

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**AMANDA VALANDRO  
DÂMARIS THAISE TROMBETTA**

**ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS – APLICAÇÃO DO  
PARÂMETRO DE INSTABILIDADE  $\alpha$  E PROCESSO P-DELTA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PATO BRANCO**

**2016**

**AMANDA VALANDRO  
DÂMARIS THAISE TROMBETTA**

**ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS – APLICAÇÃO DO  
PARÂMETRO DE INSTABILIDADE  $\alpha$  E PROCESSO P-DELTA**

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, *Câmpus* Pato Branco.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Heloíza Aparecida Piassa Benetti.

Co-orientador: Prof. Dr. Gustavo Lacerda Dias.

PATO BRANCO

2016



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL



## TERMO DE APROVAÇÃO

### ESTABILIDADE GLOBAL DE EDIFÍCIOS – APLICAÇÃO DO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE $\alpha$ E PROCESSO P-DELTA

AMANDA VALANDRO  
DÂMARIS THAISE TROMBETTA

No dia 20 de junho de 2016, às 8h15min, na Sala de Treinamento da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, conforme Ata de Defesa Pública nº 03-TCC/2016.

Orientador: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. HELOIZA PIASSA BENETTI (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof. Msc. PAULO CEZAR VITORIO JUNIOR (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 2 da Banca: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. PAÔLA REGINA DALCANAL (DACOC/UTFPR-PB)

## RESUMO

TROMBETTA, Dâmaris T.; VALANDRO, Amanda. **Estabilidade global de edifícios – aplicação do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e processo P-Delta**. 2016. 100f. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil), Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2016.

Com o aumento da esbeltez dos elementos estruturais, possibilitada pela utilização de novos materiais, o estudo da estabilidade global tornou-se indispensável na concepção de projetos estruturais. São vários os fatores que influenciam a estabilidade global das estruturas, dentre eles pode-se destacar as cargas atuantes e a rigidez dos elementos que compõem a estrutura. Três são os parâmetros mais utilizados para avaliação da estabilidade global da estrutura: parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , coeficiente  $\gamma_z$  e o processo P-Delta. No dimensionamento de estruturas, é indispensável a análise de sua estabilidade e a consideração, além das solicitações iniciais, também dos momentos decorrentes dos deslocamentos sofridos pela estrutura por ação desse carregamento, que caracterizam os efeitos de segunda ordem, ou seja, aqueles que surgem quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada da estrutura. Para a determinação destes efeitos, deve ser considerado o comportamento não linear dos materiais. Este trabalho apresenta o estudo, do mesmo modelo de edifício com diferentes alturas, feito com a utilização do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  para classificar a estrutura em nós fixos ou móveis, permitindo avaliar a necessidade ou não da consideração dos efeitos de segunda ordem, e o processo P-Delta para avaliar a magnitude dos esforços de segunda ordem.

**Palavras-chave:** Efeitos de segunda ordem. Estabilidade global. Parâmetro de instabilidade  $\alpha$ . Processo P-Delta.

## ABSTRACT

TROMBETTA, Dâmaris T.; VALANDRO, Amanda. **Global stability of buildings – application of alpha instability parameter and P-Delta method**. 2016. 100f. Monograph (Civil Engineering) – Federal Technological University of Paraná. Pato Branco, 2016.

With the increase of the slenderness of the structural elements, made possible by the use of new materials, the study of global stability became indispensable in the design of structural projects. There are many factors that affect the global stability of structures, among it can highlight the acting loads and the hardness of the elements that compose the structure. There are three most used parameters in the evaluation of the global stability of structures: alpha instability parameter, coefficient  $\gamma_z$  and P-Delta method. In the design of structures, it is essential the stability analysis and the consideration, besides the initial requests, also of the bending moments resulting from the displacement suffered by the structure from the action of this loads, featuring the second order effects, that is, those that arise when the balance analysis shall be performed considering the deformed configuration of the structure. To determine these effects the nonlinear behavior of materials has to be considered. This paper presents the study of the same building model but different heights, conducted using the alpha instability parameter to classify the structure in fixed or mobile nodes, allowing to assess the whether or not of the consideration of second order effects, and the P-Delta method to assess the magnitude of the second order efforts.

**Keywords:** Second order effects. Global stability. Alpha instability parameter. P-Delta method.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01 – Configurações: inicial e deformada .....	16
Figura 02 – Efeitos globais de segunda ordem .....	17
Figura 03 – Efeitos locais de segunda ordem .....	17
Figura 04 – Diagrama tensão-deformação linear .....	20
Figura 05 – Diagrama tensão-deformação não linear .....	20
Figura 06 – Reações na barra deformada.....	23
Figura 07 – Modelo simplificado da estrutura de um edifício .....	24
Figura 08 – Produto de rigidez equivalente para uma estrutura qualquer .....	25
Figura 09 – Efeitos de segunda ordem P- $\Delta$ e P- $\delta$ .....	29
Figura 10 – Forças horizontais fictícias .....	32
Figura 11 – Iterações do processo P-Delta .....	33
Figura 12 – Modelo com três pavimentos .....	43
Figura 13 – Modelo com oito pavimentos.....	44
Figura 14 – Isopletas da velocidade básica $V_0$ (m/s).....	49
Figura 15 – Malha das lajes .....	56
Figura 16 – Deslocamentos do modelo 3PAV com vento atuando a $0^\circ$ .....	62
Figura 17 – Deslocamentos do modelo 3PAV com vento atuando a $90^\circ$ .....	62
Figura 18 – Deslocamentos do modelo 8PAV com vento atuando a $0^\circ$ .....	63
Figura 19 – Deslocamentos do modelo 8PAV com vento atuando a $90^\circ$ .....	63
Figura 20 – Caso de análise P-Delta.....	66
Figura 21 – Cargas inclusas no caso P-Delta .....	67
Figura 22 – Aplicação dos ventos na estrutura .....	68
Figura 23 – Posição do Pilar P23 na estrutura .....	71
Figura 24 – Posição do Pilar P22 nos modelos.....	73
Figura 25 – Posição do Pilar P21 nos modelos.....	75
Figura 26 – Momentos fletores do pilar 06 para a combinação 3.....	80
Figura 27 – Momentos fletores do pilar 06 para a combinação 4.....	83
Figura 28 – Esforços axiais nos pilares.....	86
Figura 29 – Planta de fôrma dos pavimentos .....	95
Figura 30 – Planta do edifício e sua modelagem .....	98
Figura 31 – Carregamentos na posição inicial e deslocamentos obtidos.....	98
Figura 32 – Deslocamentos e momento fletor final .....	99
Figura 33 – Carregamentos e seção do pilar .....	100

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01 – Resumo das cargas verticais da estrutura .....	48
Quadro 02 - Parâmetros meteorológicos para determinação de $S_2$ .....	50
Quadro 03 – Layers criados .....	57
Quadro 04 – Valores de $\alpha$ dos modelos em estudo .....	69

## LISTA DE TABELAS

Tabela 01 – Valor do fator $S_2$ para os modelos analisados.....	51
Tabela 02 – Velocidade característica do vento ( $V_k$ ).....	51
Tabela 03 – Pressão dinâmica do vento .....	52
Tabela 04 – Coeficiente de arrasto .....	53
Tabela 05 – Coeficiente de arrasto .....	53
Tabela 06 – Pilar P23 (canto).....	72
Tabela 07 – Pilar P22 (extremidade).....	74
Tabela 08 – Pilar P21 (intermediário).....	76
Tabela 09 – Prumada de pilares do modelo 8PAV e 3PAV .....	78
Tabela 10 – Prumada de pilares do modelo 8PAV e 3PAV .....	81
Tabela 11 – Esforços axiais no modelo 8PAV.....	85
Tabela 12 – Esforços de momento fletor nos modelos 8PAV e 3PAV .....	87



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
1.1 OBJETIVOS .....	13
1.1.1 Objetivo Geral .....	13
1.1.2 Objetivos Específicos .....	13
1.2 JUSTIFICATIVA .....	13
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>15</b>
2.1 ESTABILIDADE GLOBAL DE ESTRUTURAS .....	15
2.1.1 Efeitos de Segunda Ordem .....	15
2.1.1.1 Efeitos globais de segunda ordem .....	16
2.1.1.2 Efeitos locais de segunda ordem .....	17
2.1.1.3 Efeitos localizados de segunda ordem .....	18
2.1.2 Estrutura de Nós Fixos e Estrutura de Nós Móveis .....	18
2.2 PARÂMETROS DE ESTABILIDADE GLOBAL .....	19
2.2.1 Não Linearidade Física (NLF) .....	19
2.2.2 Não Linearidade Geométrica (NLG) .....	22
2.2.3 Parâmetro de Instabilidade $\alpha$ .....	24
2.2.4 Coeficiente $\gamma z$ .....	26
2.3 ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM .....	28
2.3.1 Processos de Análise de Segunda Ordem .....	29
2.3.1.1 Processos rigorosos ou exatos .....	29
2.3.1.2 Processos aproximados .....	30
2.3.1.3 Processos simplificados .....	31
2.3.2 Método da Carga Lateral Fictícia – Processo P-Delta .....	31
2.4 FATORES QUE INFLUENCIAM NA ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS .....	34
2.4.1 Cargas Atuantes na Estrutura .....	34
2.4.1.1 Cargas horizontais .....	34
2.4.1.2 Cargas verticais .....	35
2.4.2 Rigidez da Estrutura .....	35
2.5 AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA .....	35
2.5.1 Ações Permanentes .....	36
2.5.2 Ações Variáveis .....	36
2.5.2.1 Ação do vento .....	37
<b>3 METODOLOGIA DA PESQUISA</b> .....	<b>39</b>
3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA .....	39
3.2 MÉTODO DA PESQUISA .....	40
<b>4 ESTUDO DE CASO</b> .....	<b>42</b>
4.1 ESTRUTURA UTILIZADA NO ESTUDO .....	42
4.1.1 Modelos Estudados .....	43
4.1.2 CARACTERÍSTICAS DOS MODELOS .....	44
4.2 CARGAS ATUANTES CONSIDERADAS .....	46
4.2.1 Carregamento Vertical .....	46
4.2.1.1 Peso próprio .....	46
4.2.1.2 Revestimento das lajes .....	46
4.2.1.3 Alvenaria .....	47
4.2.1.4 Sobrecarga de utilização .....	47
4.2.2 Carregamento Horizontal .....	48
4.2.2.1 Carga de vento .....	48

4.2.2.1.1 <i>Incidência do vento a 0°</i> .....	52
4.2.2.1.2 <i>Incidência do vento a 90°</i> .....	53
4.2.3 Combinações de Ações.....	54
4.3 SOFTWARE SAP2000 .....	55
4.3.1 ROTEIRO DA MODELAGEM.....	55
4.3.2 Lajes pelo Método dos Elementos Finitos .....	55
4.3.3 Elemento Rígido .....	56
4.3.4 Criação de Layers .....	57
4.3.5 Importação da Estrutura para o <i>Software</i> SAP2000.....	57
4.3.6 Definição do Material.....	58
4.3.7 Definição das Seções.....	58
4.3.8 Lançamento e Combinação das Cargas .....	58
4.3.9 Constante de Torção .....	59
4.3.10 Não Linearidade Física.....	59
4.4 ANÁLISE DO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE A PARA OS MODELOS ADOTADOS .....	59
4.5 APLICAÇÃO DO PROCESSO P-DELTA .....	65
4.5.1 Consideração dos Efeitos P-Delta no SAP2000.....	66
<b>5 RESULTADOS E ANÁLISES .....</b>	<b>68</b>
5.1 PARÂMETRO DE INSTABILIDADE $\alpha$ .....	68
5.2 PROCESSO P-DELTA .....	69
5.2.1 Estudo dos Pilares .....	70
5.2.2 Estudo das Vigas .....	86
<b>6 CONCLUSÃO .....</b>	<b>88</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>
<b>ANEXO A - PLANTA DE FORMAS DO EDIFÍCIO EM ESTUDO.....</b>	<b>96</b>
<b>APENDICE A - VALIDAÇÃO DO PROCESSO P-DELTA.....</b>	<b>98</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A análise estrutural consiste na verificação do comportamento da estrutura à medida que as cargas e ações nela atuam, determinando os esforços e deslocamentos nos elementos da estrutura e nela como um todo. Com o avanço tecnológico, atualmente essa análise é feita com o auxílio de ferramentas computacionais, o que proporciona maior segurança e agilidade, quando realizada por um profissional que compreenda o seu procedimento de cálculo.

A utilização de uma ferramenta computacional, quando feita de maneira responsável e criteriosa, traz enormes vantagens à elaboração de um projeto, tais como: produtividade, qualidade e segurança (KIMURA, 2007). Há algum tempo, não era possível calcular um edifício mais de uma vez, hoje em dia, tais ferramentas possibilitam que um mesmo projeto seja simulado diversas vezes, resultando em uma estrutura mais eficiente e otimizada.

Durante a elaboração de um projeto estrutural, a análise de sua estabilidade global é uma etapa fundamental. Esta análise visa certificar a segurança da estrutura como um todo, ou qualquer parte isolada dela, de modo que nunca atinja o estado limite último de instabilidade, situação que representa a perda da capacidade resistente da estrutura, causada pelo aumento das deformações.

As estruturas, ao se deformarem, em função das cargas horizontais e verticais, são afetadas pelos chamados esforços globais de segunda ordem, que devem ser avaliados e quantificados.

A análise dos efeitos de segunda ordem global de edifícios é, atualmente, indispensável. Entre os vários motivos, pode-se destacar o avanço na tecnologia do concreto. A elaboração de concretos de alta resistência possibilitou a execução de edifícios mais esbeltos e arrojados, o que torna os efeitos de segunda ordem ainda mais significativos, sendo sua análise imprescindível para propiciar a devida segurança à estrutura.

A análise da estabilidade global da estrutura de um edifício avalia a resposta da mesma em relação aos efeitos de segunda ordem. Estes são efeitos adicionais à estrutura, que são gerados a partir de sua posição deformada e que tendem a desestabilizar a edificação. Segundo a NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento (ABNT, 2014), esses efeitos devem ser considerados

sempre que representarem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes na estrutura.

A complexidade que está por trás dessa análise, deve-se ao fato de o concreto armado apresentar um comportamento não linear relacionado à sua constituição, chamado de não linearidade física, e por apresentar comportamento não linear relacionado à sua geometria, chamado de não linearidade geométrica. Tais efeitos podem ser determinados através de uma análise na qual se considera a estrutura na sua configuração final de equilíbrio (PINTO, 2002).

Para realizar a análise dos efeitos de segunda ordem global da estrutura, alguns parâmetros podem ser utilizados. Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e o coeficiente  $\gamma_z$  são capazes de verificar se a estrutura deve ser classificada como de nós fixos, e assim dispensar a consideração dos efeitos de segunda ordem, ou de nós móveis, neste caso, deve-se analisar tais efeitos. Quando constatada a necessidade da consideração desses efeitos, utiliza-se o processo P-Delta.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), o coeficiente  $\gamma_z$  é válido para estruturas com no mínimo quatro andares, sendo este capaz de avaliar a magnitude dos esforços de segunda ordem. Já, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é válido para edifícios de qualquer número de pavimentos porém, não estima os efeitos de segunda ordem.

Quando constatada a necessidade de se levar em conta os efeitos de segunda ordem globais e quando o cálculo deve ser mais preciso, utiliza-se o processo P-Delta. Este processo desenvolve aproximações que simplificam o cálculo, considerando a estrutura em sua condição geométrica inicial, substituindo a deformação da estrutura por cargas horizontais adicionais, como será abordado mais adiante neste trabalho.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo principal, o estudo da estabilidade global de edifícios, através da aplicação do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do processo P-Delta.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Realizar uma revisão bibliográfica sobre a estabilidade global de edifícios em concreto armado;
- Analisar a estabilidade global de um modelo de edifício por meio do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do processo P-Delta, detalhando a sequência de operações para obter a análise de estabilidade global;
- Realizar uma discussão dos efeitos globais de segunda ordem da estrutura;
- Efetuar estudos comparativos sobre a influência da variação do número de pavimentos sobre a estabilidade global de edifícios.

## 1.2 JUSTIFICATIVA

O grande avanço tecnológico propiciou, nos últimos anos, um estudo mais detalhado das estruturas de concreto armado. A disseminação de programas de cálculo e análise estrutural tem permitido que o cálculo da estrutura leve em consideração o seu comportamento de forma global, representando a estrutura de forma cada vez mais realista.

Esse avanço teve e tem um papel importante na engenharia de estruturas, influenciando de forma direta e significativa na maneira como os projetos estruturais de edifício de concreto são hoje elaborados (KIMURA, 2007).

A verificação da estabilidade global é um requisito importante na elaboração de projetos de edifícios de concreto armado e visa garantir a segurança da estrutura

perante o estado limite último de instabilidade (MONCAYO, 2011). Essa verificação é realizada através de coeficientes chamados de parâmetros de estabilidade global.

A análise da estabilidade global de estruturas pode ser realizada utilizando o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  para classificar a estrutura, o coeficiente  $\gamma_z$  para classificar e estimar os efeitos globais de segunda ordem de maneira simplificada e, ainda, o processo P-Delta, que estima de maneira mais aproximada os efeitos de segunda ordem globais.

A análise computacional do comportamento de uma estrutura ainda é uma questão recente. Apesar de os programas processarem as informações de maneira independente e rápida, o engenheiro desempenha o principal papel no dimensionamento e análise da estrutura. Por este motivo dá-se a importância do estudo e compreensão da forma como essa análise é feita através de programas.

O presente trabalho visa estudar a aplicação desses parâmetros na análise da estabilidade global de edifícios de concreto armado, utilizando o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  para classificar a estrutura e o processo P-Delta para estimar os efeitos de segunda ordem globais. Assim, este trabalho se torna viável através do emprego de métodos de cálculos já conhecidos e através da utilização do software SAP2000, que é um programa utilizado para análise estrutural.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O concreto armado é um material muito utilizado na construção civil, possuindo diversas características que favorecem o seu grande emprego, dentre elas, destaca-se a sua elevada resistência à compressão (resistida pelo concreto) e à tração (resistida pelo aço), além de ser um material historicamente difundido entre os materiais de uso estrutural.

O concreto armado é definido como sendo “a união do concreto simples e de um material resistente à tração (envolvido pelo concreto) de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes” (BASTOS, 2015).

Durante a elaboração de um projeto estrutural em concreto armado, a análise da estabilidade global é muito importante, pois ela trata da estrutura como um todo, ajudando a garantir a segurança da mesma.

Para fazer a verificação da estabilidade global, são utilizados alguns parâmetros, denominados de parâmetros de estabilidade global, além do conhecimento de outros conceitos utilizados para a compreensão da análise da estabilidade global. Essas definições serão abordadas no decorrer deste trabalho.

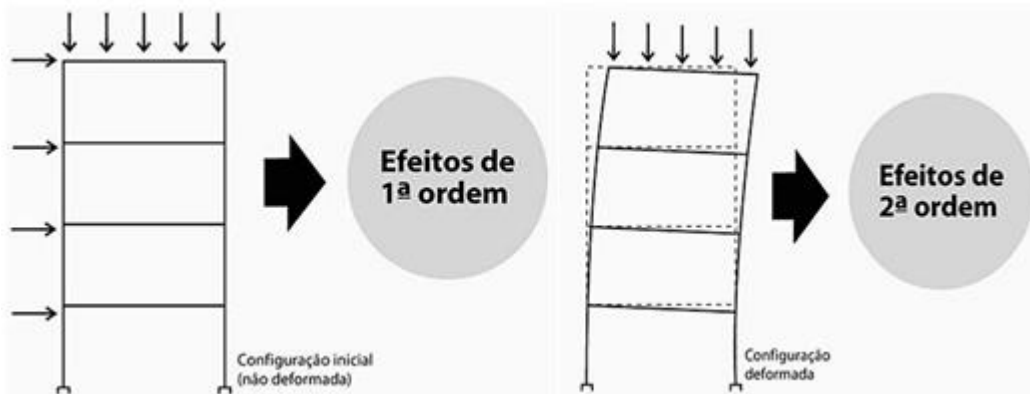
### 2.1 ESTABILIDADE GLOBAL DE ESTRUTURAS

No dimensionamento de estruturas, é indispensável a análise de sua estabilidade e a consideração, além das solicitações iniciais, devidas às cargas aplicadas à estrutura, também dos momentos decorrentes dos deslocamentos sofridos pela estrutura por ação desse carregamento, que caracterizam os efeitos de segunda ordem (SCADELAI, 2004).

#### 2.1.1 Efeitos de Segunda Ordem

Um efeito considerado de primeira ordem é aquele em que a análise da estrutura é realizada em sua configuração geométrica inicial não deformada.

Analogamente, definem-se os efeitos de segunda ordem como aqueles em que a análise da estrutura é realizada em sua configuração deformada. Desse modo, os efeitos de segunda ordem são aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de primeira ordem. A Figura 01 ilustra a configuração inicial e deformada da estrutura que geram os efeitos de primeira e segunda ordem, respectivamente.



**Figura 01 – Configurações: inicial e deformada**  
**Fonte: Kimura (2007).**

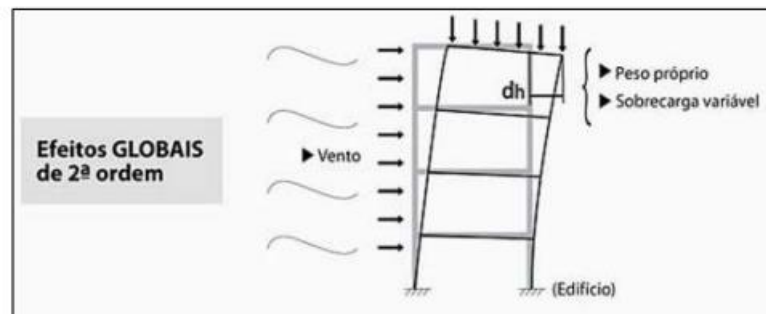
Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), a análise estrutural com efeitos de segunda ordem deve assegurar que, para as combinações mais desfavoráveis das ações de cálculo, não ocorra perda de estabilidade, nem esgotamento da capacidade resistente de cálculo.

O cálculo e a avaliação dos efeitos de segunda ordem são importantes, pois, eles são reais e existem em qualquer estrutura de concreto armado. Além disso, eles podem influenciar significativamente nos esforços obtidos na estrutura, alterando, assim, o seu dimensionamento.

#### 2.1.1.1 Efeitos globais de segunda ordem

De acordo com Carmo (1995, p. 33), “Define-se por efeitos globais de segunda ordem aos esforços de segunda ordem decorrentes do deslocamento lateral dos nós da estrutura submetida às ações verticais e horizontais.” Tais efeitos estão ilustrados na Figura 02.

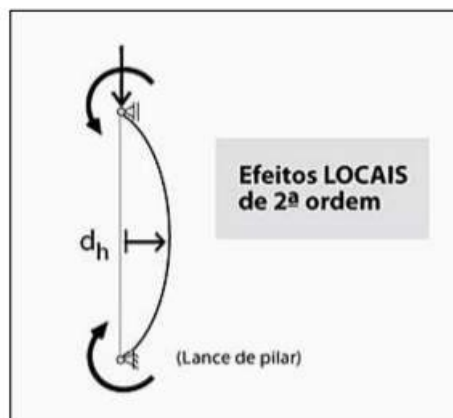




**Figura 02 – Efeitos globais de segunda ordem**  
**Fonte: Kimura (2007).**

### 2.1.1.2 Efeitos locais de segunda ordem

Os efeitos locais de segunda ordem estão associados a um elemento isolado da estrutura, principalmente pilares, afetando somente os esforços solicitantes ao longo de seu comprimento, devido aos deslocamentos dos diversos pontos de seus eixos (CARMO,1995). Esses efeitos são representados pela Figura 03.



