

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JEFERSON JOSÉ DE LIMA

**CONTROLE NÃO LINEAR DE POSIÇÃO E VIBRAÇÃO DE
MANIPULADORES ROBÓTICOS COM JUNTAS E ELOS FLEXÍVEIS
UTILIZANDO MATERIAIS INTELIGENTES**

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA

2015

JEFERSON JOSÉ DE LIMA

**CONTROLE NÃO LINEAR DE POSIÇÃO E VIBRAÇÃO DE
MANIPULADORES ROBÓTICOS COM JUNTAS E ELOS FLEXÍVEIS
UTILIZANDO MATERIAIS INTELIGENTES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Mestre em Engenharia Elétrica” – Área de Concentração: Instrumentação e Controle.

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset

PONTA GROSSA

2015

Ficha catalográfica elaborada pelo Departamento de Biblioteca
da UTFPR Câmpus Ponta Grossa
n.36/15

L732 Lima, Jeferson José de

Controle não linear de posição e vibração de manipuladores robóticos com juntas e elos flexíveis utilizando materiais inteligentes. / Jeferson José de Lima. Ponta Grossa, 2015.

104 f.: il.; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.

1. Manipuladores (Mecanismo). 2. Robótica. 3. Sistemas não-lineares. 4. Engenharia elétrica. I. Tusset, Ângelo Marcelo. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Título.

CDD 621.3



TERMO DE APROVAÇÃO

CONTROLE NÃO LINEAR DE POSIÇÃO E VIBRAÇÃO DE MANIPULADORES ROBÓTICOS COM JUNTAS E ELOS FLEXÍVEIS UTILIZANDO MATERIAIS INTELIGENTES

por

JEFERSON JODÉ DE LIMA

Esta Dissertação foi apresentada em 26 de fevereiro de 2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tuset (UTFPR)
Prof. Orientador

Prof. Dr. José Manuel Balthazar (UNESP)
Membro titular

Prof. Dr. Claudinor Bitencourt Nascimento (UTFPR)
Membro titular

Prof. Dr. Vinícius Piccirillo (UTFPR)
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

Dedico este trabalho à minha mãe, Rosely
meu exemplo de superação e determinação
que me motivaram neste trabalho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela sua presença constante em todos os momentos.

Ao meu professor orientador Ângelo Marcelo Tusset, por ter acreditado neste trabalho e pelos ensinamentos prestados.

À minha família pela confiança e apoio prestados durante o mestrado.

Aos meus colegas de mestrado, pela amizade, pelas longas horas de estudos e divertidas horas do café.

Ao professor Frederic Conrad Janzen pela enorme colaboração neste trabalho, me dando suporte em áreas as quais eu não dominava.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de estudos de Mestrado.

Ao CNPQ pelo apoio financeiro ao projeto. Processo: 447539/2014-0. Edital: Apoio a Projetos de Pesquisa/MCTI/CNPQ/Universal14/2014.

*Para ser grande, sê inteiro: nada
Teu exagera ou exclui.
Sê todo em cada coisa. Põe quanto és
No mínimo que fazes.
Assim em cada lago a lua toda
Brilha, porque alta vive
Fernando Pessoa*

RESUMO

LIMA, Jeferson José de. **Controle não linear de posição e vibração de manipuladores robóticos com juntas e elos flexíveis utilizando materiais inteligentes**. 2015. 104 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2015.

Neste trabalho é apresentado a modelagem e controle de um manipulador robótico com características flexíveis tanto nas juntas como nos elos. A modelagem matemática é obtida através da formulação de Lagrange. Na estratégia de controle são considerados como atuadores os motores CC (Corrente Contínua) e atuadores classificados como materiais inteligentes como a Liga de Memória de Forma (LMF) e freio Magneto-Reológico (MR-Break). O controle SDRE (*StateDependent Ricatti Equation*) é utilizado como a lei de controle com base nas técnicas de controle ótimo para sistemas dinâmicos não lineares. Para demonstrar a eficiência e estabilidade do controle são apresentadas simulações numéricas considerando duas configurações distintas: a primeira demonstra o controle do manipulador robótico com dois elos rígidos, duas juntas flexíveis e utilizando controle de torque no elo do manipulador através de atuador MR. A segunda configuração trata do controle de um sistema com três elos, sendo um deles flexível, dois rígido e duas das juntas flexíveis, utilizam-se como atuadores os motores CC dos elos e um atuador LMF acoplado na viga flexível. Com o objetivo de validação o controle de posição através de motor CC e a influencia do eixo flexível na dinâmica do sistema um protótipo de manipulador com dois elos rígidos e duas juntas flexíveis foi confeccionado. Resultados numéricos e experimentais demonstraram a eficiência do controle de posicionamento dos elos através do controle SDRE e a influencia do eixo flexível na dinâmica do manipulador robótico.

Palavras-chave: Manipulador Robótico, Controle Ótimo Discreto, Materiais Inteligentes.

ABSTRACT

LIMA, Jeferson José de. **Nonlinear control of position and vibration of robotic manipulators with flexible joints and links using smart materials**. 2015. 104 p. Dissertation – Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2015.

This work presents the modeling and control of robotic manipulators with flexible characteristics, both joints as in the links. The mechanical model is obtained by Lagrangian formulation. Control strategy is considered as actuators DC motors (Direct Current) and actuators classified as smart materials such as shape memory alloy (SMA) and Magnetorheological brake (MR). The law of implemented control is based on optimal control techniques for dynamic systems, this control is given the name of SDRE control (State Dependent Ricatti Equation). To demonstrate the efficiency and control the stability of the numerical simulations are presented in three systems: the first demonstrates control of a robotic manipulator with two hard links, two flexible joints and adding torque control in the manipulator of the link through actuator MR. The second case concerns the control of a system with three links, one being flexible, rigid and two of two flexible joints, is used as actuators DC motors of the links and a coupled SMA actuator to the flexible beam. Aiming to validating the control position by DC motor and the influence of the flexible shaft in system dynamics a manipulator prototype with two rigid links and two flexible joints was made. Numerical and experimental results demonstrated the links positioning control efficiency through SDRE control and the influence of the flexible shaft in the dynamics of robotic manipulator.

Keywords: Robotic Manipulator, Discrete Optimal Control, Smart Materials.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Manipulador para áreas de risco. (b) Manipulador espacial.	13
Figura 2 – Motor de Corrente Contínua com ímã Permanente.....	17
Figura 3 – Quadrantes de Operação Motor CC.....	18
Figura 4 – Circuito <i>Chopper</i> para quatro quadrantes, chaves desligadas.....	19
Figura 5 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.....	20
Figura 6 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.....	21
Figura 7 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.....	21
Figura 8 – Disco óptico para codificador de quadratura.	22
Figura 9 – Disco óptico para codificador de quadratura.	23
Figura 10 – Codificador Magnético adaptado de AustriaMicro System (2010).....	24
Figura 11 – Efeito do fluido Eletroreológico.....	25
Figura 12 – Modos de operação dos MR.	26
Figura 13 – Freio rotacional MR.	27
Figura 14 – Freio MR	28
Figura 15 – Aproximação adimensional do Torque versus Corrente elétrica.	29
Figura 16 – Aerofólio com LMF.	30
Figura 17 – Experimento para análise dinâmica de viga SMAHC.	30
Figura 18 – Diagrama tensão-deformação-temperatura de uma liga LMF.....	31
Figura 19 – Diagrama de Blocos em Malha Aberta.....	33
Figura 20 – Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados.	34
Figura 21 – Diagrama do Controle SDRE.	41
Figura 22 – Estratégia de Controle Ótimo Discreto.	46
Figura 23 – Junta Flexível entre elo e motor	47
Figura 24 – Esquemático do manipulador com juntas flexíveis.....	48
Figura 25 – Rede Neural de Base Radial.....	55
Figura 26 – Aproximação da função torque do MR utilizando RBFNN.....	57
Figura 27 – Diagrama de Controle SDRE para Motores CC e Atuador freio MR.	60
Figura 28 – (a) Deslocamento sem o controle de torque MR nas juntas, (b) Deslocamento com o uso de freio MR para controle de torque nas juntas.	61
Figura 29 – (a) Deslocamento elo 1. (b) Deslocamento elo 2. (c) Velocidade elo 1. (d) Velocidade elo 2.....	62
Figura 30 – (a) Corrente Aplicada em MR1 (b) Corrente Aplicada em MR2.	63
Figura 31 – Esquemático mecânico manipulador com juntas e elo flexível.	64
Figura 32 – Diagrama SDRE para Motores CC para Manipulador 3DOF.	70
Figura 33 – Diagrama de Controle SDRE com Motores CC e Atuador LMF.....	76
Figura 34 – (a) Posição do primeiro elo. (b) Posição do segundo elo. (c) Posição do terceiro elo. (d) Vibração na ponta do terceiro elo.....	77
Figura 35 – Variação da temperatura na LMF ($u_{(T-T_M)} = (T - 288) = \Delta T$).	78
Figura 36 – Projeto do manipulador robótico.....	80

Figura 37 – (a) Formato do elo proposto. (b) Formato do eixo proposto.	81
Figura 38 – Motores 12 VCC utilizados no controle de posicionamento (a) Motor para o elo 1 (modelo GM94135759F- PITTMAN). (b) Motor para o elo 2 (modelo GM8712F297- PITTMAN).	82
Figura 39 – Protótipo do manipulador robótico.....	84
Figura 40 – Projeto dos dispositivos eletrônicos do manipulador. (a) Vista superior. (b) Vista lateral.	84
Figura 41 – Placas de controle dos motores.	85
Figura 42 – Placa dos sensores de corrente LA25-NP.	85
Figura 43 – Processador Digital de Sinais (DSP).....	86
Figura 44 – Diagrama da Programação do Controle no DSP.....	90
Figura 45 – Diagrama Blocos de Controle no DSP.	91
Figura 46 – Programação dos Módulos de Leitura do DSP.	92
Figura 47 – (a) Deslocamento do motor 1 . (b) Deslocamento do motor 2.....	93
Figura 48 – (a) Velocidade do eixo do motor 1. (b) Velocidade do eixo do motor 2. .	93
Figura 49 – (a) Erro de posicionamento do Motor 1. (b) Erro de posicionamento do Motor 2.	94
Figura 50 – (a) Posições inicial e final do manipulador. (b) Deslocamento do manipulador.....	95
Figura 51 – Circuito de acionamento motor.	103
Figura 52 – Circuito do sensor de corrente.	104

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações de projeto.....	18
Tabela 2 – Parametros do Manipulador 2DOF.....	60
Tabela 3 – Parametros do Manipulador 3DOF.....	76
Tabela 4 – Projeto dos elos rígidos.....	82
Tabela 5 – Projeto junta flexível.....	83
Tabela 6 – Parametros dos motores CC.....	83

LISTA DE SIGLAS

CC	Corrente Contínua
SMA	Liga de Memória de Forma
MR	Magneto-Reológico
SDRE	<i>State Dependent Ricatti Equation</i>
CA	Corrente Alternada
ER	Eletro Reológico
RBFNN	Rede Neural de Função de Base Radial
ZOH	Segurador de ordem zero
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
PWM	Modulação por largura de pulso
DSP	Processador Digital de Sinais

LISTA DE SIMBOLOS

ξ_c	Energia Cinética
ξ_p	Energia Potencial
θ	Ângulos das Juntas do Manipulador
$\dot{\theta}$	velocidade angular das juntas
$F(\dot{\theta})$	Força de Atrito
$\ddot{\theta}$	Aceleração Angular dos Elos
$C(\theta, \dot{\theta})$	Forças Centrifuga/Coriolis
$G(\theta)$	Força Gravitacional
$M(\theta)^{-1}$	Matriz Inversa da Força Inercial
τ_s	Força de Transmissão Elástica
k_s	Constante de Mola da Transmissão
$\ddot{\theta}_v$	Aceleração da Viga
$\dot{\theta}_v$	Velocidade da Viga
E	Módulo de Young
I	Inercia da Viga
$\phi''(n)$	Módulos de Vibração da Viga
i_a	Corrente de Armadura do Motor CC
v_s	Tensão da Fonte do Conversor
k_v	Ganho de Velocidade do Motor CC
ω_r	Velocidade do Rotor do Motor CC
L_a	Indutância da Armadura do Motor CC
R_a	Resistência de Armadura do Motor CC
σ	Vetor de Variância
w	Ganho Amplitude Neurônio
θ_{neu}	Limiar ativação Neurônio
A_s	Temperatura de Início de Austenita
A_f	Temperatura de Fim de Austenita
M_s	Temperatura de Início de Martensite
M_f	Temperatura de Fim de Martensite
ε	Variável de Deformação LMF
Ψ	Energia livre de Helmholtz
T_A	Temperaturas fase Austeníticos
T_M	Temperaturas fase Martensíticos
T_s	Tempo de Amostragem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 SENSORES E ATUADORES.....	17
2.1 MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA COM ÍMÃ PERMANENTE	17
2.1.1 Circuito de Acionamento do Motor.....	19
2.1.2 Codificador de Quadratura do Motor.....	22
2.1.3 Codificador Magnético do Motor	23
2.1.4 Estimativa de Velocidade do Motor.....	24
2.2 ATUADOR MAGNETO-REOLÓGICO – MR	25
2.3 ATUADOR LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA – LMF	29
3 CONTROLE POR ESPAÇO DE ESTADOS.....	33
3.1 REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR – LQR	35
3.1.1 Formulação do Problema de Controle Ótimo Quadrático	35
3.2 CONTROLE DE ESTADOS DEPENDENTES DA EQUAÇÃO DE RICCATI. ...	39
3.3 CONTROLE ÓTIMO PARA TEMPO DISCRETO	41
4 DINÂMICA E CONTROLE DE MANIPULADOR COM DOIS ELOS RIGIDOS E DUAS JUNTAS FLEXÍVEIS.....	47
3.4 DINÂMICA DO MANIPULADOR.....	47
4.1 PROPOSTA DE CONTROLE POR MOTORES CC	51
4.2 CONTROLE POR MOTORES CC E ATUADOR MR.....	54
4.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	60
5 DINÂMICA E CONTROLE DE MANIPULADOR COM DOIS ELOS RIGIDOS, UM FLEXIVEL E DUAS JUNTAS FLEXÍVEIS	64
5.1 PROJETO DE CONTROLE POR MOTORES CC	68
5.2 CONTROLE POR MOTORES CC E ATUADOR LMF NO ELO FLEXIVEL	71
5.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA.....	76
6 MODELO EXPERIMENTAL MANIPULADOR COM JUNTAS FLEXÍVEIS	80
5.4 MONTAGEM DO SISTEMA MECÂNICO E ELÉTRICO	80
5.5 PROPOSTA DE CONTROLE	87
5.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	92
7 CONCLUSÃO.....	96
REFERÊNCIAS.....	98
APÊNDICE A - SÚMULA CURRICULAR.....	102
APÊNDICE B - ESQUEMÁTICO DOS CIRCUITOS.....	103

1 INTRODUÇÃO

A modelagem e controle de manipuladores robóticos em ambiente espacial e industrial tem atraído o interesse do meio científico há algumas décadas, levando a busca de novas tecnologias, matérias, bem como estratégias de controle para os sistemas robóticos. A maior parte deste esforço científico se concentra em satisfazer requisitos como menor custo, menor tempo de execução de tarefa e manipulador com menor peso, e, portanto, menor rigidez mecânica.

Podem-se ver aplicações de manipuladores robóticos em diversas áreas de atuação, tais como médica, industrial, espacial, entre outras, na figura 1a pode-se observar a utilização de um manipulador robótico com elo e eixo flexível para reconhecimento de áreas de risco, tarefas de buscas e manipulação de itens ou pessoas do Instituto Systemdynamics em coparceria com a empresa Rheinmetall Landsysteme (KNIERIM *et al.*, 2012). Na figura 1b é apresentado o CANADARM2, um dos primeiros manipuladores robóticos com elo e eixo flexível utilizados em ambiente espacial, equipado com câmeras de sistema a laser para inspecionar áreas de difícil alcance garantindo segurança aos astronautas (NOKLEBY, 2007).



Figura 1 – (a) Manipulador para áreas de risco. (b) Manipulador espacial.
Fonte: (a) Knierim *et al.*, (2012), (b) Nokleby (2007).

Embora a redução de custos, esteja diretamente ligada com o peso ou rigidez dos materiais que compõe os manipuladores robóticos, tem-se como consequência direta a esse fator a otimização dos componentes e técnicas de controle, proporcionando aumento na velocidade de operação em comparação com

os robôs pesados e volumosos convencionais. Manipuladores de ligação flexíveis têm além da vantagem potencial de custo mais baixo, um volume de trabalho maior, velocidade operacional mais alto, atuadores menores, menor consumo de energia, melhor capacidade de manobra, melhor transportabilidade e mais segura operação devido à redução da inércia (DWIVEDY e EBERHARD, 2006). Porém, características flexíveis no manipulador resultam também em altos níveis de distúrbios e adição de não linearidade em alguns componentes, mas a maior desvantagem desses manipuladores é o problema de vibração devido à baixa rigidez.

A introdução de atuadores caracterizados com matérias inteligentes é uma das estratégias utilizadas por vários autores para compensar comportamentos não desejados de manipuladores robóticos. Nesta abordagem tem se trabalhado em configurações híbridas onde fazem parte do arranjo do controle tanto atuadores ativos, como passivos. O trabalho de Thanh e Ahn (2005) traz a implementação de um manipulador robótico com atuadores pneumáticos, a problemática em se usar atuadores pneumáticos para controle de posicionamento foi solucionada com freios rotacionais, acionados por corrente elétrica, nas juntas dos manipuladores (Freios Magneto-Reológicos). Para proposta de controle, Thanh e Ahn (2005), utilizam o controle adaptativo neural IPPSC (*Intelligent Phase Plane Switching Control Using Neural Network*). Senkal e Gurocak (2009) propõem uma interface tátil com multi graus de liberdade utilizando atuador semipassivo MR (Magneto-Reológico) para estabilização do eixo de controle, a estratégia PID foi utilizada no atuador semipassivo. Oh *et al.* (2014) apresentam um trabalho similar onde é proposta uma interface tátil de 4 graus de liberdade para operações cirúrgicas robóticas. O método de controle aplicado para fornecer às contra forças na interface tátil é a técnica PID onde se obteve resultados satisfatórios. Os estudos citados acima mostra a eficiência da aplicação de controles híbridos para solucionar problemas complexos onde somente a técnica de controle não é capaz sozinha de proporcionar parâmetros de controle desejados.

Contudo, as características de flexibilidade aparecem de diversas maneiras em um elemento manipulador, fez-se claro que a utilização de atuador semipassivo na junta dos elementos do mecanismo pode eliminar algumas características de

associados à flexibilidade da junta, porém há casos onde o elo do manipulador possui características flexíveis, dado a propriedade do material utilizado no manipulador ou mesmo quando há operação com cargas relativamente pesadas ao manipulador. Muitos trabalhos tratam desta problemática relacionada a flexibilidade no elo do manipulador, Hannen *et al.* (2012) demonstra a comparação entre a técnica de controle linear PID e a aplicação de técnica de Controle por Modos Deslizantes (SMC) aplicadas numa Liga de Memória de Forma (LMF) no propósito de eliminar vibrações e corrigir posicionamento. Para considerar a função de histerese do LMF, Hannen *et al.* (2012) utiliza a rede neural recorrente (HRNN), considerando assim, as não linearidades do atuado. No trabalho de Sayyaadi e Zakerzadeh (2012) utilizam o modelo inverso fenomenológico para estimar a histerese do LMF a fim de estabilizar o controle de uma viga flexível. A técnica de controle *feedforward* proposta é comparada com o controlador linear PID, onde se obteve melhores resultados para a primeira técnica.

Muitas das estratégias de controle para o sistema de manipuladores robóticos têm sido desenvolvidas e aplicadas com sucesso nas áreas industriais e aeroespaciais (WANG *et al.*, 2014; KORAYEM e RAHIMI, 2011; GHORBEL *et al.*, 1989; FENILI e BALTHAZAR, 2011). Observa-se que as principais limitações do modelo matemático de um manipulador robótico é a suposição de que o comportamento dinâmico pode ser representado por corpos puramente rígidos interligados por motores modelados como uma fonte de torque não linear (BEEKMANN e LEE, 1988).

O objetivo deste trabalho é a modelagem e controle de manipuladores robóticos com características flexíveis. São considerados no modelo os fatores dissipativos do sistema de transmissão e o fator de transmissão torcional com um componente flexível entre o torque do motor ao manipulador. O controle proposto combina duas estratégias, controle do compensador *feedforward*, a fim de eliminar as forças existentes que não dependem das equações de estados. Como também o controle *feedback* obtido através da técnica SDRE. A função do controle *feedback* é levar o sistema a orbita desejada.

A escolha do controle SDRE foi baseado no fato de o algoritmo computacional para o controle ser simples de ser embarcado e altamente eficaz para

o controle de realimentação não linear, demonstrando sucesso em problemas com sistemas não lineares em Tusset *et al.* (2013a, 2012), e manipuladores robotizados como nos trabalhos de Korayem *et al.* (2011), Fenili e Balthazar (2011) e também na estimação de estado para sistemas não lineares em Tusset *et al.* (2013b).

2 SENSORES E ATUADORES

2.1 MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA COM ÍMÃ PERMANENTE

São numerosos os tipos de conversores CA (Corrente Alternada)/CC (Corrente Contínua) e CC/CC utilizados com a finalidade de variar a velocidade de um motor de corrente contínua, ajustando a tensão aplicada no motor. No caso de conversores CC/CC temos algumas topologias como um, dois e quatro quadrantes de atuação comumente encontrada (KRAUSE *et al.*, 2013).

Neste trabalho, a menção a motor de corrente contínua sugere-se a configuração de motor de ímã permanente onde o campo é gerado por um fluxo magnético constante através da utilização de ímãs. Desta forma o controle é feito apenas pela tensão V aplicada na armadura do motor CC, conforme a Figura 2.

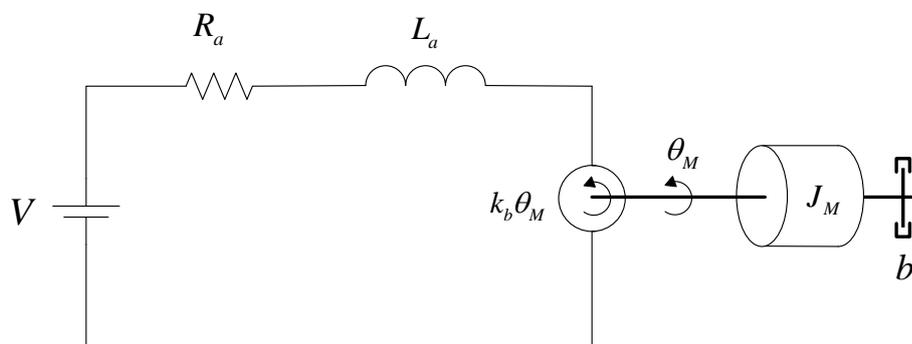


Figura 2 – Motor de Corrente Contínua com ímã Permanente.
 Fonte: adaptado de (KRAUSE *et al.*, 2013).

A operação de um motor CC pode ser dividida em quatro quadrantes de funcionamento do motor CC em relação a sua velocidade e torque, como se pode notar na Tabela 1.

Tabela 1 – Especificações de projeto

Quadrante	Torque	Velocidade	Sentido de Rotação	Varição da velocidade
I	>0	>0	Horário	Acelera
II	>0	<0	Anti Horário	Freia
III	<0	<0	Anti Horário	Acelera
IV	<0	>0	Horário	Freia

Fonte: autoria própria.

Na Tabela 1 é possível notar que não existe relação direta entre a polaridade da tensão do motor e o sentido de rotação, pois, em instantes de tempo a tensão aplicada no motor pode ter um valor diferente que a tensão contra motriz de armadura ($k_b \dot{\theta}_M$).

A distribuição dos quadrantes em relação a velocidade/torque e corrente/tensão de armadura podem ser vistas na Figura 3, onde V_t é a tensão aplicada no motor e I_a a corrente de armadura. Observa-se que para o quadrante I a aplicação de uma tensão positiva e uma corrente resultante positiva implica velocidade positiva e um torque positivo, assim para todos os outros quadrantes.

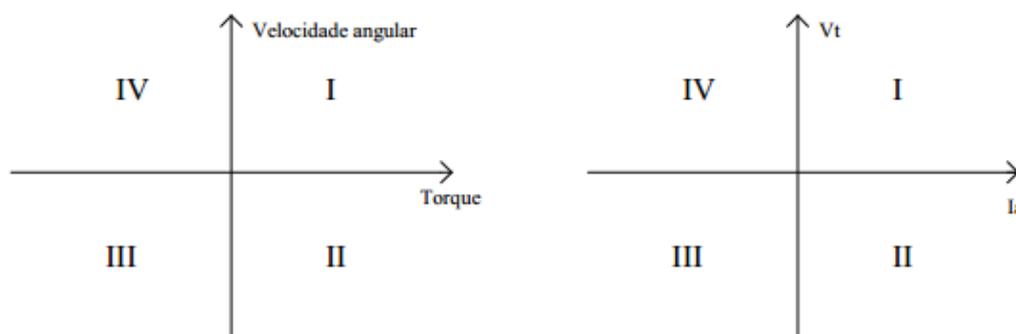


Figura 3 – Quadrantes de Operação Motor CC
Fonte: autoria própria.

Apresentada as formas de operação do motor CC precisa-se definir as equações que regem o motor, de acordo com Jabloniski *et al.* (2007), a equação dinâmica do motor de corrente contínua é dado pelas seguinte equações:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_v}{J_M} & \frac{k_t}{J_M} \\ 0 & -\frac{k_b}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ V \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde $\frac{d\omega_M}{dt}$ é a aceleração angular, $\omega_M = \dot{\theta}_M$ é a velocidade angular do motor de corrente contínua, i é a corrente e V é a tensão elétrica aplicada no motor. As constantes R_M , k_b e L_a são respectivamente a resistência elétrica do motor, a constante de força eletromotriz do motor e a indutância da armadura.

2.1.1 Circuito de Acionamento do Motor

Um diagrama simplificado é mostrado na Figura 4 do circuito de acionamento *chopper* para operação nos quatro quadrantes de acionamento do motor CC, onde $S_{1,2,3,4}$ representam as chaves eletrônicas MOSFET e V_s a tensão da fonte a ser aplicada ao motor.

