

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA**  
**ENGENHARIA ELETRÔNICA**

**RUAHN FUSER**

**PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS SUJEITO A FALHAS  
NO ATUADOR: UMA APLICAÇÃO AO CONVERSOR *BUCK-BOOST***

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**TOLEDO**

**2014**

**RUAHN FUSER**

**PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS SUJEITO A FALHAS  
NO ATUADOR: UMA APLICAÇÃO AO CONVERSOR *BUCK-BOOST***

Trabalho de conclusão de curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Eletrônica, da coordenação de Engenharia Eletrônica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Rodrigo da Ponte Caun

**TOLEDO**

**2014**



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Ponta Grossa

Nome da Diretoria  
Nome da Coordenação  
Nome do Curso



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

PROJETO DE CONTROLADORES ROBUSTOS SUJEITO A FALHAS NO  
ATUADOR: UMA APLICAÇÃO AO CONVERSOR *BUCK-BOOST*

por

RUAHN FUSER

Este trabalho de conclusão de curso foi apresentado(a) em 05 de agosto de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Eletrônica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Rodrigo da Ponte Caun  
Prof. Orientador

---

José Dolores Vergara Dietrich  
Membro titular

---

Felipe Walter Dafico Pprime  
Membro titular

Dedico este trabalho à minha família, pelo enorme apoio no decorrer desta graduação.

## **AGRADECIMENTOS**

Acima de tudo, agradeço aos meus pais, Edir Braz Fuzer e Rosangela Aparecida BerthaFuzer, pelo apoio, incentivo, carinho, confiança e principalmente pela educação e exemplo que me deram. Vocês são meus heróis, obrigado.

Ao meu irmão, HobwanFuzer, que sempre está do meu lado me defendendo e muitas vezes me ajudando a ser cada vez melhor.

À minha avó, Ivanir Braz Fuzer pela presença em toda minha formação, pelos conselhos e por sempre confiar na minha competência.

À minha namorada e, acima de tudo, amiga, Jéssica dos Santos Hotz, pela compreensão, parceria, cumplicidade, por me dar forças sempre que necessário, pelos bons conselhos e por acreditar em mim nos momentos que nem eu acreditava.

Aos meus amigos, pelos momentos de lazer e descontração.

Ao meu orientador, Rodrigo da Ponte Caun, por me guiar no desenvolvimento deste trabalho bem como me proporcionar meios para a realização do mesmo.

Por fim, agradeço aos colegas que fizeram parte de toda minha graduação, principalmente ao Juliano da Rocha Queiroz, Anderson Carlos Woss e Lucas Felipe Rockenbach com quem partilhei inúmeras madrugadas de estudo, preocupações, ansiedades, triunfos, alegrias, conhecimentos e amizade. Eu devo grande parte desta conquista a vocês.

“Dubito, ergo cogito, ergo sum.”

(Descartes, R., 1637)

## RESUMO

FUSER, Ruahn. **Projeto de controladores robustos sujeito a falhas no atuador: Uma aplicação ao conversor *Buck-Boost***. 2014. 57 folhas. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2014.

Os conversores cc-cc têm por finalidade controlar o fluxo de potência de uma fonte de entrada para uma fonte de saída. Para tal, utiliza-se circuitos compostos por interruptores e outros elementos passivos que, por sua vez, caracterizam o modelo matemático do sistema. Neste trabalho, será proposto o estudo do conversor *Buck-Boost*, objetivando através da modelagem matemática em espaço de estados a análise de sua resposta em regime permanente após a simulação de um canal de falha do controlador. Desta forma, será obtido um sistema incerto do tipo politópico, que será composto pelos seguintes parâmetros incertos: suposição de falha no atuador e razão cíclica de chaveamento. A estabilidade robusta para este sistema será garantida através do teorema de estabilidade de Aleksandr Lyapunov que, por sua vez, depende de parâmetros obtidos de um conjunto de desigualdades matriciais lineares denominados LMIs, cuja solução numérica será o valor do ganho de realimentação de estados que atenda as especificações impostas ao sistema. O circuito eletrônico em malha fechada descrito anteriormente será simulado através da ferramenta computacional de simulação eletrônica para verificar o comportamento do conversor e do controlador projetado.

**Palavras-chave:** Falha no atuador. Estabilidade de Aleksandr Lyapunov. Conversor *Buck-Boost*. Desigualdades Matriciais Lineares.

## ABSTRACT

FUSER, Ruahn. **Design of robust controllers subject to actuators failure: An application to the Buck-Boost converter.**2014. 57 pages. Completion of course work–Federal University of Technology - Paraná. Toledo, 2014.

The dc-dc converters are designed to control the power flow from an input source to an output source. For such proposal, composed circuit of switches and other passive elements were used, which by their turn, characterize the system mathematical model. For this essay, Buck-Boost converter study will be proposed, aiming for the analysis of its response in steady regimen after the simulation of a channel controller failure, through mathematical modeling in spaces state. This way, an uncertain polytopic type system will be obtained, which will consist on the following uncertain parameters: actuator failure assumption and duty-cycle switching. The robust stability for this system will be granted by the theorem of Aleksandr Lyapunov that, in its turn, depends on parameters obtained from a set of linear matrix inequalities (LMIs), which sets the state feedback gain value that answers for the specifications imposed on the system. The closed loop electronic circuit described above will be simulated through electronic simulation computational tool PSIM to verify the converter behavior and the designed controller.

**Keywords:** Actuator failures. Aleksandr Lyapunov Stability. Buck-Boost converter. Linear Matrix Inequalities.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 5.1 - Conversor cc-cc <i>Buck - Boost</i> .....	20
Figura 5.2 – Modos de operação do conversor cc-cc (a) Condução contínua (b) Condução descontínua. ....	22
Figura 5.3– <i>Modulação por Largura de Pulso</i> . ....	23
Figura 5.4– Circuito eletrônico do PWM.....	24
Figura 5.5 - Malha de controle no domínio da frequência. ....	24
Figura 6.1– Circuito simulado do <i>chopper Buck-Boost</i> .....	30
Figura 6.2 - Tensão na carga. ....	31
Figura 6.3 - Corrente no indutor. ....	31
Figura 6.4 – Ripple de corrente no indutor. ....	32
Figura 6.5 – Ripple da tensão de carga. ....	32
Figura 6.6 - Potência na carga. ....	33
Figura 6.7 - Modelo ideal do circuito conversor <i>Buck-Boost</i> . ....	33
Figura 6.8 - Modelo do conversor com a chave em seu ciclo fechado.....	34
Figura 6.9 - Modelo do conversor com a chave em seu ciclo aberto. ....	35
Figura 6.10 – Representação do politopo. ....	42
Figura 6.11 - Circuito de controle por realimentação de estados. ....	43
Figura 6.12 - Circuito analógico do controle em realimentação de estados. (a) Circuito subtrator e simulador de falhas, (b) Circuito somador.....	44
Figura 6.13–Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ sem aplicação de falhas. ....	45
Figura 6.14–Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ aplicando a falha em $t = 2s$ . ....	45
Figura 6.15 – Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ aplicando a falha em $t = 0s$ . ....	46
Figura 6.16 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K_{falha}$ sem aplicação de falhas. ....	47
Figura 6.17 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K_{falha}$ aplicando a falha em $t = 0s$ . ....	47
Figura 6.18 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K_{falha}$ aplicando a falha em $t = 2s$ . ....	47
Figura 6.19 - Circuito para simulações em software matemático. ....	48
Figura 6.20 - Simulação relacionada ao ganho $K_{falha}$ sem aplicação de falhas. ....	49
Figura 6.21 - Simulação de falha em 30% para $t = 0s$ relacionada ao ganho $K_{falha}$ . ....	49
Figura 6.22 - Simulação de falha em 30% para $t = 2s$ relacionada ao ganho $K_{falha}$ . ....	49
Figura 6.23 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ (Vértices $\Omega_1, \Omega_3$ ). ....	51
Figura 6.24 – Tensão de saída relacionada ao ganho $K_{falha}$ (Vértices $\Omega_1, \Omega_3$ ). ....	52
Figura 6.25 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ (Vértices $\Omega_2, \Omega_4$ ). ....	52
Figura 6.26 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K_{falha}$ (Vértices $\Omega_2, \Omega_4$ ). ....	52

Figura 6.27 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ (azul) e $K_{falha}$ (vermelho) (Vértices $\Omega_2, \Omega_4$ ). .....	53
Figura 6.28 - Tensão de saída relacionada ao ganho $K$ (azul) e $K_{falha}$ (vermelho) (Vértices $\Omega_1, \Omega_3$ ). .....	54

## LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Parâmetros para projeto do conversor. ....	29
---	----

## LISTA DE SIGLAS

CC	Corrente Contínua
LMI	Linear Matrix Inequalities
PWM	Pulse Width Modulation
LTI	Linear Time-Invariant
EDO	Equações Diferenciais Ordinárias

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>2 PROBLEMAS E PREMISSAS</b> .....	<b>16</b>
<b>3 OBJETIVOS</b> .....	<b>17</b>
3.1 OBJETIVO GERAL .....	17
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	17
<b>4 JUSTIFICATIVA</b> .....	<b>18</b>
<b>5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>19</b>
5.1 CONVERSORES CONTROLADOS CC-CC: TOPOLOGIA <i>BUCK-BOOST</i> .....	19
5.1.1 Técnicas de controle clássico aplicado a conversores .....	22
5.2 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES .....	24
5.3 TEORIA DA ESTABILIDADE DE LYAPUNOV.....	26
5.3.1 Estabilidade quadrática para sistemas contínuos e incertos .....	27
<b>6 CONVERSOR <i>BUCK-BOOST</i></b> .....	<b>29</b>
6.1 PROJETO DO CONVERSOR.....	29
6.1.1 Modelagem matemática em espaço de estados.....	33
6.2 PROJETO DO CONTROLADOR ROBUSTO .....	39
6.2.1 Análise de estabilidade em malha aberta .....	39
6.2.2 Projeto da lei de controle de realimentação de estados .....	40
6.2.3 Projeto do ganho do controlador <i>Kfalha</i> .....	41
6.3 SINTETIZE DO CONTROLADOR EM CIRCUITO ELETRÔNICO.....	43
6.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	45
<b>7 CONCLUSÃO</b> .....	<b>55</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>56</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nos anos 60, impulsionado pelos programas espaciais, surge a necessidade de reduzir o consumo de potência em circuitos eletrônicos utilizados para sistemas de condicionamento de energia elétrica, levando ao desenvolvimento da eletrônica de potência, e, em especial, aos conversores controlados. Dentre as características mais notáveis destes sistemas pode-se citar a operação em regiões lineares e a utilização de chaveamento por meio de interruptores principais controlados que gerenciam a quantidade de energia transferida entre entrada e saída.

Os conversores CC-CC, conhecidos na literatura como *choppers*, fazem parte desta família de conversores controlados, cujo propósito é obter uma tensão CC ajustável a partir de uma fonte de tensão CC invariável. O valor da tensão de saída de um *chopper* depende diretamente da proporção de tempo em que a saída permanece ligada à entrada (AHMED, ASHFAQ et al. 2000), empregando para o chaveamento a Modulação por Largura de Pulso (do inglês, *Pulse-Width Modulation* – PWM).

Dentre as diversas topologias de conversores CC-CC definem-se as estruturas clássicas, sendo: *chopper Buck* (ou *step down*), que possui a característica de reduzir a tensão de entrada; *chopper Boost* (ou *step up*), que possui a característica de elevar a tensão de entrada; e o *chopper Buck-Boost*, que possui as seguintes características: (a) redução ou elevação da tensão de entrada conforme a razão cíclica imposta ao interruptor eletrônico principal; (b) Neste caso, utiliza-se de uma configuração do *Buck-Boost* que possui inversão na polaridade da tensão de saída do circuito não isolado, implicando em um pequeno obstáculo no desenvolvimento de controladores; (c) facilidade de introdução de isolamento entre entrada e saída; (d) sobre corrente e curto-circuito controlados pelo interruptor principal (POMILIO, J. A. et al. 2007).

Inerente ao funcionamento dos conversores controlados, a saída é regulada através de uma malha de controle que permita a estabilidade em malha fechada, de modo a contribuir com a autorregulação dos níveis de tensão para determinadas condições de projeto, tais como flutuações de tensão de entrada, especificações de performance, etc. Atualmente, utiliza-se a teoria de Aleksandr Lyapunov que propõe condições necessárias e suficientes para garantir um sistema globalmente e quadraticamente estável. As soluções a serem obtidas envolvem o uso de

ferramental diverso, como por exemplo, problemas de otimização, equação de Riccati, entre outras, que impõe o uso de pacotes computacionais eficientes de forma a realizar a busca para as soluções dos mais diversos problemas de controle. Neste contexto, as Desigualdades Matriciais Lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* - LMIs) se tornaram uma excelente ferramenta em problemas de análise, *performance* e síntese de sistemas lineares determinísticos ou incertos. Ao que se refere às incertezas, pode-se dizer que são consequências tanto naturais quanto decorrentes de projetos, tais como, ruídos, linearização, modelagens matemáticas, aspectos físicos reais dos componentes, dentre outros (TROFINO, et al. 2000).

Adicionalmente, de forma a garantir robustez ao sistema, pesquisas recentes apresentam resultados envolvendo projeto de controladores sujeito a falhas. Na maioria dos casos em estudo, recorre-se ao projeto de controladores de forma a obter resultados com comportamento localmente estável, apresentando, portanto, robustez contra as incertezas e atendendo as especificações de projeto imposta a operação do sistema (ASSUNÇÃO, et al. 2009; FARIA, et al. 2009; MANESCO, et al. 2013; BUZACHERO, et al. 2010).

Define-se assim, como objetivo deste trabalho, o projeto do conversor CC-CC *Buck-Boost* autorregulado por uma malha de controle analógica sujeito a falhas nos atuadores. Para este fim, serão utilizados os conceitos de equação em espaço de estado considerando incertezas do tipo politópica e a teoria de estabilidade de Lyapunov associadas a projeto de controladores com a formulação em LMI de forma a exprimir a solução do problema em questão.

## 2 PROBLEMAS E PREMISSAS

No âmbito da eletrônica de potência vem sendo realizado estudos significativos no que se diz respeito a conversores de energia, com o propósito de obter sistemas cada vez mais confiáveis. No entanto, para que um conversor controlado seja confiável a regulação da tensão de saída deve manter-se independente de quaisquer que sejam as variações no sistema, necessitando assim de um controlador que atenda a estas especificações.

A fim de obter a regulação da saída desejada, deve-se proceder à modelagem matemática do conversor através de seu modelo médio, que pode apresentar não-linearidades. Assim, a utilização dos métodos clássicos de controle não transmite confiabilidade de operação para os sistemas descritos anteriormente. Adicionalmente, torna-se interessante a aplicação de novas técnicas de controle que permitam considerar as incertezas oriundas dos conversores chaveados, podendo assim desenvolver um sistema de controle que seja robusto, principalmente no que se refere a falhas em atuadores.

Para isso, a proposta sugerida consiste em criar um sistema de autorregulação para o conversor *Buck-Boost* utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov via formulação em LMI que permita tratar as incertezas referentes a falhas no atuador, possibilitando assim a obtenção de um controlador robusto aplicável, que requer a utilização da equação em espaço de estado, bem como a descrição das incertezas a serem utilizadas (BISHOP, *et al.* 2009).



### 3 OBJETIVOS

#### 3.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho objetiva o projeto de um controlador robusto sujeito a falhas em atuadores aplicado ao *chopper Buck-Boost*. Para tanto, será utilizado à formulação em LMI da teoria de Lyapunov de modo a garantir a estabilidade e atender às especificações de operação do sistema dinâmico incerto em estudo.