**Figura 03 – Efeitos locais de segunda ordem**  
**Fonte: Kimura (2007).**

Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os eixos não se mantêm retilíneos, daí surgem os efeitos locais de segunda ordem, que afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo dessas barras (NBR 6118, 2014).

### 2.1.1.3 Efeitos localizados de segunda ordem

Os efeitos localizados de segunda ordem se referem a uma região específica de um elemento na qual se concentram tensões (KIMURA, 2007).

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados sempre que não representarem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes na estrutura, em relação aos efeitos de primeira ordem.

### 2.1.2 Estrutura de Nós Fixos e Estrutura de Nós Móveis

Em princípio, todas as estruturas são deslocáveis, entretanto, por conveniência de análise, estas são classificadas em estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis.

Uma estrutura é considerada de nós fixos quando os deslocamentos horizontais de seus nós são pequenos e, em decorrência disso, os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis, ou seja, são inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem. Para essas estruturas, recomenda-se que sejam considerados os efeitos locais e localizados de segunda ordem (NBR 6118, 2014).

São consideradas estruturas de nós móveis aquelas onde os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em decorrência disso, os efeitos globais de segunda ordem são importantes e superiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem. Nestas estruturas devem ser considerados tanto os esforços globais de segunda ordem, como os locais e os localizados (NBR 6118, 2014).

Moncayo (2011) observa que, as estruturas de nós fixos na realidade não são fixas, e sim, deslocáveis, mas que possuem deslocamentos horizontais muito pequenos e que podem ser desprezados. Já as estruturas de nós móveis não são estruturas que se movimentam de forma significativa, mas que seus deslocamentos precisam ser considerados no cálculo dos esforços.

## 2.2 PARÂMETROS DE ESTABILIDADE GLOBAL

Como já dito anteriormente, a verificação da estabilidade global da estrutura é um requisito importante na elaboração de projetos de edifícios de concreto armado e visa garantir a segurança da estrutura perante o estado limite último de instabilidade, situação que representa a perda da capacidade resistente da estrutura, causada pelo aumento das deformações (MONCAYO, 2011).

Em edifícios esbeltos de concreto armado, o cálculo estrutural deve levar em consideração o comportamento não linear da estrutura. Isso porque o comportamento não-linear do concreto e do aço e a mudança de posição da estrutura no espaço fazem com que as estruturas apresentem uma resposta bem diferente daquela obtida segundo um processamento elástico-linear (PINTO, 2002).

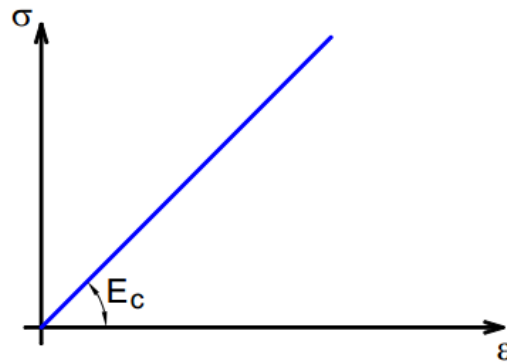
O concreto armado é um material que possui comportamento de difícil descrição, resultado da associação de dois materiais estruturais (aço e concreto), resultando em um diagrama *tensão-deformação* não linear e variável para as várias classes de resistência (SCADELAI, 2004).

Pode-se dizer, de maneira simplificada, que a análise não linear de uma estrutura se dá através do comportamento não linear da mesma, onde a mesma responde de maneira não proporcional à medida que os carregamentos são aplicados (KIMURA, 2007).

De acordo com Pinto (2002, p.5), os efeitos não lineares dividem-se em efeitos referentes ao comportamento não linear do material, conhecidos por não linearidade física (NLF) e aqueles devidos à mudança de posição da estrutura no espaço, conhecidos por não linearidade geométrica (NLG).

### 2.2.1 Não Linearidade Física (NLF)

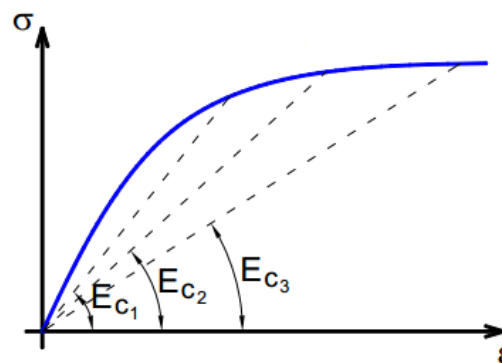
Quando o comportamento de um material obedece à Lei de Hooke, ou seja, quando a deformação é proporcional a tensão, ele é dito como linear. Quando a relação tensão-deformação é linear, o módulo de elasticidade  $E_c$  é constante. A Figura 04 demonstra esse tipo de comportamento.



**Figura 04 – Diagrama tensão-deformação linear**  
**Fonte: Moncayo (2011).**

Porém, o concreto armado não se trata de um material elástico perfeito, isso porque os efeitos da fissuração, da fluência, o escoamento das armaduras, além de outros fatores de menor importância, conferem ao mesmo um comportamento não linear, a chamada não linearidade física (PINTO, 2002).

Por possuir um comportamento não linear, quando combinado com o aço, o concreto torna-se ainda mais complexo de ser estudado. Para que o comportamento do concreto armado seja o mais real possível, a estrutura analisada deve levar em consideração a não linearidade das relações *tensão x deformação* dos materiais (STRAMANDINOLI, 2007), pode-se observar na Figura 05 o diagrama de tensão-deformação não linear.



**Figura 05 – Diagrama tensão-deformação não linear**  
**Fonte: Moncayo (2011).**

Em uma análise por elementos finitos, a NLF pode ser considerada por meio de diagramas momento-curvatura das seções. A utilização dessa relação apresenta grande vantagem, pois, analogamente ao diagrama tensão-

deformação em que se obtém o módulo de elasticidade, no diagrama momento-curvatura pode-se obter diretamente a rigidez  $EI$ , que é de extrema importância para a análise estrutural (MONCAYO, 2011).

Como a implementação numérica de todos os efeitos que influenciam na NLF é trabalhosa, e nem sempre os projetistas têm programas de elementos finitos disponíveis, foram criados procedimentos alternativos mais simples para sua estimativa de forma a aproximar o comportamento físico da estrutura esperado (GELATTI, 2012).

Os estudos referentes à consideração simplificada da NLF têm buscado encontrar valores mais realistas para o produto de inércia ( $EI$ ) dos elementos constituintes da estrutura, no lugar de se considerar a seção bruta ou a seção fissurada para os elementos estruturais (PINTO, 2002).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta uma maneira para consideração aproximada da não linearidade física através da correção direta do valor da rigidez do elemento estrutural. O item 15.7.3 da mesma diz que, para estruturas com no mínimo quatro andares, pode ser considerada a não linearidade física tomando-se como rigidez dos elementos estruturais os seguintes valores:

- Lajes:

$$(E_{ci})_{sec} = 0,3 \times E_{ci} \times I_c \quad (1)$$

- Vigas:

$$(E_{ci})_{sec} = 0,4 \times E_{ci} \times I_c \quad \text{para} \quad A_{s'} \neq A_s \quad (2)$$

$$(E_{ci})_{sec} = 0,5 \times E_{ci} \times I_c \quad \text{para} \quad A_{s'} = A_s \quad (3)$$

- Pilares:

$$(E_{ci})_{sec} = 0,8 \times E_{ci} \times I_c \quad (4)$$

Onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto, quando for o caso, incluindo as mesas colaborantes;

$A_s$  é a área das barras da armadura de tração;

$A_{s'}$  é a área das barras da armadura de compressão, nos casos de vigas;

$E_{ci}$  é o módulo de elasticidade inicial do concreto.

No mesmo item, a NBR 6118 (ABNT, 2014) observa que os valores de rigidez são aproximados e não podem ser usados para avaliar esforços locais de segunda ordem, mesmo com uma discretização maior da modelagem.

O módulo de elasticidade deve ser obtido segundo o item 8.2.8 da mesma norma. O valor do módulo de elasticidade inicial é estimado utilizando-se as expressões a seguir:

$$E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 20 Mpa a 50 Mpa} \quad (5)$$

$$E_{ci} = 21,5 \cdot 10^3 \cdot \alpha_E \cdot \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,5 \right)^{\frac{1}{3}}, \text{ para } f_{ck} \text{ de 55 Mpa a 90 Mpa.} \quad (6)$$

Onde:

$\alpha_E$  – é um parâmetro em função da natureza do agregado, sendo 1,2 para basalto e diabásio, 1,0 para granito e gnaiss, 0,9 para calcário e 0,7 para arenito;

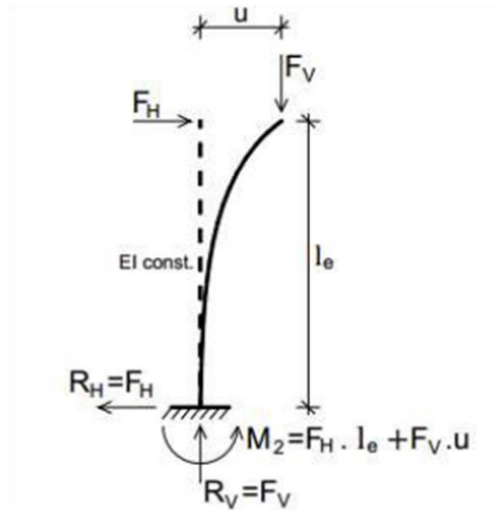
$f_{ck}$  – é a resistência característica à compressão do concreto.

### 2.2.2 Não Linearidade Geométrica (NLG)

A atuação de cargas verticais e horizontais provoca deslocamentos laterais dos elementos ou nós da estrutura. Este efeito causa um aumento das solicitações nos elementos que compõem a estrutura e é chamado de não linearidade geométrica. O equilíbrio agora é considerado na posição deformada da estrutura. Deve-se, então, dar atenção aos esforços adicionais (esforço globais de segunda ordem), que surgirão (WORDELL, 2003).

A não linearidade geométrica trata-se do comportamento não linear da estrutura em razão das mudanças na geometria dos elementos da estrutura ocasionadas pela aplicação de carregamento na mesma (KIMURA, 2007).

Os deslocamentos horizontais que surgem do carregamento inicial da estrutura causam excentricidades nas cargas verticais recebidas pelos pilares, e com isso passam a existir solicitações que não existiam na condição anterior às deformações. Na análise do equilíbrio da estrutura em sua posição deformada surgem os efeitos de segunda ordem, como pode ser observado na Figura 06.



**Figura 06 – Reações na barra deformada**  
**Fonte: Moncayo (2011).**

A não linearidade geométrica pode ser desconsiderada quando a hipótese dos pequenos deslocamentos, onde a estrutura é considerada de nós fixos, é admitida válida. No entanto, esta se torna relevante nos casos em que deslocamentos relativamente significativos possam acentuar os problemas de instabilidade ou a interação do esforço axial com os momentos fletores (SCADELAI, 2004).

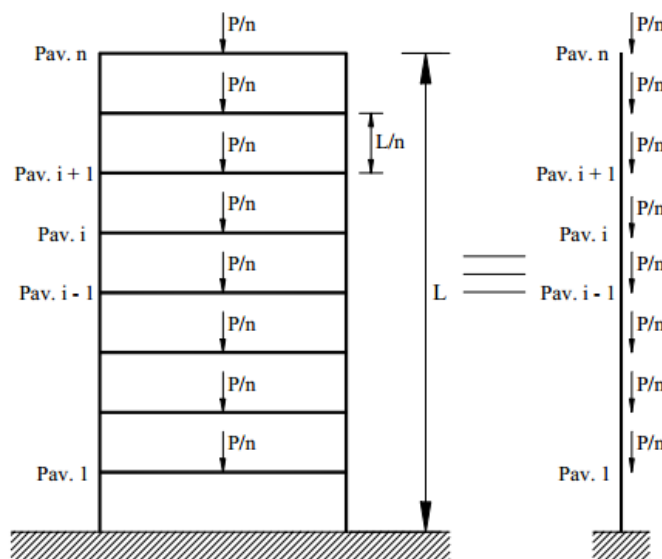
A NBR 6118 (ABNT, 2014) utiliza a classificação da deslocabilidade dos nós para regular a consideração das não linearidades da estrutura, podendo ser considerada de nós fixos ou nós móveis. Quando classificada como de nós fixos, essas não linearidades podem ser desprezadas no cálculo da estrutura. Quando classificada como de nós móveis, a estrutura precisa ter as não linearidades, física e geométrica, obrigatoriamente consideradas no cálculo.

A avaliação da estabilidade global das estruturas é feita através de aplicação de coeficientes chamados de parâmetros de estabilidade global. Dentre eles podem-se citar três dos mais utilizados na realização dessa análise: parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , coeficiente  $\gamma_z$  e processo P-Delta. Estes serão apresentados nos itens a seguir.

### 2.2.3 Parâmetro de Instabilidade $\alpha$

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  constitui uma medida da deslocabilidade horizontal da estrutura e é utilizado na avaliação da sensibilidade estrutural na presença de efeitos de segunda ordem. O mesmo possibilita classificar a estrutura em nós fixos ou móveis (OLIVEIRA, 2007).

A formulação relacionada ao parâmetro  $\alpha$  foi realizada por Beck e König no ano de 1966. A mesma surgiu da analogia entre o comportamento de um edifício e o de um pilar engastado na base e no topo, de seção constante e material elástico linear, quando submetido a uma carga vertical distribuída uniformemente ao longo de sua altura (OLIVEIRA, 2007), como pode ser observado na Figura 07.



**Figura 07 – Modelo simplificado da estrutura de um edifício**  
**Fonte: Maranhão (1999).**

A NBR 6118 (ABNT, 2014) restringe a utilização desse parâmetro para estruturas reticuladas simétricas, ou seja, estruturas compostas por barras e com propriedades geométricas e mecânicas simétricas em relação a um ponto, a um eixo ou a um plano, e classifica a estrutura como sendo de nós fixos se o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor de referência denominado  $\alpha_1$ . O valor de  $\alpha$  e  $\alpha_1$  são determinados pela Equação 7.



$$\alpha = H_{tot} \times \sqrt{\frac{N_k}{E_{cs} \times I_c}} \quad (7)$$

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n, \text{ se } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6, \text{ se } n \geq 4$$

Onde:

$n$  é o número de níveis de andares acima da fundação ou de um nível pouco deslocável do solo.

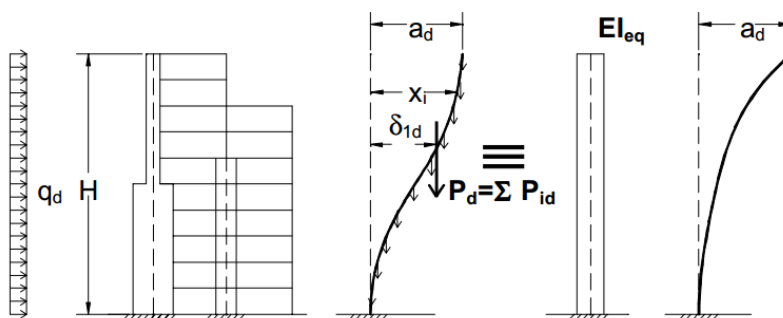
$H_{tot}$  é a altura total da estrutura, medida a partir da fundação ou de um nível pouco deslocável do subsolo.

$N_k$  é a somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico.

$E_{cs} \times I_c$  representa o somatório dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada. No caso de estruturas de pórticos, de treliça os mistas, ou com pilares de rigidez variável com a altura, pode ser considerado o valor da expressão  $E_{cs} \cdot I_c$  de um pilar equivalente de seção constante.

O valor de  $I_c$  deve ser calculado considerando as seções brutas dos pilares. E a rigidez do pilar equivalente, devendo ser determinada da seguinte forma:

- Aplicar o carregamento na direção horizontal da estrutura de contraventamento e calcular o deslocamento do topo da estrutura.
- Determina-se a rigidez de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , que sofra o mesmo deslocamento no topo sob a ação do mesmo carregamento (Figura 08).



**Figura 08 – Produto de rigidez equivalente para uma estrutura qualquer**  
 Fonte: Pinto (2002).

Ainda no que diz respeito ao parâmetro  $\alpha$ , a NBR 6118 (ABNT, 2014) prescreve que o valor-limite  $\alpha_1 = 0,6$ , é aplicado nas estruturas usuais de concreto. Além disso, recomenda adotar o valor de  $\alpha_1 = 0,6$  para associação de pilares-paredes e para pórticos associados a pilares-paredes. Por outro lado, sugere adotar,  $\alpha_1 = 0,7$ , no caso de contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede. E, por fim, quando apenas houver pórticos, adotar  $\alpha_1 = 0,5$ .

A estrutura classificada de nós fixos dispensa a consideração dos efeitos de segunda ordem, caso a estrutura seja classificada de nós móveis, os esforços de segunda ordem devem ser considerados e podem ser obtidos através do coeficiente  $\gamma_z$  ou de processos mais refinados como, por exemplo, o processo P-Delta, que determina os esforços totais de uma estrutura por meio de um cálculo iterativo e que será estudado neste trabalho.

Na prática, o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é bem menos utilizado que o coeficiente  $\gamma_z$ , isso se deve ao fato de que com o valor de  $\gamma_z$  pode-se estimar os esforços globais finais, de primeira e de segunda ordem, de forma direta através da majoração dos efeitos de primeira ordem (KIMURA, 2007).

#### 2.2.4 Coeficiente $\gamma_z$

O coeficiente  $\gamma_z$  também tem a finalidade de avaliar a estabilidade global de um edifício. Surgiu mais tarde que o parâmetro de instabilidade  $\alpha$ . Foi proposto e idealizado pelos engenheiros brasileiros Augusto Carlos Vasconcelos e Mário Franco em 1991, com a finalidade de simplificar o processo de obtenção dos esforços de segunda ordem. Através dele, a obtenção desses esforços é feita com a majoração dos esforços de primeira ordem (WORDELL, 2003).

A NBR 6118 (ABNT, 2014) diz que o valor de  $\gamma_z$  é válido somente para estruturas reticuladas de no mínimo quatro andares e pode ser determinado a partir da Equação 8.

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{cM_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} \quad (8)$$

Em que:

$\Delta M_{tot,d}$  - é o momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura;

$M_{1,tot,d}$  - é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura, na combinação considerada, com seus valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de primeira ordem.

Interpretando os valores de  $\gamma_z$ , KIMURA (2007) observa que:

- Valores um pouco maiores que 1,0 são coerentes e comuns;
- Valores maiores que 1,5 representam uma estrutura instável e impraticável;
- Valores inferiores a 1,0 ou até mesmo negativos indicam que a estrutura é totalmente instável ou que houve algum erro durante a análise ou cálculo estrutural.

Kimura (2007, p. 560) ainda recomenda projetar as estruturas, na prática, com  $\gamma_z \leq 1,2$ , pois estruturas com valores superiores a 1,3, podem apresentar grau de instabilidade elevado.

Outra análise pode ser feita a partir de  $\gamma_z$ . Pode-se relacionar a parte decimal do valor obtido de  $\gamma_z$  com a magnitude dos efeitos globais de segunda ordem, conforme os itens:

- $\gamma_z \cong 1.00$  - Efeitos de segunda ordem praticamente inexistentes
- $\gamma_z = 1.10$  - Efeitos de segunda ordem em torno de 10% dos efeitos de primeira ordem
- $\gamma_z = 1.15$  - Efeitos de segunda ordem em torno de 15% dos efeitos de primeira ordem
- $\gamma_z = 1.20$  - Efeitos de segunda ordem em torno de 20% dos efeitos de primeira ordem

A NBR 6118 (ABNT, 2014) considera que a estrutura é de nós fixos se  $\gamma_z \leq 1,1$ . Neste caso, os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados.

## 2.3 ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM

A análise estrutural tem o objetivo de determinar os efeitos das ações de uma estrutura, com o propósito de efetuar verificações dos estados-limites último e de serviço, permitindo estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura (NBR 6118, 2014).

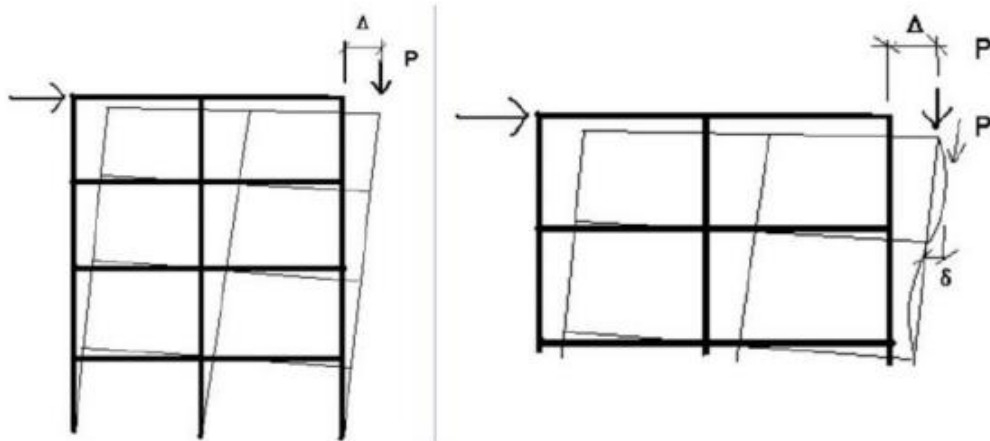
Quando a estrutura for considerada de nós móveis, necessita-se de uma análise estrutural levando-se em conta a NLF e a NLG, para que os valores dos deslocamentos obtidos sejam bem próximos dos que realmente ocorrem na estrutura (CARMO, 1995).

Diferente da análise de primeira ordem, onde as soluções podem ser obtidas de forma relativamente simples e direta, a análise de segunda ordem, na maioria das vezes, envolve procedimentos iterativos para obter as soluções. Isto ocorre porque a geometria deformada da estrutura é desconhecida durante a formulação das relações cinemáticas e de equilíbrio (LOPES; SANTOS; SOUZA, 2005).

A consideração da não-linearidade geométrica em estruturas reticuladas dá origem aos efeitos P-Delta que podem ser refletidos de forma exata por meio de uma análise de segunda ordem (LOPES; SANTOS; SOUZA, 2005).

Todas as estruturas são influenciadas pelos efeitos P-Delta. Estes efeitos, que surgem da geometria deformada da estrutura, em vários casos, podem ser ignorados, de acordo com a sua representatividade, mas é importante lembrar que eles sempre existirão.

Pode-se dizer que os efeitos P-Delta são efeitos de segunda ordem que associam a magnitude da carga axial ( $P$ ) ao deslocamento horizontal ( $\Delta$ ). De forma geral, são identificados dois tipos de efeitos P-Delta, conforme mostra a Figura 09, sendo considerados  $P-\Delta$  os efeitos relacionados com a instabilidade global e  $P-\delta$  os efeitos que ocorrem nos elementos estruturais, levando em conta a instabilidade local (SILVA, 2004).



**Figura 09 – Efeitos de segunda ordem P- $\Delta$  e P- $\delta$**   
 Fonte: Dobson (2002).

Vários métodos têm sido desenvolvidos para determinar a trajetória não linear do equilíbrio. As principais diferenças entre os vários métodos basicamente são: o tipo de formulação, os efeitos considerados e a precisão dos resultados (SOUZA; PEREIRA, 2009).

