

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CÂMPUS GUARAPUAVA  
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**GABRIEL VINÍCIUS DALL ASTA RIZZOTTO**

**ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE  
MUNHÕES DE EIXO TRASEIRO TRACIONADO PARA  
COLHEITADEIRAS**

GUARAPUAVA  
2019

GABRIEL VINÍCIUS DALL ASTA RIZZOTTO

**ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE  
MUNHÕES DE EIXO TRASEIRO TRACIONADO PARA  
COLHEITADEIRAS**

Trabalho de Conclusão de curso apresentado à  
Coordenação de Engenharia Mecânica, como  
requisito parcial à obtenção do Título de Bacharel  
em Engenharia Mecânica, da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Msc. Luan José Franchini Ferreira

GUARAPUAVA  
2019

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **ANÁLISE ESTRUTURAL E OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DE MUNHÕES DE EIXO TRASEIRO TRACIONADO PARA COLHEITADEIRAS**

**GABRIEL VINÍCIUS DALL ASTA RIZZOTTO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em Guarapuava, Paraná na data 12 de agosto de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

**MSC. LUAN JOSÉ FRANCHINI FERREIRA**  
Prof. Orientador

---

**Dr. DAVID LIRA NUNEZ**  
Membro Da Banca

---

**RICARDO VINÍCIUS BUBNA BISCAIA**  
Membro Da Banca

---

**ALDO PRZYBYSZ**  
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

RIZZOTTO, Gabriel Vinícius Dall Asta. **Análise estrutural e otimização topológica de munhões de eixo traseiro tracionado para colheitadeiras**. Trabalho de conclusão de curso – Coordenação de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2019.

## RESUMO

Avanços na tecnologia da agricultura vem permitindo grandes produtividades no ramo alimentício nos últimos anos. Máquinas colheitadeiras representam grande parte dessa produtividade. Em função disso, o presente trabalho tem como objetivo realizar uma análise estrutural e otimizar topologicamente, através do software *ANSYS*, componentes específicos de eixos traseiros de colheitadeiras, os munhões do eixo. Para isso, serão realizadas análises estruturais estáticas por meio do método de elementos finitos e otimização topológica dos munhões com o intuito de reduzir a massa, mantendo a resistência. As cargas e condições de contorno a que o eixo está sujeito quando a máquina está operando serão obtidas através de pesquisas com dados de fabricantes e disponíveis na literatura especializada, buscando aproximação com a realidade. Os resultados da otimização topológica mostram uma redução de aproximadamente 29 % da massa, ao mesmo tempo em que se obteve um aumento no fator de segurança desses componentes, de 1,26 para 1,40.

**Palavras-chave:** Análise estrutural. Otimização Topológica. Método de elementos finitos.

RIZZOTTO, Gabriel Vinícius Dall Asta. **Structural analysis and topology optimization of rear shaft munions for harvesting**. Trabalho de conclusão de curso – Coordenação de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2019.

### **ABSTRACT**

Advances in agricultural technology have allowed an expansion in the food industry due to the increase of productivity in the last years. Harvesting machines account for much of this productivity. Therefore, this work aims to perform a structural analysis and topology optimization by software *ANSYS* for specific components of the shaft, the trunnions of harvesters shafts. For this, static structural analysis and topology optimization will be performed through the finite element method with the intention of reducing the mass while maintaining the resistance. The loads and the boundary conditions of which the shaft is subjected to when the combine harvester is running will be obtained through researches with data from manufacturers and available in the specialized literature, seeking approximation with reality. The results of topology optimization show a reduction of approximately 29 % in mass, while increasing the safety factor of these components from 1.26 to 1.40.

**Keywords:** Structural analysis. Topology Optimization. Finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> – Máquina colheitadeira de grãos .....	10
<b>Figura 2</b> – Eixo para colheitadeiras tracionado .....	11
<b>Figura 3</b> – Pino de engate à máquina .....	12
<b>Figura 4</b> – Munhões do eixo .....	13
<b>Figura 5</b> – DCL de máquina colheitadeira .....	15
<b>Figura 6</b> – Evolução de publicações em elementos finitos .....	18
<b>Figura 7</b> – Corpo contínuo e sua discretização .....	19
<b>Figura 8</b> – Superposição das matrizes dos elementos na matriz global .....	20
<b>Figura 9</b> – Simulação de tensões de uma estrutura.....	21
<b>Figura 10</b> – Tipos de elementos em MEF e suas aplicações .....	24
<b>Figura 11</b> – Tensões desenvolvidas no pedal de um veículo.....	29
<b>Figura 12</b> – Otimização topológica: áreas em vermelho não devem ser alteradas.....	29
<b>Figura 13</b> – Resultado da otimização topológica .....	30
<b>Figura 14</b> – Reestruturação das asa do Airbus 380 .....	30
<b>Figura 15</b> – Processo de otimização de corpo contínuo .....	31
<b>Figura 16</b> – Corpo remodelado por otimização topológica .....	33
<b>Figura 17</b> – Eixo simplificado .....	35
<b>Figura 18</b> – Especificando detalhes da malha .....	36
<b>Figura 19</b> – Ilustração da malha do eixo .....	37
<b>Figura 20</b> – Propriedades de alguns tipos de Ferro Fundido Nodular .....	38
<b>Figura 21</b> – Curva tensão-deformação do Ferro Fundido Nodular .....	39
<b>Figura 22</b> – DCL em condição de inclinação 30° .....	40
<b>Figura 23</b> – Vetores de carga (vista frontal) .....	41
<b>Figura 24</b> – Esgaste das rodas .....	42
<b>Figura 25</b> – Tensão desenvolvida no ponto crítico do munhão fixo .....	46
<b>Figura 26</b> – Tensão desenvolvida no ponto crítico do munhão fixo (sem malha) .....	47
<b>Figura 27</b> – Análise de convergência de malha.....	47
<b>Figura 28</b> – Tensões de <i>Von Mises</i> ao longo do eixo .....	49
<b>Figura 29</b> – Fator de segurança ao longo do eixo.....	49
<b>Figura 30</b> – Principais pontos de tensão (MPa).....	50
<b>Figura 31</b> – Principais pontos de tensão (MPa) – Vista frontal.....	51
<b>Figura 32</b> – Principais pontos de tensão (MPa) – Vista lateral direita.....	51
<b>Figura 33</b> – Pontos críticos de tensão (MPa).....	52
<b>Figura 34</b> – Ilustração do fator de segurança para escoamento (vista lateral).....	53
<b>Figura 35</b> – Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista inferior).....	53
<b>Figura 36</b> – Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 1).....	54
<b>Figura 37</b> – Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 2).....	54
<b>Figura 38</b> – Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 3).....	55
<b>Figura 39</b> – Critérios para otimização (vista explodida) .....	56
<b>Figura 40</b> – Solução topológica.....	57
<b>Figura 41</b> – Comparativo entre os munhões originais e otimizados .....	59
<b>Figura 42</b> – Distribuição de tensões (munhões originais/otimizados).....	60
<b>Figura 43</b> – Distribuição de tensões (munhões originais/otimizados) (2).....	61
<b>Figura 44</b> – Máximas tensões nas regiões críticas.....	61

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Dados para estudo de malha.....	47
<b>Tabela 2</b> – Síntese da otimização dos munhões.....	62

## LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E SÍMBOLOS

CAD	Projeto Assistido por Computador (do inglês - <i>Computer-Aided Design</i> )
CAE	Engenharia Assistida por Computador (do inglês - <i>Computer-Aided Engineering</i> )
DCL	Diagrama de corpo livre
FEM	Método dos Elementos Finitos (do inglês - <i>Finite Element Method</i> )
MEF	Método dos Elementos Finitos (traduzido).
ANSYS	Software CAE de simulação para engenharia.
GrabCAD	Biblioteca de arquivos para CAD
$\sigma_{vm}$	Tensão de Von Mises
$F_1, \dots, F_n$	Forças externas que atuam num corpo discretizado
$[K_e]$	Matriz de rigidez do elemento de malha
$\{f\}$	Vetor de carregamento externo de um corpo
$\{u\}$	Vetor de deslocamentos dos nós da malha
$K_t$	Fator de concentração de tensão geométrico
N	Coefficiente de segurança
$\varepsilon_f$	Elongamento do material antes da ruptura pelo ensaio de tração, %
$S_{ut}$	Resistência máxima de tração
$S_{uc}$	Resistência máxima de compressão
$\sigma'$	Tensão de escoamento
$\sigma_x$	Tensão na direção de x
$\sigma_y$	Tensão na direção de y
$\tau_{xy}$	Tensão de cisalhamento no plano xy
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
GGG40	Ferro Fundido Nodular (Norma DIN 1693)
FS	Fator de Segurança



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1	MODERNIZAÇÃO DA AGRICULTURA .....	9
1.2	OPORTUNIDADE DE PESQUISA.....	9
1.3	IDENTIFICAÇÃO DA NECESSIDADE .....	13
1.4	JUSTIFICATIVA.....	14
1.5	CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO .....	14
1.6	OBJETIVOS.....	16
1.6.1	Objetivo geral .....	16
1.6.2	Objetivos específicos.....	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>17</b>
2.1	ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA .....	17
2.2	O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	17
2.3	DISCRETIZAÇÃO DE UM CORPO GENÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS ....	19
2.4	PROCEDIMENTO DE UMA ANÁLISE DE MEF .....	21
2.4.1	Pré-processamento.....	21
2.4.2	Análise.....	22
2.4.3	Pós-processamento .....	22
2.5	GEOMETRIA DOS ELEMENTOS DE MALHA .....	23
2.6	CARGAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	24
2.7	GERAÇÃO DE MALHA E ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA .....	25
2.8	TEORIAS DE FALHA.....	25
2.8.1	Teoria da energia de distorção para materiais dúcteis.....	26
2.9	FALHA E COEFICIENTES DE SEGURANÇA DO PROJETO.....	26
2.9.1	Modos de falha .....	27
2.9.2	Coefficiente de segurança.....	27
2.10	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA .....	28
2.10.1	Exemplos de otimização topológica na indústria .....	28
2.10.2	Otimização topológica aplicada ao projeto .....	31
2.10.3	Aspectos da otimização topológica .....	32
2.10.4	Forma padrão de um problema de otimização .....	32
2.10.5	Métodos de otimização.....	33
<b>3</b>	<b>ASPECTOS METODOLÓGICOS</b> .....	<b>35</b>
3.1	REPRESENTAÇÃO E IMPORTAÇÃO DO MODELO EM CAD .....	35
3.2	SIMPLIFICAÇÃO DA GEOMETRIA DO EIXO PARA O ANSYS .....	35
3.3	PARÂMETROS GLOBAIS DA MALHA .....	36
3.4	DEFINIÇÃO DO MATERIAL PARA OS MUNHÕES .....	37
3.4.1	Composição dos munhões .....	37
3.5	APLICAÇÃO DE CARGAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	40
3.5.1	Cargas .....	40
3.5.2	Condições de contorno .....	42
3.6	CRITÉRIOS PARA ANÁLISE DE TENSÕES E RESTRIÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA .....	43
3.6.1	Definições para o processo de otimização .....	43
3.6.2	Remodelagem e suavização dos mancais de munhão .....	44
3.6.3	Ressimulação da análise para validação.....	44
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>46</b>

4.1	ESTUDO DE CONVERGÊNCIA DA MALHA.....	46
4.2	ANÁLISE ESTRUTURAL DO EIXO E MUNHÕES .....	48
4.2.1	Tensões de von mises nos munhões .....	50
4.2.2	Fatores de segurança .....	52
4.3	OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DOS MUNHÕES .....	55
4.3.1	Remodelagem e suavização dos munhões.....	58
4.4	VERIFICAÇÃO DO NOVO MODELO DE PEÇAS .....	60
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>63</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>64</b>

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 MODERNIZAÇÃO DA AGRICULTURA

Por vários milênios, a agricultura teve seu desenvolvimento muito lentamente. Uma boa eficiência dos cultivos dependia basicamente dos fenômenos naturais, como qualidade do solo, umidade, boas condições climáticas, relevo, locais de proximidade aos cursos d'água, entre outros. Entretanto, com o desenvolvimento de técnicas de criação de ferramentas para produção de alimentos, houve grande melhora na produtividade, pois já não era tão essencial haver as condições climáticas perfeitas. Várias técnicas foram criadas para contornar os empecilhos e garantir maior produtividade. São elas: rotação de culturas, correção do solo e, principalmente, a irrigação e o controle de pragas. (RIBEIRO, 2019).

A partir do século XX, surgiram maquinários agrícolas que possibilitaram o cultivo em larga escala e sem a necessidade de força humana/animal. Semeadoras, colheitadeiras e adubadoras embarcam tecnologia de ponta que permitem cumprir o ciclo produtivo com máxima eficiência e agilidade e de modo totalmente automatizado (JACTO, 2018).

### 1.2 OPORTUNIDADE DE PESQUISA

As atuais colheitadeiras possuem alta tecnologia, com automatização, computador de bordo com informações dos grãos que está sendo colhido e outras funções que melhoraram a produtividade e a capacidade da colheita e o conforto do operador. No entanto, um dos problemas que ainda persistem nessas máquinas grandes é o problema de possuir apenas tração dianteira. Com isso, em terrenos íngremes e irregulares, ocorre o fenômeno de arrasto das rodas traseiras e, conseqüentemente, leva à compactação do solo, fenômeno totalmente indesejável para cultivo de grãos. Além disso, a tração também é dificultada, principalmente para colheitadeiras de maior porte (DSTRAC, 2019). A Figura 1 apresenta uma máquina colheitadeira.

**Figura 1:** Máquina colheitadeira de grãos



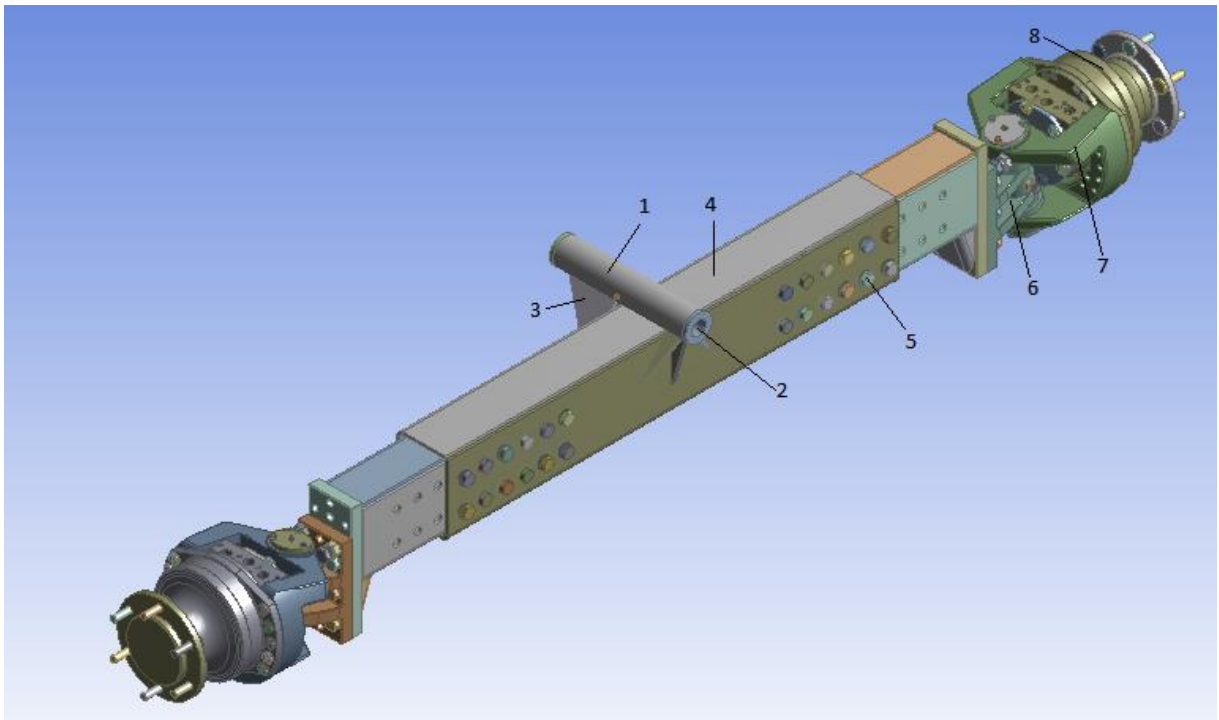
**Fonte:** (MASSEY FERGUNSON, 2019)

O eixo traseiro dessas máquinas não possui tração, pois são projetados apenas para suportar o peso da carga. Nesse sentido, em terrenos irregulares e de declividade acentuada a máquina passa por problemas de patinação (DSTRAC, 2019).

Dessa forma, a partir de pesquisas e análises de sistemas de máquinas agrícolas da empresa pioneira na fabricação de eixos agrícolas tracionados, a americana Mud Hog, e de acordo com a fabricante de eixos de colheitadeiras aqui no Brasil, a DSTRAC, uma ideia que vem sendo utilizada para solucionar esse problema foi a de customizar um eixo traseiro com tração hidrostática, capaz de fornecer torque extra à máquina, evitando o arraste dos pneus das máquinas e, conseqüentemente, reduzindo a compactação do solo.

Por meio de pesquisas em catálogos de fabricantes e conhecimento adquirido durante o estágio, realizado na empresa DSTRAC, o eixo traseiro mostrado na Figura 2, é considerado como elemento de estudo deste trabalho de conclusão de curso.

**Figura 2:** Eixo para colheitadeiras tracionado



**Fonte:** Adaptado de DSTRAC (2019)

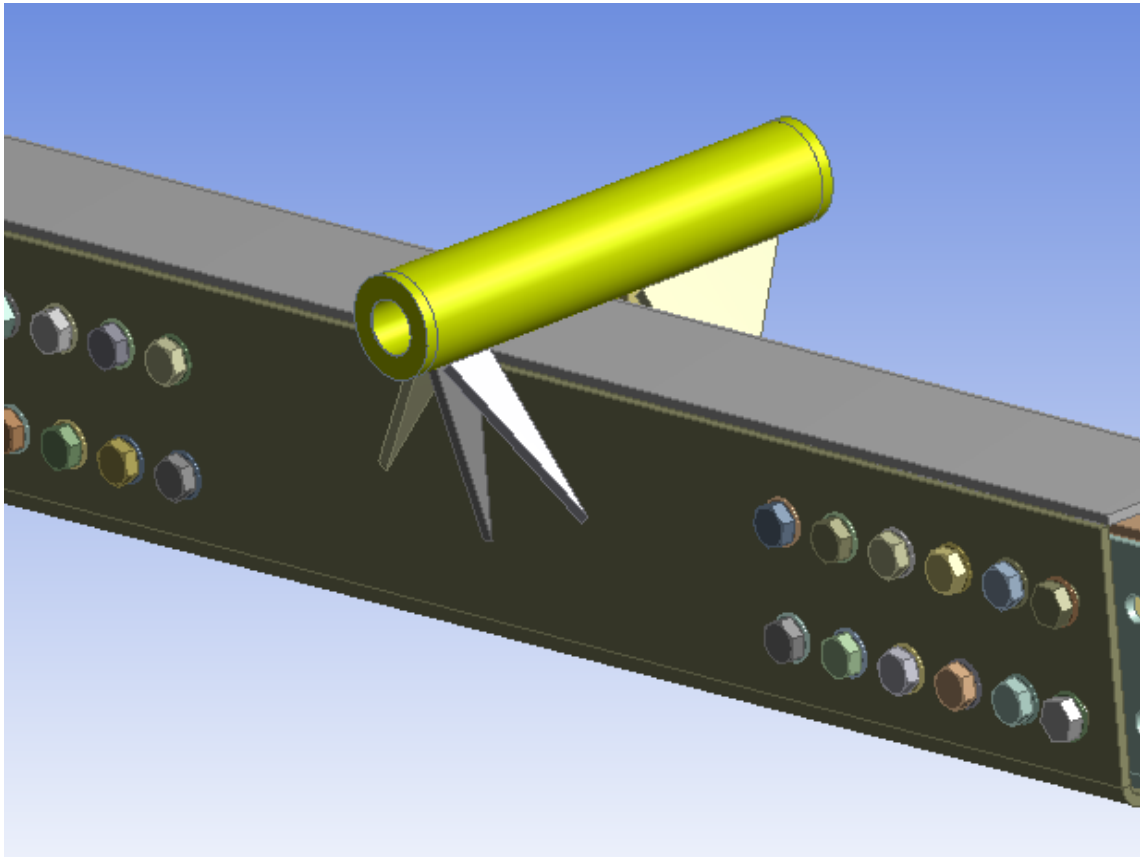
O eixo em questão é composto pelos seguintes componentes indicados na Figura 2:

1. Cilindro de acoplamento à máquina colheitadeira
2. Bucha do cilindro
3. Chapa de fixação do cilindro
4. Viga retangular do eixo
5. Parafusos para ajuste de comprimento do eixo
6. Munhão fixo
7. Munhão móvel
8. Motor hidrostático

As dimensões, tais como a geometria dos componentes desse eixo traseiro, foram baseados em desenvolvedores como o Mud Hog e a DSTRAC e a partir de levantamento de informações realizado com empresas do setor de máquinas agrícolas.

