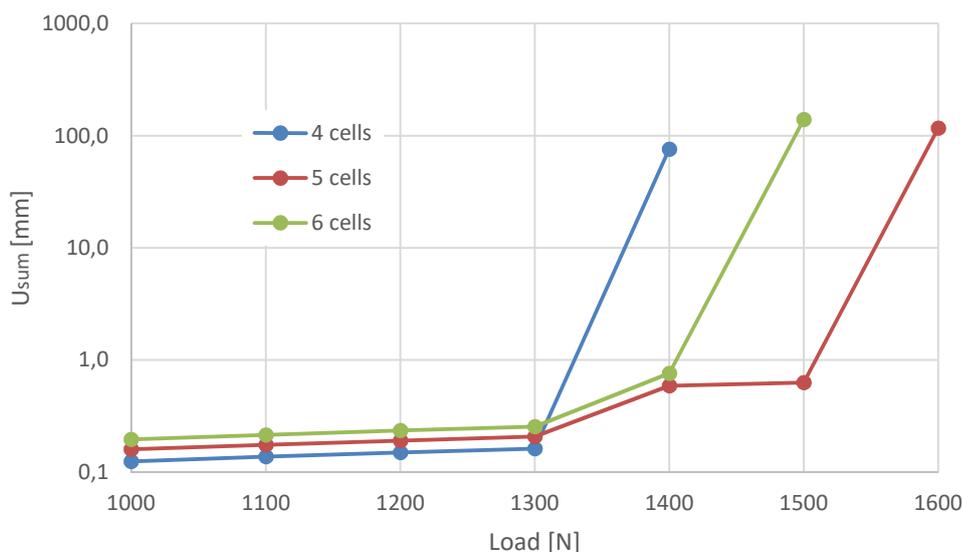
Retornando à tentativa de usar elementos do tipo *Link*, mencionada na seção 2.2, foi observado que quando o material de um membro vertical ou oblíquo era substituído pelo mais fraco, os membros horizontais conectados a eles não absorviam o carregamento, em outras palavras, não ajudavam a compensar a mudança de material dos outros membros. Isso não representa a realidade e resultou em comportamentos estranhos da estrutura e seu colapso prematuro. A razão para isso é que este tipo de elemento não possui graus de liberdade de rotação.

### 3.1.2 Carregamento L2

As mesmas estruturas foram submetidas ao carregamento L2, para o qual a Figura 15 mostra os resultados obtidos.



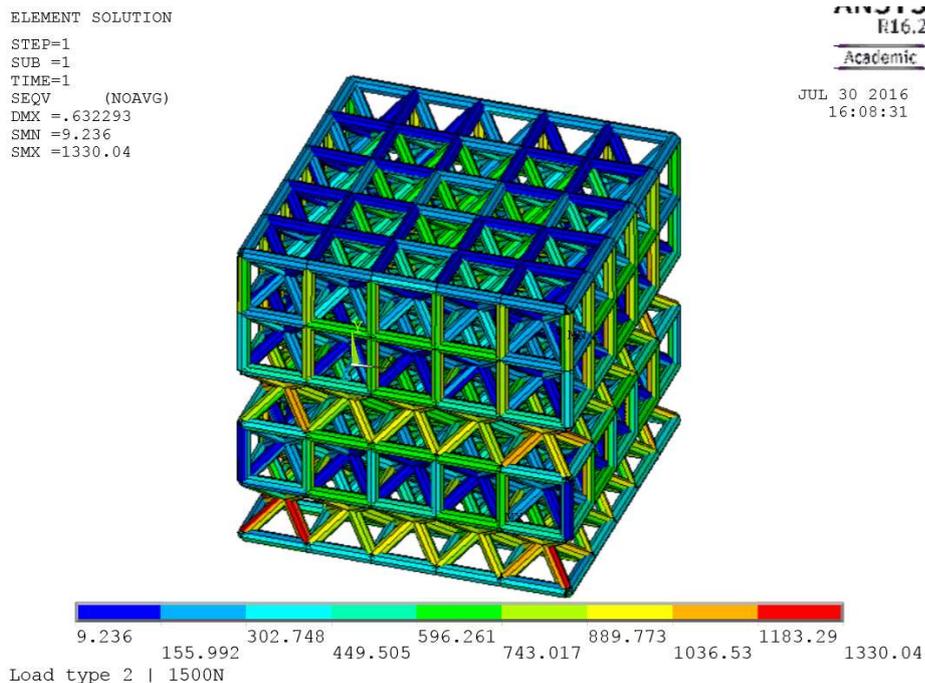
**Figura 15: Membros falhados (%) vs força aplicada. L2, célula 5mm.**