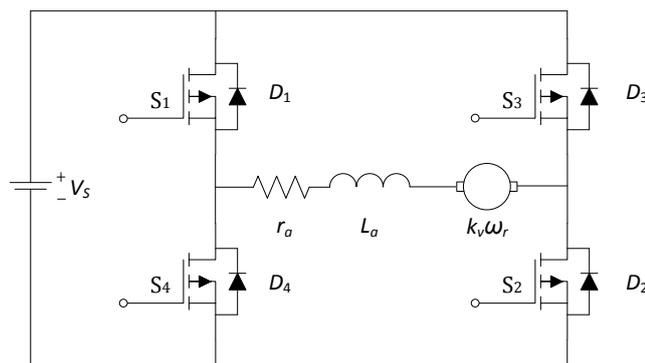


Figura 4 – Circuito *Chopper* para quatro quadrantes, chaves desligadas
Fonte: adaptado de (KRAUSE *et al.*, 2013).

Para o acionamento do motor CC em seus estados transitórios e estacionários, a figura 5 traz a representação gráfica da dinâmica do moto CC em relação ao circuito de acionamento para quatro quadrantes. A operação de quatro

quadrantes é possível, visto que a corrente I_a (instantânea) e a tensão de armadura V_s pode ser positivo ou negativo dependendo do transitório.

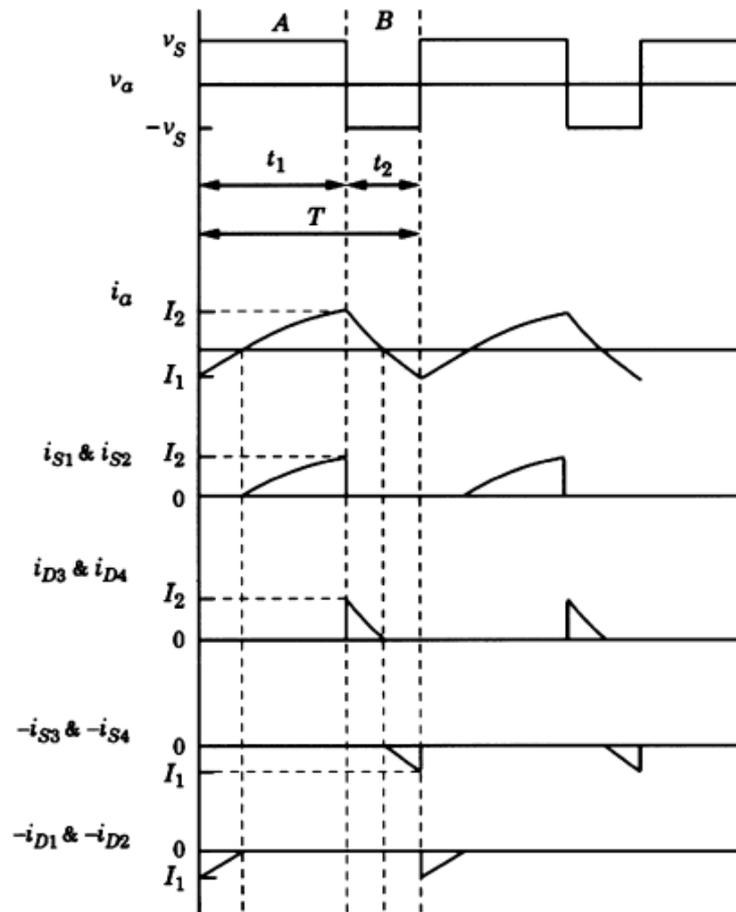


Figura 5 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.
Fonte: adaptado de (KRAUSE *et al.*, 2013).

Observa-se pela figura 5, que i_1 é negativo i_2 é positivo, v_a assume o valor de v_s durante o intervalo A e v_s durante o intervalo B, no entanto, o v_a médio, e i_a médio são positivos. Portanto, de um ponto de vista de valor médio, o sistema acionamento está operando como uma fonte de tensão contínua como o motor numa velocidade positiva, este é o primeiro quadrante de operação do conversor.

Deve-se distinguir entre a operação de quatro quadrantes, durante um período e quatro quadrantes operação de valor médio.

Existem várias estratégias de comutação que pode ser utilizadas em um conversor para operação em quatro quadrantes. Para figura 5 existem apenas dois

estados de comutação. No intervalo A é onde ocorre ao longo do intervalo entre as comutações, neste caso, as chaves S_1 e S_2 estão fechadas e S_3 e S_4 estão abertas, conforme a figura 6.

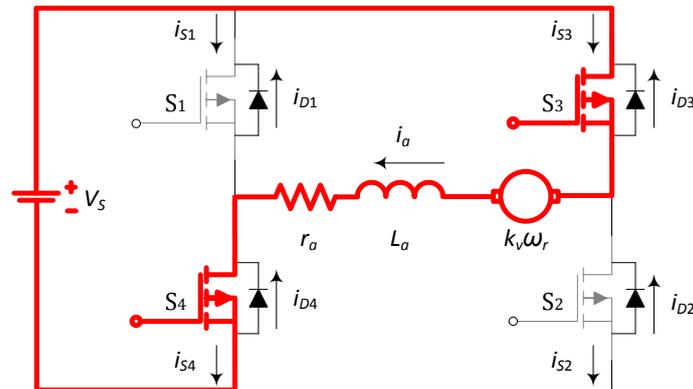


Figura 6 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.
Fonte: adaptado de (KRAUSE *et al.*, 2013).

O segundo estado ocorre ao longo do intervalo B, em que o S_3 e S_4 estão fechadas e S_1 e S_2 estão abertos, conforme a figura 7.

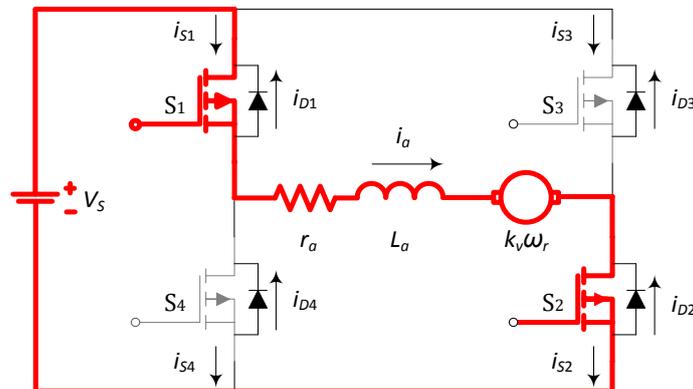


Figura 7 – Transitórios do circuito de acionamento do motor.
Fonte: adaptado de (KRAUSE *et al.*, 2013).

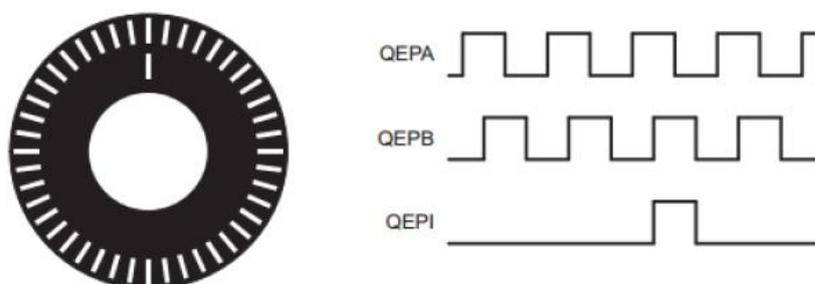
No quarto quadrante a tensão média v_a é positiva, a corrente média i_a é negativa e a velocidade angular ω_r é positiva, a operação do motor se encontra na região de geração. Isso acontece também, quando a tensão média v_s é negativa, a

corrente média i_a é positiva e a velocidade angular ω_r é negativa, no segundo quadrante, operando no modo de geração.

Para operação com motor, as características do sistema devem apresentar v_a médio negativo, i_a médio negativo e ω_r negativo.

2.1.2 Codificador de Quadratura do Motor

Uma das formas de medir o posicionamento angular do eixo do motor é utilizando-se de um codificador de quadratura junto ao motor. A aquisição do sinal é feita através de um par de sensores ópticos que tem seu feixe interceptado por um disco codificador, conforme a figura 8 (TEXAS INSTRUMENTS, 2008). São dois os canais utilizados para leitura do posicionamento do motor, o canal A (QEPA) e o canal b (QEPB) e opcionalmente utiliza-se um canal de iniciação para referenciar uma coordenada do sistema (QEPI).



**Figura 8 – Disco óptico para codificador de quadratura.
Fonte: (TEXAS INSTRUMENTS, 2008).**

A primeira pista do disco codificado da figura 8 diz respeito à medição de posicionamento, nela estão os sensores ópticos QEPA e QEPB e a segunda está o sensor QEPI onde é definida a referência 0° . Pode-se ver pela Figura 9 que através da defasagem dos canais é feita a aquisição do posicionamento.

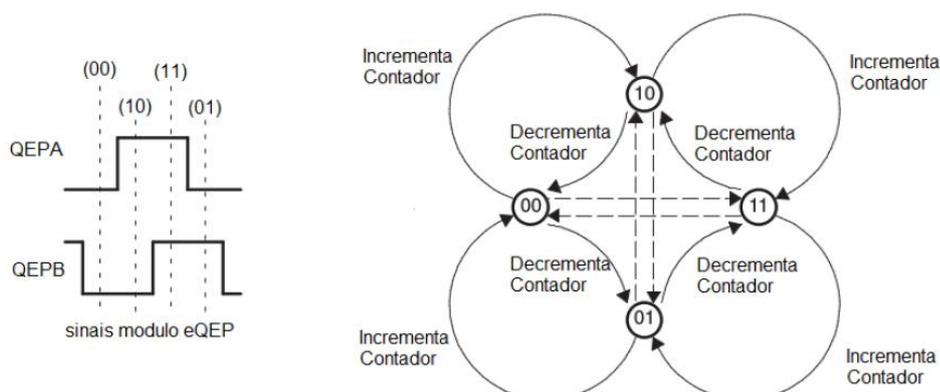


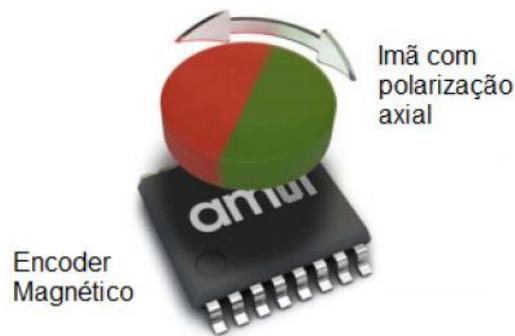
Figura 9 – Disco óptico para codificador de quadratura.
Fonte: adaptado de TEXAS INSTRUMENTS (2008).

O disco codificado, normalmente dá uma volta para cada revolução do motor, portanto, a frequência do sinal digital proveniente as saídas QEPA e QEPB varia proporcionalmente com a velocidade do motor. Os dois sensores QEPA e QEPB apresentam uma defasagem de 90° entre cada sensor, desta forma é possível determinar o sentido de rotação do motor através das bordas de subida ou descida dos sinais, conforme a figura 9.

2.1.3 Codificador Magnético do Motor

O codificador magnético é um sensor que não apresenta contato físico entre o ponto de medição e sensor. A sensibilização do sensor para obter o deslocamento angular o elemento girante é feito através da fixação de um ímã com polarização radial, conforme a figura 10.

Ao girar o ímã são sensibilizados os sensores de campo magnético no circuito integrado, possibilitando medir o deslocamento angular do elemento ao qual o ímã está fixado.



**Figura 10 – Codificador Magnético adaptado de AustriaMicro System (2010).
Fonte: adaptado de (AUSTRIA MICRO SYSTEM, 2010).**

Por não haver contato físico entre o sensor e o elemento a ser medido, faz com que seja maior a precisão do sensor e menor a interferência a ser inserida no sistema.

2.1.4 Estimativa de Velocidade do Motor

Os codificadores de quadratura fornecem o posicionamento angular do motor, porém em algumas aplicações é necessária obter a velocidade instantânea apresentada no eixo do motor, assim é necessária a aplicação de técnicas para análise de sinais discretos. A equação que define a velocidade ($\dot{\theta}$) angular no tempo contínuo pode se dada pela equação (2.1).

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.1)$$

Utilizando a teoria de diferenças finitas, pode-se estimar a derivada de um sinal através da aproximação *backward* de primeira ordem conforme a equação (2.2) (OGATA, 1997).

$$\dot{\theta} \approx \frac{\theta(kT_s) - \theta((k-1)T_s)}{T_s} \quad (2.2)$$

Onde k é incremento do tempo amostra discreto e T_s o tempo de amostragem do sistema.

2.2 ATUADOR MAGNETO-REOLÓGICO – MR

Fluidos controláveis exibem uma mudança em seu comportamento reológico (principalmente a sua viscosidade aparente) sobre a aplicação de um campo magnético ou elétrico externo. Tais fluidos são respectivamente chamadas magneto (MR) ou eletroreológico (ER) fluido. Nestes fluidos há partículas micronizadas que podem ser polarizáveis em cadeia sobre a aplicação do campo externo (AVRAAM, 2009), conforme a figura 11.

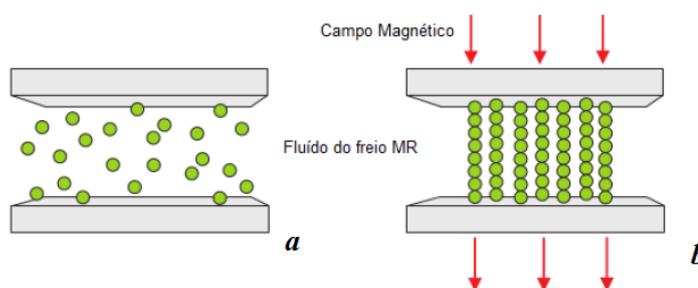


Figura 11 – Efeito do fluido Eletroreológico.
 Fonte: adaptado de Avraam (2009).

O fluido MR é um fluido inteligente cujas suas propriedades podem ser controladas na presença de campo magnético, ele se comporta como se fosse um fluido base, sendo um pouco mais grosso, devido as partículas de metal.

Quando um campo magnético é aplicado cada partícula de metal torna-se um dipolo alinhando-se ao longo da direção do campo magnético (figura 11b). Dessa forma uma cadeia é estruturada e formada ao longo da linha de fluxo magnético que proporciona uma resistência mecânica ao fluxo, resultando num aumento da viscosidade do fluido. Essa resistência mecânica criada devido à coluna de cadeia confere escoamento para o fluido, tornando-o rígido como um semi solido. Esta rigidez e, conseqüentemente a força de rendimento depende da intensidade do campo magnético e também a qualidade e quantidade de partículas de metal.

Os modos de operação dos MR são definidos de acordo com o tipo de fluxo de fluido, conhecidos com modo válvula, modo cisalhamento e modo *Squeeze*.

Na figura 12 pode-se observar o funcionamento de cada um dos modos.

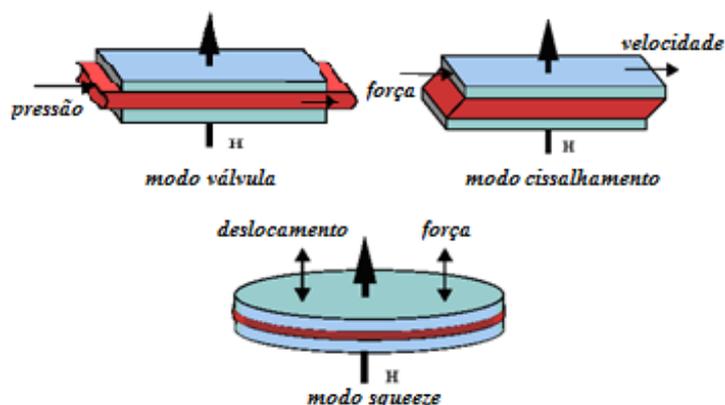


Figura 12 – Modos de operação dos MR.
Fonte: Tusset (2008).

No modo válvula o fluxo do fluido é através de duas superfícies fixas e o campo magnético é aplicado perpendicularmente à direção do fluxo, conforme ilustra a figura 12a. A resistência do fluido pode ser controlada através da intensidade do campo magnético. Este modo é usado em vários tipos de amortecedores e tem vasta aplicação na indústria automobilística (TUSSET, 2008).

No modo cisalhamento (figura 12b), o fluxo de fluido entre as superfícies que têm movimento relativo, e um campo magnético é aplicado perpendicularmente à direção do fluxo. Este modo é usado em vários tipos de freios MR. Neste modo, a força total de corte desenvolvida é a soma da força desenvolvida devido à viscosidade do fluido e a força desenvolvida, devido ao campo magnético (TUSSET, 2008).

O modo *squeeze* (figura 12c) é usado para aplicações de baixo movimento e força alta. Este o modo, pode ser usado para controle de pequenos movimentos. Este sistema pode ser configurado para operação axial ou rotatório. O grau de tensão desenvolvida através neste modo é de aproximadamente dez vezes superior aos demais (DOMINGUEZ-NUNEZ e SILVA-NAVARRO, 2013).

O interesse pela utilização de elementos para com torque semipassivo utilizando MR vem crescendo comparado ao uso de motores de corrente contínua que podem trabalhar no quadrante de frenagem, pois os MR's são dispositivos

semipassivos, capazes apenas de dissipar a energia aplicada no mecanismo, aumentando desse modo a segurança inerente do dispositivo em operações com frenagem eletromecânica (AVRAAM, 2009).

Os freios MR geram um binário de força com a alteração da viscosidade do fluido entre o rotor e a estrutura que suporta o rotor. No estado estacionário, sem a magnetização do campo do MR o fluido tem uma viscosidade similar ao óleo de baixa viscosidade, porém sobre exposição ao campo magnético, ele muda para uma consistência espessa criando atritos entre o rotor e o alojamento (GONENC e GUROCAK, 2012).

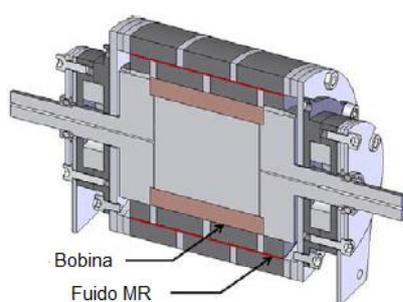


Figura 13 – Freio rotacional MR.
Fonte: adaptado de Gonenc e Gurocak (2012).

Embora existam alguns modelos algébricos que definem o comportamento dinâmico do MR, a aproximação nem sempre retrata o real comportamento do mecanismo. Desta forma, para este trabalho utilizou-se como base de estudo a curva experimental feita por Senkal e Gurocak (2010), sendo obtida a curva de torque por corrente no MR freio MRF-132LD, com torque máximo de 10,83 [Nm] e corrente de 1,5 [A], conforme a figura 13. A característica de histerese devido a saturação do elemento ferro magnética está expressa pelas duas curvas no gráfico.

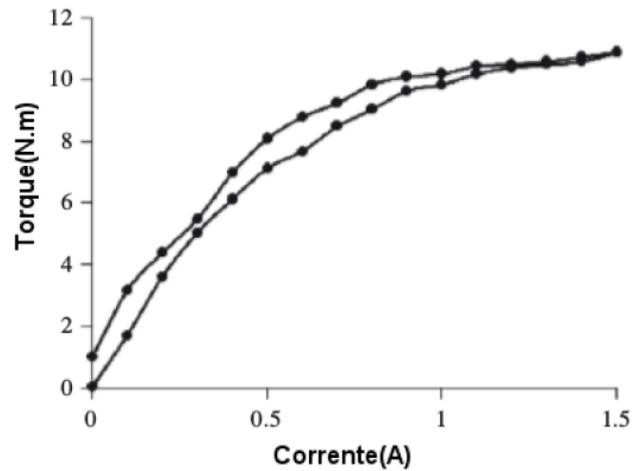


Figura 14 – Freio MR

Fonte: adaptado de Senkal e Gurocak (2010).

Em Tusset *et al.* (2013a) foi proposto um modelo matemático aproximado para a curva energizada da figura 14, para o caso de aplicações como controle semiativo. O modelo adimensional proposto por Tusset *et al.* (2013a) é representado por:

$$T(i) = \frac{0.110759e^{3.2768i}}{0.110759e^{3.2768i} + 1.6} \quad (2.3)$$

sendo i a corrente elétrica e ' e ' o numero natural.

Na figura 15 pode-se observar uma aproximação da figura 14 considerando-se o modelo proposto por Tusset *et al.* (2013).

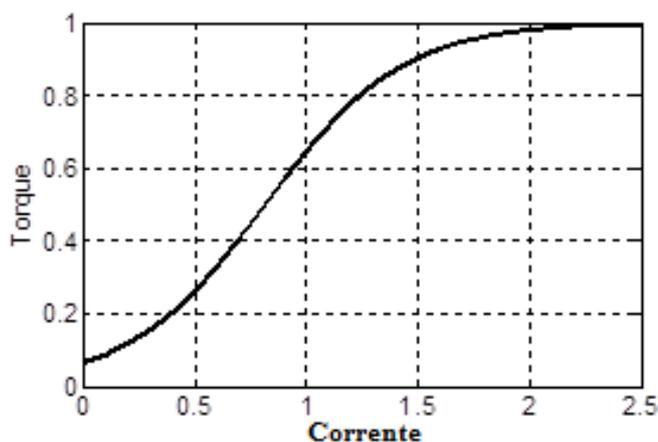


Figura 15 – Aproximação adimensional do Torque versus Corrente elétrica.
Fonte: Tusset *et al.*, (2013)

Como pode ser observado na figura 15 o modelo proposto aproxima bem o comportamento do freio MR para os casos em que o sistema já está energizado, mas não apresenta o comportamento de histerese observado na figura 15.

2.3 ATUADOR LIGA DE MEMÓRIA DE FORMA – LMF

Atuadores de LMF têm a capacidade de recuperação de sua forma de acordo com o aumento da sua temperatura que pode ser controlada por uma corrente elétrica, mesmo com altas cargas aplicadas, assim como a capacidade de absorver energia mecânica quando das mudanças reversíveis de forma, sendo considerados bons atuadores para absorver vibrações (AQUINO, 2011).

As LMF quando utilizadas como atuadores, alteram sua forma, rigidez, posição, frequência natural, e outras características mecânicas, em resposta a variação de temperatura ou campos eletromagnéticos. As LMF vêm sendo utilizadas como atuadores em diversas áreas como em sistemas eletromecânicos, controle de vibração, aeronáutica, medicina, entre outros.

Na figura 16 podemos a utilização do LMF no controle de um aerofólio flexível aplicado na indústria aeronáutica.

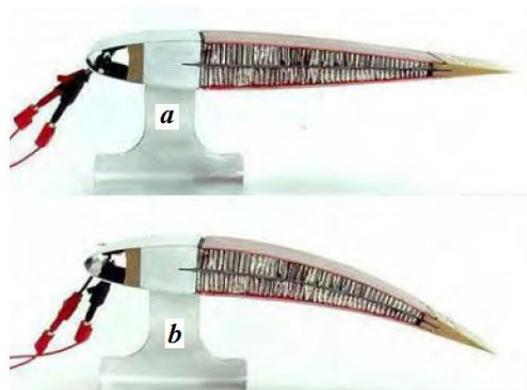


Figura 16 – Aerofólio com LMF.
Fonte: Lockheed Martin (2014)

Os fios de LMF são aquecidos através da aplicação de uma corrente elétrica encurtando o seu tamanho e puxando para baixo a parte traseira do aerofólio (figura 16b) e quando esfria a parte traseira volta para a posição inicial (figura 16a).

Na figura 17 podemos observar o experimento de uma viga em balanço construída de resina epóxi e 5 fios de LMF, denominada de SMAHC (*Shape Memory Alloy Hybrid Composite*) proposto por Reis *et al.* (2010).

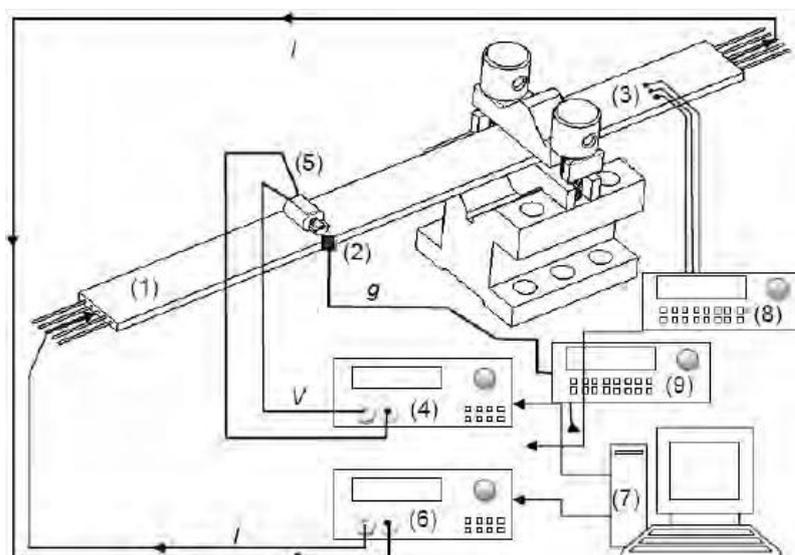


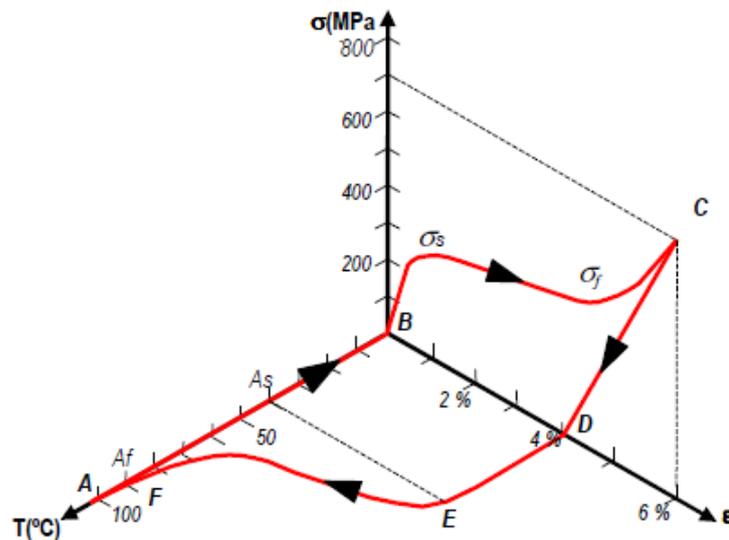
Figura 17 – Experimento para análise dinâmica de viga SMAHC.
Fonte: Reis *et al.*, (2010)

Os fios são aquecidos através da corrente elétrica para atenuar os níveis de vibração. Na faixa de operação típica a LMF tem duas fases, cada uma com uma

estrutura diferente. Uma fase ocorre com altas temperaturas, chamada de Austenita e outra a baixa temperatura chamada de martensita.