O cilindro ao qual a máquina é acoplada ao eixo está indicado na Figura 3, destacado em amarelo.

**Figura 3:** Pino de engate à máquina

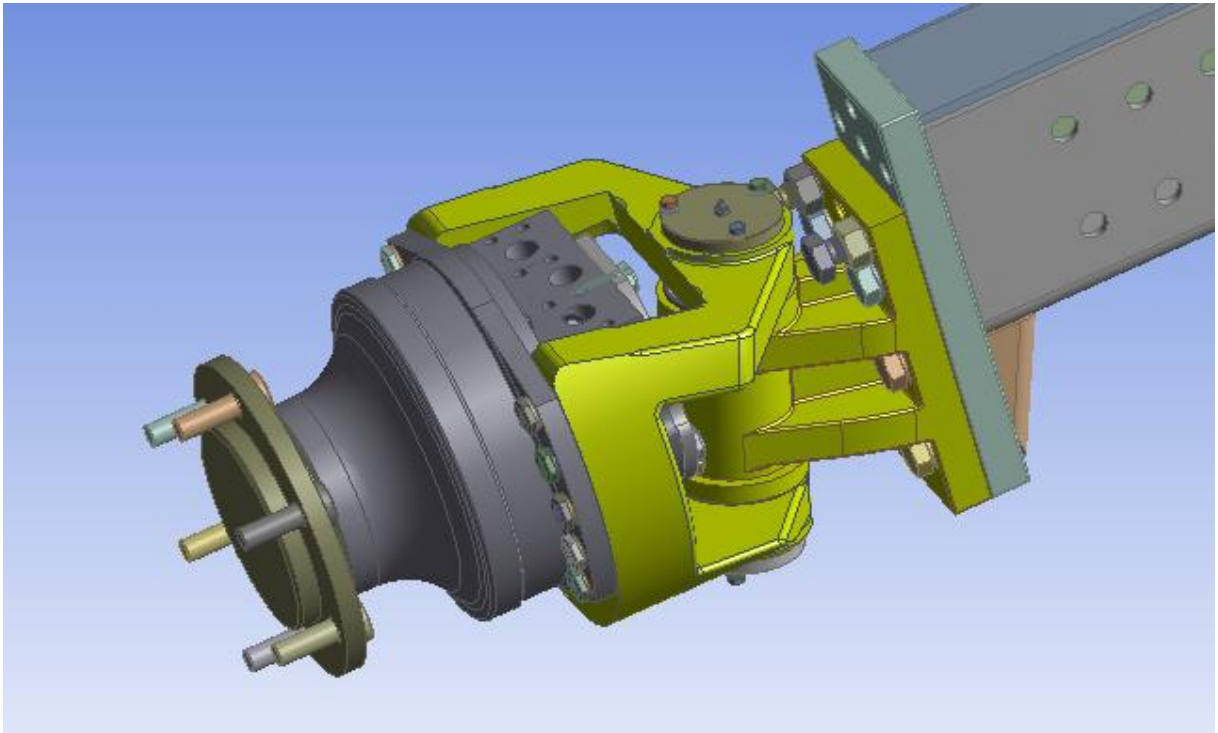


**Fonte:** Adaptado de DSTRAC (2019)

Dentro do cilindro, é acoplado um pino que faz a conexão com as buchas. Como esse a única região que conecta o eixo à máquina, é ali que a carga total da máquina é aplicada. (DSTRAC, 2019).

A vantagem deste eixo é possuir adaptabilidade para os diferentes tipos de máquinas colheitadeiras, devido a sua versatilidade para a montagem nas máquinas.

A fim de se obter valores mais confiáveis das tensões desenvolvidas nos munhões do eixo (partes que permitem o giro das rodas, como mostra a Figura 4), nesse trabalho, serão apresentadas análises de tensões utilizando o método dos elementos finitos por meio do software *ANSYS*, dos mancais em questão e otimização topológica dos munhões (partes que geralmente possuem estrutura com altos valores de coeficiente de segurança), em destaque na cor amarelo, aos quais são acoplados na viga do eixo e no motor, como indicado na Figura 4.

**Figura 4:** Munhões do eixo

**Fonte:** Adaptado de DSTRAC (2019)

Mancais de munhão ou munhões são elementos que, fixados ao eixo, permitem deslocamentos angulares. Os munhões do estudo se dividem em munhão fixo e móvel. O fixo é acoplado à viga do eixo quadrado e também ao munhões móvel, por meio de um cilindro que faz a conexão entre eles, enquanto o móvel é preso ao motor e possui 1 grau de liberdade, que possibilita o giro das rodas acopladas ao motor do eixo. (DSTRAC, 2019)

Eles estão sujeitos a diferentes tipos de esforços, como forças normais (tração e compressão), flexão, cisalhamento e torção. Na seção de resultados, serão avaliadas as tensões provocadas nesses elementos e a partir da análise das tensões de *Von Mises*, as regiões dos munhões onde houver menores tensões, ou seja, onde o coeficiente de segurança for muito elevado, sofrerão uma reestruturação pela otimização topológica.

### 1.3 IDENTIFICAÇÃO DA NECESSIDADE

Assim como foi abordado na seção anterior, segundo a empresa fabricante de eixos DSTRAC (2019), o eixo tracionado para colheitadeiras possui superdimensionamento,

especialmente nos mancais de munhões, aos quais, após as análises estruturais, serão redimensionados para uma melhor forma geométrica.

#### 1.4 JUSTIFICATIVA

Os munhões de eixo de colheitadeira são fabricados nessa geometria e não tem passado por nenhuma modificação efetiva ao longo dos anos. Eles são superdimensionados e poderiam ter sua massa reduzida (o que impacta no custo da peça), por alterações da geometria, que possui variações bruscas e cantos vivos e isso provoca concentração de tensão, o que não é desejável num projeto. Com isso, reduziria custos, porém poderia aumentar a complexidade na fabricação das peças (DSTRAC, 2019). Com o auxílio do software *ANSYS*, serão avaliadas as tensões nos munhões do eixo, elementos que serão posteriormente otimizados topologicamente para redução de massa e mantendo a rigidez.

#### 1.5 CARACTERIZAÇÃO DO PROJETO

O problema consiste na análise de tensões nos mancais de munhões do eixo traseiro para colheitadeiras, seguido de otimização topológica a fim de reduzir a complexidade geométrica e massa.

Por meio das equações de equilíbrio, uma análise estrutural estática, ou seja, em que o corpo obedece ao equilíbrio, será realizado no projeto por meio do software *ANSYS*, cuja função é fornecer uma análise da distribuição de tensões e fatores de segurança ao longo da estrutura.

Para a análise do projeto em questão, será realizado um diagrama de corpo livre (DCL) de uma máquina colheitadeira, como mostra a Figura 5, onde é mostrado o peso da máquina e a distribuição de forças no eixo dianteiro e traseiro:



**Figura 5:** DCL de máquina colheitadeira



**Fonte:** Autoria própria

Dados obtidos por meio de consulta aos principais fabricantes, como a DSTRAC e Mud Hog, mostram que a distribuição do peso da máquina se divide em 60% no eixo dianteiro e 40% no traseiro, em posição plana. Essa distribuição de cargas nos eixos poderia ser determinada caso fosse conhecido o centro de gravidade da máquina, mas isso não está disponível na literatura. Portanto, é considerado esses valores aproximadamente.

Nesse estudo, no entanto, a análise ficará sujeita à pior condição, considerando a máquina sob um aclave de  $30^\circ$ , que passa a ter um valor de aproximadamente 60% da carga da máquina no eixo traseiro, que é considerado pela fabricante DSTRAC.

O presente trabalho se limita ao estudo dos munhões do eixo de colheitadeira de tração hidrostática para a colheitadeira MF6690. Consistindo de um estudo preliminar que visa demonstrar a aplicabilidade da otimização topológica em maquinários agrícolas. As análises serão realizadas em computadores não dedicados a simulações computacionais que influenciam também nos resultados apresentados e no tempo de realização dos estudos.

## 1.6 OBJETIVOS

### 1.6.1 OBJETIVO GERAL

O presente trabalho tem por finalidade empregar a otimização topológica nos munhões do eixo traseiro para colheitadeiras, determinando uma nova forma e que apresente redução de massa e garantindo a resistência mecânica.

### 1.6.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os seguintes objetivos específicos direcionam o presente trabalho a alcançar o objetivo geral:

- Entender como as cargas são aplicadas no eixo e transferidas para os munhões;
- Obter as condições de contorno adequadas para aproximar das condições reais nos munhões;
- Definir um modelo de análise estrutural adequado para o eixo em questão;
- Analisar as tensões desenvolvidas nos munhões;
- Realizar otimização topológica dos munhões;

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo, é desenvolvido o estudo da aplicação da otimização topológica dos mancais de munhão de um eixo traseiro com tração hidrostática para uma colheitadeira. Para a realização desse estudo, é necessário a definição de conceitos de análise estrutural, método dos elementos finitos e otimização topológica que serão desenvolvidos ao longo deste capítulo.

### 2.1 ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA

Análise estrutural estática é a determinação dos efeitos das cargas sobre um corpo qualquer, seguindo as equações de equilíbrio, em que o corpo deve se manter estático. Esses efeitos são as tensões, as deformações, as reações de apoio e ainda as forças internas. Essa análise é útil para prever o comportamento da estrutura e verificar a aplicabilidade desta em sua função. Em estruturas simples, como vigas circulares, barras, etc a análise estrutural estática pode ser resolvida por meio de equações analíticas. No entanto, para aplicações reais, que geralmente são estruturas complexas e de geometria não-definida (como é o caso do eixo do trabalho), equações analíticas não são suficientes para prever o comportamento de um corpo. Por essa razão, são necessários métodos numéricos capazes de, através da discretização do corpo, realizar essa análise. (IST SISTEMAS, 2019).

### 2.2 O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

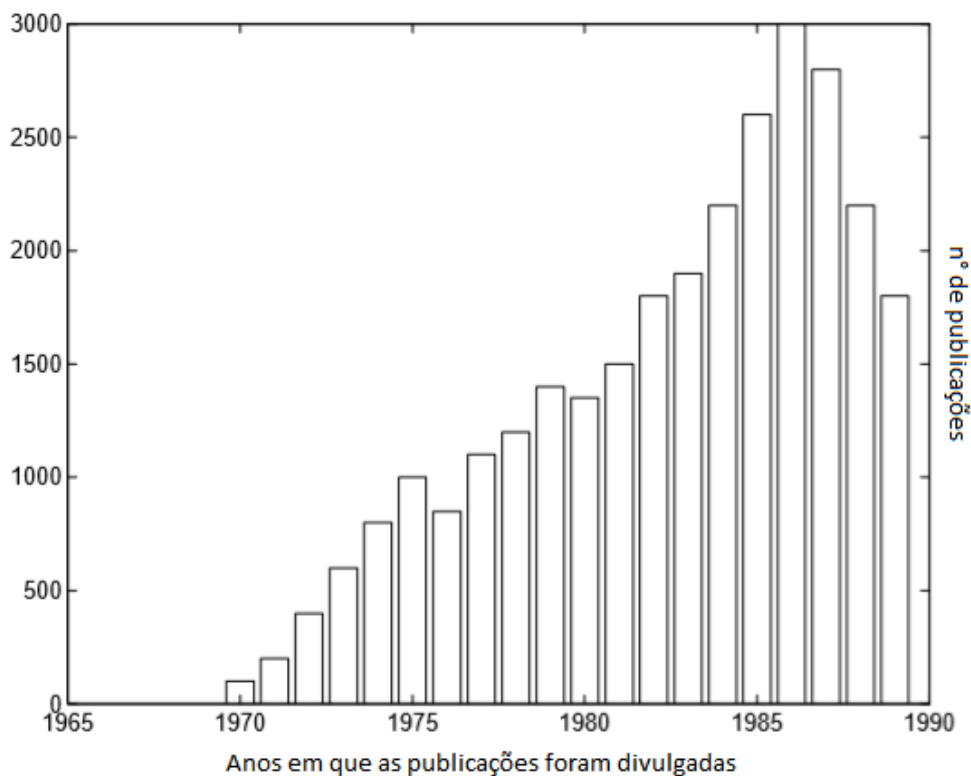
Componentes mecânicos na forma de barras simples, vigas e outras estruturas básicas podem ser analisados de forma eficiente utilizando métodos básicos de mecânica que fornecem soluções analíticas. Componentes reais, entretanto, raramente são tão simples, e o projetista se vê forçado a adotar aproximações menos eficazes de soluções analíticas, experimentação ou métodos numéricos. Existe uma grande variedade de técnicas numéricas para aplicações em engenharia, dentre elas, está o Método dos Elementos Finitos. (BUDYNAS, 2011).

De acordo com Bittencourt, o Método de Elementos Finitos (MEF) foi desenvolvido na década de 40 para aplicações de Engenharia Civil. Com o trabalho de matemáticos, desenvolveu-se uma sólida base teórica para o método. Desta forma, pode-se considerar o MEF,

basicamente, como um método numérico para a resolução de Problemas de Valor de Contorno envolvendo equações diferenciais ordinárias e parciais e respectivas condições de contorno. O processo baseia-se na divisão de um corpo em partes menores, ou seja, em componentes ou elementos, cujo comportamento é conhecido e pode-se então entender a mecânica do sistema completo.

A partir das décadas de 60 e 70, cresceu muito o número de programas de elementos finitos, como o *ANSYS*, *ASKA* e *NASTRAN*. O aumento do interesse neste campo encontra-se projetado na Figura 6, que mostra o número de publicações de artigos da área de estruturas e mecânica dos sólidos a partir da década de 70 (BITTENCOURT – UNICAMP 2007).

**Figura 6:** Evolução de publicações em elementos finitos



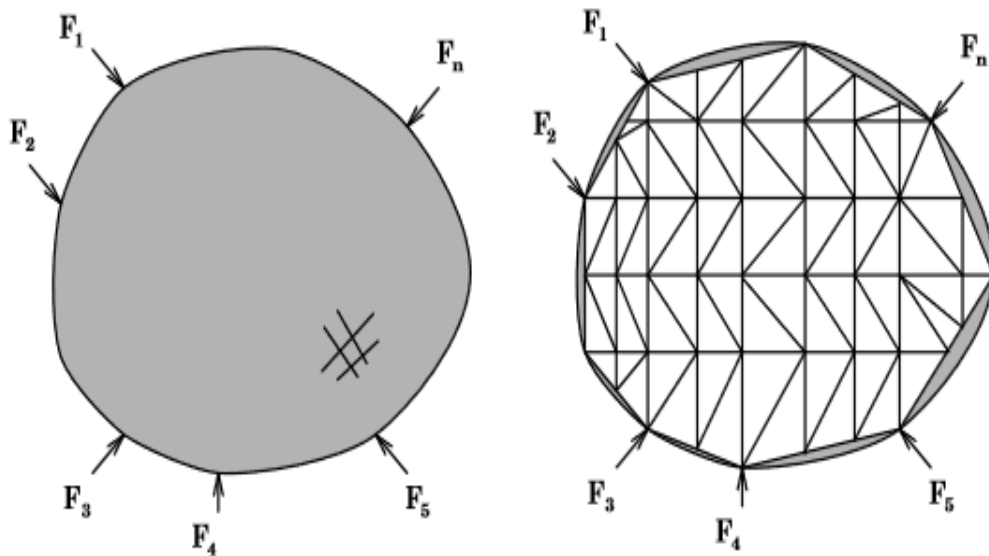
**Fonte:** Adaptado de BITTENCOURT (UNICAMP - 2007)

Como grande parte dos fenômenos físicos de Engenharia Mecânica podem ser descritos por equações diferenciais, tem-se aplicado o MEF principalmente para problemas de Mecânica dos Fluidos, Transferência de Calor e Mecânica dos Sólidos. Ao longo deste texto, pretende-se apresentar conceitos básicos do MEF considerando a análise linear de estruturas mecânicas. (BITTENCOURT, 2007).

### 2.3 DISCRETIZAÇÃO DE UM CORPO GENÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS

O método que será aplicado ao problema do eixo pode ser generalizado a partir de um corpo qualquer, como ilustrado na Figura 7.

**Figura 7:** Corpo contínuo e sua discretização



**Fonte:** BITTENCOURT (UNICAMP – 2007)

Devido a aplicação do sistema de forças externas  $F_1, \dots, F_n$ , o corpo vai apresentar uma deformação caracterizada pelos deslocamentos de seus pontos. Em geral, para determinar estes deslocamentos deve-se resolver uma equação diferencial. A equação diferencial que o método soluciona é da forma:

$$\frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial y^2} = p \quad (1)$$

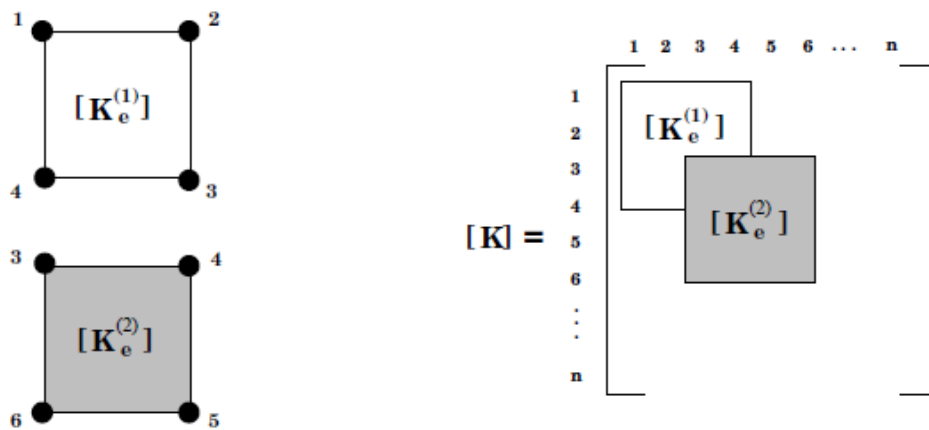
Juntamente com as condições de contorno requisitadas, representa uma equação elíptica, que descreve o equilíbrio estático de um corpo deformável submetido a cargas aplicadas, como demonstrado na Figura 7.