### 2.3.1 Processos de Análise de Segunda Ordem

Os processos de análise de segunda ordem podem ser classificados em rigorosos, aproximados e simplificados.

#### 2.3.1.1 Processos rigorosos ou exatos

Nesses processos, as não linearidades física e geométrica são consideradas rigorosamente na análise de segunda ordem.

Segundo Souza e Pereira (2009), nos processos rigorosos é realizada uma análise estrutural não linear estabelecendo o equilíbrio na posição deslocada, podendo ser incluídas as imperfeições geométricas, tensões residuais e a rigidez das ligações, introduzindo assim, modificações adequadas na matriz de rigidez da estrutura e resolvendo o problema de forma incremental-iterativa.

A consideração da NLF é feita através de relações Momento-Curvatura para cada seção com armadura conhecida, obtidas para cada nível de carregamento, utilizando-se a curva Tensão-Deformação do concreto. Ou seja, para cada valor de

força axial atuante corresponde um diagrama Momento-Curvatura e a rigidez  $EI$  das barras deve ser então corrigida (CARMO, 1995).

Para a NLG considera-se a estrutura na posição deformada na formulação das equações de equilíbrio. Desse modo, as deformações não se expressam linearmente em função dos deslocamentos e a estrutura sofre alterações de rigidez de acordo com a magnitude das deformações. A matriz de rigidez obtida analisando-se a estrutura indeformada corresponde ao regime de proporcionalidade e é chamada matriz de rigidez elástica linear. O problema a ser resolvido pode ser transformado em uma sequência de análises lineares (CARMO, 1995).

### 2.3.1.2 Processos aproximados

Nos processos aproximados, o equilíbrio também é estabelecido na posição deslocada, porém, os efeitos não lineares, são introduzidos indiretamente como, por exemplo, com a aplicação de forças adicionais fictícias ou reduzindo a rigidez dos elementos. De modo geral, substitui-se um problema não linear por vários problemas lineares de mais fácil solução (SOUZA; PEREIRA, 2009).

Algumas técnicas aproximadas utilizadas para avaliação dos efeitos P-Delta abordadas nas mais diversas bibliografias são: Método de dois ciclos iterativos; Método da carga lateral fictícia; Método da carga de gravidade iterativa e Método da rigidez negativa.

Segundo Chen e Lui (1991 apud LOPES; SANTOS; SOUZA, 2005, p. 18), o método de dois ciclos iterativos usa um procedimento simplificado para a solução das equações de equilíbrio de segunda ordem. O método da carga lateral fictícia envolve a utilização de forças fictícias para simular os efeitos P-Delta. Estas forças fictícias são calculadas através de uma análise de primeira ordem e aplicadas na estrutura para uma reanálise. O método da carga de gravidade iterativa utiliza elementos fictícios com propriedades de rigidez negativa. A introdução destes elementos fictícios na estrutura faz com que a mesma fique alterada e os efeitos de instabilidade são considerados de uma forma indireta. O método da rigidez negativa utiliza fatores que majoram os momentos de primeira ordem e dependem das cargas aplicadas e da geometria da estrutura a ser analisada.

O método da carga lateral fictícia, também denominado de processo P-Delta, é um dos mais populares dentre os processos aproximados, convergindo rapidamente e apresentando resultados que se aproximam satisfatoriamente dos obtidos em análises exatas (SOUZA; PEREIRA, 2009).

### 2.3.1.3 Processos simplificados

Por fim, nos processos simplificados, calculam-se os deslocamentos finais e esforços de segunda ordem modificando os esforços e deslocamentos obtidos da análise de primeira ordem, com fatores de modificação, que baseiam-se na semelhança entre a configuração deformada e o modo de instabilidade do pórtico (SOUZA; PEREIRA, 2009).

São vários os métodos deste tipo existentes recomendados por diversos autores e que são encontrados em várias normas internacionais. A NBR 6118 (ABNT, 2014), no item 15.7.2, recomenda a utilização do coeficiente  $\gamma_z$  como solução aproximada para determinação dos esforços globais de segunda ordem (BUENO, 2009).

### 2.3.2 Método da Carga Lateral Fictícia – Processo P-Delta

O método da carga lateral fictícia foi proposto por Adams e também é conhecido como método da carga lateral equivalente ou método P- $\Delta$  iterativo. Este método trata apenas dos efeitos P- $\Delta$  e ignora os efeitos P- $\delta$  (LOPES; SANTOS; SOUZA, 2005).

Esse processo consiste em um cálculo iterativo em que o efeito dos deslocamentos sucessivos é transformado em forças horizontais equivalentes.

O também chamado processo P-Delta é o mais utilizado para a análise da estrutura deformada e obtenção dos acréscimos aos efeitos de primeira ordem, por possuir aplicação relativamente simples e oferecer estimativas satisfatórias dos efeitos de segunda ordem para os casos de edifícios convencionais (LIMA, 2001).

Para a simplificação dos cálculos, o método considera a estrutura na condição geométrica inicial, substituindo por cargas horizontais suplementares a modificação na sua geometria.

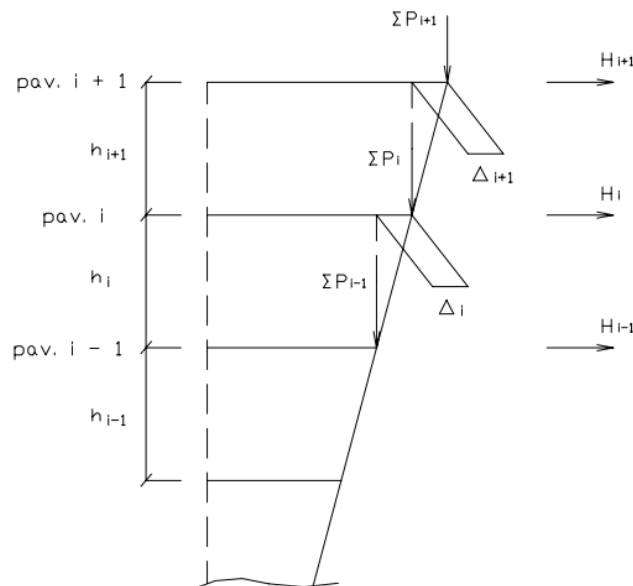
Segundo Oliveira (2007, p. 22), a análise é realizada através de sucessivas iterações, conforme descrito a seguir:

- Aplica-se o carregamento à estrutura e determinam-se os deslocamentos horizontais dos pavimentos a partir de uma análise de primeira ordem.
- Em cada pavimento calculam-se forças horizontais equivalentes, dadas por:

$$H_i = \frac{\sum P_i \cdot \Delta_i}{h_i} - \frac{\sum P_{i+1} \cdot \Delta_{i+1}}{h_{i+1}} \quad (9)$$

Onde:

- $\sum P_i$  e  $\sum P_{i+1}$  são somatórios das forças verticais nos pavimentos  $i$  e  $i+1$ , respectivamente;
- $h_i$  e  $h_{i+1}$  são os pés direitos dos pavimentos  $i$  e  $i+1$ , respectivamente;
- $\Delta_i$  é o deslocamento horizontal relativo do pavimento  $i$  em relação ao pavimento  $i-1$  e  $\Delta_{i+1}$  é o deslocamento horizontal relativo do pavimento  $i+1$  em relação ao pavimento  $i$ , representados na Figura 10.

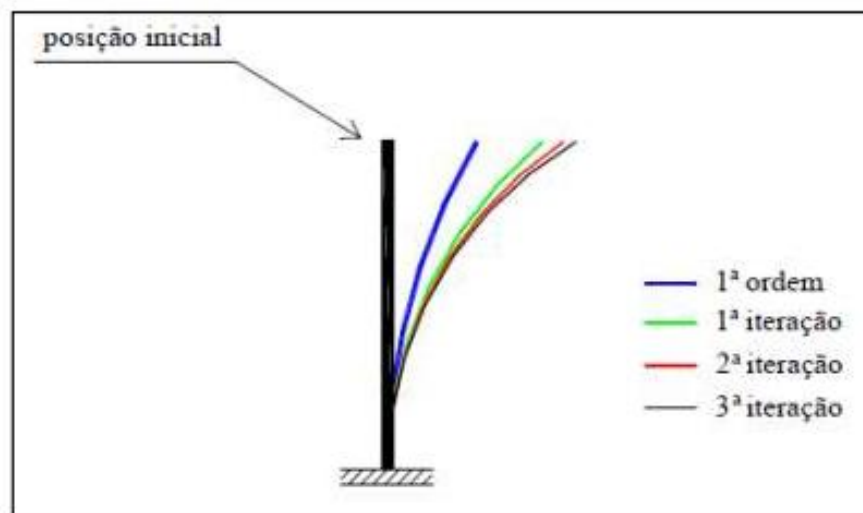


**Figura 10 – Forças horizontais fictícias**  
Fonte: Oliveira (2007).

A ação das forças fictícias produz o mesmo efeito dos momentos gerados pela interação das forças verticais com os deslocamentos horizontais.



- Aplica-se à estrutura o carregamento inicial somando as forças horizontais fictícias.
- Os passos 1, 2 e 3 repetem-se até a convergência dos deslocamentos, quando isso acontecer, tem-se a posição de equilíbrio, como pode ser visto na Figura 11. O método converge geralmente após um ou dois ciclos de iteração.



**Figura 11 – Iterações do processo P-Delta**  
 Fonte: Lima (2001).

O processo pode ser interrompido quando os deslocamentos de uma dada iteração não excederem em mais de 5% os da iteração anterior. Se os resultados não convergirem após cinco ciclos de tais iterações, pode ser que a estrutura seja excessivamente flexível (LAVALL e SILVA, 1989). Os esforços finais obtidos já incluem os esforços de segunda ordem.

Segundo Franco (1985 apud LINS, 2013, p. 62), a estrutura na qual o método da carga lateral fictícia for aplicado, deve levar em consideração a não linearidade física do material através da correção da rigidez dos elementos estruturais, utilizando métodos simplificados de ponderação direta da rigidez desses elementos.

Recomenda-se que esse método seja utilizado quando a relação entre os deslocamentos finais obtidos e os deslocamentos correspondentes da análise de primeira ordem, não supera 1,4 (SILVA, 2004).

## 2.4 FATORES QUE INFLUENCIAM NA ESTABILIDADE GLOBAL DAS ESTRUTURAS

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) para toda estrutura deve ser verificada a estabilidade global.

Wordell (2003, p. 13) afirma que hoje nos grandes centros, o alto custo aliado a escassez de espaço, ocasionaram nos projetos arquitetônicos uma busca da utilização da pouca área horizontal existente e uma maior altura das edificações.

Com este aumento significativo na altura das edificações, a atenção deve ser dada à instabilidade global da edificação juntamente com as cargas verticais nos pilares, de tal forma que os pilares resistam aos esforços horizontais.

Segundo Moncayo (2011, p. 75), “há alguns critérios de projeto, que se alterados, podem modificar o grau de instabilidade de uma estrutura, ou seja, podem aumentar ou diminuir o valor dos parâmetros de estabilidade”.

A estabilidade global de um edifício pode ser influenciada por diversos fatores, no entanto, alguns deles são mais significativos, e outros, perfeitamente desprezíveis (KIMURA, 2007). Adiante serão abordados dois deles: as cargas atuantes e a rigidez dos elementos que compõem a estrutura.

### 2.4.1 Cargas Atuantes na Estrutura

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014, p.56), “na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame”.

#### 2.4.1.1 Cargas horizontais

A estabilidade de um edifício não é influenciada pela intensidade das cargas horizontais atuantes na estrutura, tal como o vento. Isso quer dizer, que independente da velocidade do vento, pode ser 30, 40 ou 50 km/h, a estabilidade da estrutura não é prejudicada, ou seja,  $\gamma_z$  permanece o mesmo (MONCAYO, 2011).

Apesar de parecer equivocado, isso pode ser explicado pela formulação do coeficiente  $\gamma_z$ , pois, quando se aumentam os esforços horizontais, elevam-se os esforços de primeira ordem na mesma proporção dos esforços de segunda ordem, não variando o valor de  $\gamma_z$ .

#### 2.4.1.2 Cargas verticais

Ao contrário das cargas horizontais, a magnitude das cargas verticais influencia diretamente na estabilidade da estrutura. Essas cargas podem ser devidas ao peso próprio da estrutura, ao de revestimento, alvenarias, sobrecarga acidental, entre outros (KIMURA, 2007).

Isso pode ser verificado quando se calcula o valor de  $\gamma_z$  para determinada carga horizontal. Quando o valor da carga é aumentado, o valor de  $\gamma_z$  aumenta, isso ocorre porque apenas os valores de segunda ordem são alterados. Desse modo, pode-se afirmar que quanto maior a magnitude da força vertical, maior o valor de  $\gamma_z$  (KIMURA, 2007; MONCAYO, 2011).

#### 2.4.2 Rigidez da Estrutura

A rigidez de uma estrutura tem influência direta em sua estabilidade. Os elementos da estrutura que mais influenciam na estabilidade são os pilares e as vigas. As lajes influenciam pouco na estabilidade global de um edifício e, na grande maioria das vezes, sua influência pode ser desprezada (KIMURA, 2007).

### 2.5 AÇÕES ATUANTES NA ESTRUTURA

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014, p.56), “na análise estrutural deve ser considerada a influência de todas as ações que possam produzir efeitos significativos para a segurança da estrutura em exame”. Tais ações são classificadas de acordo com a ABNT NBR 8661, em permanentes, variáveis e excepcionais.

### 2.5.1 Ações Permanentes

A NBR 6118 (ABNT, 2014, p.56), define as ações permanentes como sendo, “as que ocorrem com valores praticamente constantes durante toda a vida da construção”. As mesmas devem ser levadas em consideração com os valores que representam a situação mais desfavorável para a segurança. Elas são divididas em ações indiretas e diretas.

As ações permanentes indiretas são aquelas formadas através do deslocamento de apoios, recalques, protensão, imperfeições na geometria e pelas deformações que são ocasionadas pela retração e fluência do concreto.

Já as ações permanentes diretas são constituídas pelos pesos dos elementos construtivos fixos, das instalações permanentes, dos empuxos permanentes e pelo peso próprio da estrutura.

### 2.5.2 Ações Variáveis

Kimura (2007, p.70), define as ações variáveis como sendo aquelas que “atuam somente durante um período da vida do edifício”, as mesmas ocorrem com valores que variam significativamente ao longo de sua média.

Segundo a NBR 8681 – Ações e Segurança nas Estruturas - Procedimento (ABNT, 2003), as ações variáveis são consideradas como as cargas acidentais das construções, os efeitos do vento, forças de impacto, frenagem e centrífugas, as variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e também as pressões hidrodinâmicas e hidrostáticas. As ações variáveis são classificadas em normais ou especiais, em função da probabilidade de ocorrência durante a vida da construção.

As ações variáveis normais possuem probabilidade de ocorrência suficientemente grande, sendo assim, a consideração deve ser obrigatória em projetos de estruturas.

Já as ações variáveis especiais devem ser também admitidas como ações variáveis quando em uma estrutura há certas ações especiais, como ações sísmicas ou cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais consideradas.

### 2.5.2.1 Ação do vento

As estruturas estão sujeitas a ações laterais, principalmente devido à ação do vento, tais ações tornam-se mais importantes quanto mais alta for a estrutura analisada. Os efeitos do vento podem gerar uma instabilidade no edifício por isso devem ser estudadas (CARVALHO, 2013).

Atualmente é obrigatória a consideração dos esforços gerados pelas cargas de vento, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) os esforços relativos à ação do vento devem ser levados em consideração e recomenda-se que sejam determinados conforme prescrito pela NBR 6123 – Forças Devidas ao Vento em Edificações (ABNT, 1988).

A NBR 6123 (ABNT, 1988) menciona que para o procedimento do cálculo das forças devidas ao vento nas edificações, as forças resultantes do vento sobre uma edificação devem ser calculadas separadamente para os elementos de vedação e suas fixações, para partes da estrutura e para a estrutura como um todo.

Carvalho (2009), assegura que a ação do vento depende de vários fenômenos meteorológicos, destes, um possui caráter aleatório, e devido a isso deve-se assumir a direção do vento que seja mais desfavorável para a estrutura em estudo.

De acordo com a NBR 6123 (ABNT, 1988), a pressão dinâmica pode ser determinada pela velocidade característica do vento, pela expressão:

$$q_{vento} = 0,613 \cdot V_K^2 \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (10)$$

A velocidade característica ( $V_k$ ) se obtém com valores adquiridos nas proximidades da região em que será construída a edificação. Sendo assim, esta depende do local em que se encontra a estrutura, do tipo de terreno e da rugosidade do mesmo, da altura do edifício e de sua finalidade.

A equação definida pela NBR 6123 (ABNT, 1988), para o cálculo da velocidade característica ( $V_k$ ) é dada por:

$$V_K = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (11)$$

Sendo:

$V_0$  – velocidade básica do vento;

$S_1$  – fator que depende da topografia, levando em conta as variações do relevo;

$S_2$  – fator que leva em conta a rugosidade do terreno e a variação da força do vento conforme a altura da edificação;

$S_3$  – fator estatístico que leva em consideração o grau de segurança e a vida útil da edificação.

Após determinar o valor da carga horizontal que o vento ocasiona na estrutura ( $q_{\text{vento}}$ ), é calculada a força de arrasto, que nada mais é que uma componente da força global na direção do vento, a qual é definida pela NBR 6123 (ABNT, 1988) sendo:

$$F_a = C_a \cdot A_e \cdot q \quad (12)$$

Onde:

$A_e$  – área frontal efetiva;

$C_a$  – coeficiente de arrasto;

$q$  – carga de pressão causada pelo vento.

Deve-se compreender ainda, que nos encontros entre vigas e pilares em cada pavimento, ou seja, nos nós, são aplicadas as cargas de vento que atuam na fachada do edifício.

### 3 METODOLOGIA DA PESQUISA

#### 3.1 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Gil (2002) classifica a pesquisa de acordo com seu objetivo e quanto aos seus procedimentos técnicos. Quanto ao objetivo, elas dividem-se em: exploratórias, descritivas e explicativas.

Nas pesquisas exploratórias, o objetivo principal é o aprimoramento de ideia ou a descoberta de intuições. Na descritiva, o principal objetivo é a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. Já em uma pesquisa explicativa, a preocupação central é identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência de um fenômeno (GIL, 2002).

A pesquisa é feita através de um levantamento bibliográfico e um estudo de caso baseado na análise de exemplos. Desse modo, classifica-se a pesquisa, quanto ao objetivo, como sendo exploratória.

Quanto aos procedimentos técnicos, as pesquisas podem ser divididas em: pesquisa bibliográfica; pesquisa documental; pesquisa experimental; pesquisa ex-post-facto; levantamento; estudo de caso; pesquisa ação e pesquisa participante.

Quanto aos procedimentos técnicos utilizados, pode-se classificar a pesquisa como bibliográfica, quando se tratando da revisão bibliográfica, pois, segundo Gil (2002), uma pesquisa bibliográfica se baseia em um material já elaborado constituído basicamente de livros e artigos científicos.

Ainda, conforme mesmo autor, uma pesquisa experimental consiste em determinar um objeto de estudo, selecionar as variáveis que seriam capazes de influenciá-lo, definir as formas de controle e de observação dos efeitos que a variável produz no objeto. Tendo isso em vista, também se pode classificar a pesquisa como experimental, quando se trata de sua análise e resultados, pois consiste na implementação de dados em um programa e a geração de resultados com sua posterior análise.

A pesquisa ainda pode ser classificada quanto ao método de abordagem, podendo ser quantitativa ou qualitativa. A pesquisa quantitativa é uma forma de

atribuir números a objetos, acontecimentos, materiais, de maneira que forneça informações úteis, já a qualitativa inclui aspectos não somente mensuráveis, mas também determinados descritivamente (FACHIN, 2001).

Portanto, a pesquisa pode ser classificada como qualitativa-quantitativa, pois, além de o assunto da pesquisa ser abordado teoricamente, a pesquisa também apresenta resultados numéricos através de análise e comparativos.

### 3.2 MÉTODO DA PESQUISA

O objetivo deste trabalho é analisar a estabilidade global de um edifício por meio do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do processo P-Delta. O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  é capaz de avaliar a magnitude dos esforços de segunda ordem, o processo P-Delta é utilizado para obtenção dos esforços totais de uma estrutura, ou seja, os efeitos de primeira e de segunda ordem.

Para realizar esta análise, será utilizado o software SAP (*Structural Analysis Program*), versão estudantil, um programa de análise tridimensional de estruturas baseado no método dos elementos finitos. Ele também permite a utilização de análises lineares e não lineares, estáticas e dinâmicas o que torna o software capaz de atender aos objetivos deste trabalho.

Para realizar esse estudo, optou-se por analisar uma estrutura de formato simétrico. Como o parâmetro  $\alpha$  é válido tanto para edifícios menores que quatro pavimentos, quanto para edifícios maiores que quatro pavimentos, optou-se por variar a altura da estrutura adotada, gerando assim, duas configurações distintas de edifícios estudados.

A análise do edifício será feita adotando o modelo estrutural de pórtico espacial, por se tratar de um modelo que representa de maneira bastante eficiente o comportamento global da estrutura. O pórtico espacial consiste em um modelo tridimensional constituído por barras que representam os pilares e vigas do edifício (KIMURA, 2007). As lajes não são representadas por esse modelo, mas serão simuladas por meio da criação de grelhas de viga.

Após modelar os edifícios no programa, será feita a análise da estabilidade global da estrutura. Serão analisados os esforços resultantes em cada modelo e



comparados entre si, permitindo verificar qual a influência do número de pavimentos de um edifício na estabilidade global do mesmo. Além destas, outras informações poderão ser obtidas após a modelagem, como por exemplo, os valores do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , a magnitude dos esforços de primeira, segunda ordem e esforços totais atuantes na estrutura.

## 4 ESTUDO DE CASO

Optou-se, no presente trabalho, realizar análises por meio do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do processo P-Delta. Pois, o conhecimento de tais parâmetros é considerado relevante, por se tratar dos primeiros passos da concepção de um projeto estrutural.

Para esta análise foi variado o número de pavimentos, sendo assim, foram realizadas as comparações dos resultados obtidos, compreendendo melhor o comportamento de uma estrutura.

O objetivo desse estudo é analisar a magnitude dos esforços de primeira e segunda ordem para as diferentes condições de número de pavimentos, tomando como base um projeto estrutural com três e oito pavimentos.

Apresentam-se nesta seção, os modelos, as combinações de cargas, o roteiro da modelagem, os carregamentos aplicados e a análise do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ .

