

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE
MATERIAIS

RENATO NORMANDIA TAVARES

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE
PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNIO E
HOMOGÊNIO

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2016

RENATO NORMANDIA TAVARES

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE
PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNEO E
HOMOGÊNEO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica. Área de concentração: Engenharia Térmica.

Orientador: Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

CURITIBA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

T231s Tavares, Renato Normandia
2016 Simulação numérica da convecção mista em cavidade
preenchida com meio poroso heterogêneo e homogêneo
/ Renato Normandia Tavares.-- 2016.
124 f: il.; 30 cm.

Texto em português, com resumo em inglês.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica
Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica e de Materiais. Área de concentração: Engenharia
Térmica. Curitiba, 2016.

Bibliografia: p. 94-97.

1. Engenharia mecânica - Dissertações. 2. Calor -
Convecção. 3. Materiais porosos. 4. Mecânica dos fluidos.
5. Fluidodinâmica computacional. 6. Engenharia térmica.
I. Junqueira, Silvio Luiz de Mello. II. Universidade Tecnológica
Federal do Paraná - Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Mecânica e de Materiais. III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 620.1

TERMO DE APROVAÇÃO

RENATO NORMANDIA TAVARES

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE PREENCHIDA COM MEIO POROSO HETEROGÊNEO E HOMOGÊNEO

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em engenharia térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Dr. Paulo César Borges, Dr.
Coordenador do Programa

Banca Examinadora

Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.
PPGEM/UTFPR - orientador

Prof. Cezar Otaviano R. Negrão, Dr.
PPGEM/UTFPR

Prof. Paulo Henrique Dias dos Santos, Dr.
PPGEM/UTFPR

Prof^a. Viviana Cocco Mariani, Dra.
PUCPR

Curitiba, 01 de abril de 2016

À minha esposa, Patricia e minha filha,
Pâmela, pelo imenso amor e carinho.

AGRADECIMENTOS

À minha amada esposa, Patricia, que me amparou e me consolou nos momentos mais difíceis.

À minha filha, Pâmela, um tesouro em minha vida e abundância em amor e carinho. Desde sempre, toda mel e toda doçura.

Aos meus pais, Isac e Dulce, que apesar da distância sempre vou lembrar-me dos seus ensinamentos e lembranças, às quais preservo.

Ao meu orientador, Prof. Silvio, por compartilhar seus profundos conhecimentos e por acreditar e confiar no meu trabalho.

Ao Fernando Cesar De Lai, pelo incondicional apoio na realização deste trabalho e pelas discussões teóricas.

À UTFPR, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais (PPGEM) e ao Centro de Pesquisas em Reologia e Fluidos Não Newtonianos (CERNN), pelo espaço disponibilizado e a todos integrantes altamente dedicados que me ofereceram importante respaldo.

RESUMO

TAVARES, R. N., Simulação numérica da convecção mista em cavidade preenchida com meio poroso heterogêneo e homogêneo. 2016. 124f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

No presente trabalho é apresentada a modelagem e solução numérica da convecção mista em cavidade aquecida por baixo com o topo deslizante, preenchida com meio poroso heterogêneo e homogêneo. Na abordagem heterogênea, o domínio do sólido é representado por blocos condutores de calor igualmente espaçados; a fase fluido circunda os blocos, limitada pelas paredes da cavidade. A abordagem homogênea ou poro-contínua é caracterizada através da porosidade e da permeabilidade da cavidade. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são obtidas, adimensionalizadas e generalizadas de modo a representarem tanto o modelo contínuo quanto o poro-contínuo. A solução numérica é obtida através do método dos volumes finitos. As equações são discretizadas via esquema *QUICK* e é utilizado o algoritmo *SIMPLE* para o acoplamento pressão - velocidade. Visando o regime laminar, os parâmetros do escoamento são mantidos no intervalo de $10^2 \leq Re \leq 10^3$ e $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ tanto para a abordagem heterogênea, quanto para a homogênea. Nas configurações testadas para o modelo contínuo, 9, 16, 36 e 64 blocos são considerados para cada combinação de Re e Ra e a porosidade microscópica é mantida constante ($\varphi=0,64$). No modelo poro-contínuo o número de Darcy (Da) é definido em função do número de blocos da cavidade heterogênea e da porosidade φ . Resultados numéricos do estudo comparativo entre a abordagem microscópica e a macroscópica são apresentados. Como resultado, correlações para o Nusselt médio para os modelos contínuo e poro-contínuo são obtidas em função do Ra modificado para cada Re .

Palavras-chave: Convecção mista. Meio heterogêneo. Meio homogêneo. Dinâmica dos fluidos computacional.

ABSTRACT

TAVARES, R. N., Numeric simulation of mixed convection in cavity filled with heterogeneous and homogeneous porous medium. 2016. 124f. Dissertation (Master in Engineering) – Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

In this work is presented mixed convection heat transfer inside a lid-driven cavity heated from below and filled with heterogeneous and homogeneous porous medium. In the heterogeneous approach, the solid domain is represented by heat conductive equally spaced blocks; the fluid phase surrounds the blocks being limited by the cavity walls. The homogeneous or pore-continuum approach is characterized by the cavity porosity and permeability. Generalized mass, momentum and energy conservation equations are obtained in dimensionless form to represent both the continuum and the pore-continuum models. The numerical solution is obtained via the finite volume method. QUICK interpolation scheme is set for numerical treatment of the advection terms and SIMPLE algorithm is applied for pressure-velocity coupling. Aiming the laminar regime, the flow parameters are kept in the range of $10^2 \leq Re \leq 10^3$ and $10^3 \leq Ra \leq 10^6$ for both the heterogeneous and homogeneous approaches. In the tested configurations for the continuous model, 9, 16, 36, and 64 blocks are considered for each combination of Re and Ra being the microscopic porosity set as constant ($\phi=0,64$). For the pore-continuum model the Darcy number (Da) is set according to the number of blocks in the heterogeneous cavity and the porosity ϕ . Numerical results of the comparative study between the microscopic and macroscopic approaches are presented. As a result, average Nusselt number equations for the continuum and the pore continuum models as a function of Ra and Re are obtained.

Keywords: Mixed convection. Heterogeneous medium. Homogeneous medium. Computational fluid dynamics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Abordagem heterogênea e homogênea para a cavidade porosa.....	4
Figura 1.2 - Esquematização do problema para a abordagem heterogênea e homogênea. ...	4
Figura 3.1 - Geometrias e condições de contorno.....	26
Figura 3.2 - Domínio homogêneo e volume elementar representativo.	29
Figura 3.3 - Cavidade homogênea com condições de contorno adimensionais.	38
Figura 3.4 - Cavidade heterogênea com as condições de contorno adimensionais.	40
Figura 4.1 - Malha bidimensional usada para a discretização das equações de conservação.	45
Figura 4.2 - Volume de controle unidimensional.	48
Figura 4.3 - Malha de velocidades atrasadas em relação a malha original.	50
Figura 4.4 - Algoritmo <i>SIMPLE</i>	51
Figura 5.1 - Linhas de corrente e isothermas para a convecção natural em cavidade limpa com aquecimento lateral e considerando ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$).	56
Figura 5.2 - Comparação entre os casos ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$) para a convecção natural em cavidade com bloco inserido e aquecimento por baixo.	58
Figura 5.3 - Linhas de corrente e isothermas para a convecção natural com aquecimento lateral e considerando $N=9$, $N=64$, $Ra=10^5$ e $Ra=10^8$	59
Figura 5.4 - Linhas de corrente e isothermas para cavidade homogênea com parede esquerda aquecida para $Da=10^{-2}$ e $Ra=10^3$; $Da=10^{-6}$ e $Ra=10^7$	61
Figura 5.5 - Linhas de corrente e isothermas para convecção mista em cavidade limpa aquecida por cima.....	62
Figura 5.6 – Verificação da configuração de Re e Gr que ocorre a bifurcação de Hopf.	64
Figura 5.7 – Linhas de corrente e isothermas da convecção mista em cavidade limpa com fundo aquecida para $Ri=1$ e $Pr=0,71$	64
Figura 5.8 - Variação do Erro Percentual da malha para o meio heterogêneo, considerando (a) $N=9$ (b) $N=64$	67
Figura 5.9 - Variação do Erro Percentual da malha para o meio homogêneo, considerando (a) $Da=5,926 \cdot 10^{-4}$ (b) $Da=8,333 \cdot 10^{-5}$	68
Figura 5.10 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea (variação de N) e homogênea (variação de Da) para $Re=100$ e $Ra=10^6$	71
Figura 5.11 - Variação do Nusselt médio em função da permeabilidade considerando (a) $Re=100$, (b) $Re=500$ e (c) $Re=1000$	72
Figura 5.12 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea (variação de N) e homogênea (variação de Da), considerando $Re=1000$ e $Ra=10^6$	74
Figura 5.13 - Variação no Nusselt médio em função da permeabilidade para (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$ (e) $Ra=10^7$	75
Figura 5.14 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação de Re , considerando $Ra=10^3$, $N=9$ e $Da=5,92 \cdot 10^{-4}$	77
Figura 5.15 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação de Re , considerando $Ra=10^3$, $N=64$ e $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$	78
Figura 5.16 - Variação do Nusselt médio em função do número de Reynolds para (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$ e (e) $Ra=10^7$	80
Figura 5.17 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Ra=10^6$, $N=16$ e $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$	81

Figura 5.18 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Ra=10^6$, $N=36$ e $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$	82
Figura 5.19 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Re=100$; $N=9$ e $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$	84
Figura 5.20 – Variação do Nusselt médio das cavidades heterogênea e homogênea para (a) $Re=100$ (b) $Re=500$ e (c) $Re=1000$	86
Figura 5.21 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Re=500$; $N=36$ e $Da=1,43 \cdot 10^{-4}$	87
Figura 5.22 – Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=100$	88
Figura 5.23 – Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=500$	89
Figura 5.24– Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=1000$	89
Figura B.1 – Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$	99
Figura B.2 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$	100
Figura B.3 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$	101
Figura B.4 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$	102
Figura B.5 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$	103
Figura B.6 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$	104
Figura B.7 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$	105
Figura B.8 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$	106
Figura B.9 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$	107
Figura B.10 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=100$	108
Figura B.11 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=500$	109
Figura B.12 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=1000$	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade limpa.....	9
Tabela 2.2 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade heterogênea.	12
Tabela 2.3 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade homogênea.	14
Tabela 5.1 - Problemas de verificação para a convecção mista em cavidades heterogêneas e homogêneas.	55
Tabela 5.2 - Nusselt médio para a convecção natural em cavidade limpa aquecida lateralmente.	55
Tabela 5.3 - Nusselt médio da parede aquecida para a convecção natural em cavidade com bloco inserido centralmente	57
Tabela 5.4 - Nusselt médio para a convecção natural com aquecimento lateral em cavidade heterogênea.....	59
Tabela 5.5 - Nusselt médio para a convecção natural em cavidade homogênea com parede esquerda aquecida.....	60
Tabela 5.6 - Valores do Nusselt médio da parede aquecida para a convecção mista em cavidade limpa	62
Tabela 5.7 - Parâmetros investigadas na convecção mista em cavidades heterogênea e homogênea.	65
Tabela 5.8 – Teste de malha através da comparação dos valores de Nusselt médio para o meio heterogêneo.	67
Tabela 5.9 - Teste de malha através da comparação dos valores de Nusselt médio para o meio homogêneo.	67
Tabela 5.10 - Fatores de relaxação da quantidade de movimento para o meio heterogêneo.	69
Tabela 5.11 - Fatores de relaxação da quantidade de movimento para o meio homogêneo.	69
Tabela 5.12 – Constantes para a expressão analítica geral do Nusselt médio.....	90
Tabela 5.13 – Valores do Nusselt médio em função do número de Darcy-Rayleigh para aos meios heterogêneo e homogêneo, considerando $Re=100$, $Re=500$ e $Re=1000$	91
Tabela A.1- Nusselt médio Nu para as cavidades heterogênea e homogênea.	98
Tabela A.2 – Linhas de corrente Ψ para as cavidades heterogênea e homogênea.	98

LISTA DE SÍMBOLOS

T	Temperatura	[K]
φ	Porosidade	-
x, y, z	Coordenadas	[m]
u	Velocidade na direção x	[m/s]
v	Velocidade na direção y	[m/s]
w	Velocidade na direção z	[m/s]
U_o	Velocidade da superfície superior da cavidade	[m/s]
L	Dimensão das cavidades heterogênea e homogênea	[m]
Θ	Propriedade	-
t	Tempo	s
ρ	Massa específica	[Kg/m ³]
μ	Viscosidade dinâmica	[Pa·s]
c_p	Calor específico à pressão constante	[J/Kg·K]
k	Razão da condutividade térmica sólido-fluido	-
q'''	Geração de calor	[W/m ³]
g	Aceleração da gravidade	[m/s ²]
\mathcal{L}	Comprimento característico do domínio macroscópico	[m]
ℓ	Comprimento característico do volume elementar representativo	[m]
r_o	Raio do volume elementar representativo	[m]
\forall	Volume	[m ³]
A	Área	[m ²]
\vec{n}	Vetor unitário	-
p	Pressão	[Pa]
α	Difusividade térmica	[m ² /s]
K	Permeabilidade	[m ²]
F	Coefficiente de Forchheimer	-
β	Coefficiente de expansão volumétrica	[1/K]
X, Y	Coordenadas adimensionais	-
U	Velocidade adimensional na direção X	-
V	Velocidade adimensional na direção Y	-
P	Pressão adimensional	-
θ	Temperatura adimensional	-
Re	Número de Reynolds	-
Ra	Número de Rayleigh	-
Da	Número de Darcy	-
N	Número de blocos	-
Pr	Número de Prandtl	-
ν	Viscosidade cinemática	[m ² /s]
Nu	Número de Nusselt	-
h	Coefficiente de transferência de calor	[W/m ² ·K]
q	Calor	[W]
Ψ	Linhas de corrente	-
S_Θ	Termo fonte	-
Γ	Coefficiente difusivo	-

Subscritos

<i>Q</i>	Quente
<i>F</i>	Frio
<i>f</i>	Fluido
<i>s</i>	Sólido
<i>fs</i>	Interface fluido-sólido
<i>e</i>	Face direita do volume de controle
<i>w</i>	Face esquerda do volume de controle
<i>n</i>	Face superior do volume de controle
<i>s</i>	Face inferior do volume de controle
<i>P</i>	Nó do volume de controle
<i>E</i>	Nó a direita do volume de controle
<i>W</i>	Nó a esquerda do volume de controle
<i>N</i>	Nó acima do volume de controle
<i>S</i>	Nó abaixo do volume de controle
<i>nb</i>	Nós vizinhos ao volume de controle

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	3
1.2	OBJETIVOS.....	5
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE LIMPA.....	7
2.2	CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE HETEROGÊNEA.....	10
2.3	CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE HOMOGÊNEA	13
2.4	CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE LIMPA.....	15
2.5	CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE HETEROGÊNEA	18
2.6	CONVECÇÃO MISTA EM MEIO HOMOGÊNEO	20
2.7	ESTUDO COMPARATIVO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR ENTRE MEIO HETEROGÊNEO E HOMOGÊNEO	21
3	MODELAGEM MATEMÁTICA.....	25
3.1	GEOMETRIAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	25
3.2	HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS.....	27
3.3	EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO	28
3.3.1	Meio poroso homogêneo	28
3.3.2	Meio Poroso Heterogêneo	38
3.4	PARÂMETROS DE AVALIAÇÃO.....	40
3.4.1	Nusselt médio na parede aquecida	40
3.4.2	Linhas de corrente	42
4	MODELAGEM NUMÉRICA.....	44
4.1	DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL.....	44
4.1.1	Integração da equação geral	44
4.2	MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS	45
4.2.1	Discretização do termo difusivo.....	46
4.3	DISCRETIZAÇÃO DO TERMO ADVECTIVO.....	47
4.4	TERMO FONTE	47
4.5	ESQUEMA DE INTERPOLAÇÃO QUICK.....	48
4.6	ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE.....	48
4.7	CONVERGÊNCIA.....	52
4.8	REGULARIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PARA MEIO POROSO HOMOGÊNEO	52
5	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	54

5.1	PROBLEMAS DE VERIFICAÇÃO	54
5.1.1	Convecção natural em cavidade limpa com gradiente horizontal de temperatura.	55
5.1.2	Convecção natural em cavidade heterogênea com aquecimento inferior ou lateral.....	57
5.1.3	Convecção natural em cavidade homogênea com aquecimento lateral	59
5.1.4	Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento superior.....	61
5.1.5	Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento inferior	63
5.2	PARÂMETROS DO PROBLEMA.....	65
5.3	TESTE DE MALHA.....	66
5.3.1	Relaxação	68
5.4	PERMEABILIDADE	69
5.5	NÚMERO DE REYNOLDS	76
5.6	NÚMERO DE RAYLEIGH	83
5.7	EXPRESSÕES PARA NUSSELT MÉDIO.....	88
6	CONCLUSÃO.....	92
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	93
	REFERÊNCIAS.....	94
	APÊNDICE A – NUSSELT MÉDIO Nu E LINHAS DE CORRENTE Ψ	98
	APÊNDICE B – LINHAS DE CORRENTE E ISOTERMAS PARA AS CAVIDADES HETEROGÊNEA E HOMOGÊNEA	99

1 INTRODUÇÃO

Fenômenos de transporte em meios porosos são fundamentais para diversas aplicações industriais: exploração de petróleo, filtração, controle de poluição de água subterrânea, fabricação de medicamentos, resfriamento de componentes eletrônicos, secagem de grãos, revestimento de superfícies e geradores de vapor. Além deste aspecto de interesse prático, escoamentos confinados em cavidades porosas têm sido utilizados para o estudo de fenômenos físicos básicos, uma vez que apresentam diversas estruturas de escoamento: vórtices, escoamentos secundários e fenômenos associados à instabilidade hidrodinâmica (DA SILVA e LEIROZ, 2006).

Processos que envolvem transferência de calor em meios porosos apresentam um ou mais constituintes e uma interface complexa, denominado como meio poroso heterogêneo ou um meio em que as interfaces não são identificadas, conhecido como meio poroso homogêneo (INGHAM e POP, 2002).

Secagem de sólidos é uma das mais antigas e usuais operações encontradas nos mais diversos processos usados em indústrias agrícolas, cerâmicas, químicas, alimentícias, farmacêuticas, de papel e celulose, mineral e de polímeros. Existem muitas razões para a secagem e os materiais que podem ser secos são diversos. Um produto tem que estar capacitado para um processo subsequente ou para ser vendido. Logo, existem materiais que necessitam de uma determinada umidade para poderem ser prensados, moídos ou compactados. Outros produtos necessitam ser secos a baixos níveis de umidade, permitindo um armazenamento satisfatório. Custos de transportes também são reduzidos pela remoção de grande parte da água contida no produto. (PARK *et al.*, 2007).

Outra aplicação importante para a transferência de calor em meios porosos é o resfriamento de componentes eletrônicos. De acordo com Çengel e Ghajar (2015), equipamentos eletrônicos dependem da passagem de corrente elétrica, tornando-os vulneráveis ao aquecimento, pois a corrente elétrica passa através da resistência, resultando em geração de calor. A contínua redução de tamanho dos equipamentos eletrônicos aumenta a quantidade de calor gerada por unidade de

volume. Sem o controle apropriado, as altas taxas de geração de calor resultarão em temperaturas elevadas, que prejudicam o funcionamento e a vida útil do equipamento. Altas temperaturas elevam tensões nas juntas soldadas dos componentes de um circuito eletrônico devido à dilatação térmica. Por isso, o controle térmico tem se tornado importante no desenvolvimento e funcionamento dos equipamentos eletrônicos.

Na indústria petrolífera, os estudos de fenômenos de transporte em meios poroso são de fundamental importância. O petróleo, que se origina nas rochas geradoras, é deslocado em direção às regiões de baixa pressão até encontrar uma rocha reservatório, onde é acumulado. Segundo Thomas (2001), a expulsão do petróleo da rocha onde foi gerado é referida como migração primária e o percurso ao longo de uma rocha porosa e permeável, até ser interceptado e contido por uma armadilha geológica, dá-se o nome de migração secundária. Cordazzo (2006) relata que o petróleo produzido originalmente na rocha geradora migra por capilaridade e por forças de empuxo para a rocha reservatório. Eventualmente, durante a percolação do petróleo no substrato poroso, o canal de escoamento pode conter cavidades porosas. O escoamento e a transferência de calor nas cavidades porosas podem ser modelados como convecção mista em meio poroso heterogêneo ou homogêneo e os efeitos na distribuição de temperatura e quantidade de movimento podem ser investigados.

Tendo em vista os diferentes processos e aplicações que envolvem diretamente fenômenos de transporte em meios porosos e diante dos efeitos que um substrato poroso pode exercer na percolação do petróleo, observa-se a importância que envolve o estudo do escoamento em meios porosos. Neste trabalho, a proposta geral do estudo é investigar a convecção mista em cavidades preenchidas com meio poroso heterogêneo e homogêneo, visando comparar as diferenças entre as duas abordagens.

1.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

Conforme comentado anteriormente, fenômenos de transporte em meio poroso são encontrados em diversos processos e aplicações como, por exemplo, a percolação de fluido em um substrato poroso.

Na Figura 1.1(a) são ilustrados um canal de escoamento do substrato poroso e uma cavidade porosa. Durante o escoamento, o fluido pode encontrar cavidades porosas que estão conectadas a um canal de escoamento. Nessa ocasião, o fluido fica confinado dentro da cavidade, movimentando-se por meio da quantidade de movimento provinda do canal de escoamento. Condições de desequilíbrio térmico ocorrem devido à diferença de temperatura entre o fluido e as paredes da cavidade, caracterizando convecção mista em meio poroso.

A cavidade porosa pode ser modelada como meio heterogêneo, que permite a identificação das interfaces entre os diferentes constituintes do meio, ou como meio poroso homogêneo, tratando as fases sólida e fluida como um único meio poroso contínuo. A abordagem homogênea é mais simples, pois em muitos casos o mapeamento das interfaces dos constituintes é trabalhoso e nem sempre a amostra do meio é acessível. De acordo com De Lai *et al.* (2011), para problemas que envolvem a abordagem heterogênea, o efeito geométrico, devido à presença de obstáculos, proporciona variação significativa no comportamento do escoamento e na transferência de calor no interior dos domínios, quando existe a interferência destes obstáculos sobre a região de camada limite.

São ilustradas nas Figura 1.1(b) e (c) as abordagens heterogênea e homogênea da cavidade porosa, respectivamente. Neste caso, a abordagem heterogênea consiste em uma cavidade preenchida com blocos sólidos, rígidos, impermeáveis, condutores e igualmente espaçados. Devido à dificuldade de mapear o contorno das interfaces entre os constituintes sólido e fluido, pode-se diminuir a resolução do meio e utilizar a abordagem homogênea, onde as fases sólida e fluida são consideradas como sendo um único meio poro-contínuo.

Para representar a transferência de calor na cavidade porosa é imposto um gradiente térmico vertical para que seja modelado a diferença de temperatura entre

o fluido escoando pelo canal e a superfície inferior da cavidade. O escoamento do fluido no canal sobre a cavidade é representado pela superfície superior deslizante. A atuação conjunta do deslizamento da tampa com o gradiente térmico vertical pode ser caracterizado como convecção mista. A intensidade da convecção natural é definida pela intensidade do gradiente de temperatura e da convecção forçada pela velocidade da tampa. Na Figura 1.2 são mostradas simplificações geométricas e condições de contorno para as abordagens heterogênea e homogênea.

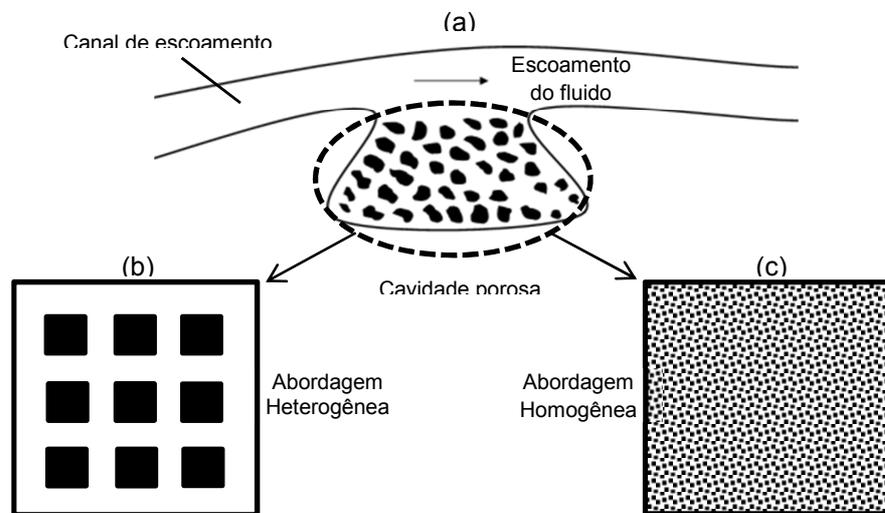


Figura 1.1 - Abordagem heterogênea e homogênea para a cavidade porosa.

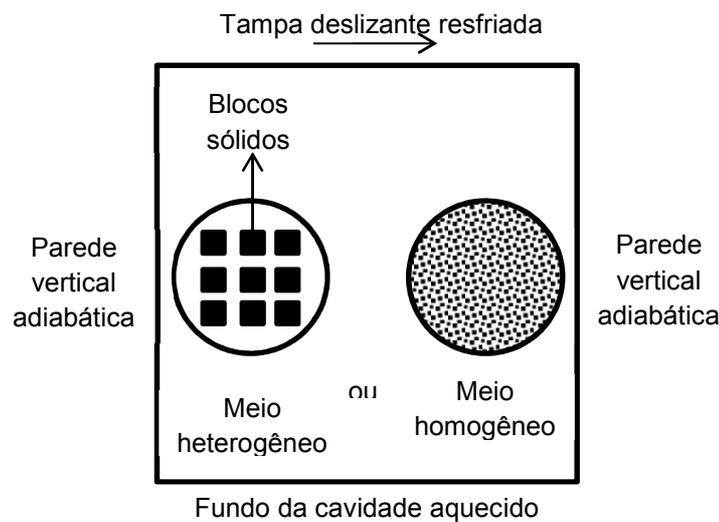


Figura 1.2 - Esquematização do problema para a abordagem heterogênea e homogênea.

1.2 OBJETIVOS

Simular numericamente a convecção mista em cavidades preenchidas com meios porosos heterogêneo e homogêneo. A cavidade é composta por uma tampa deslizante (convecção forçada), que é mantida resfriada em relação à superfície inferior aquecida, resultando em um gradiente de temperatura vertical (convecção natural), naturalmente instável.

O foco do estudo se concentra na comparação entre os modelos porosos heterogêneo e homogêneo, identificando as diferenças na dinâmica do fluido e na transferência de calor.

Resultados mostram o efeito da variação do número de Rayleigh, número de Reynolds e da permeabilidade (número de blocos – meio heterogêneo; número de Darcy – meio homogêneo) da cavidade.

A dinâmica do escoamento e a transferência de calor são caracterizadas por meio das linhas de corrente, de isotermas e do número de Nusselt médio na parede aquecida.

Expressões analíticas são obtidas para o Nusselt médio dos modelos heterogêneo e homogêneo, decorrentes da variação de Ra_K para cada Re investigado, sendo Ra_K o número de Rayleigh em função da permeabilidade.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica dos principais estudos realizados com geometrias e condições de contorno similares deste trabalho. É feita uma breve apresentação de alguns trabalhos envolvendo: convecção natural em cavidade limpa, convecção natural em cavidade heterogênea, convecção mista em cavidade heterogênea e homogênea e, por fim, uma revisão sobre estudos comparativos da transferência de calor em meio heterogêneo e homogêneo.

No Capítulo 3 é apresentada a formulação matemática para a abordagem heterogênea e homogênea, onde as equações de conservação são apresentadas com suas respectivas condições de contorno na forma adimensional.

No Capítulo 4 é descrita a modelagem numérica utilizada para a solução das equações de conservação, relatando o método de discretização utilizado, esquema de acoplamento pressão-velocidade, algoritmo de solução e critério de convergência.

No Capítulo 5 são apresentados alguns problemas de verificação realizados para o método de solução numérica proposto. Os seguintes casos foram verificados: convecção natural em cavidade limpa, convecção natural em cavidade com bloco, convecção mista em cavidade limpa e convecção natural em cavidade homogênea. Por fim, apresentam-se os parâmetros variados do problema e as discussões dos resultados para o efeito da permeabilidade e números de Reynolds e Rayleigh, além da apresentação das expressões para a predição do Nusselt médio.