#### 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ❖ Revisão bibliográfica completa envolvendo: (a) conversores controlados e técnicas tradicionais de aplicação de controle; (b) teoria de Lyapunov; (c) estudos específicos em LMI;
- ❖ Projetar um *chopper Buck-Boost* de forma a atender requisitos específicos de operação sob carga;
- ❖ Obter o modelo matemático do *chopper Buck-Boost* em equações de espaço de estados;
- ❖ Projetar um controlador que seja robusto a falhas no atuador utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov via formulação LMI;
- ❖ Análise e desenvolvimento do circuito eletrônico da malha de controle;
- ❖ Realizar a simulação do conversor autorregulado através da ferramenta computacional de simulação eletrônica a fim de verificar o comportamento do conversor cc-cc em malha fechada.

#### 4 JUSTIFICATIVA

Nas últimas décadas pode-se presenciar o grande avanço que a eletrônica obteve junto aos sistemas de automação e controle na engenharia. De forma a acompanhar estes avanços é necessário a criação de novos recursos, partindo do pressuposto que as novas técnicas de controle robusto não estão inteiramente difundidas na área industrial, o que as torna, assim, uma ferramenta de grande importância para o engenheiro de controle e automação.

Pode-se citar também a necessidade da compactação dos componentes eletrônicos e a importância da confiabilidade em âmbito industrial, fato este relacionado à utilização de fontes chaveadas em sistemas autorreguladores.

Deve-se levar em consideração ainda que conversores do tipo chaveados são, por sua vez, a tendência da compactação de sistemas para regulação de tensão como carregamento de baterias, freios regenerativos de motores CC, sistemas de iluminação, computadores, sistemas médicos, entre outros.

## 5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inicialmente, será realizado um acato geral das teorias a serem utilizadas durante o desenvolvimento deste trabalho, focando em alguns assuntos relevantes para a concretização do objetivo geral.

### 5.1 CONVERSORES CONTROLADOS CC-CC: TOPOLOGIA *BUCK-BOOST*

Dentre as diversas topologias de conversores existentes na eletrônica de potência, este trabalho contemplará o estudo do conversor cc-cc *Buck-Boost*, também conhecido na literatura como *chopper Buck-Boost*.

Esta topologia de conversores permite que se obtenha, a partir de uma fonte de tensão invariável e contínua na entrada, uma saída de tensão variável e também contínua, porém, com polaridade invertida.

O princípio básico de funcionamento dos conversores chaveados é a utilização do componente interruptor principal controlado, que pode ser transistores (BPTs, MOSFETs, IGBTs), tiristores, entre outros. Este componente eletrônico compete ao conversor sua regulação por chaveamento, ou seja, a tensão de saída é determinada devido ao período em que o interruptor permanece fechado, o que corresponde a sua razão cíclica (do inglês, *duty cycle*).

A principal vantagem dos conversores chaveados está associada ao funcionamento do interruptor principal, mais especificamente na dissipação de potência neste dispositivo. Desta forma, considerando um dispositivo interruptor ideal, quando operando como chave fechada, haverá fluxo de corrente pelo componente, porém não haverá queda de tensão e assim a potência dissipada será zero. Equivalentemente, quando o dispositivo está operando como chave aberta, não haverá fluxo de corrente o que leva novamente ao valor nulo de dissipação de potência. Portanto, pode-se considerar que a potência dissipada pelo dispositivo interruptor, sendo este ideal, é zero.

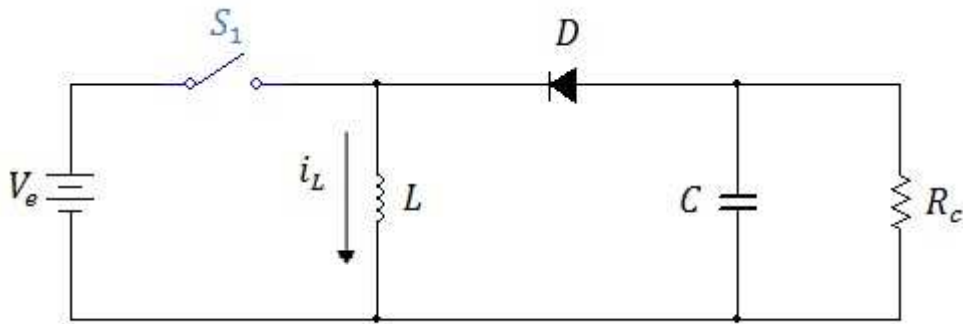


Figura 5.1 - Conversor cc-cc *Buck - Boost*.

Considere agora o circuito da Figura 5.1. Em projetos de conversores cc-cc *Buck-Boost* é necessário saber a tensão que será aplicada à entrada  $V_e$ , a frequência de chaveamento ( $f$ ) que será imposta ao dispositivo interruptor, bem como a tensão sobre a carga  $R_c$ . Dentre os diversos trabalhos que descrevem o projeto deste conversor, por exemplo, (Erikson e Maksimovic, 2004; Rashid, 2001), observa-se que é fundamental a aplicação de algumas equações que serão apresentadas para o desenvolvimento deste projeto. Inicialmente, para obter o *duty cycle* ao qual o conversor irá operar utiliza-se:

$$D = \frac{V_o}{V_o - V_e} \quad (5.1)$$

sendo  $V_o$  a tensão de saída do conversor. Posteriormente, é calculada a mínima indutância necessária para manter o sistema operando em modo de condução contínuo, dada por:

$$L_{min} = \frac{(1 - D)^2 R_c}{2f} \quad (5.2)$$

Desta forma, é necessário um indutor que apresente um valor superior ao calculado na equação (5.2) para que haja garantia que o conversor opere em modo de condução contínua. Sendo assim, sabendo que a variação de corrente no indutor é diretamente afetada pelo valor da indutância, admite-se a ondulação (do inglês, *ripple*) de corrente no indutor desejado ( $I_r$ ), podendo assim obter uma boa aproximação por:

$$L = \frac{V_e D}{I_r f} \quad (5.3)$$

Por fim, para calcular o valor do capacitor é necessário especificar um valor desejado do *ripple* da tensão de saída ( $V_r$ ). Assim, o cálculo do valor mínimo da capacitância que leva o conversor a operar sob tal ondulação é obtido por:

$$C_{min} = \frac{V_o D}{V_r R_c f} \quad (5.4)$$

Após o cálculo de todos os componentes do circuito de potência do conversor, é escolhido o dispositivo interruptor e o diodo a partir da tensão de bloqueio que estão submetidos quando operando como chave aberta, a frequência de chaveamento, bem como a corrente média e eficaz quando os mesmos estão em condução.

É importante observar ainda que o modo de operação do *chopper Buck-Boost* pode ser tanto contínuo quanto descontínuo. No modo de condução contínuo a corrente no indutor apresenta um valor não nulo no período em que o interruptor está aberto. Por outro lado, no modo de condução descontínuo a corrente fornecida no indutor apresenta um período cujo valor permanece em zero, instante no qual o interruptor está desligado (vide corrente  $i_{s1}$  para análise). Isto ocorre, pois a constante de tempo de desmagnetização do elemento indutivo é menor do que o tempo que o interruptor fica desligado, descarregando-o por completo antes que o interruptor volte ao estado de condução. A Figura 5.2 apresenta as formas de ondas nos componentes para ambos os modos de operação.

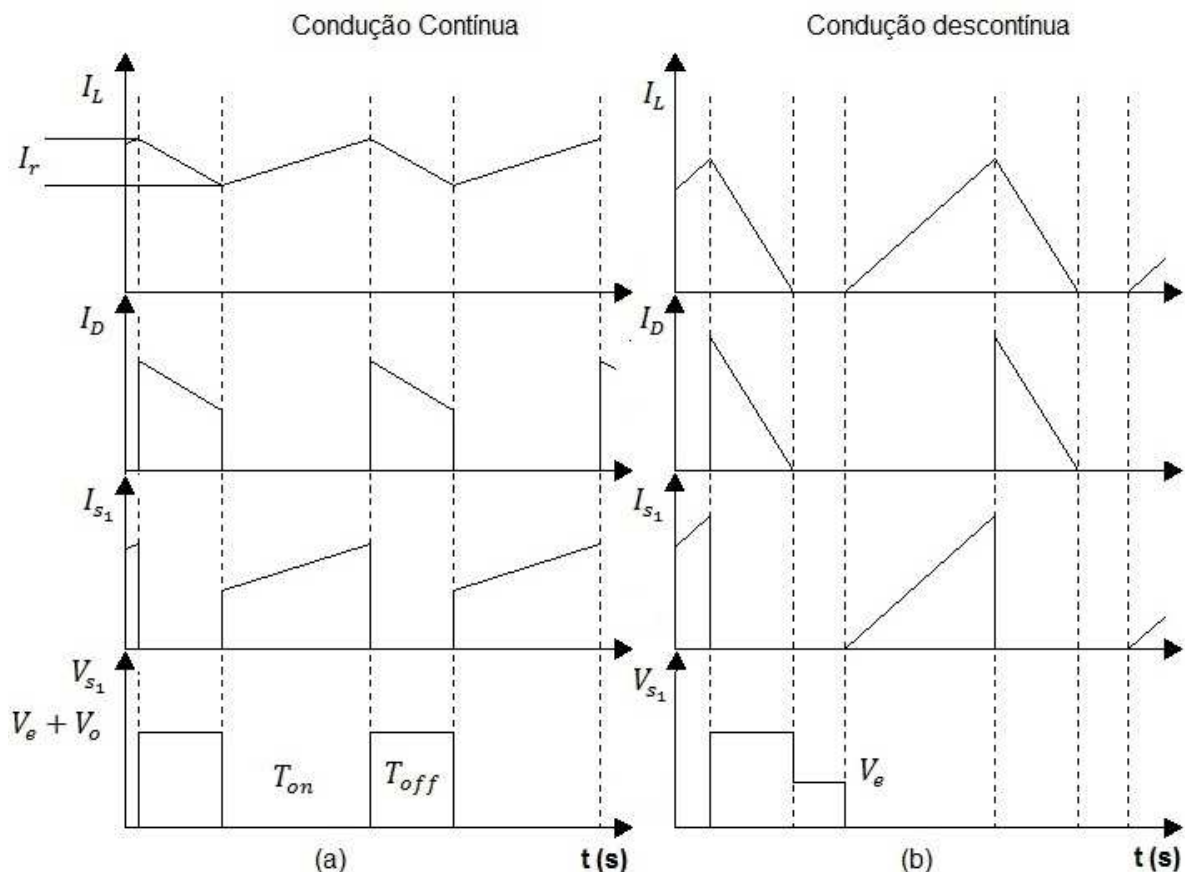
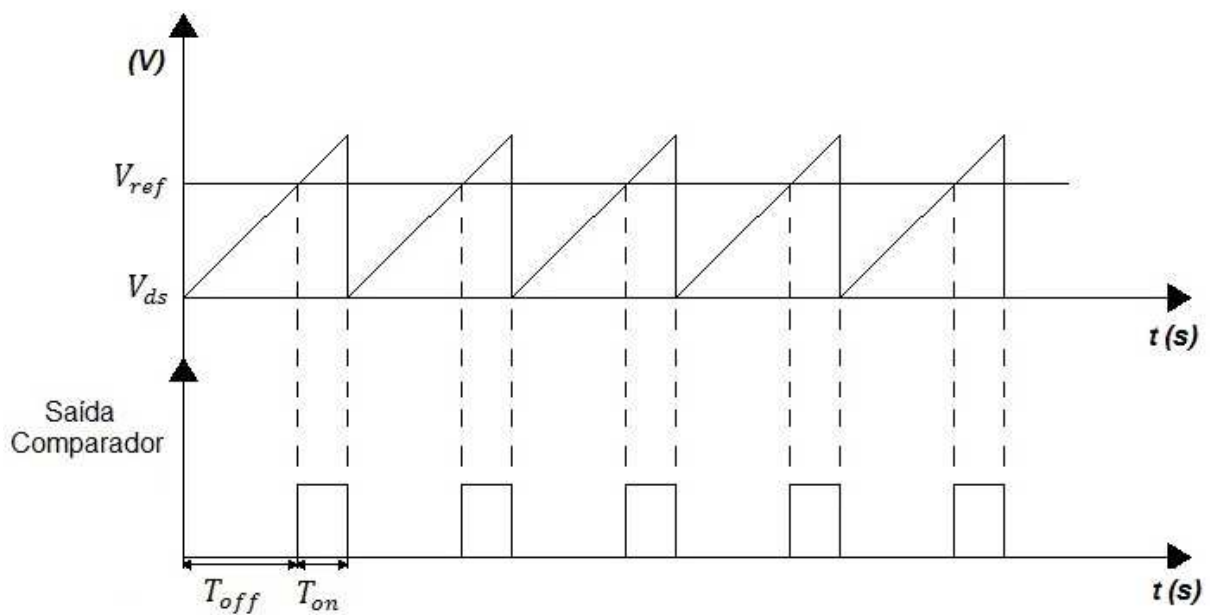


Figura 5.2 – Modos de operação do conversor cc-cc (a) Condução contínua (b) Condução descontinua.

FONTE: Adaptado de POMILIO, 2007.

### 5.1.1 Técnicas de controle clássico aplicado a conversores

O controle clássico realizado por função transferência, quando aplicado a conversores, requer apenas a realimentação do sinal de saída do sistema. Assim, de modo geral, a malha de controle é composta por um circuito subtrator, que utiliza uma tensão de referência para comparar com a amostra de tensão da saída do conversor e o circuito do controlador. Verifica-se, portanto, que se a tensão de saída possuir um nível abaixo do especificado o interruptor recebe o comando para permanecer por mais tempo ligado, ou seja, aumentando o seu *duty cycle*. Caso a tensão de saída possua um nível superior a referência, o comando será para reduzir o *duty cycle*. Este comando é realizado através do PWM e ilustrado na Figura 5.3.



**Figura 5.3–Modulação por Largura de Pulso.**

Quando a tensão da portadora dente de serra ( $V_{ds}$ ) é menor que a tensão modulante ( $V_{ref}$ ) o interruptor permanece aberto. Em outro momento, quando a tensão da portadora dente de serra ( $V_{ds}$ ) é maior do que a tensão modulante ( $V_{ref}$ ), o interruptor comutará para o estado fechado. A partir desta definição tem-se o *duty cycle*, definido por:

$$duty\ cycle = \frac{T_{on}}{T_{on} + T_{off}} \quad (5.5)$$

Para realizar esta comparação entre o sinal modulante e o sinal dente de serra utiliza-se o Amplificador Operacional, na configuração de comparador conforme apresenta a Figura 5.4. A saída deste circuito é acoplada ao controle do interruptor, determinando o chaveamento do dispositivo.

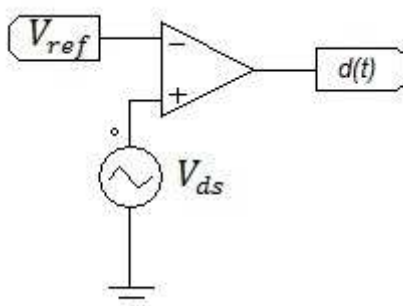


Figura 5.4– Circuito eletrônico do PWM.

Contudo, o objetivo dos controladores projetados em domínio da frequência é acoplar o controlador em cascata com o circuito PWM para garantir o ajuste da variável de saída e corrigir eventuais desvios provenientes de transitórios na alimentação ou mudanças de carga, por exemplo. A Figura 5.5 apresenta um diagrama de blocos de um exemplo tradicional de aplicação do controle clássico a conversores de energia, onde o compensador pode ser obtido através de diversas técnicas do domínio da frequência de acordo com as especificações de projeto.