**Figura 16: Deslocamento total máximo vs força aplicada. L2, célula 5mm.**

É possível ver que o colapso da estrutura foi catastrófico para a menor estrutura. Acima de 1300N um número muito grande de membros quebra no mesmo instante com pouca deformação, como visto na Figura 16. As outras duas foram capazes de aguentar uma pressão maior e a ausência de alguns membros antes de falhar. Adicionalmente, elas apresentaram uma deformação consideravelmente maior, “avisando” que estavam prestes a falhar.

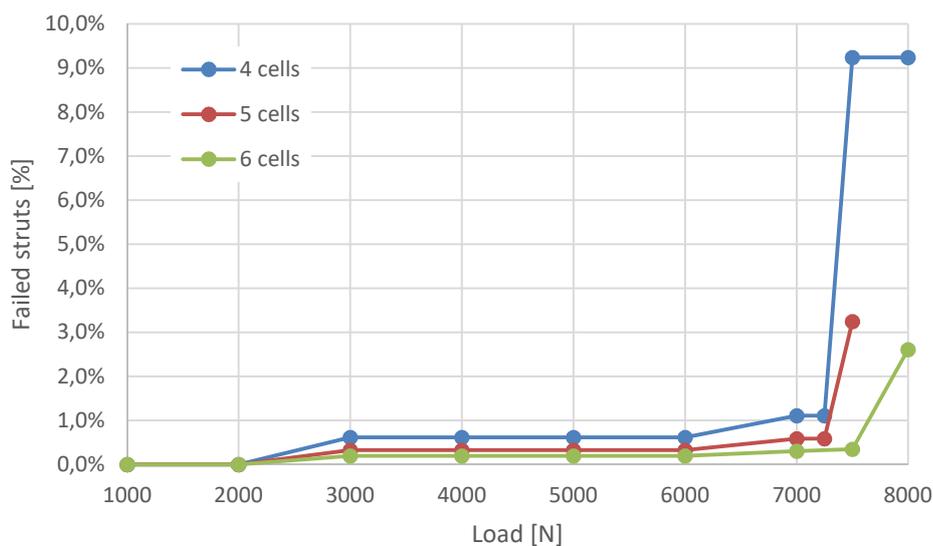
Com relação ao comportamento sob L2, como toda a face superior está em compressão, todas os membros são comprometidos ao mesmo tempo. Logo, quando a tensão em um dos membros ultrapassa a de escoamento e falha, todos os demais na mesma linha vertical também falham. Pode-se imaginar como se todas as colunas de um prédio fossem removidas. Para a estrutura menor, os membros diagonais não aguentaram a carga, enquanto para as outras duas, esses membros atrasaram o colapso. Na Figura 17 é possível ver a falta de vários membros verticais, que falharam e como os membros diagonais absorvem a maior parte da energia.



**Figura 17: Tensão de von Misses. Perceba a ausência de membros verticais e a carga nos elementos diagonais.**

### 3.1.3 Carregamento L3

No último carregamento simulado (L3), uma única força horizontal foi aplicada no nó central de uma das faces verticais. O resultado é mostrado na Figura 18.