No capítulo 6 é feita a conclusão do trabalho diante dos resultados encontrados com relação às principais tendências observadas devido às variações dos parâmetros propostos e diferenças encontradas entre as abordagens heterogênea e homogênea.

Por fim, no capítulo 7 são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma revisão bibliográfica dos principais estudos realizados com geometrias e condições de contorno similares ao deste trabalho. É apresentado um breve resumo de estudos de fenômenos de transportes em cavidades fechadas, tais como: convecção natural em cavidade limpa, convecção natural em cavidade heterogênea, convecção mista em cavidade heterogênea, convecção mista em cavidade homogênea e, por fim, estudos comparativos da transferência de calor em meios heterogêneo e homogêneo.

2.1 CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE LIMPA

A cavidade quadrada com as paredes horizontais adiabáticas e com as verticais mantidas a diferentes temperaturas é um problema clássico de transferência de calor. O estudo do escoamento dirigido por forças de empuxo em cavidade é amplamente utilizado para avaliar o desempenho de métodos numéricos que lidam com cálculos de escoamentos viscosos. Sendo assim, tornou-se um dos mais populares problemas-teste para validações de algoritmos numéricos desenvolvidos para a integração das equações de Navier-Stokes de escoamentos incompressíveis com recirculação (MARKATOS *et al.*, 1983; LE QUERÉ, 1991).

Dixit *et al.* (2006) investigaram um escoamento caracterizado pela circulação de fluido no interior de uma cavidade devido ao gradiente horizontal de temperatura. Para o número de Rayleigh ($Ra \sim 10^3$), prevalece a condução de calor no meio. Conforme o número de Rayleigh aumenta, os efeitos convectivos começam a influenciar mais significativamente. Quando $Ra \geq 10^5$, a formação de camadas limites nas paredes verticais se torna visível e no núcleo da cavidade começa a ocorrer estagnação do fluido, principalmente se $Ra \geq 10^7$. O estreitamento da espessura das camadas limites está diretamente relacionado com o aumento de Rayleigh. A distribuição de temperatura no centro da cavidade fica praticamente

estratificada, com baixíssimas velocidades verticais comparadas com as velocidades encontradas nas camadas limites.

Com valores de números de Rayleigh baixos, a transferência de calor é meramente por condução, pois as isotermas apresentam um posicionamento predominantemente vertical em todo o domínio. Conforme o número de Rayleigh aumenta, ocorre o aparecimento de regiões com recirculação e que são deslocadas para a região superior esquerda e inferior direita. Estas regiões são conhecidas por apresentarem uma diminuição na velocidade do escoamento, que provocam o descolamento da camada limite, originando as recirculações. A distribuição de temperatura também muda e as isotermas já apresentam um posicionamento horizontal na região central da cavidade, levando a uma estagnação do escoamento nesta região. É possível observar a formação das camadas limite hidrodinâmica e térmica, concentrando altos valores de gradientes nestas regiões (DIXIT *et al.*, 2006).

Outras configurações e diferentes condições de contorno para convecção natural em uma cavidade limpa já foram estudadas. Calgani *et al.* (2005) analisaram experimentalmente e numericamente a convecção natural em uma geometria quadrada com um aquecimento discreto e centrado na superfície inferior, paredes laterais resfriadas e superior adiabática. Para Rayleigh menor do que 10^4 , prevaleceu a transferência de calor por condução, enquanto para valores de $Ra \geq 10^4$ a convecção foi dominante. Observando as linhas de corrente e as isotermas, os autores conseguiram descrever como acontece o fenômeno da convecção natural dentro da cavidade: o fluido, o qual é aquecido por uma fonte de calor localizada, sobe centralmente para a parede adiabática superior, onde ocorre a divisão do escoamento em duas partes, que se movem horizontalmente em direção às paredes resfriadas. Logo, ocorre o resfriamento do fluido, que desce ao longo das paredes verticais.

Outro estudo com configurações similares ao feito por Calgani *et al.* (2005) foi investigado por Aydin *et al.* (2000). Devido às condições de contorno simétricas nas paredes verticais, tanto o campo de escoamento quanto o campo de temperatura são simétricos com relação ao plano médio vertical da cavidade. Essas condições de contorno simétricas também resultam em pares de células com direção

de rotação opostas. O resfriamento simétrico pelas laterais é uma eficiente opção de arrefecimento e o aquecimento parcial na superfície inferior simula componentes eletrônicos. Com o objetivo de simular o resfriamento por ar, foi escolhido $Pr = 0,71$.

Basak *et al.* (2006) fizeram um estudo numérico para investigar a convecção natural em cavidade quadrada mantendo a superfície inferior com uma distribuição de temperatura não-uniforme. As paredes laterais foram mantidas com a mesma temperatura fria e, por fim, a superfície superior da cavidade considerada adiabática. No caso de um aquecimento uniforme no fundo da cavidade, ocorre uma descontinuidade nos vértices, aonde as superfícies resfriadas e aquecidas se interceptam.

Convecção natural em cavidade aquecida lateralmente e resfriada pelo topo foi analisada numericamente por Aydin *et al.* (1999). As temperaturas na parede aquecida e resfriada foram consideradas uniformes. O principal objetivo do estudo foi determinar o efeito da razão de aspecto da cavidade e do número de Rayleigh no padrão de escoamento e na transferência de calor dentro da cavidade. O efeito do número de Rayleigh na transferência de calor foi concluído ser mais significativo quando a cavidade era de pouca profundidade, ou seja, altura muito menor do que o comprimento.

Na Tabela 2.1 são resumidos os artigos relacionados à convecção natural em cavidade limpa.

Tabela 2.1 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade limpa.

Autor	Tipo	Descrição
Markatos <i>et al.</i> (1983)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada); Efeito da variação do número de Rayleigh.
Le Quéré (1990)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada); Efeito da variação do número de Rayleigh.
Grundmann <i>et al.</i> (1996)	Analítico	Gradiente vertical de temperatura (parede inferior aquecida e superior resfriada); Efeito da variação do número de Rayleigh.
Aydin <i>et al.</i> (1999)	Numérico	Parede esquerda aquecida e superior resfriada; das variações do número de Rayleigh e razão de aspecto da cavidade.
Aydin <i>et al.</i> (2000)	Numérico	Aquecimento discreto e centralmente localizado na parede inferior e paredes verticais resfriadas; Efeito das variações

		do número de Rayleigh e tamanho da fonte discreta de calor na parede inferior.
Calcagni <i>et al.</i> (2005)	Numérico e Experimental	Aquecimento discreto e centralmente localizado na parede inferior e paredes verticais resfriadas; Efeito da variação do número de Rayleigh.
Dixit <i>et al.</i> (2006)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada); Efeito da variação do número de Rayleigh.
Basak <i>et al.</i> (2006)	Numérico	Aquecimento inferior (uniforme ou não uniforme) e paredes verticais resfriadas; Efeito das variações do número de Rayleigh e do número de Prandtl.

2.2 CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE HETEROGÊNEA

House *et al.* (1990) investigaram o efeito de um corpo quadrado, centrado e condutor na convecção natural em cavidade quadrada com gradiente horizontal de temperatura. Resultados de interesse incluíam o efeito do tamanho e da condutividade térmica do sólido inserido no escoamento e na distribuição de temperatura. O número de Nusselt não era significativamente diferente daquele para convecção natural pura sem o corpo sólido inserido. Isso acontece, pois para um mesmo valor de Rayleigh e Prandtl, o tamanho do bloco coincidia com a região de estagnação encontrada no núcleo da cavidade, quando não há nenhum sólido inserido. Obviamente isso é observado até um tamanho limite do bloco. Para blocos maiores, o número de Nusselt é significativamente influenciado pela razão de condutividade térmica do sólido com o fluido.

Ainda segundo House *et al.* (1990), as linhas de corrente para o caso sem bloco inserido revela que o corpo exerce pouca influência no escoamento, pois para o mesmo número de Rayleigh, o centro da cavidade apresenta uma região de estagnação. Essa região de estagnação coincide com a localização do bloco. As isotermas no corpo são aproximadamente horizontais, indicando que há condução de calor na direção vertical na região do sólido. Essa condução acontece da região de alta temperatura, localizada na parte superior da cavidade, para a região de baixa temperatura, encontrada na parte inferior.

Lee *et al.* (2005) fizeram um estudo dos efeitos da razão de condutividade térmica sobre a convecção natural para diferentes valores de Rayleigh, quando um

sólido condutor é inserido na cavidade com gradiente vertical de temperatura. Os resultados foram comparados com a convecção de Rayleigh-Bénard em cavidade limpa e com os casos onde o corpo quadrado é adiabático, ou seja, apresenta alta condutividade térmica, por isso sua temperatura interna é constante. O modelo físico considerado é uma cavidade, aquecida por baixo e resfriada por cima, preenchida por fluido e com um corpo sólido inserido em seu centro. Quando o número de $Ra \leq 10^4$, o efeito da convecção no escoamento e a consequente transferência de calor eram relativamente fracos e o número Nusselt médio da superfície aquecida dependia da variação da razão de condutividade térmica. No entanto, quando $Ra \geq 10^5$, o efeito da convecção se tornou mais dominante do que a condução, por isso o número de Nusselt na parede de maior temperatura não dependia muito da variação da razão de condutividade térmica.

Merrick e Lage (2005) investigaram uma cavidade aquecida lateralmente, preenchida com fluido e contendo blocos igualmente espaçados, condutores e desconectados. O principal objetivo foi investigar o efeito dos obstáculos sólidos no processo de transferência de calor, variando o número e o tamanho dos blocos inseridos na cavidade. Resultados para a razão de condutividade térmica unitária indicaram a presença do fenômeno de interferência na camada limite, que se caracteriza pela interrupção do escoamento predominantemente ao longo do canal entre a parede aquecida ou resfriada e a primeira coluna de blocos sólidos. Por isso, o fluido penetra entre os canais internos da cavidade, que são cada vez mais distantes das paredes verticais, conforme o número de blocos aumenta. Esse fenômeno causa uma redução drástica na transferência de calor dentro da cavidade, e essa redução parece ser mais abrupta para baixos números de Rayleigh.

De Lai *et al.* (2011) investigaram a convecção natural dentro de uma cavidade preenchida com fluido, contendo diversos obstáculos sólidos e aquecida lateralmente a fim de determinar os efeitos da variação de razão de aspecto da cavidade, número de blocos, razão de condutividade térmica sólido-fluido e número de Rayleigh. Os obstáculos sólidos são condutores, blocos quadrados desconectados e uniformemente distribuídos dentro da cavidade. O modelo matemático foi baseado em uma aproximação contínua, com equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, apresentadas para cada constituinte, fluido e sólido, dentro da cavidade. As equações foram resolvidas

numericamente a partir do método de volumes-finitos. O número de Nusselt médio da parede aquecida foi escolhido para caracterizar a intensidade da convecção dentro da cavidade. Seus resultados mostraram uma interferência no desenvolvimento da camada limite devido à proximidade dos blocos nas paredes aquecidas e resfriadas, reduzindo a efetividade da transferência de calor. Quando a condutividade térmica dos blocos é maior do que a condutividade térmica do fluido, a proximidade dos blocos entre as paredes aquecidas e resfriadas podem ajudar na transferência de calor pela cavidade.

Junqueira *et al.* (2013) realizaram simulações numéricas para a convecção natural provocada por um gradiente horizontal de temperatura em cavidade retangular preenchida com fluido e contendo blocos sólidos uniformemente distribuídos, condutores, fixos e desconectados. Foram avaliados os efeitos da razão de condutividade térmica (sólido-fluido) ($0,1 \leq k \leq 100$), porosidade ($0,16 \leq \varphi \leq 0,74$) e número de blocos ($0 \leq N \leq 144$) para diferentes razões de aspecto da cavidade ($0,25 \leq A \leq 4$) e número de Rayleigh ($10^5 \leq Ra \leq 10^8$). Seus resultados constataram a interferência dos blocos na camada limite ao longo das superfícies aquecida e resfriada da cavidade e uma expressão analítica que prevê a quantidade mínima de blocos (N_{\min}) para a ocorrência da interferência foi encontrada. Para cavidades limpas, o efeito do aumento da razão de aspecto da cavidade é irrisório, entretanto na presença de blocos há uma queda abrupta do Nusselt médio, principalmente quando a quantidade de blocos é pequena. Por outro lado, para valores altos de Rayleigh, o número de Nusselt médio aumenta substancialmente com o aumento da razão de aspecto. Este comportamento peculiar é justificado pela interferência dos blocos sólidos na camada limite.

Na Tabela 2.2 são resumidos os artigos relacionados à convecção natural em cavidade heterogênea.

Tabela 2.2 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade heterogênea.

Autor	Tipo	Descrição
House <i>et al.</i> (1990)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada) e bloco condutor inserido centralmente; Efeito das variações do número de Rayleigh, tamanho e condutividade térmica do bloco.

Merrickh <i>et al.</i> (2005)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada) e blocos condutores, desconectados e igualmente espaçados; Efeito das variações do número de Rayleigh, razão da condutividade térmica (sólido-fluido) e quantidade e tamanho dos blocos.
Lee <i>et al.</i> (2005)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (parede inferior aquecida e superior resfriada) e bloco condutor inserido centralmente; Efeito da variação do número de Rayleigh e condutividade térmica do bloco.
De Lai <i>et al.</i> (2011)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada) e blocos condutores, desconectados e igualmente espaçados; Efeito das variações do número de Rayleigh, quantidade de blocos, razão da condutividade térmica (sólido-fluido), porosidade e razão de aspecto da cavidade.
Junqueira <i>et al.</i> (2013)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada) e blocos condutores, desconectados e igualmente espaçados; Efeito das variações da porosidade, razão de condutividade térmica (sólido-fluido), número de blocos para diversos números de Raleigh e razões de aspecto da cavidade.

2.3 CONVECÇÃO NATURAL EM CAVIDADE HOMOGÊNEA

Nithiarasu *et al.* (1996) investigaram a convecção natural em cavidade homogênea. Considerando matrizes porosas lineares e não-lineares, observaram que o número de Nusselt médio da parede aquecida é afetado de forma significativa pela combinação de parâmetros adimensionais como número de Rayleigh, número de Darcy e porosidade. Os autores realizaram um estudo paramétrico detalhado para a convecção natural em cavidade preenchida com meio poroso homogêneo para porosidades constante e variável.

Basak *et al.* (2006) analisaram numericamente a convecção natural em cavidade homogênea com a parede inferior aquecida, paredes verticais linearmente aquecidas ou parede direita resfriada. A tampa da cavidade é considerada adiabática e com velocidade uniforme. Os parâmetros estudados foram o número de Darcy ($10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$), número de Grashof ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$), número de Prandtl ($0,015 \leq Pr \leq 10$) e o número de Reynolds ($1 \leq Re \leq 10^2$). Os autores avaliaram as características do escoamento, temperatura e a taxa de transferência de calor através do Nusselt médio, estimando-o em função de Re , Pr e Gr .

Sathiyamoorthy *et al.* (2006) investigaram numericamente a convecção natural em cavidade quadrada e preenchida com fluido e meio poroso homogêneo. O escoamento foi induzido por diferentes condições de contorno de temperatura nas paredes da cavidade: inferior uniformemente aquecida, esquerda linearmente aquecida e direita aquecida linearmente ou uniformemente resfriada enquanto a superior foi considerada adiabática. Os resultados numéricos foram apresentados em termos das linhas de corrente, isothermas e Nusselt médio e local. Foram variados os números de Rayleigh ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$), Darcy ($10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$) e Prandtl ($0,2 \leq Pr \leq 100$).

Chen *et al.* (2008) realizaram simulações numéricas da convecção natural em meio poroso e fluido. Um domínio contendo as partes porosa e fluida é utilizado com o objetivo de estudar diferentes condições de interface que incluem a descontinuidade de tensões cisalhantes.

Na Tabela 2.3 são resumidos os artigos relacionados à convecção natural em cavidade homogênea.

Tabela 2.3 - Síntese dos artigos sobre convecção natural em cavidade homogênea.

Autor	Tipo	Descrição
Nithiarasu <i>et al.</i> (1996)	Numérico	Paredes esquerda aquecida, direita resfriada e horizontais adiabáticas; Investigação das variações de Rayleigh, Darcy e porosidade.
Basak <i>et al.</i> (2006)	Numérico	Superfície inferior aquecida com temperatura uniforme ou não uniforme, superfícies verticais resfriadas com temperatura uniforme e tampa adiabática e deslizante; Efeitos dos números de Rayleigh, Darcy e Prandtl.
Sathiyamoorthy <i>et al.</i> (2006)	Numérico	Parede esquerda linearmente aquecida, direita linearmente aquecida ou uniformemente resfriada, inferior uniformemente aquecida e superior adiabática; Efeitos das variações dos números de Rayleigh, Darcy e Prandtl.
Cheng <i>et al.</i> (2008)	Numérico	Cavidade com meios poroso homogêneo e fluido, paredes direita aquecida e esquerda resfriada; Investigação das condições de interface fluido-poroso.

2.4 CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE LIMPA

Escoamentos de fluidos viscosos contidos em cavidades, com uma de suas paredes deslizantes e de velocidade constante, constitui um atraente problema para investigações numéricas (IWATSU *et al.*, 1993).

A transferência de calor por convecção mista em cavidade com tampa deslizante combina, por um lado, a cavidade hidrodinâmica, onde o escoamento é induzido pelo movimento da superfície superior, e por outro lado, a transferência de calor por convecção natural dentro da cavidade devido às paredes com diferentes temperaturas (FRANCO *et al.*, 1996).

Quando a força de empuxo é comparada com forças de cisalhamento dentro da cavidade, o regime de convecção é convencionalmente classificado como convecção mista. A razão entre o número de Grashof pelo quadrado do número de Reynolds (Gr/Re^2), o qual é designado como número de Richardson (Ri), é o parâmetro que define se a convecção é predominantemente natural ou forçada (ISLAM *et al.*, 2012).

Moallemi *et al.* (1992) consideraram o escoamento e a transferência de calor em cavidade quadrada, onde o escoamento é induzido pelo movimento da tampa combinado com a força de empuxo devido ao aquecimento inferior da cavidade. As simulações numéricas são realizadas para um escoamento laminar e bidimensional. Os efeitos da variação do número de Prandtl ($0,01 \leq Pr \leq 50$) no escoamento e na transferência de calor na cavidade são investigados para diferentes valores dos números de Reynolds e de Richardson. Os campos de temperatura e escoamento na cavidade são apresentados para ilustrar a intensa influência do número de Prandtl além de correlações para o número de Nusselt médio.

Iwatsu *et al.* (1993) investigaram o escoamento e a transferência de calor em uma cavidade quando a diferença de temperatura imposta externamente não gera forças de empuxo, mantendo a estabilidade do campo de escoamento. Especificamente, a superfície superior desliza com uma velocidade constante e tem sua temperatura mantida a um valor T_T , que é maior do que a temperatura da superfície inferior estacionária, T_B , ou seja, $T_T \geq T_B$. Tal sistema irá apresentar um

estado de repouso, caso a superfície superior também esteja parada. Nesta situação, a transferência de calor é totalmente dominada pela condução. Entretanto, o movimento da tampa induz o movimento do fluido dentro da cavidade. Esta investigação foi feita com o objetivo de identificar o aumento da transferência de calor e a intensidade do escoamento, influenciado pelo movimento da parede superior. Quando $Gr/Re^2 \ll 1$, o efeito do empuxo é dominado pela convecção forçada. As isothermas são agrupadas em espaços estreitos adjacentes às paredes superior e inferior. Na região central da cavidade, o fluido encontrou-se muito misturado, por isso a variação de temperatura foi pequena.

Ainda segundo Iwatsu *et al.* (1993), a predominância do efeito de empuxo acontece quando $Gr/Re^2 \gg 1$. A transferência da quantidade de movimento alcança pequenas distâncias da tampa deslizante para o interior da cavidade e, no restante, o fluido encontra-se estagnado. Nas regiões estagnadas, as isothermas são predominantemente horizontais e, por isso, prevalece a distribuição linear de temperatura.

Franco *et al.* (1996) estudaram a convecção mista em cavidade quadrada com as paredes verticais mantidas a diferentes temperaturas e as paredes horizontais adiabáticas. O escoamento é induzido por uma força de cisalhamento, resultado do movimento da parede superior, e pela força de empuxo, consequência do gradiente horizontal de temperatura. Foram combinados dois problemas clássicos: a cavidade com tampa deslizante e a cavidade térmica aquecida lateralmente, comumente empregados para validações de algoritmos numéricos. O problema foi resolvido numericamente usando o método dos volumes finitos. Resultados numéricos foram apresentados para números de Grashof entre 10^2 e 10^7 e números de Reynolds com os valores de 100, 400 e 1000. O efeito do número de Prandtl, variado de 0,01 a 7, também foi investigado.

Da Silva *et al.* (2006) obtiveram uma solução numérica para os campos de velocidade e de temperatura de um escoamento incompressível no interior de uma cavidade bidimensional, parede inferior com geometria irregular e aquecida e parede superior deslizante. As equações de conservação foram discretizadas através do Método de Diferenças Finitas usando o esquema WUDS, a variação de massa específica foi tratada pela aproximação de Boussinesq que acopla as equações de

conservação de quantidade de movimento à de energia, e o método SIMPLE foi usado para o acoplamento pressão-velocidade. Inicialmente, um procedimento numérico foi aplicado para obter a discretização do domínio, que permite o tratamento da superfície inferior irregular e o controle dos pontos da malha. O sistema de equações algébricas resultante foi resolvido usando um método iterativo com sub-relaxação e controle local de erro. As influências do número de ondulações na superfície irregular e dos números de Reynolds e Grashof foram estudadas através da visualização dos campos de temperatura e velocidade no interior da cavidade. Os resultados mostram o aparecimento de recirculações, influenciadas pela irregularidade da superfície.

Cheng (2011) realizou um estudo sistemático para examinar as características do escoamento e da transferência de calor em uma cavidade com tampa deslizante. As simulações numéricas cobriram um grande intervalo dos números de Reynolds ($10 \leq Re \leq 2200$), Grashof ($100 \leq Gr \leq 4,84 \times 10^5$), Prandtl ($0,01 \leq Pr \leq 50$) e Richardson ($0,01 \leq Ri \leq 100$). O número de Nusselt médio foi reportado para ilustrar a influência da variação dos parâmetros de escoamento na transferência de calor e também foram comparados com correlações de Nusselt para validar a aplicabilidade dessas correlações em escoamentos laminares. As paredes superior e inferior são mantidas isotermicamente com temperaturas T_c e T_h , respectivamente, sendo $T_h > T_c$. O gradiente vertical de temperatura cria uma instabilidade gravitacional e resulta em uma convecção natural, mesmo quando a parede superior está estacionária.

Na Tabela 2.4 são resumidos os artigos relacionados à convecção mista em cavidade limpa.

Tabela 2.4 - Síntese dos artigos sobre convecção mista em cavidade limpa.

Autor	Tipo	Descrição
Moallemi <i>et al.</i> (1992)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (superfície inferior aquecida e superior resfriada) e tampa deslizante; Efeito do número de Prandtl para diferentes valores de Reynolds e Richardson.
Iwatsu <i>et al.</i> (1993)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (superfície superior aquecida e inferior resfriada) e tampa deslizante; Efeito das variações dos números de Rayleigh e Reynolds.

Franco <i>et al.</i> (1996)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (superfície esquerda aquecida e direita resfriada) e tampa deslizante; Efeito das variações dos números de Grashof, Reynolds e Prandtl.
Da Silva <i>et al.</i> (2006)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (superfície inferior aquecida e superior resfriada) e tampa deslizante; Efeito das variações dos números de Grashof e Reynolds e da superfície inferior irregular.
Cheng (2010)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (superfície inferior aquecida e superior resfriada) e tampa deslizante; Efeito da variação dos números de Grashof e Reynolds para valores fixos de Prandtl e Richardson.

2.5 CONVECÇÃO MISTA EM CAVIDADE HETEROGÊNEA

Oztop *et al.* (2009) simularam numericamente a convecção mista em cavidade contendo um corpo circular. O escoamento é induzido pela parede esquerda deslizante (movimentando-se para cima ou para baixo) e pelo gradiente horizontal de temperatura. Três condições de contorno diferentes são estudadas para o corpo circular: adiabático, isotérmico e condutor. O efeito da variação do número de Richardson, diâmetro e localização do corpo circular na cavidade também foi verificado. Foi constatado que a maior influência no escoamento e no campo de temperatura se deve à orientação do movimento da parede deslizante.

Islam *et al.* (2012) investigaram numericamente a convecção mista laminar em cavidade quadrada com a inserção de um bloco sólido, quadrado e isotermicamente aquecido. O tamanho do bloco e sua localização dentro da cavidade foram variados. Mantendo o número de Reynolds fixo, um amplo intervalo do número de Richardson foi considerado. Os números de Nusselt médio e local na parede aquecida do bloco foram computados e relatados para várias combinações de Ri , tamanhos e excentricidades do bloco inserido. Para qualquer tamanho e localização do bloco, o número de Nusselt médio, \overline{Nu} , não muda significativamente com o aumento do número de Ri até que alcance o valor de aproximadamente 1, devido à convecção forçada ser dominante. A partir de $Ri \geq 1$, o regime de escoamento é dominado pela convecção natural e \overline{Nu} aumenta mais intensamente.

Khanafer *et al.* (2013) exploraram, através de simulações numéricas, os efeitos das variações do número de Richardson, tamanho e localização da obstrução circular no processo de transferência de calor e quantidade de movimento em uma

cavidade aquecida por baixo e com tampa deslizante. Duas condições de contorno de temperatura da obstrução circular foram investigadas: adiabático e isotérmico. Através de avaliações das linhas de corrente, isotermas e Nusselt médio na parede aquecida, foi verificado um aumento no número de Nusselt na presença do obstáculo circular em comparação com uma cavidade limpa. O valor do Nusselt médio aumenta diretamente com o número de Richardson para todos os valores de raios do cilindro. Além disso, as maiores intensidades de transferência de calor ocorrem quando o cilindro localiza-se próximo ao fundo da cavidade.

Poletto (2015) estudou numericamente a convecção mista em cavidade porosa, quadrada e com o topo deslizante. O meio poroso foi modelado através da abordagem heterogênea, sendo o constituinte sólido idealizado como um bloco quadrado, centralizado e condutor de calor. A cavidade foi saturada com fluido newtoniano e um gradiente térmico vertical foi imposto, sendo a temperatura da superfície superior maior do que a superfície inferior. Foi investigada a influência da variação dos parâmetros do escoamento (número de Grashof e Reynolds) e dos parâmetros da cavidade (tamanho do bloco e razão de condutividade térmica) sobre a transferência de calor e a circulação de fluido.

Na Tabela 2.5 são resumidos os artigos relacionados à convecção mista em cavidade heterogênea.

Tabela 2.5 - Síntese dos artigos sobre convecção mista em cavidade heterogênea.

Autor	Tipo	Descrição
Oztop <i>et al.</i> (2009)	Numérico	Gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada), superfície esquerda deslizante e corpo circular inserido; Efeito das variações do número de Richardson, orientação da superfície deslizante (para cima ou para baixo), tamanho, localização e condições de contorno de temperatura (adiabático, isotérmico e condutor) do corpo circular na cavidade.
Islam <i>et al.</i> (2012)	Numérico	Bloco isotermicamente aquecido, paredes da cavidade resfriadas e tampa deslizante; Efeito das variações do tamanho e localização do bloco na cavidade, número de Reynolds, Grashof e Richardson.
Khanafer <i>et al.</i> (2013)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (parede inferior aquecida e superior resfriada), tampa deslizante e corpo circular inserido; Efeito das variações do número de Richardson, posição e tamanho da obstrução circular e condições de contorno de temperatura (adiabático e isotérmico) do corpo circular na cavidade.