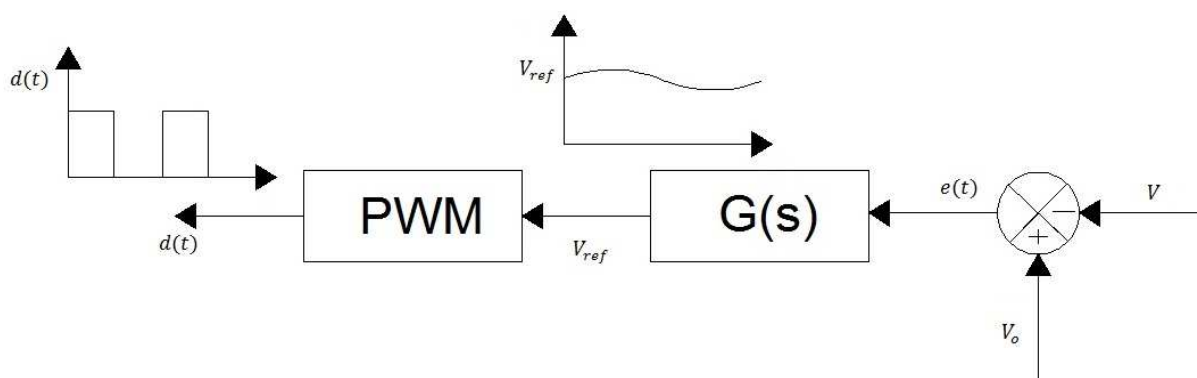


Figura 5.5 - Malha de controle no domínio da frequência.

## 5.2 DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

Com o surgimento de pacotes computacionais eficientes as LMIs se tornaram uma excelente ferramenta na busca de soluções para os mais diversos problemas de controle. Assim, esta seção abordará os conceitos fundamentais para a aplicação de LMIs em tais problemas.



**Definição 5.1:** Uma LMI apresenta a seguinte estrutura,

$$F(x) = F_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (5.6)$$

onde  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4 \dots)$  é o vetor das variáveis de decisão e  $F_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  para  $i = 1, \dots, m$ , são matrizes simétricas conhecidas.

Segundo (Trofino, 2000), normalmente uma LMI não aparece na forma mostrada na equação (5.6), mas na forma matricial como as funções de energia de Lyapunov. Assim, um conjunto de  $n$  LMIs pode ser visto como uma única LMI, dado que procurar a solução para  $F_1(x) > 0; F_2(x) > 0; \dots; F_n(x) > 0$ , é equivalente a obter a solução de:

$$F(x) = \text{diag}(F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)) > 0 \quad (5.7)$$

no qual,  $\text{diag}(F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x))$  corresponde a uma matriz bloco diagonal com termos  $F_1(x), F_2(x), \dots, F_n(x)$  alocados na diagonal da matriz.

Salienta-se que na abordagem em LMI para soluções de problemas de controle robustos mais complexos, principalmente onde há presença de elementos incertos, há simplificações devido às propriedades de linearidade e convexidade.

*Linearidade:* É visivelmente claro que a função (5.6) é uma função afim, visto que para  $x = 0$  temos,  $F(0) = F_0 \neq 0$ . De fato, o termo LMI surge da desigualdade:

$$\mathcal{F}(x_0, x) = \mathcal{F}(\kappa) \triangleq F_0 x_0 + \sum_{i=1}^m x_i F_i > 0 \quad (5.8)$$

com  $\mathcal{F}$  linear em  $\kappa = [x_0 x^T]^T$ . Dessa forma, qualquer problema na forma de (5.6) pode ser representado por (5.8) a partir de uma simples troca de coordenadas (Crusius, César A. R. *et. al.*, 1996).

*Convexidade:* Sabe-se também que a LMI (5.6) é uma inequação convexa tal que o conjunto  $\mathcal{F} = \{x: F(x) \geq 0\}$ , é convexo.

**Definição 5.2:** Um conjunto  $\mathcal{X}$  é convexo se para todo  $x, y \in \mathbb{R}$  e todo  $\theta$  que satisfaz  $0 \leq \theta < 1$ , a seguinte condição é satisfeita,

$$\theta x + (1 - \theta)y \in \mathcal{X} \quad (5.9)$$

Contudo, um conjunto  $\mathcal{X}$  será convexo se para quaisquer dois pontos  $x$  e  $y \in \mathcal{X}$  o segmento de reta unindo estes dois pontos pertença também a este conjunto. Adicionalmente, pela teoria dos conjuntos tem-se que todo conjunto afim será sempre convexo; logo, se um conjunto de soluções de uma LMI é afim este será também convexo.

### 5.3 TEORIA DA ESTABILIDADE DE LYAPUNOV

Tendo em vista que em sistemas de controle é primordial o estudo da estabilidade, pode-se observar que o teorema de estabilidade de Lyapunov traz condições necessárias e suficientes para a estabilidade assintótica de sistemas lineares (ou não lineares) e invariantes (ou variantes) no tempo (Kalil. H. K, *et. al.*, 1996).

De acordo com Lyapunov, a estabilidade de um sistema dinâmico está relacionada com a função energia deste sistema. Caso a função energia do sistema seja sempre não negativa e decrescente com relação ao tempo, as trajetórias do sistema tendem a origem (Trofino, A., *et. al.*, 2000). Sendo assim, considere o sistema linear descrito em espaço de estado, na forma de:

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) \quad (5.10)$$

Quando todos os autovalores de  $\mathbf{A}$  satisfazem a condição  $Re(\lambda_i) < 0$ , sendo  $\lambda_i$  os autovalores de  $\mathbf{A}$ , o sistema será assintoticamente estável e neste caso a matriz  $\mathbf{A}$  é chamada de Matriz de Hurwitz. Para aprofundar a investigação da estabilidade pelo método de Lyapunov, considere a função quadrática:

$$V(x) = x^T P x \quad (5.11)$$

sendo  $P$  uma matriz real definida positiva e cuja derivada  $\dot{V}(x)$  é obtida por,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x = x^T (PA + A^T P)x \\ &= -x^T Q x \end{aligned} \quad (5.12)$$

ou seja,  $V(x) > 0 \leftrightarrow \exists P = P^T > 0$  e  $\dot{V}(x) < 0 \leftrightarrow \exists (PA + A^T P) < 0$ .

Sendo assim, uma condição necessária e suficiente para que este sistema seja globalmente e quadraticamente estável, é,

$$\exists P = P^T > 0 : PA + A^T P < 0 \quad (5.13)$$

*Observação 5.1: Verifica-se que a estabilidade a partir da teoria de Lyapunov é obtida através de desigualdades que podem ser escritas na forma de matrizes objetivando a obtenção das LMIs.*

### 5.3.1 Estabilidade quadrática para sistemas contínuos e incertos

Para o início deste estudo considere o sistema (5.10) e o conjunto,

$$\mathcal{B}_\delta = \{\delta_{min} \leq \delta \leq \delta_{max}\} \quad (5.14)$$

ou seja, o valor de  $\delta$  é incerto e apresenta uma faixa de valores que este parâmetro pode assumir, e além disso, deve estar presente em algum (ou, alguns) termo(s) da matriz  $A$ , representando assim uma abordagem do tipo politópica. Portanto, para verificar a estabilidade deste sistema é necessário testar a condição de Lyapunov descrito na equação (5.13) para todos os valores de  $\delta \in \mathcal{B}_\delta$ , ou seja, encontrar uma matriz positiva definida  $P$  tal que,

$$\forall \delta \in \mathcal{B}_\delta, \quad A(\delta)^T P + PA(\delta) < 0 \quad (5.15)$$

Dado que a matriz  $A(\delta)$  é afim em  $\delta$  e aparece caracterizado linearmente na inequação de Lyapunov, pela propriedade de convexidade testa-se a condição (5.15) apenas para os vértices da região  $\mathcal{B}_\delta$ . Sendo assim, garante-se a estabilidade para toda a região  $\mathcal{B}_\delta$ , através de,

$$\begin{cases} \mathbf{A}^T(\delta_{min})\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}(\delta_{min}) < 0 \\ \mathbf{A}^T(\delta_{max})\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}(\delta_{max}) < 0 \end{cases} \quad (5.16)$$

cuja solução  $\mathbf{P} > 0$  é uma função quadrática, ou seja, uma função de Lyapunov para o sistema. Caso não exista a solução  $\mathbf{P} > 0$  para o sistema (5.16) este será considerado instável.

## 6 CONVERTOR *BUCK-BOOST*

### 6.1 PROJETO DO CONVERTOR

Para o projeto do conversor cc-cc *Buck-Boost* é necessário definir as especificações a serem satisfeitas. A Tabela 6.1 apresenta tais parâmetros que serão referência no projeto do *chopper*.

Tabela 6.1 - Parâmetros para projeto do conversor.

Especificação	Valor
Tensão de Entrada ( $V_e$ )	50 V
Tensão de saída ( $V_o$ )	-12 V
Potência de saída ( $P_o$ )	50 W
Frequência de Chaveamento ( $f$ )	10kHz
Tensão de <i>Ripple</i> na carga ( $V_r$ )	0.1 V
Corrente de <i>Ripple</i> no indutor ( $I_r$ )	4.3 mA

Enfim, utilizando as equações apresentadas no item 5.1, realiza-se o projeto do conversor, iniciando pelo cálculo do *duty cycle*,

$$D = \frac{V_o}{V_o - V_e} = \frac{-12}{-12 - 50} = 0.1935 \quad (6.1)$$

Em seguida, calcula-se o valor da carga  $R_c$  do circuito de acordo com a potência de saída do conversor, por:

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_c} \rightarrow R_c = \frac{-12^2 V}{50 W} = 2.9 \Omega \quad (6.2)$$

A indutância mínima necessária para manter o sistema operando em modo de condução contínua é obtido por:

$$L_{min} = \frac{(1 - D)^2 R_c}{2f} = \frac{(1 - 0.1935)^2 * 2.9}{2 * 10k} = 91.06 \mu H \quad (6.3)$$

Observa-se que o valor da indutância calculada em (6.3) é o limiar entre os modos de condução contínuo e descontínuo, também conhecido como modo de condução crítico.

Partindo deste pressuposto, calcula-se um valor para a indutância que atenda ao valor do *ripple* de corrente de acordo com o desejado, ou seja,

$$L = \frac{V_e D}{I_r f} = \frac{50 * 0.1935}{0.0043 * 10k} = 226mH \quad (6.4)$$

Por fim, calcula-se o valor da capacitância para que o *ripple* de tensão atenda o especificado, definindo o valor de,

$$C_{min} = \frac{V_o D}{V_r R_c f} = \frac{12 * 0.1935}{0.1 * 2.9 * 10k} = 691\mu F \quad (6.5)$$

A fim de realizar simulações do conversor projetado acima, utiliza-se uma ferramenta computacional de simulação eletrônica considerando o seguinte circuito:

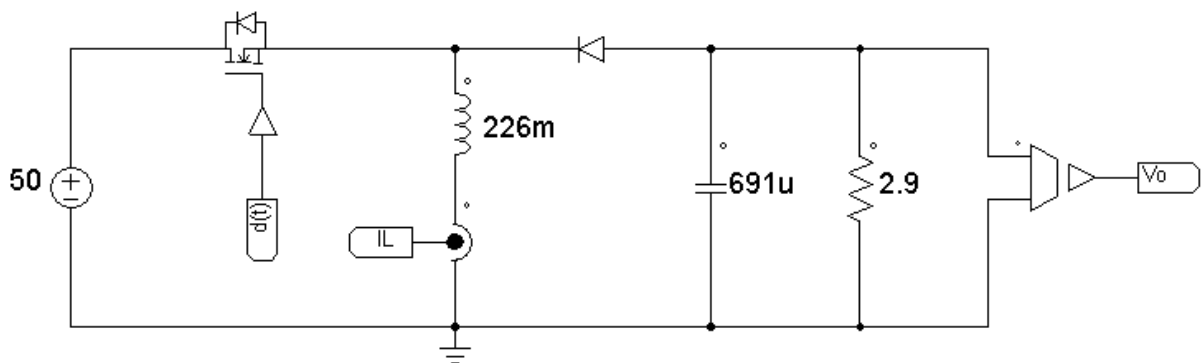
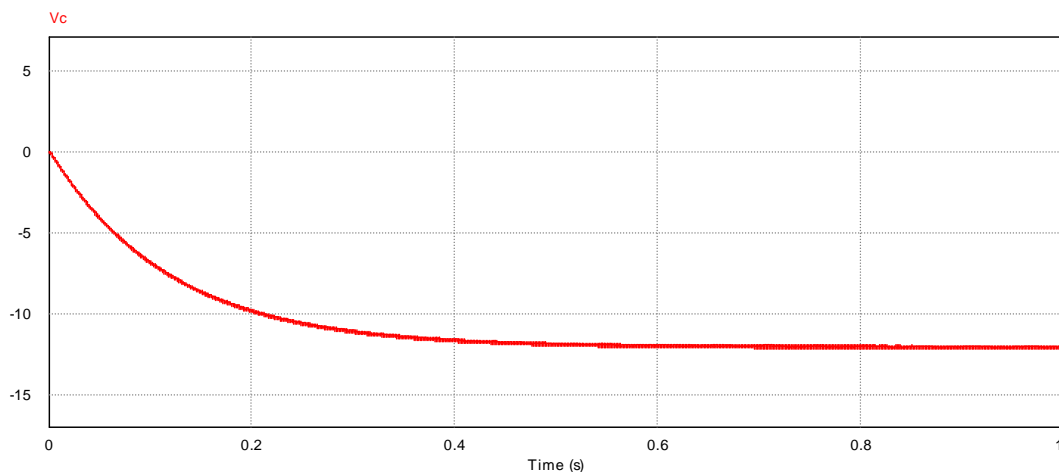


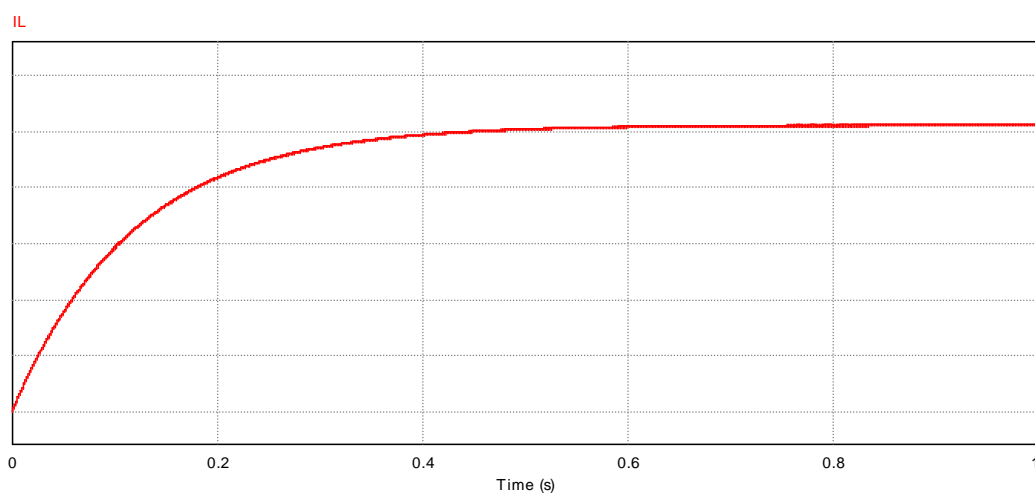
Figura 6.1– Circuito simulado do *chopper Buck-Boost*.

Os resultados das simulações realizadas com o circuito da Figura 6.1 são apresentados a seguir:



**Figura 6.2 - Tensão na carga.**

Através da Figura 6.2, a tensão apresentada na carga é estável e possui característica transitória de um sistema de primeira ordem até atingir à tensão especificada, ou seja,  $-12\text{ V}$ .