A LMF apresenta efeito de memória de forma quando deformada na fase Martensita e depois retirada a forma de deformação em uma temperatura abaixo da fase Martensita inicial, quando aplicado aquecimento acima da temperatura de Austenita final irá retornar a forma original.

A natureza do LMF pode ser observada na figura 18 que representa um diagrama tri-axial de Tensão-Deformação-Temperatura para uma amostra de Ni-Ti com carregamento axial.



**Figura 18 – Diagrama tensão-deformação-temperatura de uma liga LMF.
Fonte: Aquino (2011)**

O fenômeno descrito pela figura 18 é chamado de efeito memória de forma simples, porque a recuperação da forma é realizada somente durante o aquecimento, após o material ter sido deformado por uma carga mecânica aplicada. Sendo (σ) a tensão axial, (ϵ) a deformação e T a temperatura.

Diversos modelos matemáticos baseados em várias teorias têm sido propostos entre eles pode-se citar o modelo polinomial proposto por Falk (1980).

O modelo matemático proposto é baseado na teoria de Devonshire, que considera a energia livre de uma forma polinomial. Este modelo não considera

variáveis internas e de potencial de dissipação para descrever o pseudoelasticidade da memória de forma, considerando apenas a temperatura (T) e a deformação ε (PICCIRILLO *et al.*, 2009)

Os aspectos positivos para utilização do modelo polinomial estão modelo na sua simplicidade e sua qualitativa representação da memória e os efeitos de um pseudoelasticidade estrutural do SMA.

A energia livre de Helmholtz Ψ foi escolhida dada a existência de pontos mínimos e máximos que representam a estabilidade e instabilidade das fases SMA. O potencial de energia livre pode ser descrito pela equação (2.4):

$$\rho\Psi(\varepsilon, T) = \frac{1}{2}q(T - T_M)\varepsilon^2 - \frac{1}{4}b\varepsilon^4 + \frac{b^2}{24q(T_A - T_M)}\varepsilon^6 \quad (2.4)$$

Na equação (2.4) as variáveis T_A e T_M são as temperaturas em que as fases austenítica e martensítica são estáveis, onde q e b são constantes positivas. A equação constitutiva pode ser escrita conforme a equação (2.5):

$$\sigma = q(T - T_M)\varepsilon - b\varepsilon^3 + \frac{b^2}{4q(T_A - T_M)}\varepsilon^5 \quad (2.5)$$

onde $\bar{q} = \frac{qA_r}{L}$, $\bar{b} = \frac{bA_r}{L^3}$, $\bar{e} = \frac{eA_r}{L^5}$, sendo que q , b e e são parâmetros que dependem da liga escolhida, L [m] o seu comprimento e A_r sua área [m²].

3 CONTROLE POR ESPAÇO DE ESTADOS

De acordo com Ogata (2003) muitos problemas de controle podem ser representados por equações em espaço de estados conforme a equação (3.1):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}x + \mathbf{D}u\end{aligned}\quad (3.1)$$

Onde \mathbf{A} é uma matriz de coeficiente $n \times n$ (matriz de controle do processo), \mathbf{B} é uma matriz de controle $n \times r$, \mathbf{D} e \mathbf{C} é uma matriz resposta $m \times n$. A variável x representa o vetor de estados, u é um vetor de controle r -dimensional e y é um vetor resposta m -dimensional.

Pode-se verificar a representativa do sistema em espaço de estados através de diagramas de blocos conforme figura 19.

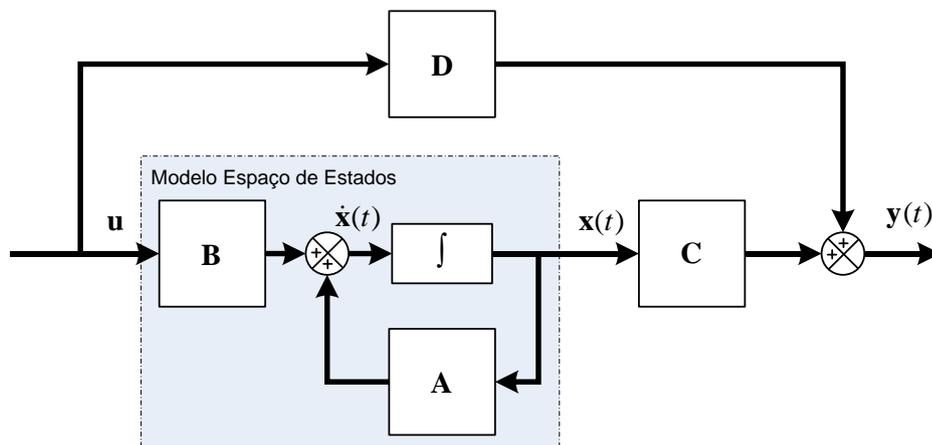


Figura 19 – Diagrama de Blocos em Malha Aberta.
Fonte: adaptado de Ogata (2003).

Um sistema (3.1) é dito como controlável se existir um u que leve o sistema para a origem em um tempo finito (DORF e BISHOP, 1998). Assim o sistema da equação (3.1) pode ser considerando um sistema em espaço de estados controlável se a matriz (3.2) tiver posto igual a n (OGATA, 2003).

$$CO = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B] \quad (3.2)$$

Considerando $u = -\mathbf{K}x$ a lei de controle, onde \mathbf{K} é a matriz de ganho de realimentação de estados. Substituindo $u = -\mathbf{K}x$ em (3.1), obtém-se a correspondente em malha fechada conforme a equação (3.3).

$$\dot{x}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{BK})x(t) \quad (3.3)$$

A representação em diagramas de blocos do sistema com controle por realimentação de estados pode ser visto pela figura 20.

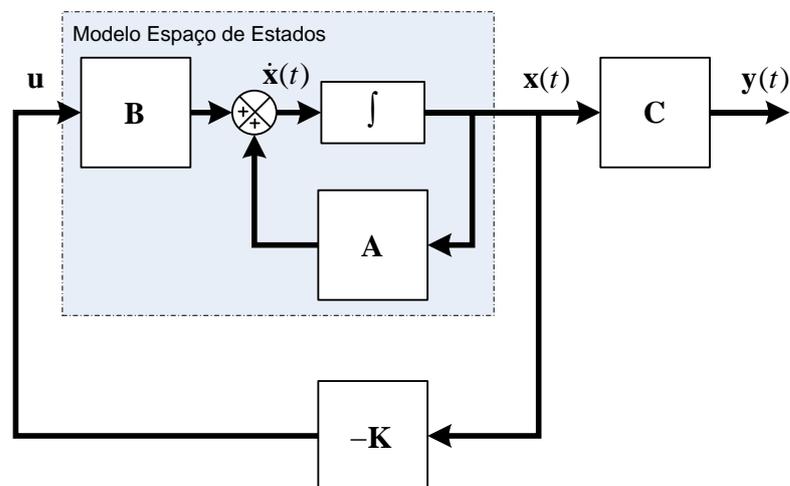


Figura 20 – Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados.
Fonte: adaptado de Ogata (2003).

Obtém-se a solução da equação (3.2), na equação (3.4).

$$\mathbf{x}(t) = e^{(\mathbf{A} - \mathbf{BK})t} \mathbf{x}(0) \quad (3.4)$$

sendo $\mathbf{x}(0)$ o estado inicial causado por distúrbio externos (OGATA, 2003).

Percebe-se pela equação (3.4) que as características de resposta do sistema e critério de estabilidade podem ser determinadas pelos autovalores de $(\mathbf{A} - \mathbf{BK})$. Existem diversas técnicas para encontrar a matriz \mathbf{K} , entre elas o Regulador Quadrático Linear (LQR).

3.1 REGULADOR QUADRÁTICO LINEAR – LQR

O regulador quadrático linear, comumente abreviado pela sigla LQR (*Linear quadratic regulator*) desempenha um papel fundamental em diversos métodos de controle moderno para solução de problemas de sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas, ditos MIMO (*multiple input, multiple output*). A presença do método LQR pode ser visto em diversas técnicas modernas de controle como o controlador LQG (*linear quadratic Gaussian*) ou H_2 , Horizonte Infinito ou H_∞ e o controle SDRE (*State Dependent Riccati Equation*) (LUBLIN e ATHANS, 1996).

3.1.1 Formulação do Problema de Controle Ótimo Quadrático

A obtenção do controle ótimo (LQR) pode ser formulado da seguinte forma:

I: Dado o sistema:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (3.5)$$

II: Determinar a matriz \mathbf{K} do vetor de controle ótimo:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{Kx} \quad (3.6)$$

III: De modo a minimizar o índice de desempenho:

$$J = \int (\mathbf{x}^T \mathbf{Qx} + \mathbf{u}^T \mathbf{Ru}) dt \quad (3.7)$$

sendo \mathbf{Q} é uma matriz hermetiana ou simétrica real definida positiva (ou semidefinida positiva) e \mathbf{R} é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. As matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia.

Em consequência, se os elementos da matriz \mathbf{K} forem determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então $\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}$ é ótimo qualquer que seja o estado inicial $x(0)$.

Para resolver o problema de otimização. Substituindo (3.6) em (3.5), temos:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{x} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x} \quad (3.8)$$

Admitindo-se que a matriz $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ seja estável, ou seja, que os autovalores da matriz $\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}$ tenham parte real negativa.

Substituindo as equações (3.8) em (3.7), obtêm-se:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K} \mathbf{x}) dt = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} dt \quad (3.9)$$

considerando que:

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\frac{d}{dt} (\mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}) \quad (3.10)$$

onde \mathbf{P} é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. Obtêm-se, então:

$$\mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} = -\mathbf{x}^T \dot{\mathbf{P}} \mathbf{x} - \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} = -\mathbf{x}^T \left[(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}) \right] \mathbf{x} \quad (3.11)$$

Comparando ambos os membros desta última equação o observando-se que ela deve ser verdadeira para qualquer \mathbf{x} deve-se ter:

$$(\mathbf{A} - \mathbf{BK})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) = -(\mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{R} \mathbf{K}) \quad (3.12)$$

Pelo segundo método de Liapunov, se $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ é uma matriz estável, então existe uma matriz \mathbf{P} definida positiva que satisfaz (16). Por conseguinte, o procedimento a adotar é o da determinação dos elementos de \mathbf{P} a partir desta equação e verificar se ela é definida positiva.

O índice de desempenho J pode ser calculado considerando-se apenas as condições iniciais do sistema $\mathbf{x}(0)$ da seguinte forma:

$$J = \int_0^{\infty} \mathbf{x}^T (\mathbf{Q} + \mathbf{K} \mathbf{R} \mathbf{K}) \mathbf{x} dt = -\mathbf{x}^T(\infty) \mathbf{P} \mathbf{x}(\infty) + \mathbf{x}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \quad (3.13)$$

Como se admite que todos os autovalores de $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ têm parte real negativa, tem-se $\mathbf{x}(\infty) \rightarrow 0$. Obtém-se, portanto:

$$J = \mathbf{x}^T(0) \mathbf{P} \mathbf{x}(0) \quad (3.14)$$

Assim, o índice de desempenho J pode ser obtido em termos de estado inicial $\mathbf{x}(0)$ e \mathbf{P} .

Para obter a solução do problema de controle ótimo quadrático, procede-se como a seguir: supondo que \mathbf{R} é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva, pode-se escrever $\mathbf{R} = \mathbf{T}^T \mathbf{T}$, onde \mathbf{T} é uma matriz não singular, então tem-se:

$$(\mathbf{A}^T \mathbf{K}^T \mathbf{B}^T) \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A} - \mathbf{BK}) + \mathbf{Q} + \mathbf{K}^T \mathbf{T}^T \mathbf{T} \mathbf{K} = \mathbf{0} \quad (3.15)$$

que pode ser escrita sob a forma:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + [\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}]^* [\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}] - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

A minimização de J com relação a \mathbf{K} requer a minimização de (3.17) com relação a \mathbf{K} :

$$\mathbf{x}^T [\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^* \mathbf{P}]^T [\mathbf{T} \mathbf{K} - (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}] \mathbf{x} \quad (3.17)$$

Como esta expressão é não negativa, o mínimo ocorre quando ela vale zero, ou seja, quando $\mathbf{T} \mathbf{K} = (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}$, assim:

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^{-1} (\mathbf{T}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \quad (3.18)$$

A equação (3.18) fornece a matriz ótima \mathbf{K} . Em consequência a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho é dado pela equação (3.18), é linear e é dada por:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K} \mathbf{x} = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{x} \quad (3.19)$$

A matriz \mathbf{P} na equação (3.18) deve satisfazer a equação (3.16) ou a seguinte equação reduzida:

$$\mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

A equação (3.20) é chamada de equação matricial reduzida de Riccati.

O comando $K=lqr(A,B,Q,R)$ do MATLAB[®], resolve o problema do regulador quadrático, linear, contínuo no tempo e a equação de Riccati associada. Este comando calcula a matriz de ganho de retroação \mathbf{K} ótima tal que a lei de controle (3.19) minimiza o índice de desempenho (3.7) sujeito á equação de restrição (3.5).

3.2 CONTROLE DE ESTADOS DEPENDENTES DA EQUAÇÃO DE RICCATI.

A proposta de controlador SDRE (*State Dependent Riccati Equation*) utiliza-se método do controle LQR para encontrar o ganho ótimo para o controle. A aplicação do controlador SDRE faz-se necessário quando as características do sistema são não lineares e variantes no tempo.

O problema de controle ótimo na forma (3.5) e (3.7), para um Sistema com os coeficientes da matriz de estado, dependente do estado em horizonte infinito, pode ser formulado da seguinte forma (ALDROUBI *et al.*, 2008):

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}(x) \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}(x) \mathbf{u}) dt \quad (3.21)$$

em relação ao estado \mathbf{x} e ao controle \mathbf{u} , sujeito ao sistema de restrições não-lineares:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(x) + \mathbf{B}(x)\mathbf{u} \quad (3.22)$$

Sendo $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ e $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$. $\mathbf{Q}(x) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{R}(x) \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ matrizes definidas positivas.

A aproximação pelas Equações de Riccati Dependentes do Estado (SDRE), para resolver o problema de controle subótimo das equações (3.21) e (3.22) é dada pela parametrização direta para transformar a dinâmica não linear do estado em matrizes de coeficientes do estado (SDC):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(x)\mathbf{x} + \mathbf{B}(x)\mathbf{u} \quad (3.23)$$

onde: $\mathbf{A}(x) = f'(x)$.

Em geral a escolha da $\mathbf{A}(x)$ não é única, só é única para os casos de x ser escalar.

A escolha da parametrização deve ser feita de forma apropriada, de acordo com o sistema de controle de interesse. Um fator importante para esta escolha é não violar a controlabilidade do sistema, ou seja, a matriz de controlabilidade depende do estado (3.24) ter ponto n :

$$\mathbf{CO} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(x) & \mathbf{A}(x)\mathbf{B}(x) & \cdots & \mathbf{A}^{n-1}(x)\mathbf{B}(x) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Considerando que as matrizes $\mathbf{Q}(x) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{R}(x) \in \mathfrak{R}^{m \times m}$ semi definidas positivas e o posto da matriz de controlabilidade (3.24) seja n , o controle não linear de retroalimentação dependente dos estados é definido pela equação (3.25).

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}(x)^T \mathbf{P}(x)\mathbf{x}(t) \quad (3.25)$$

Onde a solução do sistema depende da matriz $\mathbf{P}(x)$ é dada por:

$$\mathbf{A}(x)^T \mathbf{P}(x) + \mathbf{P}(x)\mathbf{A}(x) - \mathbf{P}(x)\mathbf{B}(x)\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}(x)^T \mathbf{P}(x) + \mathbf{Q} = 0 \quad (3.26)$$

A técnica de controle SDRE o controle subótimo (3.25) segue os seguintes procedimentos:

- **Passo 1:** Escrever o sistema (3.22) na forma parametrizada (3.23) com os coeficientes dependentes dos estados;
- **Passo 2:** Definir $x(0) = x_0$, para que o posto da matriz (3.24) seja n ;
- **Passo 3:** Definir $\mathbf{Q}(x)$ e $\mathbf{R}(x)$;
- **Passo 4:** Resolver a equação (3.26) para o estado $x(t)$;
- **Passo 5:** Calcular o sinal de controle (3.25);
- **Passo 6:** Integrar a (3.23) e atualizar o estado do sistema $x(t)$;

- **Passo 7:** Calcular o posto da (3.24), se $\text{posto}=n$ voltar para o passo 3. Se $\text{posto} < n$, utilizar a ultima matriz A controlável obtida, e voltar para o passo 3.

A proposta de estratégia de controle SDRE pode ser vista na forma de diagrama de blocos na figura 21.

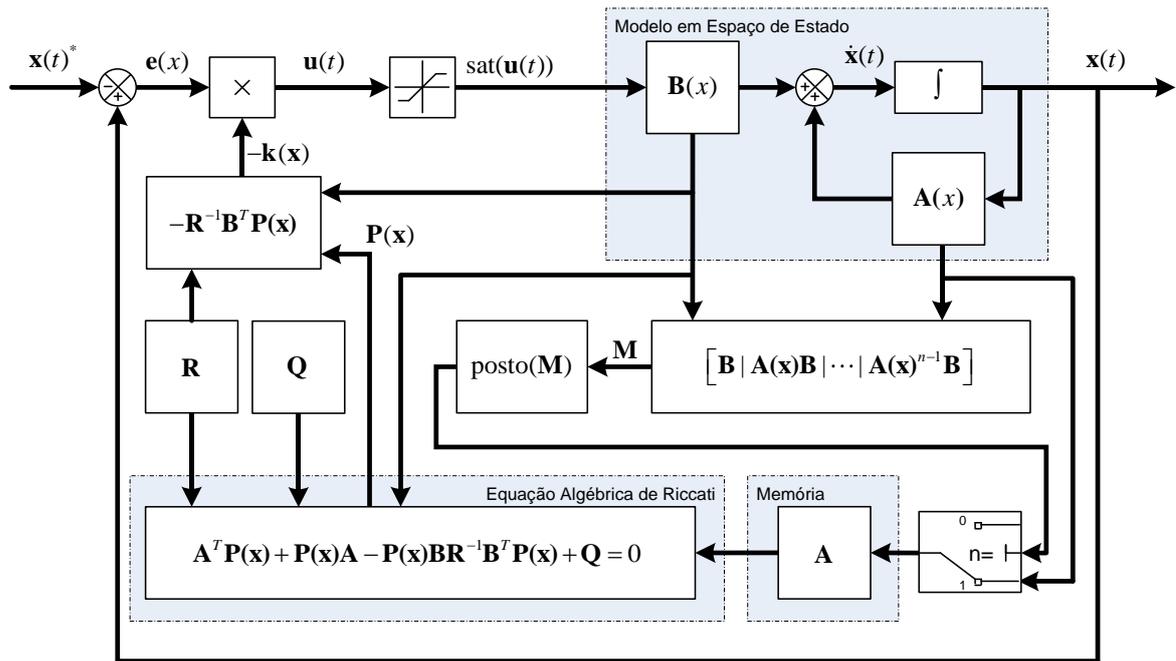


Figura 21 – Diagrama do Controle SDRE.
Fonte: Autoria Própria.

Optou-se no diagrama em incluir-se uma função de saturação do controlador, para o caso em que há limitações físicas do atuador.

3.3 CONTROLE ÓTIMO PARA TEMPO DISCRETO

Um sistema de controle projetado para um mínimo índice de desempenho do controlador é definido como controle ótimo (OGATA, 1997).

A dedução do sistema discreto de controle, presente em Ogata (1997), pode ser definido pela a equação (3.27).

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) \quad (3.27)$$

Onde:

$\mathbf{x}(k)$ = vetor de estados

$\mathbf{u}(k)$ = vetor de controle

\mathbf{A} = matrix $n \times n$

\mathbf{B} = matrix $n \times r$

O propósito do projeto de controle ótimo está em definir a lei de controle para o vetor $\mathbf{u}(k)$, onde é obtido através da função custo definida em (3.28).

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{S} \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k)] \quad (3.28)$$

onde as matrizes \mathbf{S} e \mathbf{Q} da função de custo quadrática são parametrizadas e deve ser simétrica e, pelo menos, semidefinido positiva, de outro modo o índice de desempenho quadrática não terá desempenho satisfatório.

A matriz \mathbf{R} deve ser definida positiva, ou seja:

$$\mathbf{S} \leq 0, \mathbf{Q} \leq 0, \mathbf{R} \leq 0. \quad (3.29)$$

O vetor de tempo k é definido como $k = 0, 1, 2, 3, \dots, N-1$ onde N é o número de amostras do sistema e as condições iniciais do vetor de estados são definidas na equação (3.30), onde \mathbf{c} é uma matriz constante.

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{c} \quad (3.30)$$

Para se encontrar o índice de desempenho ótimo L do controlador usa-se múltiplas funções de Lagrange $\lambda(0), \lambda(1), \dots, \lambda(N)$, conforme a equação (3.31).

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} \mathbf{x}^T(N) \mathbf{S} \mathbf{x}(N) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \{ [\mathbf{x}^T(k) \mathbf{Q} \mathbf{x}(k) + \mathbf{u}^T(k) \mathbf{R} \mathbf{u}(k)] \\ & + \lambda(k+1) [\mathbf{A}(k)\mathbf{x} + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) - \mathbf{x}(k+1)] \\ & + \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) - \mathbf{x}(k+1)^T \lambda(k+1) \} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Para minimizar a função L faz-se necessário aplicar as derivadas parciais em relação a $\bar{x}(k), \bar{u}(k)$ e $\bar{\lambda}(k)$ é definir o resultado da equação igual a zero, conforme a equação (3.32).

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \bar{x}(k)} &= 0 \quad k = 1, 2, \dots, N \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{u}(k)} &= 0 \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{\lambda}(k)} &= 0 \quad k = 1, 2, \dots, N\end{aligned}\tag{3.32}$$

Sendo:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \bar{x}(k)} = 0: \quad \mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}^T \boldsymbol{\lambda}(k+1) - \boldsymbol{\lambda}(k) &= 0 \quad k = 1, 2, \dots, N \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{x}(N)} = 0: \quad \mathbf{S}\mathbf{x}(N) - \boldsymbol{\lambda}(N) &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{u}(k)} = 0: \quad \mathbf{R}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(k+1) &= 0 \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \\ \frac{\partial L}{\partial \bar{\lambda}(k)} = 0: \quad \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) - \mathbf{x}(k) &= 0 \quad k = 1, 2, \dots, N\end{aligned}\tag{3.33}$$

onde na quarta equação de (3.33) é apenas definido o sistema de equações de estados, a segunda equação de (3.33) especifica o valor final da lagrangiano.

Simplificando a primeira equação de (3.33) temos (3.34).

$$\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}(k+1), \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1\tag{3.34}$$

Com o valor a condição final definida (3.33), $\boldsymbol{\lambda}(N) = \mathbf{S}\mathbf{x}(N)$ pode resolver a terceira equação de (3.33), conforme a equação (3.35).

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(k+1), \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1\tag{3.35}$$

A quarta equação de (3.33) pode ser escrita como:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k), k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.36)$$

e substituindo a equação (3.35) em (3.36), temos:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\boldsymbol{\lambda}(k+1), k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (3.37)$$

Para obter uma solução para minimizar o problema de controle, é necessário obter a solução simultânea das equações (3.34). Se as duas condições de contorno do problema são resolvidas, em seguida o valor ótimo para o vetor de estados e o vetor da função de Lagrange pode determinar o vetor de controle ótimo $\mathbf{u}(k)$ para o sistema em malha aberta. No entanto quando se emprega a transformação de Riccati, o vetor de controle ótimo $\mathbf{u}(k)$ pode ser obtido na forma de malha fechada, conforme a equação abaixo:

$$\mathbf{u}(k) = -\mathbf{K}(k)\mathbf{x}(k) \quad (3.38)$$

onde $\mathbf{k}(k)$ é a matriz de *feedback* $r \times n$.

Assumindo que $\boldsymbol{\lambda}(k)$ pode ser escrito na seguinte forma:

$$\boldsymbol{\lambda}(k) = \mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k) \quad (3.39)$$

Onde $\mathbf{P}(k)$ é uma matriz $n \times n$ Hermitiana, obtemos a solução da equação (3.38), substituindo a equação (3.36), resultando na seguinte equação (3.40).

$$\mathbf{P}(k)\mathbf{x}(k) = \mathbf{Q}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{x}(k+1) \quad (3.40)$$

E substituindo a equação (3.39) na equação (3.37), temos a equação (3.41).

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) - \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{x}(k+1) \quad (3.41)$$

Para um sistema de estados controláveis, é necessário que $\mathbf{P}(k+1)$ seja positiva e definida, ou semi definida. Assim utilizando a relação $|\mathbf{I}_n + \mathbf{A}\mathbf{B}| = |\mathbf{I}_r + \mathbf{B}\mathbf{A}|$ onde \mathbf{A} é uma matriz $n \times r$ e \mathbf{B} é uma matriz $r \times n$.

$$\begin{aligned} |\mathbf{I}_n + \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)| &= |\mathbf{I}_r + \mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}| = |\mathbf{I}_r + \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{B}| \\ &= |\mathbf{R}^{-1}| |\mathbf{R} + \mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)\mathbf{B}| \neq 0 \end{aligned} \quad (3.42)$$

Resolvendo o sistema temos a equação de estimativa da matriz $\mathbf{P}(k)$ na equação (3.42).

$$\mathbf{P}(k) = \mathbf{Q} + \mathbf{A}^T\mathbf{P}(k+1)[\mathbf{I} + \mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(k+1)]^{-1}\mathbf{A} \quad (3.43)$$

Desta forma, conforme (OGATA, 1997) através da equação (3.43) podemos encontrar o vetor de controle $\mathbf{u}(k)$, na equação (3.44).