Poletto (2015)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (parede superior aquecida e inferior resfriada) e tampa deslizante; Efeito das variações do tamanho e condutividade térmica do bloco na cavidade, número de Reynolds e Grashof.
----------------	----------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

2.6 CONVECÇÃO MISTA EM MEIO HOMOGENEO

Al-Amiri (2000) realizou uma investigação numérica da convecção mista em cavidade com meio homogêneo saturada com água. Foram examinadas as características do escoamento induzido pela tampa deslizante e um gradiente vertical de temperatura, sendo que a parede superior era aquecida e a inferior resfriada. As características do escoamento e do campo de temperatura foram apresentadas em termos do número de Darcy (Da) e do número de Richardson (Ri). Finalmente, a investigação se completa através da representação da transferência de calor através do número de Nusselt médio (\overline{Nu}). Devido ao extenso número de casos estudados, foi encontrada uma correlação geral de (\overline{Nu}) para os intervalos de $0,001 \leq Da \leq 0,1$ e $10^{-4} \leq Ri \leq 5$ para um valor fixo de Grashof ($Gr=10^4$). Foi verificado que a tendência de estratificação do gradiente de temperatura dificulta o escoamento promovido pelo deslocamento da tampa e se agrava na presença de um meio poroso homogêneo.

Uma investigação numérica feita por Oztop (2006) revelou o comportamento do escoamento e da transferência de calor devido à convecção mista em cavidade porosa homogênea e localmente aquecida. A superfície superior (resfriada) movimenta-se da esquerda para a direita com velocidade e temperatura constante. Uma fonte de calor localizada, com comprimento definido, é fixada em três posições diferentes (centralmente na parede vertical esquerda, centralmente na parede vertical direita e centralmente na parede inferior). São variados também parâmetros que influenciam o escoamento e a distribuição de temperatura (Ri e Da). Os resultados comprovaram que a posição central da fonte de calor é o parâmetro que mais influencia o escoamento e a transferência de calor. Além disso, a transferência de calor é intensificada quando a fonte de calor é localizada na parede vertical esquerda. Notou-se também que a transferência de calor diminui com o aumento de Ri e aumenta com o elevação de Da .

Basak *et al.* (2010) estudaram numericamente a convecção mista em cavidade quadrada preenchida com fluido e meio poroso homogêneo. A parede inferior é aquecida, as verticais são linearmente aquecidas ou a direita é resfriada, enquanto a superior é adiabática. Foram investigados os seguintes parâmetros do escoamento e respectivas faixas de variação: número de Darcy ($10^{-5} \leq Da \leq 10^{-3}$), número de Grashof ($10^3 \leq Gr \leq 10^5$), número de Prandtl ($0,015 \leq Pr \leq 10$) e número de Reynolds ($1 \leq Re \leq 10^2$).

Na Tabela 2.6 são resumidos os artigos relacionados à convecção mista em cavidade homogênea.

Tabela 2.6 - Síntese dos artigos sobre convecção mista em cavidade homogênea.

Autor	Tipo	Descrição
Al-Amiri (2000)	Numérico	Gradiente vertical de temperatura (superfície superior aquecida e inferior resfriada) e tampa deslizante; Efeito das variações dos números de Darcy e Richardson para um valor fixo de Grashof.
Oztop (2006)	Numérico	Fonte discreta de calor (parede vertical direita ou vertical esquerda ou inferior) e tampa deslizante e aquecida; Efeitos dos números de Richardson e Darcy, tamanho e localização da fonte discreta de calor.
Basak et al. (2010)	Numérico	Superfície esquerda linearmente aquecida, direita linearmente aquecida ou uniformemente resfriada, inferior uniformemente aquecida e superior adiabática e deslizante; Efeitos das variações dos números de Darcy, Grashof, Reynolds e Prandtl.

2.7 ESTUDO COMPARATIVO DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR ENTRE MEIO HETEROGÊNEO E HOMOGÊNEO

Um estudo comparativo entre a convecção natural no meio heterogêneo e homogêneo foi realizado por Massarotti *et al.* (2003). No nível microscópico, o meio poroso é representado por um conjunto de obstáculos circulares sólidos em diferentes quantidades e arranjos a fim de obter diferentes valores de permeabilidade e porosidade. As equações de conservação são resolvidas numericamente para a fase fluida e sólida. No nível macroscópico, considera-se um único meio, representando as duas diferentes fases. O escoamento na cavidade é devido à força de empuxo produzida pela diferença de temperatura imposta nas

paredes verticais da cavidade quadrada. Observou-se excelente compatibilidade entre as aproximações microscópica e macroscópica para altos valores de Darcy e porosidade. Entretanto, os resultados se diferem entre essas duas aproximações para baixos valores de Darcy e porosidade, especialmente para elevados números de Rayleigh.

De Lemos *et al.* (2005) compararam duas diferentes aproximações para obterem soluções numéricas da convecção natural laminar ($Ra = 10^4$) dentro de uma cavidade com porosidade constante ($\phi = 0,84$), preenchida com uma quantidade fixa de material sólido condutor. A cavidade é isotermicamente aquecida pela parede vertical esquerda, resfriada isotermicamente pela parede vertical direita e mantida com as paredes horizontais adiabáticas. No primeiro modelo, a aproximação poro-contínuo, homogêneo ou macroscópico foi considerado, baseado na consideração de que as fases sólida e fluida são observadas como sendo um único meio, o qual as equações médias-volumétricas de transporte são aplicadas. No segundo caso, um modelo contínuo, heterogêneo ou microscópico é considerado para resolver as equações de transporte, resolvidas separadamente para a fase fluida e fase sólida, composta por obstáculos quadrados e igualmente espaçados dentro da cavidade. Em ambos os modelos, as equações de transporte são resolvidas pelo método dos volumes finitos. Para o modelo heterogêneo foram variadas as quantidades de blocos e para o meio homogêneo foi variado o número de Darcy, equivalente à quantidade de blocos do meio contínuo. Os números de Nusselt médio (\overline{Nu}) da parede aquecida são obtidos do meio poro-contínuo, para diferentes valores de Darcy (Da), e comparados com os obtidos do meio contínuo, com diferentes números de obstáculos. Quando comparadas as duas aproximações, comprova-se que o (\overline{Nu}) calculado para o mesmo número de Rayleigh (Ra) se diferem, concluindo-se então que o modelo poro-contínuo falha na predição de (\overline{Nu}), quando comparado com os obtidos pelo modelo contínuo.

Alshare *et al.* (2010) demonstraram uma aplicação do escoamento e da transferência de calor em meios porosos. Simulações numéricas foram feitas em um trocador de calor utilizando duas abordagens distintas: meio heterogêneo e meio homogêneo. Foi concluído que o modelo poro-contínuo pode ser adequadamente usado como uma ferramenta para o design de um trocador de calor, principalmente

em situações onde devem ser simulados diversos casos, variando muitos parâmetros geométricos e que, conseqüentemente, o tempo de simulação torna-se um fator importante. Foram providenciadas correlações que determinam o erro devido à utilização do modelo poro-contínuo, pois no meio contínuo é possível observar mais detalhes do escoamento, que são perdidos quando utilizado a abordagem macroscópica.

Na Tabela 2.7 são resumidos os artigos relacionados à convecção mista em cavidade homogênea.

Tabela 2.7 - Síntese dos artigos sobre estudos comparativos da transferência de calor entre meio heterogêneo e homogêneo.

Autor	Tipo	Descrição
Massarotti <i>et al.</i> (2003)	Numérico	Convecção natural devido ao gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada); Comparação entre duas abordagens: heterogêneo (obstáculos circulares) e homogêneo; Efeitos das variações da porosidade permeabilidade em função do número de Rayleigh.
De Lemos <i>et al.</i> (2005)	Numérico	Convecção natural devido ao gradiente horizontal de temperatura (parede esquerda aquecida e direita resfriada); Comparação entre duas abordagens: heterogêneo (obstáculos quadrados) e homogêneo; Efeitos das variações do número de Rayleigh e permeabilidade (quantidade de blocos e número de Darcy).
Alshare <i>et al.</i> (2010)	Numérico	Estudo comparativo da convecção em trocador de calor para duas abordagens: heterogênea e homogênea; Efeitos das variações de Reynolds, dimensões geométricas do trocador, porosidade e permeabilidade do meio.

No presente trabalho é realizado um estudo comparativo entre a convecção mista em cavidade preenchida com meio heterogêneo e meio homogêneo. Em ambas as abordagens a tampa é deslizante e resfriada, o fundo é aquecido e as paredes verticais adiabáticas. Para o meio heterogêneo são variados os números de Reynolds, Rayleigh e blocos sólidos. As equações de conservação são resolvidas para cada fase do meio através do método dos volumes finitos. Mantendo a porosidade constante ($\varphi = 0,64$) e utilizando os mesmos intervalos de Reynolds e Rayleigh, são calculados os respectivos valores de Darcy para o meio homogêneo em função do número de blocos do meio heterogêneo. As equações de conservação são dispostas devidamente para um meio poro-contínuo, onde se aplica a média

volumétrica, e também são resolvidas numericamente. Sabendo que a aproximação macroscópica não captura detalhes do escoamento como na abordagem microscópica, são realizadas comparações entre as duas aproximações através do número de Nusselt médio da parede aquecida e, por fim, são encontradas equações que expressam o valor de (\overline{Nu}) para o meio heterogêneo e homogêneo. Este estudo comparativo entre os meios heterogêneo e homogêneo juntamente com as predições analíticas para o número de Nusselt médio não foram investigados pela literatura até o presente momento.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática utilizada para descrever o fenômeno da convecção mista em cavidades fechadas e preenchidas com meio homogêneo e heterogêneo. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são apresentadas para o meio homogêneo e aplicam-se as devidas aproximações que resultam nas equações de conservação para o meio heterogêneo. Adicionalmente, são descritas as condições de contorno para ambas as abordagens. As equações de conservação são apresentadas na forma adimensional e os parâmetros de adimensionalização para cada abordagem (homogênea e heterogênea) são obtidos. Por fim, os parâmetros numéricos de avaliação da transferência de calor e escoamento são apresentados.

3.1 GEOMETRIAS E CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na Figura 3.1 é ilustrada a geometria e as condições de contorno utilizadas nas simulações para a cavidade com meio homogêneo e heterogêneo. Em ambas as abordagens as paredes inferior e superior são mantidas a temperatura constantes T_Q e T_F , respectivamente, sendo $T_Q > T_F$, enquanto as paredes verticais são adiabáticas. A cavidade com meio homogêneo, mostrada na Figura 3.1(a) é preenchida com meio poro-contínuo e a cavidade com meio heterogêneo, mostrada na Figura 3.1(b), é preenchida por blocos quadrados, condutores, impermeáveis e igualmente espaçados. Na Figura 3.1(c) são mostradas as condições de contorno aplicadas aos blocos da cavidade heterogênea. A porosidade do meio, tanto para a abordagem macroscópica quanto para a microscópica, é mantida constante ($\varphi = 0,64$). Para a cavidade heterogênea, a porosidade é definida pelo tamanho e número de blocos inseridos, por isso, para que a porosidade seja constante com diferentes quantidades de blocos altera-se a dimensão D dos blocos. Para a cavidade homogênea, deve-se alterar o número de Darcy, o qual está em função do número de blocos da cavidade heterogênea.

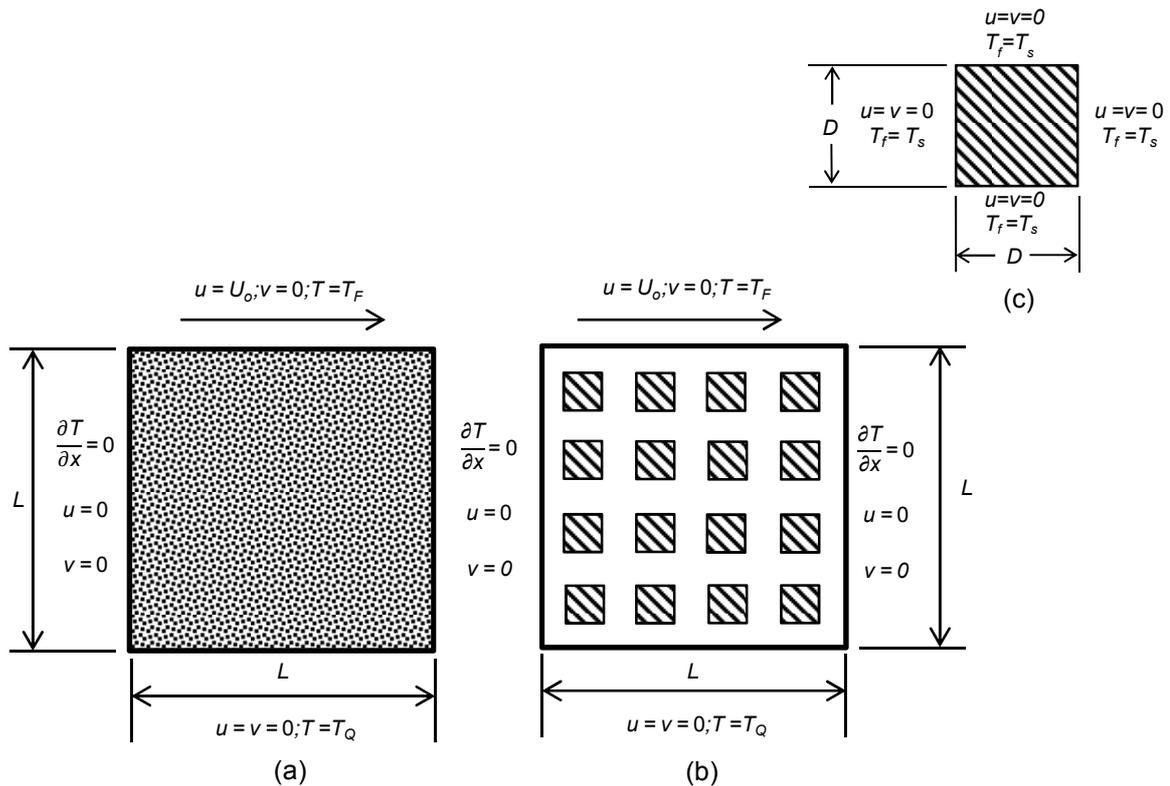


Figura 3.1 - Geometrias e condições de contorno.

O escoamento é induzido pela força de cisalhamento, imposta pelo deslizamento da parede superior, e pela força de empuxo, proveniente do gradiente térmico vertical. A quantidade de movimento é transferida para o interior da cavidade, porém encontra resistência devido à permeabilidade representada pelos blocos inseridos na cavidade heterogênea e pelo número de Darcy da cavidade homogênea.

Como pode ser observado na Figura 3.1, a superfície superior é deslizante, ou seja, tem velocidade constante U_0 , que é determinada a partir do número de Reynolds do escoamento. O gradiente vertical de temperatura, definido pelo número de Rayleigh, acrescenta força de empuxo no escoamento.

A abordagem heterogênea é composta por dois constituintes distintos (fluido e sólido). A condutividade térmica do fluido e do sólido são constantes e a razão de condutividade térmica entre as fases tem valor unitário.

3.2 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Considerando uma propriedade qualquer θ , as hipóteses simplificadoras das equações de conservação são:

- i. Escoamento em regime permanente.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad 3.1$$

- ii. Escoamento laminar.
 iii. Fluido incompressível, ρ é considerado constante, exceto para o termo da força de empuxo da equação da quantidade de movimento na direção y .
 iv. Escoamento bidimensional.

$$(a) \quad w = 0 \quad (b) \quad \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 \quad 3.2$$

- v. Propriedades constantes para as fases sólida e fluida (ρ, μ, c_p, k, β).
 Sendo ρ massa específica, μ viscosidade dinâmica, c_p calor específico à pressão constante, k condutividade térmica e β coeficiente de dilatação térmica.
 vi. Não há geração de calor.

$$q''' = 0 \quad 3.3$$

- vii. Dissipação viscosa desprezada.

$$\Phi = 0 \quad 3.4$$

- viii. Gravidade atuando somente na direção y .

$$g_x = g_z = 0 \quad 3.5$$

- ix. Radiação desprezível.

3.3 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO

As equações de conservação que descrevem o fenômeno da convecção mista em cavidade fechada são as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia. São apresentadas as equações de conservação para a abordagem homogênea e em seguida, com as devidas aproximações, encontra-se as equações de conservação para a abordagem heterogênea, aplicadas separadamente para as fases fluida e sólida.

3.3.1 Meio poroso homogêneo

Na investigação da convecção mista em cavidade homogênea, tanto a fase sólida quanto a fase fluida são consideradas como um único meio contínuo. Para que as equações de conservação sejam desenvolvidas, deve-se aplicar o conceito de média volumétrica, demonstrado por Whitaker (1986).

Considere a Figura 3.2, onde é representado um domínio homogêneo, o qual têm comprimento característico \mathcal{L} , e o domínio representativo para a média volumétrica. O subscrito s representa a fase sólida (rígida e impermeável) e f a fase fluida (fluido newtoniano). Nos detalhes mostrados no volume elementar representativo, observa-se o uso de ℓ_f para representar o comprimento característico da fase fluida e ℓ_s da fase sólida. Segundo Whitaker (1986), o método da média volumétrica é aplicado somente em sistemas em que $\ell \ll r_o \ll \mathcal{L}$, sendo r_o o raio do volume elementar representativo.

De acordo com Vafai (2000), o volume total do domínio representativo \forall pode ser representado pela somatória do volume ocupado pelas fases sólida e fluida, conforme a Equação (3.6).

$$\forall = \forall_s + \forall_f \quad (3.6)$$

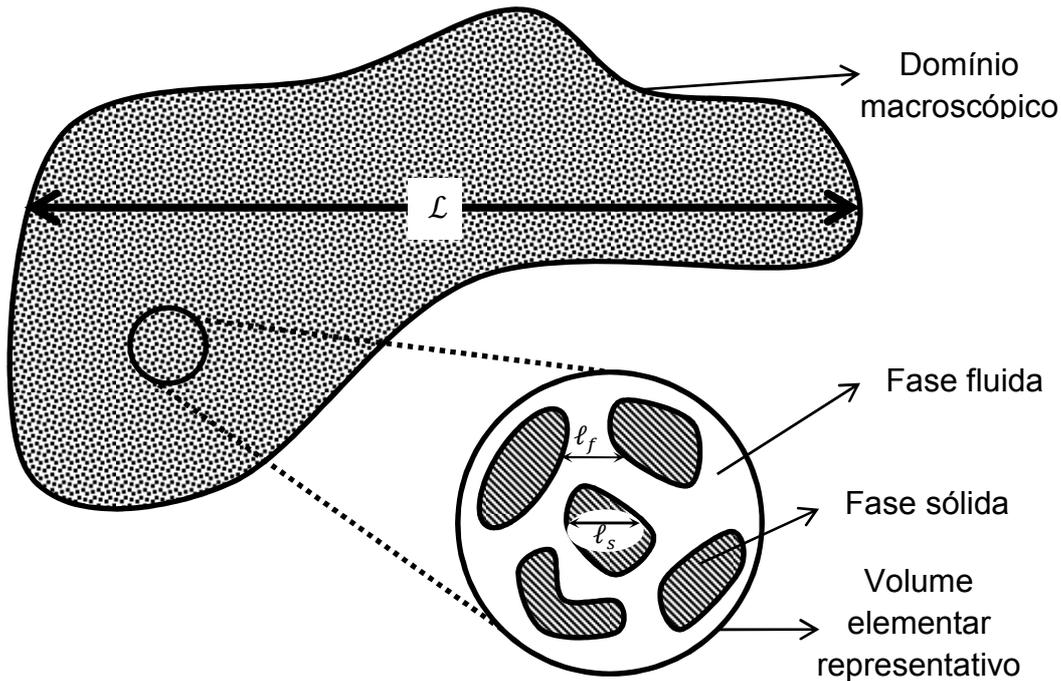


Figura 3.2 - Domínio homogêneo e volume elementar representativo.

Para a fase fluida, de acordo com Whitaker (1986), é possível definir duas médias volumétricas distintas de uma propriedade θ_f : média volumétrica superficial e média volumétrica intrínseca, expressas respectivamente pelas Equações (3.7) e (3.8).

$$\langle \theta_f \rangle = \frac{1}{V} \int_{V_f} \theta_f dV \quad (3.7)$$

$$\langle \theta_f \rangle^f = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \theta_f dV \quad (3.8)$$

Nota-se que a diferença entre as médias volumétricas (superficial e intrínseca) é que a primeira trata-se da média envolvendo múltiplas fases (sólida e fluida) e a segunda é a média sobre uma única fase (fluida).

As Equações (3.7) e (3.8) também são válidas para a fase sólida s . Isolando o termo $\int_{V_f} \theta_f dV$ é possível igualar as Equações (3.7) e (3.8) e obter:

$$\langle \Theta_f \rangle \nabla = \langle \Theta_f \rangle^f \nabla_f \quad (3.9a)$$

$$\langle \Theta_f \rangle = \frac{\nabla_f}{\nabla} \langle \Theta_f \rangle^f \quad (3.9b)$$

De acordo com Nield e Bejan (2006) o termo ∇_f/∇ da Equação (3.9b) é a porosidade φ do meio, definida como a fração do volume total ocupada por espaço vazio, que neste caso é fluido. Logo, $1-\varphi$ é a fração ocupada pela fase sólida. Para esta definição de porosidade, todos os poros ou espaços vazios estão conectados. Posto isto, a Equação (3.9b) pode ser escrita como:

$$\langle \Theta_f \rangle = \varphi \langle \Theta_f \rangle^f \quad (3.10)$$

A aplicação da média volumétrica nas equações de conservação implica na média volumétrica do gradiente ou divergente de uma certa propriedade. Por isso, de acordo com Howes e Whitaker (1985), utiliza-se o teorema da média espacial definido pelas Equações (3.11) e (3.12).

$$\langle \nabla \Theta_f \rangle = \nabla \langle \Theta_f \rangle + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \Theta_f dA \quad (3.11)$$

$$\langle \nabla \cdot \Theta_f \rangle = \nabla \cdot \langle \Theta_f \rangle + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot \Theta_f dA \quad (3.12)$$

sendo A_{fs} a área interfacial entre as fases líquida e sólida no volume elementar representativo e \vec{n}_{fs} o vetor unitário normal que aponta da fase fluida em direção à fase sólida.

3.3.1.1 Equações de conservação simplificadas

Considerando as hipóteses simplificadoras, têm-se as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia para as fases fluida e sólida do volume elementar representativo (Figura 3.2).

$$\nabla \cdot \vec{v}_f = 0 \quad (3.13)$$

$$\vec{v}_f \cdot \nabla \vec{v}_f = -\frac{1}{\rho_f} \nabla p_f + \nu_f \nabla^2 \vec{v}_f + \vec{g} \quad (3.14)$$

$$\vec{v}_f \cdot \nabla T_f = \alpha_f \nabla^2 T_f \quad (3.15)$$

$$\nabla^2 T_s = 0 \quad (3.16)$$

Sendo os subscritos f e s representando as fases fluida e s3lida, respectivamente.

As equa33es que descrevem o escoamento atrav33s do meio homog33neo s3o obtidas atrav33s da aplica33o da m33dia volum33trica sobre as equa33es microsc33picas (3.13)-(3.16) do volume elementar representativo (Figura 3.2).

Aplicando o teorema da m33dia espacial, Equa33es (3.11) e (3.12), na Equa33o (3.14), tem-se (Whitaker, 1996):

$$\langle \nabla \cdot \vec{v}_f \rangle = \nabla \cdot \langle \vec{v}_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot \vec{v}_f dA = 0 \quad (3.17)$$

Sendo \vec{n}_{fs} o vetor unit33rio da fase fluida em dire33o 33 fase s3lida.

Considerando que a fase s3lida 33 assumida r33gida e imperme33vel, o segundo termo da Equa33o (3.17) iguala a zero. Assim, 33 poss33vel expressar a m33dia volum33trica superficial da equa33o da conserva33o da massa da seguinte forma (Whitaker, 1996):

$$\nabla \cdot \langle \vec{v}_f \rangle = 0 \quad (3.18)$$

A aplica33o da m33dia volum33trica superficial e o emprego do teorema da m33dia espacial na Equa33o (3.14) possibilita encontrar a equa33o final da conserva33o da quantidade de movimento, denominada equa33o de Brinkman-Forchheimer (3.19). Detalhes a respeito da deriva33o completa podem ser encontrados em Whitaker (1996).

$$\frac{1}{\varphi^2} \langle \vec{V}_f \rangle \cdot \nabla \langle \vec{V}_f \rangle = -\frac{1}{\rho_f} \nabla \langle p_f \rangle^f + \frac{\nu_f}{\varphi} \nabla^2 \langle \vec{V}_f \rangle - \frac{\nu_f \langle \vec{V}_f \rangle}{K} - \frac{F}{\sqrt{K}} |\langle \vec{V}_f \rangle| \langle \vec{V}_f \rangle - \beta (\langle T \rangle - T_F) \vec{g} \quad (3.19)$$

O termo do lado esquerdo representa a convecção no escoamento, o primeiro termo do lado direito é o gradiente de pressão, o segundo termo do lado direito é o termo da viscosidade de Brinkman, que considera a difusão da quantidade de movimento em função da viscosidade efetiva, a qual segundo Nield e Bejan (2006) é simplesmente a viscosidade cinemática do fluido dividido pela porosidade do meio poroso. O terceiro termo do lado direito representa a lei de Darcy, que de acordo com Kaviani (1995) contabiliza a resistência viscosa do escoamento devido à permeabilidade do meio, representada pela constante K . O quarto termo do lado direito é citado por Ingham e Pop (2002) como o termo de Dupuit-Forchheimer, que quantifica os efeitos inerciais ou arrasto de forma provocados pelo meio poroso, sendo F o coeficiente de Forchheimer. Por fim, o ultimo termo do lado direito representa a aproximação de Boussinesq, que contabiliza o efeito de empuxo provocado pelo gradiente de temperatura.

De acordo com Al-Amiri (2000), o coeficiente de Forchheimer pode ser calculado como:

$$F = \frac{1,75}{\sqrt{150\varphi^3}} \quad (3.20)$$

A permeabilidade K do meio homogêneo é calculada em função da porosidade e da dimensão D dos blocos inseridos no meio heterogêneo (Liu *et al.*, 2009):

$$K = \frac{[1 - (1 - \varphi)^{0,5}]^3}{12(1 - \varphi)} D^2 \quad (3.21)$$

Para as equações da conservação de energia das fases fluida e sólida, (3.15) e (3.16) respectivamente, é aplicada a média volumétrica inicialmente para a fase fluida, obtendo-se a Equação (3.22).

$$\langle \vec{\nabla}_f \cdot \nabla T_f \rangle = \langle \alpha_f \nabla^2 T_f \rangle \quad (3.22)$$

De acordo com Vafai (2000), é empregado o teorema da média espacial no termo do lado esquerdo da Equação (3.22), podendo então ser escrito da seguinte maneira:

$$\frac{1}{\nabla} \int_{\nabla_f} \nabla \cdot (\vec{\nabla}_f T_f) dV = \nabla \cdot \langle \vec{\nabla}_f T_f \rangle + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot \vec{\nabla}_f T_f dA \quad (3.23)$$

Sabendo que a fase sólida é rígida e impermeável, é possível desprezar o segundo termo do lado direito da Equação (3.23), escrevendo-a na seguinte maneira:

$$\frac{1}{\nabla} \int_{\nabla_f} \nabla \cdot (\vec{\nabla}_f T_f) dV = \nabla \cdot \langle \vec{\nabla}_f T_f \rangle \quad (3.24)$$

Novamente na Equação (3.22), é aplicado o teorema da média espacial no termo do lado direito e considerado que nenhuma propriedade física varia dentro do volume elementar representativo. Assim, obtêm-se a seguinte expressão:

$$\frac{1}{\nabla} \int_{\nabla_f} \nabla \cdot (\alpha_f \nabla T_f) dV = \alpha_f \nabla \cdot \langle \nabla T_f \rangle + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f dA \quad (3.25)$$

Aplica-se o teorema da média espacial no primeiro termo do lado direito da Equação (3.25):

$$\frac{1}{\nabla} \int_{\nabla_f} \nabla \cdot (\alpha_f \nabla T_f) dV = \alpha_f \nabla \cdot \left(\langle \nabla T_f \rangle + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} T_f dA \right) + \frac{1}{\nabla} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f dA \quad (3.26)$$

Finalmente, é possível inserir as Equações (3.24) e (3.26) na Equação (3.22) para obter a seguinte expressão final:

$$\nabla \cdot \langle \vec{v}_f T_f \rangle = \alpha_f \nabla \cdot \left(\nabla \langle T_f \rangle + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} T_f dA \right) + \frac{1}{V} \int_{A_{fs}} \vec{n}_{fs} \cdot k_f \nabla T_f dA \quad (3.27)$$

É empregado o mesmo procedimento do teorema da média espacial na equação da conservação da energia para a fase sólida. Por fim, considera-se a condição de equilíbrio térmico local, que assume as duas temperaturas médias intrínsecas das fases fluida e sólida como sendo equivalentes, ou seja, $\langle T_f \rangle^f = \langle T_s \rangle^s$. Com essa aproximação, é possível encontrar uma única expressão para a equação da conservação da energia. Detalhes a respeito da derivação completa, incluindo a implementação da condição de equilíbrio térmico local, podem ser encontradas em Vafai (2000).

$$\langle \vec{v}_f \rangle \cdot \nabla \langle T \rangle = \nabla \cdot (\alpha \nabla \langle T \rangle) \quad (3.28)$$

sendo α a razão da difusividade térmica entre as fases sólida e fluida.