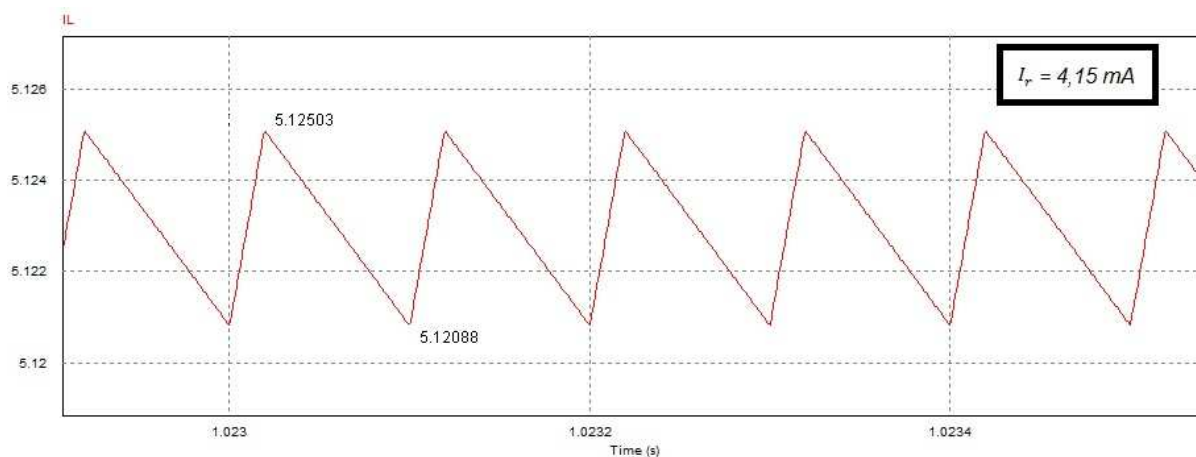


**Figura 6.3 - Corrente no indutor.**

Na Figura 6.3 observa-se que a corrente no indutor apresenta o mesmo comportamento transitório e o seu valor, em regime permanente, pode ser calculado por:

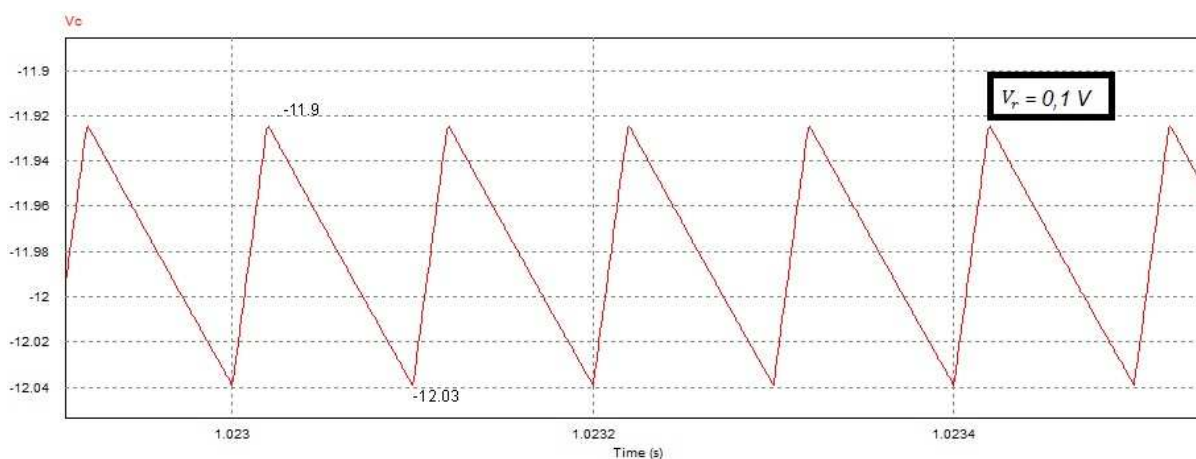
$$I_L = -\frac{V_o}{R_c(1-D)} = -\frac{-12}{2,9(1-0,1935)} = 5,13\text{A} \quad (6.6)$$

Destacando o sinal da Figura 6.3, em seu regime permanente para um instante aproximado de  $t = 1.02s$ , pode-se avaliar o *ripple* da corrente, o qual apresenta uma variação em torno de  $0.004A$ , ou seja, condizente ao que foi especificado no projeto.



**Figura 6.4 – Ripple de corrente no indutor.**

Da mesma forma, é possível observar o *ripple* da tensão de saída através da Figura 6.2.

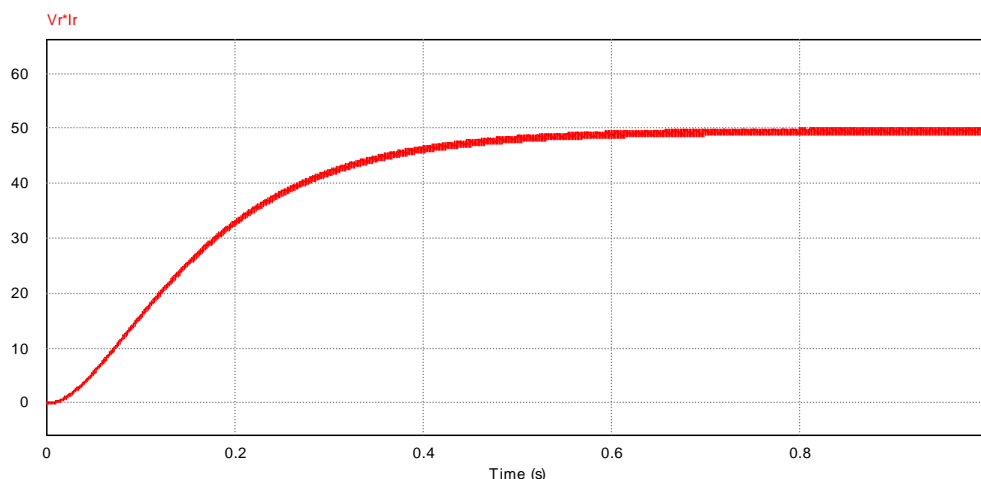


**Figura 6.5 – Ripple da tensão de carga.**

A variação da tensão na carga também está atendendo às especificações de projeto, visto que a variação é aproximadamente de  $0.1V$ .

Por fim, considerando a potência exigida em projeto, verifica-se através da Figura 6.6 que a especificação foi atendida, ou seja, a potência de saída é  $50 \text{ W}$ .



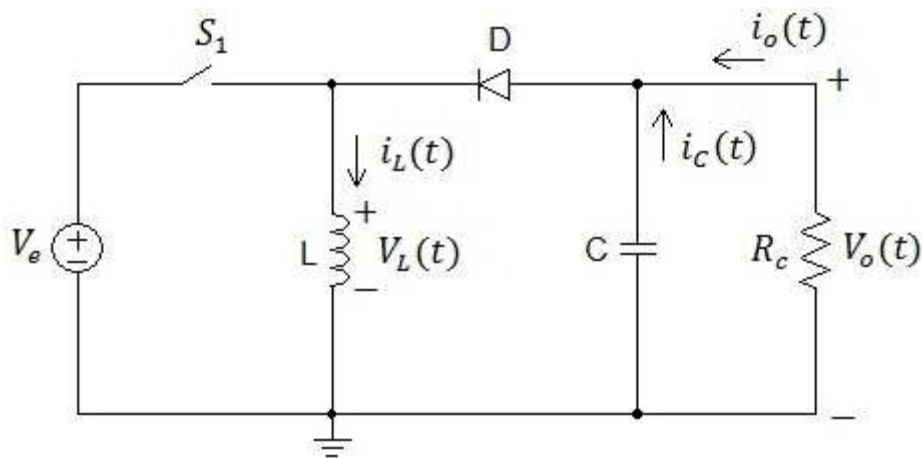


**Figura 6.6 - Potência na carga.**

Sendo assim, de acordo com as simulações realizadas valida-se o projeto do conversor cc-cc *Buck-Boost* satisfazendo todas as especificações impostas em projeto.

#### 6.1.1 Modelagem matemática em espaço de estados

Nesta seção, será obtido o modelo matemático do conversor considerando o estudo do caso ideal, ou seja, sem perdas nos componentes do circuito de potência conforme apresentado em (de Carvalho Neto, J. T., 2012), baseando-se na Figura 6.7.

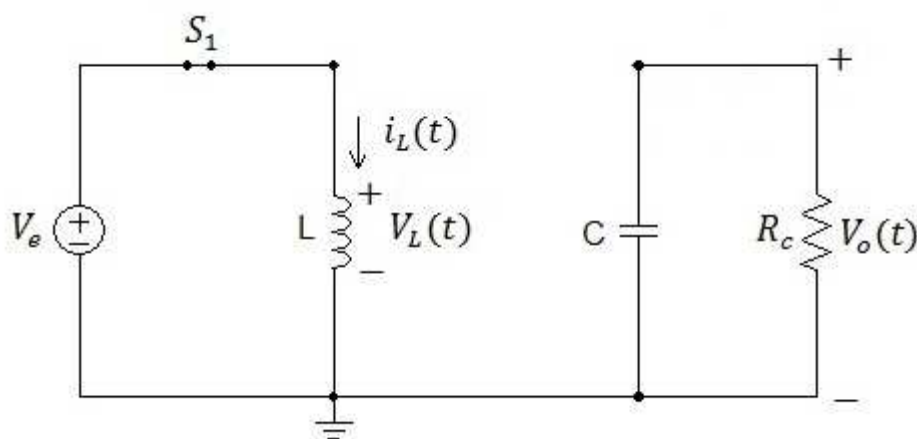


**Figura 6.7 - Modelo ideal do circuito conversor *Buck-Boost*.**

**FONTE:** Adaptado de RASHID, M. H. (2001)

Inicialmente, será descrito alguns pontos essenciais para a análise do circuito da Figura 6.7, tais como: (a) A chave  $S_1$  é controlada a partir da imposição de uma razão cíclica, portanto, em um ciclo de chaveamento estará atuando como uma chave fechada e, no instante complementar, como chave aberta; (b) O diodo  $D$  também atua no circuito como chave, porém de forma não controlada. Sendo assim, quando a tensão no ânodo do diodo for maior que a tensão no cátodo haverá fluxo de corrente pelo componente atuando como uma chave fechada. Por outro lado, se a tensão no cátodo for maior que a tensão no ânodo não haverá fluxo de corrente pelo componente, caracterizando uma chave aberta no circuito; (c) Existem dois componentes no circuito que possuem a característica de armazenamento de energia, são eles, o indutor e o capacitor. É importante analisar o comportamento de magnetização/carga e desmagnetização/descarga destes componentes para o estudo completo do funcionamento deste modelo ideal.

Analisa-se, então, o conversor quando operando com a chave comutadora no estado fechado (vide Figura 6.8). Neste ciclo o indutor é magnetizado e a sua corrente aumenta exponencialmente até saturá-lo. Simultaneamente, o capacitor descarrega sua energia através da carga  $R_c$ .



**Figura 6.8 - Modelo do conversor com a chave em seu ciclo fechado.**  
**FONTE: Adaptado de RASHID, M. H. (2001)**

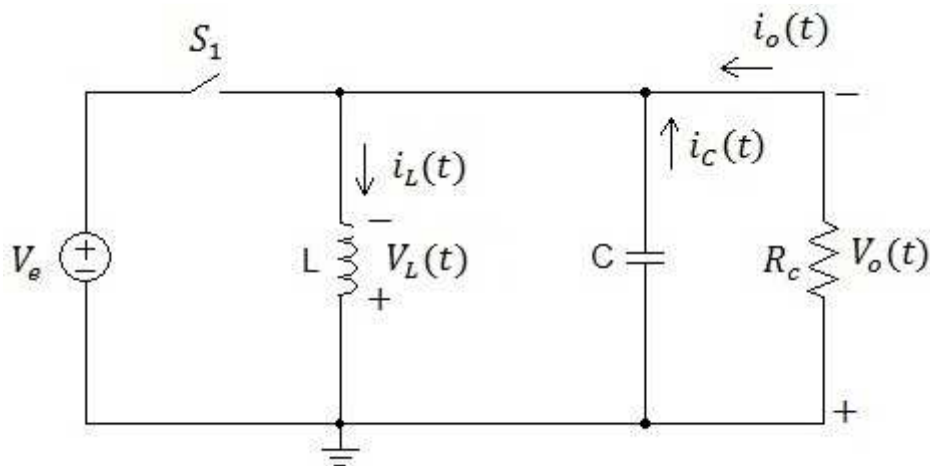
Desta maneira, descrevem-se as equações diferenciais ordinária através das grandezas elétricas do circuito, por:

$$\begin{cases} v_L(t) = v_e(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \\ i_C(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{R_c} \end{cases} \quad (6.7)$$

ou, reescrevendo,

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_e(t)}{L} \\ \frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{v_o(t)}{CR_c} \end{cases} \quad (6.8)$$

No ciclo seguinte a chave  $S_1$  opera no estado aberto, apresentado o comportamento ilustrado na Figura 6.9.



**Figura 6.9 - Modelo do conversor com a chave em seu ciclo aberto.**  
**FONTE: Adaptado de RASHID, M. H. (2001)**

Neste ciclo há fluxo de corrente pelo diodo, o que faz com que o indutor se desmagnetize e forneça corrente a carga e energia ao capacitor. Portanto, as equações diferenciais que representam este comportamento são:

$$\begin{cases} v_L(t) = v_o(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} \\ i_C(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt} = -i_L(t) - \frac{v_o(t)}{R_c} \end{cases} \quad (6.9)$$

ou, equivalentemente,

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{v_o(t)}{L} \\ \frac{dv_o(t)}{dt} = -\frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_o(t)}{CR_c} \end{cases} \quad (6.10)$$

Agora, dividindo a razão cíclica em dois intervalos, sendo o primeiro ( $d(t)$ ) ocorrendo quando a chave  $S_1$  esta fechada, e o segundo ciclo ( $d'(t)$ ) acontecendo quando a chave  $S_1$  está aberta, tem-se,

$$\begin{aligned} v_o(t) &= \frac{Ldi_L(t)}{dt} = d(t)v_e(t) + d'(t)v_o(t) \\ i_c(t) &= C \frac{dv_o(t)}{dt} = d'(t) \left( -i_L(t) - \frac{v_o(t)}{R_c} \right) + d(t) \left( -\frac{v_o(t)}{R_c} \right) \end{aligned} \quad (6.11)$$

e, readequando,

$$\begin{aligned} v_o(t) &= \frac{Ldi_L(t)}{dt} = d(t)v_e(t) + d'(t)v_o(t) \\ i_c(t) &= C \frac{dv_o(t)}{dt} = (d'(t) + d(t)) \left( -\frac{v_o(t)}{R_c} \right) + d'(t)(-i_L(t)) \end{aligned} \quad (6.12)$$

Enfim, considerando que  $d(t) + d'(t) = 1$ , obtém-se:

$$i_c(t) = C \frac{dv_o(t)}{dt} = \left( -\frac{v_o(t)}{R_c} \right) + d'(t)(-i_L(t)) \quad (6.13)$$

Logo, substituindo  $d'(t) = 1 - d(t)$ , obtém-se as seguintes equações diferenciais que caracterizam o funcionamento do conversor cc-cc *Buck-Boost*.

$$\begin{cases} \frac{di_L(t)}{dt} = \frac{d(t)v_e(t)}{L} + \frac{(1-d(t))v_o(t)}{L} \\ \frac{dv_o(t)}{dt} = \left( -\frac{v_o(t)}{CR_c} \right) - (1-d(t))(i_L(t)) \end{cases} \quad (6.14)$$

Objetivando obter o modelo linearizado do sistema na representação em espaço de estados, escolhem-se os estados com as seguintes variáveis de interesse:

$$i_L(t) = x_1 \rightarrow \frac{di_L(t)}{dt} = \dot{x}_1 \quad (6.15)$$

$$v_o(t) = x_2 \rightarrow \frac{dv_o(t)}{dt} = \dot{x}_2 \quad (6.16)$$

Incorporando a notação das variáveis de estado a equação (6.14), obtém-se,

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{d(t)v_e(t)}{L} + \frac{(1-d(t))x_2(t)}{L} \\ \dot{x}_2(t) = \left(-\frac{x_2(t)}{CR_c}\right) - \frac{(1-d(t))}{C}x_1(t) \end{cases} \quad (6.17)$$

Finalmente, buscando linearizar o sistema, faz-se necessário obter os pontos de equilíbrio do conversor em regime permanente:  $\dot{x}_1 = 0$ ,  $\dot{x}_2 = 0$ ,  $d(t) = D$  e  $v_e(t) = V_e$ .

$$0 = \frac{DV_e}{L} + \frac{(1-D)X_2}{L} \rightarrow X_2 = -V_e \frac{D}{1-D} \quad (6.18)$$

$$0 = \left(-\frac{X_2}{CR_c}\right) - \frac{(1-D)}{C}X_1 \rightarrow X_1 = -\frac{X_2}{R_c(1-D)} \quad (6.19)$$

Substituindo (6.18) em (6.19),

$$X_1 = V_e \frac{D}{R_c(1-D)^2} \quad (6.20)$$

logo, o ponto de equilíbrio será,

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_e \frac{D}{R_c(1-D)^2} \\ -V_e \frac{D}{1-D} \end{bmatrix} \quad (6.21)$$

Por fim, de forma a obter o sistema linearizado do conversor em estudo, seja a aplicação da série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio definido na equação anterior.