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &= -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\lambda(k+1) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A}^T)^{-1}[\lambda(k) - \mathbf{Q}\mathbf{x}(k)] \\ &= -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{A}^T)^{-1}[\mathbf{P}(k) - \mathbf{Q}]\mathbf{x}(k) = -\mathbf{K}(k)\mathbf{x}(k) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Onde

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T(\mathbf{A}^T)^{-1}[\mathbf{P}(k) - \mathbf{Q}] \quad (3.45)$$

Desta forma, a equação (3.44) demonstra a lei de controle ótimo para um sistema em malha fechada com o vetor de ganho do controlador $\mathbf{K}(k)$ variante no tempo. Para o processo de controle inicial os valores de $\mathbf{K}(0)$ deve ser pré-computacional utilizando a matriz de estado \mathbf{A} , a matriz de controle \mathbf{B} e as matrizes de pesos \mathbf{Q} , \mathbf{R} e \mathbf{S} , conforme o diagrama da figura 22.

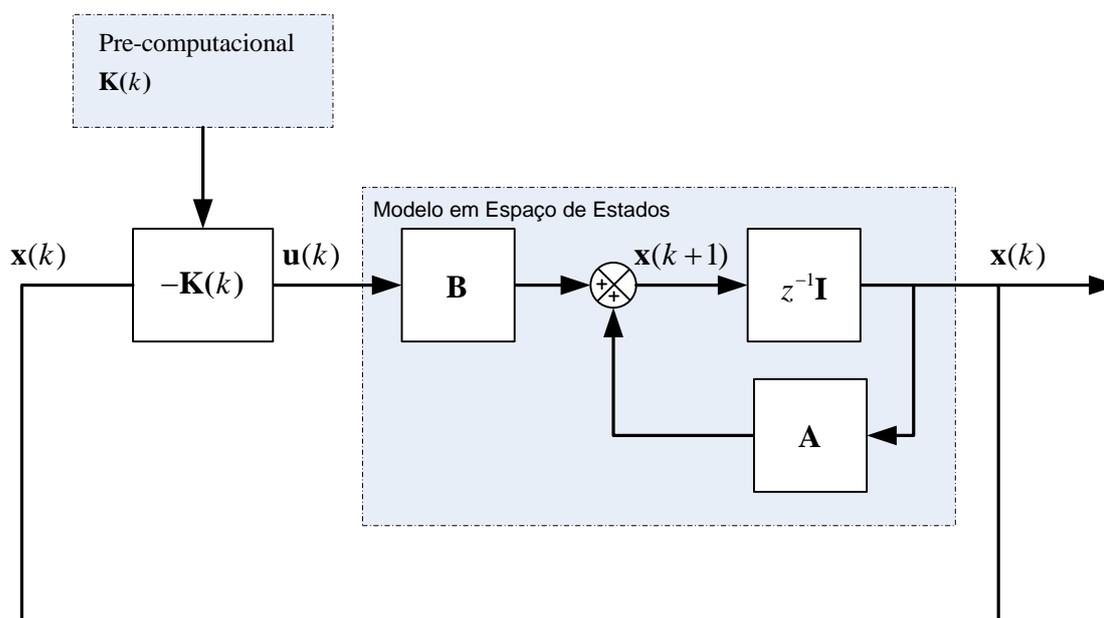


Figura 22 – Estratégia de Controle Ótimo Discreto.

Fonte: Autoria Própria.

Para independência do controlador de um cálculo pré-computacional a obtenção da matriz $\mathbf{P}(0)$ pode ser obtida através da sucessão de interação até que a matriz se torne estável. Embora haja um desgaste computacional do microcontrolador no primeiro tempo de amostragem, isso não reflete nos demais momentos, visto que quando o ponto de estabilidade da matriz $\mathbf{P}(k)$ é alcançado com poucas interações necessárias para encontrar o ganho ótimo.

4 DINÂMICA E CONTROLE DE MANIPULADOR COM DOIS ELOS RÍGIDOS E DUAS JUNTAS FLEXÍVEIS

Para as simulações numéricas considerando o manipulador robótico com 2 elos rígidos e com as duas juntas flexíveis são consideradas duas estratégias de controle distintas. A primeira estratégia considera-se apenas o controle de posicionamento dos elos através do controle da tensão aplicada nos motores CC. Para a segunda estratégia de controle, considera-se a introdução de um torque adicional nos eixos dos elos através da introdução de um freio magneto-reológico.

3.4 DINÂMICA DO MANIPULADOR

Com o objetivo de modelar o manipulador robótico mais próximo do modelo físico real será considerada na modelagem a flexibilidade ou elasticidade do material presente na estrutura dos materiais, parâmetros que muitas vezes são desconsiderados (LEWIS *et al.*, 2003).

A dinâmica do sistema de transmissão de torque, para a articulação flexível é ilustrado pela figura 23, onde o acoplamento do motor com o manipulador possui características flexíveis.

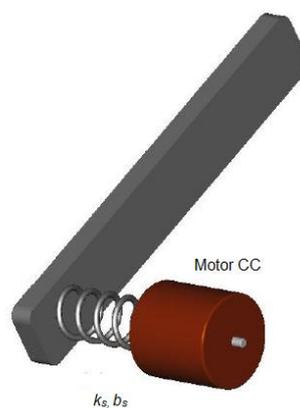


Figura 23 – Junta Flexível entre elo e motor

Fonte: Autoria Própria.

Esse efeito ocorre no acoplamento do elo do sistema robótico com o eixo do motor ou em sistemas de transmissão, como caixa de redução entre outros

(ICHIKAWA e FURUTA, 2014). O diagrama esquemático apresentado na figura 24 demonstra a transmissão com juntas flexíveis entre o motor CC e os elos de um manipulador com dois graus de liberdade.

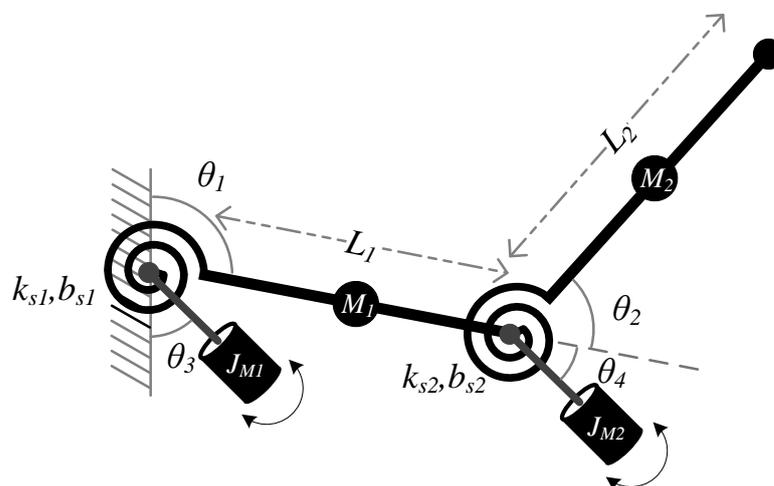


Figura 24 – Esquemático do manipulador com juntas flexíveis.

Fonte: Autoria Própria.

Para análise e simulação, é considerada a modelagem de um sistema com dois graus de liberdade com juntas flexíveis.

Considerando as coordenadas generalizadas da figura 19 descritas pelas equações:

$$\begin{aligned}
 p_{x_1} &= L_1 \sin(\theta_1) \\
 p_{y_1} &= L_1 \cos(\theta_2) \\
 p_{x_2} &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 p_{y_2} &= L_1 \cos(\theta_2) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

A equação que define a energia cinética do sistema representado pela figura 24 é dada por:

$$\xi_c = \frac{1}{2} (M_1 \dot{p}_{x_1}^2 + M_1 \dot{p}_{y_1}^2 + M_2 \dot{p}_{x_2}^2 + M_2 \dot{p}_{y_2}^2) \tag{4.2}$$

E a energia potencial é obtida através da equação:

$$\xi_p = M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g (L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \quad (4.3)$$

Pelo balanço de energias temos a equação de Lagrange:

$$\xi = \xi_c - \xi_p \quad (4.4)$$

Substituindo as equações (4.2) e (4.3) na equação (4.4) temos:

$$\begin{aligned} \xi = & \left(\frac{1}{2} M_1 L_1^2 + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_1^2 + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cdots \\ & \cdots + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 \dot{\theta}_2^2 - M_2 g L_2 \cos(\theta_1) - M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_1 g L_1 \cos(\theta_1) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Para obtenção do modelo matemático considera-se a equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \xi}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (4.6)$$

sendo θ_i as coordenadas generalizadas e τ_i representa o torque. Sendo a equação do torque $\tau_{1,2}$ dadas pela equação:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \left(M_2 L_2^2 + 2M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + M_1 L_1^2 + M_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta}_1 + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_2 \cdots \\ & \cdots - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 - 2M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - M_1 g L_1 \sin(\theta_1) - M_2 g L_1 \sin(\theta_1) \cdots \\ & \cdots - M_2 g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} \tau_2 = & \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_1 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \cdots \\ & - M_2 L g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

Acrescentando a matriz de atrito $F(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$ no sistema de equações (4.7) e organizando em forma matricial, temos o sistema:

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}(\theta)^{-1} (-\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - \mathbf{F}(\dot{\theta}) - \mathbf{G}(\theta) + \boldsymbol{\tau}) \quad (4.8)$$

$$\text{onde: } \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{F}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{M}(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}.$$

Onde a constante k_a representa o coeficiente de atrito do manipulador, e os coeficientes das matrizes $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ e $\mathbf{G}(\theta, \dot{\theta})$ são dadas por:

$$\begin{aligned} c_1 &= -M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ c_2 &= -2M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ g_1 &= -(M_1 + M_2) g L_1 \sin(\theta_1) - M_2 g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\ g_2 &= -2M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{aligned} \quad (4.9)$$

As variáveis que representam as juntas com características elásticas τ_s são dadas por:

$$\boldsymbol{\tau}_s = \begin{pmatrix} b_s (\dot{\theta}_{M_1} - \dot{\theta}_1) + k_s (\theta_{M_1} - \theta_1) \\ b_s (\dot{\theta}_{M_2} - \dot{\theta}_2) + k_s (\theta_{M_2} - \theta_2) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

E a equação que representa o motor CC é dada por (JABLONSKI *et al.*, 2007):

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M = \frac{1}{J_M} (k_M \mathbf{i} - b_v \dot{\boldsymbol{\theta}}_M - \boldsymbol{\tau}_s) \quad (4.11)$$

Considerando as equações (4.8) e (4.11) o modelo matemático do manipulador robótico pode ser escrito na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_{11}kx_1 + \alpha x_2 - p_{12}kx_3 + \beta x_4 + p_{11}kx_5 + p_{11}b_s x_6 + p_{12}kx_7 + p_{12}b_s x_8 - p_{11}g_1 - p_{12}g_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -p_{21}kx_1 + \gamma x_2 - p_{22}kx_3 + \delta x_4 + p_{21}kx_5 + p_{21}b_s x_6 + p_{22}kx_7 + p_{22}b_s x_8 - p_{21}g_1 - p_{22}g_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{J_m} (-kx_1 + b_s x_2 - kx_5 - (b_v + b_s)x_6 + k_t i_1) \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{J_m} (-kx_3 + b_s x_4 - kx_7 - (b_v + b_s)x_8 + k_t i_2) \end{aligned}$$

Sendo: $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \dot{\theta}_1$, $x_3 = \theta_2$, $x_4 = \dot{\theta}_2$, $x_5 = \theta_{M_1}$, $x_6 = \dot{\theta}_{M_1}$, $x_7 = \theta_{M_2}$, $x_8 = \dot{\theta}_{M_2}$. E as constantes α , β , γ e δ são dadas por:

$$\begin{aligned} \alpha &= -p_{11}(k_a + b_s) - p_{12}c_2 \\ \beta &= p_{11}c_1 - p_{12}(k_a + b_s) \\ \gamma &= -p_{21}(k_a + b_s) - p_{22}c_2 \\ \delta &= -p_{22}(k_a + b_s) - p_{21}c_1 \end{aligned} \quad (4.13)$$

4.1 PROPOSTA DE CONTROLE POR MOTORES CC

O sistema do manipulador apresentando pela equação (4.12) pode ser escrito na sua forma matricial através da equação (4.14).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(x)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{U} + \mathbf{f}(x) \quad (4.14)$$

Sendo $\mathbf{f}(x)$ composto pelos termos que não podem ser representados na forma $\mathbf{A}(x)x$, e \mathbf{U} o sinal de controle dado por:

$$\mathbf{U} = \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}_f \quad (4.15)$$

Sendo que $\tilde{\mathbf{u}}$ representa o compensador *feedforward* e \mathbf{u}_f o controle *feedback*. O compensador *feedforward* tem a função de manter os elos nas posições desejadas e o controle *feedback* tem a função de posicionar os elos na posição desejada e pode ser obtido através da aplicação do controle SDRE (BALTHAZAR *et al.*, 2014).

De acordo com Tusset *et al.* (2012) o compensador *feedforward* deve satisfazer a equação:

$$\mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}} = -\mathbf{f}(x) \quad (4.16)$$

Considerando (4.8) pode-se observar que $\mathbf{f}(x) = \mathbf{M}(\theta)^{-1}(\mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}))$. Substituindo (4.16) em (4.15), obtemos o sistema que depende apenas do controle por retroalimentação *feedback* (\mathbf{u}_f):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(x)x + \mathbf{B}\mathbf{u}_f \quad (4.17)$$

Onde:

$$\mathbf{A}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{11}k & \alpha & -p_{12}k & \beta & p_{11}k & p_{11}b_s & p_{12}k & p_{12}b_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{21}k & \gamma & p_{22}k & \delta & p_{21}k & p_{21}b_s & p_{22}k & p_{22}b_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_t}{J_M} & \frac{b_s}{J_M} & 0 & 0 & -\frac{k_t}{J_M} & \frac{(b_v+b_s)}{J_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_t}{J_M} & \frac{b_s}{J_M} & 0 & 0 & -\frac{k}{J_M} & \frac{(b_v+b_s)}{J_M} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_t}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t}{J_M} \end{bmatrix}$$

Sendo controle \mathbf{u}_f obtido através da lei de controle:

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(\mathbf{x})z \quad (4.18)$$

onde: $z = [\mathbf{x} - \mathbf{x}^*]$, sendo \mathbf{x}^* os estados desejados e \mathbf{x} os estados do sistema, com:

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_{V_1} \\ u_{V_2} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Sendo $\mathbf{P}(x)$ obtida através da Equação Algébrica de Riccati, conforme a equação (3.26). Definindo as matrizes positivas definidas \mathbf{Q} e \mathbf{R} como:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 0,01 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

O diagrama de blocos para a proposta de controle utilizado motores CC é demonstrado na figura 21.

4.2 CONTROLE POR MOTORES CC E ATUADOR MR

Considerando a introdução de um atuador tipo freio MR, para adicional torque adicional diretamente no elo do manipulador a fim de eliminar possíveis oscilações nas juntas flexíveis.

Como pode ser observado na figura 14 o torque do freio MR possui comportamento de histerese, desconsiderado no modelo proposto por Tusset *et al.* (2013), assim para obter um modelo que mantenha esta característica, será considerada uma aproximação através de uma rede uma Rede Neural de Função de Base Radia ou RBFNN (*Radial Basis Function Neural Network*).

A RBFNN é considerada uma rede de aproximação universal, pois se aplica a problemas lineares como não lineares de aproximação de funções (GOMIDE, 2012). Considerando o problema de aproximação em tempo discreto (ELANAYAR e SHIN, 1994) para a planta dinâmica de um sistema na equação (4.21).

$$x(k+1) = f(x(k), u(k)) + w(k) \quad (4.21)$$

A equação de saída do sistema da rede neural é dada pela equação (4.22).

$$y_k = h(x(k)) + v(k), \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \quad (4.22)$$

Onde $x(k+1)$ representa a amostra *posteriori* da função discreta $f(x(k), u(k))$ com ruído $w(k)$ e sinal de excitação $u(k)$. O resultado da função de estimação dada por $y(k)$, sendo $h(x(k))$ a estimativa da função original e v_k um ruído gaussiano. Para o treinamento da função considera-se um erro de aproximação significativamente pequeno, que garanta $v_k \rightarrow 0$, evitando a amplificação de ruídos indesejáveis. A figura 25 representa o esquemático da RBFNN para aproximação de funções.

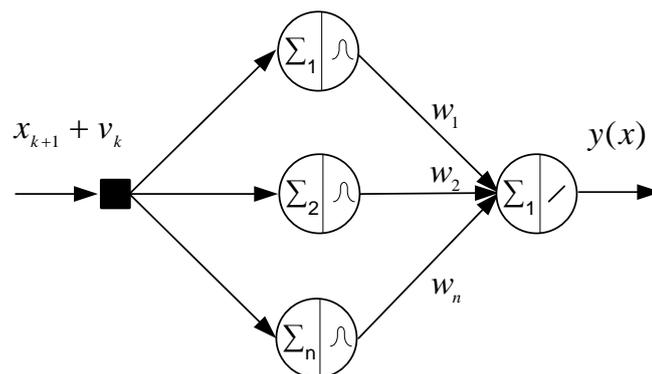


Figura 25 – Rede Neural de Base Radial.

Fonte: Autoria Própria.

A camada intermediária com função de base radial faz a distribuição das variáveis em relação aos centroides calculados. Desta forma, a equação que representa a função pós-treinamento da rede neural RBF e dada pela equação (4.23).

$$y(x_k) = \sum_{i=1}^n \left(w_i \exp \left(- \frac{\| x_k - c_i \|^2}{2\sigma_i^2} \right) - \theta_i \right) \quad (4.23)$$

Onde c_i o vetor dos centros das funções gaussianas e σ_i representa o vetor de variância. O vetor w_i aplica os ganhos de amplitude às funções de base radial, para a aplicação de aproximação de função e utilizado na saída da camada de saída da rede, a função de ativação linear.

Para o treinamento da RBFNN é utilizado também o algoritmo *Backpropagation* para ajuste do ganho w_i , conforme a equação (4.24).

$$w_{ji}(x_{k+1}) = w_{ji}(x_k) + \eta \delta y_i \quad (4.24)$$

A constante η fornece a taxa de aprendizagem da rede, fornece a função minimização do erro e y_i é a saída da camada anterior definida pela equação (4.25).

$$y_i = \exp\left(-\frac{\|x_k - c_i\|^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (4.25)$$

Para um erro da rede utilizou seis neurônios para o treinamento. O vetor dos centros das gaussianas encontrados podem ser visto abaixo:

$$c = [1,39 \quad 0 \quad 0,17 \quad 0,21 \quad 0,32 \quad 1,5] \quad (4.26)$$

O vetor da variância σ é dado por:

$$\sigma = [0,83 \quad 0,83 \quad 0,83 \quad 0,83 \quad 0,83 \quad 0,83] \quad (4.27)$$

O ganho de amplitude ω resulta em:

$$\omega = \begin{bmatrix} 291 & -324 & -347 & 1,7 \cdot 10^3 & 1,1 \cdot 10^3 & -272 \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

E o limiar de ativação θ_{neu} dado por:

$$\theta_{neu} = 27,1 \quad (4.29)$$

Após o treinamento consegue-se obter uma função que aproxima os dados da figura 14 considerando o comportamento de histerese e como obtido por Tusset *et al.* (2013) com torque normalizado o que facilita sua aplicação para diferentes freios MR.

O resultado da aproximação por RBFNN pode ser observado na figura 26.

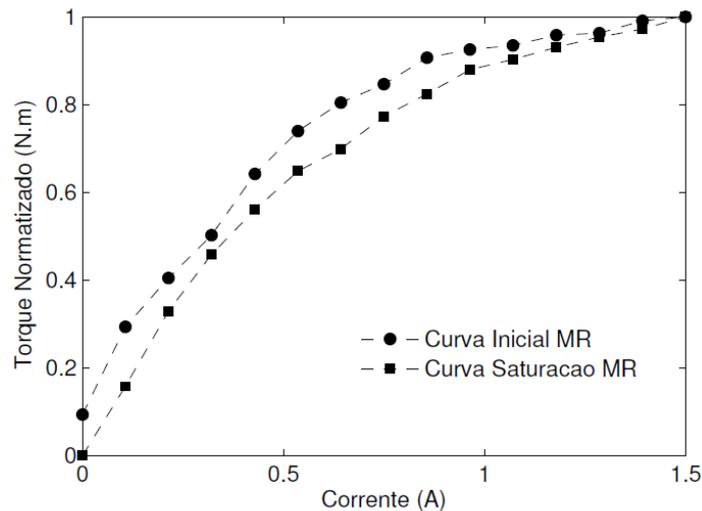


Figura 26 – Aproximação da função torque do MR utilizando RBFNN.

Fonte: Autoria Própria.

Como pode ser observado na figura 26 o modelo proposto por RBFNN mantém o comportamento de histerese com resultado semelhante aos dados reais obtidos por Senkal e Gurocak (2010).

Assim a função de acoplamento do dispositivo MR é dada pela equação (4.30).

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}(\theta)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - \mathbf{F}(\dot{\theta}) - \mathbf{G}(\theta) + \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}_{MR} \right) \quad (4.30)$$

Considerando (4.11), (4.16) e (4.30), obtemos o sistema que depende apenas do controle *feedback* (\mathbf{u}_f):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_f \quad (4.31)$$

Sendo:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{11}k & \alpha & -p_{12}k & \beta & p_{11}k & p_{11}b_s & p_{12}k & p_{12}b_s \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -p_{21}k & \gamma & -p_{22}k & \delta & p_{21}k & p_{21}b_s & p_{22}k & p_{22}b_s \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_t}{J_M} & \frac{b_s}{J_M} & 0 & 0 & -\frac{k_t}{J_M} & \frac{(b_v + b_s)}{J_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\frac{k_t}{J_M} & \frac{b_s}{J_M} & 0 & 0 & -\frac{k}{J_M} & \frac{(b_v + b_s)}{J_M} \end{bmatrix} \mathbf{e}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{k_t}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k_t}{J_M} \end{bmatrix}.$$

Sendo controle \mathbf{u}_f obtido através da lei de controle:

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(\mathbf{x})z \quad (4.32)$$

onde: $z = [\mathbf{x} - \mathbf{x}^*]$, sendo \mathbf{x}^* os estados desejados e \mathbf{x} os estados do sistema, com:

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_{V_1} \\ u_{V_2} \\ u_{\tau_{MR1}} \\ u_{\tau_{MR2}} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Sendo $\mathbf{P}(x)$ obtida através da Equação Algébrica de Riccati, conforme a equação (3.26). As matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} podem ser vistas na equação (4.34).

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,01 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

O diagrama de blocos para a proposta de controle utilizado com atuadores por motores CC e atuador MR podem ser observados na figura 27.

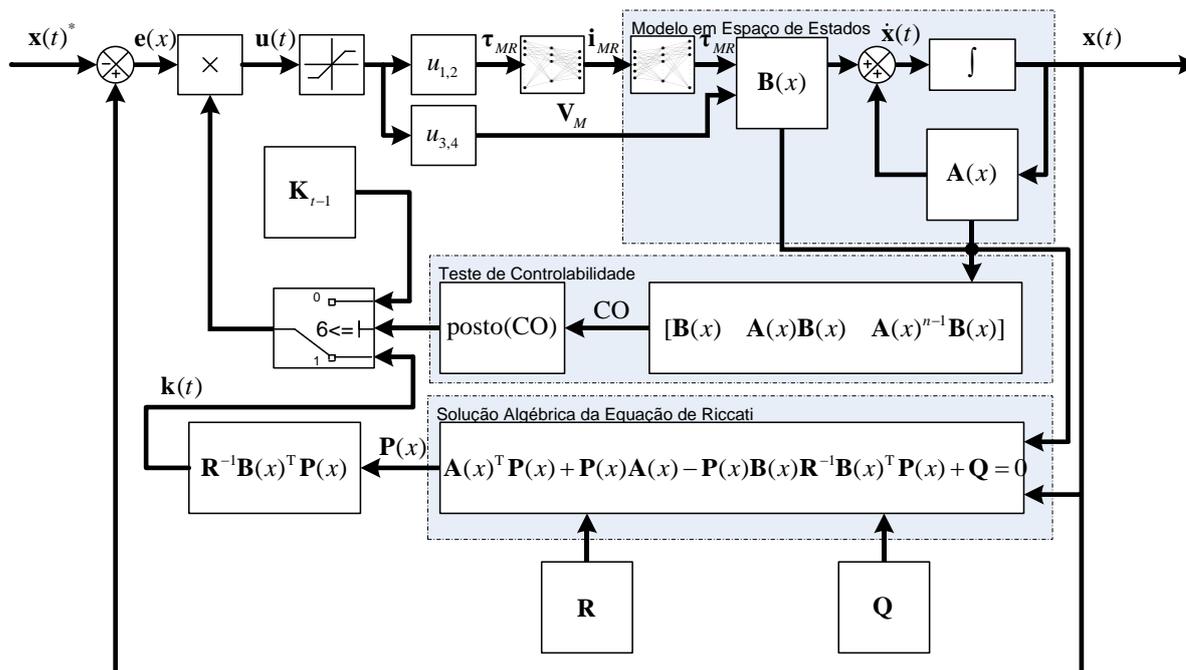


Figura 27 – Diagrama de Controle SDRE para Motores CC e Atuador freio MR.

Fonte: Autoria Própria.

4.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Os parâmetros utilizados para as simulações numéricas podem ser vistos na tabela 2.

Tabela 2 – Parametros do Manipulador 2DOF

Parâmetros	Elo 1	Elo 2
Massa	$M_1 = 0,275[\text{kg}]$	$M_2 = 0,243[\text{kg}]$
Comprimento	$L_1 = 0,157[\text{m}]$	$L_1 = 0,157[\text{m}]$
Constante de elasticidade	$k_{s1} = 130[\text{Nm/rad}]$	$k_{s1} = 130[\text{Nm/rad}]$
Constante Viscosidade Motor	$b_{v1} = 7,6 \cdot 10^{-7}[\text{Nms}]$	$b_{v2} = 5,9 \cdot 10^{-7}[\text{Nms}]$
Inércia do Motor	$J_{M1} = 2,8 \cdot 10^{-2}[\text{kgm}^2]$	$J_{M2} = 9,2 \cdot 10^{-2}[\text{kgm}^2]$
Constante de torque	$k_{t1} = 3,95 \cdot 10[\text{Nm/A}]$	$k_{t2} = 1,56 \cdot 10[\text{Nm/A}]$
Constante de força eletromotriz	$k_{b1} = 3,95 \cdot 10^{-2}[\text{V/RPM}]$	$k_{b2} = 1,56 \cdot 10^{-2}[\text{V/RPM}]$
Caixa de redução Motor	$N_{M1} = 6,5$	$N_{M2} = 19,5$

Com condições iniciais (**A**): $\mathbf{x}(0) = [3.66 \ 0 \ -1.04 \ 0 \ 3.66 \ 0 \ -1.04 \ 0]$. E estados desejados (**B**) $\mathbf{x}^* = [0.78 \ 0 \ 1.57 \ 0 \ x(5) \ 0 \ x(7) \ 0]$

Na figura 28 pode-se analisar a eficiência das duas estratégias de controle, sendo o controle somente com o motor CC (figura 28a) e com a introdução do torque MR (figura 28b).