Em alguns casos, devido a geometria do corpo, não-linearidades do material e condições de contorno, a resolução analítica do problema não é possível. Assim, pode-se utilizar técnicas numéricas para a obtenção de uma solução aproximada (BITTENCOURT, 2007).

Para uma análise estática, cada elemento finito representa parte da rigidez do corpo. Através de uma formulação adequada, é possível determinar uma matriz de rigidez do elemento  $[K_e]$ . Esta matriz é função das propriedades geométricas e do material do corpo, assim como das coordenadas nodais do elemento especificadas segundo um sistema de referência adotado.

Considerando uma malha com  $m$  elementos finitos e  $n$  nós, a rigidez do corpo é a superposição da rigidez de cada elemento finito na matriz  $[K]$ . Essa superposição é efetuada nas linhas e colunas de  $[K]$  correspondentes a numeração dos nós de cada elemento finito, como ilustrado na Figura 8.

**Figura 8:** Superposição das matrizes dos elementos na matriz global



Fonte: (BITTENCOURT, 2007)

De maneira análoga, obtém-se um vetor de carregamento externo  $\{f\}$ . Desse modo, chega-se ao sistema de equações,

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (2)$$

Sendo,

$[K]$  representando uma matriz quadrada de rigidez dos nós da malha

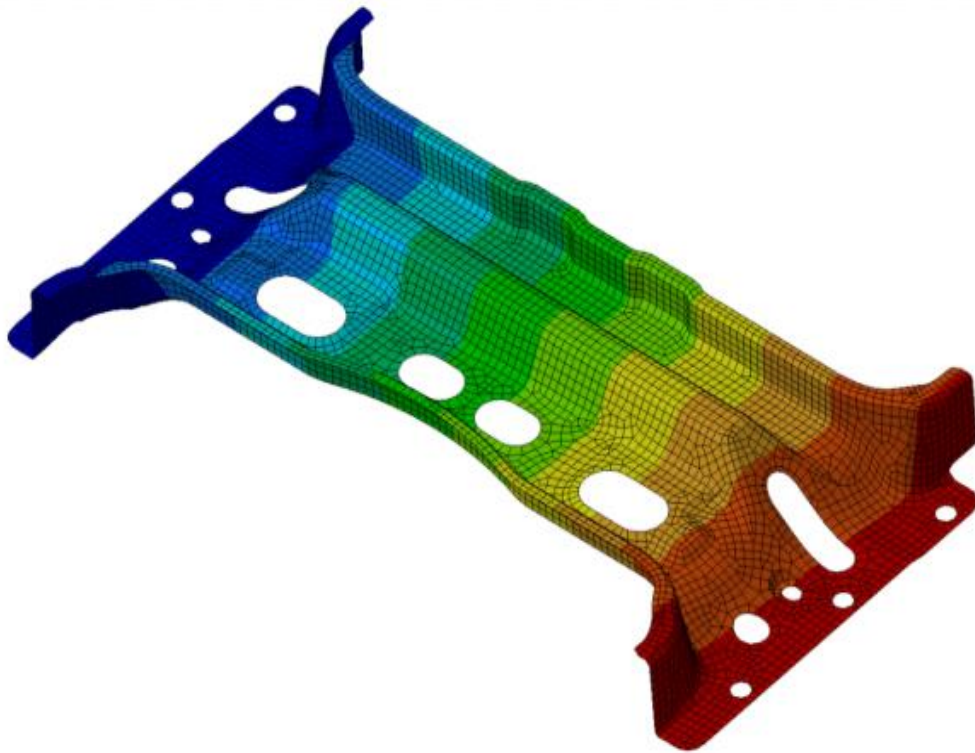
$\{u\}$  o vetor de incógnitas contendo os deslocamentos dos nós da malha considerada.

$\{f\}$  o vetor de carregamento.

Aplicando-se métodos numéricos apropriados, determinam-se os deslocamentos nodais e a partir daí, as deformações e as tensões (BITTENCOURT, 2007). A Figura 9 demonstra as

tensões obtidas pelo método dos elementos finitos para um corpo deformável sujeito a um sistema de forças.

**Figura 9:** Simulação de tensões de uma estrutura



**Fonte:** (TECMEC, 2018)

## 2.4 PROCEDIMENTO DE UMA ANÁLISE DE MEF

De acordo com Domingos de Azevedo e MEF tutorial-USP, a sequência de passos para a solução de um problema de MEF podem ser resumidos em: Pré-processamento, Análise e Pós-processamento.

### 2.4.1 PRÉ-PROCESSAMENTO

É a fase que envolve maior esforço do projetista, por ser a etapa de “alimentação” do problema. Ela requer:

- Modelo geométrico da peça em CAD, que foi obtido em parte por meio do *GrabCAD*, website que disponibiliza vários modelos de peças de engenharia, e também modelado em CAD;

- Simplificação do modelo para facilitar o processamento em MEF, como remoção de furos, simplificação da viga do eixo e de outras variações geométricas que são irrelevantes para a análise nos munhões;

- Importação do modelo do CAD para o CAE (*ANSYS*);

- Escolha do elemento apropriado para análise, tipo de material;

- Geração de malha, com refino suficiente para atender a um bom critério de convergência.

- Definição das condições de contorno e carregamentos, fase que será detalhada no tópico Aspectos Metodológicos.

#### 2.4.2 ANÁLISE

Essa etapa contempla a resolução da análise podendo demorar minutos a dias, de acordo com a complexidade do problema. O programa MEF irá:

- Montar as matrizes de cada elemento;

- Agrupar a matriz do sistema global;

- Restringir a matriz global com base nas condições de contorno;

- Por fim, resolver o sistema de equações.

#### 2.4.3 PÓS-PROCESSAMENTO

Nessa fase, é possível obter, de forma ampla, a visualização da solução, por meio de gráficos de tensão (de vários métodos), de deformação (em várias direções), valores numéricos e animação.

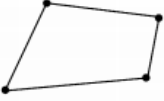

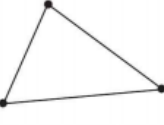

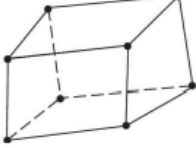
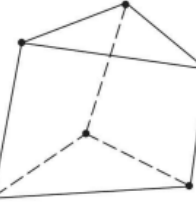
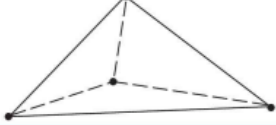





## 2.5 GEOMETRIA DOS ELEMENTOS DE MALHA

Os elementos finitos são conectados entre si por pontos, sendo chamados de nós ou pontos nodais. O conjunto de todos os elementos e nós é denominado malha (ESSS, 2019).

Segundo Budynas (2011), diversas formas geométricas de elementos são usadas para aplicações específicas. Eles podem ser dispostos nas seguintes categorias: elementos lineares, de superfície, sólidos e elementos com finalidades especiais. Para os munhões do eixo que serão analisados neste trabalho, elementos sólidos tetraédricos serão utilizados por se adequar corretamente à estrutura robusta e de geometria irregular, pois possui versatilidade em se adequar a corpos sólidos de geometrias complexas. Elementos hexagonais ou pentagonais também poderiam ser aplicados à estrutura, no entanto, o elemento tetraédrico possui maior eficiência nesse caso (GILMAR, TESE-PUC-RIO, 2009). A Figura 10 ilustra esses elementos geométricos e suas aplicações.

**Figura 10:** Tipos de elementos em MEF e suas aplicações

Tipo de elemento	Nenhum	Forma	Número de nós	Aplicações
	Quadrilateral de 4 nós		4	Tensão ou deformação plana, axissimetria, painel em cisalhamento, chapa plana fina em flexão.
	Quadrilateral de 8 nós		8	Tensão ou deformação plana, chapa fina ou armação em flexão.
Superfície	Triangular de 3 nós		3	Tensão ou deformação plana, axissimetria, painel em cisalhamento, chapa plana fina em flexão. Prefira elementos quadriláteros sempre que possível. Usado para transições de elementos quadriláteros.
	Triangular de 6 nós		6	Tensão ou deformação plana, axissimetria, painel em cisalhamento, chapa fina ou casca em flexão. Prefira elementos quadriláteros sempre que possível. Usado para transições de elementos quadriláteros.
Sólido†	Hexagonal de 8 nós (tijolo)		8	Chapa grossa sólida.
	Pentagonal de 6 nós (cunha)		6	Chapa grossa sólida. Usada para transições.
	Tetraédrico de 4 nós (tetra)		4	Chapa grossa sólida. Usada para transições.
Finalidade especial	Intervalo		2	Deslocamento livre para intervalo de compressão prescrito.
	Gancho		2	Deslocamento livre para intervalo de compressão prescrito.
	Rígido		Variável	Restrições rígidas entre nós.

**Fonte:** Adaptado de Budynas (2011)

## 2.6 CARGAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na análise estrutural, as condições de contorno abrangem os carregamentos, as restrições, cargas de corpos, tipos de contatos, entre outros. Ao se definir um problema, existem

inúmeras considerações e procedimentos que são preparatórios para a análise, denominados condições de contorno. BATHE (1996) e REDDY (1993) identificam duas classes de condição de contorno, subdivididas em essencial e natural. A essencial, também chamada de geométrica, corresponde a deslocamentos e rotações, enquanto a segunda classe, a natural, também chamada de condição de contorno de força, que dizem respeito a forças e momentos prescritos.

## 2.7 GERAÇÃO DE MALHA E ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA

Malha é definida como uma rede de elementos e nós que discretiza uma região. E função dessas subdivisões da geometria, as equações matemáticas que são aplicadas nesse método dão soluções aproximadas. Quanto maior a densidade da malha, maior a precisão da solução. Em áreas com gradientes de tensão e/ou variações geométricas, é recomendado uma malha mais refinada e de maior densidade visando obter melhores resultados da análise. (ESSS, 2019).

Como forma de verificar a convergência de uma malha, ou seja, realizar a análise de convergência, uma mesma região de interesse pode ser refinada várias vezes comparando a mudança de resultados entre elas. Se houver pouca variação no valor de tensão máxima entre 2 malhas de refinamentos distintos, então pode-se considerar tal densidade de malha adequada para a análise (BUDYNAS, 2011).

## 2.8 TEORIAS DE FALHA

O comportamento de metais, de acordo com Norton, é classificado tipicamente como dúctil ou frágil, embora possa haver combinações desses comportamentos num mesmo material. Materiais dúcteis possuem  $\epsilon_f \geq 0,05$  e uma resistência ao escoamento identificável. Materiais frágeis possuem  $\epsilon_f < 0,05$ , não exibem resistência ao escoamento e são classificados segundo as resistências máximas de tração e compressão,  $S_{ut}$  e  $S_{uc}$ , respectivamente.

De acordo com Budynas (2011), para materiais dúcteis, seguindo o critério de escoamento, as teorias aceitas são:

- Tensão de cisalhamento máxima;
- Energia de distorção;

- Coulomb-Mohr dúctil.

Já para materiais frágeis, as seguintes teorias são aplicadas, segundo critério de fratura:

- Tensão normal máxima;
- Coulomb-Mohr frágil;
- Mohr modificada.

### 2.8.1 TEORIA DA ENERGIA DE DISTORÇÃO PARA MATERIAIS DÚCTEIS

A teoria de energia de distorção (teoria de *Von Mises*) é adequada aos materiais dúcteis. Essa teoria define que o escoamento ocorre quando a energia de deformação por distorção em uma unidade de volume alcança ou excede a energia de deformação por distorção por unidade de volume no escoamento sob tração ou compressão simples do mesmo material (BUDYNAS, 2011).

Ela é descrita pela equação

$$\sigma_{VM} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (3)$$

sendo que

$\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  representam as tensões principais nos planos 1, 2 e 3.

### 2.9 FALHA E COEFICIENTES DE SEGURANÇA DO PROJETO

Ao realizar um projeto da área de engenharia, é muito importante se atentar às formas de se prevenir modos de falhas e poder garantir funcionalidade para além do limite de carga submetido.

Falha é definido como um comprometimento qualquer da função de uma estrutura, seja ela rompimento ou perda de confiabilidade (BUDYNAS, 2011).

### 2.9.1 MODOS DE FALHA

A falha por resistência estática é largamente utilizada como parâmetro a ser garantido em um projeto. Os parâmetros para verificar a resistência suportada por uma estrutura que são mais frequentemente utilizados são: Resistência ao escoamento, resistência máxima, redução percentual em área e alongação percentual.

A falha também costuma ocorrer por concentração de tensão. Regiões com mudança brusca de geometria ou que possua um entalhe são mais propícias a concentrar tensões. Para materiais dúcteis e cargas estáticas (a exemplo dos munhões deste trabalho), as cargas podem causar escoamento numa posição crítica num entalhe e esse escoamento pode envolver encruamento por deformação do material e um aumento na resistência de escoamento na posição crítica do entalhe. Devido a essas características, a peça pode suportar essas cargas satisfatoriamente sem escoamento geral. Nesse caso o projetista considera o fator de concentração de tensão geométrico  $K_t$  igual a 1. (BUDYNAS, 2011).

### 2.9.2 COEFICIENTE DE SEGURANÇA

O coeficiente de segurança pode ser pensado como uma medida da incerteza do projetista quanto aos modelos analíticos e teorias de falhas, bem como dados de propriedades do material utilizado, e deve ser escolhido apropriadamente. Quanto maior do que um deve ser  $N$  depende de muitos fatores, inclusive do nível de confiança no modelo no qual os cálculos são baseados, do conhecimento da variação das possíveis condições de carga em serviço e da confiança nas informações de resistência do material disponíveis.

Para ilustrar, o  $N$  de um avião comercial está em torno de 1,2 a 1,5. As aeronaves militares podem ter  $1 < N < 1,1$  e mísseis possuem  $N=1$ . Eles devem possuir esses valores baixos por conta do peso das aeronaves, que devem ser o mínimo possível. (NORTON, 2013, p.17).

## 2.10 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Segundo CARDOSO (2005), referências apontam que o trabalho de Michell, 1904, foi o pioneiro na área de otimização topológica de estruturas. Baseado nos estudos de Maxwell, 1869, Michell determinou as condições necessárias para minimizar o volume de material de uma barra, respeitando as relações de equilíbrio e restrições de tensão.

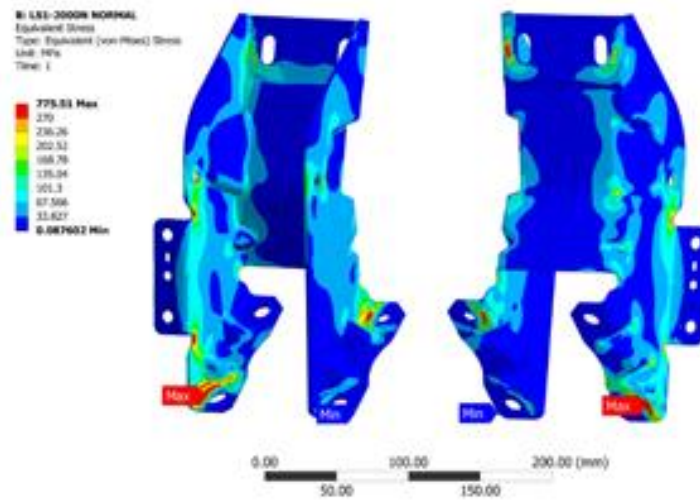
O uso conjunto de critérios de ótimo e métodos de discretização das equações de equilíbrio se iniciou com a otimização de estruturas aeroespaciais na década de 1970 (Haftka e Gurdal, 1996), sendo uma técnica muito utilizada até os dias de hoje (Zhou e Rozvany, 1991).

Segundo Bruyneel et al. (2002), recentemente, tem-se dado atenção especial a procedimentos de solução de problemas de Otimização Topológica por métodos de programação matemática, a inclusão de efeitos não-lineares (Bruns, 2001), a consideração de restrições de tensão (Duysinx e Bendsoe, 1998).

### 2.10.1 EXEMPLOS DE OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA NA INDÚSTRIA

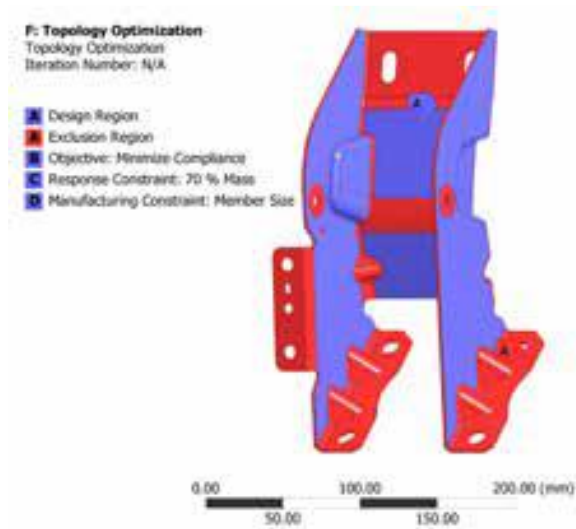
Atualmente, a otimização topológica é bastante utilizada na indústria automotiva. Dados de OEMs (do inglês: Automotive original equipment manufacturers ou Fabricantes de equipamentos automotores originais) afirmam que uma redução de 25% do peso de um veículo reduziria em até 10% o consumo, daí a importância da redução mássica de componentes. Hardikar; Elliot et al. (2018) realizaram um projeto de otimização topológica em um pedal de freio de veículos, obtendo uma redução de mais de 20% da massa total desse componente e sem comprometer a resistência. De acordo com a Figura 11, as tensões que envolvem o pedal quando é acionado são baixas em muitas partes da estrutura e devido a isso, a remoção de material pôde ser feita reduzindo significativamente a massa, como mostram as Figuras 12 e 13.

**Figura 11:** Tensões desenvolvidas no pedal de um veículo



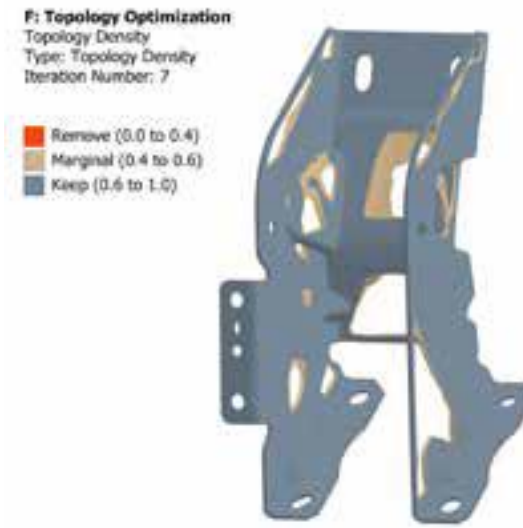
**Fonte:** (HARDIKAR, 2018)

**Figura 12:** Otimização topológica: áreas em vermelho não devem ser alteradas



**Fonte:** (HARDIKAR, 2018)

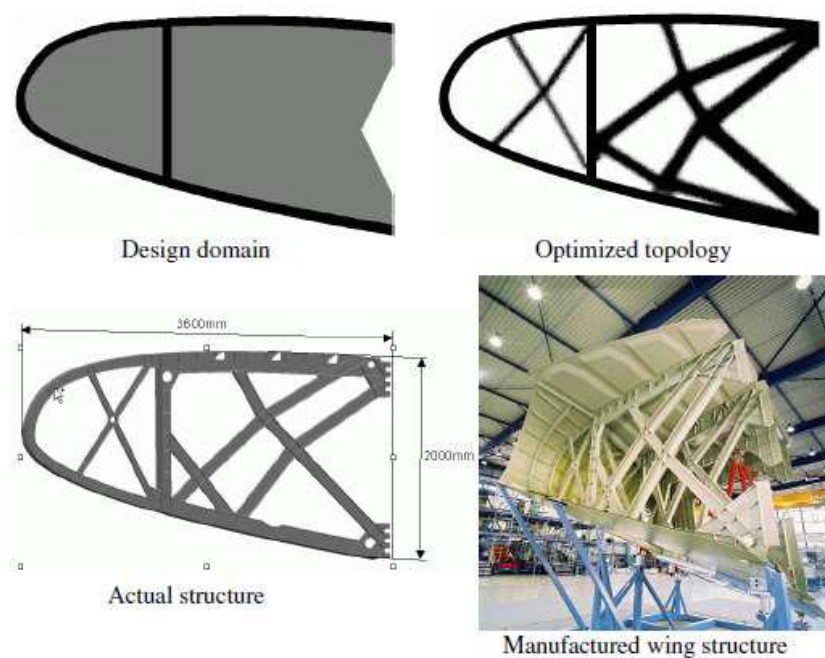
**Figura 13:** Resultado da otimização topológica



**Fonte:** (HARDIKAR, 2018)

Outro exemplo também de aplicação de otimização topológica pode ser observada na indústria aeronáutica, no projeto de barras para o bordo interno fixo da estrutura do novo avião de passageiros, o Airbus 380, contido na Figura 14. Esse projeto atingiu uma redução de até 40% de redução de peso em comparação com os projetos tradicionais.