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_1} \right|_{x=X_1} (x_1 - X_1) + \left. \frac{\partial f}{\partial x_2} \right|_{x=X_2} (x_2 - X_2) + \dots + \left. \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|_{x=X_n} (x_n - X_n) \quad (6.22)$$

Sabendo que o sistema matricial apresentado em (6.17) é dependente das variáveis  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $d(t)$  e  $v_e(t)$ , tem-se, então, da aplicação direta da equação (6.22), que,

$$x_1 \dot{(t)} = \frac{v_e(t)D}{L} + \frac{1-D}{L} X_2 + 0 (x_1(t) - X_1) + \frac{1-D}{L} (x_2(t) - X_2) + \left( \frac{V_e - X_2}{L} \right) (d(t) - D) + \left( \frac{D}{L} \right) (v_e(t) - V_e) \quad (6.23)$$

$$x_2 \dot{(t)} = -\frac{1-D}{C} X_1 - \frac{1}{CR_c} X_2 - \frac{1-D}{C} (x_1(t) - X_1) - \frac{1}{CR_c} (x_2(t) - X_2) + \left( \frac{X_1}{C} \right) (d(t) - D) + 0 (v_e(t) - V_e) \quad (6.24)$$

Analisando o conversor *Buck-Boost*, define-se que  $d(t) = u(t)$  e  $v_e(t) = w(t)$ , representando a entrada de controle e a entrada de perturbação do sistema, respectivamente. Assim, reescrevendo as equações (6.23) e (6.24) em um sistema linear de equações, determina-se:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \frac{1-D}{L} x_2(t) + \left( \frac{V_e - X_2}{L} \right) u(t) + \frac{D}{L} w(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\frac{1-D}{C} x_1(t) - \frac{1}{CR_c} x_2(t) + \frac{X_1}{C} u(t) \end{cases} \quad (6.25)$$

Finalmente, tem-se o sistema linear na forma de equações em espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) + B_w w(t) \\ y(t) = Cx(t) + Dw(t) \end{cases} \quad (6.26)$$

sendo,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1-D}{L} \\ -\frac{1-D}{C} & -\frac{1}{CR_c} \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} \frac{V_e - X_2}{L} \\ \frac{X_1}{C} \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} \frac{D}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1], D = 0$$

## 6.2 PROJETO DO CONTROLADOR ROBUSTO

Considere a representação em espaço de estados apresentada na equação (6.26) para a análise das subseções a seguir.

### 6.2.1 Análise de estabilidade em malha aberta

A análise da estabilidade do sistema em malha aberta será realizada através da teoria de estabilidade de Lyapunov. Para isto, da aplicação dos valores obtidos no item (6.1) ao sistema (6.26), resulta em:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 3.6 \\ -1167.1 & -499 \end{bmatrix}, B_u = \begin{bmatrix} 274.3 \\ 7422.8 \end{bmatrix}, B_w = \begin{bmatrix} 0.8562 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [0 \quad 1], D = 0 \quad (6.27)$$

Para testar a estabilidade segundo Lyapunov, utiliza-se uma ferramenta computacional numérica (por exemplo, Scilab) para encontrar a solução para as desigualdades (5.13), cuja solução obtida é:

$$P = \begin{bmatrix} 2.4931 & 0.0019 \\ 0.0019 & 0.0065 \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Verifica-se que o sistema satisfaz as condições para estabilidade segundo Lyapunov, tendo em vista que a matriz  $P$  encontrada é positiva definida. Alternativamente, pode-se verificar que o sistema é estável através dos autovalores do sistema em malha aberta, ou seja,

$$\begin{aligned}\lambda_1(A) &= -8.49 \\ \lambda_2(A) &= -490.53\end{aligned}\tag{6.29}$$

Tendo em vista que os autovalores da matriz  $A$  são negativos, conclui-se que o sistema em malha aberta é estável.

### 6.2.2 Projeto da lei de controle de realimentação de estados

Nesta subseção, objetiva-se aplicar uma realimentação de estados ao sistema a fim de controlar o chaveamento do interruptor principal a partir dos sinais de amostra dos estados definidos nas equações (6.15) e (6.16). Então, seja a lei de controle adotada,

$$u = Kx\tag{6.30}$$

Considerando a natureza da ordem do sistema em espaço de estados, define-se a ordem do vetor de ganho do controlador,

$$u = [K_1 \quad K_2] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\tag{6.31}$$

Assim, aplicando a realimentação de estados à LMI da equação (5.15) obtêm-se:

$$\begin{aligned}P &> 0 \\ (A + B_u K)^T P + P(A + B_u K) &< 0\end{aligned}\tag{6.32}$$

Após desenvolver a equação acima, tem-se,

$$A^T P + PA + K^T B_u^T P + P B_u K < 0\tag{6.33}$$

Nota-se que a condição apresenta um problema para a estabilização quadrática, dado a existência de duas variáveis em um único termo da desigualdade. Assim, é possível demonstrar neste caso que a solução ao problema



de otimização linear pode ser atendida por meio da versão primal ou dual do processo de otimização, porém a versão mais adequada é a dual, pois as LMIs que envolvem esta versão possui a vantagem de não apresentar a imposição de restrições de igualdade na variável auxiliar considerada (Trofino, *et. al.*, 2000).

Contudo, considere a existência de uma matriz  $Q = Q^T > 0 : PQ = I$ . Então, pré-multiplicando e pós-multiplicando a equação (6.33) por  $Q$ , obtém-se,

$$QA^T + AQ + Y^T B_u^T + B_u Y < 0 \quad (6.34)$$

sendo  $Y$  a variável auxiliar dada por  $Y = KQ^{-1}$ . Por fim, as LMIs a serem programadas a fim de obter o ganho do controlador de realimentação de estados que garanta a estabilização quadrática, será:

$$\exists Q = Q^T, \quad Y : \begin{cases} Q > 0 \\ QA^T + AQ + Y^T B_u^T + B_u Y < 0 \end{cases} \quad (6.35)$$

sendo a matriz de ganho  $K$  dada por  $K = YQ^{-1}$ .

Por fim, após a simulação em software matemático, obtêm-se a seguinte matriz de ganho de realimentação de estados  $K$ ,

$$K = [0.1290 \quad 0.0613] \quad (6.36)$$

### 6.2.3 Projeto do ganho do controlador $K_{falha}$

Objetivando a adição de parâmetros incertos ao sistema, utilizando a abordagem politópica, foram consideradas as seguintes incertezas: *duty cycle* do conversor ( $\delta_1$ ) e falha no atuador ( $\delta_2$ ). Desta forma, será descrito os possíveis valores que a matriz  $A(\delta)$  e  $B(\delta)$  podem assumir através de uma combinação convexa dos valores dos extremos assumidos pelas incertezas, representando um politopo com  $2^q$  vértices, sendo  $q = 2$  o número de incertezas que compõe o problema.

O conjunto convexo fechado, representado pela combinação convexa dos vértices, será formado pelo *duty cycle* variando de 50% em torno do valor de projeto

(vide subsecção 6.1) e pela simulação de um canal de falha no atuador em 30%. Assim,

$$\mathcal{B}_{\delta_1} = \{0.09675 < \delta_1 < 0.29025\} \quad (6.37)$$

$$\mathcal{B}_{\delta_2} = \{0.7 < \delta_2 < 1\} \quad (6.38)$$

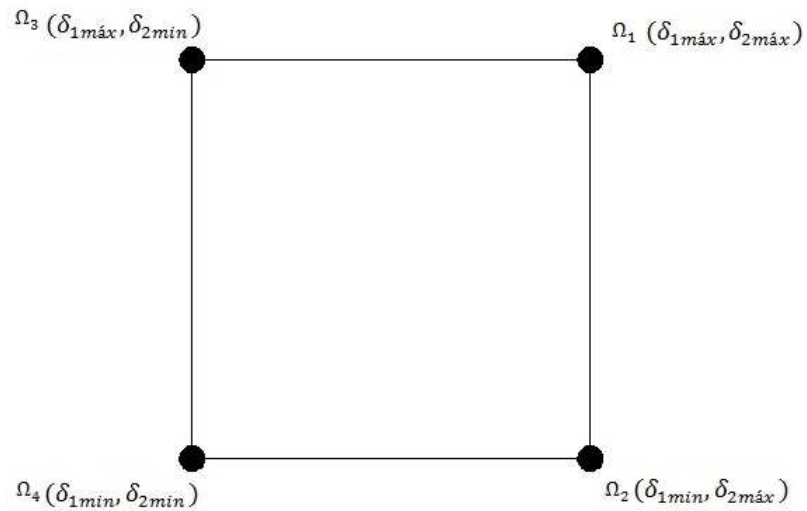
Então, as matrizes  $A_i$  e  $B_i$  são construídas nos vértices do politopo, conforme mostra a Figura 6.10.

$$A_1(\delta_{1_{\max}}) = \begin{bmatrix} 0 & 3.1 \\ -1307.2 & -499 \end{bmatrix}, B_{u1}(\delta_{2_{\max}}) = \begin{bmatrix} 192 \\ 5195.9 \end{bmatrix}$$

$$A_2(\delta_{1_{\min}}) = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1027.1 & -499 \end{bmatrix}, B_{u2}(\delta_{2_{\max}}) = \begin{bmatrix} 192 \\ 5195.9 \end{bmatrix}$$

$$A_3(\delta_{1_{\max}}) = \begin{bmatrix} 0 & 3.1 \\ -1307.2 & -499 \end{bmatrix}, B_{u3}(\delta_{2_{\min}}) = \begin{bmatrix} 274.3 \\ 7422.8 \end{bmatrix}$$

$$A_4(\delta_{1_{\min}}) = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ -1027.1 & -499 \end{bmatrix}, B_{u4}(\delta_{2_{\min}}) = \begin{bmatrix} 274.3 \\ 7422.8 \end{bmatrix}$$



**Figura 6.10 – Representação do politopo.**

Assim, através da programação das LMIs da equação (6.35) aplicado na forma a equação (5.16), o qual considera os vértices do politopo, obtém-se através de software matemático uma solução factível que satisfaz as restrições em desigualdades matriciais lineares, e cujos valores são,

$$P = \begin{bmatrix} 0.0093 & -0.0328 \\ -0.0328 & 0.1634 \end{bmatrix}, \quad K_{falha} = [-0.0159 \quad 0.0256] \quad (6.39)$$

### 6.3 SINTETIZE DO CONTROLADOR EM CIRCUITO ELETRÔNICO

De forma a implementar um circuito eletrônico que seja passivo de aplicação prática do sistema de controle por realimentação de estados, apresenta-se o circuito da Figura 6.11 utilizado para simulações em ferramenta computacional de simulações eletrônica.

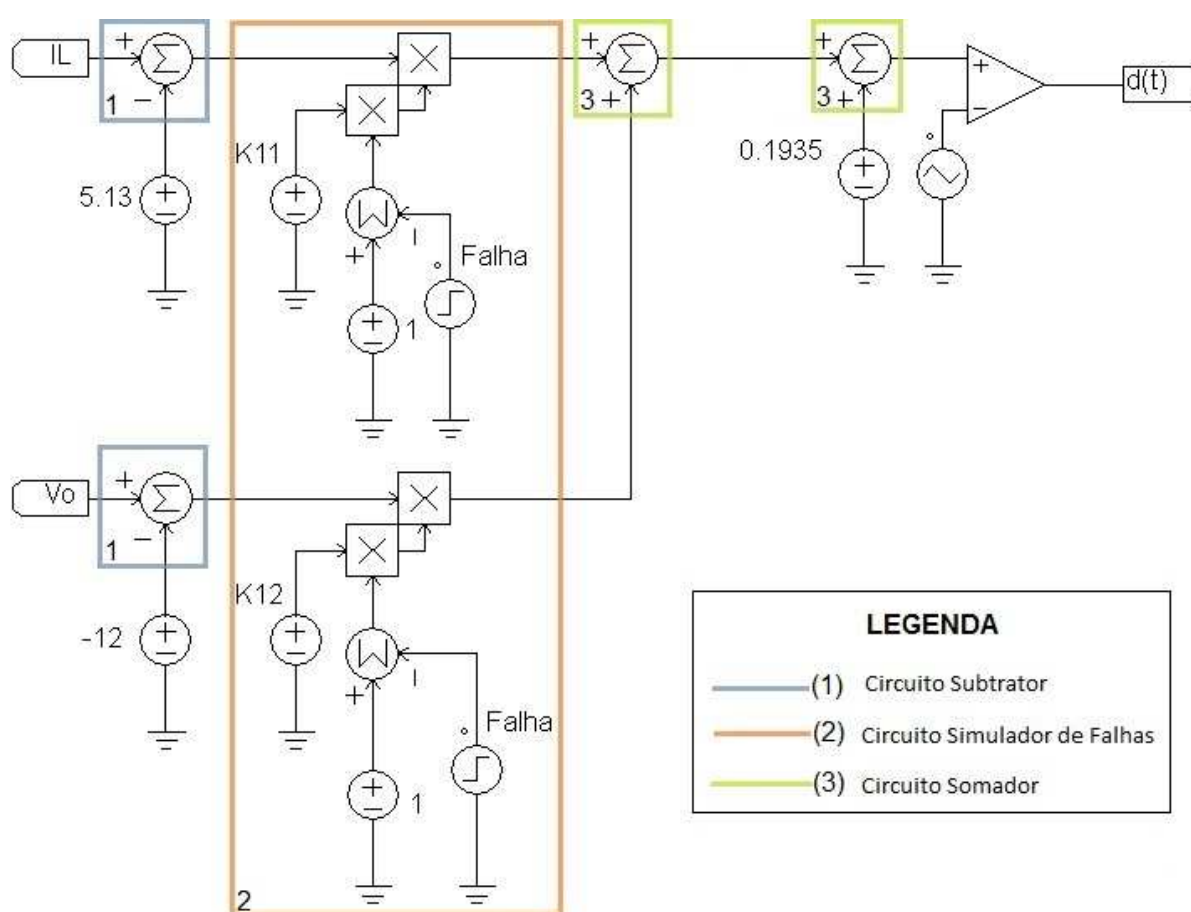
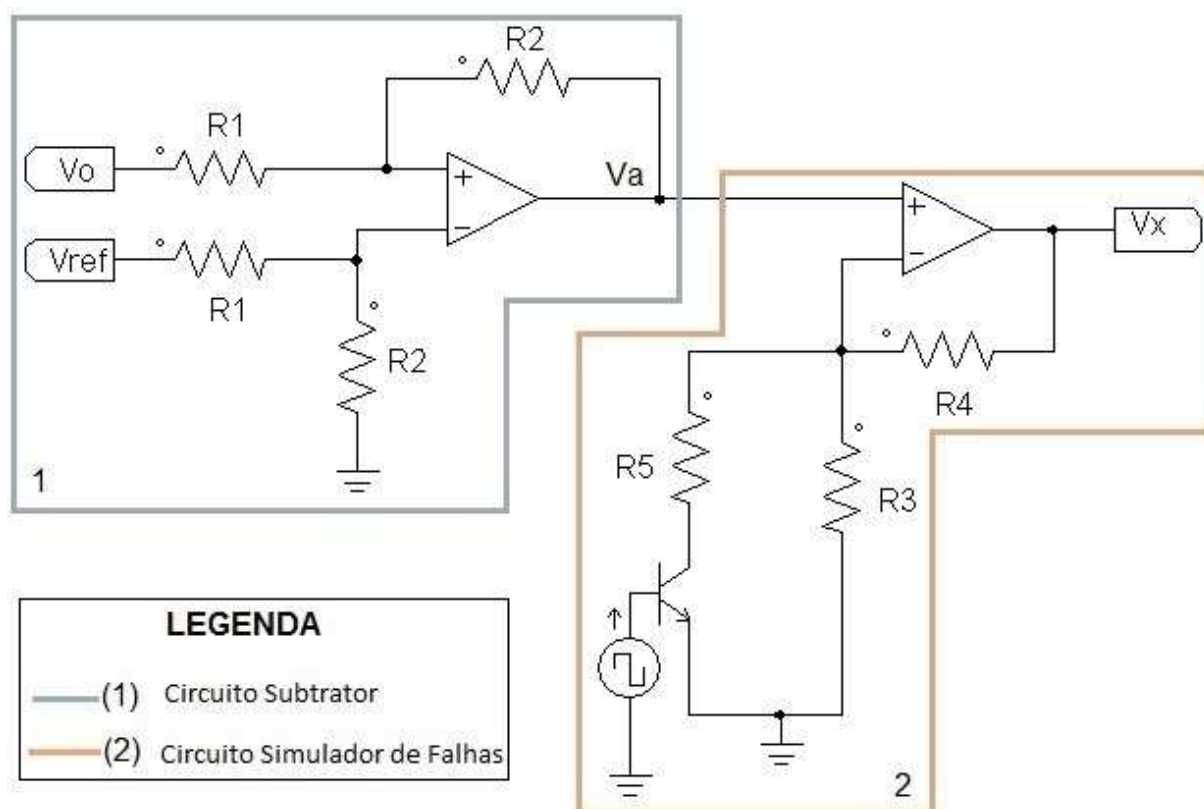
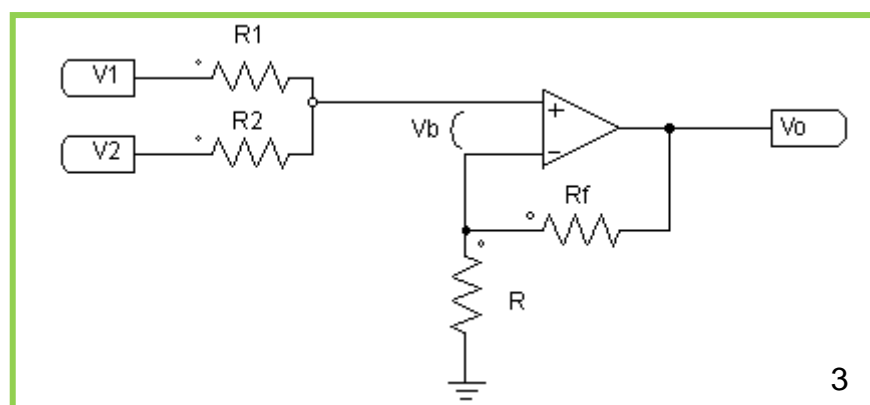