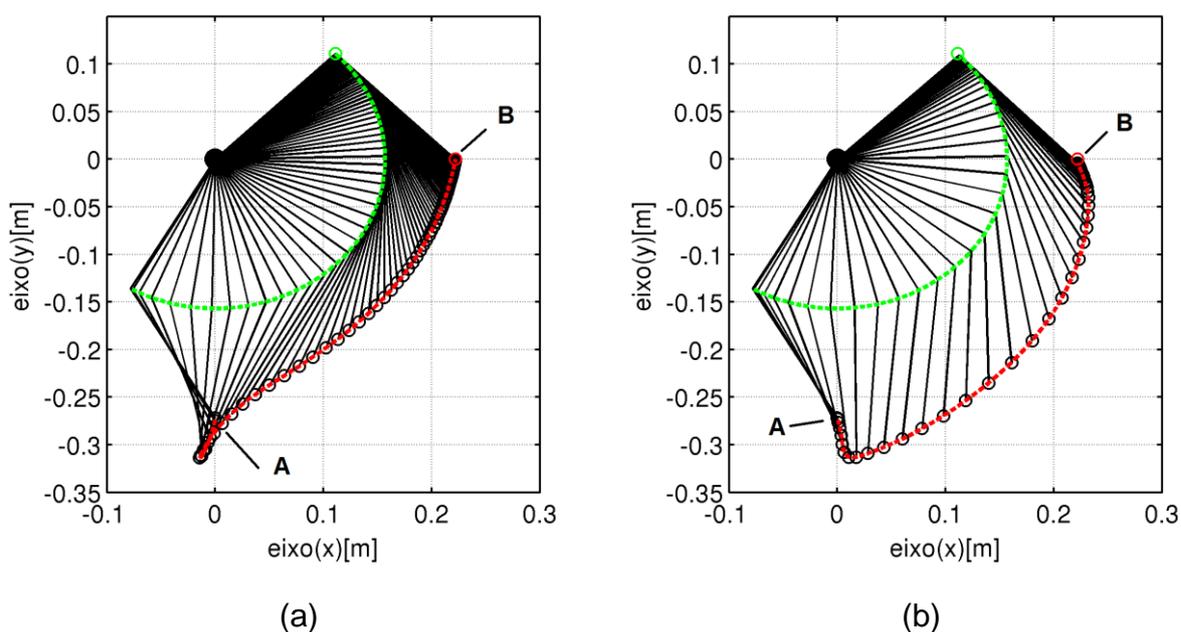


Figura 28 – (a) Deslocamento sem o controle de torque MR nas juntas, (b) Deslocamento com o uso de freio MR para controle de torque nas juntas.

Fonte: Autoria Própria.

Como pode ser observado na figura 28 a utilização do torque adicional do freio MR atenuou a torção do eixo, reduzindo assim, a ultrapassagem da coordenada desejada.

Na figura 29 pode-se observar o erro de posicionamento e velocidade do deslocamento para os dois casos.

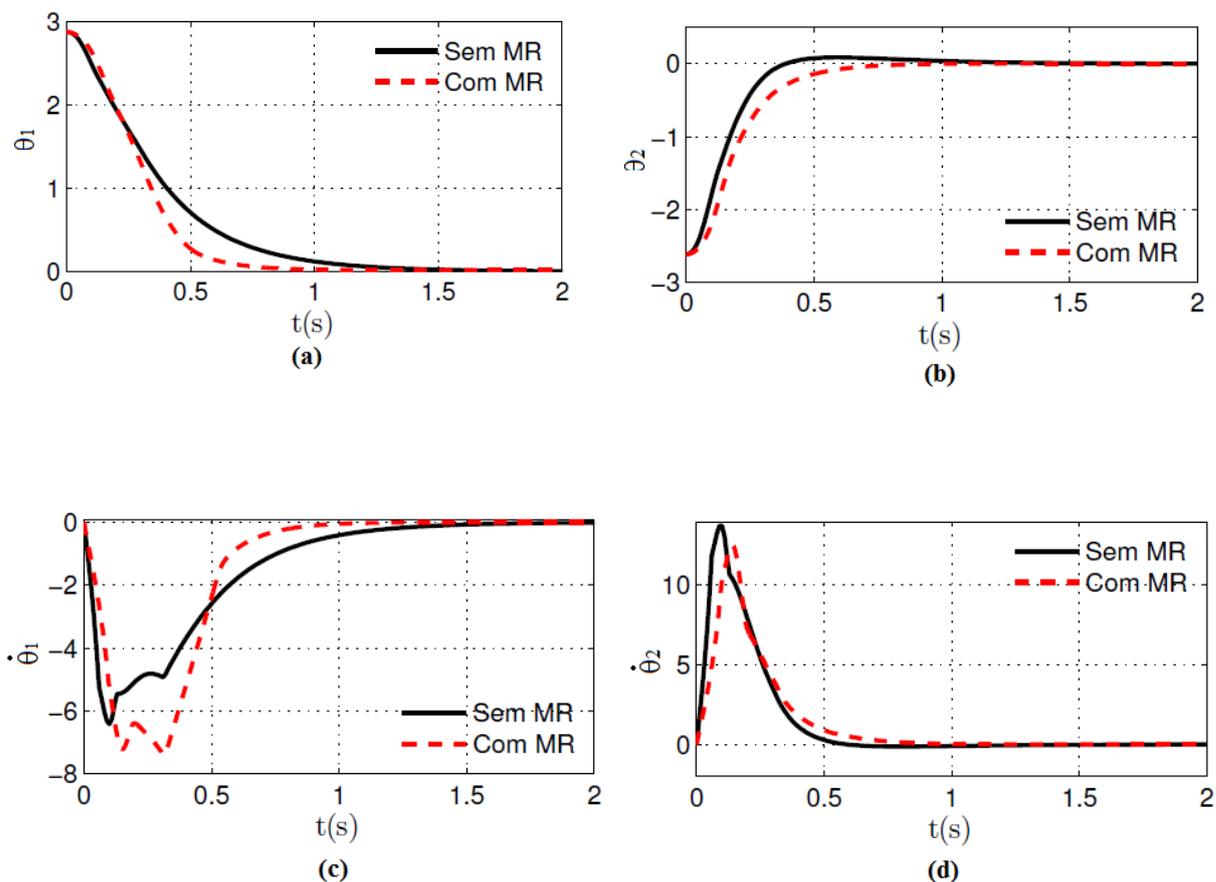
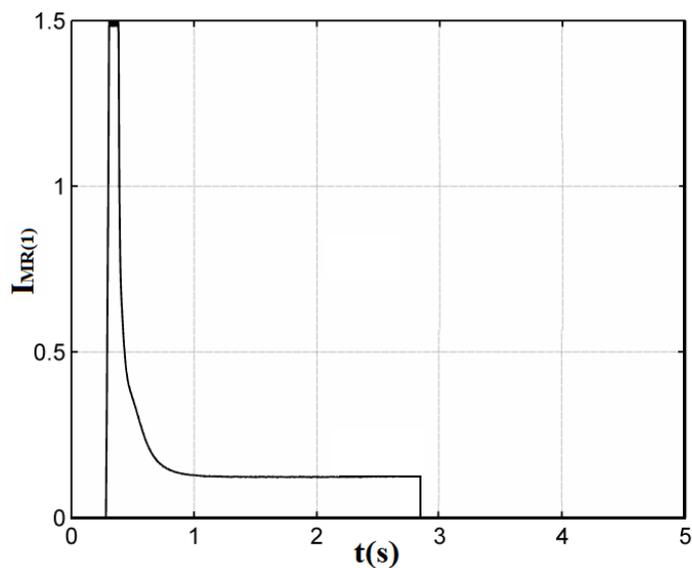


Figura 29 – (a) Deslocamento elo 1. (b) Deslocamento elo 2. (c) Velocidade elo 1. (d) Velocidade elo 2.

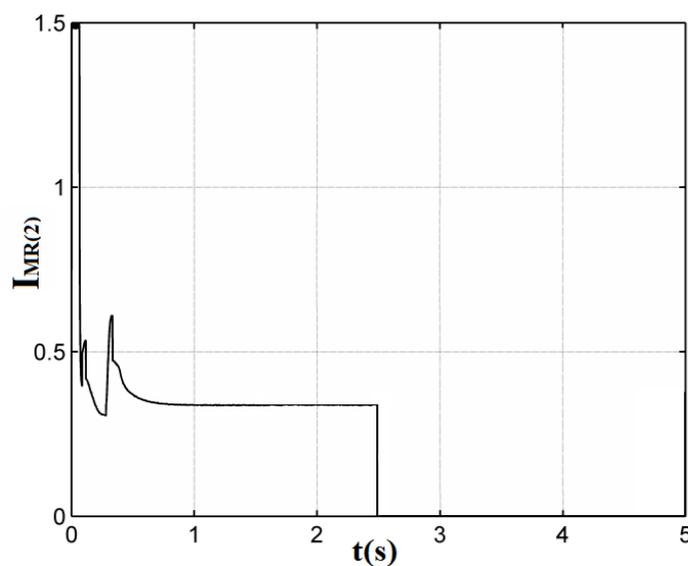
Fonte: Autoria Própria.

Como pode ser observado na figura 29, a introdução do torque adicional MR é uma alternativa eficiente no controle da posição dos elos, evitando a ultrapassagem das coordenadas desejadas e reduzindo o tempo de posicionamento em comparação com o controle apenas pelo motor CC.

Na figura 30 pode-se observar a variação da corrente elétrica aplicada na bobina de cada freio MR.



(a)



(b)

Figura 30 – (a) Corrente Aplicada em MR1 (b) Corrente Aplicada em MR2.

Fonte: Autoria Própria.

Como pode ser observada na figura 30 a estratégia de determinar a corrente elétrica através da RBFNN mostrou-se eficiente.

5 DINÂMICA E CONTROLE DE MANIPULADOR COM DOIS ELOS RÍGIDOS, UM FLEXÍVEL E DUAS JUNTAS FLEXÍVEIS

Dinâmica e controle de Manipulador com dois elos rígidos e duas juntas flexíveis. Para as simulações numéricas são considerados dois sistemas de controle distintos para o manipulador robótico. No primeiro sistema a variável de controle é apenas a tensão aplicada nos motores CC.

Um sistema com uma grande inércia na extremidade de um manipulador, ou com uma baixa constante elástica do material utilizado na estrutura do manipulador, favorece a existência de elo com características de flexibilidade.

Para estudo dos efeitos de flexibilidade no elo do manipulador será utilizado um modelo de manipulador de 3 graus de liberdade, conforme a figura 31, sendo dois de elos rígidos com juntas flexíveis e um terceiro elo flexível com juntas rígidas.

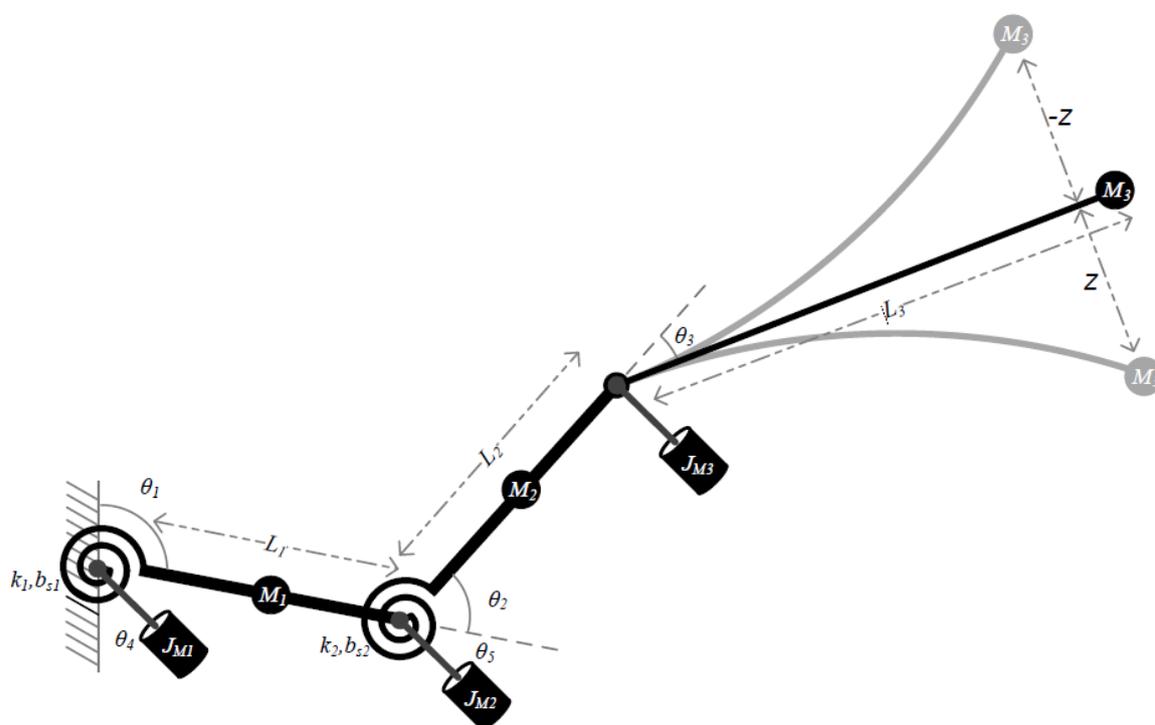


Figura 31 – Esquemático mecânico manipulador com juntas e elo flexível.

Fonte: Autoria Própria.

Na modelagem dos elos rígidos, utilizou-se o formalismo lagrangiano definido na equação (4.4).

Adicionando a força de atrito não conservativa no sistema, $\mathbf{F}(\dot{\theta})$ o resultado para dinâmica do manipulador com elos rígidos pode ser visto na equação (5.1).

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}(\theta)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - \mathbf{F}(\dot{\theta}) - \mathbf{G}(\theta) + \boldsymbol{\tau}_s \right) \quad (5.1)$$

A equação (5.2) representa a aceleração dos elos com juntas flexíveis. As matrizes que compõem o sistema, a matriz de força centrífuga $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ e a força de atrito $\mathbf{F}(\dot{\theta})$ para um sistema de três graus de liberdade podem ser vistas na equação (5.2).

$$\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} = \begin{pmatrix} v_{11} & v_{12} & v_{13} \\ v_{21} & v_{22} & v_{23} \\ v_{31} & v_{32} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_{M_3} \end{pmatrix}, \mathbf{F}(\dot{\theta}_L) = \begin{pmatrix} k_a \dot{\theta}_1 \\ k_a \dot{\theta}_2 \\ b_v \dot{\theta}_{M_3} \end{pmatrix}, \mathbf{G}(\theta) = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

Onde v_{ij} representam as componentes de força centrífuga/coriolis, as componentes de força gravitacional em g_i e considerando $p^{(3 \times 3)} = \mathbf{M}(\theta)^{-1}$.

Para as equações que definem a dinâmica do motor CC serão usadas as equações (5.3).

$$\ddot{\theta}_M = \frac{-b_v \dot{\theta}_v + k_t \mathbf{i} - \boldsymbol{\tau}}{J_M} \quad (5.3)$$

$$\dot{\mathbf{i}} = \frac{-R_M \mathbf{i} - k_b \dot{\theta}_v + \mathbf{V}}{L}$$

No acoplamento das equações substituímos $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_s$ e temos a equação de transmissão de torque entre os sistemas, como pode ser visto na equação (5.4).

$$\boldsymbol{\tau}_i = \begin{pmatrix} b_s(\dot{\theta}_{M1} - \dot{\theta}_1) + k(\theta_{M1} - \theta_1) \\ b_s(\dot{\theta}_{M2} - \dot{\theta}_2) + k(\theta_{M2} - \theta_2) \\ k_t i_3 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

O acoplamento do sistema com de viga flexível com o eixo do motor de corrente contínua temos as equações definidas na equação (5.5)

$$\begin{aligned} \dot{i} &= \frac{-R_M i - k_b \dot{\theta}_v + V}{L} \\ \ddot{\theta}_v &= \frac{-b_v \dot{\theta}_v + k_t i - C(\theta_v, \dot{\theta}_v) \dot{\theta}_v - G(\theta_v) + EI \phi''(0) z}{J} \\ \ddot{z} &= -\mu \dot{z} - w^2 z - \alpha_v \ddot{\theta}_v + \dot{\theta}_v^2 z \end{aligned} \quad (5.5)$$

As variáveis i , $\ddot{\theta}_v$ e $\dot{\theta}_v$ representam a corrente, aceleração da viga e motor e a velocidade da viga e do motor. Sendo os termos que se diferenciam da equação de elo rígido expressos por E e I onde o primeiro é o modulo de Young que representa a rigidez ou flexibilidade da viga e a inércia da viga.

A variável Z representa um deslocamento generalizado para o primeiro modo de vibrar da viga dado por (FENILI, 2000):

$$Z = u / w \quad (5.6)$$

Onde: u representa o deslocamento na ponta da viga [m] e w a frequência natural da viga

O modelo matemático é obtido considerando-se (4.11), (5.1) e (5.4). O sistema em espaço de estados do modelo proposto pode ser representado pela equação (5.6).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= p_{11}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{12}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{13}(EI \phi_0'' x_{14}) + \varphi_{11} x_2 + \varphi_{12} x_6 + \varphi_{13} x_{11} \\ \dot{x}_3 &= x_4 d \\ \dot{x}_4 &= \frac{k}{J_m} x_1 + \frac{b_s}{J_m} x_2 - \frac{k}{J_m} x_3 - \frac{b_s + b_v}{J_m} x_5 \\ \dot{x}_5 &= -ck_b L_m x_4 - \frac{R_m}{L_m} x_5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_6 &= x_7 \\
\dot{x}_7 &= p_{21}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{22}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{23}(EI\phi_0'' x_{14}) + \varphi_{21}x_2 + \varphi_{22}x_6 + \varphi_{23}x_{11} \\
\dot{x}_8 &= x_9 \\
\dot{x}_9 &= \frac{k}{J_m}x_6 + \frac{b_s}{J_m}x_7 - \frac{k}{J_m}x_8 - \frac{b_s + b_v}{J_m}x_9 + \frac{k_t}{J_m}x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= -\frac{k_b}{L_m}x_9 - \frac{R_m}{L_m}x_{10} \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= p_{31}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{32}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{33}(EI\phi_0'' x_{14}) + \varphi_{31}x_2 + \varphi_{32}x_6 + \varphi_{33}x_{11} \\
\dot{x}_{13} &= -\frac{k_b}{L_m}x_{14} - \frac{R_m}{L_m}x_{15} \\
\dot{x}_{14} &= x_{15} \\
\dot{x}_{15} &= -\alpha_v \phi_{31} x_{12} - \alpha_v + \left(\omega^2 + \alpha_v \left(p_{33} \left(EI\phi_0'' + x_{12}^2 \right) \right) \right) x_{14} - \mu x_{15}
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Onde: $x_1 = \theta_1$; $x_2 = \dot{\theta}_1$; $x_3 = \theta_{M_1}$; $x_4 = \dot{\theta}_{M_1}$; $x_5 = \dot{i}_1$; $x_6 = \theta_2$; $x_7 = \dot{\theta}_2$; $x_8 = \theta_{M_2}$; $x_9 = \dot{\theta}_{M_2}$;
 $x_{10} = \dot{i}_2$; $x_{11} = \theta_{M_3}$; $x_{12} = \dot{\theta}_{M_3}$; $x_{13} = \dot{i}_3$; $x_{14} = z$ e $x_{15} = \dot{z}$

Onde as variáveis $\varphi_{n,m}$ são os elementos não lineares do sistema e podem ser vistas na forma completa conforme abaixo:

$$\begin{aligned}
\varphi_{1,1} &= p_{11}(-k_a - v_{11} - b_s) - p_{12}v_{21} - p_{13}v_{31} \\
\varphi_{1,2} &= -p_{11}v_{12} + p_{12}(-v_{22} - k_a - b_s) - p_{13}v_{32} \\
\varphi_{1,3} &= -p_{11}v_{13} - p_{12}v_{23} + p_{13}(-v_{33} - b_v) \\
\varphi_{2,1} &= p_{21}(-k_a - v_{11} - b_s) - p_{22}v_{21} - p_{23}v_{31} \\
\varphi_{2,2} &= -p_{21}v_{12} + p_{22}(-v_{22} - k_a - b_s) - p_{23}v_{32} \\
\varphi_{2,3} &= -p_{21}v_{13} - p_{22}v_{23} + p_{23}(-v_{33} - b_v) \\
\varphi_{3,1} &= p_{31}(-k_a - v_{11} - b_s) - p_{32}v_{21} - p_{33}v_{31} \\
\varphi_{3,2} &= -p_{31}v_{12} + p_{32}(-v_{22} - k_a - b_s) - p_{33}v_{32} \\
\varphi_{3,3} &= -p_{31}v_{13} - p_{32}v_{23} + p_{33}(-v_{33} - b_v)
\end{aligned} \tag{5.8}$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{13} & p_{13}k_t & -p_{13}EI\phi_0'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{23} & p_{23}k_t & -p_{23}EI\phi_0'' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \phi_{33} & p_{33}k_t & -p_{33}EI\phi_0'' & 0 \\ 0 & -\frac{k_b}{L_M} & -\frac{R_M}{L_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\alpha_v\phi_{33} & \alpha_v p_{33}k_t & w^2 + \alpha_v p_{33}EI\phi_0'' + x_{12}^2 & \mu \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_M} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_M} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_M} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sendo controle \mathbf{u}_f obtido através da lei de controle:

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(\mathbf{x})z \quad (5.10)$$

onde: $z = [\mathbf{x} - \mathbf{x}^*]$, sendo \mathbf{x}^* os estados desejados e \mathbf{x} os estados do sistema, com:

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_{V_{M1}} \\ u_{V_{M2}} \\ u_{V_{M3}} \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Sendo $\mathbf{P}(x)$ obtida através da Equação Algébrica de Riccati, conforme a equação (3.26). As matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} são dadas por:

$$\mathbf{Q}_{15 \times 15} = \begin{cases} q_{i \times j} = 0 & \text{if } i \neq j; \\ q_{i \times j} = 1 & \text{if } i = 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 12; 13 \text{ e } 15; \\ q_{i \times j} = 100 & \text{if } i = 1; 6; 11; \text{ e } 14. \end{cases} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}$$

O diagrama de blocos para a proposta de controle utilizado motores CC e podem ser observados na figura 32.

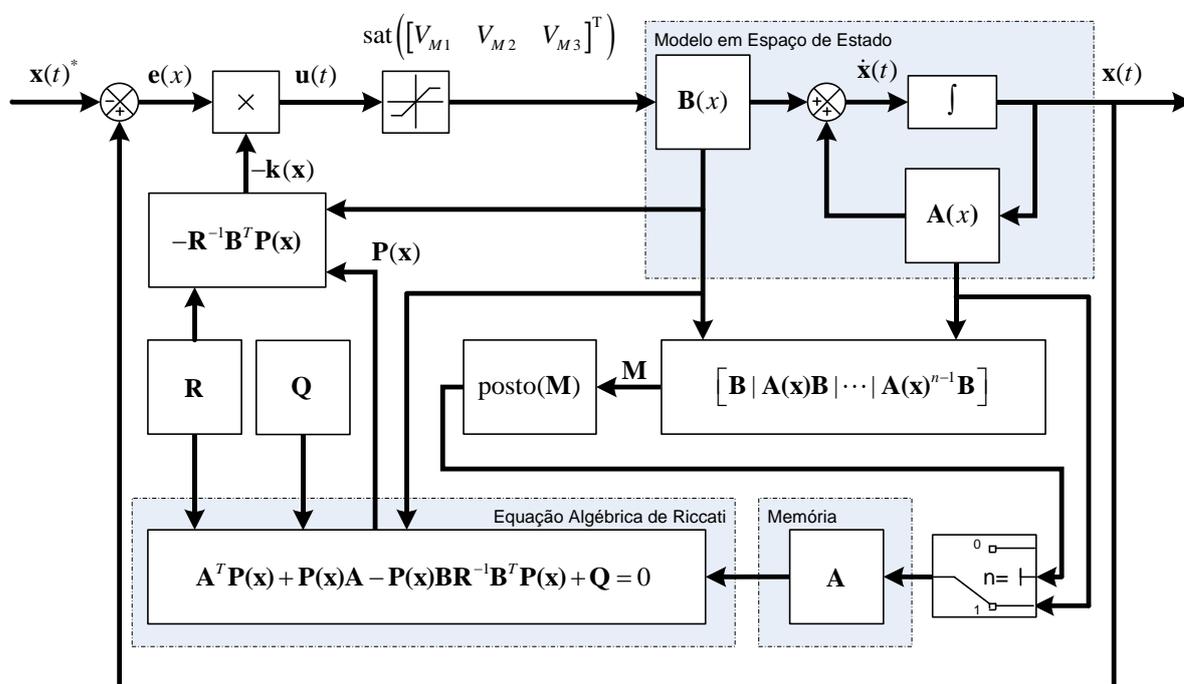


Figura 32 – Diagrama SDRE para Motores CC para Manipulador 3DOF.

Fonte: Autoria Própria.

5.2 CONTROLE POR MOTORES CC E ATUADOR LMF NO ELO FLEXIVEL

Para o segundo sistema é introduzido um atuador composto por uma Liga de Memória de Forma (LMF), para controle de vibração do elo flexível.

O elemento de SMA pode ser acoplado a estrutura do elo flexível como um componente de rigidez conforme (2.5) que pode ser descrito como:

$$K(x,T) = \bar{q}u_{(T-T_M)}Z - \bar{b}Z^3 + \bar{e}Z^5 \quad (5.12)$$

Considerando com variável de controle a variação de temperatura $(T - T_M)$, temos o sinal de controle:

$$u_{(T-T_M)} = (T - T_M) = \Delta T \quad (5.13)$$

Sendo T_A e T_M são as temperaturas em que as fases austenítica e martensítica são estáveis, onde $\bar{q} = \frac{qA_r}{L}$, $\bar{b} = \frac{bA_r}{L^3}$, $\bar{e} = \frac{eA_r}{L^5}$, sendo que q , b e e são parâmetros que dependem da liga escolhida, L [m] o seu comprimento e A_r sua área [m²]. Considerando um liga de (Cu-Zn-Al-Ni) $b = 1,868 \cdot 10^7$ MPa, $q = 523,29$ [MPa / K], $e = 2,188 \cdot 10^9$ [MPa], $T_M = 288$ K e $T_A = 364,3$ [K] (SAVI *et al.*, 2002).