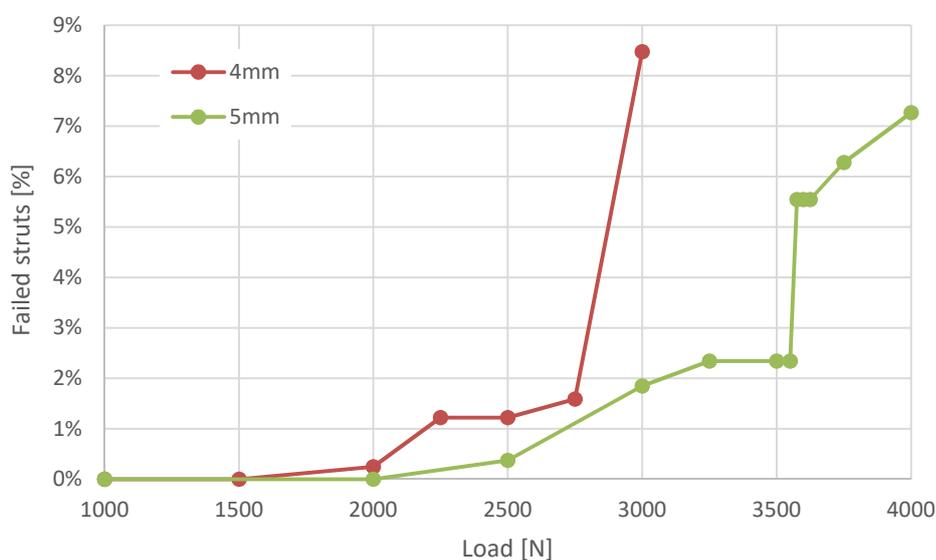
**Figura 18: Membros falhados (%) vs força aplicada. L3, célula 5mm.**

Os resultados apresentaram a mesma tendência do primeiro carregamento, mas sustentaram uma intensidade de carga consideravelmente maior. Isso era esperado já que apenas um nó está sendo carregado.

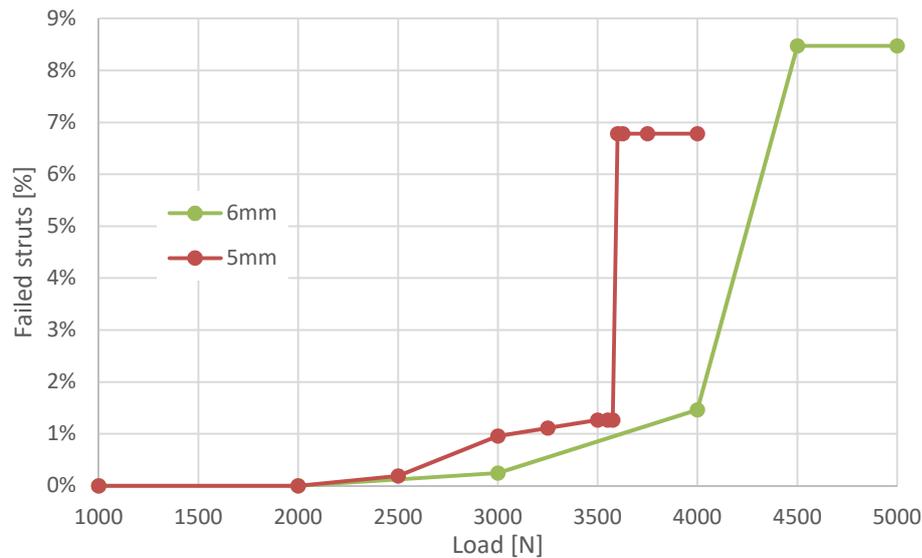
### 3.2 Efeito da Densidade da Célula Unitária

Para avaliar como o número de células unitárias influencia a resistência mecânica da estrutura como um todo, duas estruturas cúbicas com 20mm de aresta foram comparadas. Uma sendo composta por células unitárias de 5mm de aresta e a outra por células de 4mm. O resultado é mostrado na Figura 19: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 30mm

O mesmo foi feito para duas estruturas de 30mm de aresta, sendo uma composta por células de 5mm e a outra por células de 6mm. O resultado é mostrado na Figura 20: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 20mm. Ambas análises foram feitas com o carregamento L1.