### 4.1 ESTRUTURA UTILIZADA NO ESTUDO

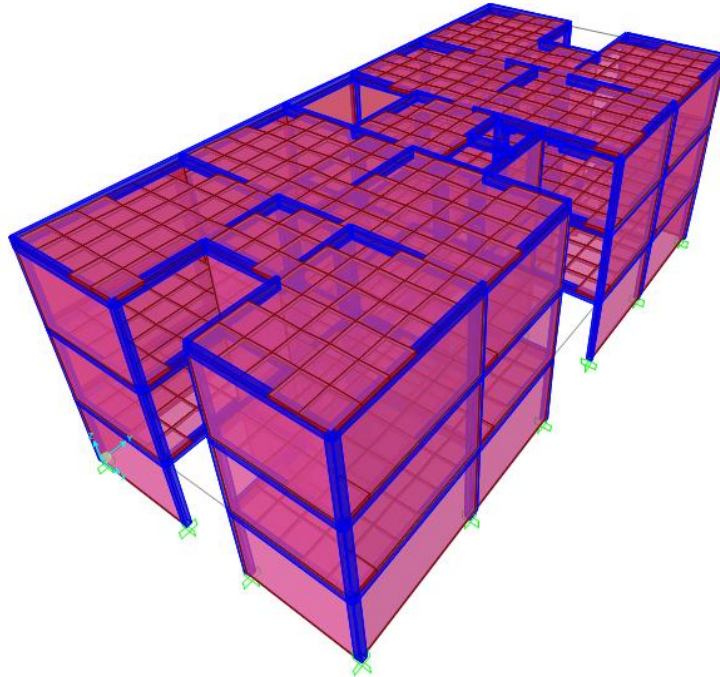
O projeto arquitetônico analisado é de autoria de Tatiana Bittencourt Dumêe e foi escolhido por ter uma forma geométrica (em planta) simétrica e por ser uma estrutura aplicável a edifícios reais. Para a obtenção da sobrecarga de utilização adotou-se para todos os pavimentos a sobrecarga de edifícios residenciais, conforme a NBR 6120 - Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações (ABNT, 1980). As plantas de fôrmas dos pavimentos encontram-se no Anexo A.

Para a realização das análises, a opção foi utilizar a mesma estrutura, porém, um modelo com três pavimentos e outro com oito pavimentos e, assim, realizar as comparações entre estas.

Posteriormente, com o auxílio do *software* SAP2000 versão estudiantil, foi obtida a modelagem e as análises necessárias.

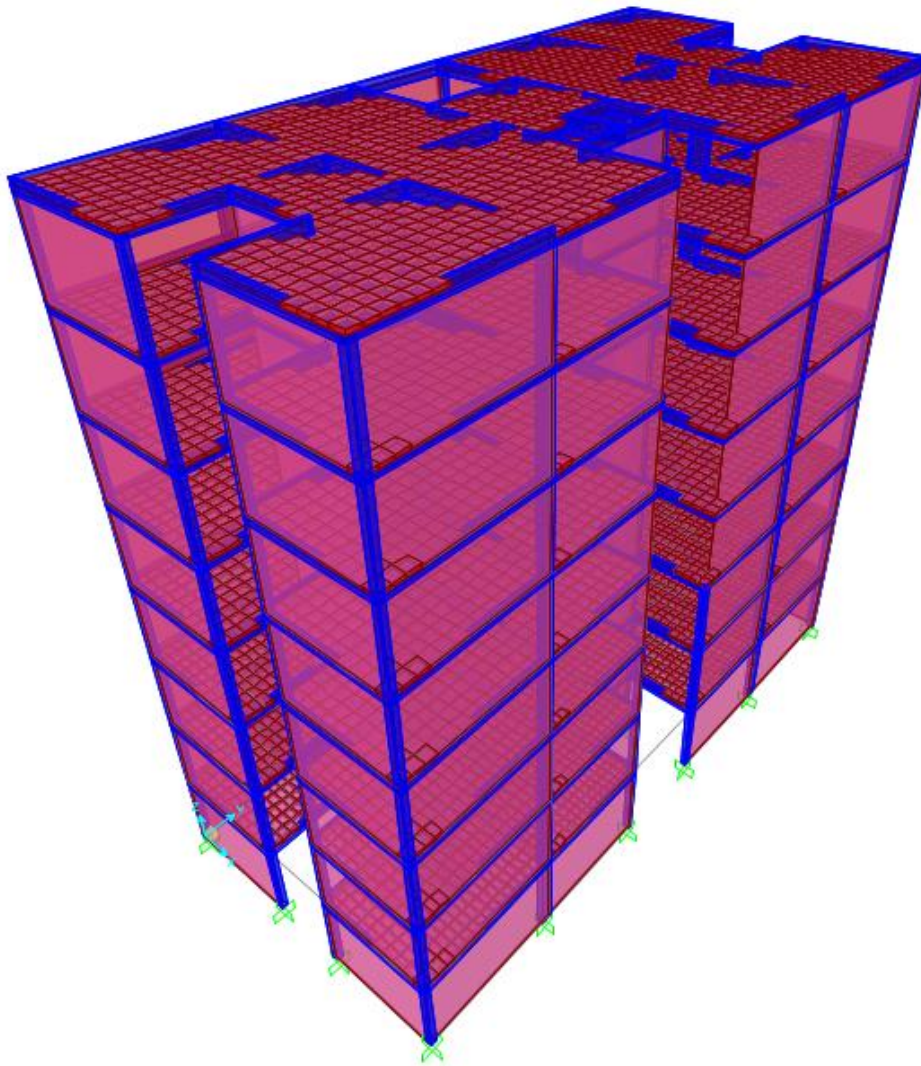
#### 4.1.1 Modelos Estudados

O primeiro modelo, tratado neste trabalho como modelo 3PAV, possui 3 pavimentos, totalizando 9 metros de altura. A Figura 12 mostra a imagem do modelo lançado no *software* SAP2000.



**Figura 12 – Modelo com três pavimentos**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

O segundo modelo, chamado de modelo 8PAV, é composto por 8 pavimentos, tendo uma altura total de 24 metros. Este é mostrado na Figura 13, após ser lançado no *software* SAP2000.



**Figura 13 – Modelo com oito pavimentos**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

A edificação possui uma área, em planta, de 253,2 m<sup>2</sup>, com vigas de seção 12x40 cm, lajes com espessura de 11 cm e pilares com diferentes seções. Trata-se de um edifício simétrico em relação ao eixo X, a sua planta pode ser consultada no Anexo A.

#### 4.1.2 Características dos Modelos

Os dados e considerações adotadas na modelagem dos modelos abordados estão em conformidade com as recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2014).

Foi considerada para o concreto a resistência característica ( $f_{ck}$ ) de 25 Mpa, correspondendo à classe de agressividade ambiental II – Moderada, por se tratar de

um ambiente urbano, de acordo com a tabela 7.1 da NBR 6118 (2014). E, de acordo com o item 8.2.8 da referida norma, o módulo de elasticidade inicial, para  $f_{ck}$  de 20 MPa a 50 MPa, é definido pela Equação 13:

$$E_{ci} = \alpha_E \times 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (13)$$

Onde:

$\alpha_E$  é um parâmetro em função do agregado que influencia o módulo de elasticidade.

$f_{ck}$  é a resistência característica à compressão.

Considerando que a estrutura situa-se na região Sudoeste do Paraná, a qual possui derramamento basáltico, definiu-se o parâmetro em função do agregado sendo o valor de 1,2. Deste modo, o módulo de elasticidade inicial foi definido como:

$$E_{ci} = 1,2 \times 5600 \sqrt{25}$$

$$E_{ci} = 33600 \text{ Mpa}$$

Ainda conforme o item 8.2.8 da NBR 6118 (ABNT, 2014), o módulo de deformação secante pode ser obtido pela Equação 14.

$$E_{cs} = \alpha_i \times E_{ci} \quad (14)$$

Sendo  $\alpha_i$  obtido pela Equação 15:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (15)$$

Tem-se:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \times \frac{25}{80} \leq 1,0$$

$$\alpha_i = 0,8625 \leq 1,0$$

Com isso, conhecendo o valor de  $\alpha_i$  e  $E_{ci}$  utiliza-se a Equação 14 para calcular o valor de  $E_{cs}$ :

$$E_{cs} = 0,8625 \times 33600 \text{ Mpa}$$

$$E_{cs} = 28980 \text{ Mpa}$$

O coeficiente de Poisson considerado foi 0,2, conforme indicado no item 8.2.9 da NBR 6118 (ABNT, 2014).

## 4.2 CARGAS ATUANTES CONSIDERADAS

### 4.2.1 Carregamento Vertical

Como forma de simplificar a modelagem, para todos os pavimentos da estrutura, incluindo o pavimento de cobertura, foi inserido o mesmo carregamento vertical.

#### 4.2.1.1 Peso próprio

O item 8.2.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), afirma que, se pode adotar o valor de  $25 \text{ kN/m}^3$  para o concreto armado, quando se trata da densidade aparente do material, e se a massa específica não for conhecida. Deste modo, utilizando as recomendações da norma para os elementos da estrutura em análise, adotou-se o peso próprio de valor  $25 \text{ kN/m}^3$ .

#### 4.2.1.2 Revestimento das lajes

Na superfície inferior das lajes é comum executar uma camada de revestimento de argamassa, sobreposta à camada de chapisco. Para essa argamassa, considera-se o peso específico ( $\gamma_{rev}$ ) de  $19 \text{ kN/m}^3$ , conforme recomenda a NBR 6120 (ABNT, 2014). De modo geral, este revestimento tem pequena

espessura, mas recomenda-se adotar espessura não inferior a 1,5 ou 2 cm (BASTOS, 2015). Para o projeto em análise, a espessura utilizada foi de 3 cm.

O piso é o revestimento final na superfície superior da laje, assentado sobre a argamassa de regularização. Para a sua correta quantificação define-se o tipo ou material do qual o piso é composto. A Tabela 1 da NBR 6120 fornece os pesos específicos de diversos materiais, que auxiliam no cálculo da carga do piso por metro quadrado de área de laje (BASTOS, 2015). O material considerado para o cálculo do revestimento de piso foi o granito, com espessura de 2 cm.

Os seguintes valores para as cargas atuantes na laje da estrutura foram encontrados e considerados:

- Revestimento do teto, com espessura de 30mm =  $19 \text{ kN/m}^3 \times 0,03 \text{ m} = 0,57 \text{ kN/m}^2$
- Revestimento e contrapiso das lajes =  $1,0 \text{ kN/m}^2$

Deste modo, a carga total referente a revestimentos equivale a  $1,57 \text{ kN/m}^2$ .

#### 4.2.1.3 Alvenaria

O peso específico da parede foi calculado em função do peso total da mesma, composta pela unidade de alvenaria e pelas argamassas de assentamento e de revestimento.

Desse modo, admitiu-se uma carga de  $13,58 \text{ kN/m}^3$ , para a sobrecarga de alvenaria, considerando que as paredes possuem uma espessura de 15 centímetros e uma altura de 3,00 metros. Deste modo, a carga distribuída sobre as vigas da estrutura foi de  $6,10 \text{ kN/m}$ .

#### 4.2.1.4 Sobrecarga de utilização

De acordo com a Tabela 2 da NBR 6120 (ABNT, 1980), a sobrecarga de utilização para edifícios residenciais é de  $1,5 \text{ kN/m}^2$ . Este valor será utilizado para todos os pavimentos.

O Quadro 01 apresenta os carregamentos verticais aplicados na estrutura:

ELEMENTO	CARREGAMENTO VERTICAL
Lajes	5,82 kN/m <sup>2</sup>
Vigas	7,3 kN/m

**Quadro 01 – Resumo das cargas verticais da estrutura**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

#### 4.2.2 Carregamento Horizontal

A NBR 6118 (ABNT, 2014), assegura que as imperfeições geométricas e as forças devidas ao vento que são as principais ações horizontais que devem ser levadas em conta no projeto estrutural. No entanto, apenas considera-se o carregamento mais desfavorável, não precisando ser superpostos.

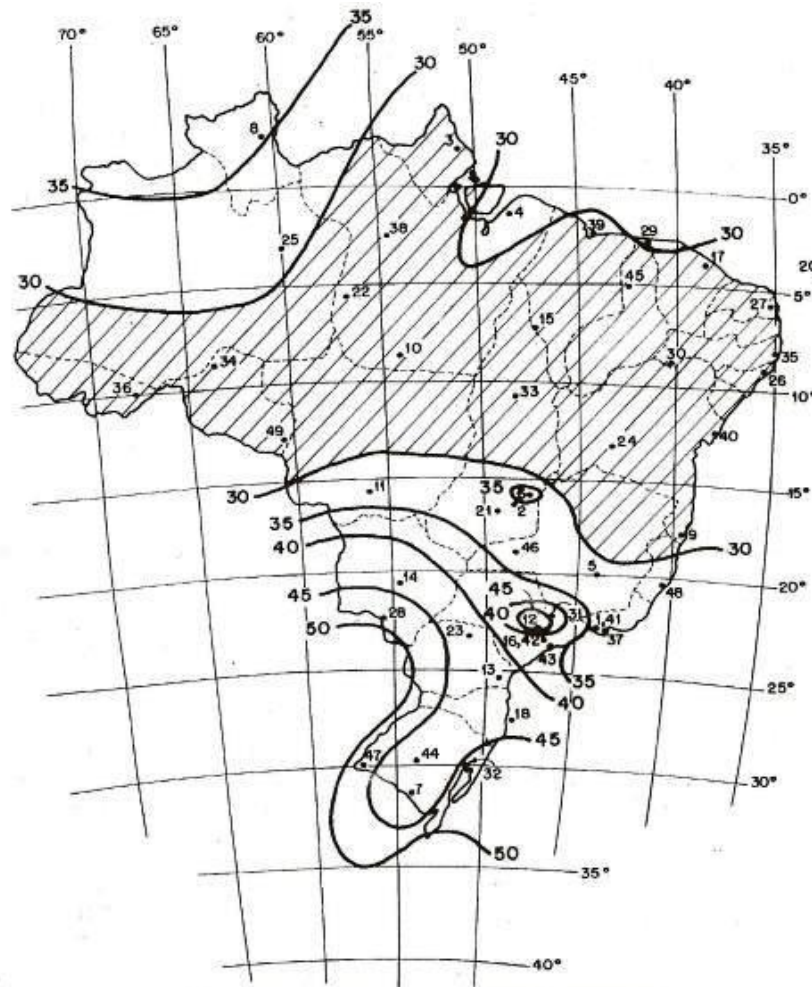
##### 4.2.2.1 Carga de vento

As forças devidas ao vento na edificação foram determinadas de acordo com a NBR 6123 (ABNT, 1988).

Para o início dos cálculos, foi definida a velocidade básica do vento ( $V_0$ ) como sendo a velocidade de uma rajada de 3 segundos, a 10 metros acima do terreno, excedida em média uma vez em 50 anos e em campo plano e aberto.

A NBR 6123 (ABNT, 1988) apresenta o gráfico das isopleias da velocidade básica no Brasil, com intervalos de 5 m/s, representado na Figura 14. Dessa forma, adota-se como velocidade básica do vento  $V_0 = 46$  m/s, de acordo com a localização de Pato Branco, na região Sudoeste do Paraná.





**Figura 14 – Isopletas da velocidade básica  $V_0$  (m/s)**  
**Fonte: NBR 6123 (ABNT, 1988).**

Na sequência, analisou-se o fator topográfico  $S_1$ , que considera as variações do relevo do terreno, adotando-se o valor de  $S_1 = 1,0$ .

Para o fator  $S_2$ , levou-se em consideração a rugosidade do terreno, as dimensões da edificação e a altura sobre o terreno. A rugosidade do terreno é classificada em cinco categorias, sendo classificada a estrutura como categoria IV, a qual é definida como sendo de terrenos cobertos por obstáculos numerosos e pouco espaçados, em zona florestal, industrial ou urbanizada.

Seguindo o cálculo do fator  $S_2$ , consideraram-se as dimensões da edificação, sendo a edificação em estudo, de 11,52 x 24,18 metros, classificada como classe B, que define que toda edificação ou parte de edificação para qual a maior dimensão horizontal ou vertical da superfície frontal esteja entre 20 m e 50 m.

Utilizou-se a Equação 16 para o cálculo do fator  $S_2$ :

$$S_2 = b \times F_R \times (z \div 10)^p \quad (16)$$

Onde:

$b$  é um parâmetro meteorológico;

$F_R$  é o fator de rajada, o qual é sempre correspondente à categoria II;

$Z$  é a cota acima do terreno, que varia conforme a altura do edifício;

$p$  é o expoente da lei potencial de variação de  $S_2$ .

O Quadro 02 foi adaptado da NBR 6123 (ABNT, 1988) e representa uma tabela utilizada na obtenção do parâmetro  $b$ , do expoente  $p$  e do fator de rajada  $F_r$ , de acordo com a classe e categoria, adotadas anteriormente.

Categoria	$z_g$ (m)	Parâmetro	Classes		
			A	B	C
I	250	b	1,1	1,11	1,12
		p	0,06	0,065	0,07
II	300	b	1	1	1
		$F_r$	1	0,98	0,95
		p	0,09	0,09	0,1
III	350	b	0,09	0,94	0,93
		p	0,1	0,105	0,115
IV	420	b	0,86	0,85	0,84
		p	0,12	0,125	0,135
V	500	b	0,74	0,73	0,71
		p	0,15	0,16	0,175

**Quadro 02 - Parâmetros meteorológicos para determinação de  $S_2$**   
 Fonte: Adaptado da NBR 6123 (ABNT, 1988).

A partir da obtenção dos dados pelo Quadro 02, calcula-se o fator  $S_2$ , para a determinada altura ( $z$ ), dos modelos adotados para as análises, os resultados apresentam-se na Tabela 01.

**Tabela 01 – Valor do fator  $S_2$  para os modelos analisados**

MODELO	Z (m)	$S_2$
3 pav	3	0,7166
	6	0,7815
	9	0,8221
8 pav	3	0,7166
	6	0,7815
	9	0,8221
	12	0,8522
	15	0,8763
	18	0,8965
	21	0,9139
24	0,9293	

Fonte: Autoria própria (2016).

Nota-se, diante dos resultados para  $S_2$ , que ao aumentar-se o número de pavimentos dos modelos, o valor obtido é maior, como esperado.

Para o fator estatístico  $S_3$ , que se baseia em conceitos estatísticos e leva em consideração o grau de segurança requerido e a vida útil da edificação, deve-se utilizar a tabela 3 da NBR 6123 (ABNT, 1988). Para este estudo, portanto, adotou-se como valor de  $S_3 = 1,00$ , por pertencer ao Grupo 2, que são edificações para hotéis e residências, para comércios e indústria com alto fator de ocupação.

Com os valores, de  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$  obtidos, a Equação 11 foi utilizada para calcular a velocidade característica do vento  $V_k$ . Os valores encontrados para os modelos adotados apresentam-se na Tabela 02.

**Tabela 02 – Velocidade característica do vento ( $V_k$ )**

MODELO	Z (m)	$V_k$ (m/s)
3 pav	3	32,96
	6	35,94
	9	37,81
8 pav	3	32,96
	6	35,94
	9	37,81
	12	39,20
	15	40,31
	18	41,23
	21	42,04
24	42,74	

Fonte: Aatoria própria (2016).

Determinou-se a pressão dinâmica do vento, através da Equação 10, pois o valor de  $V_k$  já foi determinado. Apresentam-se na Tabela 03, os resultados obtidos.

Tabela 03 – Pressão dinâmica do vento

MODELO	Z (m)	q(N/m <sup>2</sup> )
<b>3 pav</b>	3	666,11
	6	792,14
	9	876,65
<b>8 pav</b>	3	666,11
	6	792,14
	9	876,65
	12	942,02
	15	996,06
	18	1042,51
	21	1083,48
24	1120,26	

Fonte: Aatoria própria (2016).

Com estes parâmetros determinados, foi definido o coeficiente de arrasto  $C_a$ , através de um ábaco, que consta na figura 4 da NBR 6123 (ABNT, 1988), utilizada em edificações onde o vento é de baixa turbulência.

Verificou-se a atuação do vento para  $0^\circ$  e  $90^\circ$ , para as análises do presente trabalho. Assim, ficou determinado o vento a  $0^\circ$  atuando na menor inércia do edifício (direção Y dos eixos considerados) e  $90^\circ$  atuando na maior inércia do edifício (direção X).

#### 4.2.2.1.1 Incidência do vento a $0^\circ$

Na Tabela 04 são apresentados os resultados obtidos para os coeficientes de arrasto, devidos ao vento atuando a  $0^\circ$ , para os dois modelos em questão, através do ábaco citado anteriormente, bem como os valores necessários para tal obtenção.

**Tabela 04 – Coeficiente de arrasto**

<b>MODELO 3 PAV</b>	L1 = 11,52	<b>Ca= 0,8</b>
	L2 = 24,18	
	H = 9,00	
	L1/L2 = 0,476	
	H/L1 = 0,78	
<b>MODELO 8 PAV</b>	L1 = 11,52	<b>Ca= 1,0</b>
	L2 = 24,18	
	H = 24,00	
	L1/L2 = 0,476	
	H/L1 = 2,08	

Fonte: Autoria própria (2016).

#### 4.2.2.1.2 Incidência do vento a 90°

Após a análise do ábaco, que consta na figura 4 da NBR 6123 (ABNT, 1988), os resultados obtidos para os coeficientes de arrasto para o vento com incidência a 90° e os valores necessários para tais obtenções, estão dispostos na Tabela 05.

**Tabela 05 – Coeficiente de arrasto**

<b>MODELO 3 PAV</b>	L1 = 24,18	<b>Ca= 1,2</b>
	L2 = 11,52	
	H = 9,00	
	L1/L2 = 2,10	
	H/L1 = 0,37	
<b>MODELO 8 PAV</b>	L1 = 24,18	<b>Ca= 1,3</b>
	L2 = 11,52	
	H = 24,00	
	L1/L2 = 2,10	
	H/L1 = 0,99	

Fonte: Autoria própria (2016).

### 4.2.3 Combinações de Ações

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), define-se um carregamento pela combinação de ações que possam atuar simultaneamente sobre a estrutura, durante um tempo preestabelecido e devem-se determinar os efeitos que sejam mais desfavoráveis na combinação das ações para a estrutura, através da verificação da segurança em relação aos estados-limites últimos e de serviço.

No presente trabalho foram consideradas as combinações últimas normais, conforme menciona a NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando-se a Equação 17.

$$F_d = \gamma_g \times F_{gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{oj} \times F_{qjk}) \quad (17)$$

Onde:

$F_d$  é o valor de cálculo das ações para combinação última;

$F_{gk}$  representa as ações permanentes diretas;

$F_{qk}$  representa as ações variáveis diretas das quais  $F_{q1k}$  é escolhida principal;

$\gamma_g$  é o coeficiente de ponderação das ações permanentes no ELU;

$\gamma_q$  é o coeficiente de ponderação das ações variáveis no ELU;

$\psi_{oj}$  é o coeficiente redutor das ações variáveis secundárias no ELU.

Utilizando-se a tabela 11.1 da NBR 6118 (ABNT, 2014), Coeficiente  $\gamma_f = \gamma_{f1}$ ,  $\gamma_{f3}$ , definiu-se os coeficientes de ponderação, sendo 1,4 para as cargas permanentes e para as variáveis, já os coeficientes redutores foram definidos a partir da tabela 11.2, Valores do coeficiente  $\gamma_{f2}$ , da mesma norma, e adotou-se  $\Psi_{0j} = 0,6$  para minorar a pressão dinâmica do vento nas estruturas e  $\Psi_{0j} = 0,5$  para a redução da carga de utilização.

Aplicando esses coeficientes na Equação 17, surgem as seguintes combinações de ações:

Combinação 1:  $F_d = 1,4 \times (\text{Carga permanente} + \text{peso próprio}) + 1,4 (\text{Sobrecarga de utilização} + 0,6 \text{ vento } 0^\circ)$ ;

Combinação 2:  $F_d = 1,4 \times (\text{Carga permanente} + \text{peso próprio}) + 1,4 (\text{Sobrecarga de utilização} + 0,6 \text{ vento } 90^\circ)$ ;

Combinação 3:  $F_d = 1,4 \times (\text{Carga permanente} + \text{peso próprio}) + 1,4 (\text{Vento } 0^\circ + 0,5 \text{ Sobrecarga de utilização})$ ;

Combinação 4:  $F_d = 1,4 \times (\text{Carga permanente} + \text{peso próprio}) + 1,4 (\text{Vento } 90^\circ + 0,5 \text{ Sobrecarga de utilização})$ .