Introduzindo (5.12) na ultima (5.6) obtemos o sistema com acoplamento da SMA no elo flexível na seguinte forma:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = p_{11}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{12}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{13}(EI\phi_0''x_{14}) + \varphi_{11}x_2 + \varphi_{12}x_6 + \varphi_{13}x_{11}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= \frac{k}{J_m} x_1 + \frac{b_s}{J_m} x_2 - \frac{k}{J_m} x_3 - \frac{b_s + b_v}{J_m} x_5 \\
\dot{x}_5 &= -ck_b L_m x_4 - \frac{R_m}{L_m} x_5 \\
\dot{x}_6 &= x_7 \\
\dot{x}_7 &= p_{21}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{22}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{23}(EI\phi_0'' x_{14}) + \varphi_{21} x_2 + \varphi_{22} x_6 + \varphi_{23} x_{11} \\
\dot{x}_8 &= x_9 \\
\dot{x}_9 &= \frac{k}{J_m} x_6 + \frac{b_s}{J_m} x_7 - \frac{k}{J_m} x_8 - \frac{b_s + b_v}{J_m} x_9 + \frac{k_t}{J_m} x_{10} \\
\dot{x}_{10} &= -\frac{k_b}{L_m} x_9 - \frac{R_m}{L_m} x_{10} \\
\dot{x}_{11} &= x_{12} \\
\dot{x}_{12} &= p_{31}(-kx_1 + kx_3 + b_s x_4) + p_{32}(-kx_6 + kx_8 + b_s x_9) - p_{33}(EI\phi_0'' x_{14}) + \varphi_{31} x_2 + \varphi_{32} x_6 + \varphi_{33} x_{11} \\
\dot{x}_{13} &= -\frac{k_b}{L_m} x_{14} - \frac{R_m}{L_m} x_{15} \\
\dot{x}_{14} &= x_{15} \\
\dot{x}_{15} &= -\alpha_v \phi_{31} x_{12} - \alpha_v \left(\omega^2 + \alpha_v \left(p_{33} (EI\phi_0'' + x_{12}^2) \right) \right) x_{14} - \mu x_{15} + \bar{q} u_{(T-T_M)} x_{14} - \bar{b} x_{14}^3 + \bar{e} x_{14}^5
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Considerando (4.11), (4.16) e (5.13), obtemos o sistema que depende apenas do controle *feedback* (\mathbf{u}_f):

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(x)\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}_f \tag{5.15}$$

Sendo: $\mathbf{A}(x) = [\mathbf{A}_3 \quad \mathbf{A}_4]$, com:

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix}
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-p_{11}k & \phi_{11} & p_{11}k & p_{11}b_s & 0 & -p_{12}k & \phi_{12} & p_{12}k & p_{12}b_s & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{k}{J_m} & \frac{b_s}{J_m} & -\frac{k}{J_m} & -\frac{b_s + b_v}{J_m} & \frac{k_t}{J_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & -\frac{k_b}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-p_{21}k & \phi_{21} & p_{21}k & p_{21}b_s & 0 & -p_{22}k & \phi_{22} & p_{22}k & p_{22}b_s & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k}{J_m} & \frac{b_s}{J_m} & -\frac{k}{J_m} & -\frac{b_s + b_v}{J_m} & \frac{k_t}{J_m} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_b}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-p_{31}k & \phi_{31} & p_{31}k & p_{31}b_s & 0 & -p_{32}k & \phi_{32} & p_{32}k & p_{32}b_s & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_4 = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \phi_{13} & p_{13}k_t & 0 & -p_{13}EI\phi_0'' & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \phi_{23} & p_{23}k_t & 0 & -p_{23}EI\phi_0'' & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \phi_{33} & p_{33}k_t & 0 & -p_{33}EI\phi_0'' & 0 \\
0 & -\frac{k_b}{L_M} & -\frac{R_M}{L_M} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & -\alpha_v\phi_{33} & \alpha_v p_{33}k_t & w^2 + \alpha_v p_{33}EI\phi_0'' + x_{12}^2 - x_{14}^2 (\bar{b} - \bar{e}x_{14}^2) & \mu & 0
\end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_M} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{q}x_{14} \end{bmatrix}$$

Sendo controle \mathbf{u}_f obtido através da lei de controle:

$$\mathbf{u}_f = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(\mathbf{x})z \quad (5.15)$$

onde: $z = [\mathbf{x} - \mathbf{x}^*]$, sendo \mathbf{x}^* os estados desejados e \mathbf{x} os estados do sistema, com:

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_{V_{M1}} \\ u_{V_{M2}} \\ u_{V_{M3}} \\ u_{(T-T_M)} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

O controle (5.9) com a introdução da variável de controle utilizando os motores CC para posicionamento e do atuador LMF para estabilidade da extremidade da viga flexível pode ser vista pela equação (5.18).

$$\mathbf{u}_f = \begin{bmatrix} u_{V_{M1}} \\ u_{V_{M2}} \\ u_{V_{M3}} \\ u_{(T-T_M)} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Onde obtemos a variável de controle \mathbf{u}_f do controlador SDRE através da lei de controle da equação (5.19).

$$\mathbf{u}_f(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}(x)^T \mathbf{P}(x)\mathbf{x}(t) \quad (5.19)$$

Sendo $\mathbf{P}(x)$ obtida através da Equação Algébrica de Riccati, conforme a equação (3.26). As matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} são dadas por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0,1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{15 \times 15} = \begin{cases} q_{i \times j} = 0 & \text{if } i \neq j; \\ q_{i \times j} = 1 & \text{if } i = 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; 12; 13 \text{ and } 15; \\ q_{i \times j} = 100 & \text{if } i = 1; 6; 11; \text{ and } 14. \end{cases}$$

O diagrama de blocos do controle pode ser visto através da figura 33.

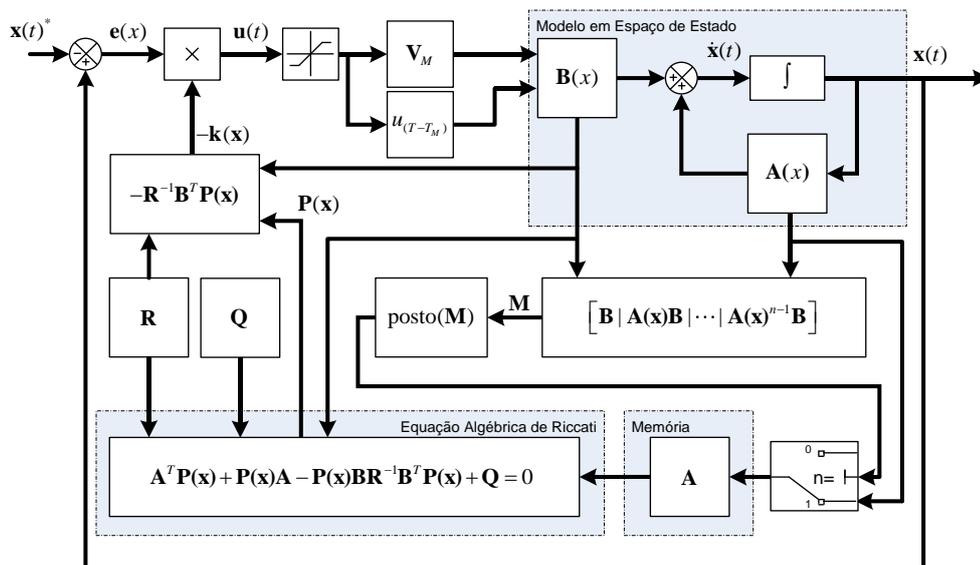


Figura 33 – Diagrama de Controle SDRE com Motores CC e Atuador LMF.

Fonte: Autoria Própria.

5.3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Os parâmetros da simulações numérica podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3 – Parametros do Manipulador 3DOF

Parâmetros	Elo 1	Elo 2	Elo 3
Massa	$M_1 = 0,275[\text{kg}]$	$M_2 = 0,243[\text{kg}]$	$M_3 = 1,34 \cdot 10^{-4}[\text{kg}]$
Comprimento	$L_1 = 0,157[\text{m}]$	$L_2 = 0,157[\text{m}]$	$L_3 = 1,2[\text{m}]$
Constante de elasticidade	$k_{s1} = 130[\text{Nm/rad}]$	$k_{s1} = 130[\text{Nm/rad}]$	-
Constante Viscosidade	$b_{v1} = 7,6 \cdot 10^{-7}[\text{Nms}]$	$b_{v2} = 5,9 \cdot 10^{-7}[\text{Nms}]$	$b_{v3} = 5,9 \cdot 10^{-7}[\text{Nms}]$
Motor			
Inércia do Motor	$J_{M1} = 2,8 \cdot 10^{-2}[\text{kgm}^2]$	$J_{M2} = 9,2 \cdot 10^{-2}[\text{kgm}^2]$	$J_{M3} = 9,2 \cdot 10^{-2}[\text{kgm}^2]$
Constante de torque	$k_{t1} = 3,95 \cdot 10[\text{Nm/A}]$	$k_{t2} = 1,56 \cdot 10[\text{Nm/A}]$	$k_{t3} = 1,56 \cdot 10[\text{Nm/A}]$
Constante de força eletromotriz	$k_{b1} = 3,95 \cdot 10^{-2}[\text{V/RPM}]$	$k_{b2} = 1,56 \cdot 10^{-2}[\text{V/RPM}]$	$k_{b3} = 1,56 \cdot 10^{-2}[\text{V/RPM}]$
Caixa de redução Motor	$N_{M1} = 6,5$	$N_{M2} = 19,5$	$N_{M3} = 19,5$

Considerando as condições iniciais: $x_1(0) = \pi$, $x_2(0) = 0$, $x_3(0) = \pi$, $x_4(0) = 0$, $x_5(0) = 0$, $x_6(0) = 0.6981$, $x_7(0) = 0$, $x_8(0) = 0.6981$, $x_9(0) = 0$, $x_{10}(0) = 0$, $x_{11}(0) = 0.5236$, $x_{12}(0) = 0$, $x_{13}(0) = 0$, $x_{14}(0) = 0$ e $x_{15}(0) = 0$.

E definindo os estados desejados: $x_1^* = 2.0944$, $x_2^* = 0$, $x_3^* = x_3$, $x_4^* = x_4$, $x_5^* = x_5$, $x_6^* = -0.6981$, $x_7^* = 0$, $x_8^* = x_8$, $x_9^* = x_9$, $x_{10}^* = x_{10}$, $x_{11}^* = -0.5236$, $x_{12}^* = 0$, $x_{13}^* = x_{13}$, $x_{14}^* = 0$ e $x_{15}^* = 0$.

Para a LMF serão utilizados os parâmetros: $\bar{q} = 1,56987$, $\bar{b} = 114367,346$, e $\bar{e} = 7232491,36$ obtidos de Janzen *et al.* (2014).

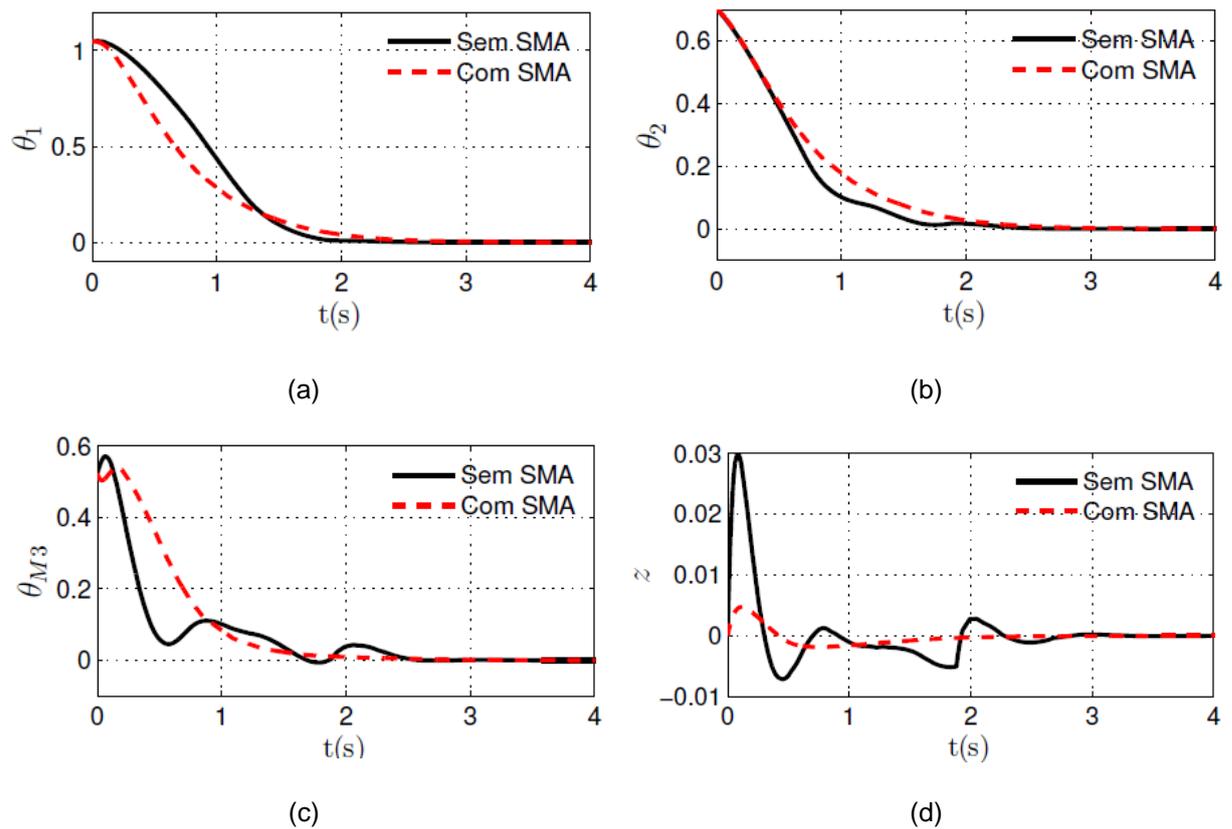


Figura 34 – (a) Posição do primeiro elo. (b) Posição do segundo elo. (c) Posição do terceiro elo. (d) Vibração na ponta do terceiro elo.

Fonte: Autoria Própria.

Pode-se observar na figura 34 que o controle proposto foi eficiente em levar os elos para as posições desejadas $x_1^* = \theta_1 = 2.0944$, $x_6^* = \theta_2 = -0.6981$ e $x_{11}^* = \theta_{M3} = -0.5236$, e que a estratégia de controlar a temperatura da LMF foi eficiente em reduzir a amplitude de vibração do elo flexível (terceiro elo) como pode ser observado na figura 34d.

Na figura 35 pode-se observar a variação da temperatura da LMF controlada por SDRE.

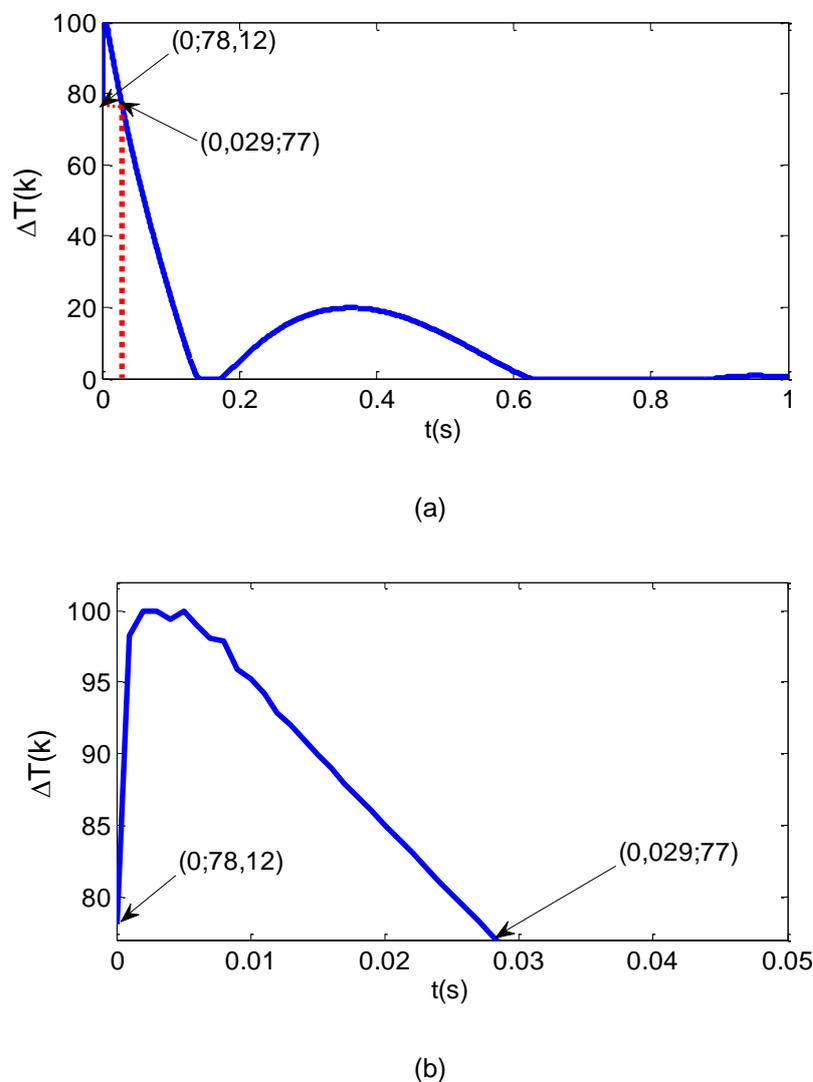


Figura 35 – Variação da temperatura na LMF ($u_{(T-T_M)} = (T - 288) = \Delta T$).

Fonte: Autoria Própria.

Analisando a figura 35 é possível verificar que para $t < 0,029$ (s) a liga esta na fase austenítica ($T_A \geq 364,3$ [K]), atuando na rigidez da viga conforme equação (5.12) reduzindo assim a amplitude de deslocamento do elo flexível como pode ser observado na figura 34d, para $t > 0,029$ (s) ocorre a mudança de fase, passando para a fase martensítica, e a LMF deixa de ser um atuador na rigidez do elo flexível.

Como pode ser observado na figura 34d o tempo de atuação foi o suficiente para reduzir o pico de deslocamento do elo flexível e forma significativa, também podemos observar que para $t > 0,029$ (s) o amortecimento da viga ocorre somente devido as características inerentes da elo flexível.

6 MODELO EXPERIMENTAL MANIPULADOR COM JUNTAS FLEXÍVEIS

Como pode ser observada através das simulações nas seções 4 e 5 a proposta de controle através do controle SDRE foi eficiente. Com o objetivo de analisar sua eficiência em um modelo real, foi confeccionado um protótipo do manipulador considerando o caso de dois elos rígidos com duas juntas flexíveis.

5.4 MONTAGEM DO SISTEMA MECÂNICO E ELÉTRICO

A estratégia de montagem e definição da geométrica das peças mecânicas foram implementadas pelo *software* livre para desenhos CAD FreeCAD versão 0.14, e os componentes foram confeccionados no laboratório de Conformação Mecânica e no Laboratório de Usinagem para usinagem da UTFPR Ponta Grossa.

Na figura 36 pode-se observar a proposta do protótipo e seus componentes.

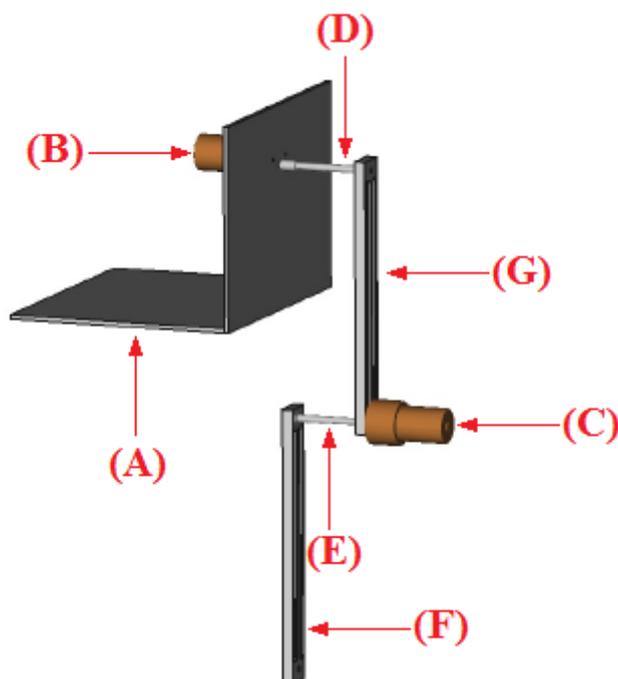


Figura 36 – Projeto do manipulador robótico.

Fonte: Autoria Própria.

Sendo a (A) base de fixação do primeiro eixo e do primeiro motor CC, a base de feita de alumínio com espessura de (0,0005 m) largura de (0,25 m) comprimento

da base com (0,2 m) e altura (0,17 m). (B) e (C) representam os motores CC 1 e 2 respectivamente, (D) e (E) os eixos com características flexíveis 1 e 2 respectivamente e confeccionados em alumio e (F) e (G) os elos 1 e 2 respectivamente confeccionados em alumio.

Na figura 37 pode-se observar o formato da proposta dos elos e das juntas utilizadas no protótipo.

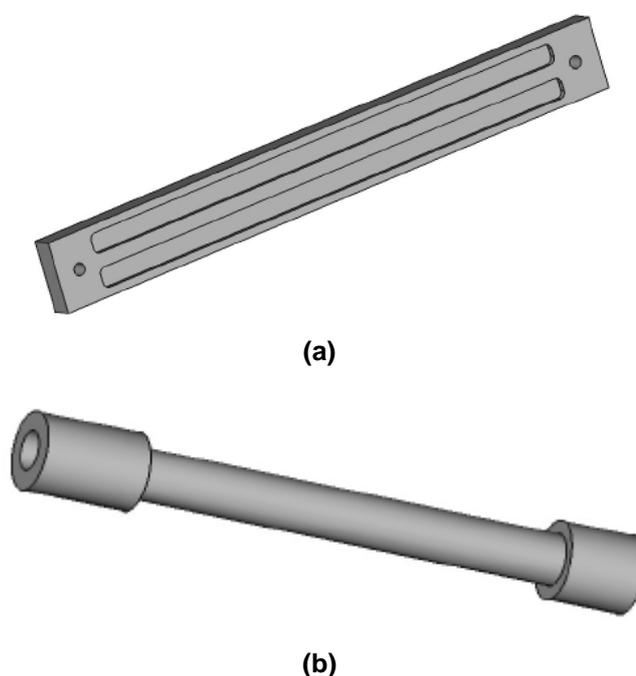


Figura 37 – (a) Formato do elo proposto. (b) Formato do eixo proposto.

Fonte: Autoria Própria.

Na figura 38 pode-se observar o modelo dos motores CC utilizados no protótipo.

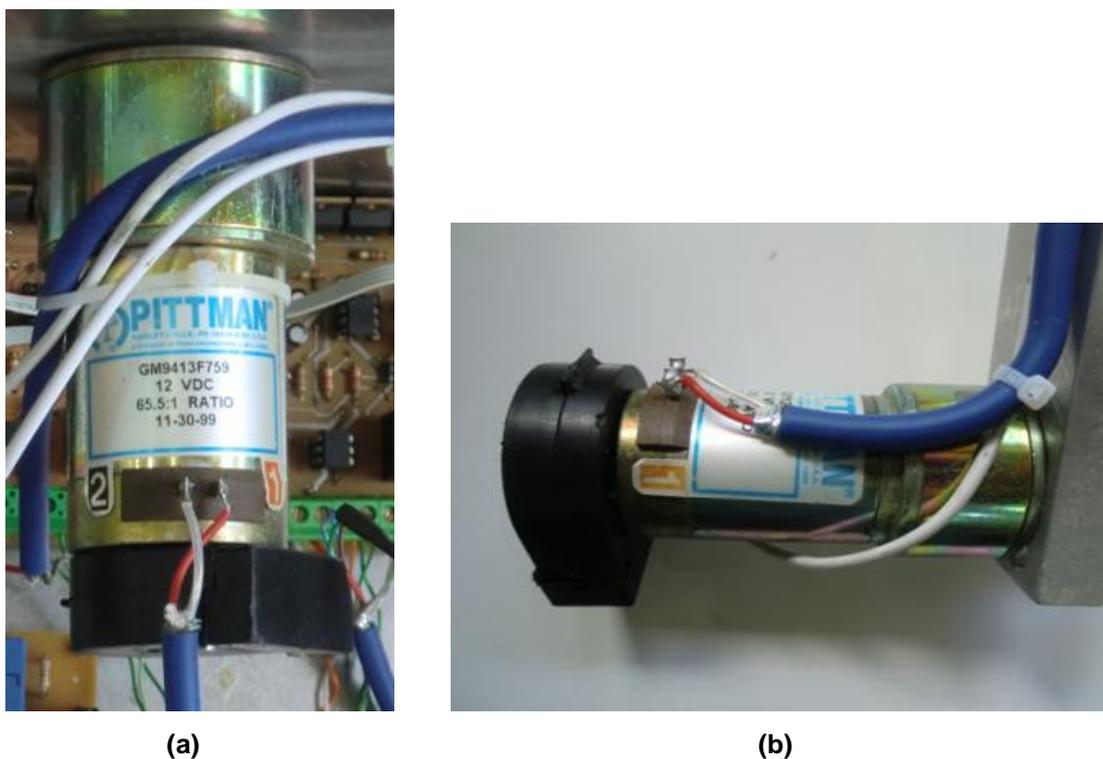


Figura 38 – Motores 12 VCC utilizados no controle de posicionamento (a) Motor para o elo 1 (modelo GM94135759F- PITTMAN). (b) Motor para o elo 2 (modelo GM8712F297- PITTMAN).

Fonte: Autoria Própria.

Na tabela 4 podem-se observar os parâmetros adotados para confecção dos elos.