**Figura 14:** Reestruturação das asas do Airbus 380



**Fonte:** (HARDIKAR, 2018)



## 2.10.2 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA APLICADA AO PROJETO

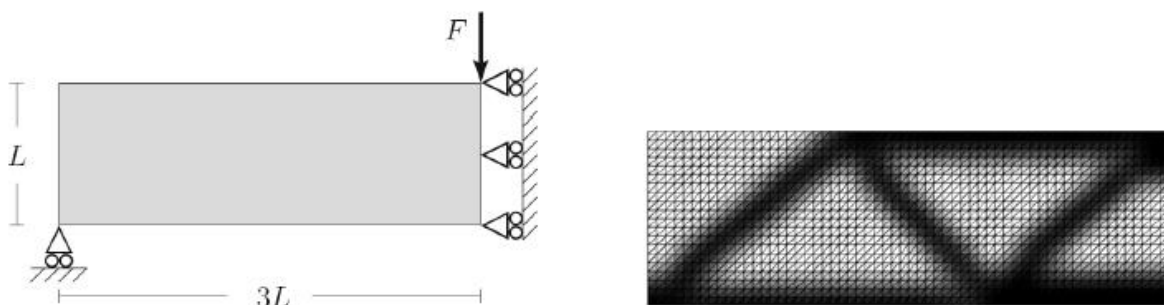
Após a análise de tensões e verificação das regiões e sobre dimensionamento, em que o material está pouco solicitado, a otimização será empregada de forma a obter a melhor distribuição de material possível, visto que é de extrema importância garantir a qualidade e confiabilidade de um projeto ao mesmo tempo em que se reduz a massa. Neste sentido, as seções a seguir buscam apresentar os conceitos básicos para otimização.

Otimização é o processo de maximizar ou minimizar uma função objetivo enquanto se satisfaz as restrições de projeto (BELEGUNDU, 2011).

O presente projeto será submetido a uma otimização topológica, isto é, um procedimento numérico que visa esculpir a distribuição mais adequada de um material dentro do espaço determinado de projeto. Esse processo resulta na obtenção de uma estrutura ótima, com redução no volume do corpo, de acordo com as restrições de projeto (VirtualCAE, 2019; ECO, 2015).

O procedimento considera um corpo, que ocupa uma região  $V$  (volume do corpo) no espaço  $x$ ,  $y$  e  $z$  e cercado por uma superfície  $S$  (superfície do corpo), as cargas, condições de contorno e a distribuição de material (valor da densidade do material, que vai de 0 até 1) são especificados. A densidade 0 indica região sem material e 1 o valor de sólido. Valores intermediários indicam que pode ou não existir material dependendo do critério de escolha do projetista. A tarefa da análise é determinar o deslocamento do campo  $u$  ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ), que é o campo de deslocamento em cada ponto em  $V$ . A partir daí se determina as tensões e deformações (BELEGUNDU, 2011). A Figura 15 representa a forma típica de um corpo passando por esse processo de otimização topológica.

**Figura 15:** Processo de otimização de corpo contínuo



**Fonte:** (BRUNO; BARROS, et al - 2017)

Depois de obtida a distribuição de esforços na estrutura, realiza-se a otimização topológica, seguindo as restrições de projeto, que estão descritas nos tópicos a seguir.

### 2.10.3 ASPECTOS DA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

A otimização topológica possui características complexas, tanto da forma como do tamanho de determinado problema de otimização. Enquanto a otimização convencional pelo método da variação paramétrica, por exemplo, a otimização de área de uma viga, do diâmetro de um eixo, entre outros, necessita de muitas operações de redefinição da malha, tornando o processo demorado e muito complexo, a otimização topológica foi criada para simplificar esse processo (HASSANI, 1999).

O método de resolução é chamado de método de homogeneização, possui as seguintes características:

- A otimização da forma geral é um problema pontual de existência de material ou não;
- A implementação desse tipo de processo requer o uso de algoritmos de otimização discreta e é instável;
- Bom desenvolvimento da capacidade de lidar com muitas variáveis de projeto ao mesmo tempo;

Ainda de acordo com Hassani (1999), neste método, a forma final da estrutura é representada sem os segmentos geométricos (linhas, arcos, curvas) e não necessita de alteração da malha previamente definida para o problema.

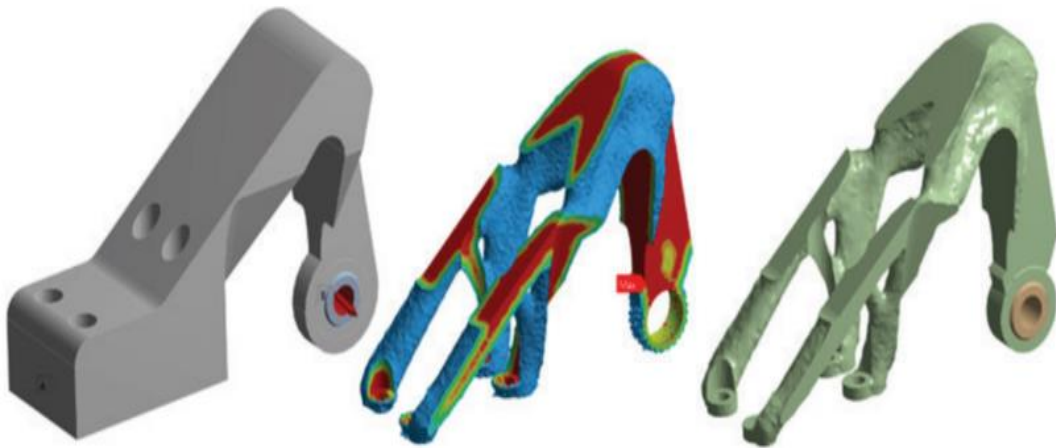
### 2.10.4 FORMA PADRÃO DE UM PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A forma geral da implementação do método de otimização é:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimizar } f(x) \\
 &\text{sujeito a } g_i(x) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \\
 &\text{e} \quad h_j(x) = 0 \quad j = 1, \dots, n \\
 &\text{e} \quad x^L \leq x \leq x^U
 \end{aligned} \tag{4}$$

em que  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  é um vector de coluna que contém as variáveis de projeto (variáveis que controlam a forma ou topologia do corpo, que são as coordenadas dos nós da malha e a densidade de material dos elementos da malha).  $f$  é a função objetivo (aumentar a rigidez), as funções  $g$ 's são as restrições de desigualdade ( $\sigma_{vm} \leq \sigma_{adm}$ ) e as funções  $h$ 's são as restrições de igualdade (simetria em relação ao eixo Z e respeitar a equação de equilíbrio  $[K]\{u\} = \{F\}$ ). A Figura 16 mostra o resultado de uma otimização topológica genérica.

**Figura 16:** Corpo remodelado por otimização topológica



**Fonte:** (ESSS, 2017)

Como apresentado na Figura 16, pode-se observar a remoção de material em regiões de baixas tensões, de forma a melhor aproveitar a resistência mecânica do material e reduzindo o volume de material empregado na fabricação da peça. Obtendo a melhor forma para uma peça que atende as cargas aplicadas e condições de contorno do problema, sem que a falha estática ocorra.

#### 2.10.5 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Alguns dos métodos de otimização utilizados em softwares comerciais que utilizam elementos finitos é feita através de alguns métodos de aproximação sequencial como: Programação Linear Sequencial (PLS) ou Programação Quadrática Sequencial (PQS) (SILVA, 2005).

A solução do problema de otimização é realizada por aproximações sucessivas de subproblemas lineares ou quadráticos. A partir de uma aproximação inicial das variáveis de projeto e da função por séries de Taylor, obtém-se a solução iterativamente (SILVA, 2005).

Para que isso ocorra, a função objetivo e as variáveis de projeto são aproximadas, limitando-as a cada iteração através dos limites móveis, até que se obtenha a mínima variação e portanto, a solução ótima (SILVA, 2005).

Ainda de acordo com SILVA (2005), onde as derivadas pontuais são pequenas, podem ter limites grandes ou vice-versa. Portanto, chega-se ao ponto ótimo à medida que o programa converge e os limites diminuem, reduzindo iterações desnecessárias, em locais onde a função está longe de convergir.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

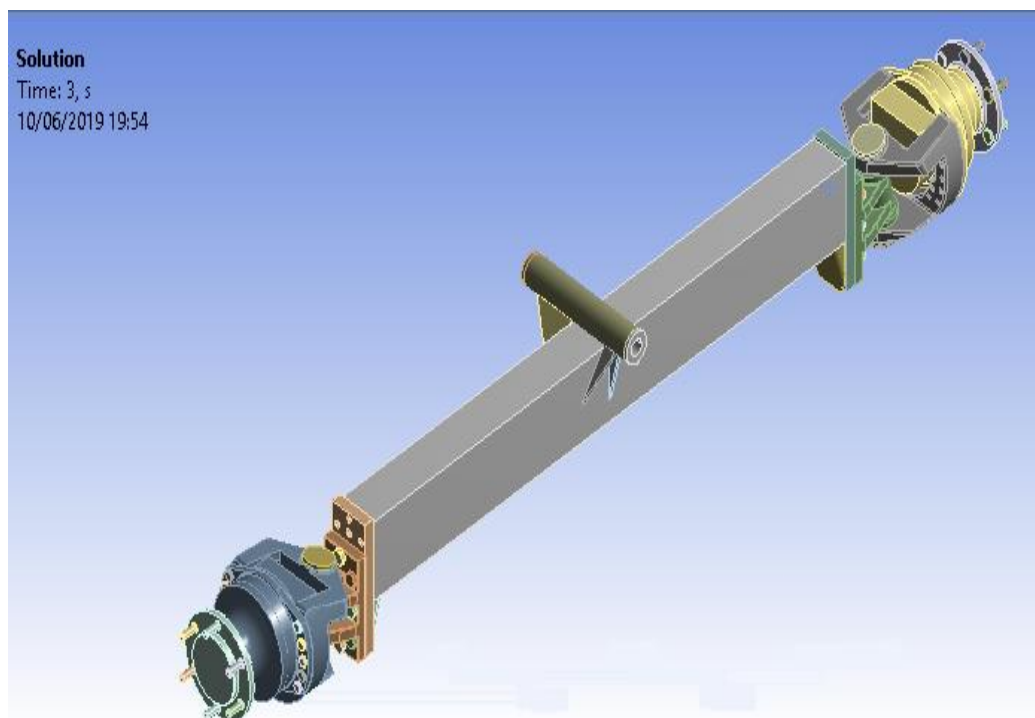
#### 3.1 REPRESENTAÇÃO E IMPORTAÇÃO DO MODELO EM CAD

Como apresentado no capítulo anterior, a primeira etapa da análise estrutural é a representação geométrica da peça em estudo. A modelagem geométrica foi realizada no software de CAD e posteriormente o arquivo foi importado para o software *ANSYS*, o qual será utilizado para fazer o processo de discretização, geração de malha, análise e otimização. Cada etapa realizada no *ANSYS* será detalhada nas próximas seções.

#### 3.2 SIMPLIFICAÇÃO DA GEOMETRIA DO EIXO PARA O ANSYS

Para que o processo de resolução das matrizes através do software *ANSYS* pudesse ser melhorado, reduzindo o tempo e adequando às limitações da máquina utilizada, a geometria do eixo passará por inúmeras modificações, como mostra a Figura 17.

**Figura 17:** Eixo simplificado



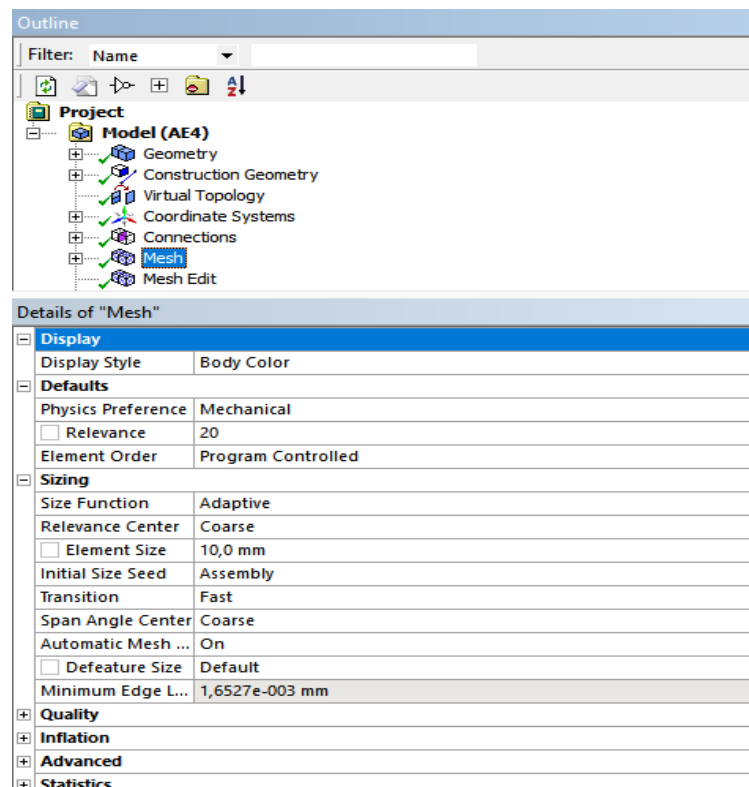
**Fonte:** Adaptado de DSTRAC (2019)

Como pode ser observado, a alteração mais importante se deu na bitola do eixo, que foi reduzida a uma bitola retangular com chapas de 7,5 mm, com eliminação dos furos e parafusos e suportes de acoplamento da bitola variável. Em relação aos mancais de munhões, foram simplificados ou reduzidos os elementos como as tampas que acoplam os munhões, os parafusos, furos internos de passagem de óleo, buchas e arruelas. Quanto aos motores hidrostáticos, foram retirados elementos de fixação de componentes secundários, tampas e parafusos. Todas essas simplificações não comprometem a análise da região de interesse, no caso, dos mancais de munhões, que serão mantidos em sua forma integral e a transferência de esforços se dará de forma similar, apenas com maior velocidade de processamento.

### 3.3 PARÂMETROS GLOBAIS DA MALHA

O programa ANSYS disponibiliza diversos tipos de malha e refinamento. Na etapa de seleção do tipo de malha, dentro da aba de configuração global da malha “Mesh”, deve-se implementar as características desejadas da malha, de acordo com os requisitos do projeto. A Figura 18 mostra os parâmetros globais da malha.

**Figura 18:** Especificando detalhes da malha

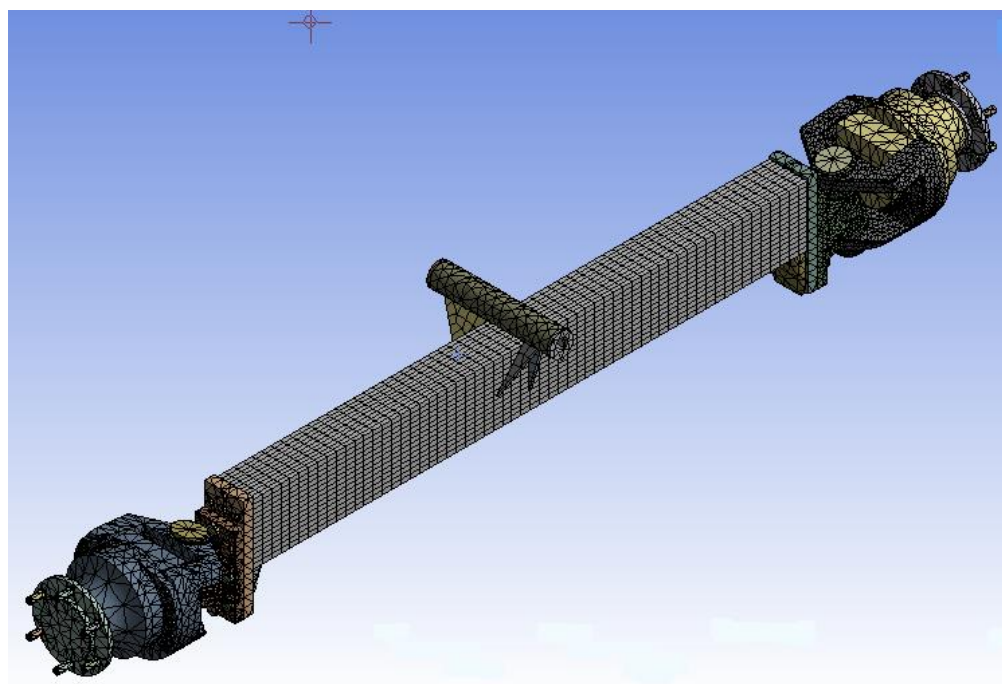


**Fonte:** Autoria própria

Uma das principais características na escolha da malha é a opção *Element Size*, que ajusta o tamanho do elemento, ao qual é definido como a distância entre 2 nós consecutivos dentro desse elemento. Para obter maior confiabilidade na análise estrutural, para atender a um critério de convergência suficiente, uma análise de convergência será realizada na seção de Resultados e Discussões.

A malha que será utilizada nos munhões, que é a região de interesse, é a do tipo tetraédrica (*Patch Independent*), que garante refinamento adequado onde necessário, otimizando a velocidade da simulação (ANSYS TUTORIAL, 2015). A Figura 19 ilustra essa malha.