Os ventos  $-0^\circ$  e  $-90^\circ$  não são considerados nas combinações de ações, pois o edifício em estudo é simétrico.

### 4.3 SOFTWARE SAP2000

No presente trabalho, o programa computacional utilizado para a realização das análises foi o SAP2000, criado pela empresa CSI Computers & Structures Inc., sendo utilizada a versão estudantil. O SAP2000 é um programa de elementos finitos, com interface 3D, que é utilizado para análise estrutural.

#### 4.3.1 Roteiro da Modelagem

Há duas maneiras de se realizar a modelagem de um edifício no SAP2000, uma delas é a modelagem na interface do próprio programa, e a outra delas, utilizada na realização deste trabalho, é a modelagem utilizando a interface 3D do software AutoCAD. Nesse método, a estrutura modelada, em formato .dxf é importada para o SAP2000. Nesse método, as linhas que formam a estrutura, correspondem aos eixos dos pilares e das vigas. Ainda no AutoCAD, a estrutura é posicionada no nas coordenadas 0,0,0.

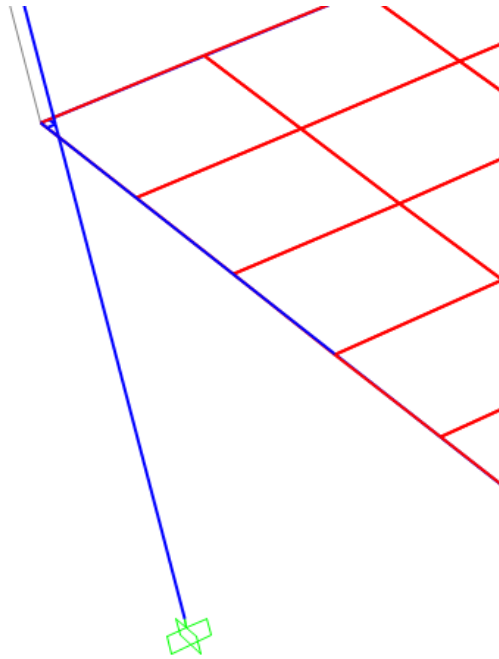
Como forma de facilitar a importação, foi criada uma layer para cada seção diferente dos elementos, possibilitando importar cada uma delas separadamente para o programa. Durante a importação as características de cada elemento vão sendo aferidas às diferentes layers, correspondentes às características de cada elemento, ou seja, sua seção e material.

#### 4.3.2 Lajes pelo Método dos Elementos Finitos

Neste modelo as lajes são representadas por placas. Cada laje é subdividida em diversas placas, e cada placa pode ter um formato qualquer,

usualmente triangular ou quadrangular. As forças que atuam nas lajes são lançadas nas vigas como cargas distribuídas (MONCAYO, 2011).

Para a realização das análises dos modelos abordados neste trabalho, fez-se a divisão das malhas pelo SAP2000 como ilustra a Figura 15.



**Figura 15 – Malha das lajes**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

O próprio programa possui um comando que permite dividir a área da laje, sendo necessário informar o valor da área desejada de cada elemento de placa.

#### 4.3.3 Elemento Rígido

Muitas vezes torna-se necessária a criação de um elemento rígido, quando os eixos dos pilares não coincidem com os eixos das vigas. Para Fontes (2005), os trechos rígidos chamados de “offsets”, são determinados pelas dimensões dos elementos, de acordo com a direção e a partir do nó que representa a ligação.

Os “offsets” são necessários, pois há uma garantia que ocorra a transmissão dos esforços para os pilares, assim, caso não ocorra essa consideração, o comportamento da estrutura da estrutura real será diferente do comportamento obtido (FONTES, 2005).



No AutoCAD, foram projetados os elementos rígidos para que depois ocorresse a importação para o SAP2000. Após a importação, foi criada uma seção para o elemento e assim, com as devidas configurações, os tornou rígidos.

#### 4.3.4 Criação de Layers

O recurso de layers possibilita uma melhor organização do projeto e também facilita sua edição e visualização, e por meio deles é possível escolhermos as cores que as linhas serão representadas na tela do computador e depois associá-las a uma espessura e cor para plotagem.

No AutoCAD, optou-se criar layers para pilares, elemento rígido, vigas e para as malhas das lajes. Para cada seção de pilares e vigas adotou-se layers diferentes para facilitar a criação de grupos distintos na importação pelo SAP2000 versão estudantil, e para as malhas foram criados layers para cada laje, como mostra o Quadro 03.

PILARES	VIGAS	MALHA	ELEMENTO RÍGIDO
25x20	12x40	Malha laje 1	Elemento rígido
50x20		Malha laje 2	
20x20		Malha laje 3	
20x45		Malha laje 4	
65x20			
20x25			

**Quadro 03 – Layers criados**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

#### 4.3.5 Importação da Estrutura para o *Software* SAP2000

Para a importação da estrutura no SAP2000, é necessário que o arquivo AutoCAD esteja salvo no formato .dxf. No SAP2000, fez-se a importação do arquivo desejado, após escolher o arquivo .dxf, é feita a escolha dos elementos que serão importados. No nosso caso, optou-se por importar uma layer por vez, sendo cada

uma delas correspondente a um elemento da estrutura, foram criados grupos nomeados com o elemento ao qual correspondia a layer. Essa técnica permite facilitar a seleção dos elementos, quando se deseja aferir a estes suas características, não necessitando clicar em todas as barras para fazer a seleção, e sim selecionando-se o grupo.

#### 4.3.6 Definição do Material

O material definido foi o concreto. Nesta etapa também foram acrescentados o módulo de elasticidade, calculado anteriormente sendo  $E_{cs} = 28980$  MPa, o coeficiente de Poisson de 0,2 e o peso por unidade de medida do concreto de  $25 \text{ kN/m}^3$ .

Para a laje, foi criado um novo material com peso igual a zero e depois a carga de peso próprio foi aplicada diretamente nos nós, garantindo que o peso da laje não fosse considerado duplamente devido à sobreposição da grelha.

#### 4.3.7 Definição das Seções

Na etapa para definir as seções foi selecionado duas opções, sendo uma retangular e outra quadrada devida à existência dos dois tipos de seção para pilar, na estrutura. Após selecionar o tipo da seção, escolheu-se o nome, as dimensões, as propriedades e o material da mesma.

#### 4.3.8 Lançamento e Combinação das Cargas

Definidas as cargas existentes na estrutura, foi dado início ao lançamento das mesmas no SAP2000. Com exceção da carga de peso próprio, foi adotado coeficiente chamado de *Self Weight Multiplier*, com valor igual a zero, isso para que não fosse computado o peso próprio novamente em todas as outras cargas. Após, foi selecionado as seções da estrutura e estipulado quais cargas cada seção iria receber.

As combinações que se fazem necessárias para as análises deste trabalho, citadas anteriormente no item 4.2.3, foram criadas devidamente com seus respectivos fatores de majoração e minoração.

#### 4.3.9 Constante de Torção

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), utiliza-se 15% da rigidez elástica para reduzir a rigidez à torção das vigas devido à fissuração. De acordo com análises feitas por Col Debella (2015), foi identificado que a adoção de 15% da rigidez total à torção das vigas, além de atender a NBR 6118 (ABNT, 2014), torna-se uma boa forma de representar o real comportamento da laje maciça de concreto armado. Portanto, foi determinado os 15% da rigidez à torção para as vigas de apoio.

#### 4.3.10 Não Linearidade Física

A não linearidade física dos elementos estruturais foi considerada de maneira aproximada como recomenda a NBR 6118 (ABNT, 2014), alterando-se a rigidez dos elementos estruturais.

Segundo Moncayo (2011, p. 26), é difícil ter vigas armadas com  $A's = A_s$ , em projetos de edifícios usuais, a consideração  $A's \neq A_s$  pode ser utilizada tanto para vigas com armadura simples ou dupla. Seguindo as considerações deste trabalho, a rigidez das lajes foi reduzida para  $0,3 \times E_{ci} \times I_c$ , os pilares para  $0,8 \times E_{ci} \times I_c$  e para as vigas  $0,4 \times E_{ci} \times I_c$ . Os valores foram incluídos em cada seção no SAP2000.

### 4.4 ANÁLISE DO PARÂMETRO DE INSTABILIDADE $\alpha$ PARA OS MODELOS ADOTADOS

Vale lembrar o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  não estima os esforços de segunda ordem a partir dos esforços de primeira ordem, apenas classifica a estrutura como de nós fixos ou nós móveis.

Caso a estrutura seja classificada de nós móveis, teoricamente os esforços locais de segunda ordem devem ser obtidos através de processos mais refinados como, por exemplo, o P-Delta, que determina os esforços totais de uma estrutura por meio de um cálculo iterativo, e que será apresentado neste trabalho.

Para classificar as estruturas em nós fixos ou móveis utilizou-se a Equação 18:

$$\alpha = H_{tot} \times \sqrt{\frac{N_k}{EI_{eq}}} \quad (18)$$

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n, \text{ se } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6, \text{ se } n \geq 4$$

Onde:

$n$  é o número de níveis de andares acima da fundação;

$H_{tot}$  é a altura total da estrutura, medida a partir da fundação;

$N_k$  é a somatória de todas as cargas verticais atuantes na estrutura (a partir do nível considerado para o cálculo de  $H_{tot}$ ), com seu valor característico;

$EI_{eq}$  é a rigidez do pilar equivalente, que será determinada a partir de um pilar equivalente de seção constante, engastado na base e livre no topo, de mesma altura  $H_{tot}$ , de forma que sob a ação do mesmo carregamento horizontal sofra o mesmo deslocamento calculado inicialmente.

A estrutura será de nós fixos se o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor de referência denominado  $\alpha_1$ .

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), o módulo de rigidez equivalente da estrutura é determinado a partir da aplicação do carregamento horizontal. No entanto, segundo Oliveira (2002), ao considerar o carregamento horizontal como sendo as forças oriundas do vento, não seria possível encontrar uma expressão geral que relacionasse o módulo de rigidez equivalente e o deslocamento no topo, uma vez que essas forças variam conforme o número de pavimentos e altura dos pés direitos. Logo, seria mais apropriado substituir o carregamento horizontal por uma força uniformemente distribuída ao longo da altura do edifício ( $p$ ). Deste modo, a força distribuída ao longo da altura do edifício é obtida através da Equação 19.

$$p = q \times C_a \times l \quad (19)$$

Sendo:

$q$  a pressão dinâmica do vento adotada (por simplificação, foi tomada a média dos valores calculados para os pavimentos de cada modelo);

$C_a$  o coeficiente de arrasto;

$l$  o lado da fachada sobre qual o vento incide.

Assim, a rigidez equivalente  $EI$  pode ser calculada pela equação da linha elástica, já conhecida na mecânica das estruturas, segundo a Equação 20.

$$(EI)eq = \frac{pH^4}{8a} \quad (20)$$

Onde:

$p$  é a ação unitária uniformemente distribuída;

$a$  é o deslocamento horizontal no topo da estrutura provocado por  $p$ .

Dessa forma, tem-se:

- Direção X (vento 0°)

$$p_{3PAV} = 0,7783 \times 0,8 \times 11,52 = 7,1728 \text{ kN/m}$$

$$p_{8PAV} = 0,9399 \times 1,0 \times 11,52 = 10,827 \text{ kN/m}$$

- Direção Y (vento 90°)

$$p_{3PAV} = 0,7783 \times 1,2 \times 24,18 = 22,583 \text{ kN/m}$$

$$p_{8PAV} = 0,9399 \times 1,3 \times 24,18 = 29,5448 \text{ kN/m}$$

Após a aplicação dos carregamentos na estrutura, constatou-se que a combinação 4 foi a que apresentou os valores críticos de deslocamentos no topo das estruturas, os quais são apresentados a seguir.

- Direção X (vento 0°)

$$a_{3PAV} = 0,0021\text{m} = 2,1\text{mm}$$

$$a_{8PAV} = 0,0295\text{m} = 29,5\text{mm}$$

- Direção Y (vento 90°)

$$a_{3PAV} = 0,0043\text{m} = 4,3\text{mm}$$

$$a_{8PAV} = 0,0622\text{m} = 62,2\text{mm}$$

Os deslocamentos foram definidos através da média dos deslocamentos dos pilares na face oposta da aplicação da força, os resultados obtidos são mostrados nas Figuras 16, 17, 18 e 19. Apenas no modelo de 8 pavimentos é que pôde ser percebida uma pequena variação nos valores dos deslocamentos. Isso deve-se ao fato de o edifício estudado não possuir uma geometria totalmente simétrica.

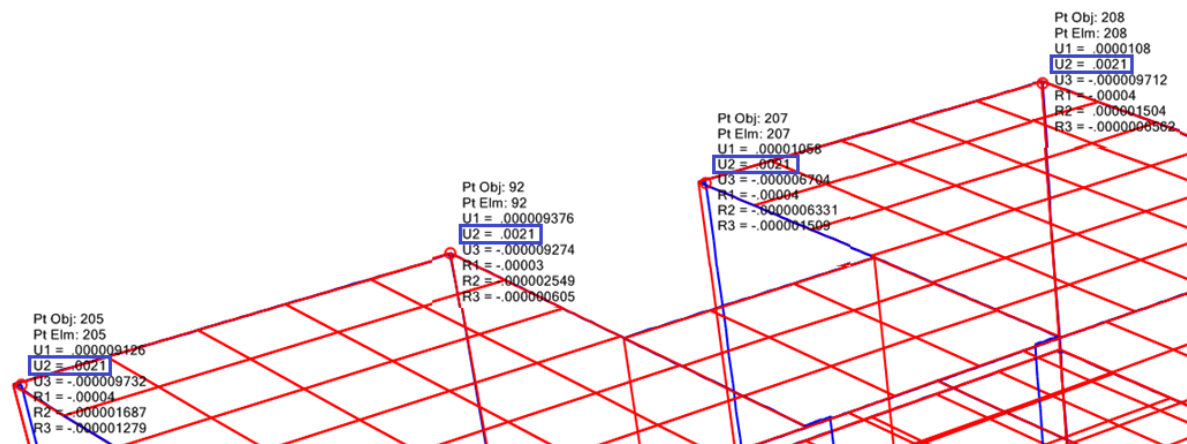


Figura 16 – Deslocamentos do modelo 3PAV com vento atuando a 0°  
Fonte: Autoria própria (2016).

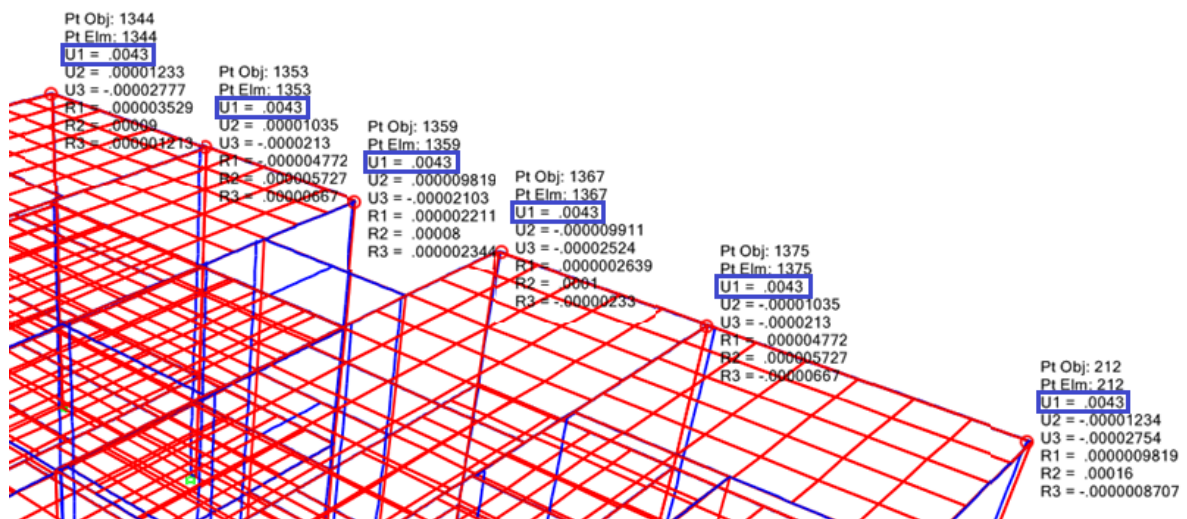


Figura 17 – Deslocamentos do modelo 3PAV com vento atuando a 90°  
Fonte: Autoria própria (2016).

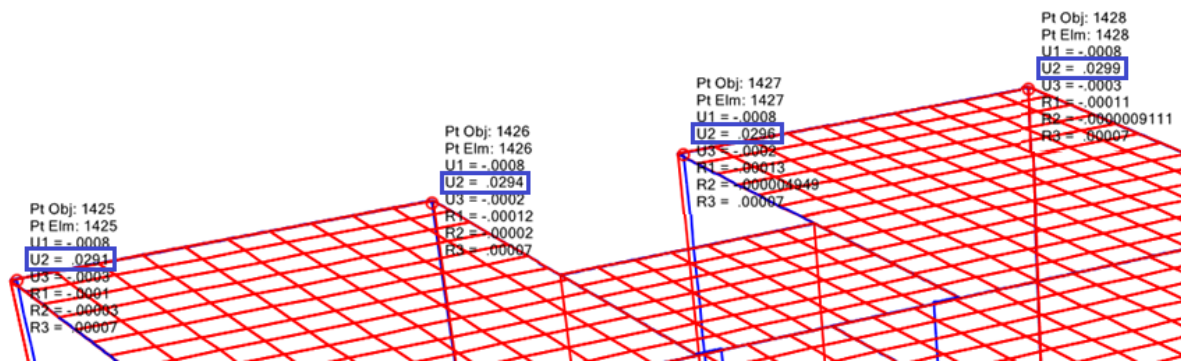


Figura 18 – Deslocamentos do modelo 8PAV com vento atuando a 0°  
Fonte: Autoria própria (2016).

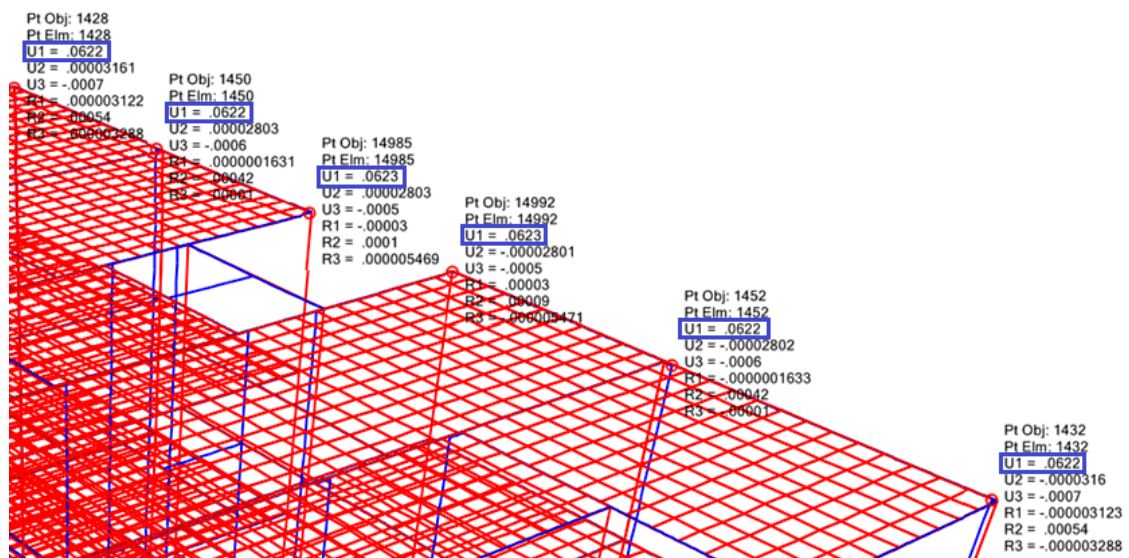


Figura 19 – Deslocamentos do modelo 8PAV com vento atuando a 90°  
Fonte: Autoria própria (2016).

Os valores encontrados no somatório do carregamento vertical do modelo 3PAV é  $N_k = 7824,282$  kN e  $H_{tot} = 9$  metros e do modelo 8PAV é  $N_k = 20864,752$  kN e  $H_{tot} = 24$  metros.

Utilizando as equações (18) e (20), tem-se:

- Para o modelo 3PAV com vento atuando a 0° (direção x):

$$(EI)eq = \frac{7,1728x9^4}{8x0,0021} = 2,801x10^6 \text{ kN.m}$$

Obtido o valor de  $(EI)_{eq}$ , é possível calcular o valor de  $\alpha$ :

$$\alpha = 9 \times \sqrt{\frac{7824,282}{2,801 \times 10^6}}$$

Logo,

$$\alpha_{0^\circ} (3PAV) = 0,476$$

- Para o modelo 3PAV com vento atuando a  $90^\circ$  (direção y):

$$(EI)_{eq} = \frac{22,583 \times 9^4}{8 \times 0,0043} = 4,307 \times 10^6 \text{ kN.m}$$

Obtido o valor de  $(EI)_{eq}$ , calcula-se o valor de  $\alpha$ :

$$\alpha = 9 \times \sqrt{\frac{7824,282}{4,307 \times 10^6}}$$

Logo,

$$\alpha_{90^\circ} (3PAV) = 0,384$$

Esse valor de  $\alpha$  é comparado com o valor de referência  $\alpha_1$  para classificar o edifício em nós fixos ou móveis. Para o edifício de três pavimentos, tem-se:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n$$

Como  $n = 3$ , então:

$$\alpha_1 = 0,5$$

Como  $\alpha \leq \alpha_1$ , então a estrutura é considerada de nós fixos, em ambas as direções, neste caso, os efeitos locais de segunda ordem poderiam ser desprezados.

- Para o modelo 8PAV com vento atuando a  $0^\circ$  (direção x):

$$(EI)_{eq} = \frac{10,827 \times 24^4}{8 \times 0,0295} = 15,221 \times 10^6 \text{ kN.m}$$



Obtido o valor de  $(EI)_{eq}$ , calcula-se o valor de  $\alpha$ :

$$\alpha = 24 \times \sqrt{\frac{20864,752}{15,221 \times 10^6}}$$

Logo,

$$\alpha_{0^\circ} (8PAV) = 0,889$$

- Para o modelo 8PAV com vento atuando a  $90^\circ$  (direção y):

$$(EI)_{eq} = \frac{29,5448 \times 24^4}{8 \times 0,0622} = 19,699 \times 10^6 \text{ kN.m}$$

Obtido o valor de  $(EI)_{eq}$ , calcula-se o valor de  $\alpha$ :

$$\alpha = 24 \times \sqrt{\frac{20864,752}{19,699 \times 10^6}}$$

Logo,

$$\alpha_{90^\circ} (8PAV) = 0,781$$

Para o edifício de oito pavimentos, tem-se:

$$\alpha_1 = 0,6$$

Como  $\alpha \geq \alpha_1$ , então a estrutura é considerada de nós móveis, em ambas as direções, e os efeitos de segunda ordem da estrutura devem ser calculados.

Os procedimentos para obter o coeficiente  $\alpha$  adotam simplificações para facilitar a avaliação da estrutura, porém, não possibilita estimar os efeitos de segunda ordem, tornando necessária a aplicação de outros métodos para a obtenção dos esforços na estrutura devido a não linearidade geométrica (HIGA; MATOS, 2011).