Tabela 4 – Projeto dos elos rígidos

Parâmetros	Elo 1	Elo 2
Massa	$M_1 = 0,270\text{kg}$	$M_1 = 0,259\text{kg}$
Comprimento	$L_1 = 0,157\text{m}$	$L_2 = 0,157\text{m}$
Largura	$l_1 = 0,05\text{m}$	$l_2 = 0,05\text{m}$

Fonte: Autoria Própria.

Na tabela 5 podem-se observar os parâmetros adotados para confecção dos eixos.

Tabela 5 – Projeto junta flexível

Parâmetros	Junta flexível 1	Junta flexível 2
Comprimento	$L_{j_1} = 0,07[\text{m}]$	$L_{j_2} = 0,07[\text{m}]$
Diâmetro	$D_1 = 0,008[\text{m}]$	$D_2 = 0,008[\text{m}]$

Fonte: Autoria Própria.

Com base nos dados da tabela 5 pode-se calcular o valor da constante elástica torcional das juntas através da equação (RAO, 2009):

$$k_s = \frac{\pi G_e}{32 L_j} (D^4) \quad (6.1)$$

onde G_e é o módulo de elasticidade do metal, sendo que para o alumínio temos $G_e = 69[\text{GPa}]$, L_j é o comprimento do eixo e D é o diâmetro do eixo.

Substituindo os dados da tabela 5 obtém-se o valor de: $k_s = 130[\text{Nm/rad}]$.

Na tabela 6 podem-se observar os parâmetros dos motores CC utilizados.

Tabela 6 – Parametros dos motores CC

Parâmetros	Elo 1	Elo 2
Constante Viscosidade Motor	$b_{v_1} = 7,6 \cdot 10^{-7} [\text{Nms}]$	$b_{v_2} = 5,9 \cdot 10^{-7} [\text{Nms}]$
Inércia do Motor	$J_{M_1} = 2,8 \cdot 10^{-2} [\text{kgm}^2]$	$J_{M_2} = 9,2 \cdot 10^{-2} [\text{kgm}^2]$
Constante de torque	$k_{t_1} = 3,95 \cdot 10^{-3} [\text{Nm/A}]$	$k_{t_2} = 1,56 \cdot 10 [\text{Nm/A}]$
Constante de força eletromotriz	$k_{b_1} = 3,95 \cdot 10^{-2} [\text{V/RPM}]$	$k_{b_2} = 1,56 \cdot 10^{-2} [\text{V/RPM}]$
Caixa de redução Motor	$N_{M_1} = 6,5$	$N_{M_2} = 19,5$

Fonte: Autoria Própria

Na figura 38 pode-se observar o protótipo montado com os elos, juntas flexíveis, motores e base definidos no projeto.



Figura 39 – Protótipo do manipulador robótico
Fonte: Autoria Própria.

Nas figuras 40, 41, 42 e 43 é mostrado o circuito de acionamento eletrônico do manipulador robótico experimental. A figura 40 demonstra a visão lateral e superior das placas de controle.

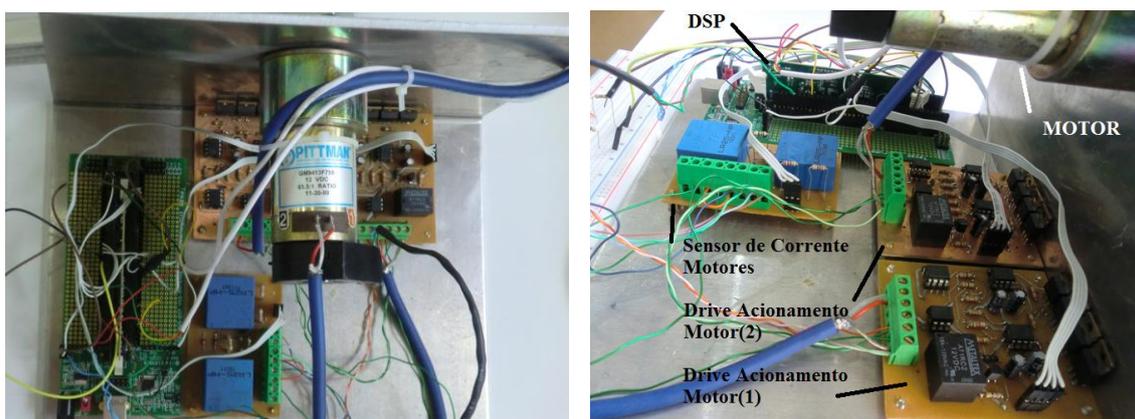


Figura 40 – Projeto dos dispositivos eletrônicos. (a) Vista superior. (b) Vista lateral.
Fonte: Autoria Própria.

Na figura 42 é mostrado os dois circuitos de acionamento.

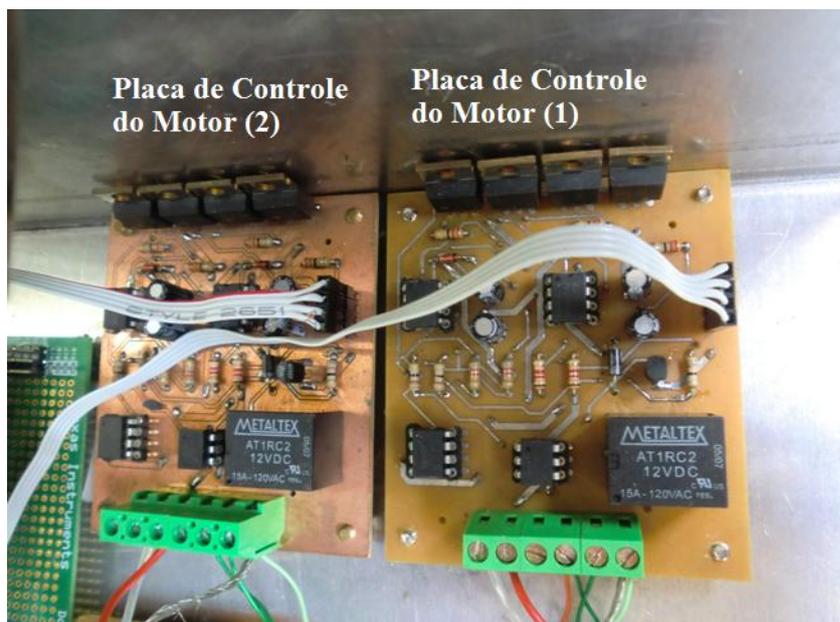


Figura 41 – Placas de controle dos motores.

Fonte: Autoria Própria.

A variável de corrente elétrica aplicada no motor do manipulador é uma das variáveis de estado do controle, para que fosse possível obter um valor próximo ao valor real, optou-se pela utilização de um sensor de corrente LA25-NP da empresa LEM inc, conforme apresentado na figura 42.

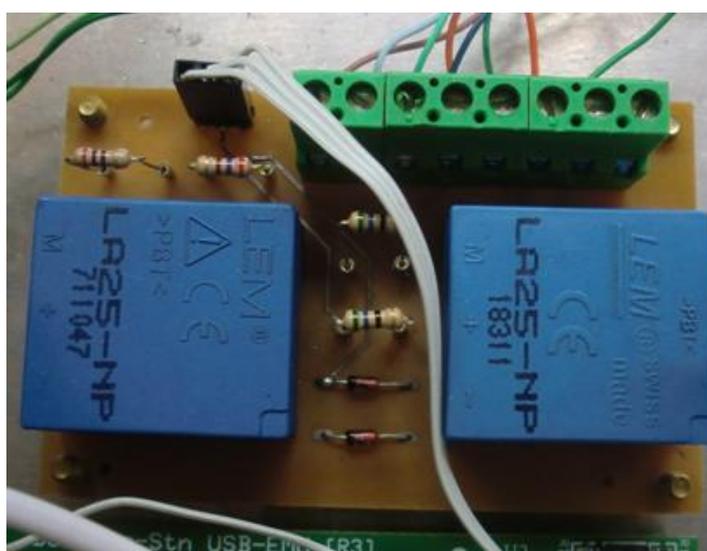


Figura 42 – Placa dos sensores de corrente LA25-NP.

Fonte: Autoria Própria.

Este sensor utiliza o princípio de sensores de efeito Hall para quantificar a corrente presente no primário do sensor que é convertida em uma corrente dividida por um fator de ganho para ser mensurada num resistor de precisão.

Embora seja possível mensurar corrente alternada através do sensor LA25-NP optou-se pela simplificação do circuito de condicionamento de sinal para o DSP apenas utiliza-la na alimentação da ponte H, o sentido de corrente será computado via software através da velocidade do motor.

O esquemático da placa para medir a corrente aplicada no motor pode ser vista em anexo A, onde são demonstradas as conexões do sensor ao motor.

Na figura 43 pode-se observar a configuração do processador de sinais digitais (DSP) utilizado.

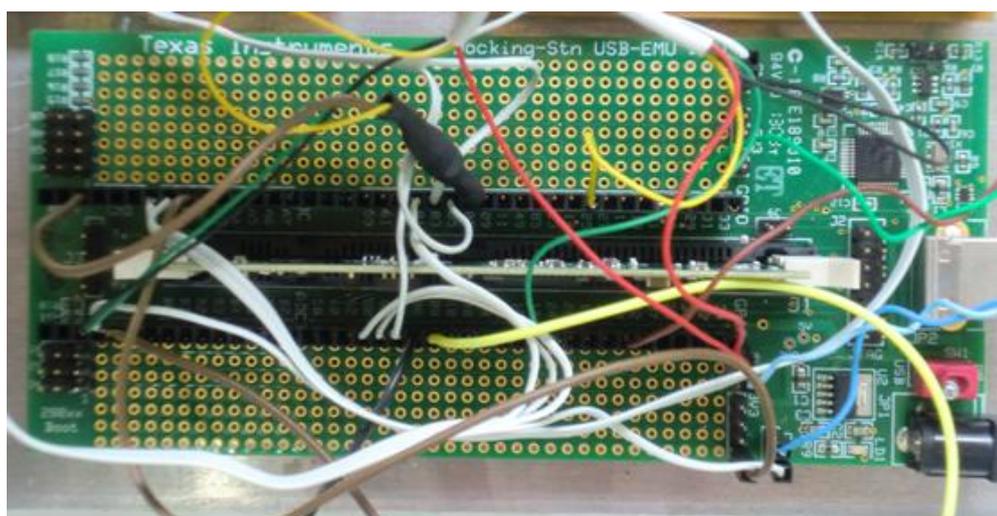


Figura 43 – Processador Digital de Sinais (DSP).

Fonte: Autoria Própria.

A escolha do processador de sinais digitais (DSP) para implementação dos algoritmos de controle parte da necessidade de um desenvolvimento contínuo do trabalho apresentado neste trabalho. Uma das ferramentas que proporciona uma rápida prototipagem é a *Embedded Coder* presente no software MATLAB[®] da empresa Mathworks[®]. A programação através de blocos lógicos no MATLAB/SIMULINK[®] possibilita melhor organização do código de programação e reduz o tempo de projeto.

Foi utilizando o dispositivo de desenvolvimento DSP TMS320F28335 da empresa Texas Instrument. Este processador de sinais digitais possui velocidade de processamento de 150Mhz trabalhando em ponto flutuante. Além de vários periféricos, como 18 módulos PWM (Modulação por largura de pulso), 16 portas de conversão analógica para digital, 2 módulos de leitura de codificador de quadratura, entre outros periféricos.

5.5 PROPOSTA DE CONTROLE

Os resultados apresentados nessa sessão trazem o controle de posicionamento do motor dos manipuladores robóticos (θ_{Mi}), visto a mudança de estratégia para leitura de deflexão do elo flexível. Desta forma, a variável de referência desejada para o controlador $\mathbf{x}^* = [x_1 \ x_2 \ \pi/3 \ 0 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ \pi/2 \ 0 \ x_{10}]$ onde $x_{1,6}$ representa o posicionamento do elo um (θ_1) e elo dois (θ_2), $x_{2,7}$ é a velocidade do manipulador nas variáveis ($\dot{\theta}_{1,2}$), $x_{3,8}$ são os posicionamentos dos motores θ_{M1} θ_{M2} , $x_{4,9}$ representam a velocidade dos motores $\dot{\theta}_{M1}$ e $\dot{\theta}_{M2}$ e por fim as variáveis $x_{5,10}$ são as correntes do motores um e dois.

A caracterização do controle é definida pela utilização das matrizes de pesos dos controladores, matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} , que podem ser vistas na equação (6.2)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_{t_1}}{J_M} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_{t_2}}{J_M} \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

E a matriz \mathbf{Q} na equação (6.3).

$$\mathbf{Q}_{10 \times 10} = \begin{cases} q_{i \times j} = 0 & \text{if } i \neq j; \\ q_{i \times j} = 1 & \text{if } i = 2; 3; 4; 5; 7; 8; 9; 10; \\ q_{i \times j} = 100 & \text{if } i = 1; e 6. \end{cases} \quad (6.3)$$

Para que seja possível embarcar o algoritmo de controle no dispositivo de microcontrolado DSP, faz-se necessário o projeto para controle discreto. No algoritmo (1) podemos ver a lógica de controle discreto aplicada neste trabalho. Dada a não linearidade das matrizes de estado e suas características dinâmicas necessita-se que a cada tempo de amostragem do DSP seja feito a discretização das matrizes, como se pode ver abaixo.

```

...
method=1;
switch method
    case 1
        n=size(A,1);
        Az=A*ts+eye(n);
        Bz=B*ts;
        Ptemp=P;
        P=Q+Az'*P*Az-Az'*P*Bz*inv(R+Bz'*P*Bz)*Bz'*P*Az;
        P_atu=sum(diag(P));
        P_ant=0;

        while(abs(P_atu-P_ant)>1)
            P_ant=sum(diag(P));
            P=Q+Az'*P*Az-Az'*P*Bz*inv(R+Bz'*P*Bz)*Bz'*P*Az;

```

```

    P_atu=sum(diag(P));
    contP=contP+1;
end
k_z=inv(R+Bz'*P*Bz)*Bz'*P*Az;
...

```

Algoritmo 1 – Calculo discreto do Ganho do Controlador \mathbf{K}_k .

Fonte: Autoria Própria.

Como a matriz \mathbf{P}_k inicia com valores zeros, devesse encontrar o real valor da variável de controle \mathbf{K}_k . Sabe-se que a matriz \mathbf{P}_k tende a um valor estável conforme é aplicado e recalculado seus valores, assim, a primeira interação demanda um tempo maior do dispositivo até que a matriz \mathbf{P}_k chegue a um valor convergente. Para estabelecer parâmetros de convergência, optou-se pelo valor de erro de convergência definido pelo módulo da diferença entre o determinante da matriz anterior de \mathbf{P}_{k-1} pelo determinante da matriz atual \mathbf{P}_k , o erro estipulado para esse processo foi de 0,001, obtido através de tentativas sucessivas até que \mathbf{P}_k tenha valor similar ao controle discreto.

A figura 44 demonstra os blocos de códigos da *Toolbox Embedded Coder* do Simulink, esta estrutura de programação é utilizada para embarcar a estratégia de controle proposta no algoritmo 1. Para didática do sistema, os blocos em cor verde representam as entradas do sistema, os blocos em cor laranja as saídas do sistema. Ao centro da programação em blocos, pode se ver, o bloco de controle SDRE discreto.

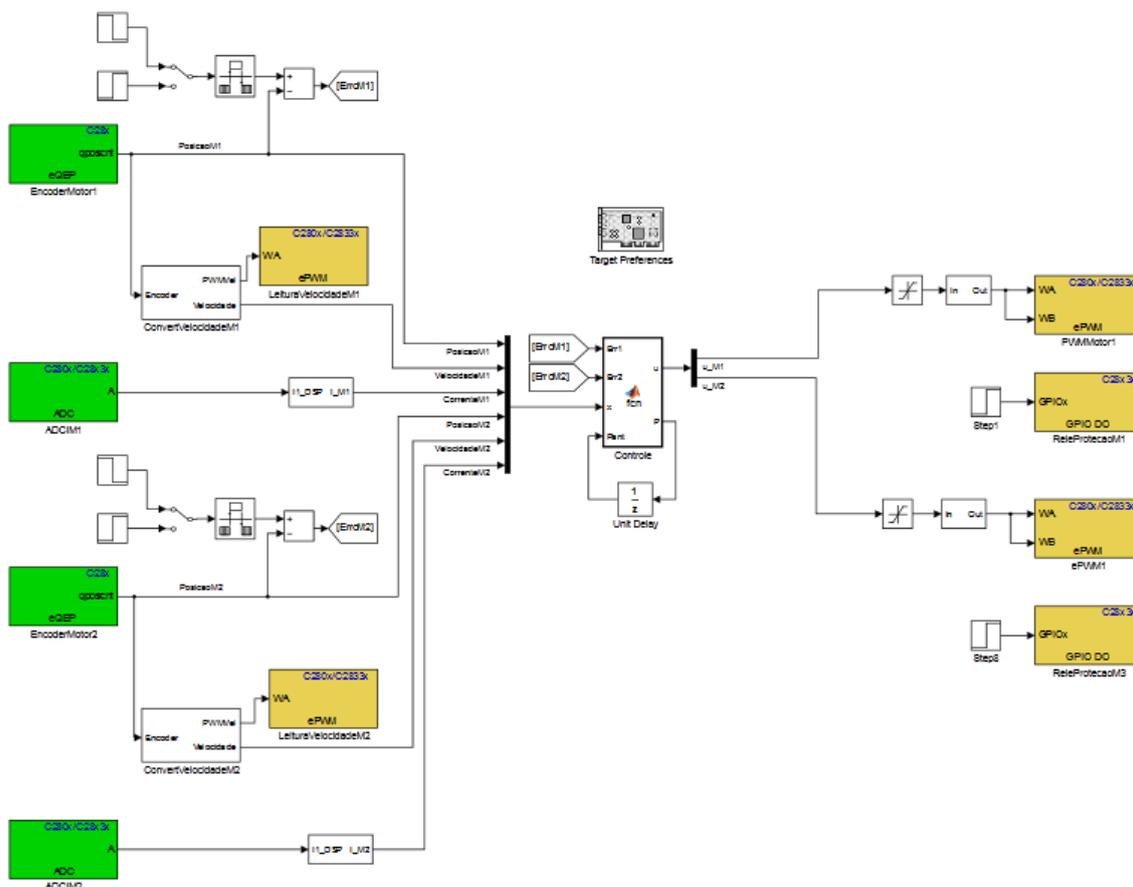


Figura 44 – Diagrama da Programação do Controle no DSP.

Fonte: Autoria Própria.

O bloco de controle é apresentado pela figura 45 onde temos as variáveis de estado entrando a direita do bloco e as variáveis de controle dos motores saindo a esquerda. Para estratégia de controle faz-se necessário recalculer a matriz \mathbf{P}_k anterior, isto é feito através do atraso unitário abaixo do bloco de controle que fornece a $\mathbf{P}_{(k-1)}$ para o calculo da matriz de ganho do controlador \mathbf{K}_k .

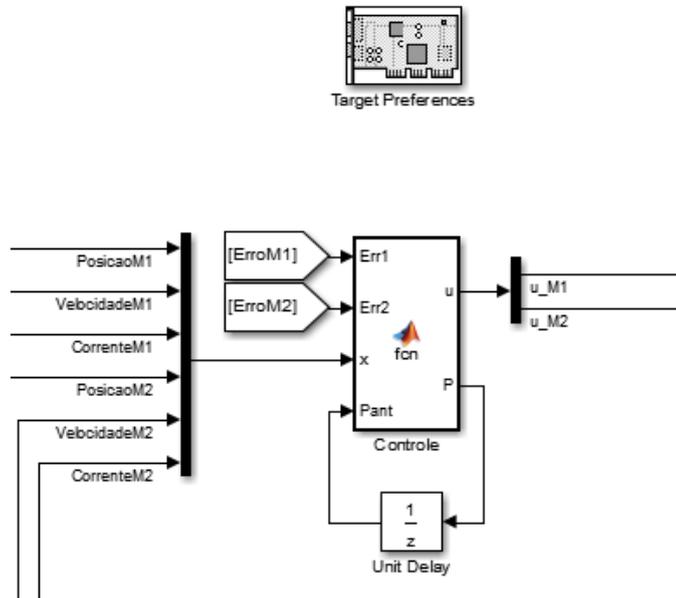


Figura 45 – Diagrama Blocos de Controle no DSP.

Fonte: Autoria Própria.

Como faz-se necessário mensurar as variáveis de estado existentes no microcontrolador, optou-se em exporta-las através de portas PWM do microcontrolador.

Para linearização da saída da porta PWM foi necessário a aplicação de um filtro RC (registivo-capacitivo). A equação que define a frequência de corte do filtro é dada pela equação (6.4);

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} [\text{Hz}] \quad (6.4)$$

onde R é o resistor do filtro e C o valor do capacitor.

Podemos ver a configuração da programação em blocos do DSP para exportar as variáveis de estado através da figura 47.

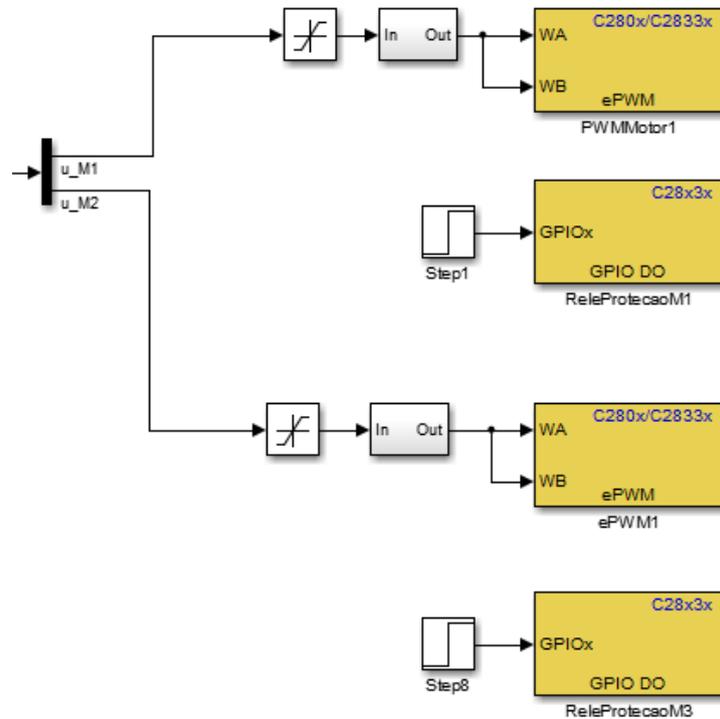


Figura 46 – Programação dos Módulos de Leitura do DSP.

Fonte: Autoria Própria.

5.6 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para o controle de posicionamento dos elos do protótipo serão consideradas as posições dos eixos dos motores θ_{M1} e θ_{M2} . Desta forma, os estados desejáveis vão ser definidos como $\theta_{M1} = x_3^* = \frac{\pi}{3}$, $\dot{\theta}_{M1} = x_4^* = 0$, $\theta_{M2} = x_8^* = \frac{\pi}{2}$, $\dot{\theta}_{M2} = x_9^* = 0$, $\theta_1 = x_1^* = x_1$, $\dot{\theta}_1 = x_2^* = x_2$, $\theta_2 = x_6^* = x_6$, $\dot{\theta}_2 = x_7^* = x_7$, $i_1 = x_5^* = x_5$ e $i_2 = x_{10}^* = x_{10}$.

Na figura 47 pode-se observar o posicionamento dos elos através do posicionamento do eixo do motor.

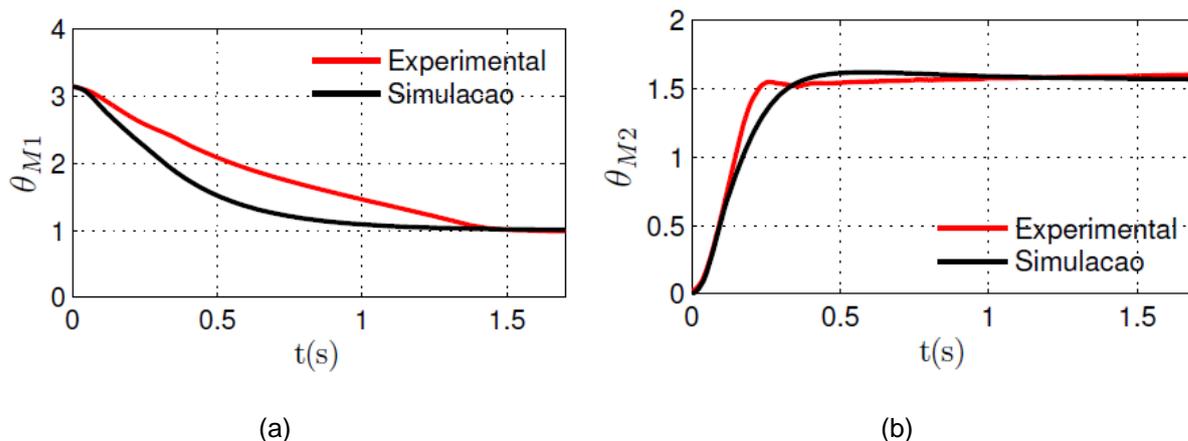


Figura 47 – (a) Deslocamento do motor 1 . (b) Deslocamento do motor 2.

Fonte: Autoria Própria.

Podemos observar na figura 47a que tanto os dados simulados como experimentais posicionaram o elo 1 na posição desejada aproximadamente no mesmo e que existe uma diferença entre o comportamento previsto pela simulação e o comportamento do protótipo, isto deve-se ao fato do protótipo estar sujeito a erros paramétricos e ruídos inerentes da derivação do sinal.

Para o caso do elo 2 é possível observar na figura 47b que a resposta do controle experimental e da simulação posicionam o elo 2 de forma semelhante com pouca diferença entre dados numéricos e experimentais.

As velocidades angulares podem ser observadas na figura 48.