**Figura 19:** Ilustração da malha no eixo



**Fonte:** Autoria própria

### 3.4 DEFINIÇÃO DO MATERIAL PARA OS MUNHÕES

#### 3.4.1 COMPOSIÇÃO DOS MUNHÕES

De acordo com a fabricante Pasifer e outras indústrias do ramo de produção industrial e segundo Norton (2013), o ferro fundido nodular (GGG40) é bastante usado na indústria para

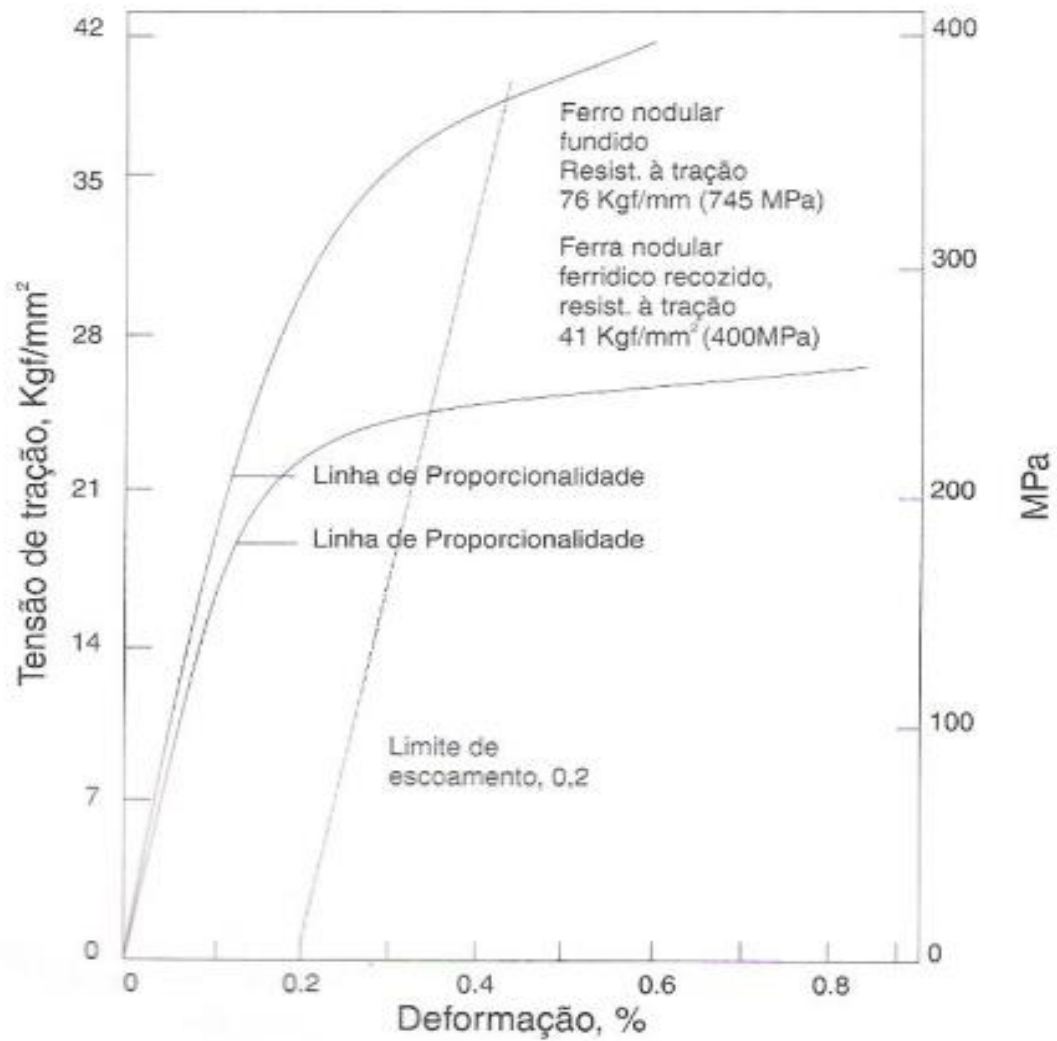
a confecção de peças que necessitem de maior resistência ao impacto em relação aos ferros fundidos cinzentos, além de maior resistência à tração, resistência ao alongamento e escoamento e, por esse motivo, foi escolhido para ser a composição dos munhões. A Figura 20 ilustra as propriedades do material. Apesar de ser um ferro fundido, ele possui características de um metal dúctil, pois sua deformação  $\epsilon_f$  excede 0,05 antes de sua ruptura, como indica a Figura 21. Esse metal possui resistência ao escoamento de 250 MPa e limite de resistência de 400 MPa, resistência a compressão de 800 MPa e seu diagrama de tensão-deformação é linear, sendo recomendado para peças sujeitas à fadiga. (NORTON, 2013).

**Figura 20:** Propriedades de alguns tipos de Ferro Fundido Nodular.

<b>Ferro Fundido Nodular</b>					
<b>CLASSIFICAÇÃO</b>					
ABNT - NBR 6916	FE 38017	FE 42012	FE 50007	FE 60003	FE 70002
DIN 1693	GGG 40.3	GGG 40	GGG 50	GGG 60	GGG 70
MATRIZ	Ferrítica	Ferrítica	Ferrítica Perlítica	Perlítica	Perlítica
<b>PROPRIEDADES MECÂNICAS ( * )</b>					
Limite de Resistência N/mm <sup>2</sup> (min.)	400	400	500	600	700
Limite de Escoamento ( 0,2%) N/mm <sup>2</sup> min.	250	250	320	380	440
Alongamento % min.	18	15	7	3	2
Dureza Brinell HB 30	120 - 165	135 - 185	170 - 220	200 - 250	235 - 285
Módulo de Elasticidade N/mm <sup>2</sup> (10 <sup>3</sup> )	160 a 185				
Resistência à Compressão N/mm <sup>2</sup>	800	800	850	1000	1100
Resistência à Flexão N/mm <sup>2</sup>	800	800	850	900	1000
Resistência ao Cisalhamento N/mm <sup>2</sup>	0,9 x LR				
Número de Poisson	0,28 a 0,29				
Resistência ao Impacto ( sem entalhe ) Kgfm/cm <sup>2</sup>	10 - 20	10 - 20	6 - 12	4 - 8	2 - 5
Resistência ao Impacto ( com entalhe ) Kgfm/cm <sup>2</sup>	> 20	1,5 - 2,8	0,5 - 1,5	0,5 - 1,2	0,3 - 0,8
( * ) As propriedades mecânicas estão de conformidade com a norma DIN					

**Fonte:** (Spectru - Instrumental Científico, 2019)



**Figura 21:** Curva tensão-deformação do ferro fundido nodular

**Fonte:** (INFOMET – Ferros Fundidos Dúcteis ou Nodulares, 1988)

### 3.5 APLICAÇÃO DE CARGAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

#### 3.5.1 CARGAS

Para que o eixo fosse submetido à pior condição possível, a máquina foi simulada considerando um aclive de 30° de inclinação, em relação ao plano horizontal. Dessa forma, obtém-se um novo diagrama de corpo livre (DCL), como indicado na Figura 22.

**Figura 22:** DCL em condição de inclinação de 30°



**Fonte:** Autoria própria

Dados de fabricantes como a Mud Hog e DSTRAC mostram que a carga para o eixo traseiro passa a ser de 60% da carga total da máquina, diferente da condição de quando a máquina está num plano em que 60% da carga é no eixo dianteiro.

Como forma de se obter uma maior confiabilidade das análises estruturais, foram utilizados dados das maiores colheitadeiras disponíveis no mercado e com carregamentos para o pior caso. Ela possui massa total de 12400 kg (Máquina MF modelo 6690) e capacidade de armazenamento de 7000 l ou 7 m<sup>3</sup>, e foi considerada carregada ao máximo com grão de maior densidade, no caso o milho, que possui 1225 kg/m<sup>3</sup>. Convertendo para massa, obtém-se  $M_{grão} =$

$7 \text{ m}^3 \times 1225 \text{ kg/m}^3 = 8575 \text{ kg}$ . Somando-se, encontra-se uma massa total de 20975 kg ou um peso de  $P = 205,8 \text{ kN}$  (MASSEYFERGUSON – Folhetão, especificações MF 6690).

A dedução das cargas aplicadas nas buchas do cilindro, considerando metade da carga total em cada bucha (A) e (B) mostradas na Figura 23, de acoplamento foi feita por decomposição nos planos X e Y, da forma

$$P_x = \frac{1}{2} 0,6 P \sin 30^\circ = 30870 \text{ N } \uparrow \quad (5)$$

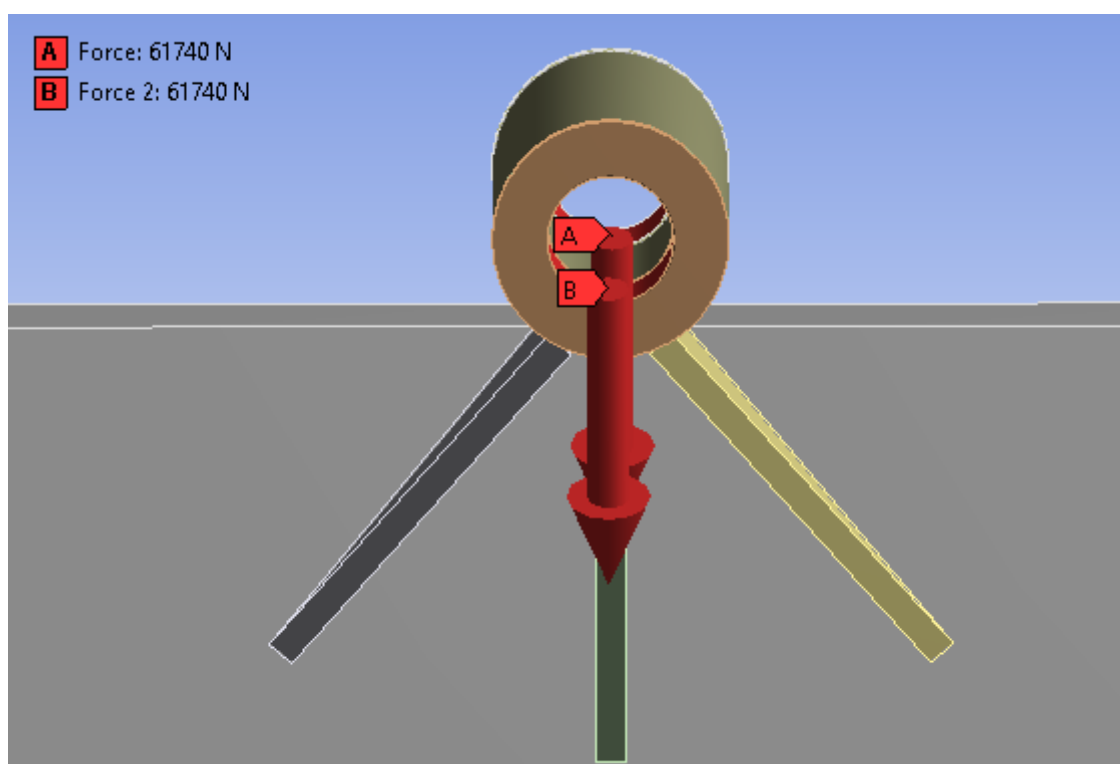
$$P_y = \frac{1}{2} 0,6 P \cos 30^\circ = 53468 \text{ N } \downarrow \quad (6)$$

a Força total aplicada em cada bucha é:

$$F = \sqrt{(P_x^2 + P_y^2)} = 61740 \text{ N} \quad (7)$$

As Figuras 23 ilustra essa condição.

**Figura 23:** Vetores de carga (Vista frontal)



**Fonte:** Autoria própria

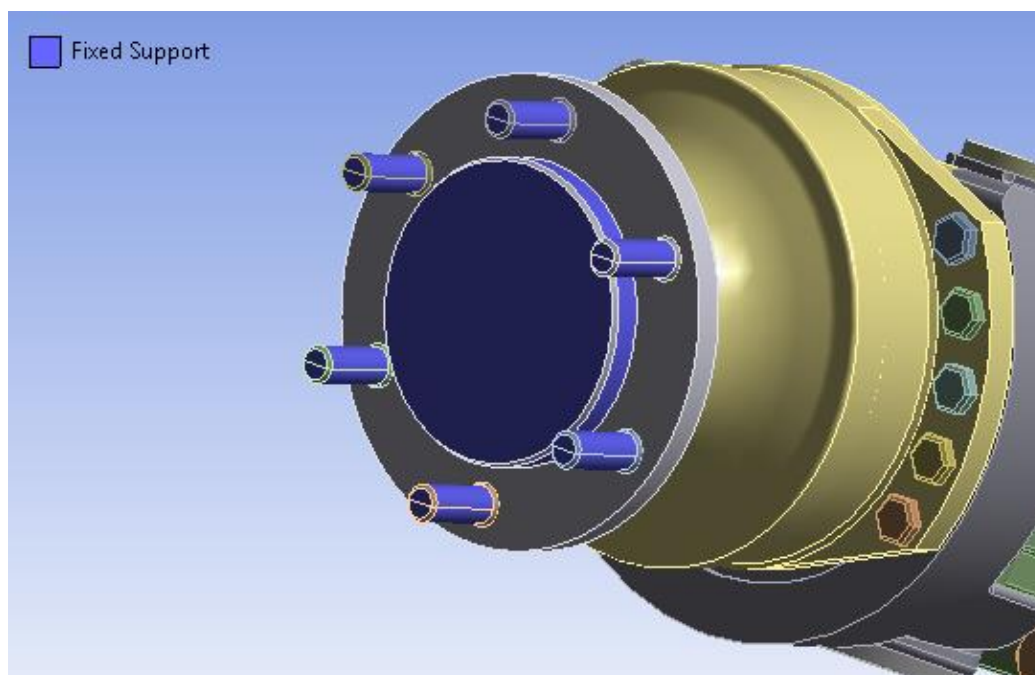
### 3.5.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

O software apresenta como condição de contorno restrições como: Suporte fixo, restrição de deslocamento em qualquer direção, deslocamento remoto (em relação a algum ponto no espaço), de velocidade, entre outros. As condições de contorno adequadas ao problema tratado até aqui devem seguir esses aspectos:

-Rodas engastadas (suporte fixo);

As restrições estabelecidas para o eixo foram consideradas de suporte fixo (engaste) considerando o elevado peso da máquina, cujas rodas mantêm fixa a máquina. A Figura 24 ilustra essa condição.

**Figura 24:** Esgaste das rodas



**Fonte:** Autoria própria

### 3.6 CRITÉRIOS PARA ANÁLISE DE TENSÕES E RESTRIÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA

Para uma análise completa dos esforços nas regiões dos munhões, a solução contemplará os seguintes resultados:

- Tensão equivalente (*Von Mises*);
- Deformação total;
- Ferramenta de fator de segurança “*Stress Tool*” (critério de tensão de escoamento), com auxílio gráfico.

A teoria de Von Mises é principalmente utilizada para materiais dúcteis e, como os munhões são compostos pelo Ferro Fundido Nodular GGG40, essa teoria apresenta melhores resultados com dados experimentais, e assim, é geralmente mais usado nas validações estruturais. A teoria afirma que um material dúctil começa a escoar em um local onde a tensão de Von Mises se torna maior que a tensão de escoamento do material (DASSAULT SYSTEMES, 2019; JOSÉ-ENSUS, 2016). Portanto, é adequado ao problema.

A ferramenta de fator de segurança para máxima tensão equivalente é baseada na teoria de falha de tensão máxima para materiais dúcteis (ANSYS TUTORIAL, 2016). O tipo de tensão máxima definida por essa ferramenta é a de tensão de escoamento para o material GGG40, respeitando a seguinte relação:

$$\frac{\sigma_{max}}{S_y} < 1 \quad (8)$$

#### 3.6.1 DEFINIÇÕES PARA O PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO

Após a análise estrutural estática, com a obtenção dos locais críticos de tensão e de regiões dos munhões onde pouca tensão é exercida, o processo de otimização topológica, com o intuito de reduzir a massa dos munhões e ainda mantendo alta rigidez estrutural, deve ser iniciado e respeitar as seguintes etapas para se obter uma estrutura otimizada adequada às cargas solicitadas pelo projeto:

1. Definição do número de iterações, que deve variar de acordo com o grau de precisão da solução;

2. Precisão de convergência, que deve ter um valor intermediário para evitar desperdício de tempo e ao mesmo tempo ter solução com boa precisão;
3. Seleção do tipo de método de solução (por padrão, o próprio programa escolhe o mais “adequado”);
4. Escolha da região de otimização e exclusão, que deve ser feita evitando alterar o formato dos furos e aberturas dos munhões para que a estrutura não seja fragilizada (DSTRAC, 2019);
5. Seleção da função objetivo “*Minimize Compliance*”, ou seja, aumentar a rigidez;
6. Por fim, as restrições de projeto, que são condições “extras” para que os requisitos sejam cumpridos adequadamente. São elas: Redução de massa (40%), tensão global de *Von Mises* máxima (180Mpa, para obter um fator de segurança igual a 1.40) e a restrição de fabricação de simetria longitudinal (eixo Z) dos munhões, para manter a simetria e facilitar na fabricação.

### 3.6.2 REMODELAGEM E SUA VIZIAÇÃO DOS MANCAIS DE MUNHÃO

Como a otimização topológica deixa a estrutura não-uniforme e com buracos, fica inviável de ser fabricado. Por isso a estrutura será remodelada para obter uma forma mais uniforme e com maior facilidade de fabricação.

A técnica usada para realizar essa operação pode ser através do próprio ANSYS, com a ferramenta *SpaceClaim*, que é uma ferramenta CAD de criação, edição e reparo de modelos de peças que passam por otimização topológica ou ainda outro software CAD disponível, como o Inventor, ferramenta usada para modelar as estruturas originais e que pode ser usada para remodelar os munhões por “remoção de material”.

### 3.6.3 RESSIMULAÇÃO DA ANÁLISE PARA VALIDAÇÃO

Com a obtenção das novas estruturas dos munhões, uma nova análise será feita para comparar os efeitos das tensões e verificar se as novas peças atendem aos requisitos de resistência e deformações. Deve-se esperar uma estrutura com menos regiões de concentração de tensões, pois com uma menor variação geométrica, as tensões tendem a se distribuir mais uniformemente. Além disso, as tensões máximas não devem ultrapassar a tensão de escoamento

do material, variável de projeto implementada na otimização topológica e assim, poderá ser validada como uma estrutura adequada para o eixo.

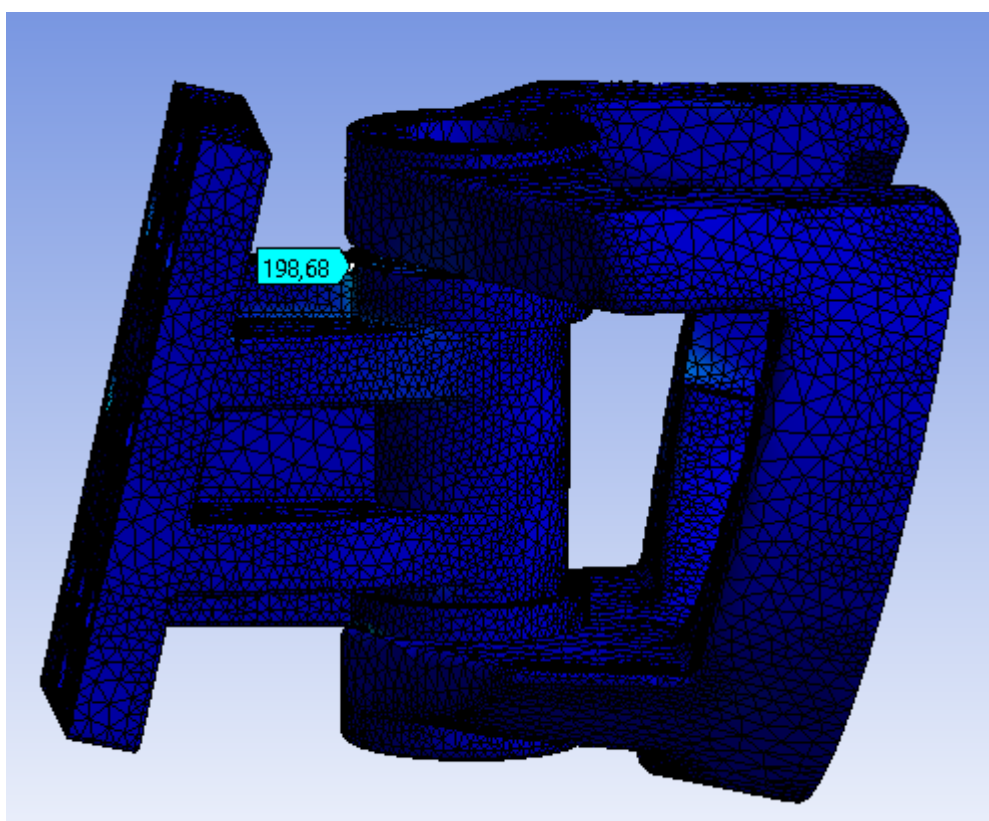
## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 ESTUDO DE CONVERGÊNCIA DA MALHA

Como foi abordado no tópico 2, o estudo de convergência de malha permite se obter uma melhor precisão da solução do problema. Quanto mais refinada é a malha, maior é a precisão, no entanto, implica também a utilização de mais recursos computacionais. Uma malha deve possuir densidade mínima para obter uma solução que atenda a um bom critério de convergência.