As equações da conservação de massa, quantidade de movimento na direção x , quantidade de movimento na direção y e energia, são resumidas da seguinte maneira, respectivamente:

$$\frac{\partial \langle u_f \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v_f \rangle}{\partial y} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{1}{\varphi^2} \left(\langle u_f \rangle \frac{\partial \langle u_f \rangle}{\partial x} + \langle v_f \rangle \frac{\partial \langle u_f \rangle}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle p_f \rangle^f}{\partial x} + \frac{v_f}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle u_f \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle u_f \rangle}{\partial y^2} \right) - \frac{v_f}{K} \langle u_f \rangle - \frac{F}{\sqrt{K}} |\langle u_f \rangle| \langle u_f \rangle \quad (3.30)$$

$$\frac{1}{\varphi^2} \left(\langle u_f \rangle \frac{\partial \langle v_f \rangle}{\partial x} + \langle v_f \rangle \frac{\partial \langle v_f \rangle}{\partial y} \right) = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \langle p_f \rangle^f}{\partial y} + \frac{v_f}{\varphi} \left(\frac{\partial^2 \langle v_f \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle v_f \rangle}{\partial y^2} \right) - \frac{v_f}{K} \langle v_f \rangle - \frac{F}{\sqrt{K}} |\langle v_f \rangle| \langle v_f \rangle - \beta (\langle T \rangle - T_F) g \quad (3.31)$$

$$\langle u_f \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial x} + \langle v_f \rangle \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 \langle T \rangle}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \langle T \rangle}{\partial y^2} \right) \quad (3.32)$$

3.3.1.2 Equações de conservação na forma adimensional

As equações de conservação podem ser escritas na forma adimensional. Adotando a dimensão L da cavidade como comprimento característico, as variáveis espaciais adimensionais são (BASAK *et al.*, 2010):

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L} \quad (3.33)$$

As componentes adimensionais das velocidades u_f e v_f são obtidas através da divisão com a velocidade da superfície deslizante U_o .

$$(U_f, V_f) = \frac{(u_f, v_f)}{U_o} \quad (3.34)$$

A pressão é adimensionalizada através da divisão pela pressão dinâmica $\rho_f U_o^2$.

$$P_f = \frac{p_f}{\rho_f U_o^2} \quad (3.35)$$

Finalmente, θ é a temperatura adimensional obtida através da divisão entre duas variações de temperatura em relação à temperatura de referência T_F .

$$\theta = \frac{(T) - T_F}{(T_Q - T_F)} \quad (3.36)$$

Substituindo as variáveis adimensionais (3.33)-(3.36) nas equações de conservação (3.29)-(3.32), as respectivas equações na forma adimensional são escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial \langle U_f \rangle}{\partial X} + \frac{\partial \langle V_f \rangle}{\partial Y} = 0 \quad (3.37)$$

$$\frac{1}{\varphi^2} \left(\langle U_f \rangle \frac{\partial \langle U_f \rangle}{\partial X} + \langle V_f \rangle \frac{\partial \langle U_f \rangle}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial \langle P_f \rangle^f}{\partial X} + \frac{1}{\varphi Re} \left(\frac{\partial^2 \langle U_f \rangle}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \langle U_f \rangle}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{Re Da} \langle U_f \rangle - \frac{F}{\sqrt{Da}} |\langle U_f \rangle| \langle U_f \rangle \quad (3.38)$$

$$\frac{1}{\varphi^2} \left(\langle U_f \rangle \frac{\partial \langle V_f \rangle}{\partial X} + \langle V_f \rangle \frac{\partial \langle V_f \rangle}{\partial Y} \right) = -\frac{\partial \langle P_f \rangle^f}{\partial Y} + \frac{1}{\varphi Re} \left(\frac{\partial^2 \langle V_f \rangle}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \langle V_f \rangle}{\partial Y^2} \right) - \frac{1}{Re Da} \langle V_f \rangle - \frac{F}{\sqrt{Da}} |\langle V_f \rangle| \langle V_f \rangle + \frac{Ra}{Pr Re^2} \theta \quad (3.39)$$

$$\langle U_f \rangle \frac{\partial \theta}{\partial X} + \langle V_f \rangle \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.40)$$

Através das equações de conservação adimensionais (3.37) - (3.40), é possível definir os números de Reynolds, Rayleigh, Prandtl e Darcy.

O número de Reynolds representa a razão entre as forças de inércia e viscosa. Se o número de Reynolds for pequeno, a força de inércia será menos significativa com relação à força viscosa. Caso contrário, se o número de Reynolds for elevado, a inércia do escoamento é mais significativa do que as forças viscosas. (INCROPERA e WITT, 2008).

$$Re = \frac{U_o L}{\nu} \quad (3.41)$$

O número de Prandtl contabiliza a eficácia entre o transporte difusivo da quantidade de movimento e energia nas camadas limites hidrodinâmica e térmica, respectivamente (INCROPERA e WITT, 2008).

$$Pr = \frac{\nu_f}{\alpha_f} \quad (3.42)$$

O número de Rayleigh representa o número de Prandtl multiplicado pela razão entre as forças de empuxo e as forças viscosas. Segundo Bejan (2004), o número de Rayleigh quantifica a intensidade do gradiente vertical de temperatura e determina a intensidade da convecção natural.

$$Ra = Pr \frac{(T_Q - T_F) \beta g L^3}{\nu_f^2} \quad (3.43)$$

De acordo com Ingham e Pop (2002), o número de Darcy representa a permeabilidade do meio em relação a área transversal ao escoamento e é definido como:

$$Da = \frac{K}{L^2} \quad (3.44)$$

3.3.1.3 Condições de contorno

As representações adimensionais das condições de contorno são:

$$Y = 0; 0 \leq X \leq 1 \rightarrow \theta = 1; U_f = V_f = 0 \quad (3.45)$$

$$Y = 1; 0 \leq X \leq 1 \rightarrow \theta = 0; (U_f, V_f) = (U_o, 0) \quad (3.46)$$

$$X = 0; 0 \leq Y \leq 1 \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0; U_f = 0; V_f = 0 \quad (3.47)$$

$$X = 1; 0 \leq Y \leq 1 \rightarrow \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0; U_f = 0; V_f = 0 \quad (3.48)$$

Na Figura 3.3 é ilustrada a geometria do meio homogêneo com as condições de contorno adimensionais.

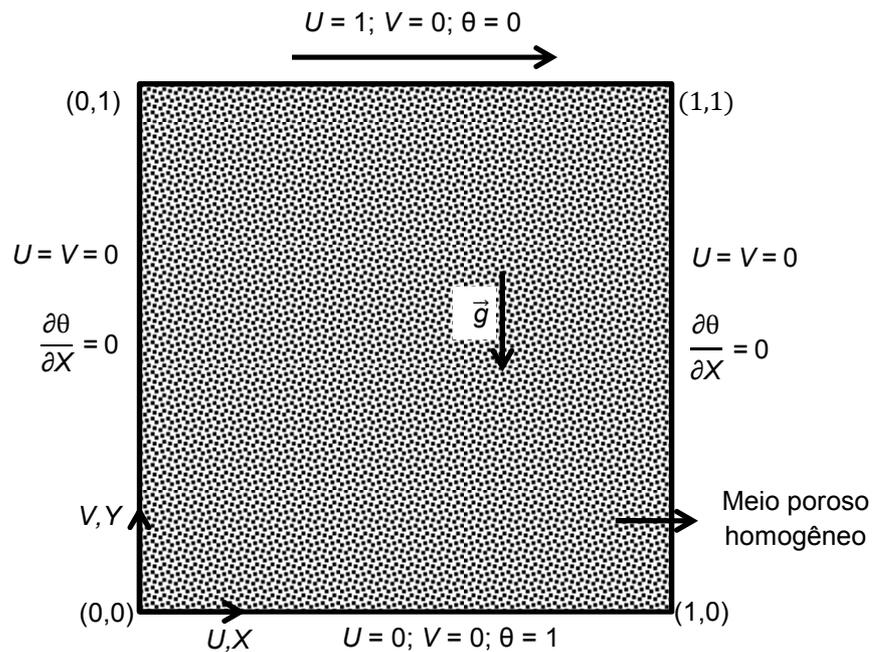


Figura 3.3 - Cavity homogênea com condições de contorno adimensionais.

3.3.2 Meio Poroso Heterogêneo

A cavity heterogênea é preenchida com blocos quadrados, condutores, impermeáveis, rígidos e igualmente espaçados. A configuração do meio heterogêneo tem as interfaces dos constituintes sólido e fluido visíveis. Pode ser modelado como um meio contínuo, onde os constituintes sólido e fluido são tratados individualmente, ou seja, as equações de conservação são aplicadas para cada constituinte do meio.

Segundo Merrikh e Lage (2005), a principal vantagem do modelo contínuo é a obtenção de informações detalhadas do escoamento devido a maior resolução comparada com a abordagem homogênea. A desvantagem é a necessidade de mapear as interfaces dos constituintes e o maior tempo computacional requerido para solucionar as equações de conservação.

3.3.2.1 Equações de conservação na forma adimensional

As equações de conservação na forma adimensional para o meio heterogêneo são encontradas a partir das equações de conservação deduzidas para o meio homogêneo. Para isso, são aplicadas aproximações nas equações de conservação. As aproximações são provindas da resolução maior do meio heterogêneo.

Para o constituinte fluido do meio, as equações de conservação do meio homogêneo são aplicadas para porosidade unitária ($\varphi = 1$) e a permeabilidade tendendo ao infinito ($K \rightarrow \infty$). Para a fase sólida, a porosidade e a permeabilidade são nulas. Sendo assim, é possível escrever as equações de conservação da massa, quantidade de movimento na direção x , quantidade de movimento na direção y e energia, na forma adimensional para as fases fluida e sólida, respectivamente da seguinte maneira:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (3.49)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.50)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + \frac{Ra}{PrRe^2} \theta \quad (3.51)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{RePr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.52)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} = 0 \quad (3.53)$$

Nas interfaces sólido-fluido, as seguintes condições de contorno são aplicadas:

$$U = V = 0 ; \theta_f = \theta_s ; \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_f = k \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_s ; \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_f = k \left. \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right|_s \quad (3.54)$$

Sendo k a razão de condutividade térmica entre o sólido e o fluido, k_s/k_f .

Na Figura 3.4 é ilustrada a geometria da cavidade heterogênea com as condições de contorno na forma adimensional

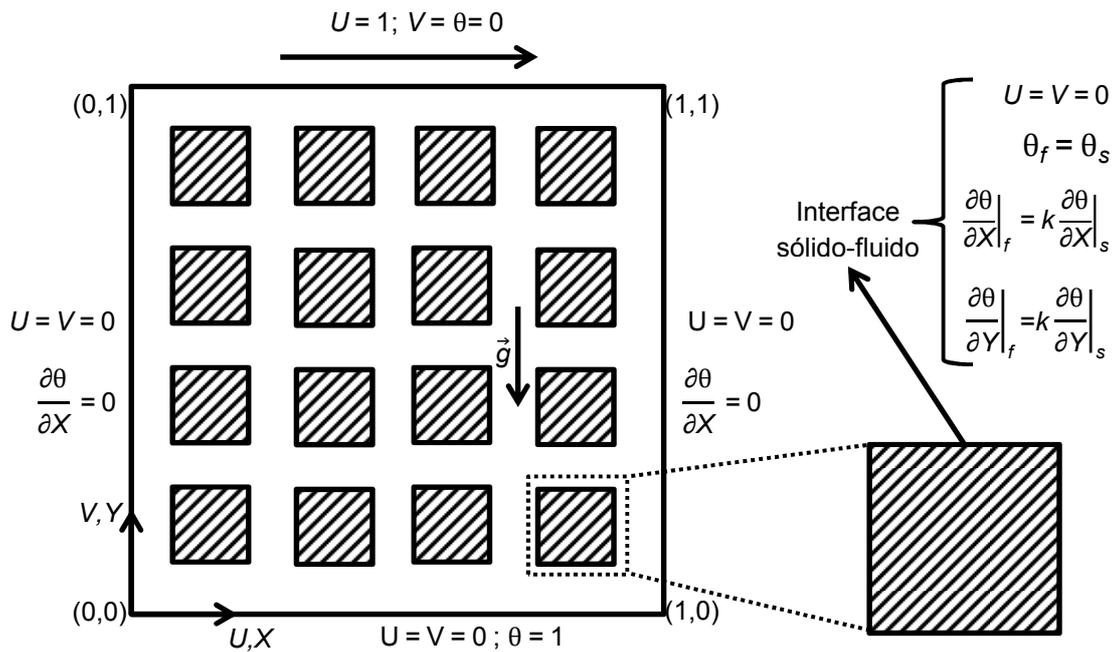


Figura 3.4 - Cavityde heterogênea com as condições de contorno adimensionais.

3.4 PARÂMETROS DE AVALIAÇÃO

Nesta seção são apresentados os parâmetros numéricos utilizados para análises da convecção mista nas cavitydes heterogênea e homogênea.

Os parâmetros numéricos são o número de Nusselt médio da parede aquecida, que quantifica a transferência de calor na cavityde, e as linhas de corrente que quantificam a intensidade do escoamento e, através da disposição das linhas de corrente, fornecem o comportamento do fluido.

3.4.1 Nusselt médio na parede aquecida

De acordo com Merrikh e Lage (2005), a transferência de calor através da cavityde pode ser mensurada pelo número de Nusselt médio na parede aquecida, definido como:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} \quad (3.55)$$

sendo \bar{h} o coeficiente médio de transferência de calor.

Para avaliar \overline{Nu} necessita-se determinar o valor de \bar{h} , o qual pode ser obtido pela seguinte definição:

$$\bar{h} = \frac{\bar{q}''}{(T_Q - T_F)} \quad (3.56)$$

sendo \bar{q}'' o fluxo de calor médio.

Para obter o valor de \bar{h} é necessário calcular o valor de \bar{q}'' , através do fluxo de calor por condução na parede aquecida:

$$\bar{q}'' = -k_f \left(\overline{\frac{\partial T}{\partial y}} \right)_Q \quad (3.57)$$

Portanto, o número de Nusselt médio pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k_f} = \frac{\bar{q}''L}{(T_Q - T_F)k_f} = - \left(\overline{\frac{\partial T}{\partial y}} \right)_Q \frac{L}{(T_Q - T_F)} \quad (3.58)$$

Sabendo que:

$$- \left(\overline{\frac{\partial T}{\partial y}} \right)_Q = \frac{1}{L} \int_0^L - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \quad (3.59)$$

Substituindo a Equação (3.59) na Equação (3.58), tem-se:

$$\overline{Nu} = \frac{L}{(T_Q - T_F)} \left(\frac{1}{L} \int_0^L -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \right) = -\frac{1}{(T_Q - T_F)} \int_0^L \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \quad (3.60)$$

Sabendo que:

$$\theta = \frac{(T - T_F)}{(T_Q - T_F)} \rightarrow T = T_F + \theta(T_Q - T_F) \quad (3.61)$$

$$X = \frac{x}{L} \rightarrow x = XL \quad (3.62)$$

$$Y = \frac{y}{L} \rightarrow y = YL \quad (3.63)$$

Substituindo as Equações (3.61)-(3.63) na Equação (3.60), tem-se:

$$\overline{Nu} = -\frac{1}{(T_Q - T_F)} \int_0^L \frac{\partial [T_F + \theta(T_Q - T_F)]}{\partial (YL)} \Big|_{YL=0} d(XL) \quad (3.64)$$

Sabendo que $L=1$, pode-se obter o número de Nusselt médio na parede aquecida:

$$\overline{Nu} = - \int_0^1 \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} dX \quad (3.65)$$

3.4.2 Linhas de corrente

O comportamento dinâmico do escoamento é avaliado através das linhas de corrente, que segundo Fox *et al.* (2004) são linhas tangentes aos vetores velocidade, considerando o escoamento incompressível e em regime permanente. As linhas de corrente são definidas da seguinte maneira:

$$\int v dX = - \int \frac{\partial \psi}{\partial X} dX \quad (3.66)$$

$$\int U dY = \int \frac{\partial \psi}{\partial Y} dY \quad (\quad)$$

$U dY =$

$\frac{\partial \psi}{\partial Y} dY$

), as linhas de corrente são calculadas da seguinte maneira:

$$\Psi = \int_0^1 U dY = - \int_0^1 v dX \quad (3.68)$$

4 MODELAGEM NUMÉRICA

Neste capítulo é apresentada a modelagem numérica das equações de conservação obtidas no Capítulo 3.

4.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

A discretização espacial das equações de conservação é realizada pelo Método dos Volumes Finitos (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

4.1.1 Integração da equação geral

Segundo Versteeg e Malalasekera (2007), a forma geral para as equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\frac{\partial(\rho\Theta)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\Theta\vec{v}) = \nabla \cdot (\Gamma_{\Theta}\nabla\Theta) + S_{\Theta} \quad (4.1)$$

A Equação (4.1) é a equação de transporte da propriedade geral Θ e descreve a taxa de variação e advecção, através dos termos do lado esquerdo, e difusão (sendo Γ o coeficiente difusivo) e termos fonte (S_{Θ}) pelos termos do lado direito.

A integração da Equação (4.1) em um volume de controle (VC) tridimensional ocorre da seguinte maneira:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\Theta)}{\partial t} dV + \int_{VC} \nabla \cdot (\rho\Theta\vec{v}) dV = \int_{VC} \nabla \cdot (\Gamma_{\Theta}\nabla\Theta) dV + \int_{VC} S_{\Theta} dV \quad (4.2)$$

As integrais de volume no segundo termo do lado esquerdo (termo advectivo) e o primeiro termo do lado direito (termo difusivo) são reescritas como integrais de superfície ao redor do volume de controle aplicando o teorema da divergência de Gauss (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{VC} \rho \theta dV \right) + \int_A \vec{n} \cdot (\rho \theta \vec{v}) dA = \int_A \vec{n} \cdot (\Gamma_\theta \nabla \theta) dA + \int_{VC} S_\theta dV \quad (4.3)$$

4.2 MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

O Método dos Volumes Finitos consiste em dividir o domínio de interesse em domínios menores, ilustrados na Figura 4.1 e denominados volumes de controle infinitesimais.

As equações discretas da conservação da massa, quantidade de movimento e energia são obtidas através da aplicação da integral sobre os volumes de controle infinitesimais.

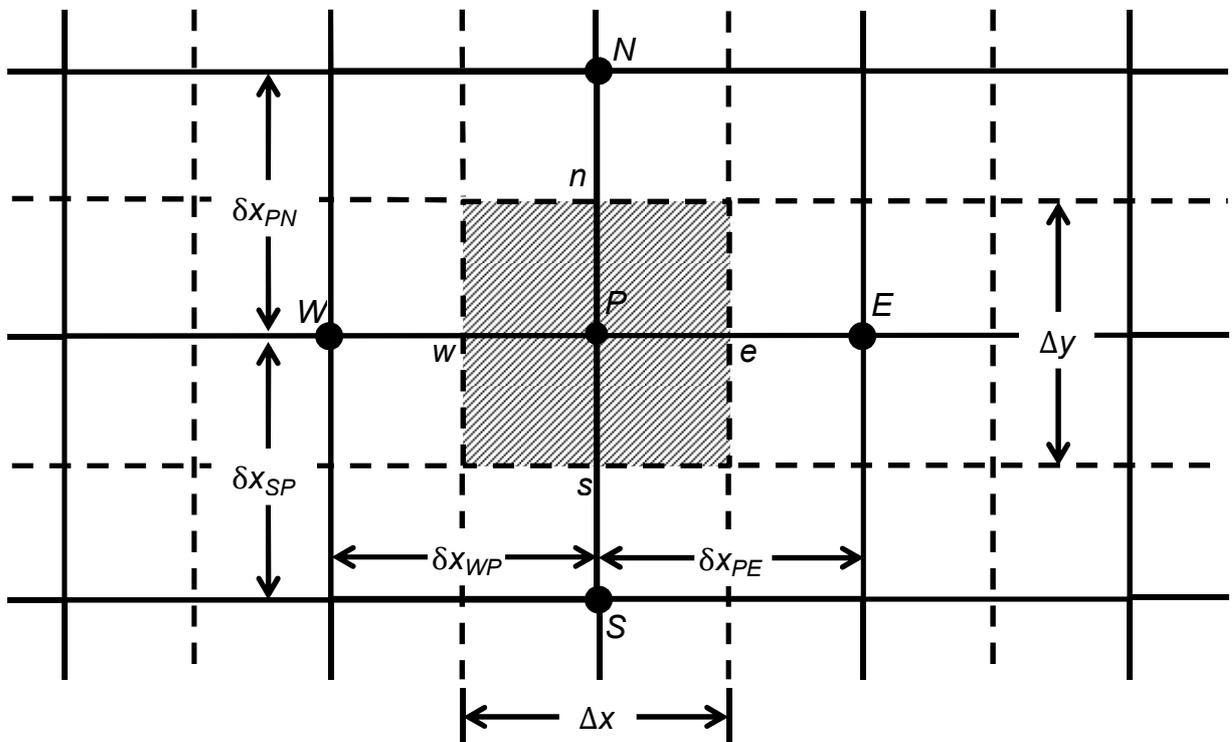


Figura 4.1 - Malha bidimensional usada para a discretização das equações de conservação.

Considera-se a advecção e difusão da propriedade θ do fluido, em regime permanente, sobre o volume de controle bidimensional destacado na Figura 4.1.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \theta) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \theta) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + S_{\theta} \quad (4.4)$$

4.2.1 Discretização do termo difusivo

Aplicando a integral no volume de controle da Figura 4.1 para os termos difusivos da Equação (4.4), ou seja, primeiro e segundo termos do lado direito, podemos escrevê-los da seguinte maneira:

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx dy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) dx dy = \Gamma_e \Delta y \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_e - \Gamma_w \Delta y \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_w + \Gamma_n \Delta x \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_n - \Gamma_s \Delta x \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_s \quad (4.5)$$

Nas interfaces do volume de controle (faces e , w , n , s), os termos que representam o gradiente da propriedade θ são discretizados através do esquema de discretização centrada (ANSYS, INC., 2012).

Portanto, assumindo variação linear para os coeficientes difusivos, pode-se escrever a Equação (4.5) da seguinte maneira (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007):

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx dy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma_{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) dx dy = \frac{\Gamma_P + \Gamma_E}{\delta X_{PE}} \Delta y \frac{\theta_E - \theta_P}{\delta X_{PE}} - \frac{\Gamma_W + \Gamma_P}{\delta X_{WP}} \Delta y \frac{\theta_P - \theta_W}{\delta X_{WP}} + \frac{\Gamma_P + \Gamma_N}{\delta X_{PN}} \Delta x \frac{\theta_N - \theta_P}{\delta X_{PN}} - \frac{\Gamma_S + \Gamma_P}{\delta X_{SP}} \Delta x \frac{\theta_P - \theta_S}{\delta X_{SP}} \quad (4.6)$$

4.3 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO ADVECTIVO

O principal problema na discretização dos termos advectivos é o cálculo do valor da propriedade θ do fluido nas faces do volume de controle e o fluxo advectivo.

Aplicando a integral nos termos advectivos da Equação (4.4), ou seja, primeiro e segundo termo do lado esquerdo, tem-se:

$$\int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \theta) dx dy + \int_{\Delta V} \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \theta) dx dy = \rho u_e \theta_e \Delta y - \rho u_w \theta_w \Delta y + \rho u_n \theta_n \Delta x - \rho u_s \theta_s \Delta x \quad (4.7)$$

Para obter os valores da propriedade θ do fluido nas faces do volume de controle é necessário aplicar um esquema de interpolação. Neste trabalho foi adotado o esquema *QUICK – Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics*, pois fornece soluções com alta precisão para problemas de advecção-difusão (ANSYS FLUENT, INC., 2012).

4.4 TERMO FONTE

O último termo da Equação (4.4) contabiliza a geração ou dissipação de θ no volume de controle (Figura 4.1). A força de corpo devido à gravidade e o gradiente de pressão são alguns exemplos de termos fonte. Para eliminar a integral sobre o termo fonte, aplica-se uma média de S_θ sobre o volume de controle, podendo ser escrito como (ANDERSSON *et al.*, 2012):

$$\int_{VC} S_\theta dV = \bar{S}_\theta V \quad (4.8)$$

4.5 ESQUEMA DE INTERPOLAÇÃO QUICK

O esquema *QUICK*, implementado no programa comercial ANSYS FLUENT[®], apresenta algumas diferenças em relação ao *QUICK* tradicional descrito por Versteeg e Malalasekera (2007).

Na Equação (4.9) é apresentada a formulação do esquema *QUICK* utilizado pelo ANSYS FLUENT[®] e na Figura 4.2 é ilustrado os volumes de controles usados para a derivação da Equação (4.9).

$$\theta_e = \zeta \left[\frac{\Delta x_E}{\Delta x_P + \Delta x_E} \theta_P + \frac{\Delta x_P}{\Delta x_P + \Delta x_E} \theta_E \right] + (1-\zeta) \left[\frac{\Delta x_W + 2\Delta x_P}{\Delta x_W + \Delta x_P} \theta_P - \frac{\Delta x_P}{\Delta x_W + \Delta x_P} \theta_W \right] \quad (4.9)$$

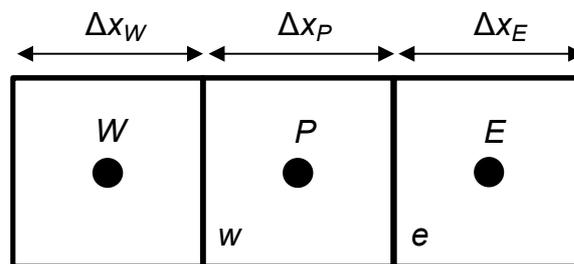


Figura 4.2 - Volume de controle unidimensional.

O esquema *QUICK* tradicional pode ser obtido adotando $\zeta = 1/8$ porém a implementação do esquema no ANSYS FLUENT[®] utiliza uma equação para ζ que não foi fornecida no manual.

4.6 ACOPLAMENTO PRESSÃO-VELOCIDADE

De acordo com Versteeg e Malalasekera (2007), os valores das velocidades nas faces do volume de controle (Figura 4.1) são obtidos através do acoplamento

pressão-velocidade. Para exemplificar, considere um escoamento bidimensional, laminar e em regime permanente

As equações de transporte para cada componente de velocidade nas Equações (4.10) e (4.11) podem ser derivadas da equação geral de transporte (4.4), substituindo Θ por u e v e Γ_Θ por μ . O campo de velocidade deve satisfazer a Equação (4.12) da continuidade.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uu) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial x} + S_u \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho uv) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vv) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) - \frac{\partial p}{\partial y} + S_v \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (4.12)$$

A estratégia de solução para encontrar o campo de pressão e de velocidade é adotar o algoritmo de solução *SIMPLE* (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007). Antes de apresentar o procedimento iterativo do algoritmo *SIMPLE*, é necessário compreender o conceito de matriz deslocada, que consiste em avaliar as variáveis escalares nos pontos nodais originais da malha, porém calcular as componentes das velocidades em malhas deslocadas e centradas nas faces dos volumes de controle das variáveis escalares (Figura 4.3).

Se as velocidades e as pressões fossem definidas no mesmo nó (centro do volume de controle), um intenso gradiente de pressão não uniforme poderia ser erroneamente interpretado como um campo de pressão uniforme (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

O algoritmo *SIMPLE* é um procedimento iterativo de estimativa inicial e correção para a velocidade e a pressão a fim de que a conservação da massa seja satisfeita.

