

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**HARIDASA FERREIRA CARVALHO**

**ANÁLISE DE TENSÕES EM SILOS CIRCULARES METÁLICOS DE BAIXA  
RELAÇÃO ALTURA/DIÂMETRO**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PATO BRANCO**

**2018**

HARIDASA FERREIRA CARVALHO

**ANÁLISE DE TENSÕES EM SILOS CIRCULARES METÁLICOS DE BAIXA  
RELAÇÃO ALTURA/DIÂMETRO**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado como requisito parcial à  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Civil, da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus  
Pato Branco.

Orientador: Prof. Dr. Volmir Sabbi.

PATO BRANCO

2018



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

### ANÁLISE DE TENSÕES EM SILOS CIRCULARES METÁLICOS DE BAIXA RELAÇÃO ALTURA/DIÂMETRO

**HARIDASA FERREIRA CARVALHO**

No dia 21 de novembro de 2018, às 14h45min, na SALA DE TREINAMENTO da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, conforme Ata de Defesa Pública nº51-TCC/2018.

Orientador: Prof. Dr. VOLMIR SABBI (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof. Esp. SÉRGIO TARCISIO RAMBO (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 2 da Banca: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. PAÔLA REGINA DALCANAL (DACOC/UTFPR-PB)

## RESUMO

CARVALHO, Haridasa F. **Análise de tensões em silos circulares metálicos de baixa relação altura/diâmetro**. 2018. 43 f. Trabalho de Conclusão do Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2018.

Com os atuais recordes de produção agrícola, a grande deficiência de capacidade armazenadora entra em pauta no cenário nacional. O déficit na quantidade de silos mostra a importância do desenvolvimento de pesquisas nessa área. Como ainda não há uma norma regulamentadora brasileira para o dimensionamento de silos, fabricantes utilizam normas internacionais, ou nem utilizam. O objetivo deste trabalho foi comparar as tensões laterais, de atrito e verticais em silos circulares metálicos de baixa relação altura/diâmetro utilizando normas. As propriedades do milho e da soja utilizadas para o estudo realizado neste trabalho foram obtidas na bibliografia, sendo adotadas aquelas de produtos oriundos do estado de São Paulo. Para essa comparação foram empregadas as normas europeia EN 1991-4:2006, internacional ISO 11697:1995 e australiana AS 3774-1996, baseadas na teoria de Janssen (1895) para encontrar tensões estáticas. Para atividades dinâmicas de descarregamento, as normas empregam coeficientes de sobrepressão. As pressões horizontais e de atrito foram maiores para a soja em comparação com os valores para o milho, diferente do que houve com a pressão vertical. Os valores de pressão horizontal e de atrito obtidos por meio dos métodos das normas EN 1991-4:2006 e ISO 11697:1995 foram maiores do que aqueles obtidos de acordo com a norma AS 3774-1996. Em se tratando da pressão vertical, de forma geral, os valores alcançados por meio da ISO 11697:1995 foram maiores que aqueles encontrados de acordo com a norma EN 1991-4:2006. No momento de descarga, as pressões de acordo com a norma EN não sofreram alteração. Para a norma ISO, a pressão vertical aumentou 35% em comparação ao seu modo estático. Já para a norma australiana, as pressões horizontais e de atrito sofreram um acréscimo de 20%.

**Palavras-chave:** pressões; grãos; estrutura metálica; dimensionamento.

## ABSTRACT

CARVAHO, Haridasa Ferreira. **Strain analysis in metallic circular silos of low height/diameter**. 2018. 43 f. Monograph (Civil Engineering) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2018.

With the current records of agricultural production, the great deficit of storage capacity is on the agenda in the national scenario. The lack of silos shows the importance of developing research in this area. As Brazil does not have a regulatory standard, manufacturers use international norms, nor do they use them. The objective of this work was to compare the lateral, friction and vertical stresses in circular metal silos of low height/diameter ratio. The properties of corn and soybeans produced in the state of São Paulo were used in this study, and they were obtained in the literature. For this comparison, the European standards EN 1991-4: 2006, ISO 11697: 1995 and Australian AS 3774-1996, based on the theory of Janssen (1895), were used to find static tensions. For dynamic unloading activities, the standards use overpressure coefficients. Horizontal and friction pressures were higher for soybean compared to maize values, different from vertical what happened with vertical pressure. The values of horizontal pressure and friction obtained by the methods of standards EN 1991-4: 2006 and ISO 11697: 1995 were higher than those obtained according to AS 3774-1996. For the vertical pressure, in general, the values reached through ISO 11697: 1995 were higher than those found in accordance with EN 1991-4: 2006. At the moment of discharge, the pressures according to EN standard have not changed. For ISO, vertical pressure increased by 35% compared to its static mode. For the Australian standard, the horizontal and friction pressures increased by 20%.

**Keywords:** pressures; grain; steel structure; design.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Evolução da produção e da capacidade de armazenamento de grãos no Brasil (1999/2000-2016/2017) .....	8
Figura 2. Esquema da célula de Jenike para a determinação do atrito entre os grãos .....	13
Figura 3. Curvas do ensaio para determinação de propriedades físicas do produto.	14
Figura 4. Representação gráfica nos semicírculos do Mohr do ângulo de atrito interno, efetivo ângulo de atrito interno e coesão.....	15
Figura 5. Pressões na parede do silo.....	17
Figura 6. Equilíbrio estático de uma fatia elementar .....	21
Figura 7. Pressões no fundo de silos baixos segundo EN 1991-4:2006 .....	30
Figura 8. Distribuição de tensões na base segundo AS.....	31

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Classificação dos silos quanto à esbeltez (H/D).....	11
Tabela 2. Normas e suas respectivas formulações para o parâmetro K.....	16
Tabela 3. Coeficientes C de sobrepressão para silos de baixa relação h/d.....	32
Tabela 4. Umidade e peso específico para milho e soja.....	34
Tabela 5. Outras propriedades de milho e soja.....	34
Tabela 6. Valores adotados para o coeficiente K.....	35
Tabela 7. Resultado das pressões horizontais no carregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	35
Tabela 8. Resultado das pressões de atrito no carregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	36
Tabela 9. Resultado das pressões verticais no carregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	36
Tabela 10. Resultados do coeficiente C de sobrepressão para o descarregamento	37
Tabela 11. Resultado das pressões horizontais no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	37
Tabela 12. Resultado das pressões de atrito no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	37
Tabela 13. Resultado das pressões verticais no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO.....	38

## SUMÁRIO

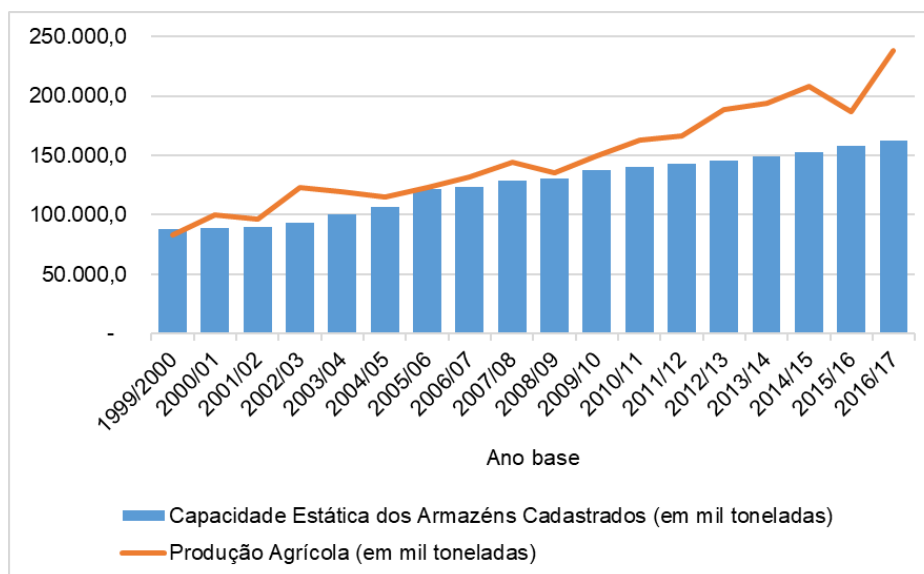
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>7</b>
1.1	OBJETIVO GERAL	9
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
1.3	JUSTIFICATIVA	10
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>11</b>
2.1	ESTRUTURAS DE ARMAZENAMENTO	11
2.2	CLASSIFICAÇÃO	11
2.3	PROPRIEDADES DOS GRÃOS	12
2.3.1	Peso específico ( $\gamma$ )	12
2.3.2	Teor de umidade (%)	12
2.3.3	Granulometria	13
2.3.4	Ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ) e efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ )	13
2.3.5	Coesão (c)	15
2.3.6	Ângulo de atrito do grão com a parede do silo ( $\phi_w$ )	15
2.3.7	Coeficiente K	16
2.4	PRESSÕES EXERCIDAS PELOS PRODUTOS ARMAZENADOS	17
2.4.1	Pressões em uma massa granular	17
2.4.2	Pressões nas paredes e fundo de silos devidas ao produto armazenado	18
2.5	PRESSÕES EM SILOS DE BAIXA RELAÇÃO ALTURA/DIÂMETRO E FUNDO PLANO DE ACORDO COM NORMAS ESTRANGEIRAS	29
2.5.1	Pressões de carregamento	29
2.5.2	Pressões dinâmicas ou de descarregamento	32
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>33</b>
3.1	MATERIAIS	33
3.2	MÉTODOS	34
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>35</b>
4.1	PRESSÕES ESTÁTICAS E DE CARREGAMENTO	35
4.2	DESCARREGAMENTO	36
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>39</b>
	REFERÊNCIAS	41



## 1 INTRODUÇÃO

A Companhia Nacional de Abastecimento, no seu 5º Levantamento da Safra de Grãos 2017/2018 (CONAB, 2018), relata que a produção de grãos na safra 2017/2018 pode chegar a 225,6 milhões de toneladas, segundo lugar em relação à série histórica. A magnitude destes dados corrobora a força do agronegócio nacional e, atrelado a esse setor da economia, tem-se o pós-colheita, da qual fazem parte as estruturas de armazenamento e beneficiamento dos produtos agrícolas.