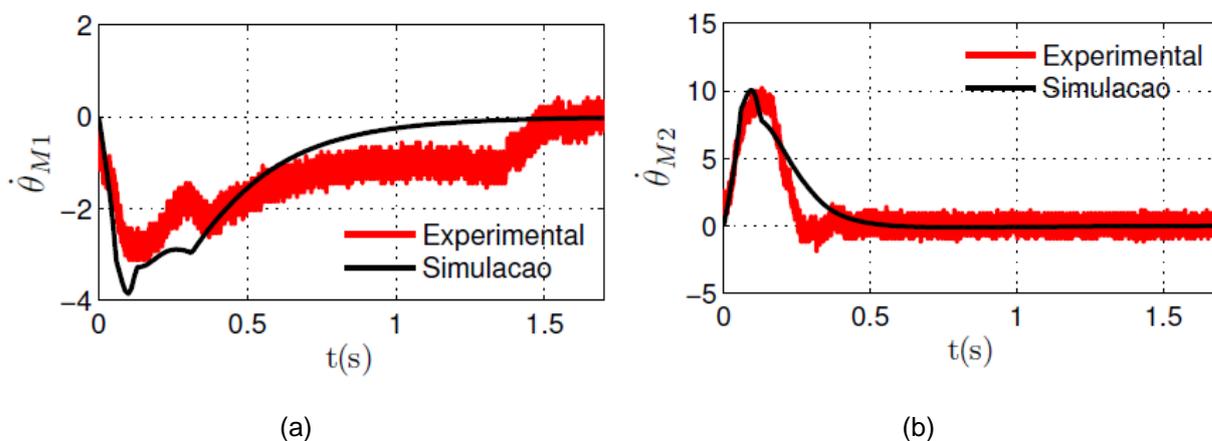


Figura 48 – (a) Velocidade do eixo do motor 1. (b) Velocidade do eixo do motor 2.

Fonte: Autoria Própria

Analisando a figura 48 percebe-se que os dados do experimento possui um ruído o que não ocorre com os dados da simulação numérica. O ruído apresentado

está relacionado ao processo de exportar as variáveis via PWM, para o controle do experimento, o que não ocorre nas simulações numéricas.

O erro de posicionamento é apresentado na figura 49.

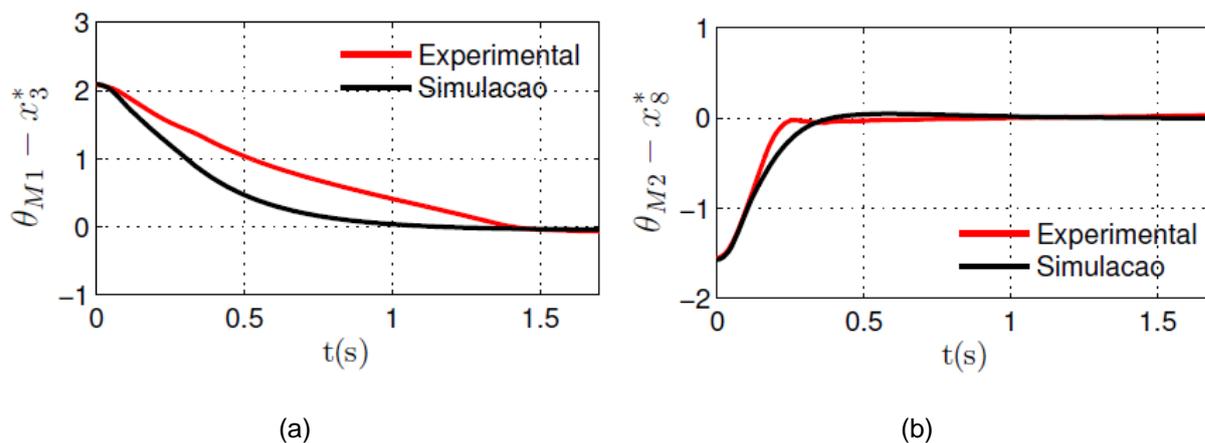
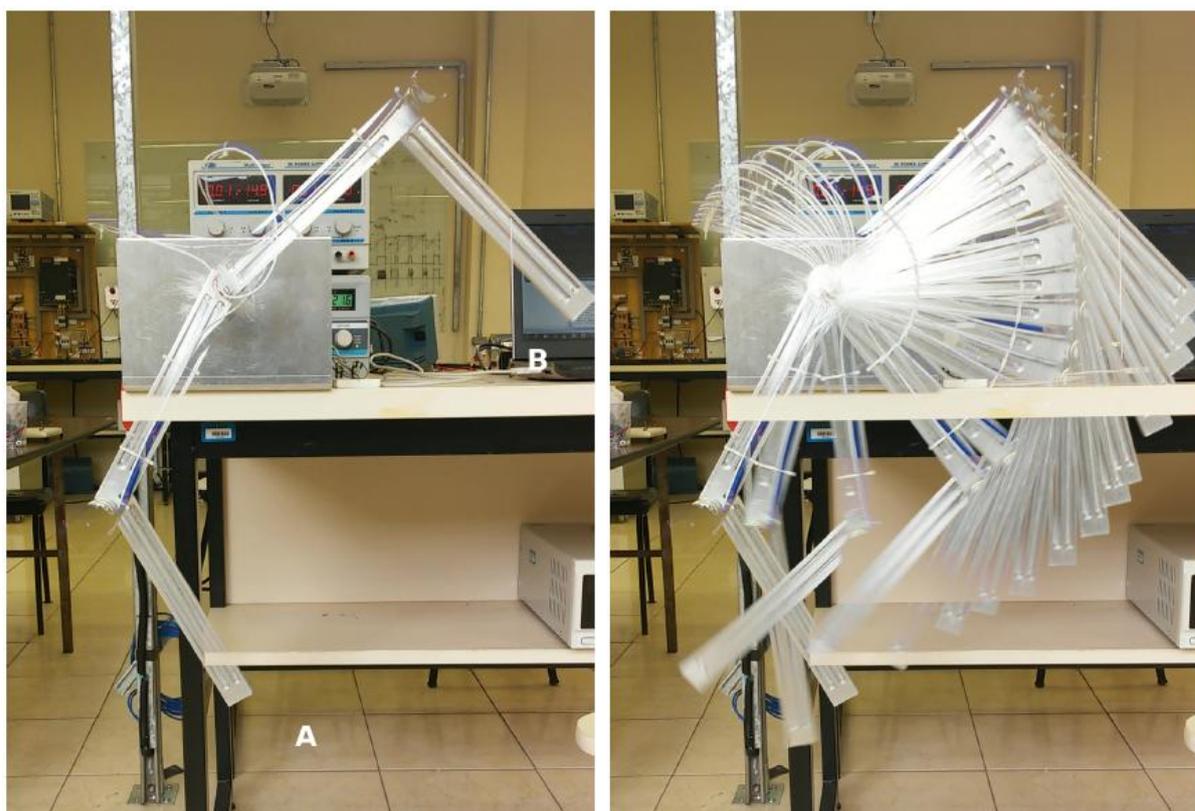


Figura 49 – (a) Erro de posicionamento do Motor 1. (b) Erro de posicionamento do Motor 2.

Fonte: Autoria Própria.

Os resultados apresentados na figura 49 demonstram que o controle proposto é eficiente e que o erro em regime permanente tende a zero.

Para demonstrar a eficiência do controle proposto é apresentado na figura 50 o comportamento do controlador sobre o protótipo do manipulador. Sendo que na figura 50a “A” representa a condição inicial com $\theta_1 = 3.66[\text{rad}]$ e “B” a posição final desejada dada por $\theta_2 = 1.04[\text{rad}]$.



(a)

(b)

Figura 50 – (a) Posições inicial e final do manipulador. (b) Deslocamento do manipulador.

Fonte: Autoria Própria.

A sobreposição das imagens durante o momento do deslocamento dos elos apresentados na figura 50b mostra o comportamento dinâmico do sistema até alcançar a coordenada desejada.

7 CONCLUSÃO

A seguir serão descritas as considerações aos resultados encontrados para cada caso de estudo: aplicação de controle SDRE contínuo para manipulador robótico de dois graus de liberdade com juntas flexíveis e utilizando atuador semipassivo MR, aplicação de controle SDRE contínuo para manipulador robótico de três graus de liberdade com juntas e elos flexíveis e atuador LMF para o elo flexível e por fim, aplicação do controle SDRE discreto para protótipo de manipulador robótico com dois graus de liberdade e juntas flexíveis.

Apesar da eficiência do controle SDRE apresentado no trabalho, é evidente que o resultado do projeto depende não somente da técnica de controle, mas também dos atuadores empregados. Nessa abordagem é possível verificar o ganho significativo pela adição de um dispositivo semipassivo de freio MR na estrutura de manipulador de juntas flexíveis.

Foi demonstrada a aplicação de controle de um manipulador robótico de três graus de liberdade, diferenciando-se da estrutura anterior pelo motivo que o terceiro elo possui características elásticas, sendo assim flexível em sua operação. A simulação de controle através da variação de temperatura no LMF mostrou-se eficiente para estabilização da extremidade da viga flexível. Novamente é demonstrado que a técnica de controle só é eficiente se o sistema se mostra controlável, e a controlabilidade pode ser alcançada com a adição de um novo atuador no sistema.

Por fim, foi apresentada a validação da simulação e aplicação prática do modelo montado do manipulador robótico. Embora o codificador magnético não tenha apresentado resultados satisfatórios para estimar o deslocamento do elo em relação a junta flexível, foi possível demonstrar o resultado satisfatório do controle para o controle aplicado no posicionamento angular do motor. A simulação demonstra que mesmo com o controle apenas no motor, o sistema se mantém estável e a oscilação do elo em relação ao eixo do motor é amortecida e tende a um valor que não diverge do desejado. A diferença entre a simulação e o experimental pode ser explicada pelo fato de não ter-se considerado as características de folgas

no manipulador, que foram observadas no protótipo com relação a folga na caixa de redução do motor.

Sugere-se para trabalhos futuros, a substituição do codificador magnético para leitura do posicionamento do elo por sensores *strain gauges* que possibilitam uma leitura precisa da torção do elo flexível.

O acréscimo de um elo flexível no protótipo é um dos temas a ser abordado em trabalhos futuros, isso possibilita a implementação de atuadores LMF para teste do controle de estabilidade e eliminação de oscilações vindas das características flexíveis do material.

REFERÊNCIAS

ALDROUBI, A.; CABRELLI, C.; MOLTER, U. Optimal non-linear models for sparsity and sampling. **Journal of Fourier Analysis and Applications**, v. 14, n. 5-6, p. 793-812, 2008.

AQUINO, A. S. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. Tese de Doutorado. Universidade Federal da Paraíba. 2011. 117 p.

AVRAAM, M. T. MR-fluid brake design and its application to a portable muscular rehabilitation device. **Doktora Tezi, Université Libre De Bruxelles, Faculté De Sciences Appliquées**, 2009.

AUSTRIA MICRO SYSTEM. AS5045 12 bit Programmable Magnetic Rotary Encoder User's Guide. **Austria Micro System**. 2010.

BALTHAZAR, J. M.; BASSINELLO, D. G.; TUSSET, A. M.; BUENO, Á. M.; DE PONTES JUNIOR, B. R. Nonlinear control in an electromechanical transducer with chaotic behaviour. **Meccanica**, v. 49, n. 8, p. 1859-1867, 2014.

BEEKMANN, R. W.; LEE, K. Y. Nonlinear robotic control including drive motor interactions. In: **American Control Conference, 1988**. IEEE, 1988. p. 1333-1338.

DOMINGUEZ-NUNEZ, L. A.; SILVA-NAVARRO, G. A Positive Position Feedback control scheme for semiactive balancing compensation using a Squeeze Film Damper with MR Fluid and centering rubber seals. In: **Proceedings of the 20th International Congress on Sound and Vibration (ICSV20), The International Institute of Acoustics and Vibration (IIAV), Bangkok, Thailand**. 2013. p. 1-8.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. Pearson, 1998.

DWIVEDY, S. K.; EBERHARD, P. Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. **Mechanism and machine theory**, v. 41, n. 7, p. 749-777, 2006.

ELANAYAR, V. T.; SHIN, Y. C. Radial basis function neural network for approximation and estimation of nonlinear stochastic dynamic systems. **Neural Networks, IEEE Transactions on**, v. 5, n. 4, p. 594-603, 1994.

FALK, F. Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys. **Acta Metallurgica**, v. 28, n. 12, p. 1773-1780, 1980.

FENILI, A.; BALTHAZAR, J. M. The rigid-flexible nonlinear robotic manipulator: Modeling and control. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 16, n. 5, p. 2332-2341, 2011.

FENILI, A. **Modelagem matemática e análise dos comportamentos ideal e não ideal de estruturas flexíveis de rastreamento**. Tese de Doutorado. Universidade

Estadual de Campinas (UNICAMP). Faculdade de Engenharia Mecânica. 2000. 384 p.

GHORBEL, F.; HUNG, J. Y.; SPONG, M. W. Adaptive control of flexible-joint manipulators. **Control Systems Magazine, IEEE**, v. 9, n. 7, p. 9-13, 1989.

GOMIDE, F. A. Redes neurais artificiais para engenharia e ciências aplicadas: curso prático. **Sba Controle & Automação**, Campinas, v. 23, n. 5, p. 649-652, Oct. 2012

GONENC, B.; GUROCAK, H. Virtual needle insertion with haptic feedback using a hybrid actuator with DC servomotor and MR-brake with Hall-effect sensor. **Mechatronics**, v. 22, n. 8, p. 1161-1176, 2012.

HANNEN, J. C.; CREWS, J. H.; BUCKNER, G. D. Indirect intelligent sliding mode control of a shape memory alloy actuated flexible beam using hysteretic recurrent neural networks. **Smart Materials and Structures**, v. 21, n. 8, p. 085015, 2012.

ICHIKAWA, A.; FURUTA, K. **Advances in Control Education 1994**. Elsevier, 2014.

TEXAS INSTRUMENTS, Texas. Texas Instrument TMS320x2833x, 2823x Enhanced Quadrature Encoder Pulse (eQEP)Module User's Guide. **Texas Instrument**, 2008.

JABLONSKI, R.; TURKOWSKI, M.; SZEWCZYK, R. **Recent advances in mechatronics**. Springer Science & Business Media, 2007.

JANZEN, F. C. ; TUSSET, A. M. ; PICCIRILLO, V. ; BALTHAZAR, J. M. ; SILVEIRA, M. ; PONTES JR, B.R. . Control of Slewing Motions of Flexible Structures using Shape Memory Alloy actuators. In: **IMECE 2014- ASME 2014 International Mechanical Engineering Congress & Exposition**, 2014, Montreal. ASME, 2014, 2014. p. 1-10.

KNIERIM, K. L.; GRUHLER, M.; SAWODNY, O. Modeling of the Rotational Dynamics of a Flexible Manipulator Using FMBS to Derive a Linear Parameter Varying System. In: **ASME 2012 International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. American Society of Mechanical Engineers, 2012. p. 1105-1113.

KORAYEM, M. H.; RAHIMI, H. N. Nonlinear dynamic analysis for elastic robotic arms. **Frontiers of Mechanical Engineering**, v. 6, n. 2, p. 219-228, 2011.

KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D.; PEKAREK, S. **Analysis of electric machinery and drive systems**. John Wiley & Sons, 2013.

LEWIS, F. L.; DAWSON, D. M.; ABDALLAH, C. T. **Robot manipulator control: theory and practice**. CRC Press, 2003. ISBN 0824740726.

LOOKHEED MARTIN COMPANY. **SMA-Based Actuation Systems**. Disponível em <http://www.continuum-dynamics.com/solution-ae-sma.html>. Acesso em: 20 de nov. 2014.

LUBLIN, L.; ATHANS, M. Linear quadratic regulator control. **The control handbook**, p. 635-650, 1996.

NOKLEBY, S. B. **Singularity analysis of the Canadarm2**. Mechanism and machine theory, v. 42, n. 4, p. 442-454, 2007.

OGATA, K. Discrete-time control systems. **Automatica**, v. 33, n. 12, p. 2281-2282, 1997.

OGATA, K. Engenharia de Controle Moderno, tradução Paulo Álvaro Maya; Revisão Técnica Fabrizio Leonardi. **São Paulo: Prentice Hall**, v. 12, p. 15-17, 2003.

OH, J. S.; CHOI, S. H.; CHOI, S. B. Design of a 4-DOF MR haptic master for application to robot surgery: virtual environment work. **Smart Materials and Structures**, v. 23, n. 9, p. 095032, 2014.

PICCIRILLO, V.; BALTHAZAR, J. M.; PONTES, B. J.; FELIX, J. L. P. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control: Part I: Ideal energy source. **Nonlinear Dynamics**, v. 55, n. 1-2, p. 139-149, 2009.

RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. Pearson Prentice Hall, 2009.

REIS, R. P. B.; SOUTO, C. D. R.; ARAÚJO, C. J.; SILVA, A. A.; DA SILVA, E. P. Vibration attenuation in an epoxy smart composite beam with embedded NiTi shape memory wires. In: **Materials Science Forum**. 2010. p. 7-13.

SAVI, M.A.; PACHECO, P. M. C. L.; BRAGA, A. M. B., **Chaos in a shape memory two-bars truss**. International Journal of Non-Linear Mechanics, Vol.37, p. 1387-1395, 2002

SAYYAADI, H.; ZAKERZADEH, M. R. Nonlinear analysis of a flexible beam actuated by a couple of active SMA wire actuators. **International Journal of Engineering**, v. 25, n. 3, p. 249-264, 2012.

SENKAL, D.; GUROCAK, H. Serpentine flux path for high torque MRF brakes in haptics applications. **Mechatronics**, v. 20, n. 3, p. 377-383, 2010.

THANH, T. D. C.; AHN, K. K. Nonlinear PID control to improve the control performance of 2 axes pneumatic artificial muscle manipulator using neural network. **Mechatronics**, v. 16, n. 9, p. 577-587, 2006.

TUSSET, A. M. **Controle ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico**. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2008. 156 p.

TUSSET, A. M.; BALTHAZAR, J. M.; BASSINELLO, D. G.; PONTES JR, B. R.; FELIX, J. L. P. Statements on chaos control designs, including a fractional order dynamical system, applied to a "MEMS" comb-drive actuator. **Nonlinear Dynamics**, v. 69, n. 4, p. 1837-1857, 2012.

TUSSET, A. M.; LENZ, W. B.; PICCIRILLO, V.; MARQUES, C. E.; BALTHAZAR, J. M. Control of An Electromechanical Pendulum Embarked With Magnetorheological Fluid. In: **COBEM** 2013. 22nd International Congress of Mechanical Engineering. v. 22, p. 2080-2088, 2013a.

TUSSET, A. M.; BUENO, Á. M.; NASCIMENTO, C. B.; DOS SANTOS, K. M.; BALTHAZAR, J. M. Nonlinear state estimation and control for chaos suppression in MEMS resonator. **Shock and Vibration**, v. 20, n. 4, p. 749-761, 2013b.

WANG, Y.; MAI, T.; MAO, J. Adaptive motion/force control strategy for non-holonomic mobile manipulator robot using recurrent fuzzy wavelet neural networks. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 34, p. 137-153, 2014.

APÊNDICE A - SÚMULA CURRICULAR

TRABALHOS PUBLICADOS EM PERIÓDICO INTERNACIONAL COM ARBITRAGEM.

1. LIMA, J. J. ; TUSSET, A. M. ; JANZEN, F. C. ; PICCIRILLO, V. ; NASCIMENTO, C. B. ; BALTHAZAR, J. M. ; BRASIL, R. M. L. R. F. Nonlinear state estimation and control applied to a manipulator robotic including drive motor. **Mathematics in Engineering, Science and Aerospace**: the transdisciplinary international journal, v. 5, p. 413-425, 2014.

2. TUSSET, A. M. ; PICCIRILLO, V. ; JANZEN, F. C. ; LENZ, W. B. ; LIMA, J. J. ; BALTHAZAR, J. M. ; BRASIL, R. M. L. R. F. Suppression of vibrations in a nonlinear half-car model using a magneto-rheological damper. **Mathematics in Engineering, Science and Aerospace**: the transdisciplinary international journal, v. 5, p. 427-443, 2014.

TRABALHOS PUBLICADOS EM EVENTO INTERNACIONAL COM ARBITRAGEM.

1. LIMA, J. J. ; TUSSET, A. M. ; JANZEN, F. C. ; PICCIRILLO, V. ; NASCIMENTO, C. B. ; BALTHAZAR, J. M. ; BRASIL, R. M. L. R. F. Position And Vibration Control of Flexible Robots Using Shape Memory Alloys. In: **Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2014, Fortaleza. XXXV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, 2014. v. 2014.

2. LIMA, J. J. ; TUSSET, A. M.; JANZEN, F. C.; PICCIRILLO, V. ; NASCIMENTO, C. B. ; BALTHAZAR, J. M.; BRASIL, R. M. L. R. F. SDRE control strategy applied to a nonlinear robotic including drive motor. In: 10TH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL PROBLEMS IN ENGINEERING, **AEROSPACE AND SCIENCES**: ICNPAA 2014, 2014, Narvik. p. 565.

APÊNDICE B - ESQUEMÁTICO DOS CIRCUITOS

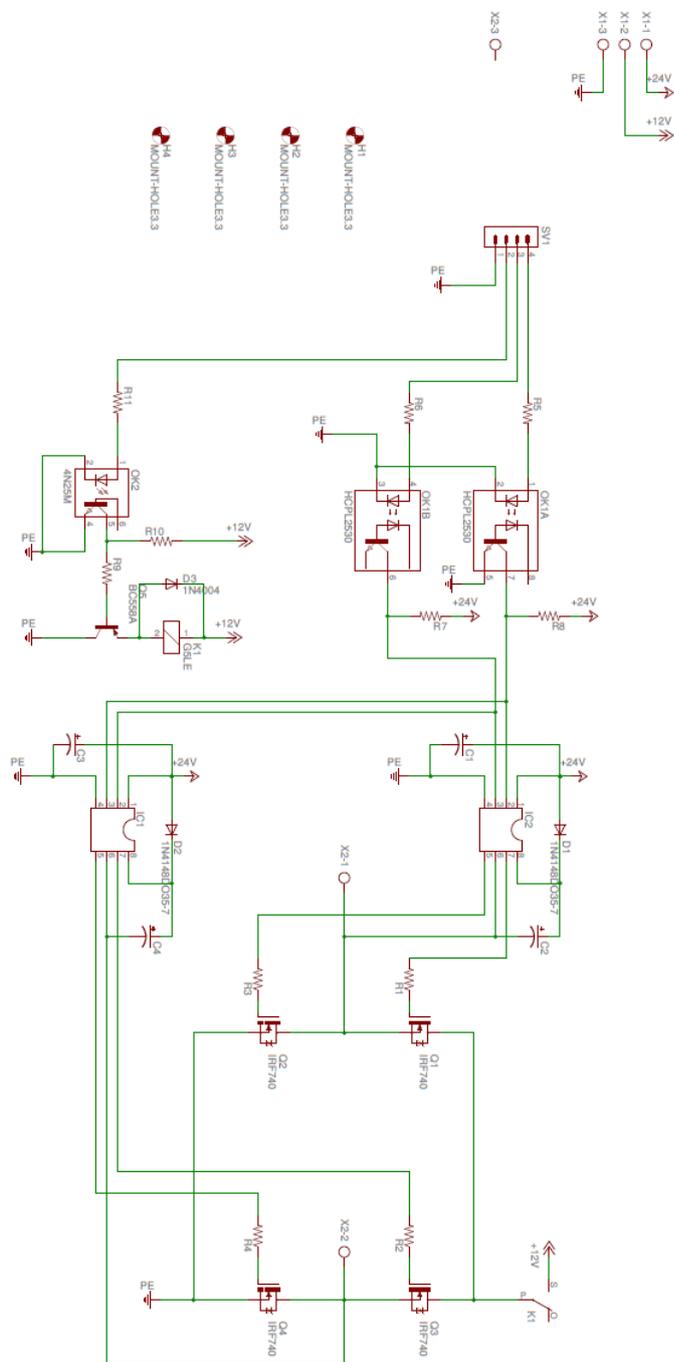


Figura 51 – Circuito de acionamento motor.

Fonte: Autoria Própria.

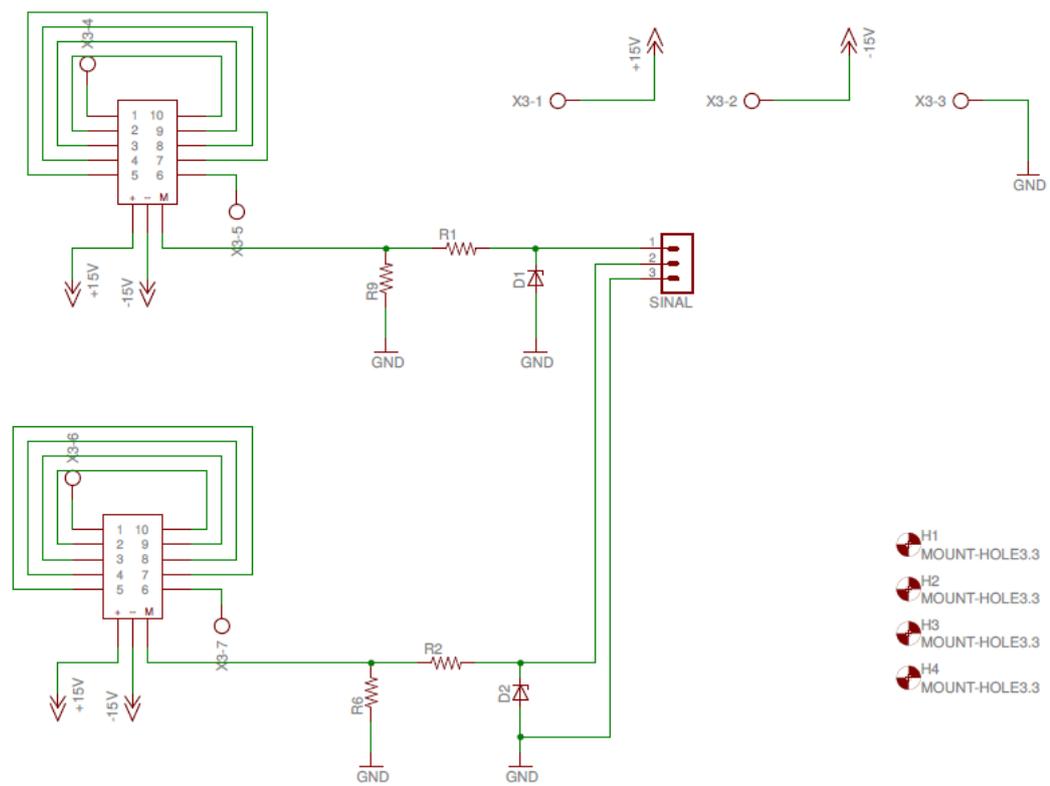


Figura 52 – Circuito do sensor de corrente.

Fonte: Autoria Própria.