#### 4.5 APLICAÇÃO DO PROCESSO P-DELTA

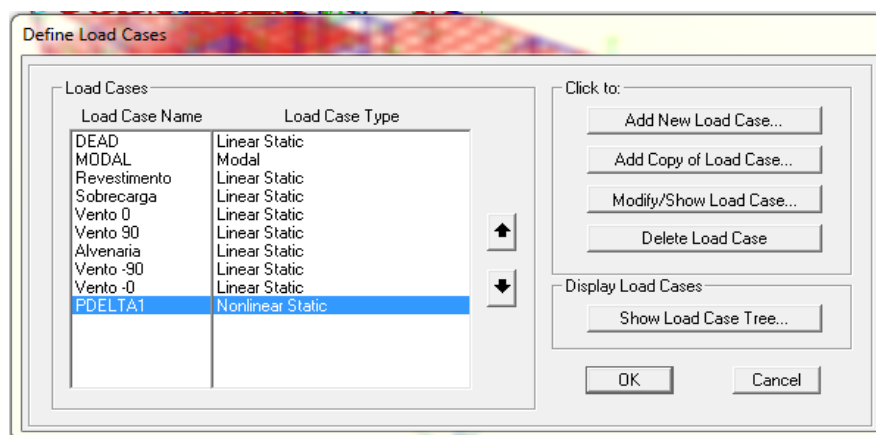
Para consideração dos efeitos de segunda ordem na estrutura, foi utilizado o processo P-Delta.

#### 4.5.1 Consideração dos Efeitos P-Delta no SAP2000

Antes de analisar os modelos através do P-Delta, foi realizada uma verificação das cargas atuantes na estrutura, das seções dos elementos estruturais e das combinações de carga, averiguando possíveis erros ou problemas de estabilidade em cada modelo.

Para a consideração dos efeitos P-Delta no SAP2000, para cada combinação de carga, foi criado um caso de análise não linear que inclui o parâmetro de não-linearidade geométrica P-Delta. A aplicação do P-Delta no SAP2000 seguiu os passos descrito a seguir.

Definiu-se um *load case* "P-Delta" para cada combinação de esforços, obtendo-se assim o P-Delta1 correspondente à combinação de cargas 1, como mostra a Figura 20.



**Figura 20 – Caso de análise P-Delta**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Depois de criado o *load case* P-Delta, foram incluídas nele as cargas da combinação correspondente e selecionado o tipo de análise não linear e assinalado a opção P-Delta, como mostra a Figura 21, essa figura também mostra as cargas inclusas no *P-Delta case* para o caso da combinação 1. Esses passos foram repetidos para as demais combinações.

**Load Case Data - Nonlinear Static**

Load Case Name: PDELTA1  Notes:

Load Case Type: Static

Initial Conditions:

Zero Initial Conditions - Start from Unstressed State

Continue from State at End of Nonlinear Case

Important Note: Loads from this previous case are included in the current case

Modal Load Case: All Modal Loads Applied Use Modes from Case

Loads Applied:

Load Type	Load Name	Scale Factor
Load Pattern	DEAD	1,4
Load Pattern	Revestimento	1,4
Load Pattern	Alvenaria	1,4
Load Pattern	Sobrecarga	1,4
Load Pattern	Vento 0	0,84

Analysis Type:

Linear

Nonlinear

Nonlinear Staged Construction

Geometric Nonlinearity Parameters:

None

P-Delta

P-Delta plus Large Displacements

Other Parameters:

Load Application: Full Load

Results Saved: Final State Only

Nonlinear Parameters: Default

**Figura 21 – Cargas inclusas no caso P-Delta**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Antes de executar a análise do P-Delta, para todas as *load cases* foi marcado a opção “*Stiffness at End of Nonlinear Case*”, para ativar a opção P-Delta, a qual foi selecionada. Logo após, deu-se início a análise, onde o SAP2000 incluiu os efeitos P-Delta.

## 5 RESULTADOS E ANÁLISES

Como já dito anteriormente, a combinação 4 foi a que apresentou valores de deslocamentos e esforços maiores dos causados pelas demais combinações. As análises dos efeitos de segunda ordem foram realizadas a partir desta combinação e da combinação 3, para que se obtivesse um comparativo dos esforços com a aplicação do vento a  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . A figura 22 mostra as faces de atuação das cargas de ventos para que seja mais claro de se compreender os resultados, essa convenção vale tanto para o modelo de 8 pavimentos como para o modelo de 3 pavimentos.

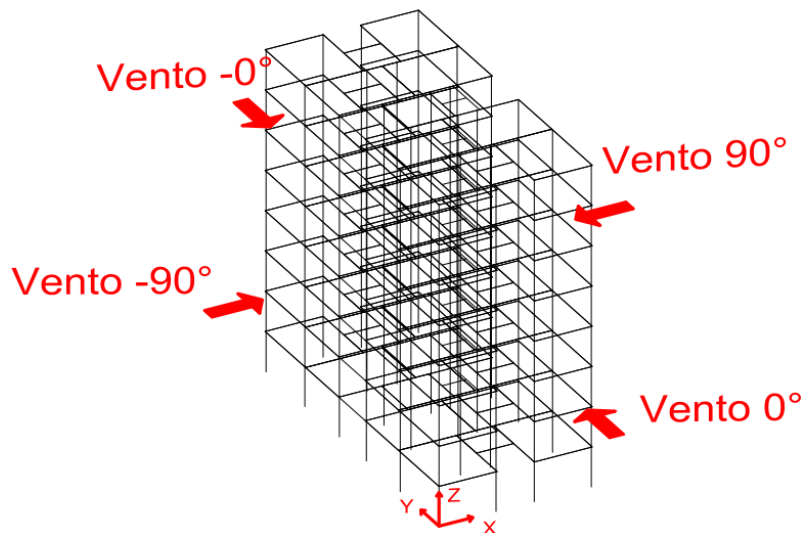


Figura 22 – Aplicação dos ventos na estrutura  
Fonte: Autoria própria (2016).

### 5.1 PARÂMETRO DE INSTABILIDADE $\alpha$

O parâmetro de instabilidade  $\alpha$  foi utilizado para classificar a estrutura em nós fixos ou móveis, lembrando que a estrutura é considerada de nós fixos se o parâmetro de instabilidade  $\alpha$  for menor que o valor de referência denominado  $\alpha_1$ . Os resultados obtidos na análise dos edifícios através do parâmetro  $\alpha$ , são mostrados no Quadro 04.

	<b>Direção do vento</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\alpha_1</math></b>
<b>3 PAV</b>	0°	0,476	0,5
	90°	0,384	
<b>8 PAV</b>	0°	0,889	0,6
	90°	0,781	

**Quadro 04 – Valores de  $\alpha$  dos modelos em estudo**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Através dos resultados obtidos, classificou-se o modelo 3PAV como sendo de nós fixos e o modelo 8PAV de nós móveis, sendo obrigatória a consideração dos efeitos globais de segunda ordem, ao passo que, no caso de estruturas de nós fixos, a norma NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que os efeitos globais de segunda ordem sejam desprezados.

Uma estrutura considerada de nós fixos é aquela onde os efeitos globais de segunda ordem são inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem.

Considerando o item 15.5.2 da NBR 6118 (ABNT, 2014), para o modelo 3PAV não seria necessária a consideração dos efeitos globais de segunda ordem. Entretanto, estes efeitos foram calculados nos dois modelos estudados, através da aplicação do processo P-Delta, para possibilitar a comparação dos resultados em termos de esforços finais nos elementos da estrutura, independentemente da classificação em nós fixos ou móveis. Mostrando que, quando classificada em nós fixos, a estrutura realmente não apresenta um aumento significativo nos esforços finais quando considerados os efeitos globais de segunda ordem.

Os resultados das análises de primeira e segunda ordem de ambos os modelos serão apresentados e discutidos no próximo item.

## 5.2 PROCESSO P-DELTA

O processo P-Delta avalia a magnitude dos esforços globais de segunda ordem da estrutura. Os valores desses esforços foram obtidos através de sua aplicação no SAP2000.

### 5.2.1 Estudo dos Pilares

No presente trabalho, analisou-se o comportamento dos pilares da estrutura dos dois modelos descritos no item 4.1.1, o modelo 3PAV e o modelo 8PAV.

Devido aos carregamentos impostos, os pilares ficam submetidos a grandes esforços axiais de compressão, mas também a momentos fletores ao longo de seu comprimento, principalmente devido às cargas laterais (ex. vento).

Para realizar a análise dos efeitos globais de segunda ordem da estrutura, foram escolhidos alguns pilares que representassem o comportamento da estrutura.

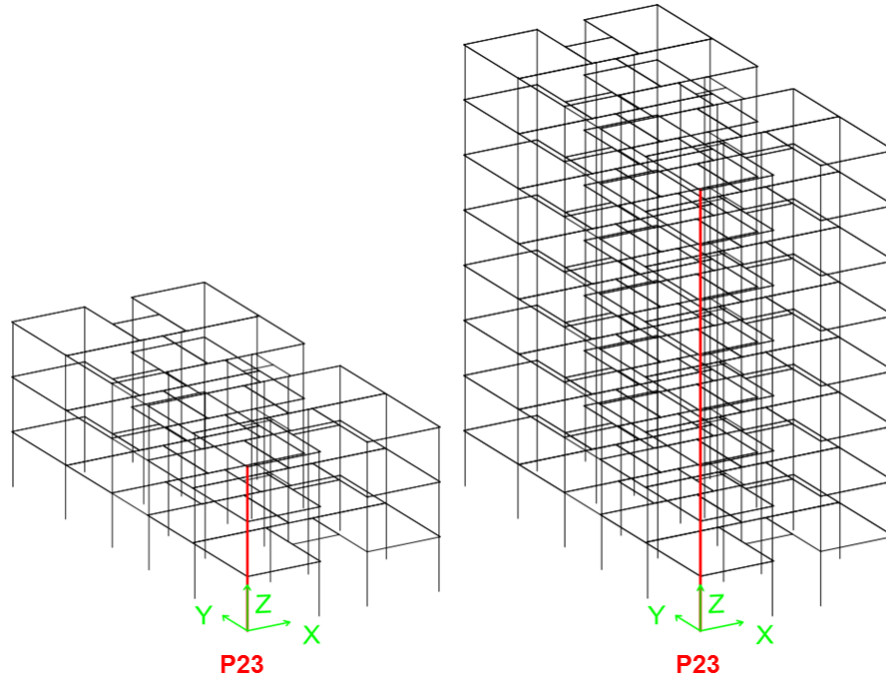
Em uma estrutura de contraventamento, a posição de cada pilar na estrutura representa um comportamento diferente em relação aos esforços horizontais, por esse motivo, a primeira análise feita pretende comparar a magnitude dos esforços de momentos fletores apresentado por um pilar de canto, um de extremidade e outro intermediário. Para todos eles foi analisada as combinações 3 e 4, em que a combinação 3 majora a força do vento a  $0^\circ$ , atuante na face de maior inércia da estrutura, e a combinação 4 majora a força do vento a  $90^\circ$ , atuante na face de menor inércia da estrutura.

Os pilares escolhidos para realização desta análise foram os pilares P23 (canto), P22 (extremidade) e P21 (intermediário). A posição destes na estrutura pode ser consultada nas figuras que antecedem a apresentação dos resultados de cada um deles. Nesta análise, os esforços avaliados, foram os do pilar do primeiro pavimento e do último pavimento, sendo o último correspondendo ao terceiro pavimento do modelo 3PAV e ao oitavo pavimento do modelo 8PAV.

Vale lembrar que o modelo 3PAV foi classificado como nós fixos, ou seja, dispensaria a consideração dos efeitos de segunda ordem. Desse modo, espera-se que com a consideração dos efeitos globais de segunda ordem, não ocorra aumentos significativos nos esforços da estrutura.

Em todas as tabelas, os valores destacados na cor vermelha representam valores dos momentos que diminuiriam quando considerados os efeitos globais de segunda ordem e os valores destacados na cor azul, representam os valores onde os momentos aumentaram.

A Figura 23 mostra o posicionamento do pilar P23 na estrutura, e em seguida a Tabela 06, apresenta os valores obtidos na análise deste mesmo pilar.



**Figura 23 – Posição do Pilar P23 na estrutura**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Tabela 06 – Pilar P23 (canto)

PILAR P23 PRIMEIRO PAVIMENTO (CANTO)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m) (em módulo)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		COMB 3	COMB 4
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4		
3 PAV	Mx	0	-3,20	-8,55	-3,28	-8,77	0,08	0,22
		3	6,35	8,35	6,35	8,43	0,01	0,08
	My	0	-2,08	-4,78	-1,99	-4,89	0,09	0,11
		3	8,04	9,64	7,74	9,50	0,30	0,14
8 PAV	Mx	0	-3,69	-27,87	-4,26	-31,37	0,57	3,50
		3	7,19	13,86	7,60	15,45	0,42	1,59
	My	0	8,46	-4,21	12,69	-4,46	4,24	0,25
		3	1,81	8,60	-1,57	8,06	3,38	0,54

PILAR P23 ÚLTIMO PAVIMENTO (CANTO)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m) (em módulo)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		COMB 3	COMB 4
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4		
3 PAV	Mx	0	-8,95	-10,78	-8,98	-10,93	0,03	0,14
		3	12,54	15,71	12,56	15,91	0,02	0,19
	My	0	-13,26	-14,02	-13,17	-14,02	0,09	0,00
		3	16,38	17,65	16,20	17,61	0,17	0,04
8 PAV	Mx	0	-10,31	-13,36	-10,42	-13,94	0,11	0,58
		3	13,99	20,35	14,10	21,46	0,11	1,11
	My	0	-12,17	-13,39	-11,96	-13,36	0,22	0,03
		3	14,49	16,75	14,10	16,69	0,39	0,06

Fonte: Autoria própria (2016).

Como esperado, os esforços de momentos fletores foram maiores nos pilares com a combinação 4 atuando, ou seja, a carga horizontal atuando na menor inércia do edifício, ou seja, o vento atuando a 90°.

Observando as diferenças entre os esforços finais, nas duas últimas colunas da tabela, nota-se que as do modelo 8PAV são maiores, indicando que a influencia dos efeitos globais de segunda ordem é maior no edifício mais alto.

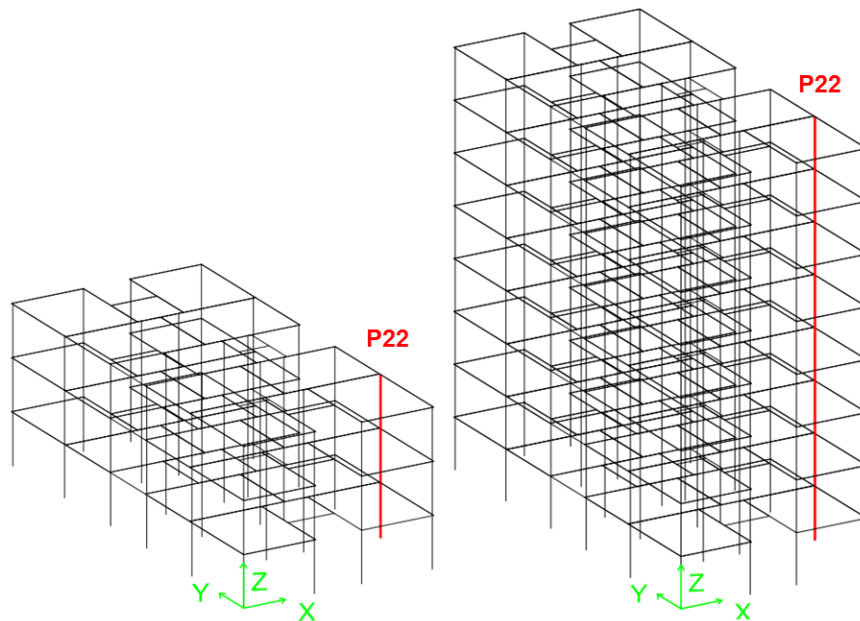
Nota-se também que as diferenças são menores quando analisado o último pavimento dos modelos, mostrando que os efeitos de segunda ordem influenciam mais na base da estrutura e diminuem no topo.

Os elementos da estrutura não trabalham de forma independente, e sim de forma conjunta, ou seja, toda a estrutura trabalha e se desloca junta, isso explica o



motivo de alguns dos esforços não sofrerem aumento quando considerados os efeitos globais de segunda ordem.

A Figura 24 mostra o posicionamento do pilar P22 na estrutura, e em seguida a Tabela 07, apresenta os valores obtidos na análise deste mesmo pilar.



**Figura 24 – Posição do Pilar P22 nos modelos**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Assim como no pilar de canto (P23), a atuação da combinação 4 mostrou mais influencia sobre o valor dos momentos fletores. E em relação a esse mesmo pilar, percebe-se um aumento na magnitude do momento fletor máximo.

Tabela 07 – Pilar P22 (extremidade)

PILAR P22 PRIMEIRO PAVIMENTO (EXTREMIDADE)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		(em módulo)	
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4
3 PAV	Mx	0	1,51	-4,79	1,51	-4,86	0,00	0,06
		3	-3,19	-2,27	-3,09	-2,15	0,09	0,12
	My	0	22,13	-0,71	24,15	-0,67	2,02	0,04
		3	-4,59	0,55	-5,06	0,46	0,48	0,09
8 PAV	Mx	0	0,71	-28,23	-0,14	-31,98	0,86	3,75
		3	-1,68	0,18	-0,14	1,46	1,54	1,29
	My	0	104,60	0,62	143,46	1,42	38,86	0,79
		3	-14,45	-3,37	-14,00	-4,82	0,45	1,45

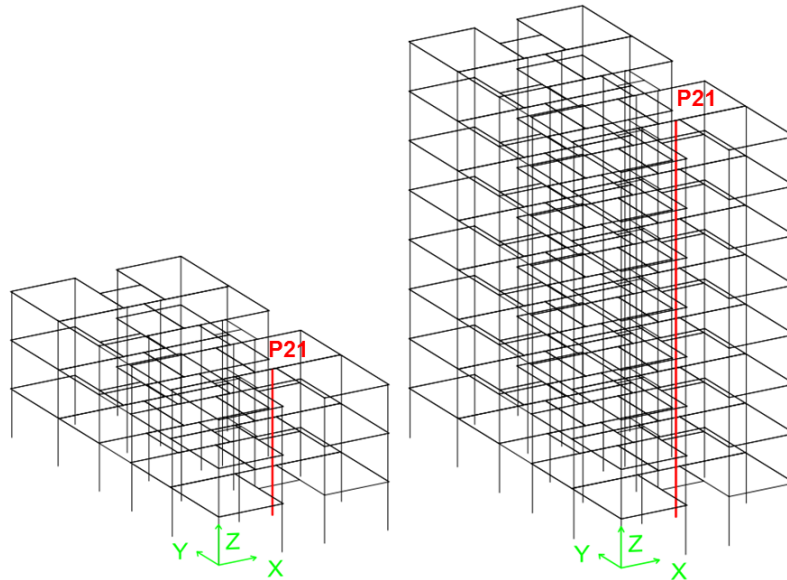
PILAR P22 ÚLTIMO PAVIMENTO (EXTREMIDADE)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		(em módulo)	
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4
3 PAV	Mx	0	4,73	4,03	4,67	3,93	0,06	0,10
		3	-7,13	-4,68	-7,05	-4,49	0,08	0,19
	My	0	-2,40	0,02	-2,51	0,13	0,12	0,11
		3	-3,34	-0,33	-3,89	-0,48	0,55	0,15
8 PAV	Mx	0	5,66	3,63	5,54	3,10	0,12	0,53
		3	-8,49	-1,51	-8,35	-0,14	0,14	1,37
	My	0	-2,63	4,47	-3,83	5,08	1,20	0,61
		3	-9,80	-5,71	-11,11	-6,39	1,31	0,68

Fonte: Autoria própria (2016).

Observando as diferenças entre os esforços finais, nas duas últimas colunas da tabela, nota-se uma inversão, já que agora, são os valores de Mx que apresentam diminuição nos momentos fletores quando considerados os efeitos globais de segunda ordem, ao contrário do que aconteceu no pilar de canto (P23).

Do mesmo modo que constatado que acontece no pilar de canto (P23), as diferenças entre os momento fletores são maiores no modelo 8PAV. Essas mesmas diferenças são menores quando analisado o último pavimento dos modelos, mostrando que os efeitos de segunda ordem influenciam mais na base da estrutura e diminuem no topo.

O último pilar a ser estudado nessa primeira análise é o pilar intermediário (P21). A Figura 25 mostra o posicionamento do pilar P21 na estrutura, e em seguida a Tabela 08, apresenta os valores obtidos na análise deste mesmo pilar.



**Figura 25 – Posição do Pilar P21 nos modelos**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Nesse pilar foram constatados os maiores valores de momento fletor, mostrando um aumento significativo em relação aos pilares de canto (P23) e de extremidade (P22).

Tabela 08 – Pilar P21 (intermediário)

PILAR P21 PRIMEIRO PAVIMENTO (INTERMEDIÁRIO)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		(em módulo)	
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4
<b>3 PAV</b>	Mx	0	-20,98	-109,98	-21,21	-114,02	0,24	4,03
		3	42,99	47,83	43,11	47,67	0,12	0,16
	My	0	8,96	3,32	9,43	3,46	0,47	0,15
		3	-6,43	-6,77	-6,57	-6,85	0,14	0,08
<b>8 PAV</b>	Mx	0	-21,62	-422,92	-24,43	-502,11	2,82	79,20
		3	42,54	9,24	44,35	-12,86	1,81	22,12
	My	0	34,23	6,73	42,89	8,05	8,67	1,31
		3	-12,05	-13,70	-13,67	-15,23	1,61	1,53

PILAR P21 ÚLTIMO PAVIMENTO (INTERMEDIÁRIO)								
		Posição (m)	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
			Análise de 1ª ordem		Análise de 2ª ordem		(em módulo)	
			COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4	COMB 3	COMB 4
<b>3 PAV</b>	Mx	0	-58,04	-56,33	-58,16	-56,46	0,12	0,13
		3	90,65	111,51	90,86	112,94	0,21	1,42
	My	0	6,52	9,09	6,51	9,24	0,01	0,15
		3	-11,51	-12,92	-11,66	-13,09	0,15	0,18
<b>8 PAV</b>	Mx	0	-58,46	-40,57	-58,49	-36,51	0,03	4,06
		3	88,50	131,31	88,68	138,37	0,18	7,06
	My	0	7,48	12,19	7,23	12,77	0,25	0,59
		3	-14,65	-16,44	-15,06	-17,06	0,42	0,62

Fonte: Autoria própria (2016).

Pode-se verificar que os aumentos de todos os esforços de momento fletor na análise de segunda ordem, são sempre muito pequenos no modelo 3PAV. Já os momentos fletores no modelo 8 PAV são significativos, quase sempre apresentando grandes aumentos, comprovando, assim, a necessidade da análise de segunda ordem da estrutura. Em todos os pilares estudados, a atuação da combinação 4 na estrutura é a que resulta em maiores valores de momento fletor.

Confirmando aquilo que já foi constatado no estudo dos pilares de canto (P23) e de extremidade (P22), as diferenças entre os esforços, com a consideração dos efeitos de segunda ordem, são muito pequenas no último pavimento do edifício em relação à sua base.

Conter; Demeterko e Imai (2011) afirmam que, na medida em que sobem os pavimentos, há uma redução na diferença entre os esforços provenientes da análise em primeira ordem e em segunda ordem. Nos últimos pavimentos a diferença é quase nula. Corroborando com a constatação feita em nosso estudo.