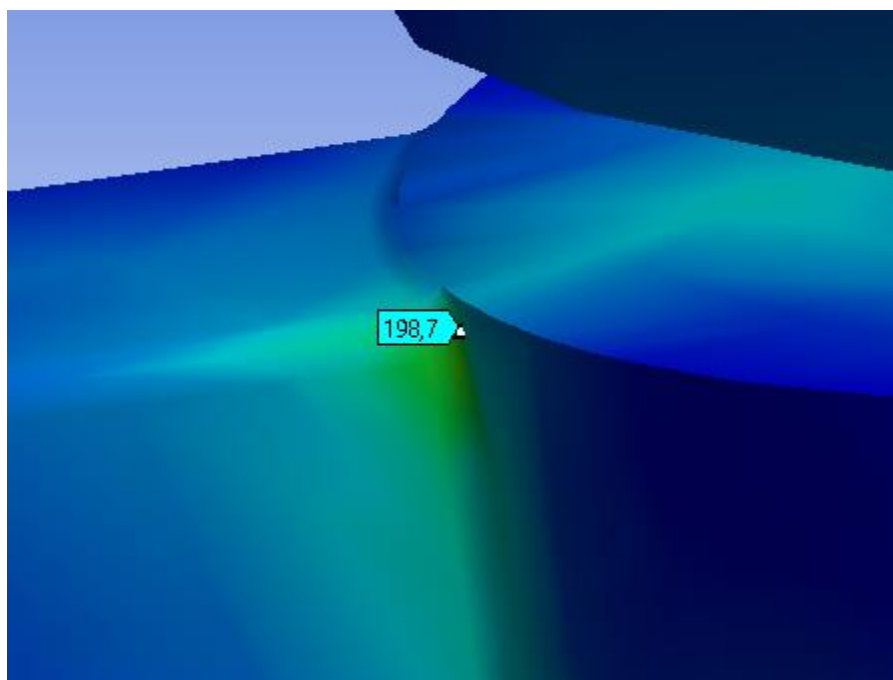
Para estudo de convergência nos munhões, foram utilizados 5 tamanhos de malhas, com análise de tensões de *Von Mises* nos pontos críticos dos munhões. A Figuras 25 e 26 mostram o ponto crítico avaliado (região de entalhe) nas estruturas e a Tabela 1 os valores considerados para o estudo de convergência e o tipo de elemento utilizado para a discretização dos munhões.

**Figura 25:** Tensão desenvolvida no ponto crítico do munhão fixo



**Fonte:** Autoria própria



**Figura 26:** Tensão desenvolvida no ponto crítico do munhão fixo (sem malha)

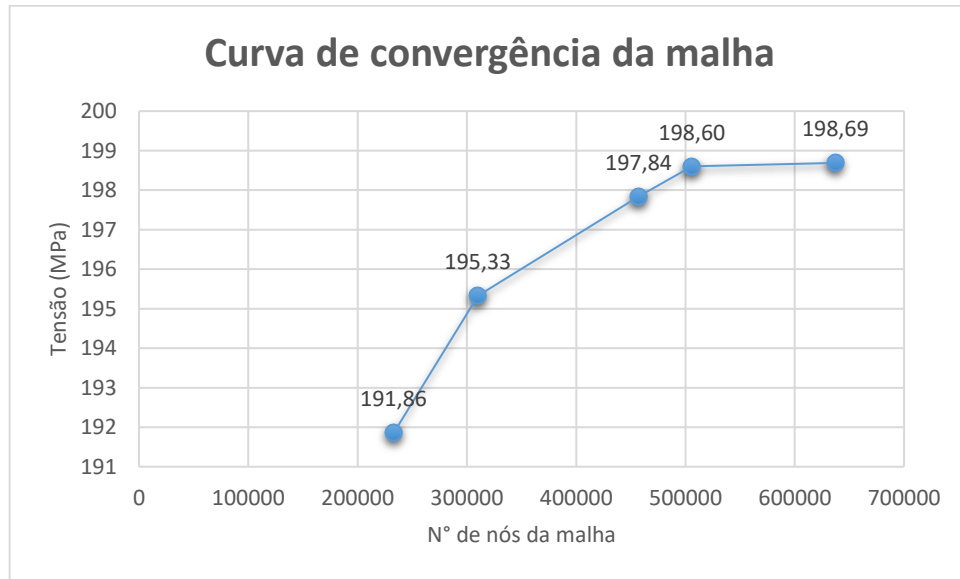
**Fonte:** Autoria própria

**Tabela 1:** Dados para estudo de malha

N° de nós da malha	Tensão (MPa)	Elemento tetraédrico do tipo Patch Independent	
		Tam. Min(mm)	Tam. Max(mm)
233052	191,86	10	30
310187	195,33	8	30
457151	197,84	6	30
505881	198,60	5	30
637137	198,69	4	30

**Fonte:** Autoria própria

Com os dados obtidos com a análise de convergência, foi gerado um gráfico de curva Tensão x N° de nós, como indicado na Figura 27.

**Figura 27:** Análise de convergência de malha

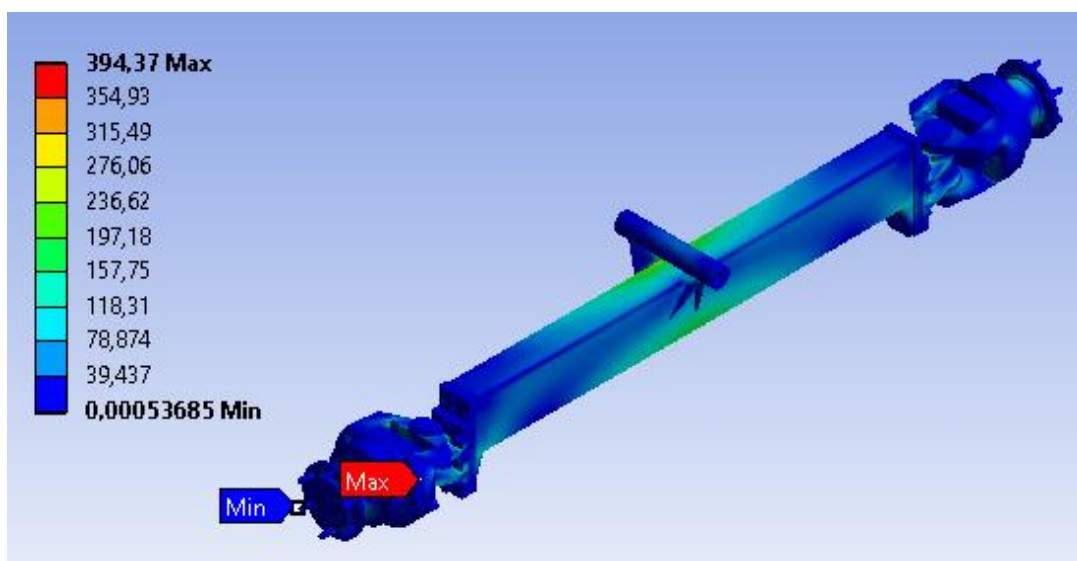
**Fonte:** Autoria própria

A partir dos 5 tamanhos de elementos avaliados, o elemento de 5 mm (valor mínimo e máximo de 30 mm), já apresenta bom critério de convergência, visto que há variação muito pequena na tensão máxima desenvolvida no entalhe entre os elementos de tamanho 5 para 4. O número total de nós que satisfaz tal condição é, então, 505881. Logo, as tensões e deformações ao longo dos munhões serão analisadas com essa malha selecionada.

#### 4.2 ANÁLISE ESTRUTURAL DO EIXO E MUNHÕES

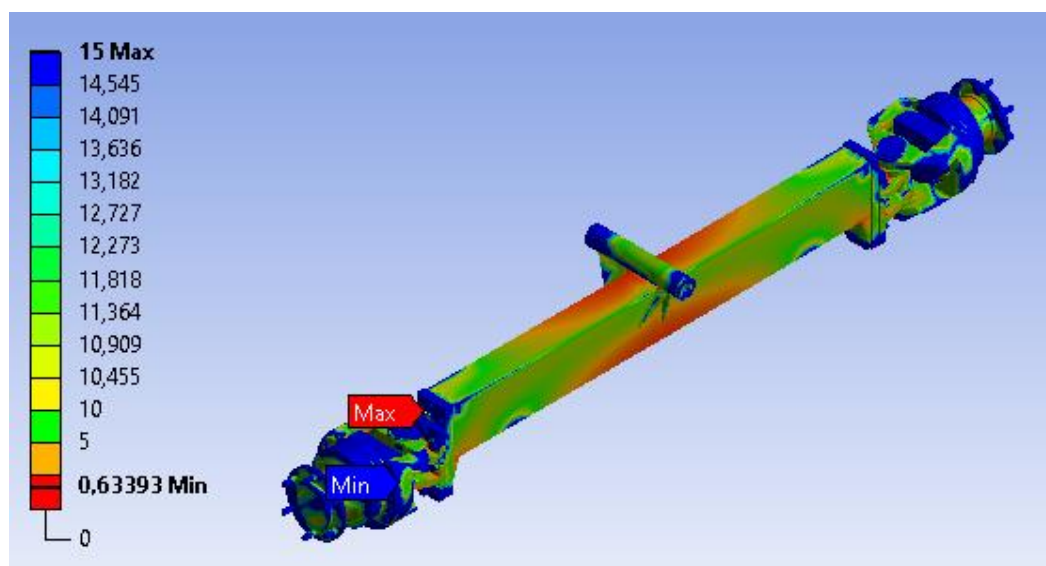
O eixo do estudo foi simulado utilizando a metodologia fornecida na seção 3, obtendo como resultado as tensões equivalentes e os fatores de segurança, como representado nas Figura 28 e 29. Mas como a análise se limita à otimização topológica dos munhões, a abordagem terá foco na análise dos munhões.

**Figura 28:** Tensões de *Von Mises* ao longo do eixo



**Fonte:** Autoria própria

**Figura 29:** Fator de segurança ao longo do eixo



**Fonte:** Autoria própria

Da Figura 28, as tensões obtidas mostram que a análise convergiu, pois há uma distribuição uniforme das tensões ao longo do eixo.

A Figura 29 representa os fatores de segurança ao longo do eixo com valores menos elevados (em volta do pino e da viga) e de valores maiores (extremidades do eixo e em várias regiões dos munhões), que são regiões onde há menor solicitação de esforços, o que comprova o superdimensionamento. Mais uma vez, reforçou-se a ideia de que os munhões podem ser

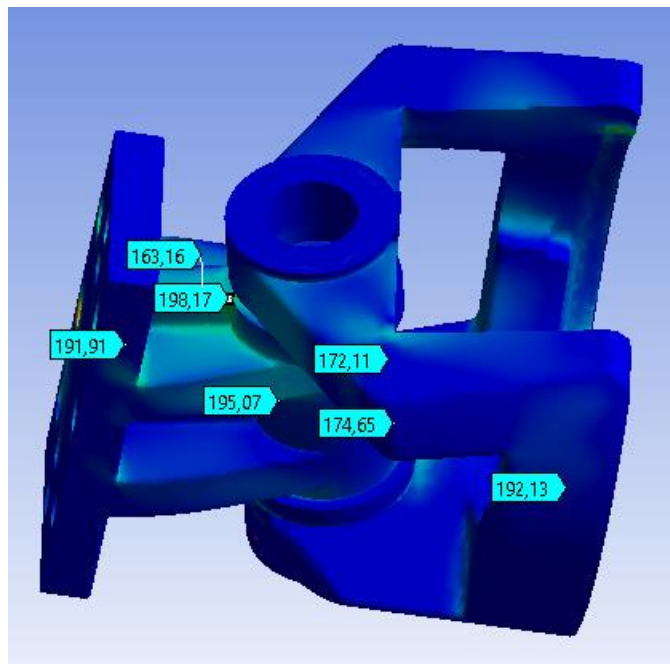
otimizados, obtendo sua redução mássica e ainda matendo uma boa resistência mecânica. As subseções a seguir mostrarão uma análise específica nos munhões.

#### 4.2.1 TENSÕES DE *VON MISES* NOS MUNHÕES

As tensões equivalentes (*Von Mises*) desenvolvidas nos munhões podem ser vistas nas Figuras 30, 31, 32 e 33.

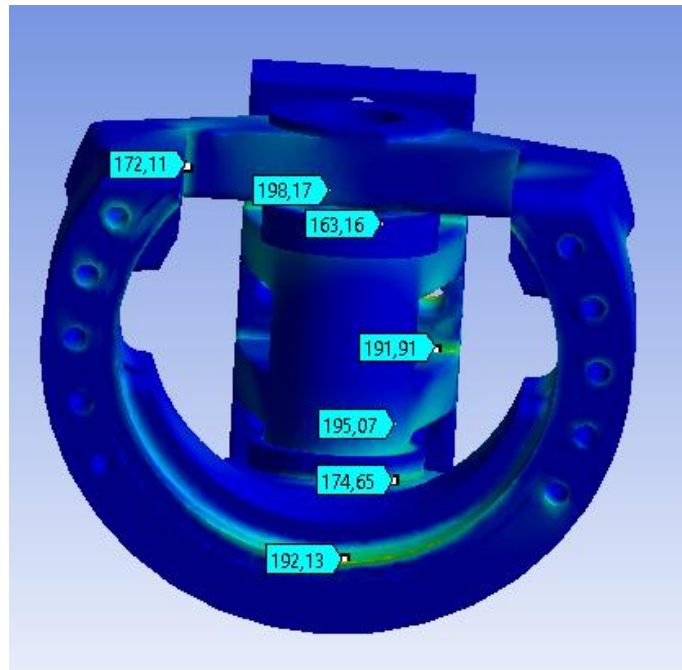
A análise das tensões mostra que as regiões de maior concentração de tensão são as regiões de variação geométrica, isto é, onde há uma mudança repentina de forma geométrica, como nos cantos, ressaltos e entalhes, de acordo com as Figuras 30, 31, 32. A Figura 33 apresenta os pontos mais críticos da análise, que são as ligações parafusadas (interface furo-parafuso) e a região de contato inferior dos munhões, que gera tensões por compressão, principalmente. Essas regiões merecem atenção na hora da otimização, que devem estar fora da região de interesse de otimização (região de exclusão), por se tratarem de furos de diâmetros e comprimentos padronizados.