A Figura 1 indica as séries históricas entre as safras 1999/2000 a 2016/17 de produção e capacidade estática de armazenamento de grãos. É possível observar que a produção de grãos, devido principalmente ao aumento da produtividade por área e aumento da área plantada, tem crescido em taxas anuais acentuadas e o sistema de armazenamento não vem no mesmo ritmo. No ano de 2017, a capacidade estática brasileira era de 162 milhões de toneladas, no entanto, a safra 2016/2017 apresentou uma produção de 237 milhões de toneladas. O patamar ideal para a capacidade estática brasileira, segundo Amaral (2008), é de pelo menos 20% superior à produção do país. Subtraindo-se a produção da capacidade estática obtemos um déficit de armazenagem de aproximadamente 75 milhões de toneladas de grãos para a última safra. Além disso, observa-se que o ideal para a capacidade de armazenagem teria sido de 284,4 milhões de toneladas, ou seja, 122,4 milhões de toneladas a mais do que a quantidade a ser armazenada na safra 2016/2017 (CONAB, 2018).



**Figura 1. Evolução da produção e da capacidade de armazenamento de grãos no Brasil (1999/2000-2016/2017)**

**Fonte: Elaborada com dados de CONAB (2018)**

Silos são estruturas destinadas ao armazenamento de produtos sólidos, mas que, nos dias atuais, também são responsáveis por eliminar impurezas e propiciar que os grãos atinjam teores adequados de umidade. De acordo com Calil Junior e Cheung (2007), a utilização de silos para a armazenagem de grãos é considerada uma solução de grande viabilidade devido à economia de espaço, mão-de-obra e custo de transporte, assim como a possibilidade de conservação do produto ensilado.

Nos últimos 10 anos, o número de acidentes em silos aumentou significativamente, causando perda de material, interrupção da produção, perda de vidas, danos ambientais e altos custos de substituição ou correção. As principais causas de acidentes em estruturas de armazenamento a granel são: deslocamentos diferenciais do solo; sobrepressões; carregamentos não simétricos; erros de operação. E que, dos casos analisados por Cheung, Calil Junior e Bertocini, um grande número de acidentes estruturais poderia ser evitado ou minimizado com o conhecimento prévio por parte dos projetistas acerca do seu comportamento estrutural e do produto armazenado. (CHEUNG; CALIL JUNIOR; BERTOCINI, 2015).

Em um país como o Brasil, onde a produção de grãos e acidentes ocorridos em estruturas de armazenamento aumentam a cada ano, o projeto estrutural de silos deve ser feito com a máxima segurança e economia. Para isso, uma estimativa de pressões ocasionadas pelo silo deve ser feita de maneira precisa. Algumas normas foram criadas fora do Brasil e são amplamente utilizadas. Uma das mais utilizadas para a

determinação destes esforços, a qual foi desenvolvida pelo CEN (Comitê Europeu de Normalização), é a EN 1991-4:2006 (*Eurocode 1 - Actions on structures - Parte 4: Silos and tanks*). Outras normas muito utilizadas são a ISO 11697:1995 (*Bases for design of structures - Loads due to bulk materials*), da Organização Internacional para Padronização e a AS 3774-1996 (*Loads on bulk solids containers*).

Por não existir uma norma brasileira específica de dimensionamento de silos, algumas empresas nacionais utilizam métodos empíricos, ou seja, baseados em suas experiências. Dessa forma, é comum que acabem por superdimensionar as estruturas, fazendo com que deixem de ser econômicas ou, o que é ainda pior, subdimensionam, um dos motivos dos colapsos existentes (CHEUNG; CALIL JUNIOR; BERTOCINI, 2015).

Para a realização deste estudo, busca-se realizar uma análise das principais normas estrangeiras utilizadas para o dimensionamento de estruturas de armazenamento, identificando as diferenças mais destacadas entre os processos de carga, armazenamento e descarga para silos com baixa relação altura/diâmetro.

O presente trabalho de conclusão de curso está estruturado da seguinte maneira: Capítulo 1, que compreende a introdução, onde se faz a contextualização do trabalho e apresentam-se os objetivos gerais e específicos; Capítulo 2, no qual se faz a revisão bibliográfica do tema proposto; Capítulo 3, onde são apresentadas as propriedades dos grãos utilizados; Capítulo 4, apresentação dos resultados obtidos com comentários e, por fim, considerações finais (capítulo 5) e referências bibliográficas utilizadas para a pesquisa.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Determinar as tensões provocadas pelos grãos de milho e soja em silos circulares baixos utilizando as normas EN 1991-4:2006, AS 3774-1996 e ISO 11697:1995 e compará-las.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Definir as propriedades dos grãos de milho e soja produzidos no Brasil de acordo com a bibliografia existente.
- Estudar a teoria clássica de pressões proposta por Janssen (1895).

- Calcular o coeficiente K que relaciona a pressão vertical e horizontal.
- Calcular e comparar os valores das pressões obtidas através das diferentes normas de dimensionamento.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Infelizmente, ainda não existem normas nacionais para regulamentar o projeto e construção de estruturas de armazenamento, o que faz com que os projetistas tenham que buscar no exterior tais normativas. Além disso, são escassos os cursos de engenharia civil que abordam tal assunto. Dessa forma, as empresas não possuem mão de obra qualificada para o projeto e execução dessas estruturas, o que pode afetar fatores como a segurança, a economia e a longevidade das mesmas.

Empresas que não buscam normas estrangeiras para o dimensionamento acabam utilizando métodos empíricos, baseados em sua experiência de projetos. Como muitas delas nunca presenciaram colapsos estruturais ou mesmo defeitos nas suas estruturas, acabam mantendo seu método de dimensionamento. Os dados referentes a acidentes são poucos, pois geralmente as empresas responsáveis não os divulgam a fim de proteger suas marcas, e isso proporciona uma falsa sensação de que os silos são seguros (CHEUNG; CALIL JUNIOR; BERTOCINI, 2015).

Para o dimensionamento de silos, as normas estrangeiras baseiam-se na teoria de Janssen, formulada em 1895, para encontrar as tensões ocasionadas enquanto os grãos se apresentam de forma estática. Utilizando coeficientes de sobrepressão, os valores das tensões são aumentados no processo de descarga, momento no qual ocorrem efeitos dinâmicos na estrutura. O cálculo destas tensões varia entre as normas devido às propriedades dos grãos e coeficientes utilizados. Assim, este trabalho busca fazer um comparativo com as tensões adotadas pelas três normas em silos de baixa relação altura/diâmetro.

Para o cálculo das tensões, serão adotados valores encontrados por pesquisadores nacionais para as propriedades dos grãos de milho e soja, sendo fiel às características de uma estrutura de armazenamento no Brasil.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 ESTRUTURAS DE ARMAZENAMENTO

Silos são células individuais construídas para manter a qualidade do produto armazenado durante longos períodos e podem ser construídos de diversos materiais, como chapas metálicas, concreto, alvenaria e madeira, entre outros, podendo ou não apresentar sistema de ventilação (SILVA, 2008).

### 2.2 CLASSIFICAÇÃO

Segundo Calil Junior (2007), os silos podem ser classificados:

Quanto à construção em relação ao solo:

- silos elevados ou aéreos: são construídos acima do nível do solo;
- silos subterrâneos: os compartimentos para estocagem se localizam abaixo do nível do solo;
- silos semi-subterrâneos: tipo intermediário entre os dois.

Quanto à esbeltez, os silos podem ser classificados como baixos, medianamente esbeltos e esbeltos. Essa classificação é apresentada na Tabela 1, considerando a relação entre altura H e diâmetro D.

**Tabela 1. Classificação dos silos quanto à esbeltez (H/D)**

Norma	Classificação		
	Baixos	Medianamente esbeltos	Esbeltos
Australiana AS3774:1996	$H/D < 1,0$	$1,0 \leq H/D \leq 3,0$	$H/D > 3,0$
Européias PrEN 1991-4:2003 (Draft) DIN 1055-03:2005	$0,4 \leq H/D \leq 1,0$	$1,0 \leq H/D \leq 2,0$	$H/D \geq 2,0$
Americanas AC1-313:1991 ANSI/ASAE EP433:2001	$H/D < 2,0$	-	$H/D > 2,0$
Canadense CFBC:1983	$H/D < 1,0$ ou $H/D < \tan^2(\phi_e/2 + \pi/4)$	-	$H/D > 1,0$ e $H/D \geq \tan^2(\phi_e/2 + \pi/4)$

Fonte: Freitas e Calil Junior (2005, p. 3)

Quanto à entrada de ar:

- silos herméticos: não há troca de ar do interior do silo com o ambiente;

- silos não-herméticos: permite troca de ar.