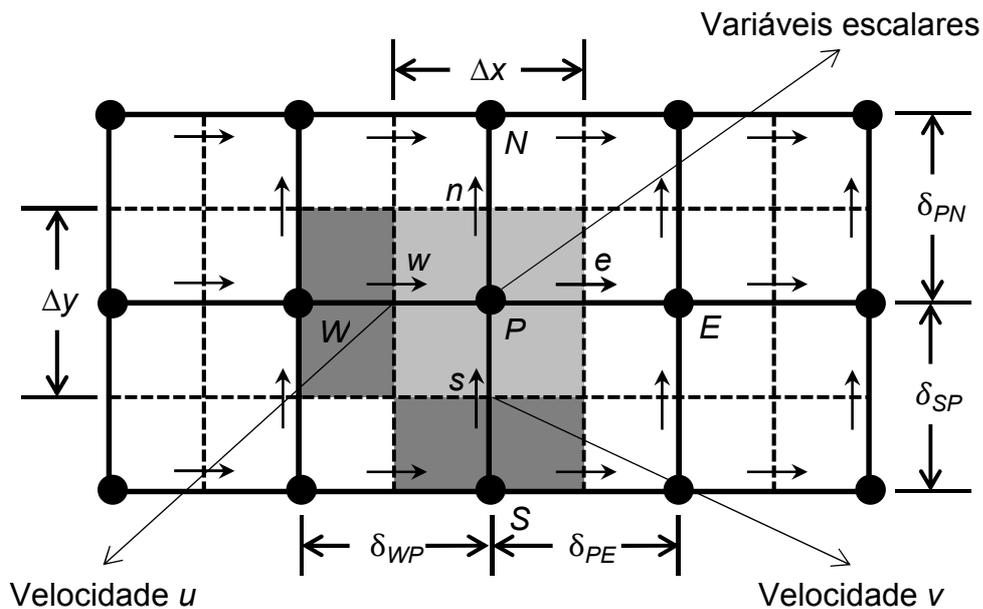


Figura 4.3 - Malha de velocidades atrasadas em relação a malha original.

O cálculo inicia a partir de uma estimativa inicial para o campo de pressão, velocidade e outras variáveis escalares (p^*, u^*, v^* e θ^*). A partir da estimativa inicial, resolvem-se as equações discretizadas para a quantidade de movimento e são encontrados os valores calculados das componentes de velocidades u^* e v^* . Em seguida, a equação de correção da pressão é solucionada a fim de obter o valor de p' , que posteriormente será utilizado para corrigir o valor da pressão p^* e obter o valor da pressão corrigido p . Nesta mesma etapa, são corrigidos os valores das velocidades u^* e v^* para encontrar os valores corrigidos u e v . Por fim, são solucionadas as equações de transporte para outras variáveis escalares que possam existir e o processo é finalizado verificando-se o critério de convergência. Caso o critério de convergência seja satisfeito, o processo iterativo de solução encerra. Entretanto, se não houver convergência os valores corrigidos para pressão, velocidade e outros escalares (p, u, v e θ) tornam-se estimativas iniciais (p^*, u^*, v^* e θ^*) e o procedimento de cálculo se repete.

As sequencias de operações realizadas pelo algoritmo *SIMPLE*, para o cálculo do campo de pressão e velocidade, são descritos na Figura 4.4

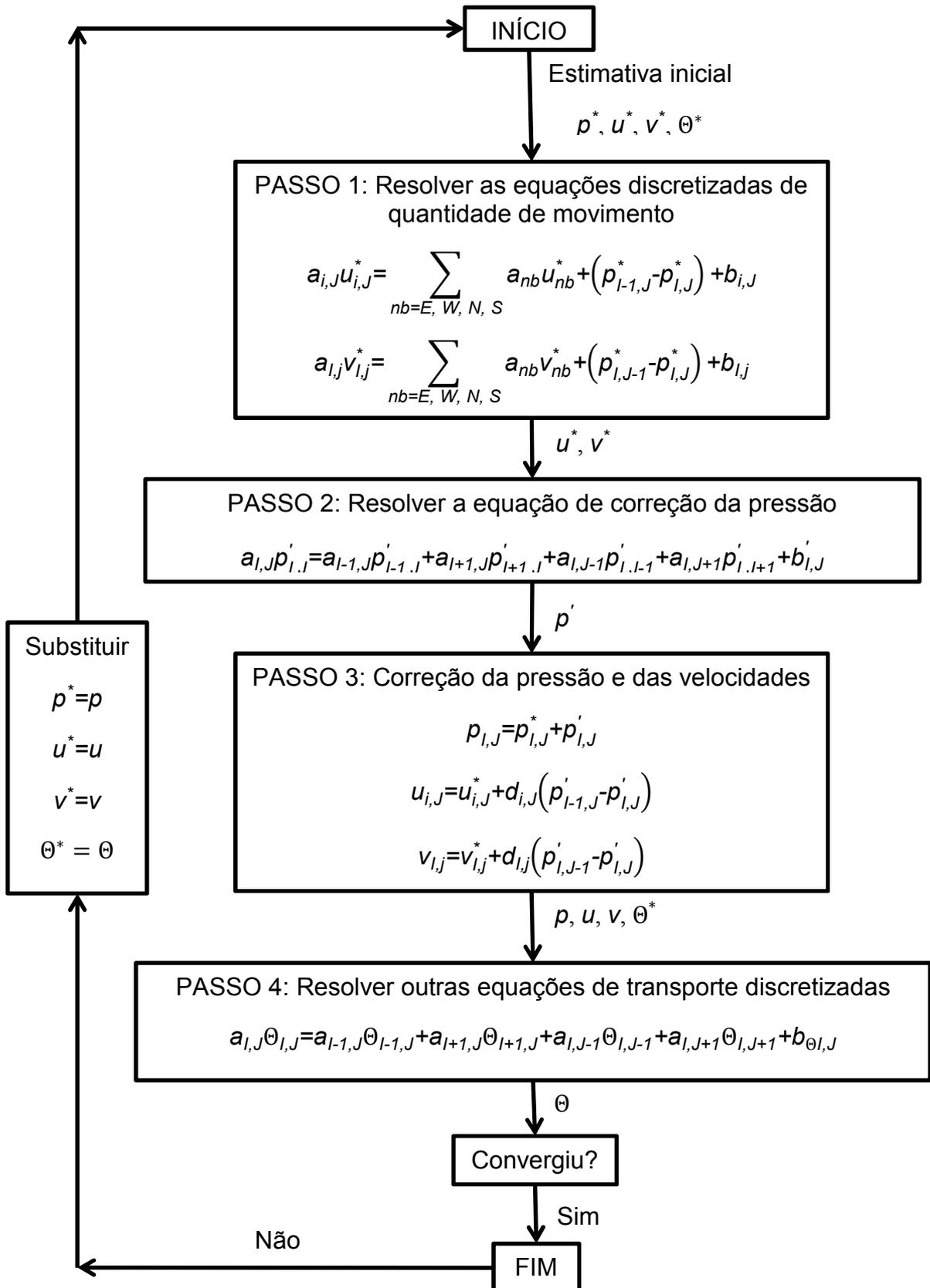


Figura 4.4 - Algoritmo *SIMPLE*.

4.7 CONVERGÊNCIA

O cálculo dos resíduos das equações de conservação discretizadas, implementado no programa ANSYS FLUENT[®], é feito da seguinte maneira:

$$R^\theta = \frac{\sum_P |\sum_{nb} a_{nb} \theta_{nb} + S_c - a_p \theta_p|}{\sum_P |a_p \theta_p|} \quad (4.13)$$

Sendo S_c a contribuição da parte constante do termo fonte $S_\theta = S_c + S_p \theta$.

Um dos critérios de convergência adotado foi $R^\theta < 10^{-3}$ para a conservação da massa e quantidade de movimento e $R^\theta < 10^{-6}$ para a conservação de energia.

Outros critérios de convergência adotados foram o monitoramento dos valores do Nusselt médio na parede aquecida, velocidades nas direções x e y e temperatura em pontos internos na cavidade. Para convergência, esses valores devem ser constantes ou com perturbação pequena para valores de Rayleigh e Reynolds elevados.

4.8 REGULARIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO PARA MEIO POROSO HOMOGENEO

O meio poroso homogêneo é modelado no programa ANSYS FLUENT[®] através da adição de um termo fonte (S_φ) nas equações de conservação da quantidade de movimento discretizadas.

O termo fonte adicionado consiste em duas partes: perda viscosa, representada pelo primeiro termo do lado direito da Equação (4.14), e perda inercial, representada pelo segundo termo do lado direito da Equação (4.14).

$$S_\varphi = -\left(\frac{\mu}{K} \vec{v} + \frac{F}{\sqrt{K}} \rho_f |\vec{v}| \vec{v}\right) \quad (4.14)$$

Adicionando o termo fonte S_φ na equação geral de transporte (4.4) e multiplicando os termos por φ para contabilizar o efeito da porosidade no escoamento, pode-se escrever a seguinte equação geral para o meio poroso homogêneo:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\varphi\rho u\theta) + \frac{\partial}{\partial y}(\varphi\rho v\theta) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\varphi\Gamma_\theta \frac{\partial\theta}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\varphi\Gamma_\theta \frac{\partial\theta}{\partial y}\right) + \varphi S_\theta + S_\varphi \quad (4.15)$$

Assim sendo, as equações de conservação para a convecção mista nas cavidades heterogênea e homogênea são resolvidas numericamente através do método dos volumes finitos. As equações de conservação da massa, quantidade de movimento e energia são discretizadas. Aplica-se o esquema de interpolação *QUICK* e o acoplamento de pressão-velocidade *SIMPLE*. Para a abordagem macroscópica, regulariza-se o modelo numérico adicionando um termo fonte que contabilize os efeitos do meio homogêneo no escoamento.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No presente capítulo são realizadas verificações de alguns problemas que envolvem convecção natural e mista em cavidades quadradas com condições de contorno similares ao atual trabalho. As comparações são feitas através do número de Nusselt médio da parede aquecida e discussões são realizadas por meio das linhas de corrente e isothermas.

Simulações numéricas da convecção mista em cavidades heterogênea e homogênea são feitas para os seguintes parâmetros investigados: número de Rayleigh, número de Reynolds e a permeabilidade através da quantidade de blocos na cavidade heterogênea e pelo número de Darcy da cavidade homogênea. Comparações entre as duas abordagens são realizadas por meio do número de Nusselt médio da parede aquecida, linhas de corrente e isothermas. Por fim, expressões para a previsão do número de Nusselt médio são encontradas, para cada valor de Reynolds, em função do número de Rayleigh e da permeabilidade.

5.1 PROBLEMAS DE VERIFICAÇÃO

Nesta seção são apresentados os principais trabalhos encontrados na literatura. Estes resultados servem como base para a verificação tanto do código computacional utilizado quanto da análise dos fenômenos que envolvem a solução do problema proposto.

Verificam-se problemas que envolvem a convecção natural, provocada apenas por um gradiente de temperatura, e a convecção mista, gerada por meio da presença simultânea de um gradiente de temperatura e deslocamento da tampa. As condições de contorno de aquecimento envolvem aquecimento vertical e horizontal da cavidade. As verificações envolvem abordagens heterogênea e homogênea e são realizadas em etapas, de acordo com a complexidade geométrica e condições de contorno. Na Tabela 5.1 são resumidas as verificações realizadas com a respectiva seção de análise.

Tabela 5.1 - Problemas de verificação para a convecção mista em cavidades heterogêneas e homogêneas.

Verificação	Seção
Convecção natural em cavidade limpa com gradiente horizontal de temperatura	5.1.1
Convecção natural em cavidade heterogênea com aquecimento inferior e lateral	5.1.2
Convecção natural em cavidade homogênea com aquecimento lateral	5.1.3
Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento superior	5.1.4
Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento inferior	5.1.5

5.1.1 Convecção natural em cavidade limpa com gradiente horizontal de temperatura.

A primeira parte das verificações consiste em comparar resultados que envolvem convecção natural em cavidade limpa com gradiente horizontal de temperatura, sendo a parede esquerda aquecida, a direita resfriada e as horizontais adiabáticas. Variou-se o número de Rayleigh entre 10^3 a 10^6 . Para a verificação, foi utilizada uma malha uniforme de 80x80 volumes de controle (VC).

Na Tabela 5.2 são mostrados os valores do número de Nusselt médio da parede aquecida comparados com resultados encontrados na literatura.

Tabela 5.2 - Nusselt médio para a convecção natural em cavidade limpa aquecida lateralmente.

Ra	House <i>et al.</i> (1990)	de Vahl Davis (1983)	Hortmann <i>et al.</i> (1990)	Kalita <i>et al.</i> (2001)	Dixit e Babu (2006)	Presente
10^3	1,118	-	-	-	1,121	1,118
10^4	2,254	2,243	2,244	2,245	2,286	2,249
10^5	4,561	4,519	4,522	5,522	4,546	4,548
10^6	8,923	8,800	8,829	8,829	8,652	8,984

O aumento do \overline{Nu} juntamente com o acréscimo do número de Rayleigh justifica-se devido ao aumento da intensidade de circulação do fluido, que favorece o aumento da transferência de calor por convecção natural na cavidade. Na Figura 5.1 é feita uma comparação entre os dois casos ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$) através da distribuição de temperatura (isotermas) e das linhas de corrente.

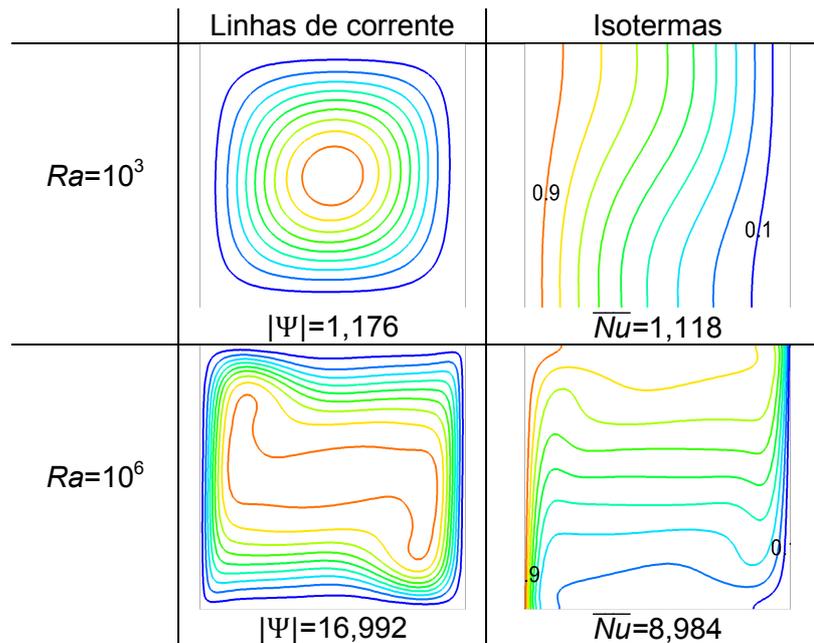


Figura 5.1 - Linhas de corrente e isotermas para a convecção natural em cavidade limpa com aquecimento lateral e considerando ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$).

Para $Ra=10^3$, as linhas de corrente apresentam um movimento circular, centralizado e com intensidade baixa. As isotermas correspondentes são paralelas às paredes verticais, indicando a predominância da transferência de calor por condução.

Para $Ra=10^6$, nota-se a presença da camada limite térmica nas paredes verticais e a estratificação vertical das isotermas, que caracteriza processos convectivos. O aumento da intensidade do escoamento próximo às paredes verticais favorece a predominância da transferência de calor por convecção.

5.1.2 Convecção natural em cavidade heterogênea com aquecimento inferior ou lateral

As verificações consistem em problemas envolvendo a convecção natural em cavidade heterogênea, a qual pode mudar a característica do escoamento e da transferência de calor devido à presença de obstruções sólidas.

O primeiro caso verificado é a convecção natural em cavidade com bloco inserido e com gradiente vertical de temperatura, sendo a parede inferior aquecida, o que caracteriza uma condição instável ao escoamento.

Utilizando uma malha uniforme com 93x93 VC, foram simulados os casos para ($10^3 \leq Ra \leq 10^6$) e razão de condutividade térmica unitária. Na Tabela 5.3 são mostrados os resultados do número de Nusselt médio comparados com valores encontrados na literatura.

Tabela 5.3 - Nusselt médio da parede aquecida para a convecção natural em cavidade com bloco inserido centralmente

Ra	Ha <i>et al.</i> (2002)	Lee e Ha (2005)	Presente
10^3	1,000	1,000	1,000
10^4	2,160	2,130	2,127
10^5	3,910	3,880	3,878
10^6	6,300	6,290	6,248

Para efeito de visualização da característica do escoamento e da distribuição de temperatura, na Figura 5.2 são ilustrados as linhas de correntes e isotermas para os dois casos ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$). Para $Ra=10^3$, as isotermas posicionadas paralelamente às paredes horizontais indicam a predominância da transferência de calor por condução ($\overline{Nu}=1$) e ausência de escoamento na cavidade, sendo as linhas de corrente apenas resquícios numéricos. Para $Ra=10^6$, a intensidade de circulação do fluido aumenta e, por consequência, a transferência de calor por convecção eleva significativamente. Através das isotermas, observa-se a formação da camada limite térmica nas paredes horizontais.

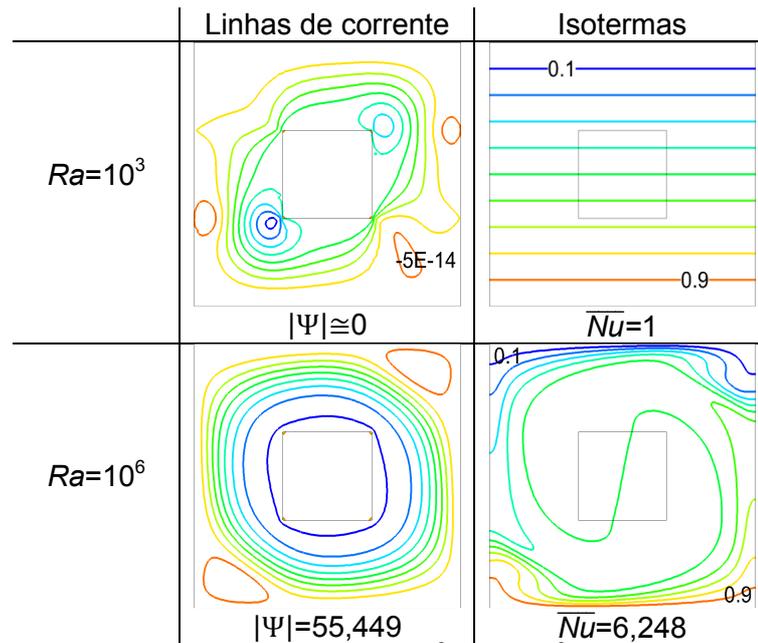


Figura 5.2 - Comparação entre os casos ($Ra=10^3$ e $Ra=10^6$) para a convecção natural em cavidade com bloco inserido e aquecimento por baixo.

O segundo caso verificado é a convecção natural em cavidade heterogênea com blocos. Merrikh e Lage (2005) investigaram a convecção natural em cavidade heterogênea preenchida com fluido, submetida a um gradiente horizontal de temperatura, sendo a parede esquerda aquecida, e contendo blocos condutores, desconectados e igualmente espaçados. Investigaram o efeito dos obstáculos sólidos na transferência de calor, por meio da variação do número e tamanho dos blocos, mantendo a porosidade constante ($\phi=0,64$). Na Tabela 5.4 são mostrados os resultados da verificação utilizando malha uniforme de 241x241 VC para os casos em que a razão de condutividade térmica sólido-fluido é unitária.

Na Figura 5.3 são ilustradas as linhas de corrente e isotermas para as cavidades com 9 e 64 blocos, ambas com $Ra=10^5$ e $Ra=10^8$. Para o valor de Rayleigh mais baixo ($Ra=10^5$), a intensidade do escoamento é pequena e, por consequência, a transferência de calor por condução é dominante, por isso a tendência paralela das isotermas. Por outro lado, para o valor de Rayleigh maior ($Ra=10^8$), a intensidade do escoamento aumenta significativamente, intensificando a transferência de calor por convecção na cavidade. A quantidade de blocos também interfere na transferência de calor ao impor uma obstrução maior no escoamento. A diminuição da permeabilidade do meio dificulta o escoamento, reduz a intensidade das linhas de corrente e diminui a transferência de calor na cavidade.

Tabela 5.4 - Nusselt médio para a convecção natural com aquecimento lateral em cavidade heterogênea.

N	Ra	Merrikh e Lage (2005)	De Lai (2009)	Presente
9	10^5	1,383	1,399	1,396
	10^6	6,164	6,255	6,271
	10^7	16,087	16,126	16,082
	10^8	31,797	31,349	31,373
16	10^5	1,233	1,246	1,244
	10^6	4,274	4,347	4,371
	10^7	15,258	15,320	15,285
	10^8	31,180	30,956	30,972
36	10^5	1,098	1,109	1,107
	10^6	2,626	2,643	2,666
	10^7	11,798	12,039	12,071
	10^8	30,689	30,440	30,530
64	10^5	1,051	1,051	1,048
	10^6	2,223	2,192	2,219
	10^7	8,094	8,089	8,034
	10^8	29,394	28,906	29,236

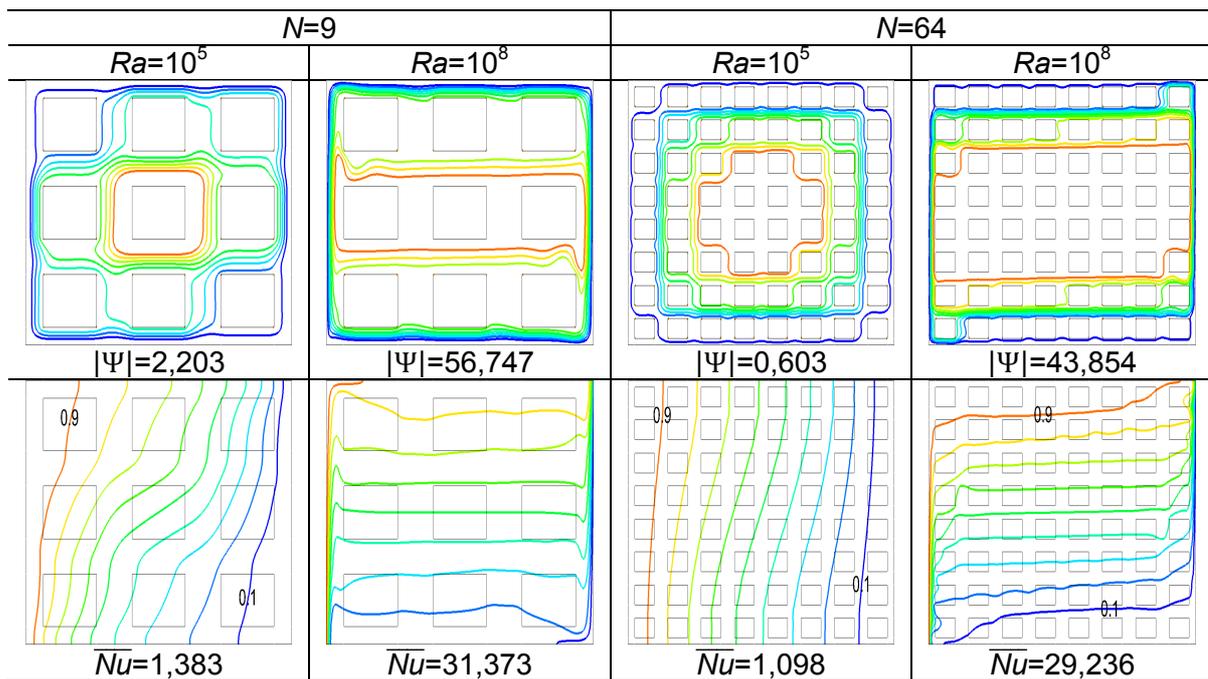


Figura 5.3 - Linhas de corrente e isothermas para a convecção natural com aquecimento lateral e considerando $N=9$, $N=64$, $Ra=10^5$ e $Ra=10^8$.

5.1.3 Convecção natural em cavidade homogênea com aquecimento lateral

O modelo de meio poroso homogêneo é verificado através do problema de convecção natural em cavidade homogênea com gradiente horizontal de

temperatura, sendo a parede esquerda aquecida. Foram realizadas simulações numéricas para um faixa de Rayleigh entre $10^5 \leq Ra \leq 10^9$, número de Darcy entre $10^{-2} \leq Da \leq 10^{-6}$, porosidade entre $0,4 \leq \varphi \leq 0,9$ e $Pr = 1$. Foi utilizada uma malha não uniforme com 100×100 VC e refinamento nas regiões próximas as paredes da cavidade, sendo o primeiro VC com espaçamento da parede de 0,1% em relação à dimensão da cavidade e taxa de crescimento entre os volumes de controle de 10%. Na Tabela 5.5 são mostrados os resultados da verificação através do número de Nusselt médio e comparados com resultados encontrados na literatura.

Tabela 5.5 - Nusselt médio para a convecção natural em cavidade homogênea com parede esquerda aquecida.

φ	Da	Ra	Nithiarasu <i>et al.</i> (1997)	Chen <i>et al.</i> (2009)	Dias <i>et al.</i> (2010)	Presente
0,4	10^{-2}	10^3	1,010	1,010	1,008	1,008
		10^5	2,983	2,990	2,991	2,994
	10^{-4}	10^5	1,067	1,064	1,065	1,064
		10^7	7,810	7,860	7,834	7,771
0,6	10^{-2}	10^3	1,015	1,012	1,011	1,012
		10^5	1,071	1,070	1,068	1,067
	10^{-4}	10^6	2,725	2,714	2,713	2,705
		10^7	1,079	1,078	1,079	1,078
0,9	10^{-2}	10^3	1,023	1,020	1,018	1,018
		10^4	1,640	1,630	1,632	1,632
	10^{-4}	10^5	3,910	3,920	3,919	3,918
		10^7	1,072	1,071	1,070	1,069
10^{-6}	10^7	9,202	9,490	9,441	9,318	
	10^7	1,080	1,080	1,079	1,078	

Na Figura 5.4 foram selecionados dois casos para ilustrar a influência da permeabilidade (número de Darcy) na transferência de calor, considerando porosidade constante ($\varphi = 0,6$). No primeiro caso, para $Ra = 10^3$, nota-se que embora a permeabilidade do meio seja alta, o escoamento não tem intensidade suficiente para aumentar a transferência de calor na cavidade e prevalece a transferência de calor por condução, por isso o Nusselt médio é quase unitário. No segundo caso, a força de empuxo na cavidade é significativa, pois $Ra = 10^7$, porém a permeabilidade baixa do meio dificulta o escoamento na cavidade e por isso ainda

prevalece a transferência de calor por condução na cavidade mesmo com número de Rayleigh elevado.

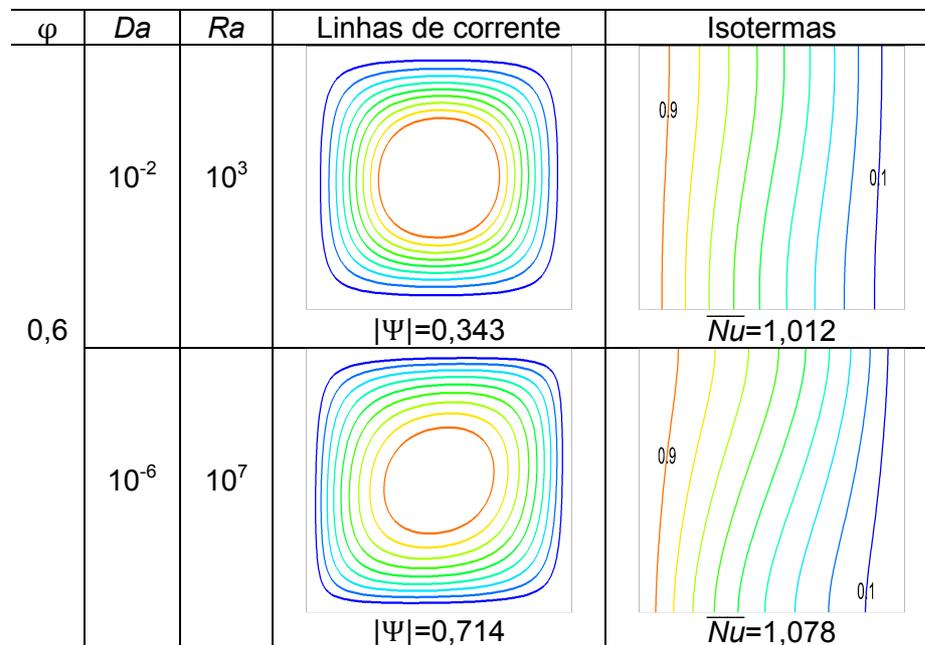


Figura 5.4 - Linhas de corrente e isotermas para cavidade homogênea com parede esquerda aquecida para $Da=10^{-2}$ e $Ra=10^3$; $Da=10^{-6}$ e $Ra=10^7$.