Figura 6.11 - Circuito de controle por realimentação de estados.  
FONTE: Adaptado de (de Carvalho Neto, J. T., 2012).

Ressalta-se que os blocos que representam o circuito subtrator e simulador de falhas estão duplicados na Figura 6.11, sendo que cada bloco separado atende o processamento do sinal de um estado escolhido durante a modelagem matemática. A Figura 6.12 mostra o circuito analógico dos blocos destacados na figura anterior.



(a)



(b)

Figura 6.12 - Circuito analógico do controle em realimentação de estados. (a) Circuito subtrator e simulador de falhas, (b) Circuito somador.

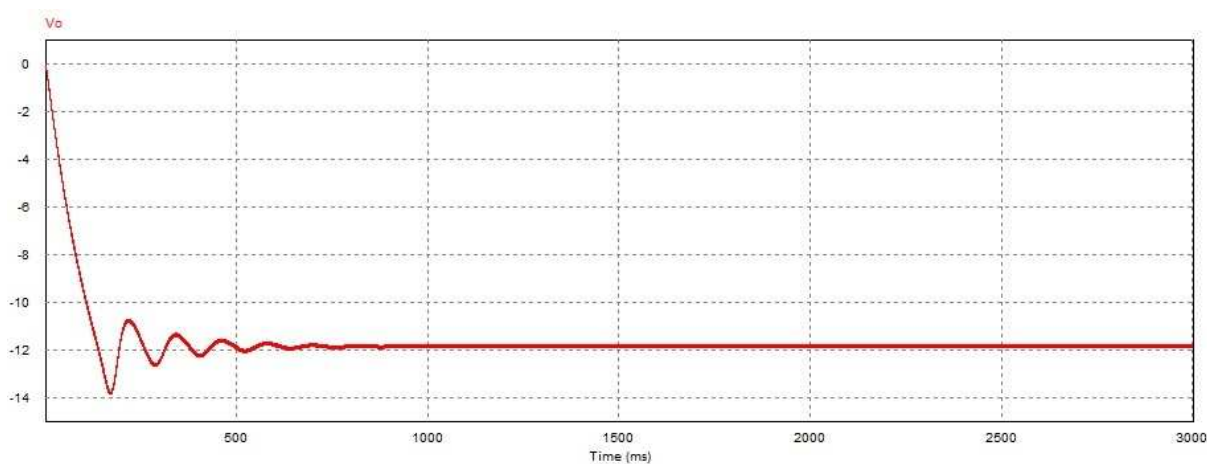
A Figura 6.12, apresenta os seguintes circuitos: (1) Subtrator, cuja característica de transferência é  $V_a = \frac{R_2}{R_1}(V_o - V_{ref})$ ; (2) Simulador de falhas, formado por um amplificador não-inversor e um transistor operando como chave, tendo a capacidade de alternar entre os ganhos,  $1 + \frac{R_4}{R_3//R_5}$  ou  $1 + \frac{R_4}{R_3}$ , cujos valores são

especificados pelos componentes resistivos; (3) Somador, apresentando como

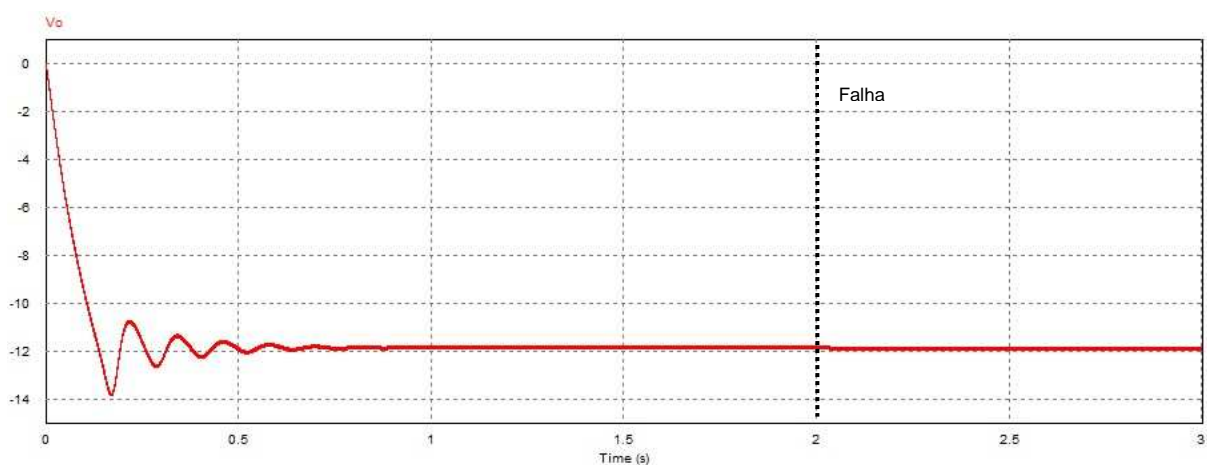
$$\text{característica de transferência, } V_o = \left(1 + \frac{R_f}{R}\right) \frac{\frac{V_1 + V_2}{R_1 + R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}.$$

## 6.4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

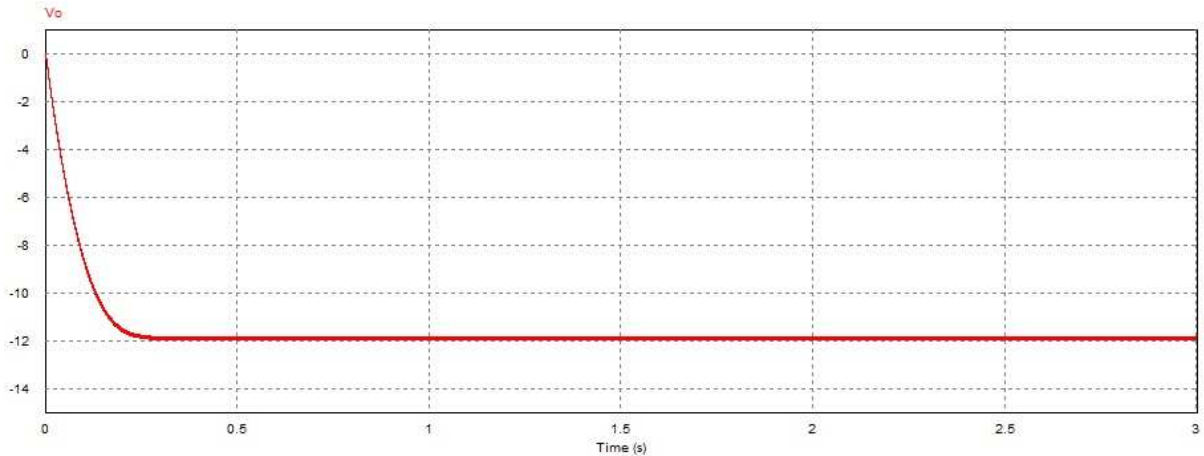
Através do acoplamento do circuito de controle da Figura 6.11 ao circuito de potência da Figura 6.1 é possível realizar simulações a fim de analisar a resposta do sistema completo. Inicialmente é simulado o circuito com o ganho  $K$ , onde não foi considerado as incertezas do sistema, levando aos seguintes resultados:



**Figura 6.13–Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  sem aplicação de falhas.**



**Figura 6.14–Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  aplicando a falha em  $t = 2s$ .**



**Figura 6.15 – Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  aplicando a falha em  $t = 0s$ .**

Assim, observando as respostas apresentadas nas Figuras 6.13 e 6.14 nota-se a existência de sobressinal seguido por alto nível de oscilação, o que caracteriza um sistema de segunda ordem cujos pólos estão próximos ao eixo imaginário do plano- $s$ . O tempo que o sistema leva para alcançar o valor em regime é aproximadamente de 0.6s. Com relação à Figura 6.14 a simulação do canal de falha em 30% ocorre no instante  $t = 2s$ , com o objetivo de observar o comportamento do sistema sujeito a falha durante o regime permanente, sendo que a falha provoca um pequeno aumento do valor da tensão de saída. Ressalta-se que a Figura 6.15 apresenta a simulação do canal de falha em 30% no instante  $t = 0s$ , com o objetivo de observar o comportamento do sistema com falha durante o regime transitório.

Avalia-se, ainda, os autovalores do sistema simulado em malha fechada, buscando comprovar as conclusões realizadas anteriormente.

$$\lambda(A + KB_u) = \begin{bmatrix} -4.2941 + 51.8989i \\ -4.2941 - 51.8989i \end{bmatrix} \quad (6.40)$$

$$\lambda(A + KB_{u3}) = \begin{bmatrix} -23.8757 \\ -131.8441 \end{bmatrix}$$

Agora, simula-se o conversor com ganho de realimentação  $K_{falha}$ . Os resultados obtidos são:

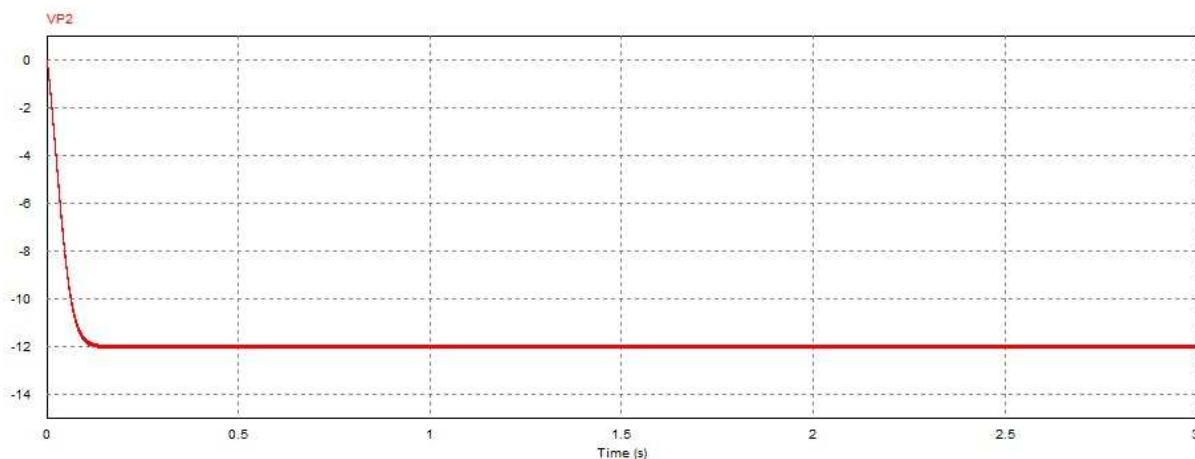


Figura 6.16 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K_{falha}$  sem aplicação de falhas.

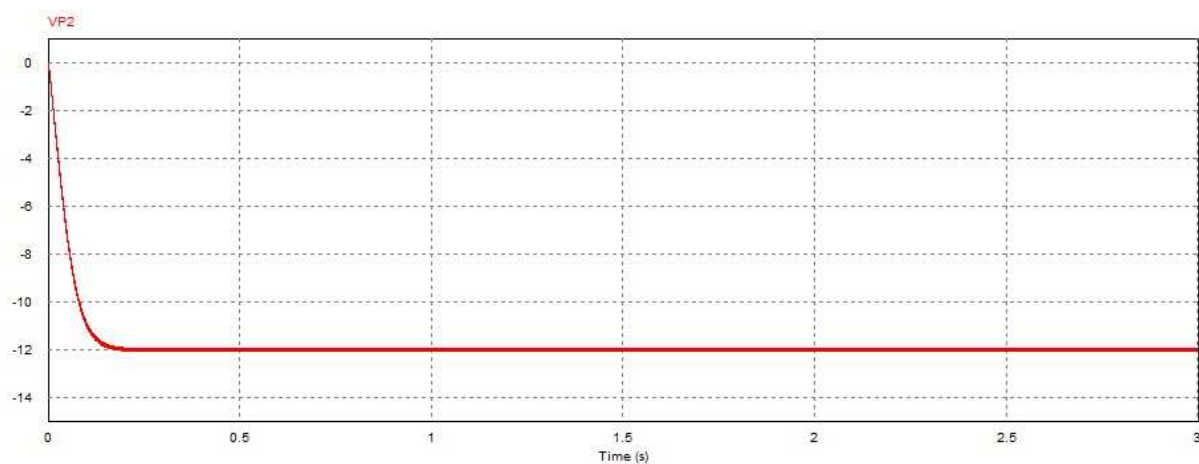


Figura 6.17 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K_{falha}$  aplicando a falha em  $t = 0s$ .