**Figura 30:** Principais pontos de tensão (MPa)



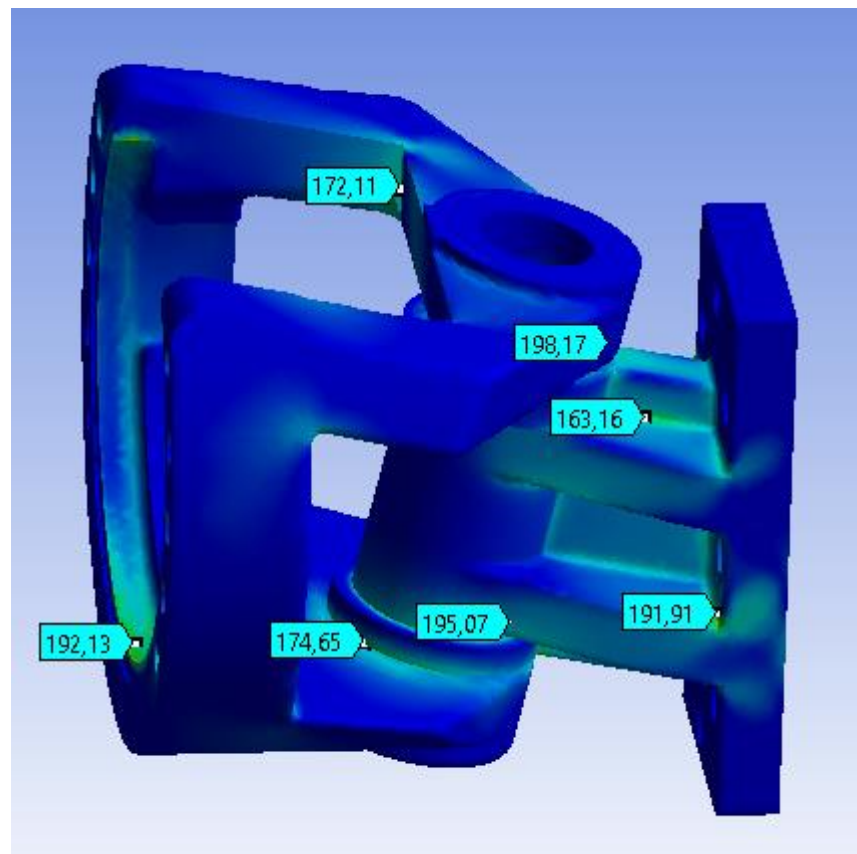
**Fonte:** Autoria própria

**Figura 31:** Principais pontos de tensão (MPa) – Vista frontal



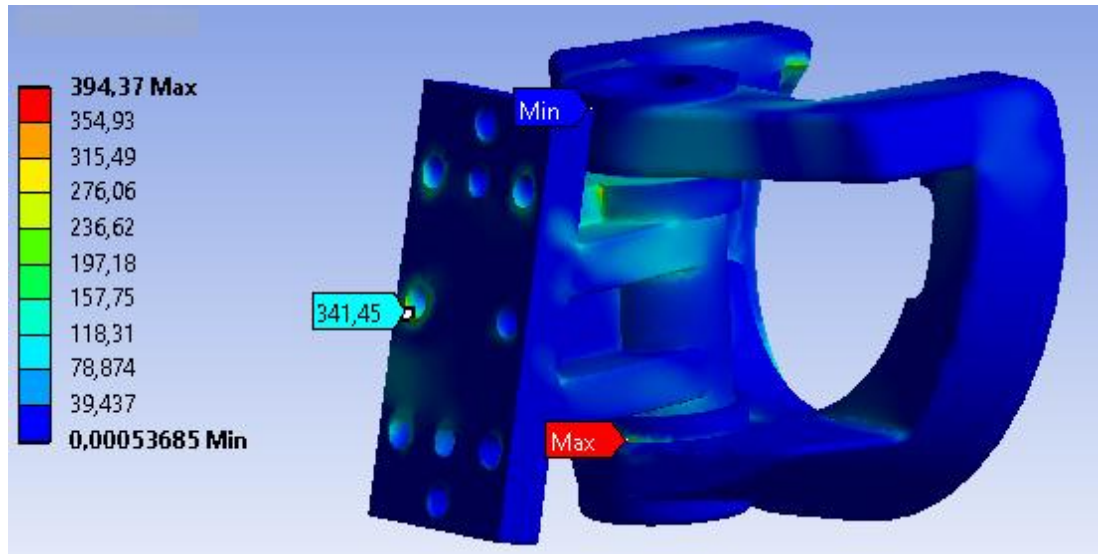
Fonte: Autoria própria

**Figura 32:** Principais pontos de tensão (MPa) – Vista lateral direita



Fonte: Autoria própria

**Figura 33:** Pontos críticos de tensão (MPa)

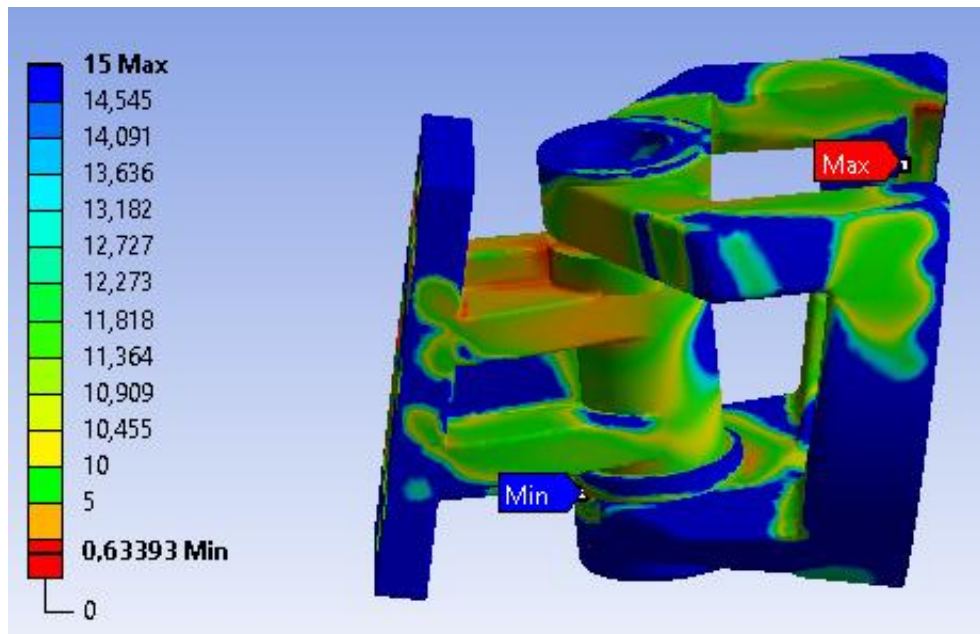


Fonte: Autoria própria

#### 4.2.2 FATORES DE SEGURANÇA

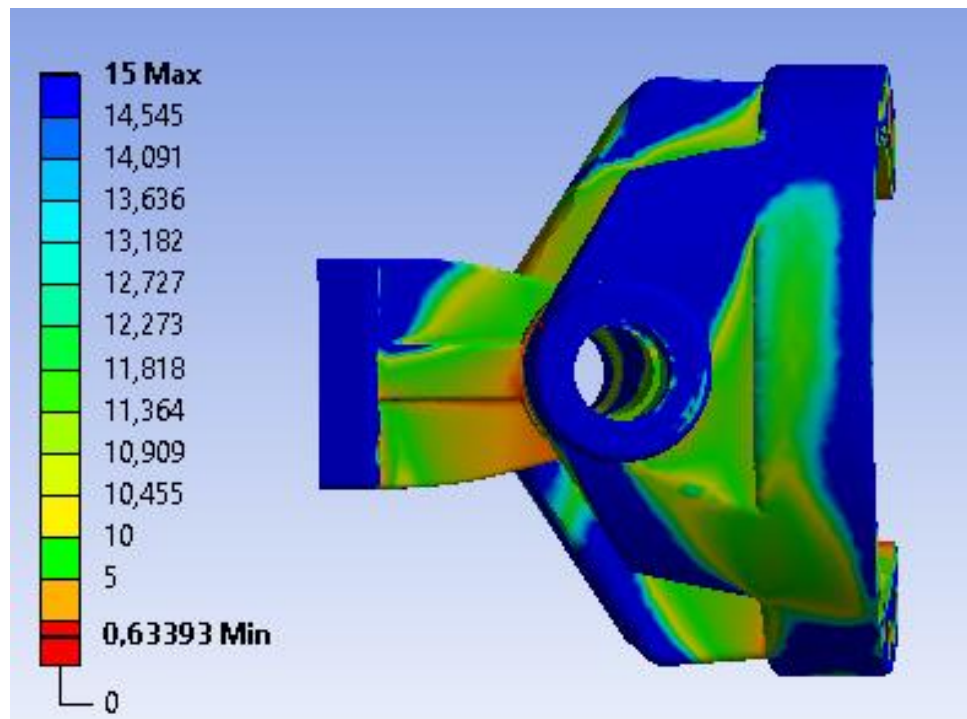
A ferramenta gráfica de fator de segurança disponível no *ANSYS* avalia o critério de falha por escoamento do material (comparação da tensão equivalente desenvolvida nos munhões e o valor da tensão de escoamento do material, o GGG40). Como por ser visualizado nas Figuras 34, 35, 36 e 37, as regiões que possuem o maior valor de fator de segurança (próximo de 15) são as áreas da chapa do munhão fixo, a alma do munhão fixo, região inferior do munhão móvel, braços superiores do munhão móvel e várias regiões adjacentes aos furos. Os pontos críticos, que possuem fator de segurança abaixo de 1 são os cantos arredondados, os ressaltos e entalhes presentes nos munhões. Nas regiões da interface dos furos com os parafusos, onde o coeficiente de segurança é mínimo, ocorre a plastificação do material, que são valores acima do limite de escoamento, mas abaixo do ponto de ruptura. Isso, no entanto, não implica em falha do material, visto que a região em questão se torna encruada, ou seja, região onde há aumento da resistência do material. Por isso, essas regiões foram excluídas do processo de otimização, necessitando de um redimensionamento. A Figura 38 indica o valor do coeficiente de segurança mais baixo na região dos furos.

**Figura 34:** Ilustração do fator de segurança para escoamento (vista lateral)



Fonte: Autoria própria

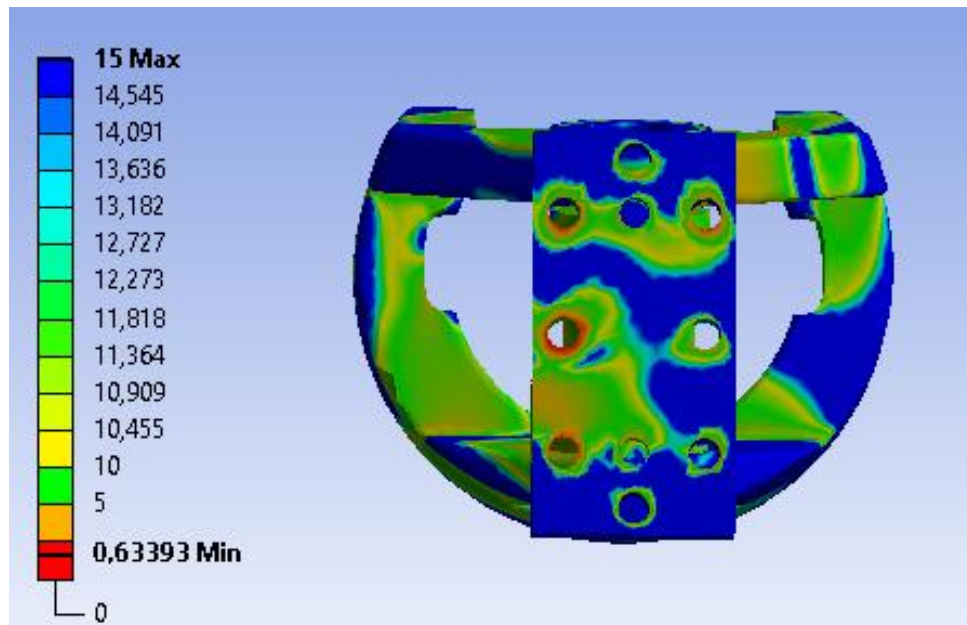
**Figura 35:** Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista inferior)



Fonte: Autoria própria

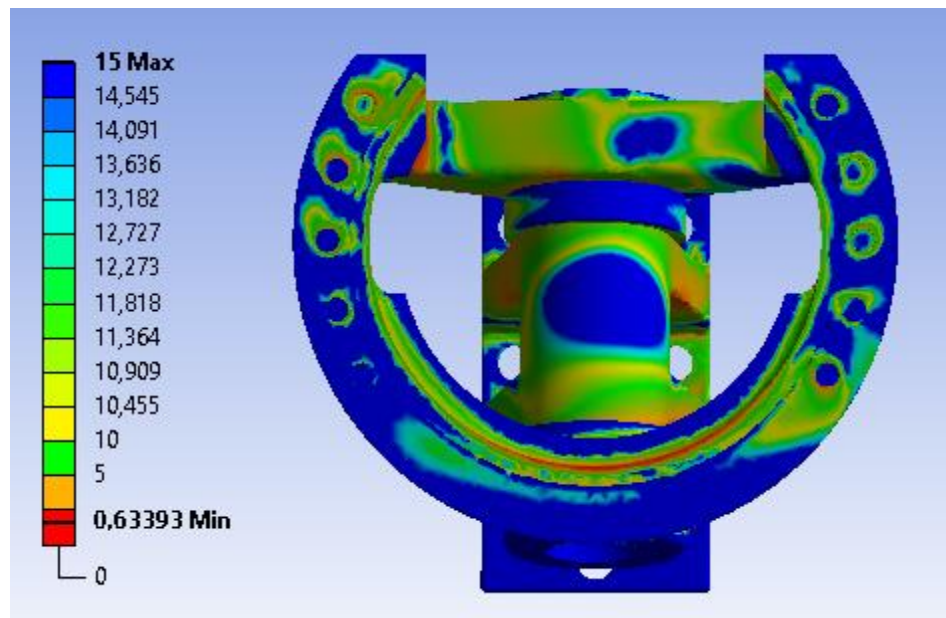


**Figura 36:** Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 1)



Fonte: Autoria própria

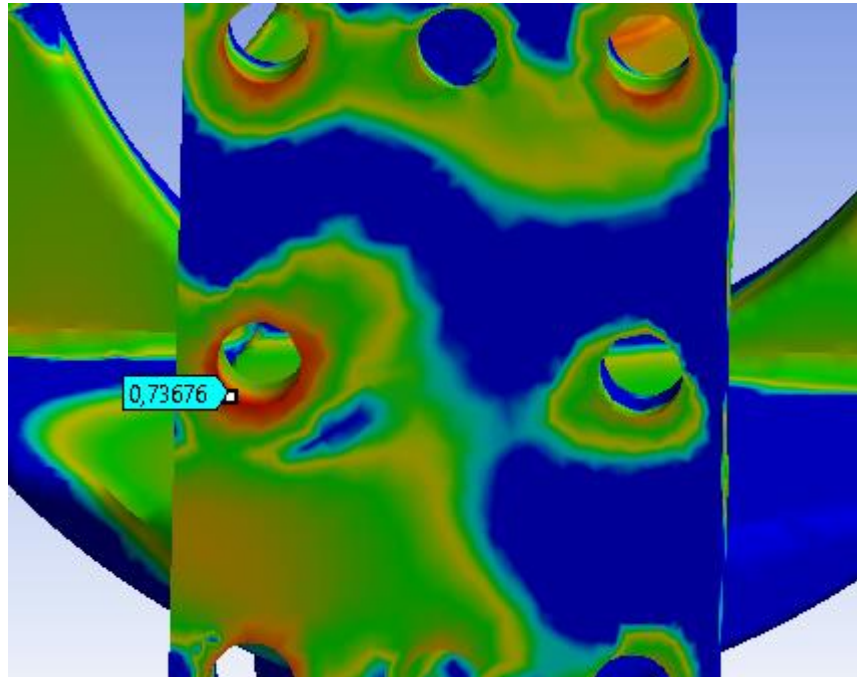
**Figura 37:** Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 2)



Fonte: Autoria própria



**Figura 38:** Ilustração do fator de segurança para o escoamento (vista frontal 3)



**Fonte:** Autoria própria

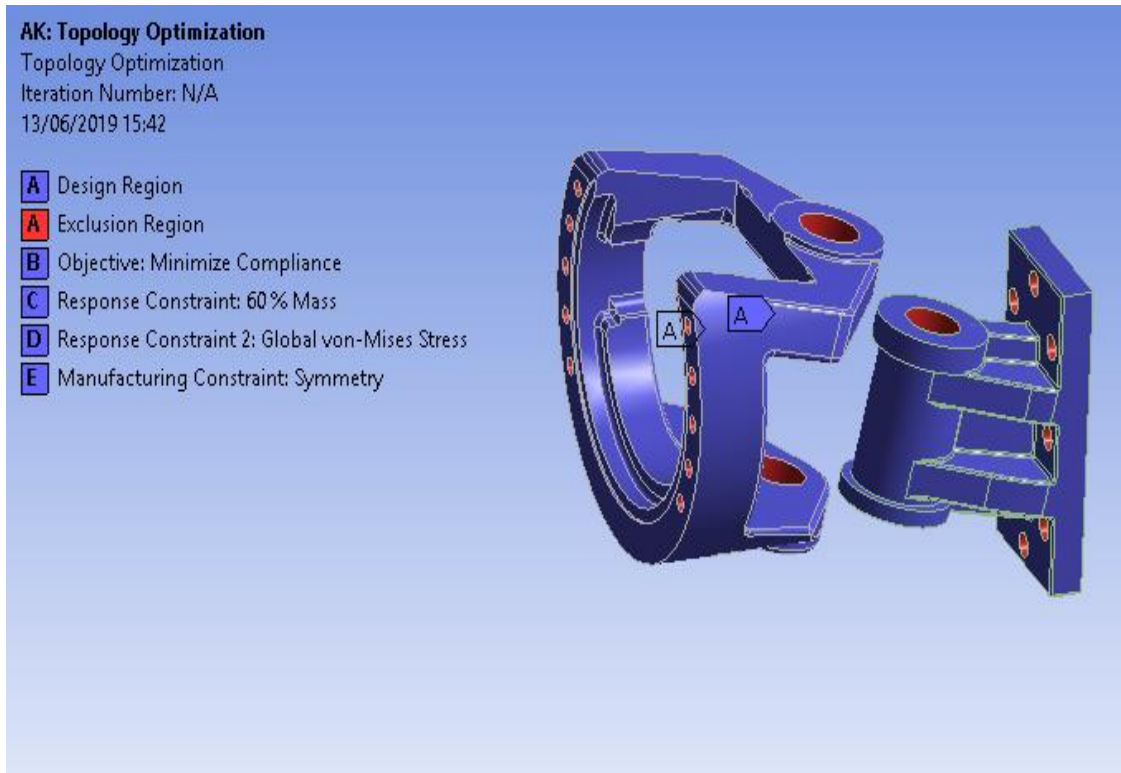
#### 4.3 OTIMIZAÇÃO TOPOLÓGICA DOS MUNHÕES

Como pode se observado por meio dos resultados da análise estrutural dos munhões, existe diversas regiões nos munhões em que o material está subutilizado.

Assim, uma forma mais adequada para a distribuição de material pode ser obtida através da utilização da otimização topológica.

Os seguintes critérios foram utilizados para obtenção da otimização topológica, como ilustra a Figura 39:

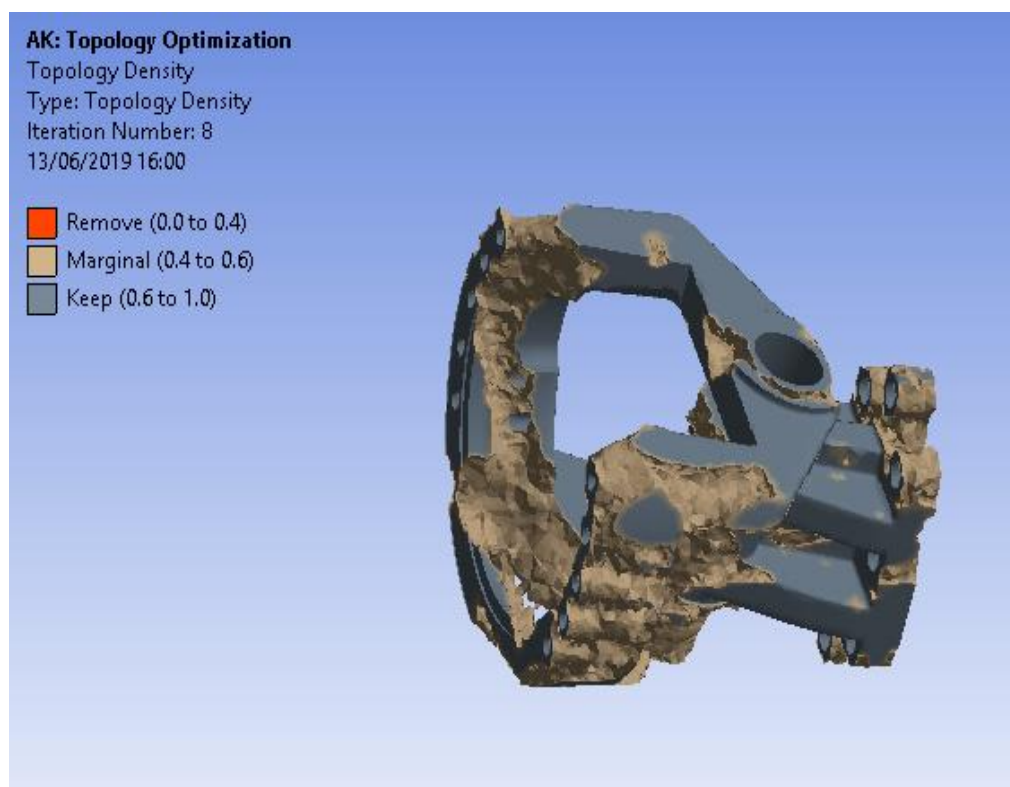
**Figura 39:** Critérios para otimização (vista explodida)



**Fonte:** Autoria própria

- Região de otimização (A) em azul: 2 corpos (Munhão fixo e móvel);
- Região de exclusão (A) em vermelho - (áreas dos munhões onde não devem ser otimizadas): Todos os furos dos parafusos de ambos os munhões e do cilindro;
- Função objetivo (B): “Minimize Compliance” (Aumentar a rigidez);
- Restrição de resposta 1 (C): Manter 60% da massa;
- Restrição de resposta 2 (D): Tensão de Von Mises não deve ultrapassar a tensão de 180 Mpa, para se ter um coeficiente de segurança mínimo de aproximadamente 1,4;
- Restrição de fabricação (E): Deve haver simetria de fabricação em relação a um plano longitudinal que divide os munhões simetricamente;

O resultado obtido com todas essas restrições de projeto está apresentado na Figura 40.

**Figura 40:** Solução topológica

**Fonte:** Autoria própria

O processo de solução da otimização topológica tem por objetivo a redistribuição de material, como criação de buracos, vãos e criação ou exclusão de elementos, respeitando as condições de projeto previamente estabelecidas. A solução apresenta, graficamente, 3 critérios para a análise final do projeto:

- 1 - Região de remoção de material;
- 2 - Região de transição, que pode ser ajustada;
- 3 - Região onde deve ser mantido material.