5.1.4 Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento superior

A verificação que considera a convecção mista em cavidade limpa com aquecimento superior é apresentada. A convecção mista é a combinação da convecção forçada, que para este caso é proveniente do movimento translacional da superfície superior, juntamente com a convecção natural devido à imposição do gradiente de temperatura na cavidade, sendo a superfície superior aquecida e a inferior resfriada. Por isso, existe um efeito competitivo entre a convecção natural e a convecção forçada, uma vez que na ausência do deslocamento da tampa superior, não haveria escoamento no interior da cavidade, ou seja, o fluido ficaria completamente estagnado, pois o aquecimento superior não produz instabilidades no escoamento.

Verificações para $(0 \leq Gr \leq 10^6)$, $(0 \leq Re \leq 3000)$, $Pr = 1$ e razão de aspecto unitária (cavidade quadrada) foram realizadas utilizando malha uniforme de

128x129 VC. Na Tabela 5.6 são mostrados os valores do Nusselt médio da parede aquecida para efeito de comparação com resultados encontrados na literatura.

Tabela 5.6 - Valores do Nusselt médio da parede aquecida para a convecção mista em cavidade limpa

Re	Gr	Iwatsu (1992)	Poletto (2015)	Presente
100	10^2	1,940	2,039	2,039
	10^4	1,340	1,400	1,400
	10^6	1,020	1,020	1,020
400	10^2	3,840	4,082	4,081
	10^4	3,620	3,843	3,843
	10^6	1,220	1,181	1,181
1000	10^2	6,330	6,579	6,578
	10^4	6,290	6,530	6,529
	10^6	1,770	1,762	1,762

Na Figura 5.5 são mostradas as linhas de corrente e as isotermas para ($Re=100$ e $Re=1000$) e ($Gr=10^2$ e $Gr=10^6$).

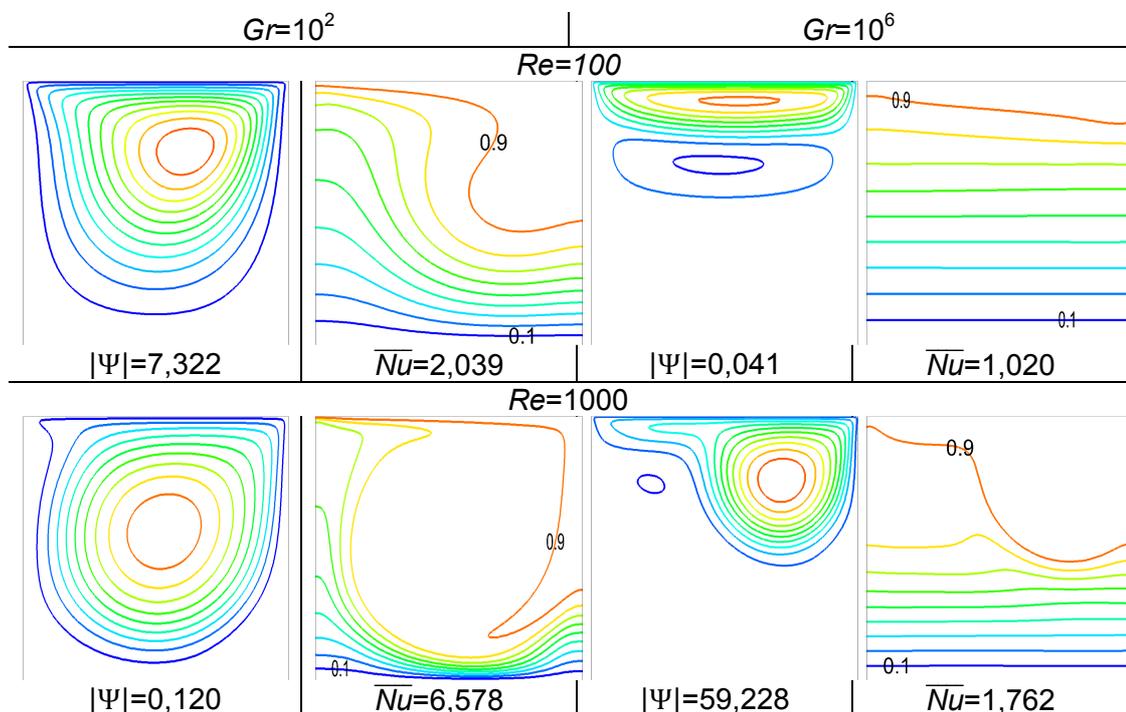


Figura 5.5 - Linhas de corrente e isotermas para convecção mista em cavidade limpa aquecida por cima.

Para $Re=1000$ e $Gr=10^6$, observa-se que praticamente não existe escoamento na cavidade, pois o deslocamento da tampa não é suficiente para

vencer o efeito de empuxo que tende a estagnar o fluido, por isso a tendência da transferência de calor é por condução. Para $Re=1000$ e $Gr=10^2$ a intensidade do escoamento na cavidade é maior devido ao aumento da velocidade da tampa e diminuição do gradiente de temperatura. Para $Re=1000$ e $Gr=10^6$, a intensidade do escoamento é elevada ($|\Psi|=59,228$), porém o elevado número de Grashof deslocou a circulação para o canto superior da cavidade, evidenciando o efeito competitivo entre a convecção forçada e a convecção natural.

5.1.5 Convecção mista em cavidade limpa com aquecimento inferior

Considerando a convecção mista em cavidade limpa com aquecimento na parede inferior, Cheng (2011) investigou se a transferência de calor aumenta continuamente com a elevação simultânea dos números de Grashof e Reynolds, mantendo os números de Richardson e Prandtl constantes. Os resultados das simulações numéricas mostraram que o crescimento do Nusselt médio não é contínuo, pois em determinado momento ocorre uma queda repentina do valor do Nusselt médio e concomitantemente surge uma separação do escoamento, fenômeno denominado como bifurcação de Hopf, que inicia com uma pequena região de circulação no canto inferior direito e rapidamente se estende pela cavidade.

A bifurcação de Hopf é caracterizada para uma determinada configuração de Re e Gr . Utilizando malha uniforme com 256×256 VC, verifica-se em quais valores de Reynolds e Grashof é constatada a separação do escoamento, considerando $Ri=1$ e $Pr=0,71$. Na Figura 5.6 são ilustradas as curvas do Nusselt médio em função de Reynolds e Grashof para $Ri=1$ e $Pr=0,71$.

Na Figura 5.7 são ilustradas as linhas de corrente e isothermas para diferentes valores de Reynolds e Grashof. Para $Re=365$ e $Gr=133225$, ocorre a redução do Nusselt médio devido à presença da bifurcação de Hopf. A ocorrência das duas recirculações diminui a intensidade da transferência de calor na cavidade, atuando como isolantes entre as paredes inferior aquecida e superior resfriada.

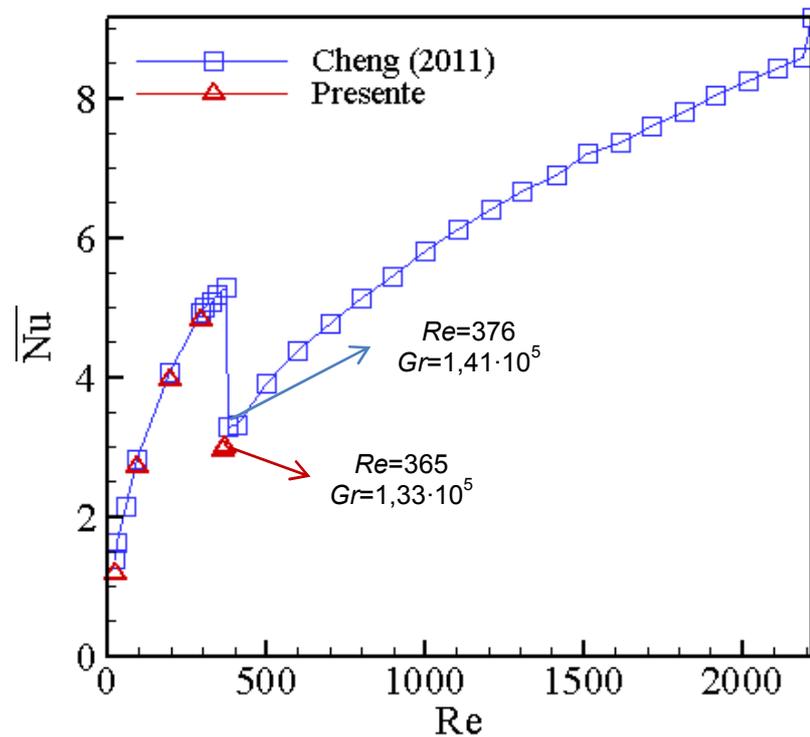


Figura 5.6 – Verificação da configuração de Re e Gr que ocorre a bifurcação de Hopf.

O fenômeno da bifurcação de Hopf é característico da condição de contorno (aquecimento inferior e superfície deslizante). A verificação da redução do Nusselt médio concomitantemente com a separação do escoamento serve de base para o problema proposto.

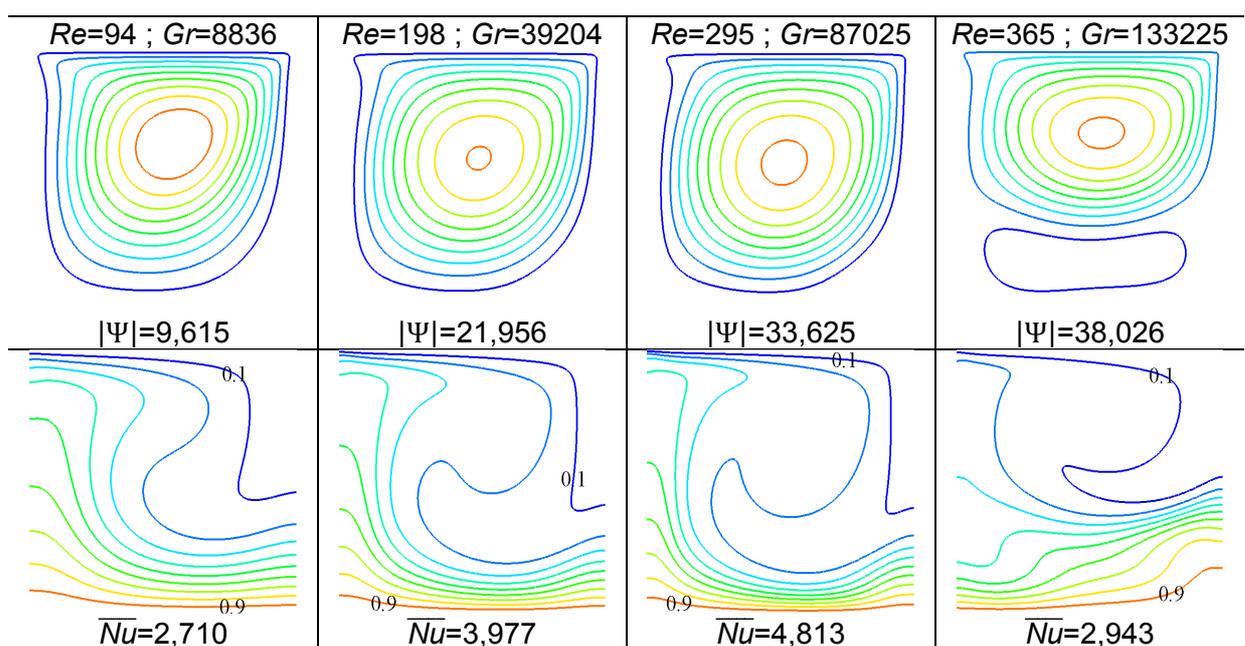


Figura 5.7 – Linhas de corrente e isotermas da convecção mista em cavidade limpa com fundo aquecida para $Ri=1$ e $Pr=0,71$.

5.2 PARÂMETROS DO PROBLEMA

A convecção mista em cavidades heterogênea e homogênea, com o topo deslizante e fundo aquecido (Figura 3.3 e Figura 3.4) é numericamente investigada. A cavidade heterogênea é preenchida com blocos sólidos, rígidos, condutores, impermeáveis e igualmente espaçados. A cavidade homogênea é preenchida com meio poro-contínuo. Expressões analíticas para a predição do Nusselt médio em função de Rayleigh, Darcy e Reynolds são encontradas.

O escoamento é induzido pela força de cisalhamento imposta pela parede superior deslizante e pela força de empuxo, proveniente do gradiente térmico vertical. A quantidade de movimento é transferida para o interior da cavidade e os blocos inseridos (meio heterogêneo) agem como obstáculos ao escoamento, assim como o meio homogêneo oferece resistência ao escoamento, imposta pela porosidade e permeabilidade intrínseca do meio representada pelo número de Darcy.

A intensidade do gradiente vertical de temperatura é determinada através do número de Rayleigh e a velocidade da tampa por meio do número de Reynolds. O número de Prandtl e a porosidade são mantidos constantes e iguais a $Pr=1$ e $\phi=0,64$, respectivamente. Os parâmetros variados do problema (número de blocos, número de Darcy, número de Rayleigh e número de Reynolds) estão resumidos na Tabela 5.7 e dispostos de acordo com a ordem de apresentação.

O número de Darcy é calculado em função do número de blocos da cavidade heterogênea, pois o valor da permeabilidade K é definido em função do número de blocos da cavidade heterogênea e da porosidade. (Equações 3.21 e 3.44).

Tabela 5.7 - Parâmetros investigadas na convecção mista em cavidades heterogênea e homogênea.

Número de blocos	N	9	16	36	64
Número de Darcy	Da	$5,926 \cdot 10^{-4}$	$3,333 \cdot 10^{-4}$	$1,482 \cdot 10^{-4}$	$8,333 \cdot 10^{-5}$
Número de Reynolds	Re	100; 500; 1000			
Número de Rayleigh	Ra	$10^3; 10^4; 10^5; 10^6; 10^7$			

5.3 TESTE DE MALHA

O teste de malha tem como objetivo determinar a quantidade mínima de volumes de controle nas cavidades heterogênea e homogênea necessário para obter resultados numéricos precisos e com menor custo computacional possível.

Para a cavidade heterogênea, o teste é realizado através de simulações numéricas utilizando malhas uniformes e com diferentes quantidades de volumes de controle: 50x50, 100x100, 200x200 e 300x300. Foram escolhidas as cavidades com 9 e 64 blocos. Os parâmetros do escoamento optados para o teste foram os números de Rayleigh iguais a 10^3 e 10^7 e os números de Reynolds iguais a 100 e 1000.

Para a cavidade homogênea, foram utilizadas malhas não uniformes de 40x40, 60x60, 80x80 e 100x100. Os valores do número de Darcy escolhidos para o teste foram de $5,926 \cdot 10^{-4}$ e $8,333 \cdot 10^{-5}$, que representam a permeabilidade das cavidades heterogêneas com 9 e 64 blocos, respectivamente. Os parâmetros do escoamento usados foram os números de Rayleigh iguais a 10^3 e 10^7 e os números de Reynolds iguais a 100 e 1000.

As comparações das malhas e dos resultados numéricos obtidos são feitos através da Equação (5.1). O subscrito *malha2* representa o valor da propriedade θ calculado pela malha contendo quantidade superior de volumes de controle à malha representada pelo subscrito *malha1*.

$$EP = \frac{|\theta_{malha2} - \theta_{malha1}|}{\theta_{malha2}} \times 100\% \quad (5.1)$$

Nas Tabela 5.8 e Tabela 5.9 são mostrados os resultados do teste de malha para as cavidades heterogênea e homogênea, respectivamente.

Na Figura 5.8 e na Figura 5.9 são mostradas as variações dos erros percentuais para as malhas dos meios heterogêneo e homogêneo, respectivamente.

Tabela 5.8 – Teste de malha através da comparação dos valores de Nusselt médio para o meio heterogêneo.

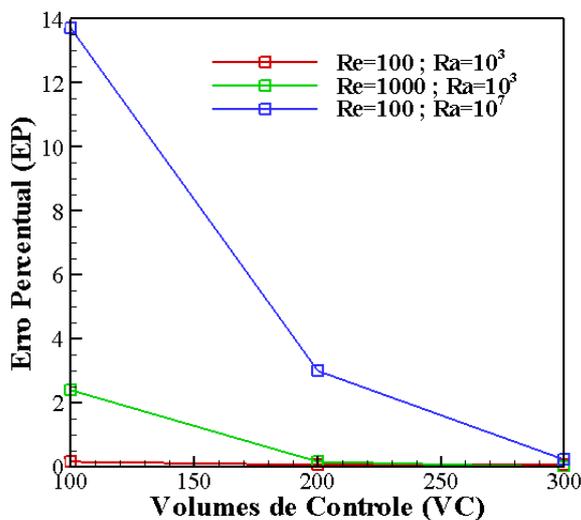
		N=9						
<i>Ra</i>	<i>Re</i>	50x50	100x100	EP	200x200	EP	300x300	EP
10^3	100	1,259	1,257	0,16	1,256	0,08	1,255	0,08
	1000	2,530	2,471	2,39	2,467	0,16	2,467	0,00
10^7	100	19,134	16,828	13,70	16,336	3,01	16,298	0,23
	1000	NC*	NC*	-	NC*	-	16,676	-

		N=64						
<i>Ra</i>	<i>Re</i>	50x50	100x100	EP	200x200	EP	300x300	EP
10^3	100	1,056	1,053	0,28	1,052	0,10	1,051	0,10
	1000	1,986	2,031	2,22	1,992	1,96	1,984	0,40
10^7	100	9,258	7,232	28,01	4,536	59,44	4,560	0,52
	1000	11,625	10,306	12,80	6,404	60,93	6,286	1,88

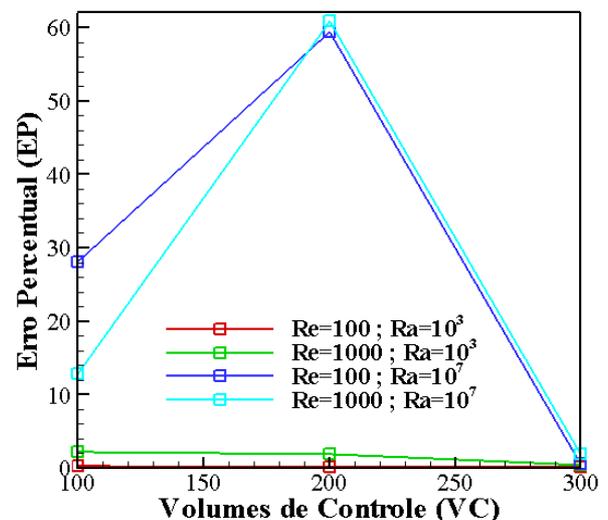
Tabela 5.9 - Teste de malha através da comparação dos valores de Nusselt médio para o meio homogêneo.

		$Da=5,926 \cdot 10^{-4}$						
<i>Ra</i>	<i>Re</i>	40x40	60x60	EP	80x80	EP	100x100	EP
10^3	100	1,087	1,088	0,09	1,088	0,00	1,088	0,00
	1000	2,073	2,079	0,29	2,081	0,10	2,081	0,00
10^7	100	5,298	4,794	1,94	4,889	3,45	4,798	1,90
	1000	5,909	6,024	1,91	6,058	0,56	6,042	0,26

		$Da=8,333 \cdot 10^{-5}$						
<i>Ra</i>	<i>Re</i>	40x40	60x60	EP	80x80	EP	100x100	EP
10^3	100	1,015	1,015	0,00	1,015	0,00	1,015	0,00
	1000	1,501	1,504	0,20	1,505	0,07	1,506	0,07
10^7	100	4,380	4,034	8,58	3,825	5,46	3,718	2,88
	1000	5,148	4,888	5,32	4,504	8,53	4,451	1,2



(a)



(b)

Figura 5.8 - Variação do Erro Percentual da malha para o meio heterogêneo, considerando (a) N=9 (b) N=64.

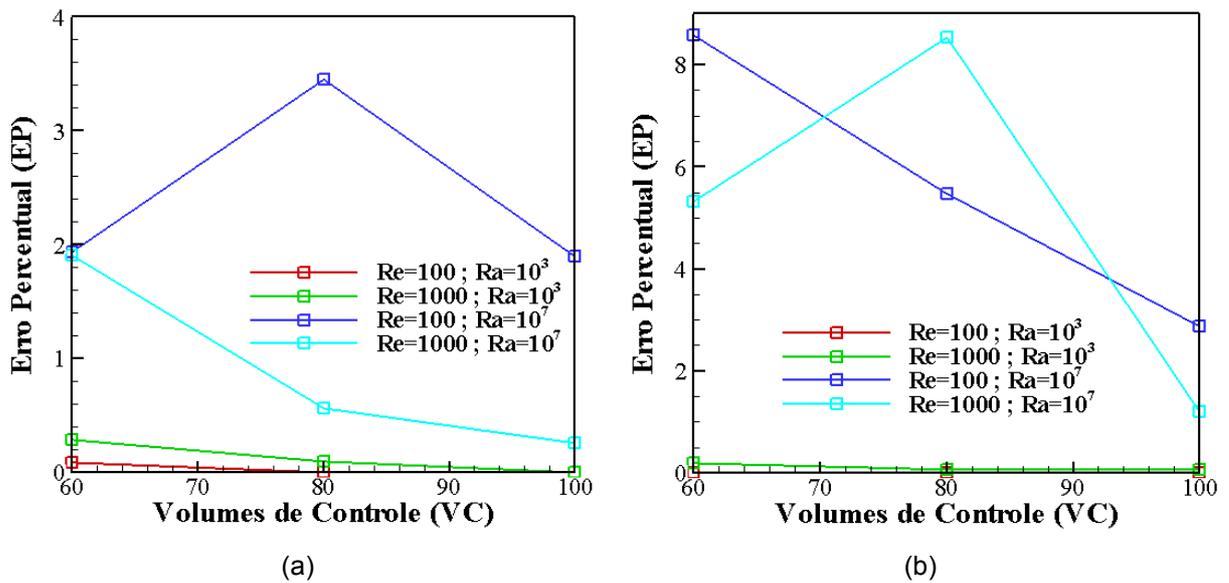


Figura 5.9 - Variação do Erro Percentual da malha para o meio homogêneo, considerando (a) $Da=5,926 \cdot 10^{-4}$ (b) $Da=8,333 \cdot 10^{-5}$

Para o valor de Rayleigh igual a 10^3 não ocorre variações significativas nos valores de Nusselt médio, entretanto para Rayleigh igual a 10^7 as diferenças entre os valores de Nusselt médio são elevadas, por isso as malhas escolhidas para as simulações foram a uniforme de 300 por 300 para a cavidade heterogênea e a não uniforme de 100 por 100 para a cavidade homogênea e com espaçamento da parede de 0,1% em relação à dimensão da cavidade e taxa de crescimento entre os volumes de controle de 10%.

5.3.1 Relaxação

Instabilidades numéricas surgiram em alguns casos simulados, que causaram dificuldades para a convergência. Por isso, foram reduzidos os fatores de relaxação para a quantidade de movimento x e y para que houvesse maior controle dos resíduos. Na Tabela 5.10 e na Tabela 5.11 são mostrados os fatores de relaxação para os meios heterogêneo e homogêneo, respectivamente.

Tabela 5.10 - Fatores de relaxação da quantidade de movimento para o meio heterogêneo.

Ra	Re	$N=9$	$N=16$	$N=36$	$N=64$
10^3	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^4	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^5	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^6	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,001	0,1	0,7	0,7
10^7	100	0,05	0,01	0,001	0,001
	500	0,1	0,001	0,001	0,001
	1000	0,1	0,001	0,001	0,001

Tabela 5.11 - Fatores de relaxação da quantidade de movimento para o meio homogêneo.

Ra	Re	$Da=5,93 \cdot 10^{-4}$	$Da=3,33 \cdot 10^{-4}$	$Da=1,48 \cdot 10^{-4}$	$Da=8,33 \cdot 10^{-5}$
10^3	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^4	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^5	100	0,7	0,7	0,7	0,7
	500	0,7	0,7	0,7	0,7
	1000	0,7	0,7	0,7	0,7
10^6	100	0,001	0,7	0,7	0,7
	500	0,1	0,1	0,7	0,7
	1000	0,1	0,1	0,7	0,7
10^7	100	0,001	0,1	0,001	0,001
	500	0,001	0,001	0,001	0,001
	1000	0,001	0,001	0,001	0,001

5.4 PERMEABILIDADE

Sabe-se que em uma cavidade limpa, o fluido não encontra nenhuma interferência ou resistência ao escoamento. A presença de uma restrição, seja pela presença de blocos sólidos ou imposição de um meio poroso homogêneo, altera a dinâmica do escoamento e, por consequência, a transferência de calor na cavidade. A escolha da abordagem para o meio poroso, heterogêneo ou homogêneo, também influencia no comportamento do fluido, pois em uma aproximação heterogênea é possível identificar as nuances do escoamento e a aproximação homogênea, devido

à resolução menor, não permite visualizar detalhes da dinâmica do fluido na cavidade, afetando diretamente na transferência de calor.

Nesta seção são investigados os resultados da variação da permeabilidade no escoamento e na transferência de calor para cavidades heterogênea e homogênea. No primeiro momento a investigação é feita mantendo o número de Reynolds constante e no segundo momento mantém-se o número de Rayleigh constante.

Para a cavidade heterogênea, a variação da permeabilidade consiste na variação do número de blocos (Equação 3.21). Para que a porosidade do meio seja mantida constante altera-se a dimensão D dos blocos.

Para a cavidade homogênea, a variação da permeabilidade consiste na variação do número de Darcy. As investigações consistem na comparação entre as duas abordagens (heterogênea e homogênea) com a mesma permeabilidade. Por isso, o número de Darcy é calculado em função da quantidade de blocos da cavidade heterogênea (Equação 3.44).

Na Figura 5.10 são ilustradas as linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea com diferentes números de blocos e homogênea com diferentes valores de Darcy, considerando $Re=100$ e $Ra=10^6$. Para a permeabilidade mais baixa ($N=64$ e $Da=8,333 \cdot 10^{-5}$), o comportamento do escoamento e a distribuição das isothermas são similares, entre os meios heterogêneo e homogêneo, por isso os valores das linhas de corrente $|\Psi|$ e do Nusselt médio \overline{Nu} também são próximos. Ao aumentar a permeabilidade ($N=36$ e $Da=1,482 \cdot 10^{-4}$), diminui a restrição do escoamento, elevando a intensidade das linhas de corrente $|\Psi|$ e da transferência de calor. A proximidade das isothermas nas regiões superior e inferior indica a presença da camada limite térmica devido à transferência de calor por convecção ser dominante. No momento em que $N=16$ e $Da=3,333 \cdot 10^{-4}$ o padrão do escoamento nas cavidades heterogênea e homogênea se diferenciam, sendo que na cavidade heterogênea existe a formação de um escoamento secundário no lado direito da cavidade, levando a uma distribuição distorcida das isothermas. Para $N=9$ e $Da=5,926 \cdot 10^{-4}$ ocorre uma aproximação das linhas de corrente no centro das paredes da cavidade heterogênea, indicando a formação da camada limite térmica. Por outro lado, na abordagem homogênea existe uma separação do escoamento na

região inferior direita da cavidade e espaçamento regular das linhas de corrente em toda a cavidade devido à distribuição uniforme da permeabilidade no meio. A diferença da dinâmica do fluido entre as cavidades heterogênea e homogênea refletem na distribuição das isothermas e, por consequência, na transferência de calor. Devido ao aumento dos canais de escoamento (regiões entre os blocos) na cavidade heterogênea, o fluido encontra menos resistência para escoar nessas regiões e, por isso, intensifica a transferência de calor na cavidade.