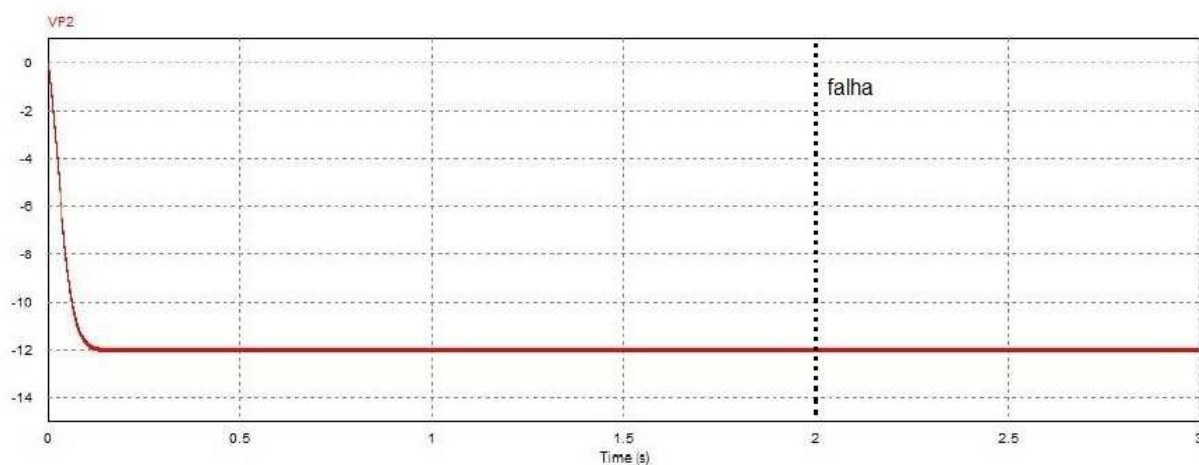


Figura 6.18 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K_{falha}$  aplicando a falha em  $t = 2s$ .

Com as respostas apresentadas acima nota-se que o ganho projetado, prevendo os parâmetros incertos do sistema, apresentam vantagens interessantes,

quais sejam: (a) tempo de assentamento mais rápido, aproximadamente  $0.2s$ , (b) inexistência de oscilação no transitório, (c) a falha não afeta o sinal de saída do conversor. De forma recíproca, são apresentados os autovalores do sistema em malha fechada com o intuito de reafirmar as conclusões parciais realizadas.

$$\lambda(A + K_{falha}B_u) = \begin{bmatrix} -58.7347 \\ -254.6532 \end{bmatrix} \quad (6.41)$$

$$\lambda(A + K_{falha}B_{u3}) = \begin{bmatrix} -35.0890 \\ -333.9905 \end{bmatrix}$$

Agora, de forma a validar os resultados apresentados até o momento, foi proposta a simulação do circuito Buck-Boost com realimentação de estados em software matemático, conforme ilustra a Figura 6.19.

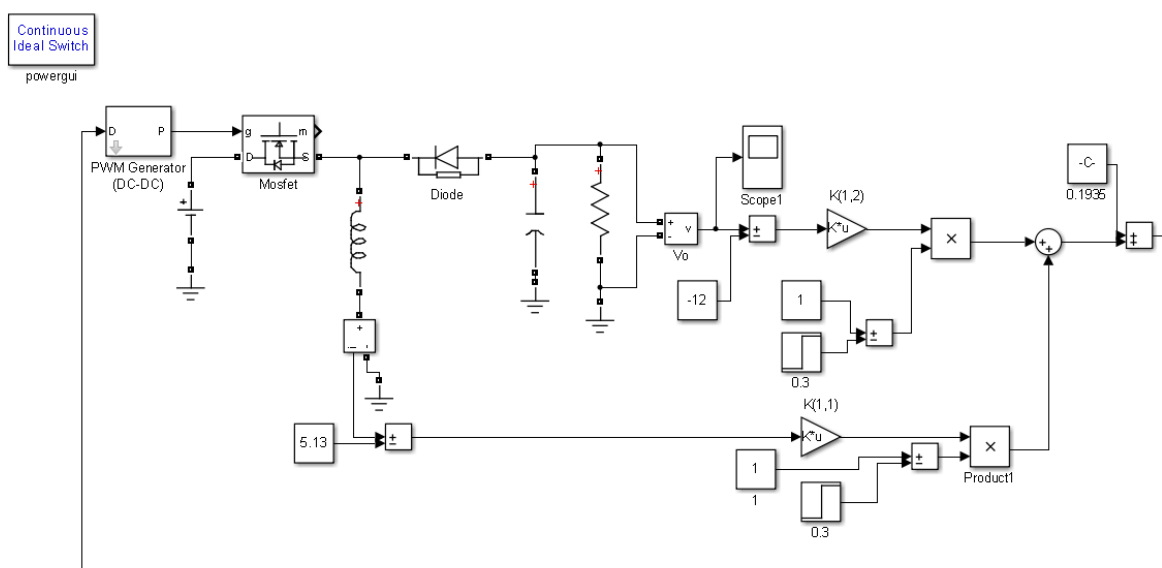


Figura 6.19 - Circuito para simulações em software matemático.

Após, foram realizadas novas simulações, considerando apenas o valor  $K_{falha}$ , cujos resultados são mostrados a seguir:



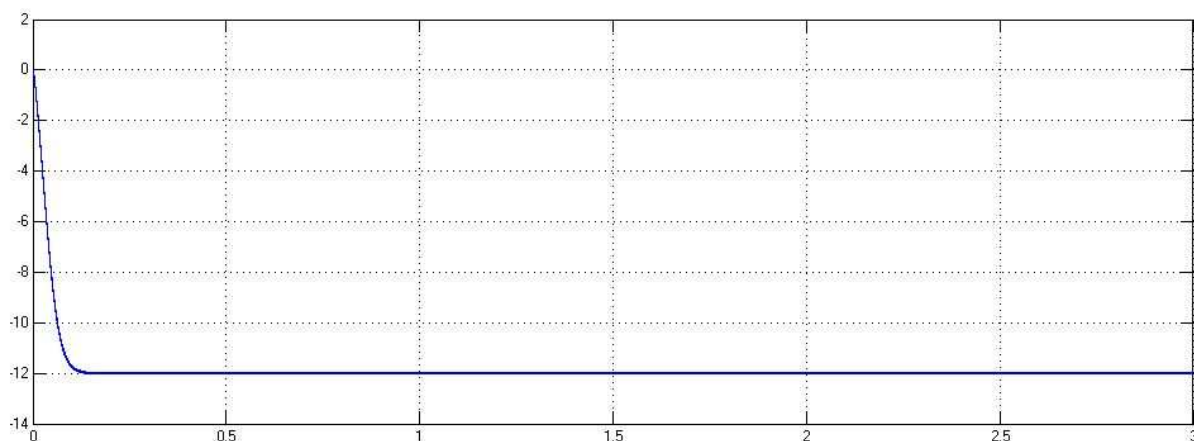


Figura 6.20 - Simulação relacionada ao ganho  $K_{falha}$  sem aplicação de falhas.

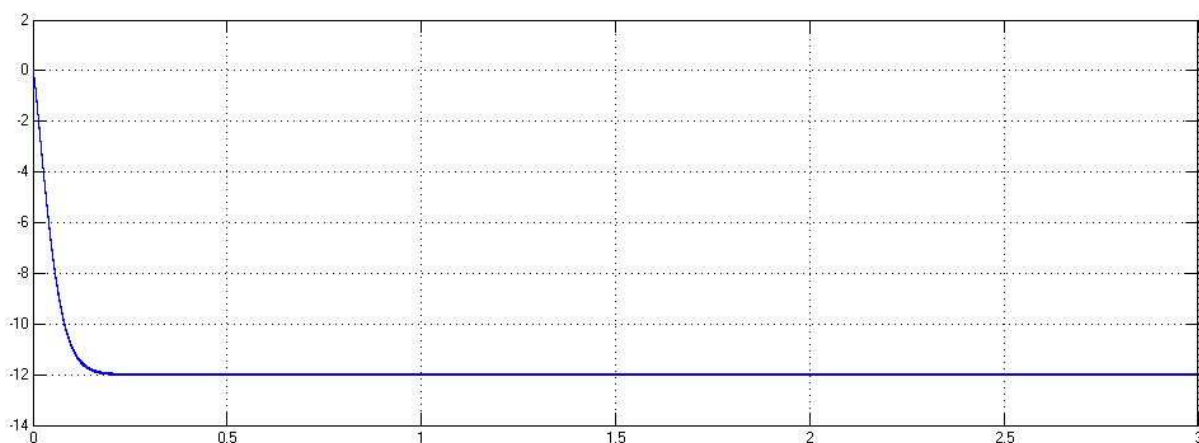


Figura 6.21 - Simulação de falha em 30% para  $t = 0s$  relacionada ao ganho  $K_{falha}$ .

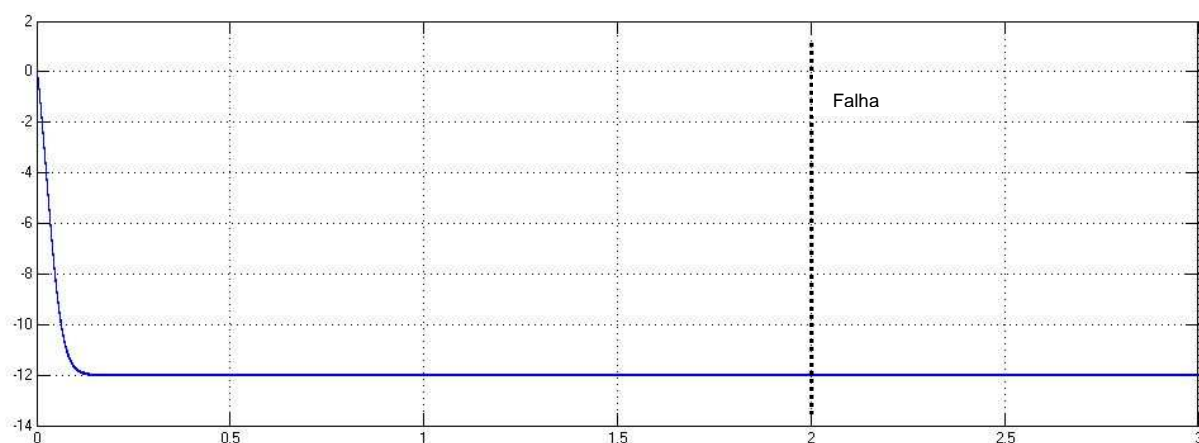


Figura 6.22 - Simulação de falha em 30% para  $t = 2s$  relacionada ao ganho  $K_{falha}$ .

Comparando os resultados obtidos em ambas as ferramentas de simulação, conclui-se que o circuito apresenta comportamento congruente, o que valida os resultados obtidos e garante confiabilidade dos resultados.

Um fato importante a ser destacado é que os autovalores do sistema em malha fechada, independente do ganho utilizado,  $K$  ou  $K_{falha}$ , demonstram que os controladores mantêm o comportamento estável, por este motivo não foi possível observar nitidamente os possíveis problemas que as falhas imprimem na operação dos mais diversos tipos de sistemas. Portanto, é possível afirmar que para o conversor proposto, independente da condição de projeto estudado neste trabalho para o controlador, a resposta é estável mesmo na ocorrência de falhas no atuador.

Neste momento, será realizado um estudo mais aprofundado no qual será relevante testar todos os vértices do politopo de forma a avaliar o desempenho dos controladores quando há a presença simultânea das incertezas propostas neste trabalho.

Iniciando a análise, é fundamental obter os autovalores do sistema em malha fechada para todos os vértices do politopo associado ao ganho de realimentação de estados  $K$ , assim:

$$\begin{aligned}
 \Omega_1 &= \lambda(A_1 + KB_{u1}) = \begin{bmatrix} 9.5067 \\ -18.0950 \end{bmatrix} \\
 \Omega_2 &= \lambda(A_2 + KB_{u2}) = \begin{bmatrix} -4.2941 + 75.48i \\ -4.2941 - 75.48i \end{bmatrix} \\
 \Omega_3 &= \lambda(A_3 + KB_{u3}) = \begin{bmatrix} -5.6458 \\ -150.0740 \end{bmatrix} \\
 \Omega_4 &= \lambda(A_4 + KB_{u4}) = \begin{bmatrix} -55.6375 \\ -100.0823 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.42}$$

Em seguida, realiza-se o mesmo procedimento para o ganho do controlador  $K_{falha}$ , assim:

$$\begin{aligned}
 \Omega_1 &= \lambda(A_1 + K_{falha}B_{u1}) = \begin{bmatrix} -49.1345 \\ -264.2533 \end{bmatrix} \\
 \Omega_2 &= \lambda(A_2 + K_{falha}B_{u2}) = \begin{bmatrix} -70.0733 \\ -243.3145 \end{bmatrix} \\
 \Omega_3 &= \lambda(A_3 + K_{falha}B_{u3}) = \begin{bmatrix} -29.6255 \\ -339.4541 \end{bmatrix} \\
 \Omega_4 &= \lambda(A_4 + K_{falha}B_{u4}) = \begin{bmatrix} -41.1775 \\ -327.9020 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{6.43}$$

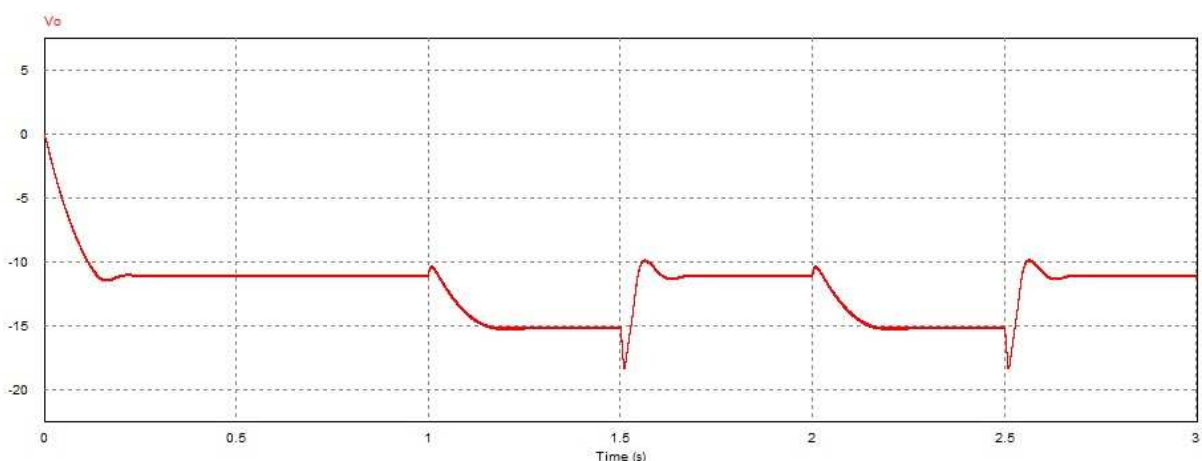
Através dos autovalores, é possível concluir que as respostas são estáveis, apenas com a ressalva do vértice  $\Omega_1$ , que possui um autovalor positivo. Agora, com o intuito de avaliar as respostas do conversor será realizada as simulações referentes a cada vértice.