A segunda análise feita pretende comparar a magnitude dos esforços de momentos fletores e o comportamento apresentado por uma prumada de pilar, da base até o topo da estrutura. Para realizar essa análise, foi escolhido o pilar (P06), por se tratar de um pilar intermediário que apresentam maiores valores de momento fletor. Optou-se em analisar a atuação dos ventos a  $0^\circ$  e a  $90^\circ$ , com as respectivas combinações 3 e 4.

- Prumada de pilares – combinação 3

Os primeiros resultados analisados referem-se a atuação da combinação 3 na estrutura. A Tabela 09 apresenta os momentos fletores do pilar (P06).

Analisando a Tabela 09, percebe-se que os momentos fletores são maiores na direção de menor inércia da estrutura (direção X), mesmo o carregamento horizontal estando aplicado na direção Y (vento  $0^\circ$ ).

Tabela 09 – Prumada de pilares do modelo 8PAV e 3PAV

COMB 3 - VENTO ATUANDO NA DIREÇÃO Y (MAIOR INÉRCIA)						
8 PAV - DIREÇÃO X						
P06	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)	
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	16,08	-33,60	16,41	-31,01	0,34	2,59
2º PAV	44,47	-40,29	41,89	-37,12	2,58	3,17
3º PAV	37,22	-38,62	33,97	-35,97	3,24	2,65
4º PAV	39,85	-41,27	37,06	-39,09	2,79	2,18
5º PAV	41,73	-42,35	39,42	-40,98	2,31	1,38
6º PAV	43,36	-45,74	41,99	-45,03	1,37	0,71
7º PAV	42,28	-37,01	41,55	-36,65	0,73	0,36
8º PAV	55,52	-85,95	55,24	-85,83	0,27	0,13
8 PAV - DIREÇÃO Y						
P06	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)	
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	27,87	0,77	36,15	-0,86	8,28	1,64
2º PAV	7,08	-4,81	15,92	-11,65	8,83	6,84
3º PAV	3,46	-5,73	9,38	-13,50	5,91	7,77
4º PAV	0,23	-3,82	3,25	-9,31	3,01	5,48
5º PAV	-2,54	-2,53	-1,96	-6,25	0,57	3,71
6º PAV	-4,62	-0,55	-4,62	-2,86	0,00	2,30
7º PAV	-6,03	-0,05	-6,35	-1,25	0,31	1,19
8º PAV	-9,37	9,76	-9,67	9,37	0,29	0,3
3 PAV - DIREÇÃO X						
P06	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)	
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	18,60	-41,75	18,61	-41,63	0,01	0,12
2º PAV	49,96	-39,35	49,79	-39,20	-0,17	0,15
3º PAV	55,57	-88,25	55,46	-88,18	-0,10	0,06
3 PAV - DIREÇÃO Y						
P06	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)	
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	4,14	3,28	4,47	3,11	0,33	-0,16
2º PAV	-4,64	2,09	-4,48	1,82	0,15	-0,27
3º PAV	-7,11	8,79	-7,15	8,69	-0,04	-0,10

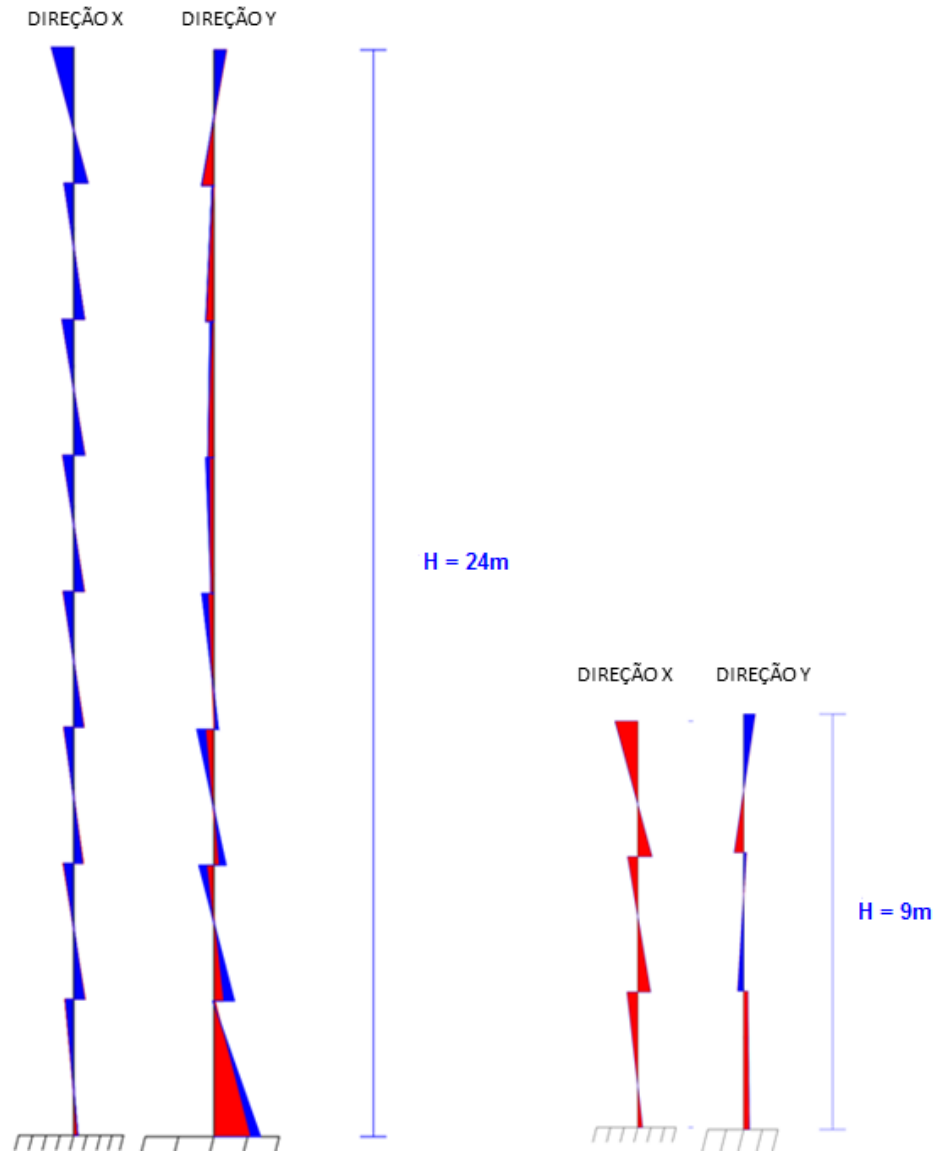
Fonte: Autoria própria (2016).

Analisando o modelo 8PAV, nota-se que o aumento nos momentos fletores na análise de segunda ordem, ocorrem na direção em que a carga horizontal atua, ou seja, como na combinação 3 o vento atua a  $0^\circ$  na direção Y, os momentos fletores  $M_y$  apresentaram aumento na análise de segunda ordem, e os momento  $M_x$ , diminuíram em sua grande maioria.

Há uma tendência do mesmo acontecer no edifício de três pavimentos, porém como os efeitos globais de segunda ordem influenciam muito pouco nessa estrutura, esse comportamento não é percebido claramente através da tabela.

A Figura 26 represente o comportamento do pilar (P06), ressaltando que os esforços da direção X e Y não estão na mesma escala, pois os momentos fletores são tão menores na direção Y, que não seriam visíveis se a figura estivesse em mesma escala. No entanto, a Figura 26, permite visualizar o comportamento do pilar diante da atuação da combinação 3.

Os esforços de primeira ordem são representados em vermelho e o de segunda ordem em azul. A esquerda do pilar estão os momentos negativos e à sua direita, os momentos positivos.



**Figura 26 – Momentos fletores do pilar 06 para a combinação 3**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

No modelo 8PAV, nota-se claramente a flambagem do pilar na direção em que a carga horizontal atua, ou seja, na direção Y. Nota-se também o aumento dos momentos fletores na análise de segunda ordem nessa direção, como já descrito anteriormente. No edifício de 3 pavimentos esse comportamento não fica tão claro, por trata-se de um edifício de pequena altura.



- Prumada de pilares – combinação 4

Os resultados da Tabela 10 referem-se a atuação da combinação 4 na estrutura e apresenta os momentos fletores do pilar (P06).

Analisando a Tabela 10, percebe-se que os momentos fletores possuem maior magnitude dos que analisados para a combinação 3. Percebe-se que, no modelo 8PAV, desta vez eles apresentam aumento nas diferenças entre momentos fletores em ambas as direções (X e Y), diminuindo no topo do edifício.

**Tabela 10 – Prumada de pilares do modelo 8PAV e 3PAV**

<b>COMB 4 - VENTO ATUANDO NA DIREÇÃO X (MENOR INÉRCIA)</b>						
<b>8 PAV - DIREÇÃO X</b>						
<b>P06</b>	<b>MOMENTO FLETOR (KN.m)</b>				<b>DIFERENÇA (KN.m)</b>	
	<b>1ª ORDEM</b>		<b>2ª ORDEM</b>		<b>(em módulo)</b>	
	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>
<b>1º PAV</b>	-387,28	-67,45	-463,78	-88,35	<b>76,50</b>	<b>20,90</b>
<b>2º PAV</b>	-179,16	64,10	-249,78	90,97	<b>70,62</b>	<b>26,86</b>
<b>3º PAV</b>	-99,664	109,17	-143,55	156,27	<b>43,89</b>	<b>47,10</b>
<b>4º PAV</b>	-47,03	107,44	-68,46	154,88	<b>21,43</b>	<b>47,44</b>
<b>5º PAV</b>	-3,88	96,23	-9,29	135,77	<b>5,41</b>	<b>39,54</b>
<b>6º PAV</b>	27,91	72,15	30,71	99,96	<b>2,79</b>	<b>27,80</b>
<b>7º PAV</b>	50,23	50,76	55,65	67,20	<b>5,42</b>	<b>16,43</b>
<b>8º PAV</b>	73,84	-43,32	77,93	-36,40	<b>4,09</b>	<b>6,92</b>
<b>8 PAV - DIREÇÃO Y</b>						
<b>P06</b>	<b>MOMENTO FLETOR (KN.m)</b>				<b>DIFERENÇA (KN.m)</b>	
	<b>1ª ORDEM</b>		<b>2ª ORDEM</b>		<b>(em módulo)</b>	
	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>
<b>1º PAV</b>	0,54	-1,09	1,50	-2,70	<b>0,96</b>	<b>1,60</b>
<b>2º PAV</b>	2,81	-4,04	5,85	-7,22	<b>3,03</b>	<b>3,18</b>
<b>3º PAV</b>	4,58	-3,88	8,05	-7,25	<b>3,46</b>	<b>3,37</b>
<b>4º PAV</b>	4,02	-4,88	7,20	-7,96	<b>3,17</b>	<b>3,07</b>
<b>5º PAV</b>	4,56	-3,38	7,23	-5,75	<b>2,66</b>	<b>2,36</b>
<b>6º PAV</b>	1,27	-0,29	2,92	-1,74	<b>1,64</b>	<b>1,44</b>
<b>7º PAV</b>	-0,94	1,20	0,01	0,43	<b>0,95</b>	<b>0,76</b>
<b>8º PAV</b>	-4,66	7,94	-4,12	7,34	<b>0,54</b>	<b>0,59</b>
<b>3 PAV - DIREÇÃO X</b>						
<b>P06</b>	<b>MOMENTO FLETOR (KN.m)</b>				<b>DIFERENÇA (KN.m)</b>	
	<b>1ª ORDEM</b>		<b>2ª ORDEM</b>		<b>(em módulo)</b>	
	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>	<b>0 m</b>	<b>3 m</b>
<b>1º PAV</b>	-70,56	-37,10	-74,42	-37,26	<b>3,85</b>	<b>0,15</b>
<b>2º PAV</b>	23,59	-7,91	21,59	-6,06	<b>1,99</b>	<b>1,84</b>
<b>3º PAV</b>	57,28	-67,31	57,20	-66,04	<b>0,08</b>	<b>1,27</b>

Tabela 11 – Prumada de pilares do modelo 8PAV e 3PAV

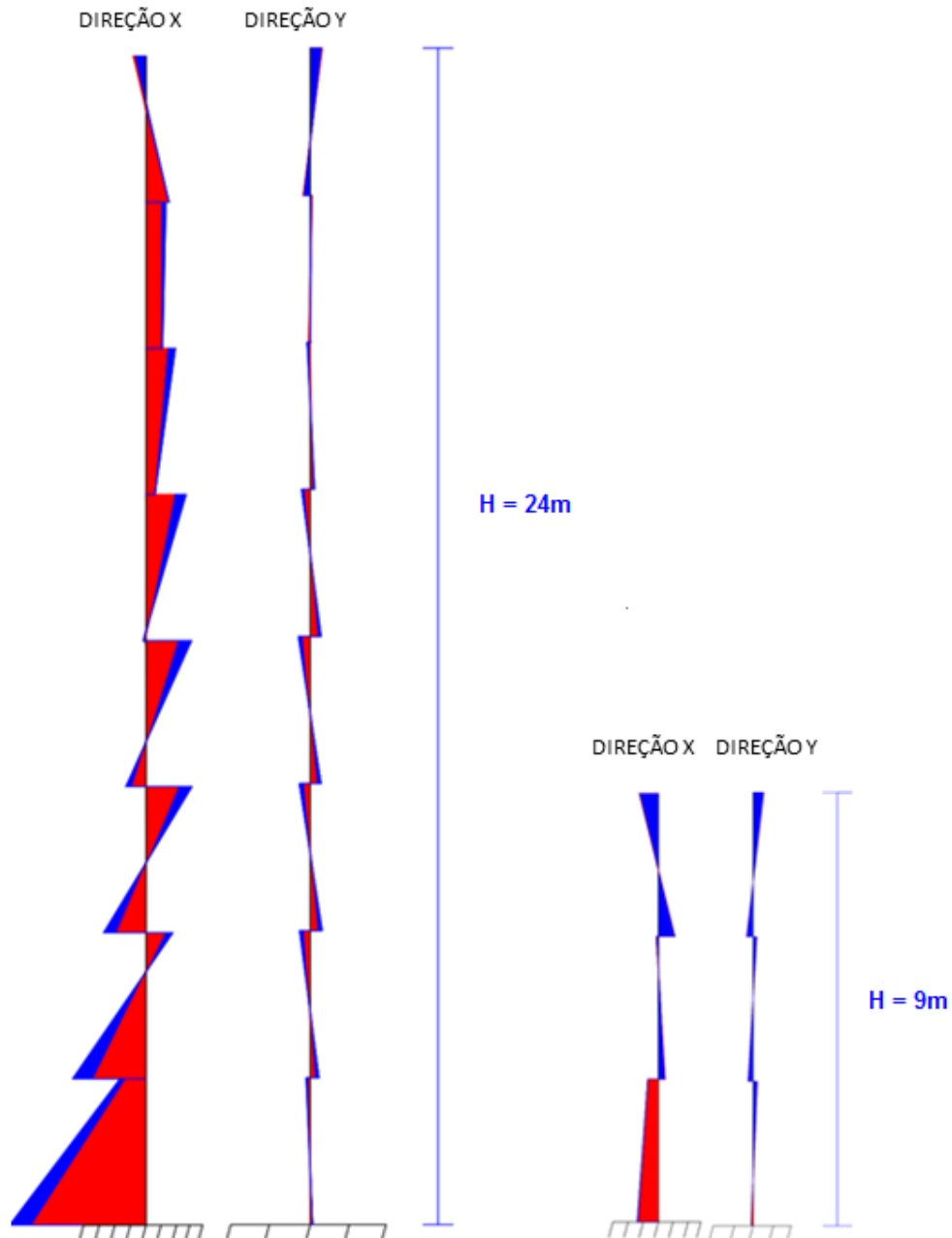
COMB 4 - VENTO ATUANDO NA DIREÇÃO X (MENOR INÉRCIA)						
3 PAV - DIREÇÃO Y						
P06	MOMENTO FLETOR (KN.m)				DIFERENÇA (KN.m) (em módulo)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		0 m	3 m
	0 m	3 m	0 m	3 m		
1º PAV	-1,43	2,91	-1,43	2,81	0,00	0,10
2º PAV	-3,51	2,58	-3,38	2,45	0,13	0,12
3º PAV	-4,53	7,37	-4,41	7,24	0,11	0,13

Fonte: Aatoria própria (2016).

No modelo 3PAV, apenas na direção X que se apresentam aumento no momentos da estrutura quando realizada a análise de segunda ordem. Na direção X, todos os momentos fletores diminuem.

A Figura 27 representa o comportamento do pilar (P06), para a atuação da combinação 4. Da mesma maneira que na Figura 26, os esforços da direção X e Y não estão na mesma escala, pois os momentos fletores são tão menores na direção Y, que não seriam visíveis se a figura estivesse em mesma escala. No entanto, a Figura 26, permite visualizar o comportamento do pilar diante da atuação da combinação 3.

Os esforços de primeira ordem são representados em vermelho e o de segunda ordem em azul. A esquerda do pilar estão os momentos negativos e à sua direita, os momentos positivos.



**Figura 27 – Momentos fletores do pilar 06 para a combinação 4**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Da mesma maneira que para a combinação 3, na combinação 4 também pode ser percebido que o pilar apresenta diagrama de momentos fletores que mostra sua tendência de flambar. Além disso, nota que desta vez, essa tendência ocorre na direção X, que é a direção em que está aplicada a carga horizontal.

a terceira análise realizada refere-se aos esforços axiais dos pilares. Optou-se por analisar pilares em lados opostos da edificação e com o vento atuando a  $90^\circ$  para estudar o comportamento desses pilares em relação aos efeitos globais de

segunda ordem. Apresentam-se aqui apenas os valores do modelo 8PAV com a combinação 4 atuando na estrutura, por se tratar de valores maiores e influência mais significativa do esforço horizontal e dos efeitos de segunda ordem na análise.

Os pilares escolhidos para realizar a análise foram os pilares P05 e P08, por apresentarem mesma seção transversal e se encontrarem em faces opostas da edificação. O pilar P08 encontra-se na face que recebe o carregamento horizontal e o pilar P05 encontra-se na face oposta. A localização dos mesmos na estrutura pode ser observada na Figura 28.

Com o vento atuando em apenas um lado da edificação tem-se uma tendência de tração no pilar da face que recebe o carregamento horizontal, ou seja, apesar de sofrer esforços de compressão, espera-se que essa prumada de pilares, a que está recebendo o carregamento horizontal, apresente valores menores de compressão do que os pilares da face oposta.

Esse comportamento foi verificado na análise do edifício, de maneira que o pilar P05 apresenta maiores valores de esforço de compressão do que o pilar P08. Os resultados são apresentados na Tabela 11.

Tabela 12 – Esforços axiais no modelo 8PAV

COMB 4 - VENTO ATUANDO NA DIREÇÃO X (MENOR INÉRCIA)								
8 PAV - PILAR P05								
P05	FORÇA AXIAL (KN)				DIFERENÇA (KN)		DIFERENÇA (%)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)			
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	-1493,80	-1484,35	-1541,45	-1532,00	47,65	47,65	3,19	3,21
2º PAV	-1303,82	-1294,37	-1344,52	-1335,07	40,69	40,69	3,12	3,14
3º PAV	-1106,31	-1096,86	-1132,41	-1137,13	26,1	40,27	2,36	3,67
4º PAV	-909,07	-899,62	-930,16	-920,71	21,1	21,1	2,32	2,35
5º PAV	-716,42	-706,97	-729,75	-720,30	13,33	13,33	1,86	1,89
6º PAV	-529,32	-519,87	-537,02	-527,57	7,7	7,7	1,45	1,48
7º PAV	-348,36	-338,88	-352,31	-342,86	3,94	3,97	1,13	1,17
8º PAV	-173,51	-164,06	-175,12	-165,67	1,61	1,61	0,93	0,98

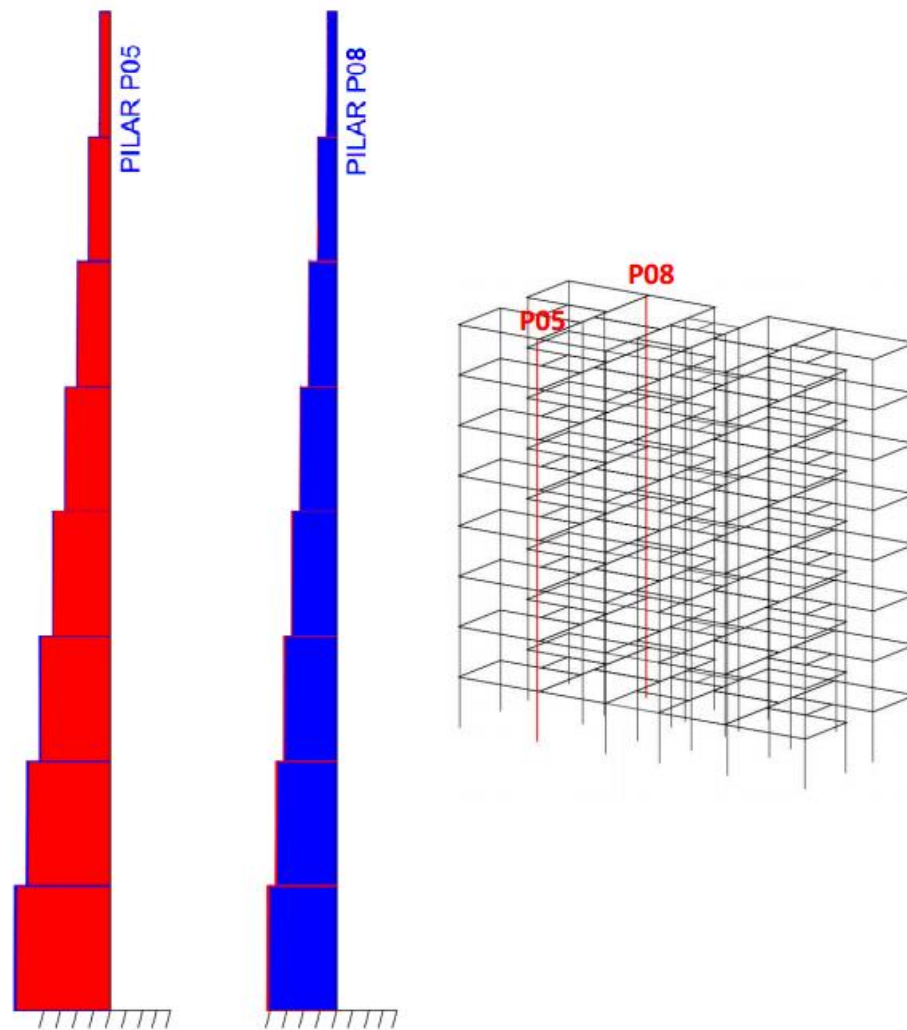
  

8 PAV - PILAR P08								
P08	FORÇA AXIAL (KN)				DIFERENÇA (KN)		DIFERENÇA (%)	
	1ª ORDEM		2ª ORDEM		(em módulo)			
	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m	0 m	3 m
1º PAV	-1120,21	-1110,76	-1073,83	-1064,38	46,39	46,39	-4,14	-4,18
2º PAV	-982,76	-973,31	-943,00	-933,55	39,76	39,76	-4,05	-4,09
3º PAV	-854,32	-844,87	-824,18	-814,73	30,15	30,15	-3,53	-3,57
4º PAV	-725,51	-716,06	-704,84	-695,39	20,67	20,67	-2,85	-2,89
5º PAV	-591,91	-582,46	-578,81	-569,36	13,1	13,1	-2,21	-2,25
6º PAV	-453,02	-443,57	-445,42	-435,97	7,59	7,59	-1,68	-1,71
7º PAV	-308,03	-298,58	-304,09	-294,64	3,94	3,94	-1,28	-1,32
8º PAV	-158,26	-148,81	-156,70	-147,25	1,56	1,56	-0,98	-1,05

Fonte: Autoria própria (2016).