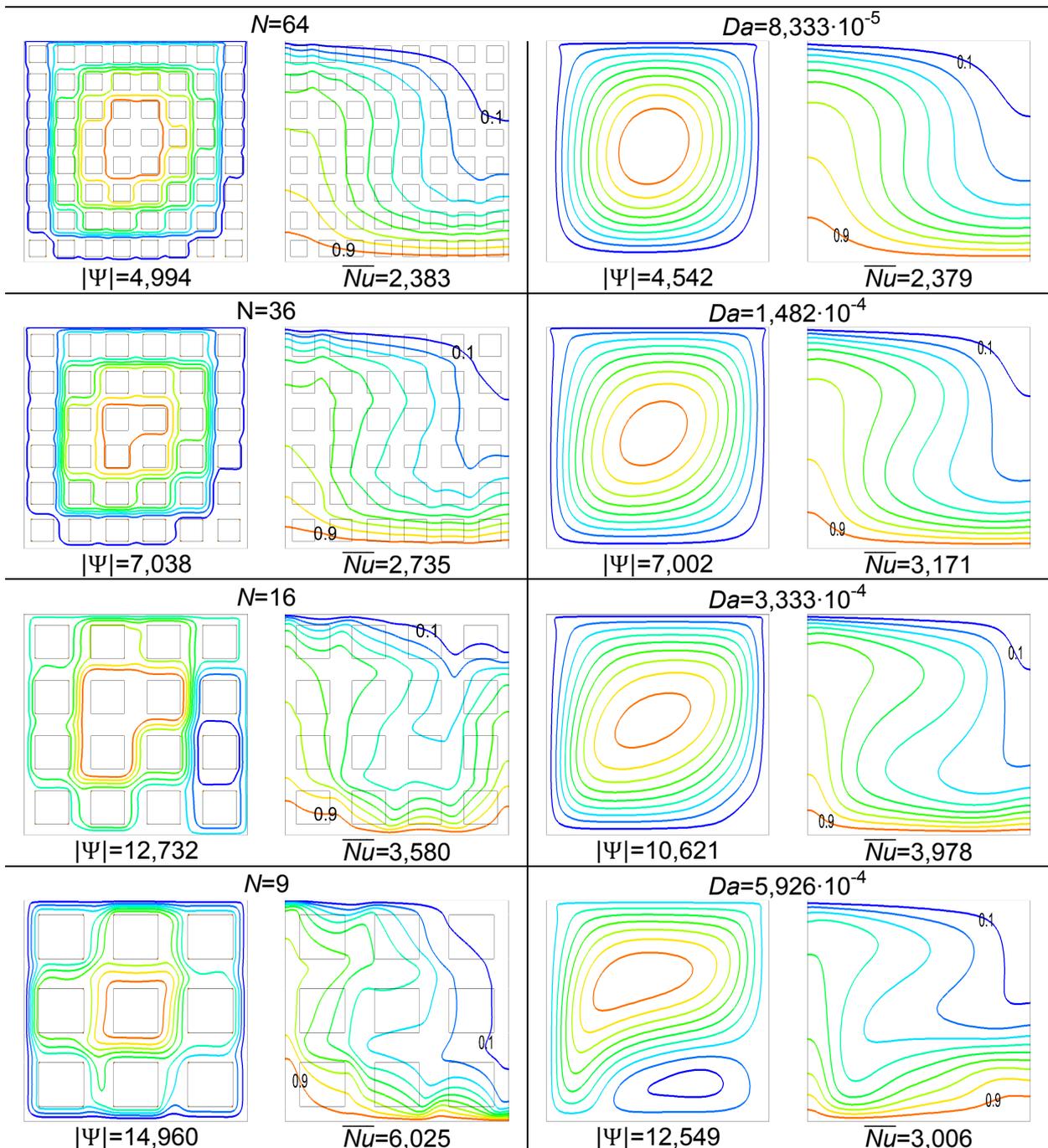


Figura 5.10 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea (variação de N) e homogênea (variação de Da) para $Re=100$ e $Ra=10^6$

Na Figura 5.11 é mostrada a variação do Nusselt médio em função do número de Darcy para as cavidades homogênea e heterogênea, mantendo o número de Reynolds constante. Os valores de Darcy para a cavidade heterogênea representam a quantidade de blocos. Quanto maior o número de blocos, menor é o número de Darcy.

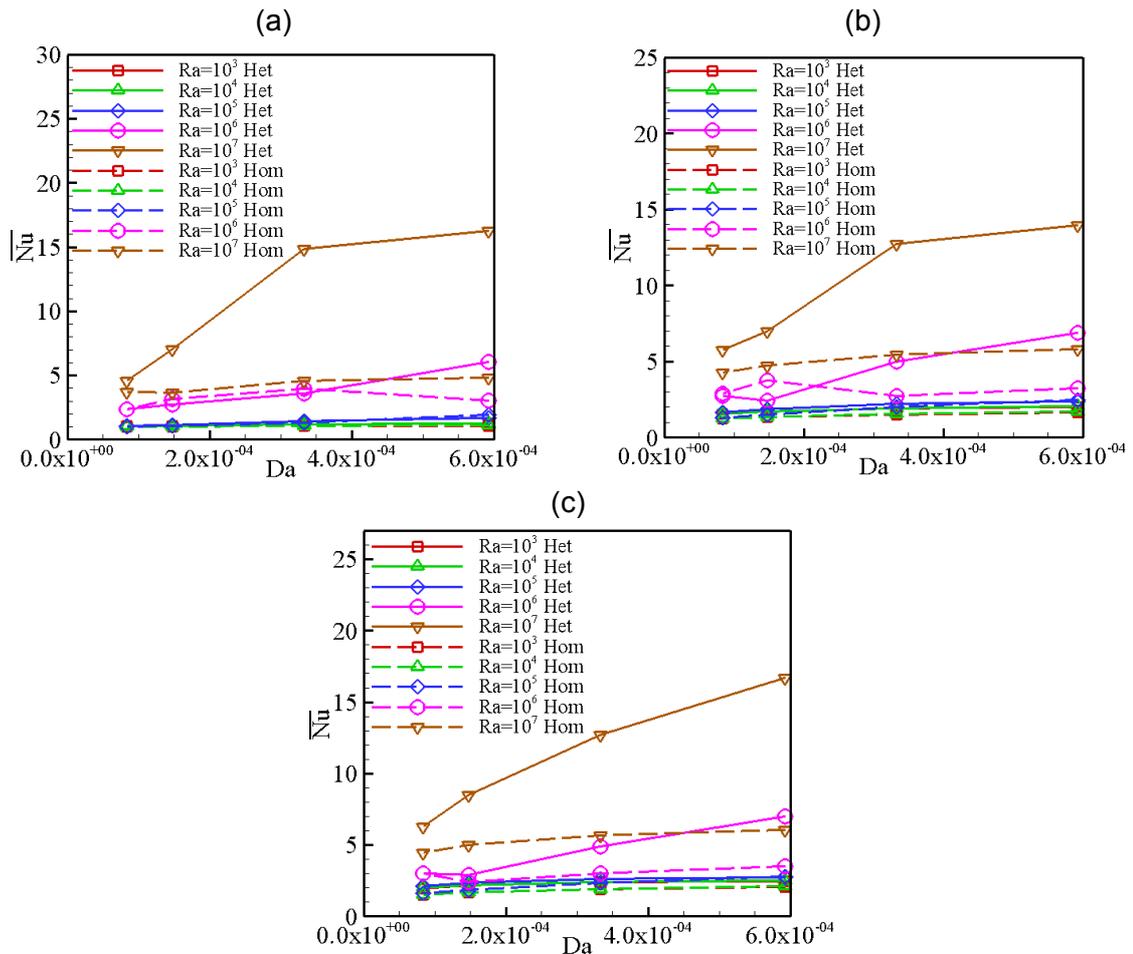


Figura 5.11 - Variação do Nusselt médio em função da permeabilidade considerando (a) $Re=100$, (b) $Re=500$ e (c) $Re=1000$.

Ao observar a Figura 5.11 é possível identificar as diferenças entre as duas abordagens, principalmente para valores de Rayleigh alto, como por exemplo $Ra = 10^6$ e $Ra = 10^7$. Nota-se que a tendência, em ambas abordagens, é reduzir a intensidade da transferência de calor com a diminuição da permeabilidade do meio, pois o fluido encontra maior resistência para escoar. Outra tendência é a convergência das curvas do meio heterogêneo com o meio homogêneo ao diminuir a permeabilidade do meio, pois, no limite da permeabilidade tendendo a zero

($K \rightarrow 0$), as duas abordagens se aproximam, ou seja, adotando o meio heterogêneo como exemplo, quando a permeabilidade do meio heterogêneo diminui no limite tendendo a zero, implica na redução dos blocos até que tornem suficientemente pequenos para que a permeabilidade do meio esteja completamente distribuída, equivalente ao meio poroso homogêneo.

Na Figura 5.12 são ilustradas as linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea para diferentes valores de blocos e homogênea para diferentes valores de Darcy, considerando $Re=1000$ e $Ra=10^6$. O aumento da permeabilidade permite o surgimento de um escoamento secundário (bifurcação de Hopf) na região inferior direita para as duas abordagens. Este fenômeno, denominado bifurcação de Hopf, foi estudado por Cheng (2011), que observou a presença desta separação de escoamento através de simulações numéricas em cavidade limpa com gradiente horizontal de temperatura e tampa deslizante. No meio homogêneo o escoamento secundário aumenta com a elevação da permeabilidade, enquanto no meio heterogêneo o escoamento primário tende a preencher a cavidade, limitando o crescimento do escoamento secundário. O aumento da permeabilidade também implica na divergência dos valores do Nusselt médio entre as abordagens heterogêneas e homogêneas, pois o escoamento encontra maior facilidade nas regiões entre os blocos (canais de escoamento), onde as linhas de corrente se concentram. A aproximação das isothermas também evidencia aumento da transferência de calor e a separação do escoamento resulta na distribuição distorcida das isothermas, principalmente nas regiões de interface entre os escoamentos primários e secundários.

A influência do movimento da superfície superior também pode ser visualizada na Figura 5.12. Para $N=64$ e $Da=8,333 \cdot 10^{-5}$, O afastamento da primeira isoterma da superfície superior indica que nesta região a variação de temperatura é pequena devido à intensa circulação do fluido e as linhas de corrente na região superior da cavidade tendem a se deslocar na direção do movimento da tampa.

Na Figura 5.13 é ilustrada a variação do Nusselt médio em função da permeabilidade mantendo o número de Rayleigh constante.

Observa-se uma tendência quase linear na variação no Nusselt médio para $Ra=10^3$ e $Ra=10^4$ e maiores valores de Nusselt médio para a cavidade heterogênea.

Para $Ra=10^5$, o meio homogêneo apresenta valores de Nusselt médio maiores no momento em que a permeabilidade atinge o maior valor

($N=9$ e $Da=8,333 \cdot 10^{-5}$) e em $Ra=10^6$, apesar dos valores de Nusselt médio tenderem a aumentar com a elevação da permeabilidade, existem momentos em que as curvas declinam, indicando a presença de instabilidades no escoamento que afetam na transferência de calor.

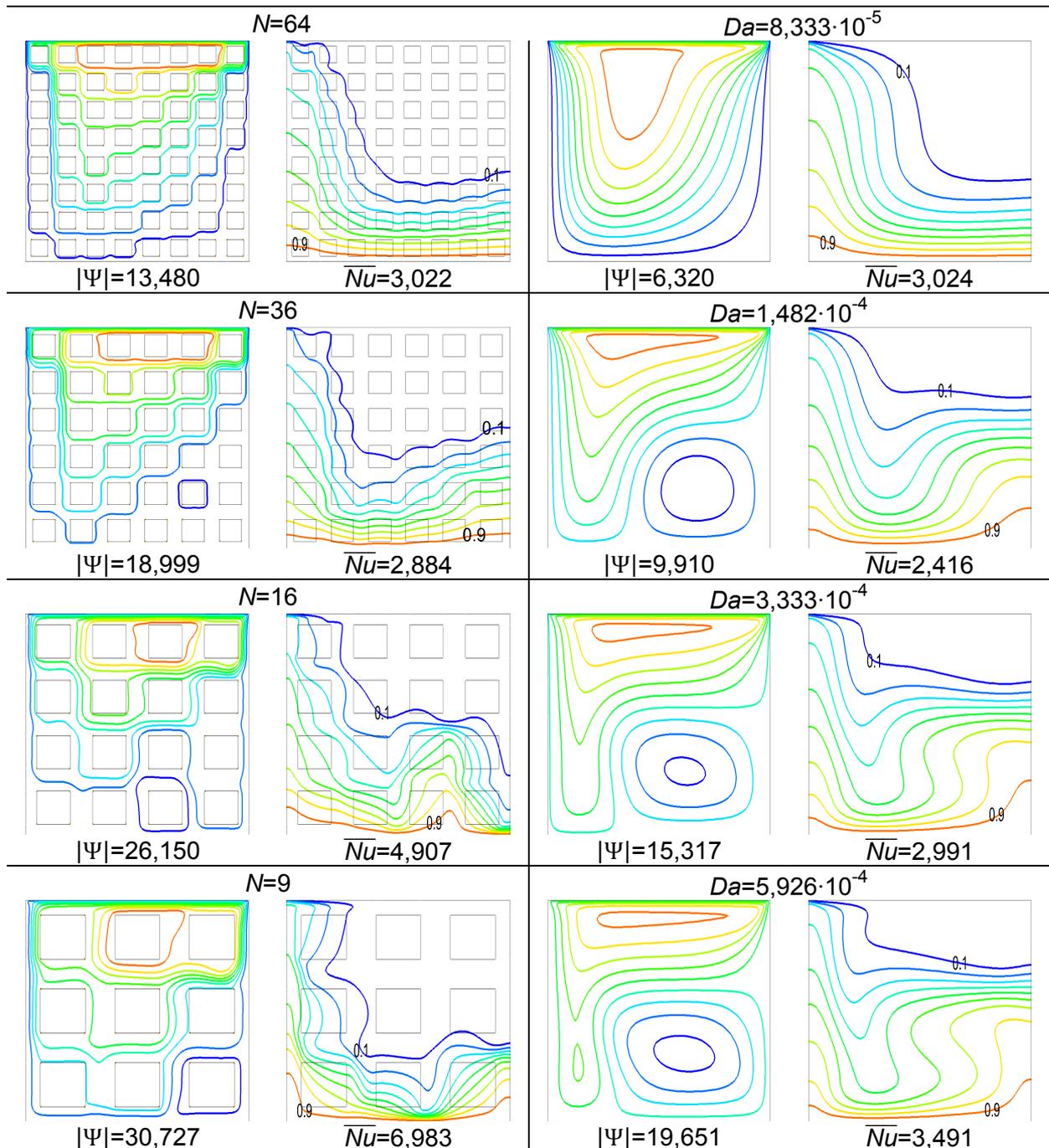


Figura 5.12 - Linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea (variação de N) e homogênea (variação de Da), considerando $Re=1000$ e $Ra=10^6$.

Para $Ra=10^6$, o aumento do Nusselt médio não é contínuo, ou seja, ocorre uma redução brusca no valor do Nusselt médio ao mesmo tempo em que a bifurcação de Hopf ocorre, como foi observado na Figura 5.12.

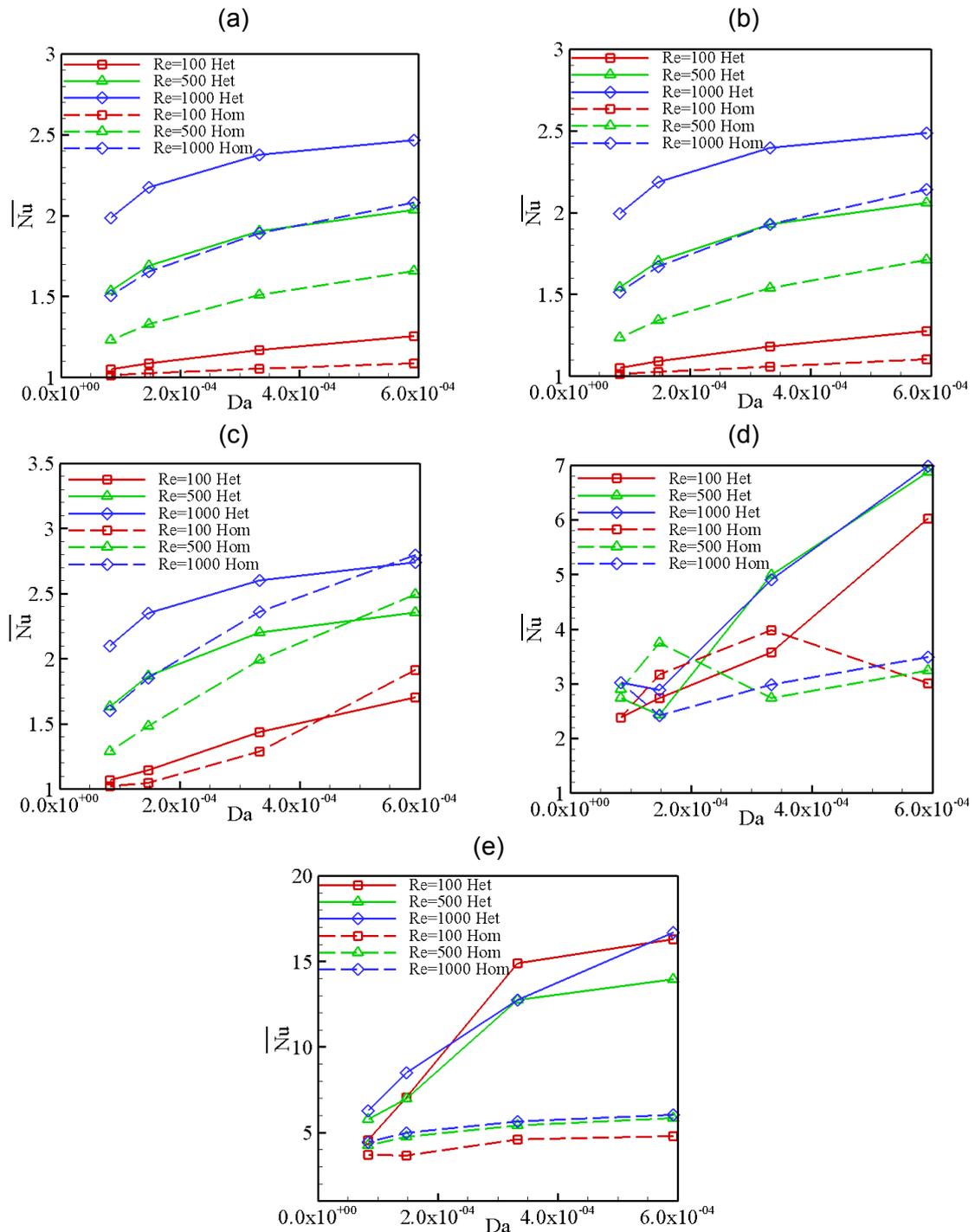


Figura 5.13 - Variação no Nusselt médio em função da permeabilidade para (a) $Ra=10^3$ (b) $Ra=10^4$ (c) $Ra=10^5$ (d) $Ra=10^6$ (e) $Ra=10^7$.

Para $Ra=10^7$ a presença da bifurcação de Hopf não causa uma queda brusca nos valores de Nusselt médio, porém é suficiente para limitar o aumento da transferência de calor na cavidade. Na Figura 5.123(e) observa-se que, para $Da=3,333 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$, o valor do Nusselt médio é maior do que os valores maiores de Rayleigh com o mesmo valor de Darcy, evidenciando uma quebra de tendência causado pela presença da bifurcação de Hopf.

5.5 NÚMERO DE REYNOLDS

Avalia-se o efeito da variação do número de Reynolds na dinâmica do escoamento e na transferência de calor nas cavidades heterogênea e homogênea. A variação do número de Reynolds está diretamente relacionada com a velocidade da tampa da cavidade e representa a influência da convecção forçada.

Na Figura 5.14 estão dispostas as linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação do número de Reynolds, considerando $Ra=10^3$, $N=9$ e $Da=5,92 \cdot 10^{-4}$. O aumento do número de Reynolds tende a intensificar a circulação do fluido no canto superior direito da cavidade, por isso a temperatura apresenta pouca variação nessa região para qualquer configuração. A aproximação das isothermas na região inferior da cavidade com o aumento do número de Reynolds indica elevação no gradiente de temperatura, que está relacionado com o aumento da transferência de calor. Observa-se também que existe concentração maior de linhas de corrente na parte superior da cavidade com leve deslocamento das recirculações na direção do movimento da tampa em todas as configurações.

Ainda na Figura 5.14 é possível observar as diferenças entre as abordagens heterogênea e homogênea. O aumento no número de Reynolds intensifica o escoamento de maneira mais acentuada no meio heterogêneo, pois o espaçamento entre os blocos facilita a passagem do fluido. Por outro lado, no meio homogêneo, a restrição ao escoamento encontra-se uniformemente distribuída e, por isso, a intensidade das linhas de corrente $|\Psi|$ é menor, impedindo que a transferência de calor na cavidade seja maior. Vale ressaltar que em todas as configurações não

existe a bifurcação de Hopf, podendo estabelecer uma tendência em aumentar o Nusselt médio quando se aumenta o número de Reynolds para ambas as cavidades heterogênea e homogênea.

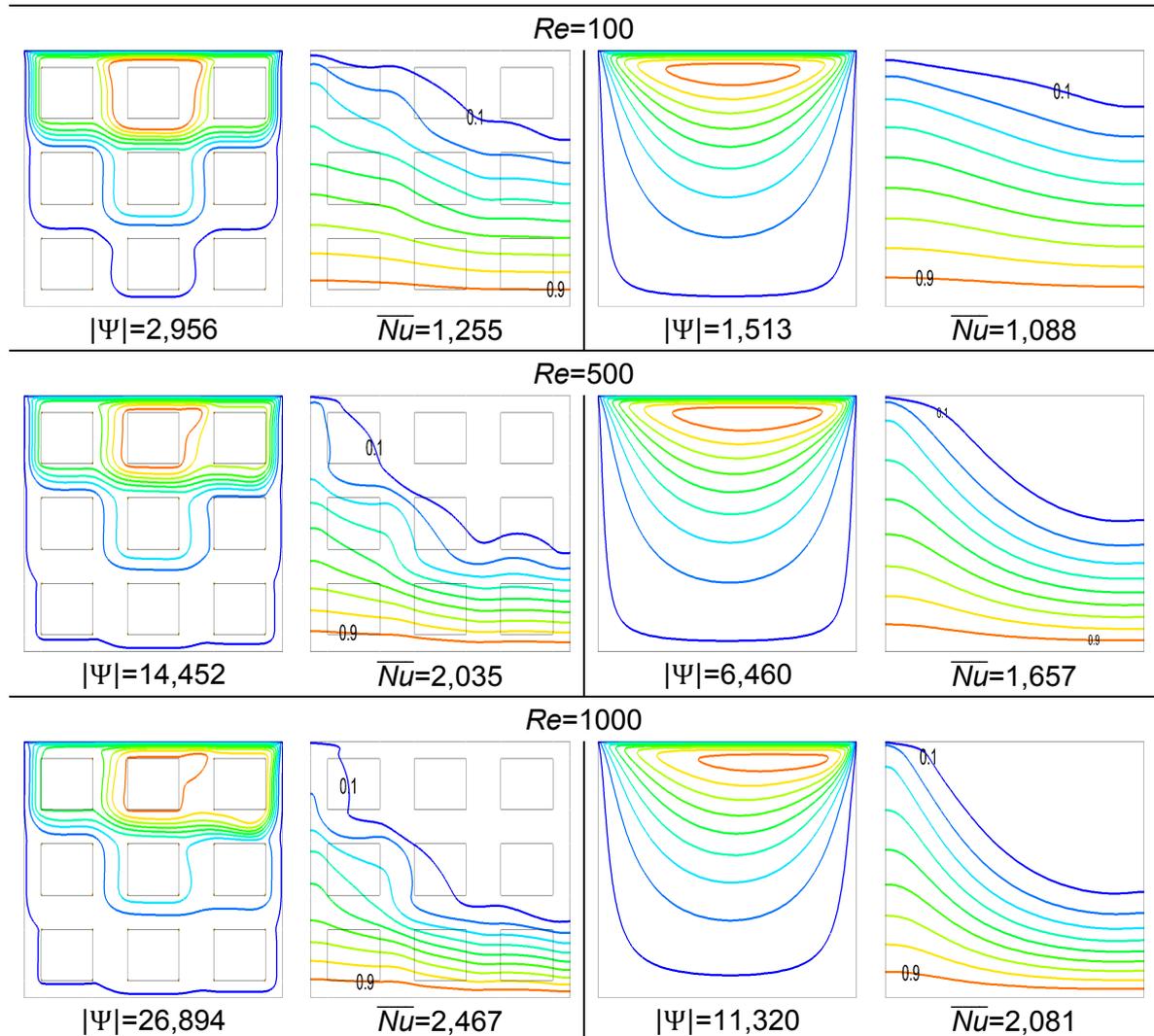


Figura 5.14 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação de Re , considerando $Ra=10^3$, $N=9$ e $Da=5,92 \cdot 10^{-4}$.

Na Figura 5.15 são ilustradas as linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Ra=10^3$, $N=64$ e $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$. A diferença neste caso é o aumento do número de blocos na cavidade heterogênea ou diminuição do número de Darcy na cavidade homogênea, ou seja, em ambas as abordagens ocorrem redução da permeabilidade do meio.

A diminuição da permeabilidade, conforme comentado anteriormente, diminui a intensidade do escoamento para todos os valores de Reynolds e aproxima o padrão de escoamento das duas abordagens. Para $Re=100$ (Figura 5.15), o posicionamento horizontal e paralelo das isothermas indica a predominância da transferência de calor por condução. A permeabilidade menor restringe um maior aumento na intensidade do escoamento $|\Psi|$ com a elevação do número de Reynolds, limitando também o aumento da transferência de calor na cavidade (elevação de \overline{Nu}).

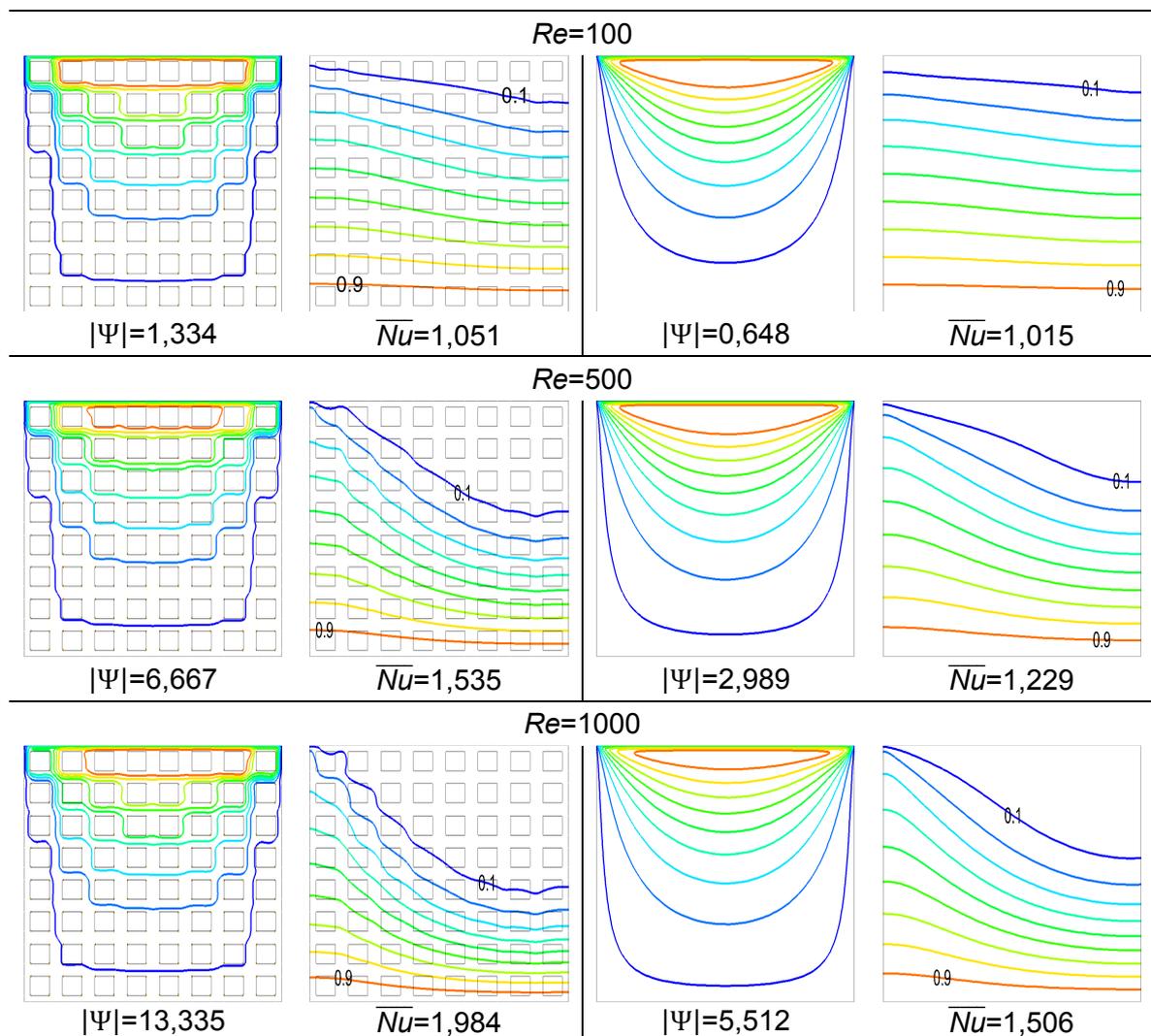


Figura 5.15 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação de Re , considerando $Ra=10^3$, $N=64$ e $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$.