**Figura 19: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 30mm.**



**Figura 20: Membros falhados (%) vs força aplicada. L1, estrutura 20mm.**

É importante lembrar que a área de seção transversal dos membros é proporcional ao seu comprimento. Isso significa que mesmo que o número de células por unidade de volume da estrutura mude, sua densidade permanece constante. Além disso, a carga aplicada em cada nó deve ser ajustada para o número de nós que a recebe. Para uma dada estrutura, se composta por mais células unitárias ela terá menos pontos de aplicação de força (nós) e, portanto, cada ponto deve receber uma força maior. O seguinte cálculo foi utilizado para uma estrutura de 20 mm composta por células unitárias de 4mm e 5mm.

$$(\text{nós de aplicação de força})F_{4m} = (\text{nós de aplicação de força})F_{5mm}$$

$$4F_{4mm} = 3F_{5mm}$$

$$F_{4mm} = \frac{3}{4}F_{5mm}$$

Analogamente, para a estrutura de 30mm:

$$F_{6mm} = \frac{5}{4}F_{5mm}$$

Em ambos os casos, ter um número maior de células menores mostrou reduzir a resistência mecânica da estrutura. A relação não é linear e seu efeito parece ser amplificado com o crescimento da estrutura. O aumento na resistência mecânica, em

relação à redução do número de membros, foi proporcionalmente maior para a estrutura de 30mm que para a de 20mm, como pode ser visto na Tabela 2.

**Tabela 2: relação entre o número de membros e a resistência da estrutura.**

<b>Tamanho da estrutura (mm)</b>	<b>Célula unitária (mm)</b>	<b>Número de membros</b>	<b>Diferença (%)</b>	<b>Colapso (N)</b>	<b>Diferença (%)</b>
20	4	1640	Ref.	2750	Ref.
	5	812	-50,5	3575	30,0
30	5	2610	Ref.	4250	Ref.
	6	1640	-37,2	5250	23,5

## **4 CONCLUSÕES**

### **4.1 Resultados Relevantes**

O código APDL desenvolvido neste trabalho permitiu uma melhor compreensão do comportamento desse tipo de estrutura. Foi possível concluir que a falha de alguns membros não é, necessariamente, catastrófica para as estruturas. Dependendo do carregamento e sua intensidade, elas são capazes de compensar a ausência de alguns membros e redistribuir a carga através dos remanescentes.

A quantidade de membros que a estrutura suporta perder mostrou depender não só do carregamento e de sua intensidade, mas também da densidade das células unitárias.

Com relação à influência do tamanho da estrutura, não foi possível estabelecer nenhuma relação com a aumento ou redução de resistência mecânica. No entanto, foi possível perceber que a resistência mecânica é inversamente proporcional à densidade de células unitárias e que este efeito é amplificado para estruturas maiores.

### **4.2 Dificuldades encontradas**

As maiores dificuldades encontradas estão relacionadas ao aprendizado da linguagem de programação APDL. Embora esta seja uma linguagem simples e intuitiva, ela possui diversos comandos bem específicos, sem os quais seria improvável realizar certas tarefas no código. Também não há tanta disponibilidade de informações relacionadas ao APDL na internet, como há para outras linguagens como VBA e MATLAB, nem artigos que foquem no código APDL e, portanto, é difícil conhecer estes comandos sem muita experiência.

### **4.3 Recomendações**

Como uma continuação a este projeto, recomenda-se que os modelos desenvolvidos aqui sejam validados através de testes com amostras reais. Além disso, é importante notar que os resultados apresentados aqui são específicos para a

arquitetura interna e carregamentos utilizados. Assim, recomenda-se também que mais análises sejam feitas, utilizando diferentes materiais, com diferentes comportamentos (material dúctil, por exemplo), outras arquiteturas de célula e outros carregamentos.