## 2.3 PROPRIEDADES DOS GRÃOS

O primeiro passo para a determinação das tensões existentes no silo é conhecer as propriedades do material a ser armazenado. Para isso, é necessário realizar a caracterização do produto, ou seja, determinar as propriedades físicas ou de fluxo. No dimensionamento, as propriedades do produto influenciam no padrão do fluxo, pressões atuantes, geometria e rugosidade da célula de armazenamento e dispositivos de descarga, entre outros (GARBAZZA, 2011).

O equipamento mais utilizado para a determinação das propriedades físicas de produtos armazenados é o aparelho de cisalhamento de translação, criado por Jenike (1964) e conhecido a nível internacional como *Jenike Shear Cell* (CALIL JUNIOR; CHEUNG, 2007). A seguir estão as principais propriedades dos produtos que devem ser avaliadas.

### 2.3.1 Peso específico ( $\gamma$ )

O peso específico é a relação entre a quantidade de massa de partículas sólidas (M) pelo seu volume total (V), multiplicado pela aceleração da gravidade ( $g = 9,81\text{m/s}^2$ ), como descrito na Eq. (1).

$$\gamma = \frac{M}{V} * g \quad (1)$$

### 2.3.2 Teor de umidade (%)

O teor de umidade é definido como sendo a relação entre o peso da água e o peso dos sólidos, expresso em porcentagem.

$$H = \frac{P_a * 100}{P_s} \quad (2)$$

### 2.3.3 Granulometria

A granulometria ou análise granulométrica é o estudo da distribuição das dimensões das partículas sólidas. Essa propriedade pode indicar uma tendência a formar ou não obstrução ao fluxo. Segundo Garbazza (2011), a fração correspondente às partículas finas do material é responsável pela capacidade do sólido de fluir, já as partículas grossas indicam uma tendência ao agrupamento na boca de descarga.

### 2.3.4 Ângulo de atrito interno ( $\phi_i$ ) e efetivo ângulo de atrito interno ( $\phi_e$ )

Segundo Calil Junior e Cheung (2007), os produtos armazenados podem seguir o critério de ruptura quanto ao deslizamento de Mohr-Coulomb o qual assume a relação linear entre tensão normal e a tensão de cisalhamento. O critério de ruptura é apresentado na Eq. (3).

$$\tau(\sigma) = c + \sigma * tg(\phi_i) \quad (3)$$

Onde  $\tau$  é a tensão de cisalhamento no plano de ruptura,  $\sigma$  é a tensão normal no plano de ruptura,  $c$  é a coesão e  $\phi_i$  é o ângulo de atrito interno. Para a determinação de  $\phi_i$  e  $\phi_e$  utiliza-se o aparato *Jenike Shear Cell*. Neste equipamento, uma amostra do produto é colocada sob uma tensão qualquer na célula de cisalhamento, como demonstrado na Figura 2. É aplicada, então, uma carga de pré-cisalhamento para acomodar o produto até o instante em que a tensão cisalhante atinge o valor máximo. Neste momento a amostra atinge o estado de fluxo estável, sendo possível definir seu plano de deslizamento.

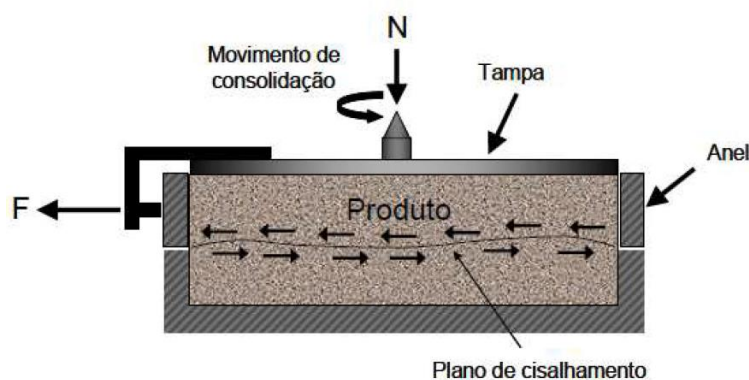
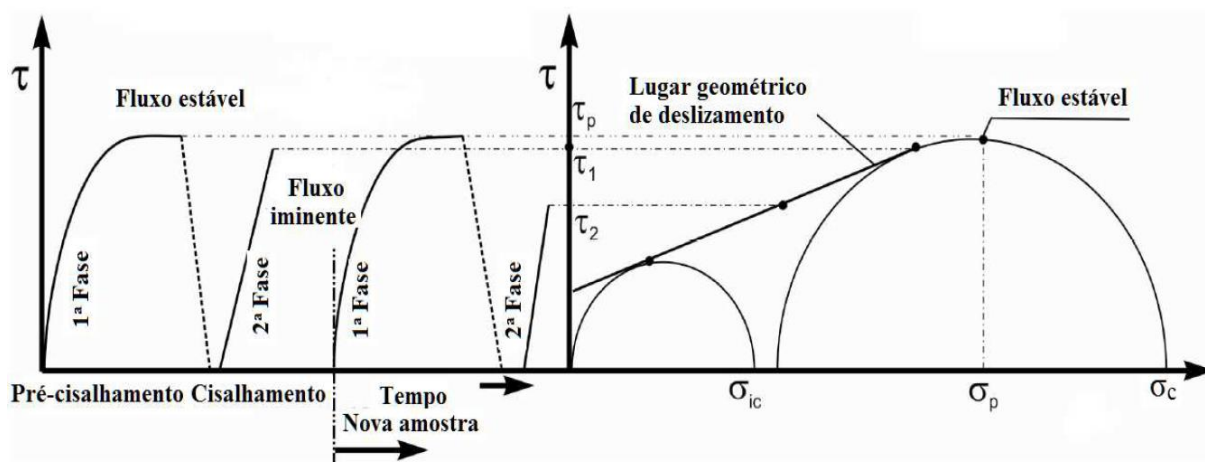


Figura 2. Esquema da célula de Jenike para a determinação do atrito entre os grãos  
Fonte: Calil Junior e Cheung (2007, p.16)

Para traçar as curvas tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) versus tensão normal ( $\sigma$ ), a amostra é ensaiada por meio da aplicação de cargas de cisalhamento. Dessa forma, é possível obter o lugar geométrico de cisalhamento.

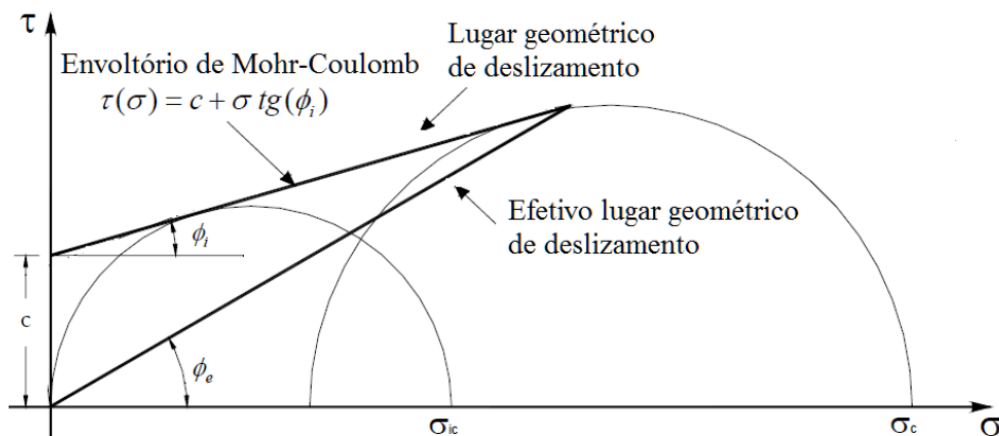
Pode-se observar, na Figura 3, a tensão confinante de ruptura ( $\sigma_c$ ) que é o maior valor de tensão normal de pré-cisalhamento, enquanto que a tensão incondfinada ( $\sigma_{ic}$ ) corresponde ao maior valor da tensão normal após o pré-cisalhamento, quando o círculo de Mohr atinge a origem do plano. E, para o traçado do maior semicírculo, o valor de tensão cisalhante de pré-cisalhamento ( $\tau_p$ ) corresponde a uma tensão normal principal (VIEIRA, 2009).



**Figura 3. Curvas do ensaio para determinação de propriedades físicas do produto**  
**Fonte: Calil Junior e Cheung (2007, p.16)**

Conhecidos estes valores, traça-se os semicírculos de Mohr. O ângulo entre o lugar geométrico de deslizamento (reta que tangencia os semicírculos) e o eixo horizontal das tensões normais define o ângulo de atrito interno  $\phi_i$ . Já o ângulo efetivo de atrito interno,  $\phi_e$ , será o ângulo formado entre a linha tangente ao maior semicírculo, passando pela origem, como demonstrado na Figura 4. Quando a reta que caracteriza o deslizamento não passa pela origem, o produto não é de fluxo livre, identificando o valor da coesão ( $c$ ) existente entre os grãos. Para materiais não coesivos, o efetivo ângulo de atrito interno coincide com o ângulo de atrito interno, ocorrendo escoamento livre do material.