Nota-se que a força axial diminui significativamente no topo do pilar com relação a sua base. Como já foi constatado em análises anteriores, os efeitos de segunda ordem são mais significativos na base do edifício. No pilar da face que recebe o esforço horizontal os valores de esforço axial aumentam com a consideração dos efeitos globais de segunda ordem, já no pilar da face oposta a essa, os valores de esforço axial diminuem com a consideração dos efeitos globais de segunda ordem.

A Figura 28 mostra os esforços axiais dos pilares estudados e seu posicionamento na estrutura para melhor compreender o comportamento dos mesmos.



**Figura 28 – Esforços axiais nos pilares**  
 Fonte: Autoria própria (2016).

### 5.2.2 Estudo das Vigas

Estudando o comportamento das vigas dos modelos analisados, notou-se que os esforços de primeira ordem e de segunda ordem são muito similares, não apresentando um aumento significativo, pois os pilares é que sofrem maior impacto em relação aos esforços globais de segunda ordem.

Para a análise, selecionou-se as mesmas quatro vigas nos dois modelos, sendo duas vigas internas e duas externas na estrutura. Aplicou-se as combinações 3 e 4 e escolheu-se os momentos máximos positivos e negativos nas direções X e Y, de cada modelo e comparou-se os valores obtidos das análises de primeira e

segunda ordem, obtendo-se assim, aumentos dos esforços em módulo, os quais podem-se observar na Tabela 12.

**Tabela 13 – Esforços de momento fletor nos modelos 8PAV e 3PAV**

<b>MOMENTO FLETOR (KN.m)</b>									
				<b>MOMENTO FLETOR (KN.m)</b>				<b>DIFERENÇA (KN.m)</b>	
				<b>Análise de 1ª ordem</b>		<b>Análise de 2ª ordem</b>		<b>(em módulo)</b>	
<b>Posição (m)</b>				<b>COMB 3</b>	<b>COMB 4</b>	<b>COMB 3</b>	<b>COMB 4</b>	<b>COMB 3</b>	<b>COMB 4</b>
<b>3 PAV</b>	<b>Internas</b>	V07 (x) Mmáx+	0,9	2,65	2,70	2,65	2,70	0,00	0,00
		V07 (x) Mmáx-	1,8	-2,34	-2,27	-2,35	-2,27	0,00	0,01
		V17 (y) Mmáx+	2,3	19,11	19,06	19,13	19,07	0,01	0,00
		V17 (y) Mmáx-	0	-6,97	-6,84	-7,00	-6,85	0,03	0,01
	<b>Externas</b>	V11 (x) Mmáx+	2,16	23,65	23,78	23,69	23,82	0,03	0,04
		V11 (x) Mmáx-	0,04	-11,30	-13,89	-11,33	-14,05	0,02	0,16
		V23 (y) Mmáx+	2,3333	27,87	27,63	27,94	27,66	0,06	0,03
		V23 (y) Mmáx-	5,435	-51,04	-49,44	-51,33	-49,53	0,28	0,09
<b>8 PAV</b>	<b>Internas</b>	V07 (x) Mmáx+	0,9	3,04	3,46	3,04	3,57	0,00	0,11
		V07 (x) Mmáx-	1,8	-1,58	-0,78	-1,58	-0,57	0,00	0,21
		V17 (y) Mmáx+	2,4533	12,61	12,73	12,47	12,66	0,15	0,07
		V17 (y) Mmáx-	0,3067	-9,81	-12,00	-8,82	-12,06	1,00	0,05
	<b>Externas</b>	V11 (x) Mmáx+	2,16	21,23	22,98	20,86	23,25	0,37	0,28
		V11 (x) Mmáx-	0,04	-16,59	-46,14	-18,43	-55,12	1,84	8,98
		V23 (y) Mmáx+	2,1778	26,89	22,54	27,93	21,92	1,03	0,62
		V23 (y) Mmáx-	5,435	-73,28	-49,87	-87,13	-52,34	13,85	2,47

**Fonte: Autoria própria (2016).**

Os aumentos mais representativos correspondem ao modelo 8 PAV, como esperado, pois o carregamento horizontal ao longo do edifício ganha considerável relevância na avaliação da estabilidade do conjunto estrutural.

## 6 CONCLUSÃO

De acordo com sua rigidez, as estruturas podem ser classificadas em nós móveis ou fixos. As estruturas de nós fixos absorvem praticamente todas as ações verticais por possuírem uma subestrutura de contraventamento suficientemente rígida, e pode-se dispensar a consideração dos efeitos de segunda ordem. Já as estruturas de nós móveis possuem pouca rigidez com relação às ações horizontais, portanto, obrigatoriamente os efeitos de segunda ordem devem ser considerados.

No presente trabalho utilizou-se dois modelos para realizar a aplicação do parâmetro de instabilidade  $\alpha$  e do processo P-Delta, o modelo de três pavimentos (3PAV) e outro de oito pavimentos (8PAV).

Foram inicialmente classificados, através do parâmetro de instabilidade  $\alpha$ , as estruturas dos modelos em nós fixos ou móveis, o modelo 3PAV foi classificado em nós fixos e o modelo 8PAV em nós móveis.

Após a classificação quanto a deslocabilidade e a obrigatoriedade de considerar os efeitos de segunda ordem na estrutura, realizou-se as devidas análises pelo SAP2000, utilizando o processo P-Delta para ambos os modelos, mesmo para o modelo 3PAV, que devido a sua classificação em nós fixos não necessitaria calcular tais efeitos, mas para fins de comparações e certificações, os efeitos de segunda ordem foram calculados.

Concluimos, através das análises realizadas, que, como esperado, os esforços de momentos fletores foram maiores nos pilares quando o esforço horizontal considerado atuou na menor inércia do edifício, ou seja, o vento atuando a 90°, e os pilares que apresentaram maiores valores de momento fletor foram os intermediários. Observou-se que os maiores valores, tanto de momento fletor como força axial, se encontram na base dos pilares e decrescem com o aumento do número dos pavimentos.

Verificou-se que é indispensável a análise da estabilidade e a consideração dos efeitos de segunda ordem e que o cálculo e a avaliação dos mesmos são de suma importância, pois eles influenciam significativamente nos esforços obtidos na estrutura, alterando, assim, o seu dimensionamento.





## REFERÊNCIAS

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto armado – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 6120**: Cargas para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, 1980.

\_\_\_\_\_. **NBR 6123**: Força devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 1988.

\_\_\_\_\_. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas. Rio de Janeiro, 2003.

BASTOS, Paulo S. S. **Lajes de concreto**. Notas de aula do curso de Engenharia Civil – Universidade Estadual Paulista. Bauru. 2015.

BECK, H.; KÖNIG, G. (1966). **Restraining forces (Festhaltekräfte) in the analysis of tall buildings**. In: SYMPOSIUM ON TALL BUILDINGS, Oxford. *Proceedings*. p.513-536.

BUENO, Mônica Maria E. **Avaliação dos Parâmetros de Instabilidade Global em Estruturas de Concreto Armado**. 2009. 88f. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil) – Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

CARVALHO, Roberto Chust, PINHEIRO, Libânio Miranda. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Volume 2. São Paulo, Pini, 2009.

CARVALHO, Roberto Chust. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado – segundo a NBR 6118:2003**. 3.ed. São Paulo:EdUFSCar – Editora da Universidade Federal de São Carlos, 2013.

CARMO, Regina M. S. **Efeitos de segunda ordem em edifícios usuais de concreto armado**. 1995. 112f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos. 2005.

CHEN, W. F. and Lui, E. M. (1991). **Stability Design of Steel Frames**, CRC Press, Inc., Boca Raton, FL. 1991.

COL DEBELLA, Leticia Barizon. **Estudo da analogia de grelha no cálculo de lajes maciças de concreto armado.** (2015). 80f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2015.

CONTER, L.J.; DEMETERKO, R.H.; IMAI, A.P. **Análise dos Efeitos de Segunda Ordem em Estruturas de Edifícios de Concreto Armado.** 2011. 111f. Trabalho de Conclusão de Curso. (Curso de Engenharia de Produção Civil). Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2011.

DOBSON, Richard. **P-Delta Analysis.** 2002. Disponível em: <[http://www.newsteelconstruction.com/wp/wpcontent/uploads/TechPaper/NSCJan03\\_P-Delta](http://www.newsteelconstruction.com/wp/wpcontent/uploads/TechPaper/NSCJan03_P-Delta)>. Acesso em: 06 jun. 2016.

FACHIN, Odília. **Fundamentos de Metologia.** 3ª ed. São Paulo: Saraiva, 2001.

FONTES, Fernando Fernandes. **Análise estrutural de elementos lineares segundo a NBR 6118:2003.** (2005). 137f. Universidade de São Carlos, São Paulo, 2005.

FRANCO, M.; VASCONCELOS, A.C. (1991). **Practical assessment of second order effects in tall buildings.** In: COLLOQUIUM ON THE CEB-FIP MC 90, Rio de Janeiro. *Proceedings...* Rio de Janeiro : COPPE/UFRJ, 1991. p.307- 324.

GELATTI, Flavia. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado.** 2012. 239 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª.ed. São Paulo: Atlas S.A., 2002.

HIGA, Leonardo K. M.; MATOS, Natália P. **Análise de estabilidade global das estruturas de edificações.** 2011. 174f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso Superior de Engenharia Civil. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2011.

KIMURA, Alio. **Informática aplicada em estruturas de concreto armado: cálculo de edifícios com o uso de sistemas computacionais.** São Paulo: PINI, 2007.

LAVALL, A.C.C.; SILVA, R.M. (1989). **Efeitos de 2ª ordem em edifícios metálicos de andares múltiplos**. São Carlos. Seminário – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1989.

LEMESSURIER, W.J. (1976). **A Practical Method of Second Order Analysis**, Part 1 -Pin-Jointed Frames, *Engineering Journal, AISC*, V. 13, N. 4, p. 89-96. 1976.

LIMA, Juliana Soares. **Verificação da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. 2001. 249f. Dissertação - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2001.

LOPES, A. P., SANTOS; G. O.; SOUZA, A.L.A.C (2005). **Estudo sobre diferentes métodos de análise p-delta**. In: Congresso Brasileiro do Concreto, 47., Olinda. *Anais...*Instituto Brasileiro de Concreto, São Paulo, 2005.

MARANHÃO, G. M. . **Avaliação dos Parâmetros de Instabilidade**. In: 41o. Congresso Brasileiro do Concreto, 1999, Salvador, BA, Brasil. *Anais...* do 41o. Congresso Brasileiro do Concreto, 1999.

MONCAYO, Winston Junior Zumeta. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. (2011). 221f. Tese (Mestrado em ciências, programa de Engenharia Civil – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2011.

OLIVEIRA, Danielle Meireles de. **Parâmetros de instabilidade global das estruturas de concreto armado segundo a nova NBR-6118**. 2002. 133 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2002.

OLIVEIRA, Danielle Meireles de. **Estudo dos processos aproximados utilizados para a consideração das não-linearidades física e geométrica na análise global das estruturas de concreto armado**. (2007). 327f. Tese (Pós-Graduação em Engenharia das Estruturas) - Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.

PINTO, Rivelli da Silva. **Análise não-linear das estruturas de contraventamento de edifícios em concreto armado.** (2002). 204f. Tese (Doutorado em Engenharia das Estruturas) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2002.

SCADELAI, Murilo Alessandro. **Dimensionamento de pilares de acordo com a NBR 6118:2003.** 2004. 122f. Dissertação - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2004.

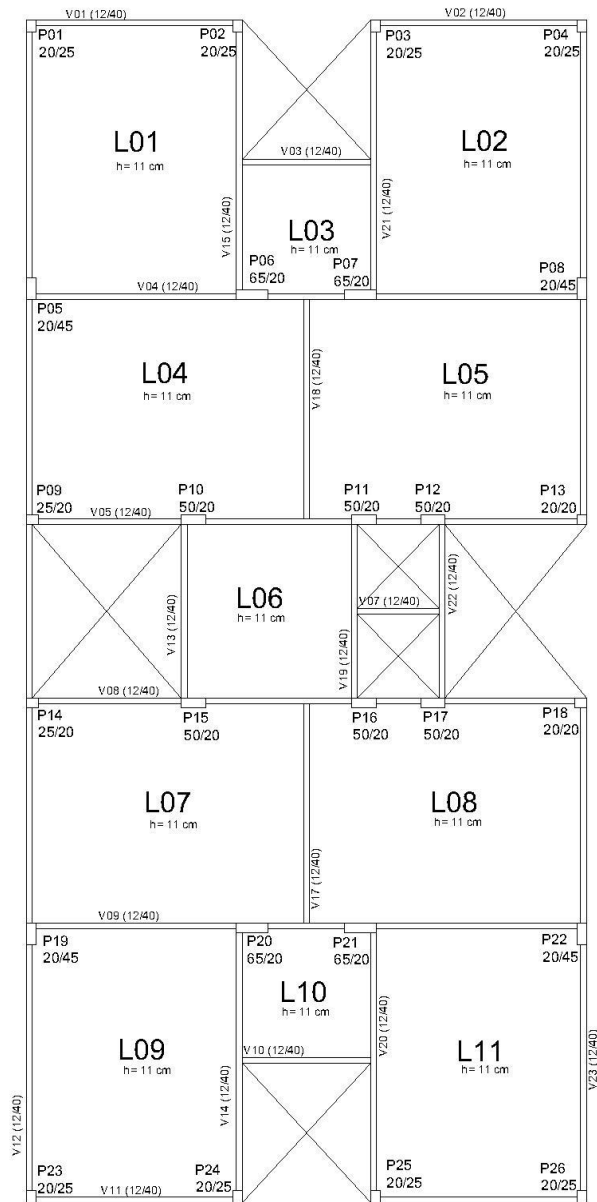
SILVA, Renata Gomes Lanna da. **Avaliação dos efeitos de 2ª ordem em edifícios de aço utilizando métodos aproximados e análise rigorosa.** 2004. 154 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2004.

SOUZA, Alex Sander C.; PEREIRA, Margot Fabiana. **Evolução das técnicas de análise e códigos de projeto em análise de 2ª ordem de estruturas metálicas.** Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural. Passo Fundo, v. 6, n.1, p. 7-36, 2009.

STRAMANDINOLI, Renata Sá Brito. **Modelo de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado.** (2007). 238f. (Doutorado em Engenharia Civil) –Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

WORDELL, Fernando. **Avaliação da Instabilidade Global de Edifícios Altos.** (2003). 94f. Trabalho (Mestrado-Profissional em Estruturas) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, UFRGS, Porto Alegre, 2003.

**ANEXO A**  
**PLANTA DE FORMAS DO EDIFÍCIO EM ESTUDO**



**Figura 29 – Planta de fôrma dos pavimentos**  
**Fonte: Adaptado de Dumêt, Tatiana B.**

**APÊNDICE A**  
**VALIDAÇÃO DO PROCESSO P-DELTA**



Como forma de validação do processo P-Delta utilizado pelo SAP2000, modelou-se um edifício simples de dois pavimentos e um pilar isolado engastado na base.

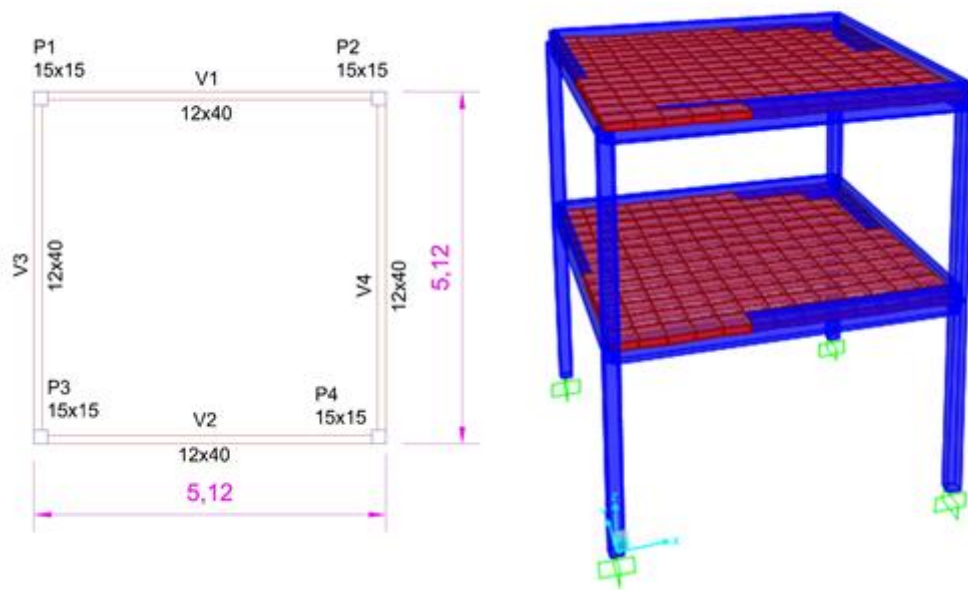
O edifício e o pilar foram modelados no SAP2000, os cálculos dos efeitos de segunda ordem foram realizados utilizando o processo P-Delta com o objetivo de comparar os resultados calculados de forma iterativa proposta pela bibliografia manualmente e os resultados obtidos através de sua aplicação no SAP2000.

Isso possibilita uma melhor interpretação dos resultados obtidos e uma comparação de resultados. Consequentemente, favorece um melhor entendimento e discernimento do cálculo realizado iterativamente para obtenção dos valores do efeito P-Delta.

- Edifício de Dois Pavimentos

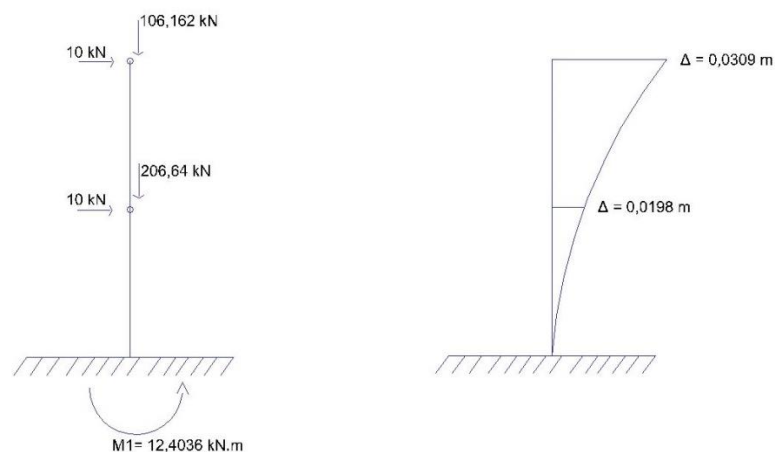
O edifício foi modelado seguindo os passos utilizados anteriormente para modelagem dos edifícios em estudo. A estrutura apresenta uma geometria simples para facilitar o cálculo realizado manualmente. A Figura 30 apresenta a planta do edifício em questão e sua respectiva modelagem, os pilares possuem três metros de altura.

Os carregamentos utilizados foram o de peso próprio, sobrecarga, alvenaria ( $15 \text{ kN/m}^3$ ) e vento de  $90^\circ$  aplicado diretamente nos nós em apenas uma face, com carga de 10 kN.



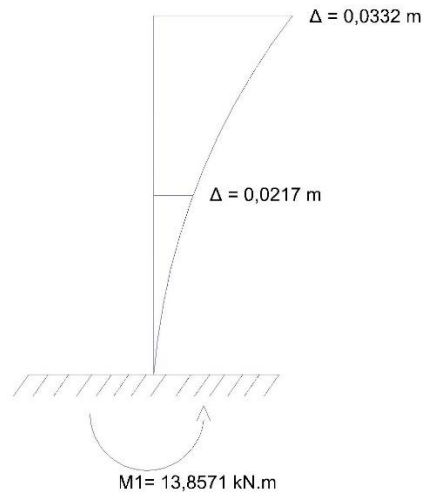
**Figura 30 – Planta do edifício e sua modelagem**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Como o carregamento horizontal da estrutura está aplicado apenas nos pilares P1 e P3 e por esses pilares apresentarem as mesmas deformações e os mesmos esforços, por ser uma estrutura simétrica, realizou-se a análise da configuração de carregamento apresentada por esses pilares que são equivalentes. A configuração inicial de carregamentos dos pilares P1 e P3 é mostrada na Figura 31.



**Figura 31 – Carregamentos na posição inicial e deslocamentos obtidos**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Realizou-se três iterações até a convergência dos deslocamentos. Os deslocamentos e momento final são apresentados na Figura 32.



**Figura 32 – Deslocamentos e momento fletor final**  
**Fonte: Autoria própria (2016).**

Após o cálculo a mão, realizou-se a análise utilizando o SAP2000, para obtenção do momento fletor final após consideração dos efeitos de segunda ordem. O valor encontrado foi de 14,9261 KN.m.

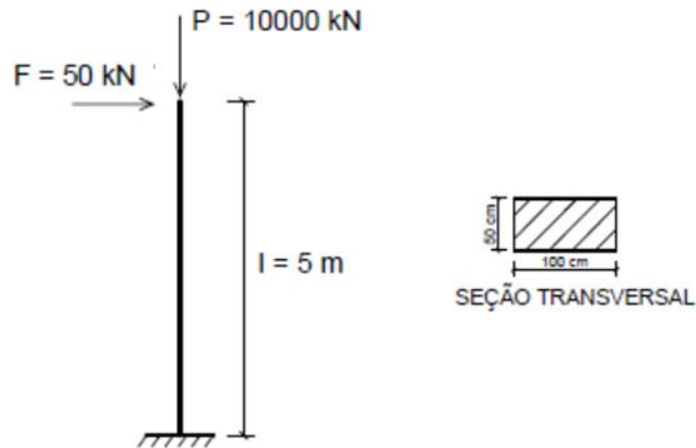
A estrutura em estudo trata-se de um edifício e o SAP2000 avalia a estrutura trabalhando como um todo e o cálculo manual considera o pilar isoladamente, justificando a diferença entre os valores finais de momento fletor na base do pilar.

Por esse motivo, foi feito o estudo de um pilar isolado engastado na base e livre no topo, tanto manualmente quando no programa, de maneira que o comportamento do pilar possa ser estudado de modo muito similar à interpretação feita pelo programa.

- Pilar Isolado

Para tentar aproximar mais os resultados dos efeitos de segunda ordem obtidos no cálculo manual dos fornecidos pelo SAP2000, utilizou-se um pilar isolado.

Higa e Mattos (2011) calcularam manualmente, pelo processo P-Delta, os efeitos de segunda ordem de um pilar de concreto engastado e submetido às forças mostradas na Figura 33. O valor do momento final por eles obtido foi comparado com o momento encontrado através da aplicação desse processo feita no SAP2000.



**Figura 33 – Carregamentos e seção do pilar**  
Fonte: Higa e Matos (2011).

O momento inicial na base do pilar era de  $M_d = 350 \text{ kN.m}$ . No cálculo realizado por Higa e Matos (2011), fez-se necessárias quatro iterações para a convergência dos deslocamentos, resultando em um momento final de  $M_d = 408,342 \text{ kN.m}$ .

Na análise realizada utilizando o SAP2000, o momento encontrado com a aplicação do processo P-Delta foi de  $M_d = 408,3466 \text{ kN.m}$ . Este resultado nos mostra que a aplicação do processo P-Delta no software foi feita corretamente, apresentando um resultado praticamente igual ao do cálculo realizado manualmente.