## REFERÊNCIAS

- BETTS, Charles et al. **In situ microtensile testing and X-ray microtomography-based finite element modelling of open-cell metal foam struts and sandwich panels**. *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, v. 49, n. 8, p. 592-606, 2014.
- BRAILOVSKI, V.; TERRIAULT, P. **Metallic Porous Materials for Orthopedic Implants: Functional Requirements, Manufacture, Characterization, and Modeling**. Elsevier Inc. 2016.
- DAXNER, Thomas. **Multi-scale modeling and simulation of metallic foams**. VDI-Verlag, 2003.
- GIBSON, I. et al. Design rules for additive manufacture. In: **21st Annual International Solid Freeform Fabrication Symposium, Austin, TX**. 2010. p. 705-716.
- KWON, Y. W.; COOKE, R. E.; PARK, C. **Representative unit-cell models for open-cell metal foams with or without elastic filler**. *Materials Science and Engineering: A*, v. 343, n. 1, p. 63-70, 2003.
- LUXNER, Mathias H.; STAMPFL, Juergen; PETTERMANN, Heinz E. **Finite element modeling concepts and linear analyses of 3D regular open cell structures**. *Journal of Materials science*, v. 40, n. 22, p. 5859-5866, 2005.
- PARTHASARATHY, Jayanthi; STARLY, Binil; RAMAN, Shivakumar. **A design for the additive manufacture of functionally graded porous structures with tailored mechanical properties for biomedical applications**. *Journal of Manufacturing Processes*, v. 13, n. 2, p. 160-170, 2011.
- RASHIA BEGUM, S.; ARUMAIKKANNU, G. **Finite Element Analysis in Additive Manufactured Customized Bone Scaffold**. *Biomedical Research*, v. 26, n. 4, p. S29-33, 2015.
- Schlangen, E., and J. G. M. Van Mier. **Simple lattice model for numerical simulation of fracture of concrete materials and structures**. *Materials and Structures* 25.9 (1992): 534-542.
- ASTM, ASTM. **F2792-12 Standard terminology for additive manufacturing technologies**. *ASTM International* (2012).

## APÊNDICE A – CÓDIGO APDL COMPLETO PARA O CARREGAMENTO L1

```

jEdit - 0.1 - Fragile_Beam_Diagonal_Load.mac
1  finish
2  /clear
3  /title, Load type 1 | 3600N
4  /prep7
5
6  *ask,LENGTH,Structure length?
7  *ask,EDGE,Element edge lenght?
8
9  delta_L = EDGE/2
10 numLC_odd = (length/edge) + 1
11 numLC_even = length/edge      !!! numLC_even <= 20, so number of elements < 30k
12 numKPeven = (length/edge)**3
13 nbelem = 8*((length/edge)**3) + 3*(length/edge)*((length/edge+1)**2) !number of
elements on model
14
15 *DIM, Estatus,ARRAY,nbelem
16 *do,i,1,nbelem,1
17   Estatus(i)=1
18 *enddo
19
20 xcoord = -2*delta_L
21 ycoord = -2*delta_L
22 zcoord = -2*delta_L
23 Nnum = -1
24
25 ! ODD keypoints for cubes CORNERS !
26 *do, m, 1, numLC_odd, 1
27   zcoord = zcoord + 2*delta_L
28   *do, j, 1, numLC_odd, 1
29     ycoord = ycoord + 2*delta_L
30     *do, i, 1, numLC_odd, 1
31       xcoord = xcoord + 2*delta_L
32       Nnum = Nnum + 2
33     N, Nnum, xcoord, ycoord, zcoord
34   *enddo
35   xcoord = -2*delta_L      ! Compensate change of line (on the same plane)
36 *enddo
37   ycoord = -2*delta_L      ! Compensate change of plane
38 *enddo
39
40 zcoord = -delta_L
41 ycoord = -delta_L
42 xcoord = -delta_L
43 Nnum = 0
44
45 ! EVEN keypoints for cubes center !
46 *do, m, 1, numLC_even, 1
47   zcoord = zcoord + 2*delta_L
48   *do, j, 1, numLC_even, 1
49     ycoord = ycoord + 2*delta_L
50     *do, i, 1, numLC_even, 1
51       xcoord = xcoord + 2*delta_L
52       Nnum = Nnum + 2
53     N, Nnum, xcoord, ycoord, zcoord
54   *enddo
55   xcoord = -delta_L      ! Compensate change of line (on the same plane)
56 *enddo