**Figura 4. Representação gráfica nos semicírculos do Mohr do ângulo de atrito interno, efetivo ângulo de atrito interno e coesão**  
**Fonte: Fank (2014, p.33)**

### 2.3.5 Coesão (c)

A coesão representa a tensão de cisalhamento quando a tensão normal não é zero. Aumenta à medida que o grau de consolidação do produto também aumenta.

Segundo Calil Junior e Cheung (2007), um dos fatores que aumentam a coesão é a quantidade de pó, a qual é definida pelo ensaio granulométrico.

### 2.3.6 Ângulo de atrito do grão com a parede do silo ( $\phi_w$ )

As pressões que o produto faz no silo dependem do coeficiente de atrito  $\mu$  entre o sólido e a parede do silo. A sua determinação é realizada também pelo aparelho de cisalhamento direto (*Jenike Shear Cell*), sendo colocada na base da célula de cisalhamento uma amostra do material da parede do silo. Sob diferentes níveis de tensão normal  $\sigma_x$ , as tensões de cisalhamento  $\tau_x$  necessárias para mover a célula de cisalhamento são medidas. O gráfico é plotado e gera-se o envoltório de deslizamento com a parede. O ângulo de atrito do grão com a parede  $\phi_w$  é resultante da inclinação do envoltório com o eixo  $\sigma_x$ . O valor de  $\mu$  é o coeficiente de atrito.

$$\phi_w = \arctan\left(\frac{\tau_x}{\sigma_x}\right) \quad (4)$$

$$\mu = \tan(\phi_w) \quad (5)$$

### 2.3.7 Coeficiente K

O parâmetro K é a relação entre a pressão horizontal e a vertical em qualquer ponto da massa granular. De acordo com Madrona (2008), obter o valor de K é um dos maiores problemas nos estudos de projetos de silos, pois seu valor influencia diretamente no regime de pressões.

Calil Junior (1984) realizou estudos para determinar empiricamente o valor do coeficiente K através de silos modelos com paredes lisas. Os valores encontrados foram comparados com valores teóricos definidos por Walker, Rankine, Janky e Frazer. Os valores obtidos pela Eq. (6) de Frazer foram os que mais se aproximaram dos valores encontrados empiricamente.

$$K = \frac{1}{\frac{1 + \operatorname{sen}^2 \phi_e}{\cos^2 \phi_e} + \frac{2 \operatorname{sen} \phi_e}{\cos^2 \phi_e} \sqrt{1 - \frac{\operatorname{tg}^2 \phi_w}{\operatorname{tg}^2 \phi_e}}} \quad (6)$$

Para este trabalho, utilizou-se os valores encontrados nos códigos normativos, presentes na Tabela 2.

Tabela 2. Normas e suas respectivas formulações para o parâmetro K	
Norma	Equação adotada
Americana ACI 313 (1991)	$K = \frac{1 - \operatorname{sen} \phi_i}{1 + \operatorname{sen} \phi_i}$
Americana ANSI/ASAE EP433 (2002)	$K = 0,5$
Australiana AS 3774 (1997)	$K = \frac{1 + (\operatorname{sen}^2 \phi_e) - 2\sqrt{\operatorname{sen}^2 \phi_e - \mu^2 \cos^2 \phi_e}}{4\mu^2 + \cos^2 \phi_e} \geq 0,35$
Alemã DIN 1055 (2005)	$K = 1,2(1 - \operatorname{sen} \phi_i)$
Europeia EN 1991-4 (2006)	$K = 1,1(1 - \operatorname{sen} \phi_i)$
Internacional ISO 11697 (1997)	$K = 1,1(1 - \operatorname{sen} \phi_i)$
Francesa SNBATI (1975)	$K = \frac{1 - m \operatorname{sen} \phi_i}{1 + m \operatorname{sen} \phi_i} \cos^2 \phi_w \quad m = \sqrt{1 - \left(\frac{\operatorname{tan} \phi_w}{\operatorname{tan} \phi_i}\right)^2}$

Fonte: Lopes Neto; Nascimento; Silva (2009, p.641)

## 2.4 PRESSÕES EXERCIDAS PELOS PRODUTOS ARMAZENADOS

Pode-se dizer que existem forças que estão perpendiculares à parede do silo, chamadas de pressão horizontal ou lateral, forças paralelas à parede devido ao atrito do produto com a parede denominadas de pressão de atrito e forças verticais que atuam na seção transversal da massa ensilada, chamada de pressão vertical (Figura 5).

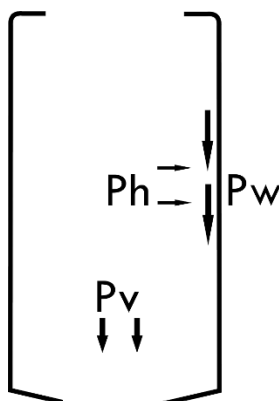


Figura 5. Pressões na parede do silo  
Fonte: Autoria própria

### 2.4.1 Pressões em uma massa granular

De acordo com a teoria de Rankine, existe dois estados limites de equilíbrio de uma massa granular que está à beira da ruptura, onde atua somente a gravidade. A pressão horizontal  $p_h$  e a pressão vertical  $p_v$  são principais e qualquer uma delas pode ser a maior pressão. Quando  $p_v$  é a maior pressão, é dito que o sistema está em estado ativo, já quando  $p_h$  é a maior pressão, é dito que o sistema está em estado passivo.

A pressão  $p_h$  costumeiramente é escrita como sendo  $p_h = K_a p_v$  ou  $p_h = K_p p_v$ , onde  $K_a$  e  $K_p$  são coeficientes ativos e passivos de Rankine.

Para um produto sem coesão temos:

$$K_a = \frac{1 - \text{sen}\phi_i}{1 + \text{sen}\phi_i} \quad (7)$$

$$Kp = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi_i}{1 - \operatorname{sen}\phi_i} \quad (8)$$

Já para um produto com coesão:

$$Ka = \frac{1 - \operatorname{sen}\phi_i}{1 + \operatorname{sen}\phi_i} - \frac{2c}{\gamma z} \frac{1 - \operatorname{sen}\phi_i}{\cos\phi_i} \quad (9)$$

$$Kp = \frac{1 + \operatorname{sen}\phi_i}{1 - \operatorname{sen}\phi_i} + \frac{2c}{\gamma z} \frac{\cos\phi_i}{1 - \operatorname{sen}\phi_i} \quad (10)$$

#### 2.4.2 Pressões nas paredes e fundo de silos devidas ao produto armazenado

Quando se inicia o enchimento de um silo, a pressão  $p_v$  tende a ser a maior pressão entre as três que atuam sobre esta estrutura. Nesse caso, denomina-se as pressões de estáticas ou iniciais do estado ativo. Quando se inicia o descarregamento, a massa tende a se expandir verticalmente de forma que a pressão  $p_v$  se torne a menor pressão, sendo este estado chamado de estado passivo. A pressão de atrito  $p_w$  é distribuída na superfície da parede e equilibra parte do peso do produto, resultando em esforços de compressão nas paredes.

##### 2.4.2.1 Teoria de Janssen (Apud AYUGA, 1995)

A teoria de Janssen (1895) foi desenvolvida apenas para condições estáticas. É notória sua contribuição para o entendimento de pressões de produtos granulares, sendo a mais utilizada para o cálculo da pressão estática ou inicial no carregamento de seções cilíndricas. Para o cálculo das pressões durante o fluxo, a maior parte das normas utiliza fatores de multiplicação para modificar os valores encontrados estaticamente.

Algumas hipóteses são importantes para esta teoria:

- as pressões horizontais são constantes em superfícies horizontais;
- o valor de  $\phi_w$  (ângulo de atrito do produto com a parede) é constante;
- o peso específico do produto é uniforme;
- as paredes do silo são totalmente rígidas;

- a relação entre as pressões horizontais e verticais,  $K = p_h/p_v$ , é constante em toda a altura do silo.

Todas estas formulações não são necessariamente corretas, mas o resultado obtido é suficientemente preciso para silos em estado estático e produtos pouco compressíveis como os grãos (AYUGA, 1995).

Para determinar as tensões de Janssen, é necessário determinar a formulação para as tensões horizontais ( $p_h$ ), sendo:

Área da fatia:

$$A = U * dz \quad (11)$$

Sabendo que:

$$p_h = \frac{F_H}{A} \quad (12)$$

Sendo:

$p_h$  = tensão horizontal;

$F_H$  = força horizontal;

$A$  = área;

$U$  = perímetro;

$dz$  = espessura incremental da fatia.

Portanto a força horizontal se dá por:

$$F_H = p_h * U * dz \quad (13)$$

E a tensão na direção vertical:

$$p_h * \tan\phi_w = p_h * \mu = p_w \quad (14)$$

$$\mu = \tan\phi_w \quad (15)$$

Sendo:

$\mu$  = coeficiente de atrito;

$\phi_w$  = ângulo de atrito grão parede.

Podendo ser escrita então como:

$$F_w = p_h * U * dz * \mu \quad (16)$$

Equacionando a força peso:

$$W = \gamma * V \quad (17)$$

Sendo o volume da fatia dado por:

$$V = A * dz \quad (18)$$

Conduzindo, portanto, a:

$$W = \gamma * A * dz \quad (19)$$

O equilíbrio de forças leva às seguintes condições:

$F_v$  = força na direção vertical;

$(p_v + dp_v)$  = tensão vertical para cima, atuando do lado de baixo da fatia;

$p_v$  = tensão vertical para cima, atuando do lado de cima da fatia;

$W$  = força peso dos grãos, atuando para baixo.