Contudo, a partir das equações do conversor cc-cc é essencial calcular os valores de operação para a tensão e corrente considerando o valor máximo e mínimo do *duty cycle*, tendo em vista a natureza da incerteza, ou seja, a variação da referência da razão cíclica no circuito de controle. Portanto, utilizando as equações da seção 5, obtém-se:

$$V_o(\delta_{min}) = -5.35 \text{ V}, I_L(\delta_{min}) = 2.04 \text{ A}$$

$$V_o(\delta_{máx}) = -20.4 \text{ V}, I_L(\delta_{máx}) = 9.91 \text{ A}$$

Abaixo, encontram-se os resultados das simulações de cada vértice do politopo de forma a ser possível averiguar as divergências entre os comportamentos. As Figuras 6.23 e 6.24 mostram a tensão de saída do conversor para o valor máximo de *duty cycle*, ou seja,  $D_{max} = 0.2903$ . Com relação às Figuras 6.25 e 6.26, a tensão de saída do conversor é obtida considerando o valor mínimo de *duty cycle*, ou seja,  $D_{min} = 0.0968$ . Em todas as simulações, a falha no atuador ocorre após 1s de simulação e apresenta uma característica periódica, representada por um sinal de onda quadrada que reduz o ganho do controlador a 30% de seu valor nominal.



**Figura 6.23 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  (Vértices  $\Omega_1, \Omega_3$ ).**

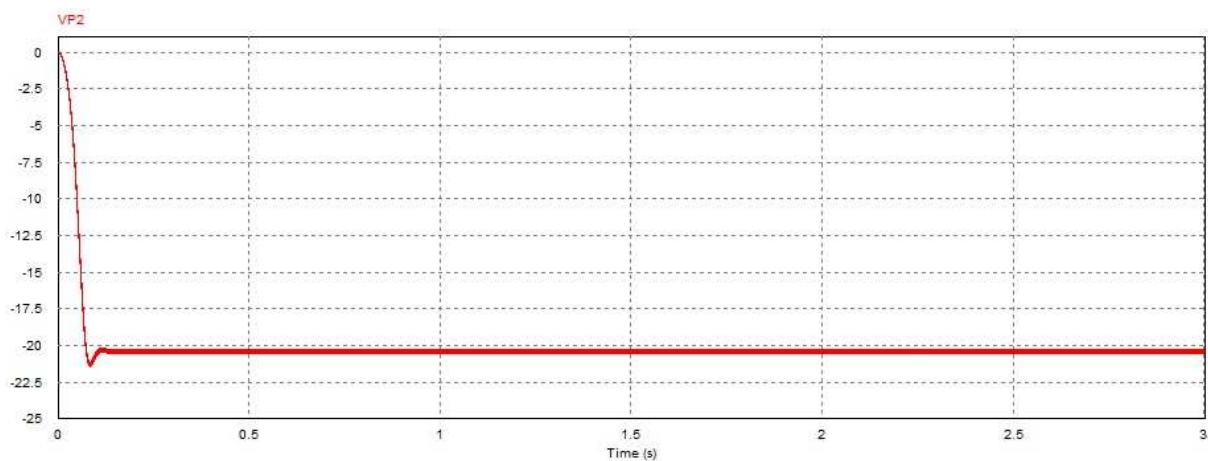


Figura 6.24 – Tensão de saída relacionada ao ganho  $K_{falha}$  (Vértices  $\Omega_1, \Omega_3$ ).

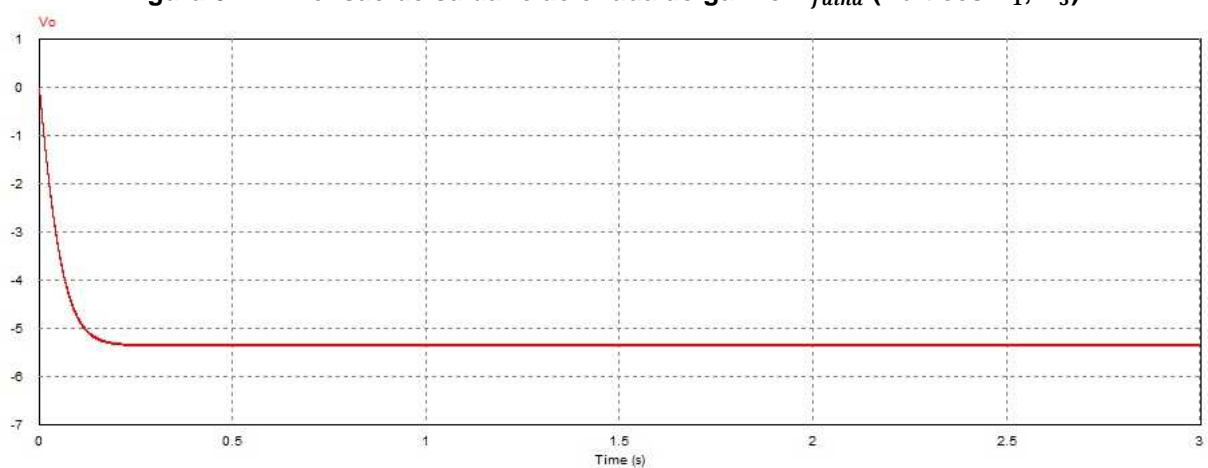


Figura 6.25 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  (Vértices  $\Omega_2, \Omega_4$ ).

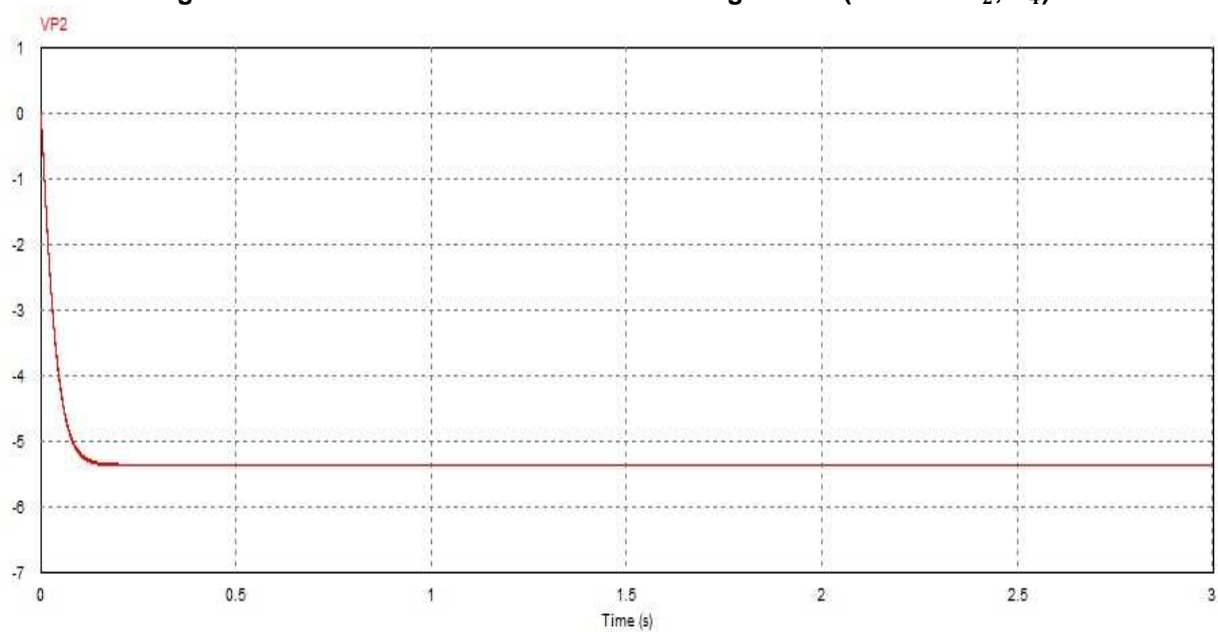


Figura 6.26 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K_{falha}$  (Vértices  $\Omega_2, \Omega_4$ ).

Observando a Figura 6.23 é possível afirmar que o controlador projetado sem levar em consideração as incertezas do sistema é ineficaz para o vértice 3, sendo assim, quando ocorre a falha no atuador, a sua saída não permanece regulada no valor especificado em projeto. Por outro lado, considerando o valor mínimo de *duty cycle*, vértice  $\Omega_4$ , o sistema apresenta-se eficaz, pois a tensão de saída permanece estável, mesmo na ocorrência de falha no atuador.

Avalia-se ainda o desempenho do ganho do controlador  $K_{falha}$ , o qual mantém estável a tensão de saída, independente da aplicação do canal de falha no atuador.

Posteriormente, são apresentadas as simulações cuja variação do *duty cycle* ocorre devido a afundamentos ou aumentos da tensão de entrada do conversor, objetivando manter a tensão de saída fixa no valor de projeto. Portanto, são calculados os valores da entrada variando o valor de *duty cycle* em seu intervalo mínimo e máximo, obtendo os seguintes resultados:

$$V_e(\delta_{min}) = 111,96 V$$

$$V_e(\delta_{m\acute{a}x}) = 29,3 V$$

Sendo assim, foram obtidas as simulações para cada vértice do politopo, cujos resultados são:

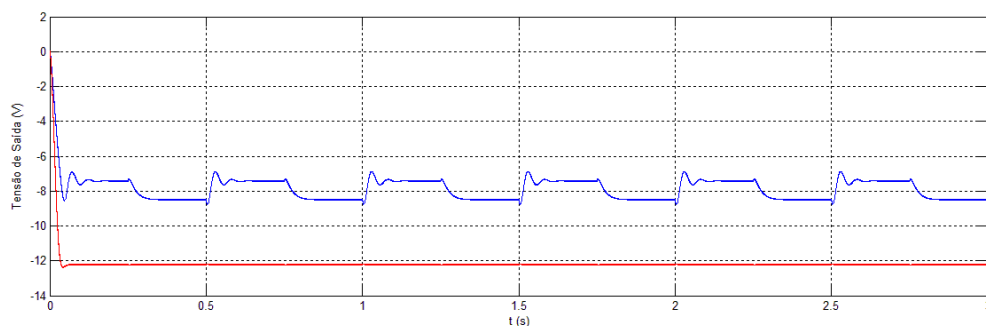
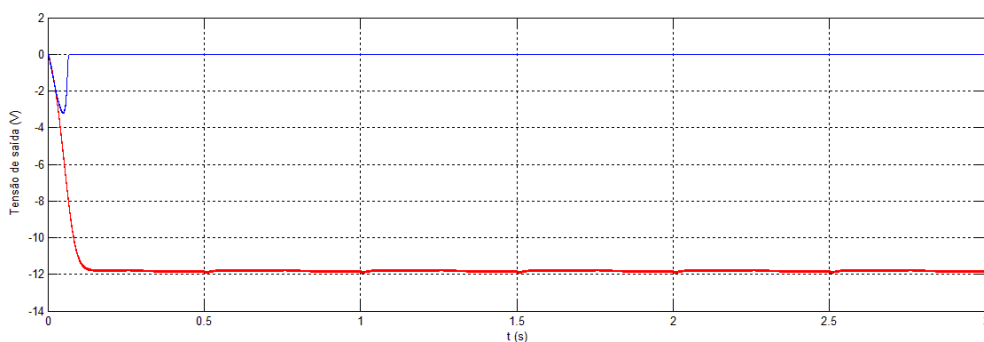


Figura 6.27 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  (azul) e  $K_{falha}$  (vermelho) (Vértices  $\Omega_2, \Omega_4$ ).



**Figura 6.28 - Tensão de saída relacionada ao ganho  $K$  (azul) e  $K_{falha}$  (vermelho) (Vértices  $\Omega_1, \Omega_3$ ).**

Com estas simulações, pode-se reforçar as considerações feitas através da análise dos autovalores obtidos pelo polítopo incerto, onde o vértice  $\Omega_1$  apresenta instabilidade. Pode-se observar também que o sistema operando com  $K$  não apresenta o nível de tensão de saída projetado, sendo que o sistema com o controlador  $K_{falha}$  satisfaz as especificações de projeto para todo o conjunto incerto.

## 7 CONCLUSÃO

Buscou-se neste trabalho uma solução para um sistema de controle robusto em um conversor cc-cc utilizando a topologia *Buck-Boost*. Para cumprir tal objetivo foram utilizadas técnicas de controle moderno sintetizadas por algoritmos matemáticos determinísticos via *software* de simulação matemática. Os resultados obtidos através da proposta deste trabalho foram otimistas visto que o sistema permaneceu estável na presença de incertezas impostas em projeto.

Através dos resultados obtidos, pode-se afirmar que o controlador  $K_{falha}$  garantiu robustez ao sistema na presença de incertezas existentes na operação do conversor. Salienta-se a confiabilidade no uso deste tipo de controlador projetado por meio de técnicas de controle moderno associadas às LMIs na busca de soluções de estabilidade robusta, bem como a facilidade de incorporação dos parâmetros incertos na planta adequando o projeto do controlador.

Acrescenta-se que as respostas obtidas possuíram tempos de assentamento rápidos e isenção de sobressinais, sendo assim, não se faz necessário a aplicação de alocação de polos para o projeto, sob este ponto de vista.

Além disso, a técnica de controle via formulação em LMIs traz facilidade e flexibilidade na busca de soluções de problemas de estabilidade considerando a representação em espaços de estado, além da facilidade de incorporação de incertezas existentes na operação de sistemas práticos.

Portanto, conclui-se com este trabalho, que a aplicação de técnicas modernas de controle é de extrema importância no setor industrial e ao profissional Engenheiro Eletrônico, visto a notória evolução dos equipamentos utilizados em complexos processos que envolvem as atuais plantas industriais.

Por fim, como proposta de trabalhos futuros sugere-se o projeto de controladores para o conversor cc-cc *Buck-Boost* que minimizem o efeito da perturbação externa  $w(t)$  associada ao procedimento da  $\mathcal{D}$ -estabilidade, com a possível validação dos resultados através de testes práticos de bancada.

## SUBMISSÕES

Fuser, R. Quieroz, J. R. Caun, R. P. "Projeto de Controladores Robustos Sujeito a Falhas no Atuador: Uma Aplicação ao Conversor *Buck-Boost*" 22° Simpósio Internacional de Iniciação científica da USP (SIICUSP), São Paulo, Brasil 2014.

## REFERÊNCIAS

AHMED, Ashfaq. **Eletrônica de Potência**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2000

ASSUNÇÃO, Edvaldo; TEIXEIRA, Marcelo C.M.; FARIA, F. Andrade. Realimentação da Derivada dos Estados em Sistemas Multivariáveis Lineares usando LMIs. **Revista Controle & Automação**, Vol.20, n. 1, Janeiro, Fevereiro e Março. 2009.

BUZACHERO, L. F. Sanchez. **Otimização de Controladores Robustos de Sistemas Dinâmicos Sujeitos a Falhas Estruturais**. 2010. Dissertação – Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2010.

CRUSIUS, César. **Formulação LMI para problemas de performance e robustz**. 1996. Dissertação Submetida à universidade federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de mestre em engenharia elétrica. 1996.

DE CARVALHO NETO, João Teixeira. **Controle robusto aplicado a conversor Buck-Boost em sistemas fotovoltaicos**. 2012. Programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica e de Computação. Natal, 2012.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. **Sistemas de controle Moderno**.11.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

ERIKSON, R. W., MAKSIMOVIC, D. (2004), *Fundamentals of Power Electronics*, Second Edition.

FARIA, F. Andrade. **Projeto de Controladores Baseados em LMI usando Realimentação de Estados**. 2009. Tese– Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2009.

KHALIL, Hassan K., **Nonlinear Systems**. 1996. *Departament of Electrical and Computer Engineering Michigan State University. New Jersey*, 1996.

MANESCO, R. Moreira. **Projeto de Controladores Robustos para Sistemas Sujeitos a Falhas Estruturais usando Realimentação Estática da Saída**. 2013. Dissertação – Universidade Estadual Paulista. Ilha Solteira, 2013.



OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2003.

POMILIO, J.A. Pré Reguladores de Fator de Potência. Janeiro 2007. Disponível em: <<http://www.dsce.fee.unicamp.br/~antenor/pfp.html>>. Acesso em Janeiro de 2014.

RASHID, M.H., (2001), *Power Electronics Handbook*, Third Edition.

TROFINO, Alexandre. **Controle Robusto**.2000. Apostila – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica Laboratório de Controle e Micro-Informática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.