```

02/08/16 21:49 :: page 1

Figura 21: Código APDL para o carregamento L1 (parte 1).

```

jEdit - 0.1 - Fragile_Beam_Diagonal_Load.mac
57   ycoord = -delta_L      ! Compensate change of plane
58   *enddo
59
60   ET, 1, beam188
61   SECTYPE,1,BEAM,CSOLID,CIRCULAR ! Beam with circular solid cross-section
62   SECDATA,edge/10,8,2      ! X-Section data: radius, Nb of divisions on circumf,
   Nb divisions on radius
63   SECNUM,1
64
65   Nnum = 0                ! Node number
66   x = -1
67
68   ! LINES from corner to center keypoints (odd to even) !
69   *do, i, 1, numLC_even, 1
70     *do, j, 1, numLC_even, 1
71       *do, m, 1, numLC_even, 1 ! Every even KP makes 8 connections
72         Nnum = Nnum + 2
73         x = x + 2
74         E, Nnum, x
75         E, Nnum, x+2
76         E, Nnum, x+2*numLC_odd
77         E, Nnum, x+2*numLC_odd+2
78         E, Nnum, x+2*(numLC_odd**2)
79         E, Nnum, x+2*(numLC_odd**2)+2
80         E, Nnum, x+2*numLC_odd*(numLC_odd + 1)
81         E, Nnum, x+2*(numLC_odd + numLC_odd**2)+2
82       *enddo
83     x = x + 2              ! To compensate change of line (on the same plane)
84   *enddo
85   x = x + numLC_odd*2      ! Compensate change of plane
86 *enddo
87
88 ! HORIZONTAL lines, x direction !
89 Nnum = -1
90
91 *do, m, 1, numLC_odd, 1
92   *do, j, 1, numLC_odd, 1
93     *do, i, 1, numLC_even, 1
94       Nnum = Nnum + 2
95       E, Nnum, Nnum + 2 ! Next kpoint
96     *enddo
97   Nnum = Nnum + 2        ! Compensate change of line
98 *enddo
99 *enddo
100
101 ! HORIZONTAL lines, z direction !
102 Nnum = -1
103
104 *do, m, 1, numLC_even, 1
105   *do, i, 1, numLC_odd**2, 1
106     Nnum = Nnum + 2
107     E, Nnum, Nnum + 2*(numLC_odd**2) ! Line to node behind Kpoint
108   *enddo
109 *enddo
110
111 ! VERTICAL lines, y direction !
112 Nnum = -1

```

02/08/16 21:49 :: page 2

Figura 22: Código APDL para o carregamento L1 (parte 2).

```

jEdit - 0.1 - Fragile_Beam_Diagonal_Load.mac
113 count = 1
114
115 *do, i, 1, numLC_odd, 1
116   *do, j, 1, numLC_even*numLC_odd, 1
117     Nnum = Nnum + 2
118     E, Nnum, Nnum+2*numLC_odd      ! Line to node above Kpoint
119   *enddo
120   count = -1 + i*2*(numLC_odd**2)    ! Compensate change of plane
121   Nnum = count
122 *enddo
123
124 MP,EX,1,110e3      ! Young's modulus of material 1: 110 GPa
125 MP,EX,2,110      ! Young's modulus of material 2: 110 MPa
126 MP,PRxy,1,0.33   ! Poison's ratio: 0,33 GPa
127 MP,PRxy,2,0.33
128
129 ! Apply constraints !
130 Nnum = -1
131 *do, i, 1, numLC_odd, 1
132   *do, j, 1, numLC_odd, 1
133     Nnum = Nnum + 2
134     *if, i, LE, 1.5, THEN
135       D, Nnum,Uy,0,,Uz ! Block 1st line of Kpoints
136     *else
137       D, Nnum,Uy,0      ! Block other lines on the botton plane
138     *endif
139   *enddo
140   Nnum = -1 + i*2*(numLC_odd**2)
141 *enddo
142 D,1,ALL,0
143
144 FINISH
145 !#####!
146
147 !#####!
148 Loadcounter = 0
149 MPCHcounter = 0
150
151 *DO, load, 1600, 3600, 1000
152   Loadcounter = Loadcounter + 1
153   unstable = 1
154
155   *dowhile, unstable
156     /SOLU
157     ! Apply load !
158     Nnum = 4*(numLC_odd**2) - 2*(numLC_even) + 1
159     *do, i, 1, numLC_odd-2, 1
160       F,Nnum,FY,-Load
161       Nnum = Nnum + 2*(numLC_odd**2) + 2
162     *enddo
163     SOLVE
164     FINISH
165
166     /POST1
167     Yield = 1000
168     stressi=0
169     stressmax=0