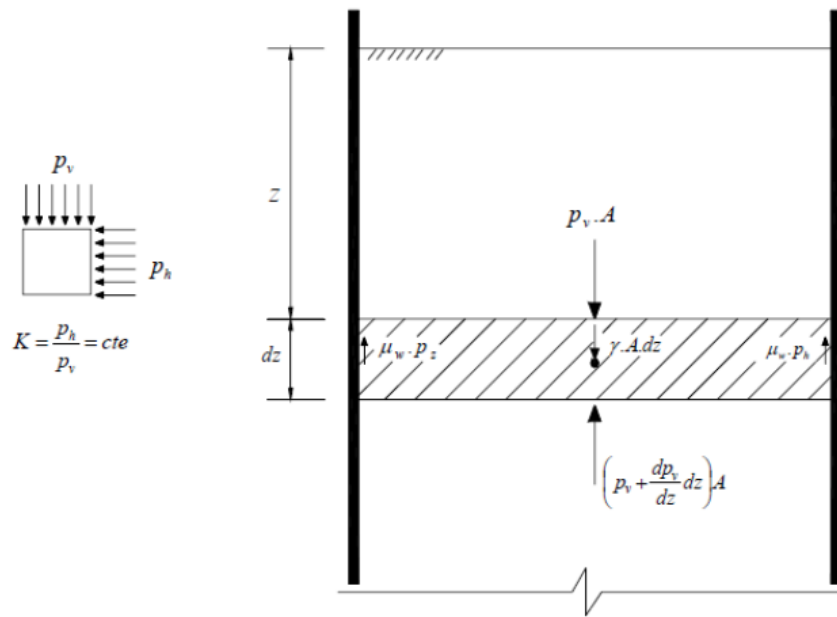


Figura 6. Equilíbrio estático de uma fatia elementar  
Fonte: Calil Junior e Cheung (2007, p.50)

Utilizando o equilíbrio estático da Figura 6 acima, tem-se:

$$F_v \uparrow - F_v \downarrow = 0 \quad (20)$$

$$p_h * U * dz * \mu + (p_v + dp_v)A - p_v * A - \gamma * A * dz = 0 \quad (21)$$

$$p_h * U * dz * \mu + dp_v * A - \gamma * A * dz = 0 \quad (22)$$

$$p_h = K * p_v \quad (23)$$

$$p_v = \frac{1}{K} * p_h \quad (24)$$

$$dp_v = \frac{1}{K} * dp_h \quad (25)$$

$$p_h * U * dz * \mu + \frac{1}{K} * dp_h * A - \gamma * A * dz = 0 \quad (26)$$

Dividindo todos os termos por A:

$$\frac{\mu * U}{A} * p_h * dz + \frac{1}{K} * dp_h - \gamma * dz = 0 \quad (27)$$

Agora dividindo todos os termos por  $dz$ :

$$\frac{\mu * U}{A} * p_h + \frac{1}{K} * \frac{dp_h}{dz} - \gamma = 0 \quad (28)$$

$$\frac{\mu * U}{A} * p_h + \frac{1}{K} * \frac{dp_h}{dz} = \gamma \quad (29)$$

$$\frac{1}{K} * \frac{dp_h}{dz} = \gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h \quad (30)$$

$$\frac{K * dz}{dp_h} = \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \quad (31)$$

$$K * dz = \frac{dp_h}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \quad (32)$$

$$dz = \frac{1}{K} * \frac{dp_h}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \quad (33)$$

$$dz = \frac{1}{K} * \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h \quad (34)$$

A integração da Eq. (34) fornece:

$$\int dz = \int \frac{1}{K} * \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h \quad (35)$$

$$\int dz = \frac{1}{K} * \int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h \quad (36)$$



$$z = \frac{1}{K} * \int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h \quad (37)$$

Resolvendo a Eq. (37) por integração direta:

$$u = \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \quad (38)$$

$$\frac{du}{dp_h} = -\frac{\mu * U}{A} \quad (39)$$

$$du = -\frac{\mu * U}{A} * dp_h \quad (40)$$

$$dp_h = -\frac{A}{\mu * U} * du \quad (41)$$

$$\int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h = \int \frac{1}{u} * \left(-\frac{A}{\mu * U}\right) * du \quad (42)$$

$$\int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h = -\frac{A}{\mu * U} \int \frac{du}{u} \quad (43)$$

$$\int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h = -\frac{A}{\mu * U} * \ln u \quad (44)$$

$$\int \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} * dp_h = -\frac{A}{\mu * U} * \ln \left( \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \right) + c \quad (45)$$

Substituindo a Eq. (45) na Eq. (37) obtém-se:

$$z = \frac{1}{K} * - \left( \frac{A}{\mu * U} \right) * \ln \left( \frac{1}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \right) + c \quad (46)$$

Aplicando as condições de contorno para determinação de constante de integração, temos:

Na superfície livre dos grãos armazenados ( $z = 0$ ) atua a pressão atmosférica ( $p_{atm}$ ), a qual do ponto de vista da engenharia pode ser tomada como zero:

$$z = 0 \rightarrow p_h = 0 \quad (47)$$

$$0 = -\frac{1}{K} * \frac{A}{\mu * U} * \ln \left( \gamma - \frac{\mu * U}{A} * 0 \right) + c \quad (48)$$

$$c = \frac{A}{K * \mu * U} * \ln \gamma \quad (49)$$

Substituindo a Eq. (46) levada na Eq. (43):

$$z = -\frac{A}{K * \mu * U} * \ln \left( \gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h \right) + \frac{A}{K * \mu * U} \ln \gamma \quad (50)$$

$$z = -\frac{A}{K * \mu * U} * \left[ \ln \gamma - \ln \left( \gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h \right) \right] \quad (51)$$

$$z = -\frac{A}{K * \mu * U} * \ln \left( \frac{\gamma}{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h} \right) \quad (52)$$

A equação também pode ser escrita como:

$$z = -\frac{A}{K * \mu * U} * \ln \left( \frac{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h}{\gamma} \right) \quad (53)$$

Expressando a tensão horizontal em função da profundidade:

$$\ln\left(\frac{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h}{\gamma}\right) = -\frac{K * \mu * U}{A} * z \quad (54)$$

$$\frac{\gamma - \frac{\mu * U}{A} * p_h}{\gamma} = e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z} \quad (55)$$

$$\frac{\mu * U}{A} * p_h = \gamma - \gamma e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z} \quad (56)$$

$$\frac{\mu * U}{A} * p_h = \gamma \left(1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z}\right) \quad (57)$$

Isolando o termo que contém a tensão horizontal, obtém-se a expressão geral para o escoamento dos grãos no silo:

$$p_h = \frac{\gamma * A}{\mu * U} * \left(1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z}\right) \quad (58)$$

Para avaliação das tensões verticais, o parâmetro K deve ser calculado. Janssen recomenda a Eq. (59).

$$K = \frac{1 + \text{sen}^2 \phi_i - 2\sqrt{(\text{sen}^2 \phi_i - \mu \cos^2 \phi_i)}}{4\mu^2 + \cos^2 \phi_i} \geq 0,35 \quad (59)$$

Portanto as tensões horizontais serão calculadas pela Eq. (58) e as tensões verticais pela Eq. (60) abaixo:

$$p_v = \frac{p_h}{K} \quad (60)$$

Já as tensões de atrito na parede serão determinadas por:

$$p_w = \mu * p_h \quad (61)$$

O parâmetro  $\mu$  constante da formulação de Janssen é obtido pela expressão:

$$\mu = \tan\phi_w \quad (62)$$

A força de arrasto é uma força de compressão no material da parede que atua de cima para baixo e é obtida pela integração das tensões de atrito desenvolvidas entre grãos e a parede durante o descarregamento.

Dessa forma:

$$P_w = \int p_w dz \quad (63)$$

$$P_w = \int C_w * \mu * p_h dz \quad (64)$$

$$P_w = C_w * \mu \int p_h dz \quad (65)$$

$$P_w = C_w * \mu \int \frac{\gamma * A}{\mu * U} * \left(1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z}\right) dz \quad (66)$$

$$P_w = C_w * \mu \int_0^H \frac{\gamma * A}{\mu * U} dz - \int_0^H e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z} dz \quad (67)$$

$$P_w = C_w * \mu \left( \frac{\gamma * A}{\mu * U} z - \int_0^H e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z} dz \right) \quad (68)$$

Fazendo integração por substituição do termo:

$$\int e^{-\frac{K * \mu * U}{A} * z} dz \quad (69)$$

Dessa forma:

$$u = -\frac{K * \mu * U}{A} z \quad (70)$$

$$\frac{du}{dz} = -\frac{K * \mu * U}{A} \quad (71)$$

$$du = -\frac{K * \mu * U}{A} dz \quad (72)$$

$$dz = -\frac{A}{K * \mu * U} du \quad (73)$$

A substituição levada na Eq. (69) conduz à expressão:

$$\int e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} dz = \int e^u * \left(-\frac{A}{K * \mu * U}\right) du \quad (74)$$

$$e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} dz = -\left(\frac{A}{K * \mu * U}\right) \int e^u du \quad (75)$$

$$\int e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} dz = -\frac{A}{K * \mu * U} * e^u \quad (76)$$

$$\int e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} dz = -\frac{A}{K * \mu * U} * e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} + c \quad (77)$$

Substituindo a Eq. (77) na Eq. (68) obtém-se:

$$P_w = C_w * \mu \left( \frac{\gamma * A}{\mu * U} z + \frac{A}{K * \mu * U} * e^{-\frac{K*\mu*U}{A}z} + c \right) \quad (78)$$

A solução da Eq. (78) exige a aplicação de condições de contorno para determinar a constante de integração.