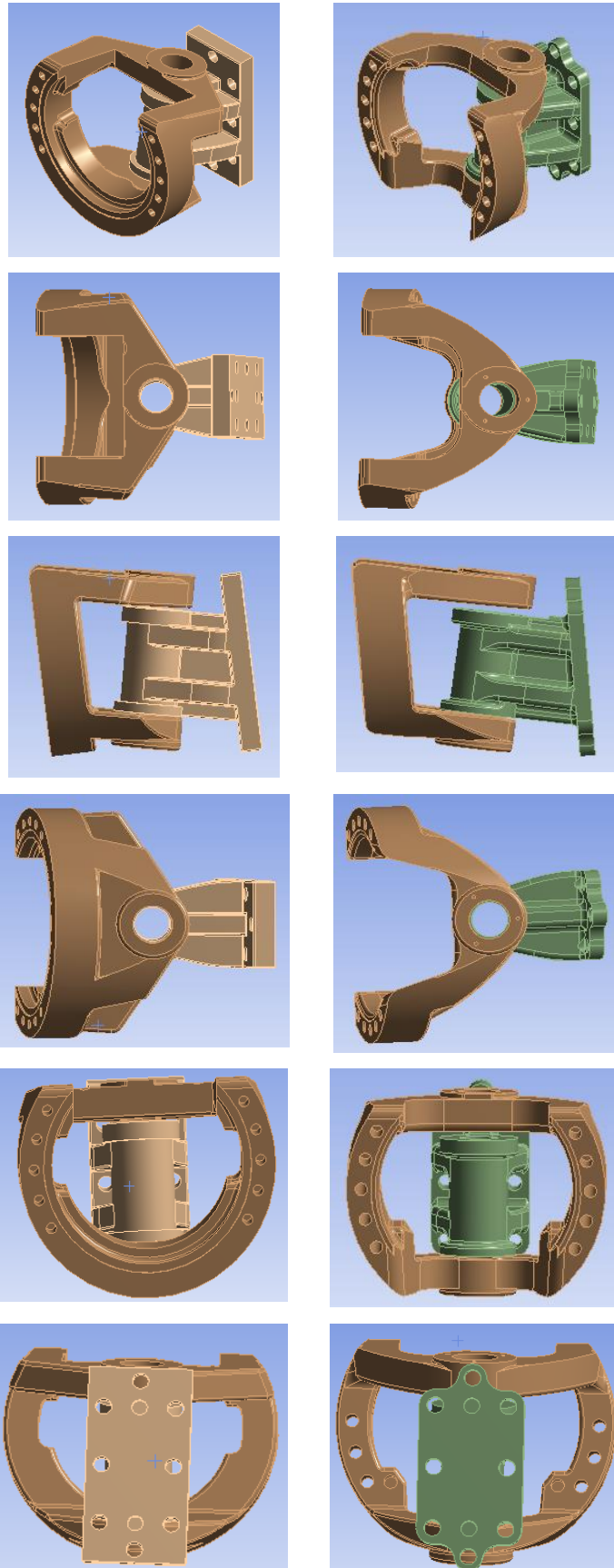
A quantidade de material a ser mantida (região marginal) depende do critério de escolha do projetista, de acordo com a confiabilidade geral de sua análise. Essa variação geométrica de material pode ser controlada, entre o valor mínimo (0.01) e máximo (0.99), sendo que o valor padrão é de 0.5, o qual foi considerado no projeto. (ANSYS TUTORIAL – Topology Density, 2016).

#### 4.3.1 REMODELAGEM E SUAUVIZAÇÃO DOS MUNHÕES

Devido a excessos de deformações nas peças após a processo de otimização, a suavização das mesmas através da ferramenta *SpaceClaim* do *ANSYS* se tornou inviável, pois como houve muita mudança no formato original dos munhões, os recursos de suavização não teriam efeitos significativos nas peças. Por isso, o software em CAD foi escolhido para o processo de remodelagem, seguindo o design obtido da otimização.

As principais regiões que passaram por reestruturação foram a base do munhão móvel, com criação de 2 braços de ligação com o furo, a redução da espessura e arredondamento mais suave dos braços superiores. O munhão fixo, por sua vez, passou a ter os filetes com maior raio de arredondamento, uma redução da espessura da chapa e alteração da forma quadrada da chapa, que teve remoção de material nas quinas, com arredondamentos. Um comparativo dos munhões originais com os remodelados pode ser visto na Figura 41, na ordem antes/depois.

**Figura 41:** Comparativo entre os munhões originais e otimizados

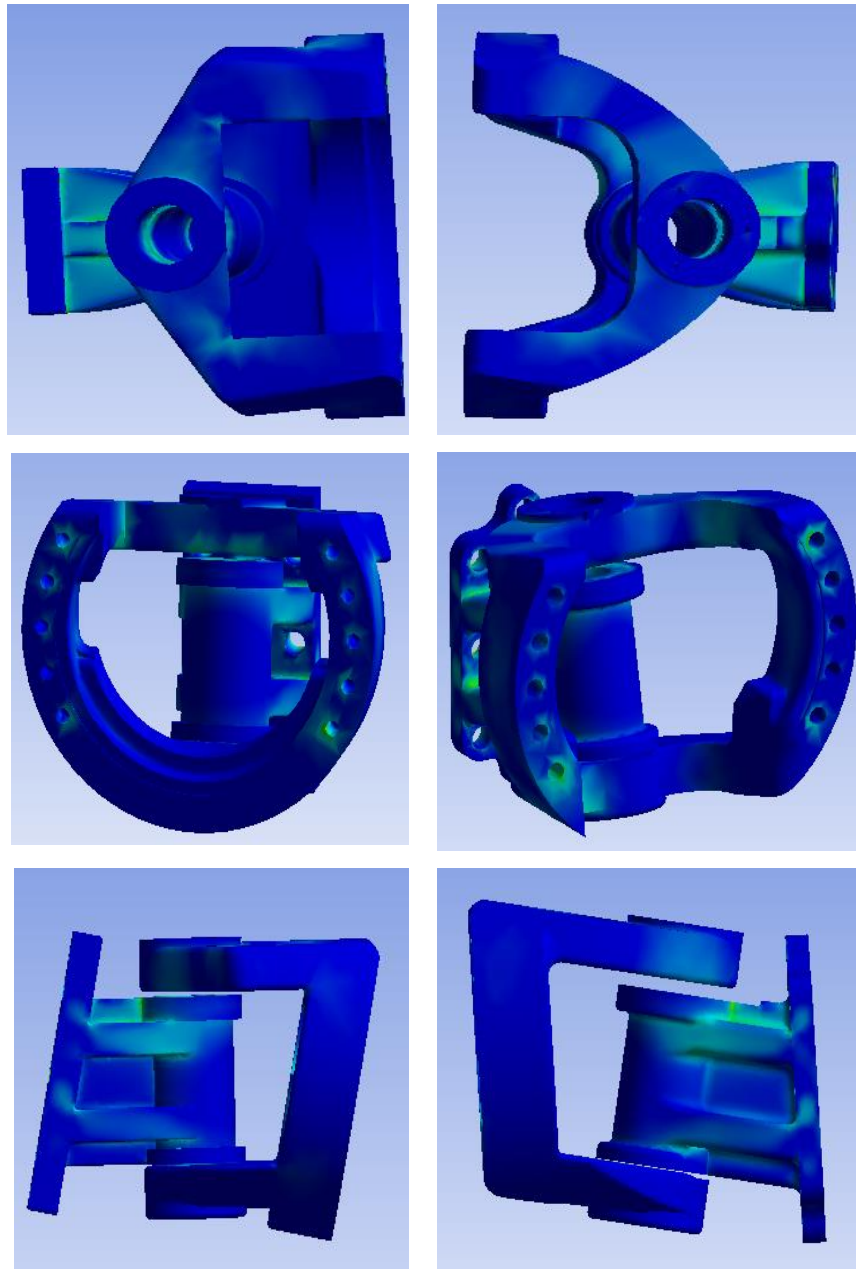


**Fonte:** Autoria própria

#### 4.4 VERIFICAÇÃO DO NOVO MODELO DE PEÇAS

Para realizar os testes de validação das novas estruturas dos munhões, passou-se por um novo processo de simulação, com os mesmos parâmetros de entrada iniciais, como malha, cargas, contatos e restrições. A Figura 42 e 43 apresentam a distribuição de tensões da nova simulação e a comparação das tensões desenvolvidas nos munhões originais.

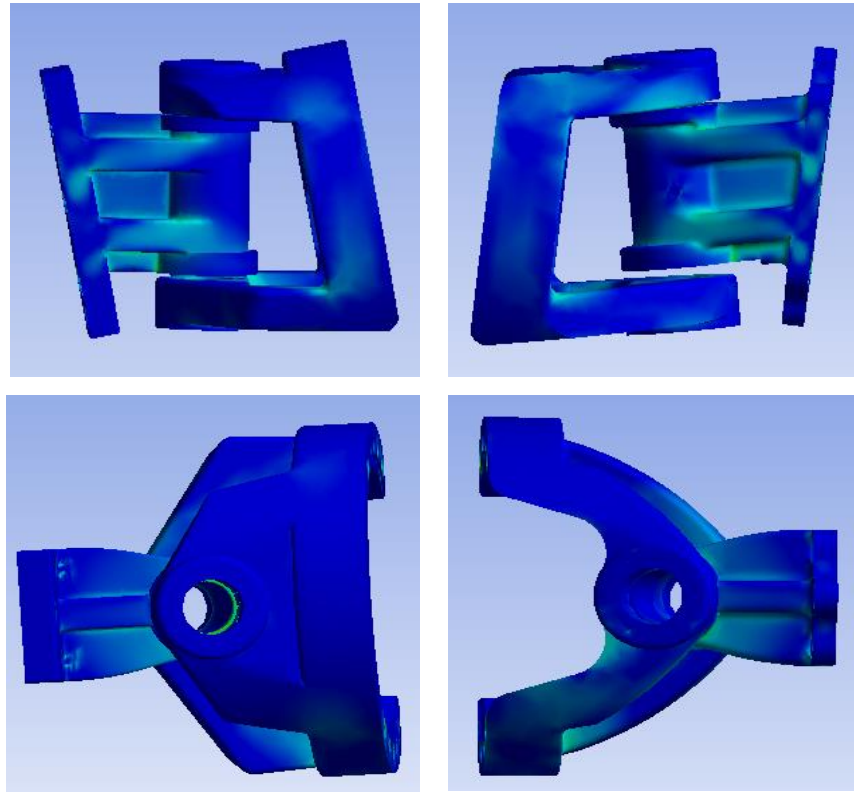
**Figura 42:** Distribuição de tensões (munhões originais/otimizados)



**Fonte:** Autoria própria



**Figura 43:** Distribuição de tensões (munhões originais/otimizados) (2)

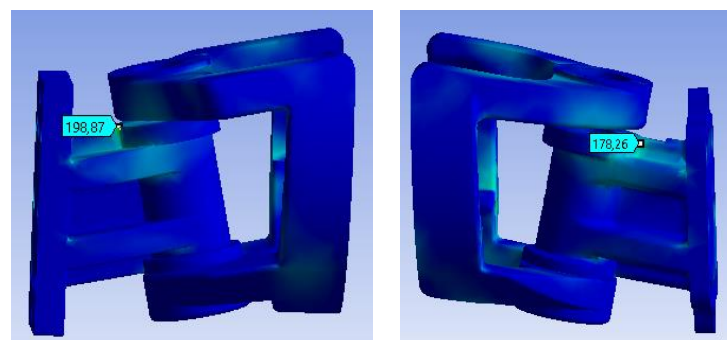


**Fonte:** Autoria própria

Como pode-se notar, os munhões otimizados apresentam maior uniformidade de distribuição das tensões, principalmente nas regiões críticas, onde havia certo “acúmulo” de tensões. Além disso, devido a menores variações angulares (maior suavidade geométrica dos novos munhões), houve ainda uma diminuição da tensão máxima de *Von Mises* na região do entalhe do munhão fixo, de aproximadamente 11%, como mostra a Figura 44, a seguir.

**Figura 44:** Máximas tensões nas regiões críticas

(a) Munhões originais (b) Munhões otimizados



(a)

(b)

**Fonte:** Autoria própria

A Tabela 2 resume os principais resultados da otimização, como redução da massa, tensões críticas e fatores de segurança.

**Tabela 2:** Síntese da otimização dos munhões

Elemento	Massa (Kg)		Tensão Max (MPa)		FS	
	Inicial	Otimizada	Inicial	Otimizada	Inicial	Otimizado
<b>Munhão móvel</b>	28,472	19,318	198,87	178,26	1,26	1,4
<b>Munhão fixo</b>	16,893	12,999				
<b>Total</b>	45,365	32,317	→ Redução de 28,8 % de massa			

**Fonte:** Autoria própria



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse projeto, foi desenvolvido uma análise estrutural estática dos munhões de eixo traseiro para colheitadeiras e sua otimização topológica que teve como resultado uma redução de aproximadamente 29% de massa.

Os métodos utilizados para atingir os objetivos especificados foram obtidos através de constantes pesquisas sobre o funcionamento desses eixos, de análise de elementos finitos e conhecimento adquirido durante o estágio, com a supervisão de um dos fabricantes dentro da empresa DSTRAC. A utilização da análise estrutural e otimização topológica poderia trazer ganhos significativos no aumento da resistência e redução mássica para eixos traseiros de colheitadeiras.

Os requisitos de projeto foram atendidos e as metas alcançadas. Contudo, a análise do projeto poderia ser melhorada com um processo de discretização da malha da estrutura mais densa, o que obteria maior precisão na solução do problema mas implicaria em maiores taxas de processamento e RAM de computadores.

A ferramenta de otimização topológica mostrou-se eficiente na resolução do problema, porém, devido às limitações de recursos computacionais, o tempo de resolução foi elevado, o que requereria máquinas mais eficientes para esse tipo de análise. Ainda assim, a ferramenta se mostrou viável e poderia ser aplicada a diversos tipos de problemas de engenharia.

Como sugestão para trabalhos futuros, poderiam ser feitas análises estruturais estáticas e dinâmicas, como estudo de fadiga em outros componentes do eixo, o que poderia aumentar a confiabilidade do eixo na operação dessas máquinas, como o pino de acoplamento, as chapas do pino, que são soldados, a viga do eixo e ainda as ligações parafusadas com suas respectivas otimizações.

## REFERÊNCIAS

ANSYS. Patch Independent Algorithm for Tetrahedrons Method Control, 2015. Disponível em: <[https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/wb\\_msh/msh\\_Patch\\_Ind\\_Algor.html](https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/wb_msh/msh_Patch_Ind_Algor.html)>, Acesso em: 04 de junho de 2019.

AZEVEDO, DOMINGOS. Análise Estrutural, 2015. Disponível em: <<http://www.domingosdeazevedo.com/mef/per/per2>>, Acesso em: 07 de Junho de 2019.

BATHE, K.J. **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. Prentice-Hall, 1982.

BELEGUNDU, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. **Optimization concepts and applications in engineering**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2011.

BUDYNAS, R.G. **Elementos de máquinas de Shigley** 8ª ed. 2011.

Bruns, T.E, Sigmund. O, 2004. “Toward the topology design of mechanisms that exhibit snap-through behavior”, **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.**, Vol. 193.

Bruyneel M., Duysinx P., Fleury C., 2002, “A family of MMA approximations for structural optimization”, **Struct Multidisc. Optim.**, Vol. 24, pp. 263-276.

CARDOSO, E. L. **Otimização topológica de transdutores piezelétricos considerando não-linearidade geométrica**. 2005. 189 f. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

CRIZAM, Leonardo. **Dimensionamento e otimização estrutural da suspensão traseira de um veículo fora de estrada tipo mini baja sae**. 2018. 64 f. Trabalho de conclusão de curso-UTFPR-GP, 2018.

DASSAULT SYSTEMES. Ajuda do SolidWorks. Critério de tensão de Von Mises máxima, 2012. Disponível em: <[http://help.solidworks.com/2012/portuguese-brazilian/SolidWorks/cworks/prot\\_vonm.htm?id=3abc3d3ea83d4d8fb9cc776007bd04da](http://help.solidworks.com/2012/portuguese-brazilian/SolidWorks/cworks/prot_vonm.htm?id=3abc3d3ea83d4d8fb9cc776007bd04da)>, Acesso em: 15 de Julho de 2019.

DSTRAC. Página Institucional, 2017. Disponível em: <http://dstrac.com.br>>, Acesso em: 20 de Maio de 2019.

GILMAR. Tese-PUC-RIO. Método numérico - cap. 4, 2009. Disponível em: <[http://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0711111\\_09\\_cap\\_04.pdf](http://www2.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/0711111_09_cap_04.pdf)>, Acesso em: 12 de Agosto de 2019.

Haftka e Gurdal, 1996, **Elements of Structural Optimization**, Kluwer Academic Publishers, Boston.

HARDIKAR, SACHIN. **Taking the metal out of the pedal**. Ansys advantage. 2018.

HASSANI, B.;HINTON, E. **Homogenization and Structural Topology Optimization**. Springer, 1999.

HUGHES, T.J.R. **The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Analysis**. Prentice-Hall, 1987.

INFOMET. Ferros Fundidos Dúcteis ou Nodulares, especificações e propriedades do ferro fundido nodular, 1988. Disponível em:< <https://www.infomet.com.br/site/acos-e-ligas-conteudo-ler.php?codConteudo=164>> Acesso em: 09 de Junho de 2019.

LOPES, HENRIQUE. O método dos elementos finitos, 2018. Disponível em: < <https://tecmecc.org.br/o-metodo-dos-elementos-finitos/> >, Acesso em: 26 de Junho de 2019.

MEF TUTORIAL. Introdução ao MEF. Aula 5222 – poli.usp. Disponível em: <<http://sites.poli.usp.br/d/PMR5222/MEFtutorial.pdf>>, Acesso em: 07 de Junho de 2019.

MASSEYFERGUSON. Página institucional. Especificação Produto, MF 6690. Disponível em:<<http://www.masseyferguson.com.br/assets/especificacaoProduto/FOP%20Folhet%C3%A3o%20MF%20Colheitadeiras%20Hibridas%20-%20baixa.pdf>> Acesso em: 13 de Junho de 2019.

MIRLISENNA, GIUSEPPE. Método dos Elementos Finitos: O que é?- ESSS, 2019. Disponível em: <<https://www.esss.co/blog/metodo-dos-elementos-finitos-o-que-e>>, Acesso em: 07 de Junho de 2019.

MOREIRA, L.A. Notas dos cursos EM421 (Resistência dos Materiais I) e EM525 (Resistência dos Materiais II). DPM/FEM/UNICAMP.

MUD HOG. Product Information, 2017. Disponível em: <https://mudhog.com/product-info/>, Acesso em: 05 de Julho de 2019.

NORTON, R.L. **Projeto de máquinas** 4ª ed. 2013

PASIFER. Aços especiais. Disponível em: <<https://www.pasifer.com.br/produtos/ferro-fundido-cinzeno-abnt-fc200-din-gg20-nodular-fe45012-ggg40.php>> Acesso em: 06 de maio de 2019.

PRZEMIENIECKI, T.S. **Theory of Matrix Analysis**. Dover Publications, 1968.

RIBEIRO, Amarolina. "O que é agricultura?"; *Brasil Escola*. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/o-que-e/geografia/o-que-e-agricultura.htm>>. Acesso em 08 de abril de 2019.

SEGERLIND, L.J. **Applied Finite Element Analysis**. John Wiley, 1976.

SCIENCE DIRECT. Topology Optimization. Structural Design Sensitivity Analysis, 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/topics/engineering/topology-optimization>>, Acesso em: 16 de Julho de 2019.

SPECTRU. Página Institucional. Ferro Fundido Nodular. Disponível em: <<http://www.spectru.com.br/Metalurgia/Nova%20pasta2/nodular.pdf>> Acesso em: 09 de Junho de 2019.

TIMONSHENKO, S.P., GOODIER, J.N. **Teoria de Elasticidade**. Guanabara Dois, 1980.

VENTTURAZZI, RAFAEL. Otimização Topológica: Como reduzir custos com matéria-prima e superar a crise – ESSS. Disponível em: < <https://www.esss.co/blog/otimizacao-topologica-como-reduzir-custos-com-materia-prima-e-superar-a-crise/>>, Acesso em: 26 de Junho de 2019.

ZIENKIEWICZ, O.C. **The Finite Element Method in Engineering Science**. McGrawHill, 1988.

Zhou Y-H, Tzou H., S., 2000, "Active Control of Nonlinear Piezoelectric Circular Shallow Spherical Shells". *International Journal of Solid and Structures*, Vol. 37, pp. 1663-1677.