```

Figura 23: Código APDL para o carregamento L1 (parte 3).

```

jEdit - 0.1 - Fragile_Beam_Diagonal_Load.mac
170
171  ETABLE,sigma,LS,1,MAX ! Creates a Element table with colum: Sigma (=Line
    Stress)
172  *do,i,1,nbelem,1
173    *if,Estatus(i),EQ,1,THEN !to avoid error in case ETAB(i) doesn't exists
174    *get,stressi,ELEM,i,ETAB,sigma ! Assign "sigma", from the ETABLE, to
        the "stressi" variable
175    *if,abs(stressi),GT,abs(stressmax),THEN
176      stressmax = stressi
177      elemNBmax = i
178    *endif
179  *endif
180  *enddo
181  FINISH !/POST1
182
183  /PREP7
184  *if, abs(stressmax),GT,Yield,Then
185    MPCHG, 2, elemNBmax
186    MPCHcounter = MPCHcounter + 1
187    Estatus(elemNBmax)=0
188  *else
189    unstable = -1
190  *endif
191  FINISH !/PERP7
192
193  *enddo ! *DOWhile
194
195  /POST1
196    colapse = 0
197    *do,j,1,2*(numLC_odd**3)-1,2
198      *get, displ, NODE, j, U, SUM
199      *if, displ, GT, length, THEN
200        colapse = 1
201      *endif
202    *enddo
203  FINISH !/POST1
204
205  *ENDDO ! *DO load
206
207  /POST1
208  EPLOT          ! Plot elements
209  PLDISP,0      ! Plot ONLY Deformed shape
210  /ESHAPE,1     ! Plot element shape
211  /PNUM,MAT,1   ! Plot different materials in different colors
212  /DSCALE,1,1.0 ! Set displacement scale to "true scale"
213  PRNSOL,U,COMP ! List Nodes displacement vector SUM
214  /VIEW,1,1,2,3 ! Oblique view
215  /REPLOT
216  PRNSOL,U,COMP
217
218
219

```

Figura 24: Código APDL para o carregamento L1 (parte 4).

## APÊNDICE B – CÓDIGO APDL PARA OS CARREGAMENTOS L1 E L2

```

!Apply load on all Nodes!
Nnum = 2*(numLC_odd**2) -2*numLC_odd -1
*do, i, 1, numLC_odd, 1
  *do, j, 1, numLC_odd, 1
    Nnum = Nnum+2
    F,Nnum,FY,-load/2
  *enddo
Nnum = Nnum + 2*(numLC_odd**2) - 2*numLC_odd
*enddo

! Reapply load on center nodes !
Nnum = 4*(numLC_odd**2) - 2*numLC_odd + 1
*do, i, 1, numLC_odd-2, 1
  *do, j, 1, numLC_odd-2, 1
    Nnum = Nnum+2
    F,Nnum,FY,-load
  *enddo
Nnum = Nnum + 2*(numLC_odd**2) - 2*numLC_odd + 4
*enddo

```

Figura 25: Código APDL para aplicação do carregamento L2.

```

! Apply load !
*IF, length/edge, LE, 5 THEN
  *if, length/edge, EQ, 4 THEN
    F,25,FZ,load
  *else
    F,31,FZ,load
  *endif
*else
  F,49,FZ,load
*endif

```

Figura 26: Código APDL para aplicação do carregamento L3.