Na superfície livre dos grãos armazenados no silo ( $z=0$ ) atua a pressão atmosférica ( $p_{atm}$ ), a qual do ponto de vista da engenharia é tomada sendo zero:

$$z = 0 \rightarrow P_w = 0 \quad (47\text{bis})$$

$$0 = C_w * \mu \left( \frac{\gamma * A}{\mu * U} 0 + \frac{A}{K * \mu * U} * e^{-\frac{K * \mu * U}{A} 0} + c \right) \quad (79)$$

$$0 = \frac{A}{K * \mu * U} * 1 + c \quad (80)$$

$$c = -\frac{A}{K * \mu * U} \quad (81)$$

Substituindo a Eq. (81) na Eq. (78) obtém-se:

$$P_w = C_w * \mu \left( \frac{\gamma * A}{\mu * U} z + \frac{A}{K * \mu * U} * e^{-\frac{K * \mu * U}{A} z} - \frac{A}{K * \mu * U} \right) \quad (82)$$

$$P_w = C_w * \mu * \frac{\gamma * A}{\mu * U} z + 1,4 * \mu * \frac{A}{K * \mu * U} * e^{-\frac{K * \mu * U}{A} z} - 1,4 * \mu * \frac{A}{K * \mu * U} \quad (83)$$

$$P_w = C_w * \frac{\gamma * A}{U} z + 1,4 * \frac{A}{K * U} * e^{-\frac{K * \mu * U}{A} z} - 1,4 * \frac{A}{K * U} \quad (84)$$

$$P_w = C_w * \frac{\gamma * A}{U} z - 1,4 * \frac{A}{K * U} * (1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} z}) \quad (85)$$

$$P_w = C_w * \frac{A}{U} \left[ \gamma * z - \frac{1}{K} * (1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} z}) \right] \quad (86)$$

A Eq. (86) é a expressão generalizada para determinação da força de arrasto na parede do silo.

A força de arrasto máxima ocorrerá na base da parede em  $z=H$ , levando à expressão:

$$P_w = C_w * \frac{A}{U} \left[ \gamma * H - \frac{1}{K} * (1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} H - (-\frac{K * \mu * U}{A} * 0)}) \right] \quad (87)$$

$$P_w = C_w * \frac{A}{U} \left[ \gamma * H - \frac{1}{K} * \left( 1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} H + 0} \right) \right] \quad (88)$$

$$P_w = C_w * \frac{A}{U} \left[ \gamma * H - \frac{1}{K} * \left( 1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} H + 0} * e^0 \right) \right] \quad (89)$$

$$P_w = C_w * \frac{A}{U} \left[ \gamma * H - \frac{1}{K} * \left( 1 - e^{-\frac{K * \mu * U}{A} H} \right) \right] \quad (90)$$

Assim, a Eq. (90) permite avaliar a máxima força de arrasto atuante na parede do silo. Uma das maiores dificuldades do método proposto por Janssen é a escolha de um valor apropriado para a relação entre tensões horizontais e verticais, ou seja, o parâmetro K. Janssen aceitou a proposta dada por Koenen (1895), que corresponde a Eq. (59).

## 2.5 PRESSÕES EM SILOS DE BAIXA RELAÇÃO ALTURA/DIÂMETRO E FUNDO PLANO DE ACORDO COM NORMAS ESTRANGEIRAS

Algumas normas estrangeiras fazem diferentes formulações para as pressões exercidas pelos produtos armazenados nos silos. De forma geral, elas utilizam as formulações da teoria de Janssen para a previsão das tensões. Já as normas europeias EN 1991-4:2006, ISO 11697:1995 e a australiana AS 3774-1996 consideram uma região linearizada na parte superior do carregamento.

As normas estrangeiras apontam que o ideal é realizar os ensaios para a determinação das propriedades dos grãos, mas, caso isso não seja possível, elas apresentam valores bases de  $\gamma$ ,  $\mu$  e K.

### 2.5.1 Pressões de carregamento

#### 2.5.1.1 ISO 11697:1995

A ISO 11697-1995 adota a teoria de Janssen sem quaisquer modificações para o cálculo das pressões horizontais e de atrito na parede, correspondes às Eq. (55) e Eq. (58). Para a base do silo, a norma admite-se a Eq. (57) mas adotando junto à parede  $z=h$  e no centro do silo  $z=1,5d$ .

## 2.5.1.2 EN 1991-4:2006

Esta norma também adota a teoria de Janssen para calcular as pressões horizontais e de atrito na parede do silo. Já a pressão vertical ( $p_{vf}$ ) é dada pela seguinte equação:

$$p_{vf} = 1,2 \left[ p_{v1} + (p_{v2} - p_{v3}) \frac{1,5d - h}{1,5d - h_1} \right] \quad (91)$$

Sendo:

$p_{v1}$  = Eq. (60) com  $z=h$ ;

$p_{v2} = \gamma * h_2$ ;

$p_{v3}$  = Eq. (60) com  $z = h_1$ ;

$h_1$  = distância da superfície equivalente até o ponto de contato mais baixo entre o produto e parede.

$h_2$  = distância do ponto mais baixo de contato entre o produto e a parede e a superfície livre do produto.

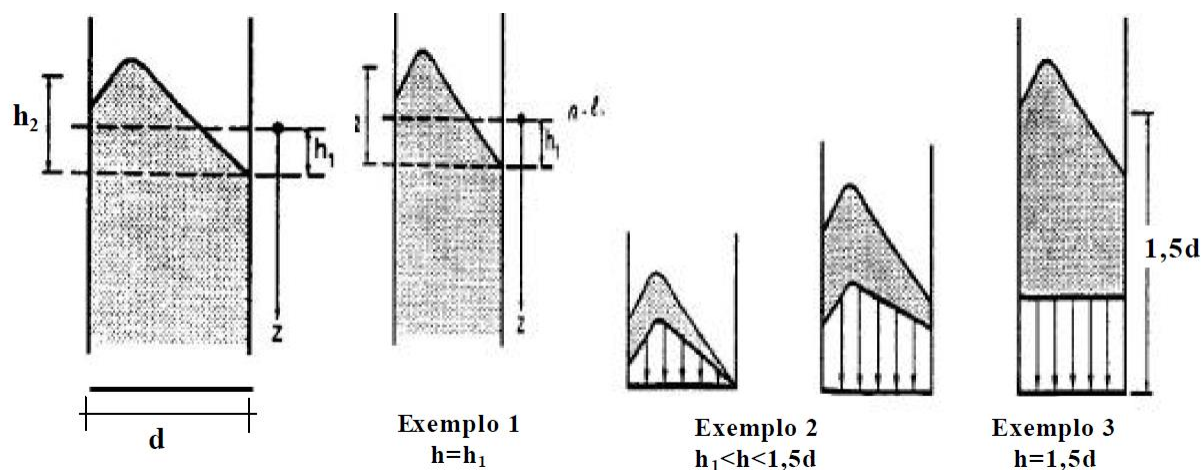


Figura 7. Pressões no fundo de silos baixos segundo EN 1991-4:2006  
Fonte: Freitas e Calil Junior (2001, p.55)

## 2.5.1.3 AS 3774-1996

Assim como a ISO e a EN, esta norma também apresenta os valores da teoria de Janssen para as pressões horizontais e de atrito para silos de baixa relação altura diâmetro ( $h/d < 1$ ). Já a pressão vertical é calculada de acordo com a Eq. (92), a qual apresenta configuração de parábola.



$$p_{vf}(x) = 1,25 * p_{v1} \left[ 1 - 1,6 \left( \frac{x}{d} \right)^2 \right] \quad (92)$$

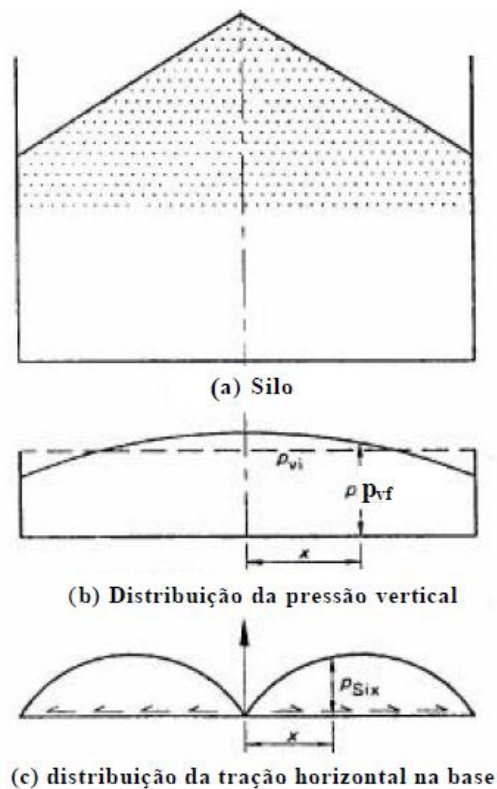
Onde:

$$p_{v1} = \gamma * h \quad (93)$$

$x$  = coordenada radial no silo circular;

$d$  = diâmetro do silo.

De acordo com esta norma, a base também deve ser dimensionada para suportar tensões de tração devidas ao cisalhamento horizontal que age do centro do silo para as extremidades. A Figura 8 mostra tal efeito.



**Figura 8. Distribuição de tensões na base segundo AS**  
**Fonte: Freitas e Calil Junior (2001, p.58)**

### 2.5.2 Pressões dinâmicas ou de descarregamento

Para o cálculo das pressões dinâmicas, as normas estabelecem coeficientes de sobrepressão aplicados às pressões estáticas. Algumas normas também recomendam a adoção de pressões adicionais vindas de efeitos de excentricidade construtiva, entre outras coisas. A Tabela 3, abaixo, apresenta os valores de C para as 3 normas estudadas.

**Tabela 3. Coeficientes C de sobrepressão para silos de baixa relação h/d**

Norma	Pressão horizontal	Pressão de atrito	Pressão vertical na base
EN 1991-4:2006	$1+2(h/d-1)$	$1+0,2(h/d-1)$	1
ISO 11697:1995	$1+0,7(h/d - 1)$	$1+0,7(h/d - 1)$	1,35
AS 3774-1996	$7,6(h/d) - 6,4$ ou 1,2	1,2	1

**Fonte: EN 1991-4:2006, ISO 11697:1995 e AS 3774-1996**

De acordo com a EN 1991-4:2006, para silos com relação  $h/d \leq 1$ , o valor de C é 1, ou seja, os valores de carregamento e descarregamento são os mesmos.

Conforme norma ISO 11697:1995, para casos onde a relação  $h/d \leq 1$ , não há distinção de pressões entre a fase de carregamento e descarregamento. Assim como EN 1991-4:2006, esta norma também prevê pressões adicionais.

A norma australiana AS 3774-1996 adota o menor valor presente na Tabela 3. Esta norma não prevê tensões adicionais.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

O objetivo específico principal deste trabalho é a obtenção das tensões horizontais, verticais e de atrito de um certo silo com baixa relação altura/diâmetro. A obtenção dessas tensões será feita de acordo com as normas ISO 11697:1995, EN 1991-4:2006 e AS 3774-1996.

A pesquisa abordada em estudo é caracterizada de forma geral pela utilização de métodos quantitativos. Uma vez que a pesquisa utiliza dados que são mensurados através do levantamento quantitativo, procurando identificar seus elementos constituintes e o que isso gera em consequência, necessita utilizar pesquisa quantitativa.

Nesta abordagem, para a classificação quanto aos procedimentos técnicos, usa-se o levantamento bibliográfico, com livros, artigos científicos e normas técnicas (GIL, 2002).

#### 3.1 MATERIAIS

Neste trabalho foram selecionados grãos de milho e soja para o cálculo das tensões. A soja é um produto granular que apresenta forma geométrica esférica e de fluxo livre. Já o milho apresenta forma irregular e, apesar de ter um peso específico próximo ao da soja, apresenta propriedades físicas distintas das obtidas nos ensaios com a soja, mas também apresentando fluxo livre. É importante dizer que não é o foco deste trabalho utilizar produtos pulverulentos coesivos, apenas granulares.

Os dados dos grãos de milho e soja utilizados na pesquisa foram obtidos a partir de consulta ao prof. Dr. Calil Junior, coordenador do Laboratório de Madeiras e de Estruturas de Madeira (LaMEM) da Universidade de São Paulo (USP), que aconselhou utilizar os valores das propriedades obtidas em nível de doutorado por Cheung (2007). Os produtos foram adquiridos na região de São Carlos e, provavelmente, são oriundos de propriedades do estado de São Paulo. Os dados da umidade e peso específico constam na Tabela 4.

**Tabela 4. Umidade e peso específico para milho e soja**

Estatística Básica	Soja		Milho	
	Umidade (%)	Peso específico ( $\gamma$ ) (kN/m <sup>3</sup> )	Umidade (%)	Peso específico ( $\gamma$ ) (kN/m <sup>3</sup> )
Média	10,99	10,99	13,57	7,90
Desvio	0,24	0,24	0,15	0,21
Máximo	11,50	11,50	13,90	8,54
Mínimo	10,50	10,50	13,20	7,44

Fonte: Cheung (2007)

O restante das propriedades necessárias para a obtenção das pressões se encontram na Tabela 3 abaixo.

**Tabela 5. Outras propriedades do milho e soja**

Propriedades	Milho	Soja
Coesão (kPa)	0,04	0,23
Ângulo de atrito interno $\phi_i$	29,53	34,81
Efetivo ângulo de atrito interno $\phi_e$	29,78	35,71
Resistência confinada (kPa)	0,11	0,84
Resistência confinada (kPa)	10,28	23,73
Ângulo de atrito com a parede $\phi_w$	12,81	10,80

Fonte: Cheung (2007)

Para a obtenção dos valores referentes ao ângulo de atrito com a parede ( $\phi_w$ ) foram utilizadas chapas de aço galvanizado CSN (Kepler Weber).

Considerou-se um silo com altura de 8 metros e diâmetro de 10 metros com fundo plano.

### 3.2 MÉTODOS

As pressões foram calculadas conforme normas EN 1991-4:2006, AS 3774-1996 e ISO 11697:1995. Os processos de cálculo destas normas estão descritos no item 2.5 deste trabalho.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 PRESSÕES ESTÁTICAS E DE CARREGAMENTO

Inicialmente foram calculados os valores do coeficiente de atrito  $\mu$  de acordo com a Eq. (62), obtendo  $\mu_{\text{milho}}=0,22738$  e  $\mu_{\text{soja}}=0,19076$ . Com esses dados calculou-se o coeficiente K, de acordo com as equações advindas da Tabela 2. Ao se calcular o valor de acordo com a norma AS 3774-1996, obteve-se 0,3490 para o milho e 0,2673 para a soja, mas a norma estabelece que o valor mínimo seja de 0,35, assim, este foi o valor adotado.

**Tabela 6. Valores adotados para o coeficiente K**

Norma	Milho	Soja
ISO 11697 (1997)	0,5578	0,4721
EN 1991-4:2006	0,5578	0,4721
AS 3774-1996	0,3500	0,3500

Fonte: Autoria própria

A Tabela 7 apresenta o resultado das pressões horizontais de acordo com a Eq. (55) e a Tabela 8 o valor para a pressão de atrito.

**Tabela 7. Resultado das pressões horizontais no carregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Profundidade (m)	Produto / Pressão (kPa)			
	AS		EN e ISO	
	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
1,0	3,80	10,09	6,01	20,57
2,0	7,50	19,16	11,78	37,24
3,0	11,11	27,34	17,32	50,84
4,0	14,63	34,74	22,64	62,01
5,0	18,06	41,43	27,74	71,23
6,0	21,40	47,49	32,65	78,90
7,0	24,66	53,01	37,36	85,31
8,0	27,84	58,02	41,88	90,70

Fonte: Autoria própria

**Tabela 8. Resultado das pressões de atrito no carregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Profundidade (m)	Produto / Pressão (kPa)			
	AS		EN e ISO	
	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
1,0	0,86	2,29	1,37	4,68
2,0	1,71	4,36	2,68	8,47
3,0	2,53	6,22	3,94	11,56
4,0	3,33	7,90	5,15	14,10
5,0	4,11	9,42	6,31	16,20
6,0	4,87	10,80	7,42	17,94
7,0	5,61	12,05	8,49	19,40
8,0	6,33	13,19	9,52	20,62

Fonte: Autoria própria

A Tabela 9 apresenta as pressões verticais no processo de carregamento. Para a norma EN 1991-4:2006, adotou-se um valor de  $h_1 = 2,0$  metros e  $h_2 = 4,0$  metros. Os valores de  $p_{v1}$ ,  $p_{v2}$  e  $p_{v3}$  para o milho foram, respectivamente, 75,07 kPa, 43,96 kPa e 21,11 kPa. Já para a soja, temos 56,44 kPa, 31,60 kPa e 15,35 kPa.

Para a norma AS 3774-1996 é necessário o cálculo de  $p_{v1}$ . Assim, o seu valor para o milho foi de 87,92 kPa e para a soja 63,20 kPa.

**Tabela 9. Resultado das pressões verticais no carregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Coordenada radial (m)	Produto / Pressão (kPa)					
	ISO		EN		AS	
	Milho	Soja	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	123,47	96,21	104,85	78,23	109,90	79,00
2,0	123,47	96,21	104,85	78,23	107,15	77,03
4,0	123,47	96,21	104,85	78,23	98,91	71,10
6,0	123,47	96,21	104,85	78,23	85,17	61,23
8,0	123,47	96,21	104,85	78,23	65,94	47,40
10,0	75,07	56,44	104,85	78,23	41,21	29,63

Fonte: Autoria própria

## 4.2 DESCARREGAMENTO

Para o cálculo das pressões no momento de descarga, as normas utilizam os dados das pressões estáticas multiplicadas por um coeficiente C de sobrepressão. Os coeficientes adotados estão presentes na Tabela 10.

**Tabela 10. Resultados do coeficiente C de sobrepressão para o descarregamento**

Norma	Pressão horizontal	Pressão de atrito	Pressão vertical na base
EN 1991-4:2006	1	1	1
ISO 11697:1995	1	1	1,35
AS 3774-1996	1,2	1,2	1

Fonte: Autoria própria

As Tabelas 11, 12 e 13 seguintes apresentam os valores das pressões horizontais, de atrito e verticais no momento de descarga.

**Tabela 11. Resultado das pressões horizontais no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Profundidade	Produto / Pressão (kPa)			
	AS		EN e ISO	
	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
1,0	4,56	12,10	6,01	20,57
2,0	9,00	22,99	11,78	37,24
3,0	13,33	32,81	17,32	50,84
4,0	17,55	41,68	22,64	62,01
5,0	21,67	49,71	27,74	71,23
6,0	25,68	56,99	32,65	78,90
7,0	29,59	63,61	37,36	85,31
8,0	33,41	69,63	41,88	90,70

Fonte: Autoria própria

**Tabela 12. Resultado das pressões de atrito no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Profundidade	Produto / Pressão (kPa)			
	AS		EN e ISO	
	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	0,00	0,00	0,00	0,00
1,0	1,04	2,31	1,37	3,92
2,0	2,05	4,39	2,68	7,10
3,0	3,03	6,26	3,94	9,70
4,0	3,99	7,95	5,15	11,83
5,0	4,93	9,48	6,31	13,59
6,0	5,84	10,87	7,42	15,05
7,0	6,73	12,13	8,49	16,27
8,0	7,60	13,28	9,52	17,30

Fonte: Autoria própria

**Tabela 13. Resultado das pressões verticais no descarregamento de acordo com AS, EN e ISO**

Coordenada radial	Produto / Pressão (kPa)					
	ISO		EN		AS	
	Milho	Soja	Milho	Soja	Milho	Soja
0,0	166,69	129,89	104,85	78,23	109,90	79,00
2,0	166,69	129,89	104,85	78,23	107,15	77,03
4,0	166,69	129,89	104,85	78,23	98,91	71,10
6,0	166,69	129,89	104,85	78,23	85,17	61,23
8,0	166,69	129,89	104,85	78,23	65,94	47,40
10,0	101,35	76,20	104,85	78,23	41,21	29,63

**Fonte: Autoria própria**



## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi feito o cálculo das pressões laterais, de atrito e verticais para mensurar os esforços causados pelo armazenamento de grãos de milho e soja em um silo de baixa relação altura diâmetro. Foram utilizadas a norma europeia EN 1991-4:2006, internacional ISO 11697:1995 e australiana AS 3774-1996.

É importante destacar a utilização de propriedades dos grãos que retratam a realidade da produção brasileira. Apesar de as normas internacionais apresentarem as propriedades do milho e soja para o dimensionamento, a utilização de dados regionais faz com que os resultados se aproximem dos valores reais de cada local.

Apesar de simples, a teoria de Janssen (1895) oferece boa precisão na determinação das pressões nas paredes, sendo utilizada pelas três normas empregadas.

O valor do coeficiente K para o milho de acordo com a norma ISO 11697:1995 e EN 1991-4:2006 é de 0,5578, já para a soja é de 0,4721. Se tratando da norma AS 3774-1996, para ambos os grãos foi utilizado o valor mínimo de 0,35

Durante o processo de carregamento, os valores referentes à soja para as pressões horizontais e de atrito foram maiores que os valores obtidos para o milho. Apenas a pressão vertical do milho foi maior que a da soja. Os valores de pressão horizontal e de atrito obtidos por meio dos métodos das normas EN 1991-4:2006 e ISO foram maiores do que aqueles obtidos de acordo com a norma AS. Para a pressão vertical, de forma geral, os valores alcançados por meio da ISO 11697:1995 foram maiores que aqueles encontrados de acordo com a norma EN 1991-4:2006. Os valores atingidos pelos métodos da AS 3774-1996 foram, por sua vez, menores do que aqueles obtidos pela EN 1991-4:2006.

Para o processo de descarga do silo, as pressões de acordo com a norma europeia não sofreram alteração, diferente do que aconteceu com as pressões obtidas pela norma internacional, em que a pressão vertical aumentou em 35%. Pela norma australiana, apenas os valores das pressões horizontais e de atrito sofreram um acréscimo de 20%.

As pressões horizontais servirão para o dimensionamento do sistema estrutural metálico. A carga vertical, resultante das pressões de atrito presentes na parede metálica, são transferidas aos montantes. Deste ponto, ela passa pelo anel de base

feito de concreto e, posteriormente, à sua fundação. As fundações podem ser superficiais ou profundas. Se superficiais, comumente se utiliza sapata corrida ou sapata quadrada a cada dois montantes. Se profundas, é utilizado uma estaca escavada a cada montante ou uma estaca escavada a cada dois montantes. Já a pressão vertical é transferida ao contrapiso armado, podendo ou não ser utilizado fundação profunda (BIACHIN, 2013).

Por fim, o Brasil apresenta umas das maiores produções agrícolas do mundo, e a tendência é de crescimento. Os motivos deste crescimento compreendem a abertura de novas áreas e incorporação de área de pastagens degradadas para cultivo, além do próprio aumento de produtividade pelo uso da tecnologia. Essa evolução faz com que se deva ter mais cuidado ao relacionar segurança e economia no dimensionamento de estruturas de armazenamento e, o primeiro passo é conhecer o comportamento das cargas.

## REFERÊNCIAS

- AMARAL, D. Capacidade de armazenamento da safra brasileira está abaixo do nível de segurança. **Nordeste Rural: Notícias do Campo**. Publicada em 02/12/2008. Disponível em: <<http://www.nordesterural.com.br/>>. Acesso em: 18 de Abril de 2018;
- AUSTRALIAN STANDART. AS 3774: **Loads on bulks containers**. Sydney, 1996.
- AYUGA, F. (1995). Los empujes del material almacenado em silos. **Informes de la construcción**. V. 46, n. 436, p. 27-34, marzo/abril, 1995.
- BIANCHIN, D.; **Fundações para bases de silos metálicos de fundo plano**. 2013. P.105. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2013.
- CALIL JÚNIOR, C.; CHEUNG, A. B. **Silos: pressões, fluxo, recomendações para projetos e exemplos de cálculo**. Editora Escola de Engenharia de São Carlos – USP. São Carlos - SP, 2007, p.232.
- CALIL JÚNIOR, C. (1984). **Sobrepresiones em las paredes de los silos para almacenamiento e produtos pulverulentos cohesivos**. Tese de Doutorado. Escola Técnica Superior e Engenheiros Industriais de Barcelona. Universidade Politécnica de Barcelona. Orientador: Ravenet, J. Barcelona, Espanha.
- CHEUNG, A. B. **Modelo estocástico de pressões de produtos armazenados para a estimativa da confiabilidade estrutural de silos esbeltos**. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo – USP, São Carlos – SP, 2007.
- CHEUNG, A. B.; CALIL JUNIOR, C.; BERTOCINI, S. R. **Investigação Estrutural de Silos Metálicos e de Concreto no Brasil**. Compat 2015. Lisboa, 2015.
- CONAB – Companhia Nacional de Abastecimento. **Acompanhamento da safra brasileira de grãos, Safra 2017/2018. Quinto levantamento, Outubro de 2018**. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br>> Acesso em: 20 outubro 2018.
- EN 1991-4: EUROCODE 1. **Actions on structures – Part 4: Silos and tanks**. European Committee for Normalisation. Bruxelas, 2006, 108p.
- FANK, M. V. **Pressões em silos verticais cilíndricos metálicos: determinação experimental e cálculos teóricos por normas estrangeiras**. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Campina Grande, Campina Grande – PB, 2014, 33 p.
- FREITAS, E. G. A.; CALIL JUNIOR, C. **Estudo teórico experimental das pressões em silos de baixa relação altura/diâmetro e fundo plano**. 2001. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

GARBAZZA, I. E. **Programa computacional para cálculo de pressões em silos verticais de acordo com a norma australiana**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Lavras – UFLA, Lavras – MG, 2011.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002. p. 41 – 44.

ISO 11697. **Bases for design of structures: Loads due to bulk materials**. International Organization for Standardization, London, 1995.

JANSSEN, H. A. Experiments on grain pressures in silos. **Verein Deutscher Ingenieure**, Zeitschrift. Vol. 39, pp. 1045-1049, Aug. 31, 1895.

LOPES NETO, J. P.; NASCIMENTO, J. W. B. do; SILVA, V. R. da. Propriedades de fluxo de produtos pulverulentos alimentícios. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.13, p.639-644, 2009.

MADRONA, F. S. **Pressões em silos esbeltos com descarga excêntrica**. 2008. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008.

SILVA, F. S.; CORRÊA, P. C. Estrutura, composição e propriedades dos grãos. In: SILVA, J. S. **Secagem e armazenagem de produtos agrícolas**. 2ª Edição. Editora Aprenda Fácil, Viçosa – MG, 2008.

VIEIRA, L. H. de S. **Estudo teórico e experimental das pressões em tremonhas cônicas e piramidais para silos metálicos esbeltos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Lavras, Lavras – MG, 2009, 110 p.