Nas Figura 5.16 são apresentadas as curvas de variação do Nusselt médio em função do número de Reynolds. Pode-se observar o padrão mais comum para as curvas de \overline{Nu} encontradas nas simulações e habituais para valores de Rayleigh menores. Para $Ra = 10^3$, $Ra = 10^4$ e $Ra = 10^5$, ao elevar o número de Reynolds, a tendência é aumentar a transferência de calor, pois intensifica a circulação de fluido. Por outro lado, ao diminuir a permeabilidade do meio, aumentando o número de blocos na cavidade heterogênea ou diminuindo o número de Darcy na cavidade homogênea, eleva-se a resistência que o meio poroso exerce no escoamento, o que interfere diretamente na intensidade de recirculação do escoamento $|\Psi|$ e reduz a transferência de calor \overline{Nu} .

Nas Figura 5.16(d) e Figura 5.16(e) nota-se uma quebra de tendência em algumas curvas, ou seja, ao elevar o número de Reynolds observa-se uma diminuição no Nusselt médio, contrariando a percepção anterior de que ao aumentar a velocidade da tampa, implicaria na elevação da transferência de calor devido à maior intensidade do escoamento na cavidade.

A ocorrência da redução do Nusselt médio com o aumento do número de Reynolds pode ser melhor compreendida ao observar o comportamento das linhas de corrente nas Figura 5.17 e Figura 5.18. No mesmo instante da redução do Nusselt médio acontece uma separação do escoamento, que resulta na presença de uma circulação secundária no canto inferior direito da cavidade.

Na Figura 5.17, observa-se a presença de um escoamento secundário na cavidade heterogênea $Re=100$ e, no momento em que Reynolds aumenta de 500 para 1000, o escoamento primário ocupa a maior parte da cavidade, impedindo o desenvolvimento do escoamento secundário, que fica restrito ao canto inferior direito da cavidade. Em $Re=100$, o escoamento secundário preenche quase por completo a última coluna de blocos da cavidade heterogênea e a interface das duas circulações (primária e secundária) ocorre no penúltimo canal vertical da cavidade. No momento em que $Re = 500$, a intensidade da velocidade da tampa desloca o escoamento secundário para o fundo da cavidade e sua extensão diminui, envolvendo apenas os dois últimos blocos da penúltima coluna. Ao elevar o número de Reynolds para 1000, a influência da convecção natural é diminuída, o que leva a redução da extensão da circulação secundária na região inferior direita da cavidade.

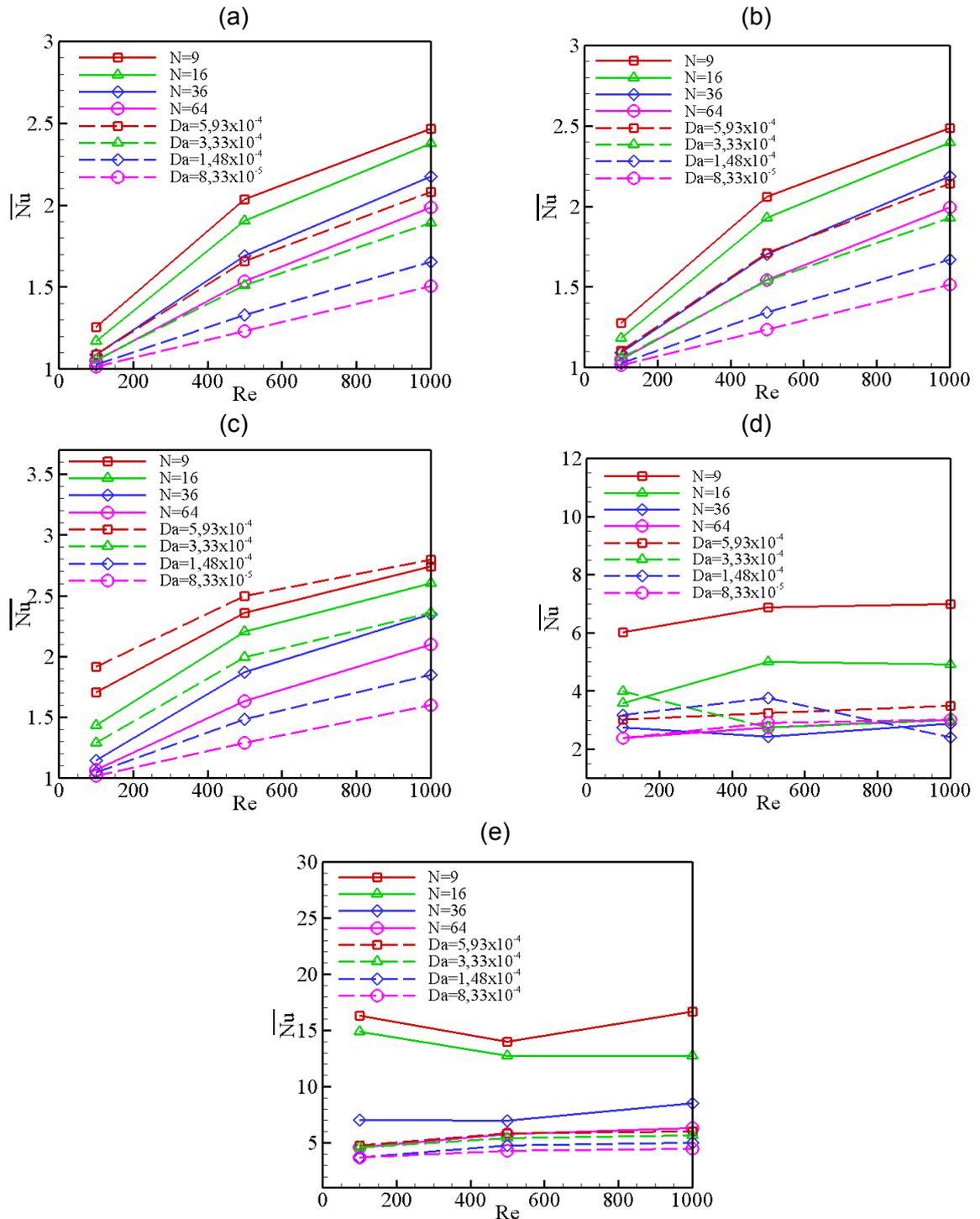


Figura 5.16 - Variação do Nusselt médio em função do número de Reynolds para (a) $Ra=10^3$, (b) $Ra=10^4$, (c) $Ra=10^5$, (d) $Ra=10^6$ e (e) $Ra=10^7$.

Nota-se que as isotermas da cavidade heterogênea, ilustradas na Figura 5.17, se aproximam nas regiões onde há a separação do escoamento e se dispõem de forma mais distorcida. O afastamento da primeira isoterma no canto superior

direito da cavidade comprova que o fluido encontra-se bem misturado devido ao movimento da tampa, mais observável quando $Re = 500$ e $Re = 1000$.

Na cavidade homogênea, a redução do Nusselt médio com o aumento do número de Reynolds ocorre exclusivamente devido a bifurcação de Hopf. Na Figura 5.17 nota-se que o vórtice primário acontece por influência do deslocamento da tampa e o vórtice secundário se origina na separação do escoamento próximo ao ponto médio das paredes direita e inferior. Concomitantemente à separação do escoamento, o valor do Nusselt médio diminuiu e constata-se que a combinação entre a convecção natural com a forçada, mesmo não sendo forças concorrentes entre si, não eleva a transferência de calor na cavidade, em alguns casos.

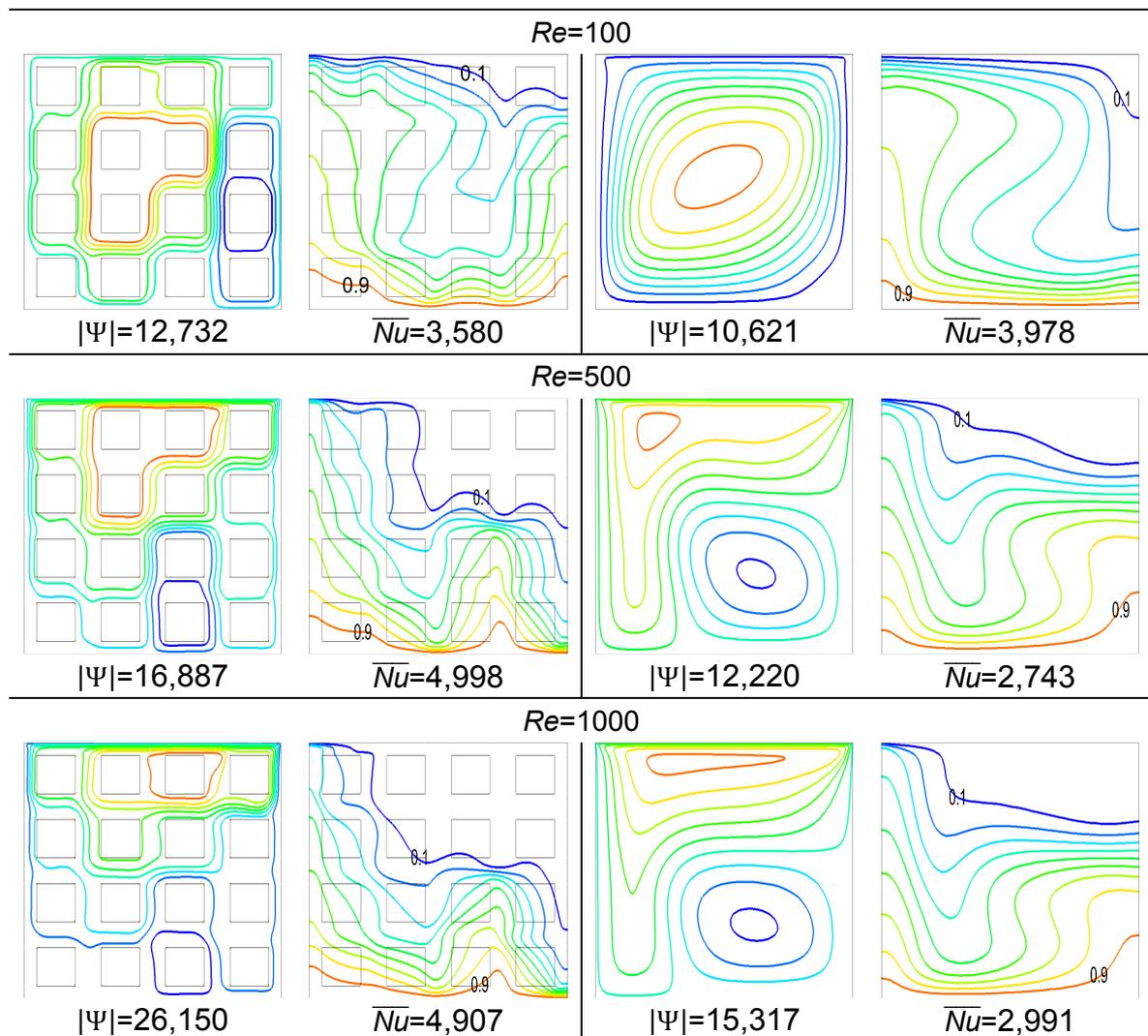


Figura 5.17 - Linhas de corrente e isotermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Ra=10^6$, $N=16$ e $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$.

A bifurcação de Hopf implica na caracterização em relação às isothermas para a cavidade homogênea, ilustradas na Figura 5.17. Quando não há separação de escoamento, a aproximação das isothermas nas regiões inferior direita e superior esquerda indica a presença da camada limite térmica e a predominância da convecção forçada. A bifurcação de Hopf implica em uma disposição mais complexa das isothermas, principalmente nas regiões de interfaces das duas circulações, onde ocorre um espaçamento entre as isothermas.

Na Figura 5.18 são apresentadas as linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para a variação do número de Reynolds, considerando $Ra=10^6$, $N=36$ e $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$.

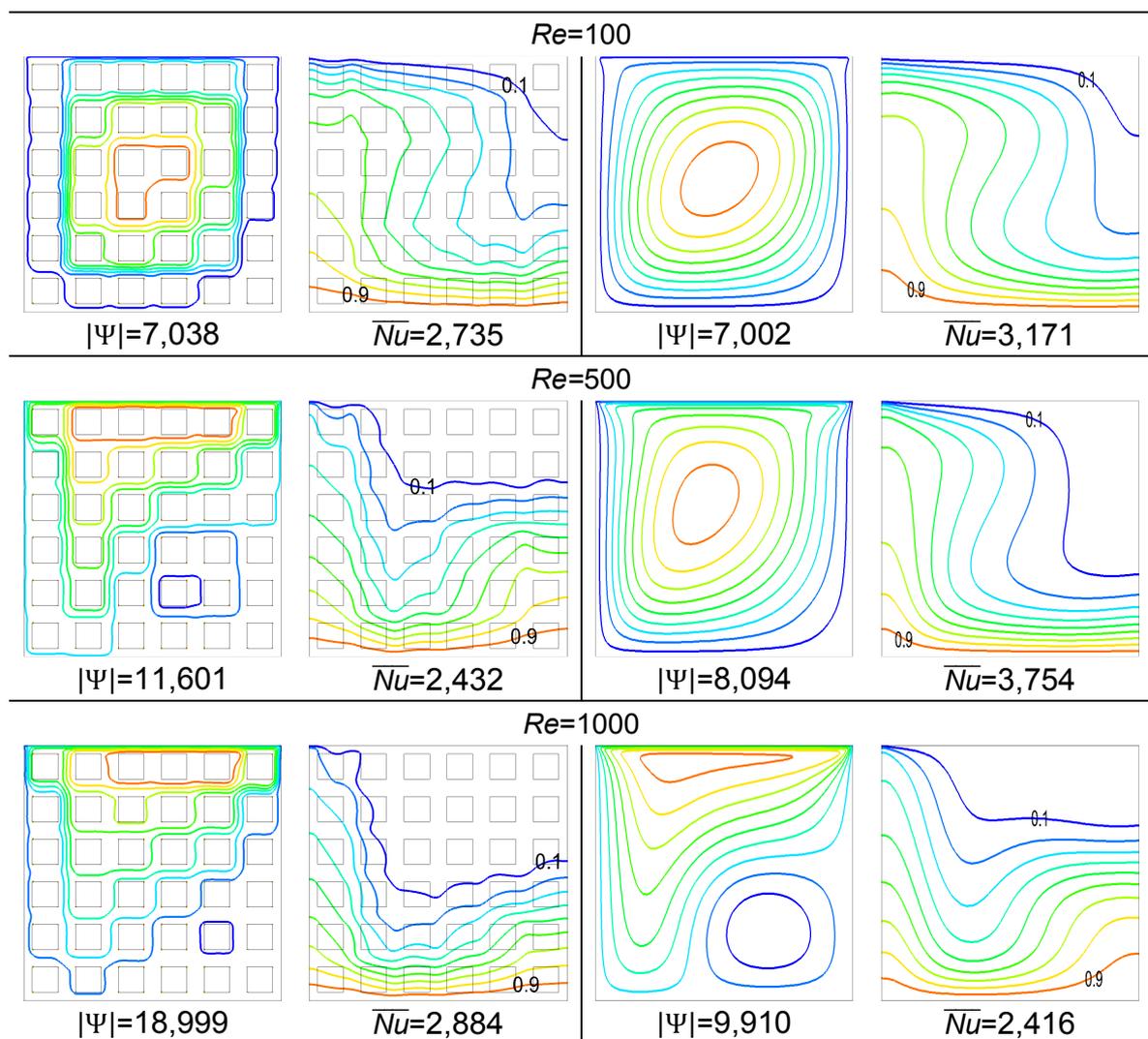


Figura 5.18 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Ra=10^6$, $N=36$ e $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$.

Para a cavidade heterogênea e $Re=100$ não existe a bifurcação de Hopf (Figura 5.18). Ao elevar o número de Reynolds para 500, nota-se a presença da bifurcação de Hopf e concomitantemente a redução do Nusselt médio, mesmo com o aumento na intensidade de circulação do fluido $|\Psi|$. Entretanto, o valor do Nusselt médio volta a subir com o aumento do número de Reynolds de 500 para 1000, mesmo com a presença da bifurcação de Hopf, voltando para tendência de aumento do Nusselt médio com a elevação da intensidade de circulação do fluido $|\Psi|$. Para a cavidade homogênea, observa-se que em $Re=100$ e $Re=500$ não existe a bifurcação de Hopf, portanto o Nusselt médio aumenta normalmente com a elevação do número de Reynolds. Todavia, a presença da bifurcação de Hopf em $Re=1000$ implica na queda abrupta do Nusselt médio, contrariando a tendência de aumento contínuo do Nusselt médio com a intensificação do escoamento.

5.6 NÚMERO DE RAYLEIGH

Avalia-se o efeito da variação do número de Rayleigh na dinâmica do escoamento e na transferência de calor nas cavidades heterogênea e homogênea. A variação do número de Rayleigh está diretamente relacionada com o gradiente vertical de temperatura na cavidade, sendo a parede inferior aquecida, e representa a influência da convecção natural.

Na Figura 5.19 são ilustradas as linhas de corrente e isotermas das cavidades heterogênea e homogênea, considerando $Re=100$, $N=9$ e $Da=5,926 \cdot 10^{-4}$. Para $Ra=10^3$ e $Ra=10^4$, a tendência da disposição horizontal e paralela das isotermas indica a predominância da transferência de calor por condução, a intensidade do escoamento é baixa e as linhas de corrente se concentram na região superior da cavidade.

Para $Ra=10^5$ o valor do Nusselt médio da cavidade heterogênea é menor do que a homogênea. Esta contradição ocorre devido à presença de uma pequena recirculação secundária no canto inferior direito da cavidade heterogênea, suficiente para limitar o aumento do Nusselt médio.

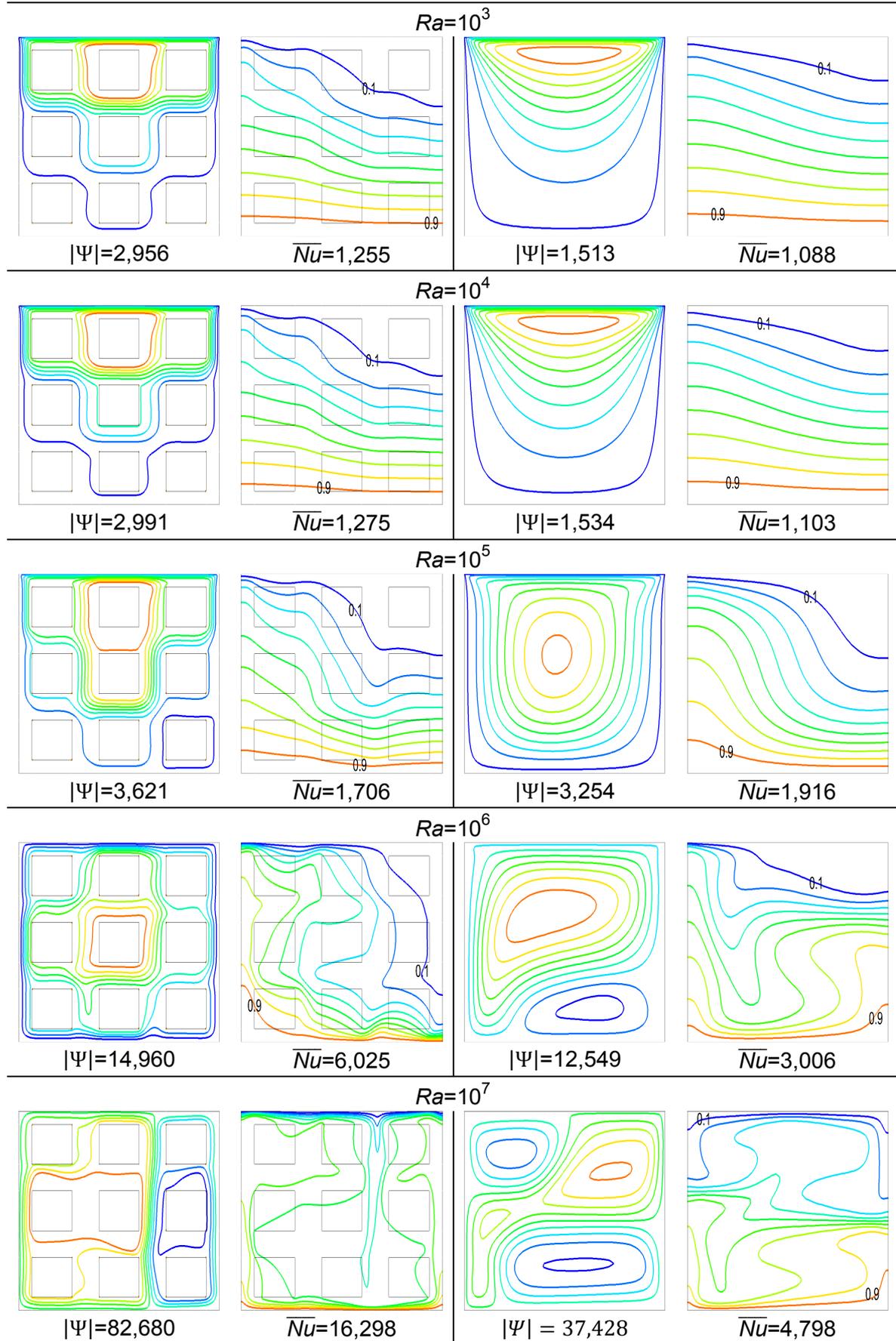


Figura 5.19 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Re=100$; $N=9$ e $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$.

Ao elevar o número de Rayleigh para 10^6 ocorre a separação do escoamento (bifurcação de Hopf) na cavidade homogênea, o qual limita o aumento da transferência de calor. A presença do vórtice secundário distorce as isotermas, principalmente nas interfaces entre as recirculações.

Para $Ra=10^7$, ocorre a separação do escoamento na cavidade heterogênea, onde o vórtice secundário envolve a última coluna de blocos. Na cavidade homogênea surge um vórtice terciário, posicionado no canto superior esquerdo da cavidade, limitando ainda mais a transferência de calor. Em ambas as cavidades, as isotermas se dispõem de maneira complexa e caótica, concentrando-se nas paredes superior e inferior.

Na Figura 5.20 são apresentadas as curvas de Nusselt médio em função do número de Rayleigh. Observa-se que os valores do Nusselt médio, para a maioria das configurações, obedecem ao comportamento padrão, ou seja, quando o número de Rayleigh aumenta, elevando a intensidade da convecção natural na cavidade, o valor de Nusselt também aumenta. Da mesma forma, quando se eleva a permeabilidade do meio ao diminuir a quantidade de blocos do meio heterogêneo ou reduzindo o número de Darcy na cavidade homogênea, o valor do Nusselt médio também sobe.

Apesar do fenômeno da bifurcação de Hopf não ser suficiente para reduzir o valor do Nusselt médio, pois a sensibilidade da intensidade de transferência de calor é maior quando aumenta o número de Rayleigh, a presença da separação do escoamento reduz o crescimento do Nusselt médio e influencia na distribuição de temperatura na cavidade. A sensibilidade do número de Rayleigh na transferência de calor é maior para número de Ra altos, quando as inclinações das curvas de Nusselt médio na Figura 5.20 são mais elevadas.

Na Figura 5.21 são ilustradas as linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $Re=500$, $N=36$ e $Da=1,482 \cdot 10^{-4}$. Para $Ra=10^3$, $Ra=10^4$ e $Ra=10^5$ altera pouco o padrão condutivo do escoamento nas cavidades heterogênea e homogênea. Para $Ra=10^6$, nota-se a presença da bifurcação de Hopf no canto inferior direito da cavidade heterogênea. A separação do escoamento é suficiente para diminuir o aumento da intensidade da transferência de calor no meio heterogêneo, por isso o valor do Nusselt médio do

meio homogêneo é maior, pois ainda não ocorreu a bifurcação de Hopf e a recirculação se distribuiu ainda mais na cavidade.

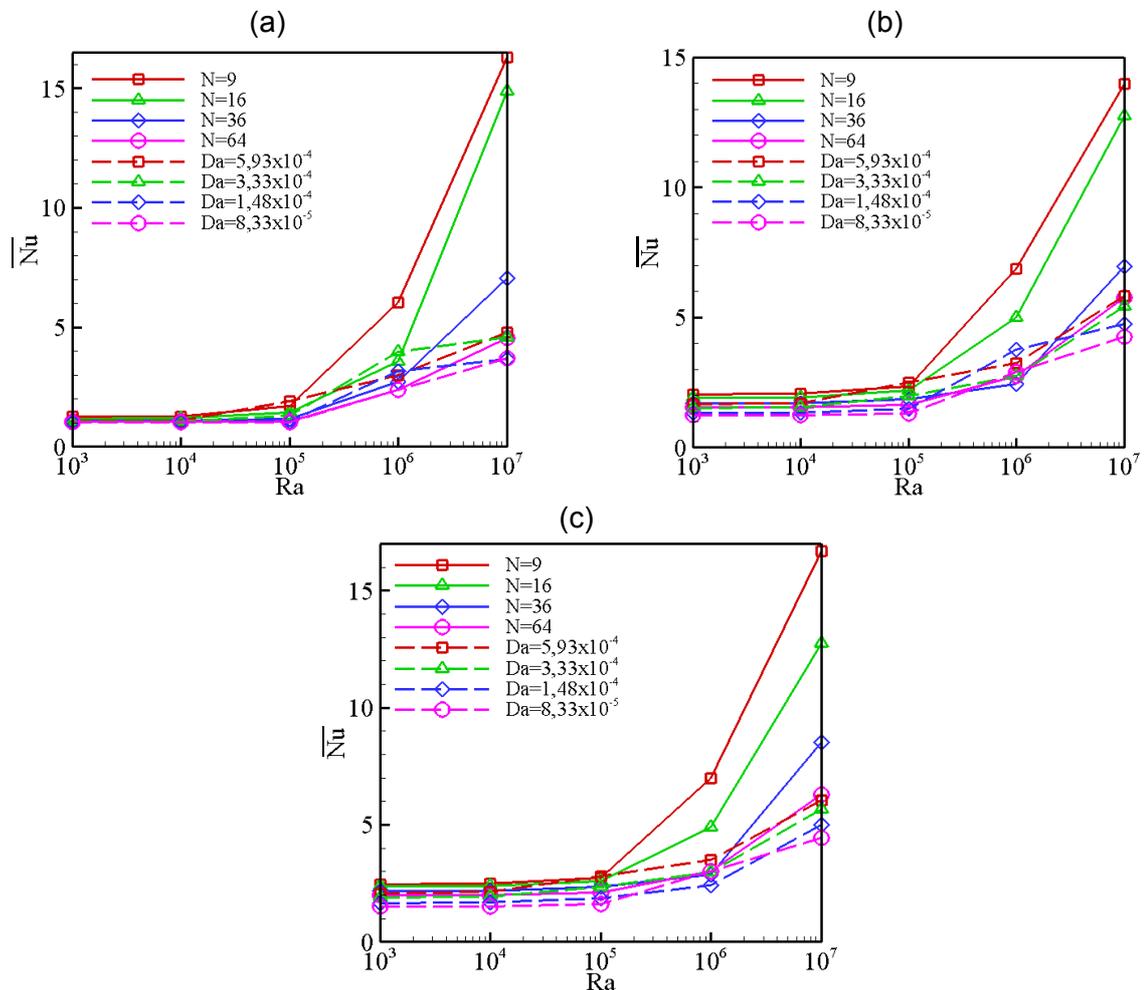


Figura 5.20 – Variação do Nusselt médio das cavidades heterogênea e homogênea para (a) $Re=100$ (b) $Re=500$ e (c) $Re=1000$.

Concomitantemente com a elevação do número de Rayleigh para 10^7 , surge a separação do escoamento no canto inferior direito da cavidade homogênea. Na cavidade heterogênea o escoamento secundário permanece, porém o aumento da intensidade do escoamento devido à intensificação da convecção natural é suficiente para elevar o Nusselt médio. As isothermas tendem a se separar na região central da cavidade, coincidente com a interface entre as recirculações. Pode ser observado que a distorção das isothermas está relacionada com as configurações que apresentam a separação do escoamento.

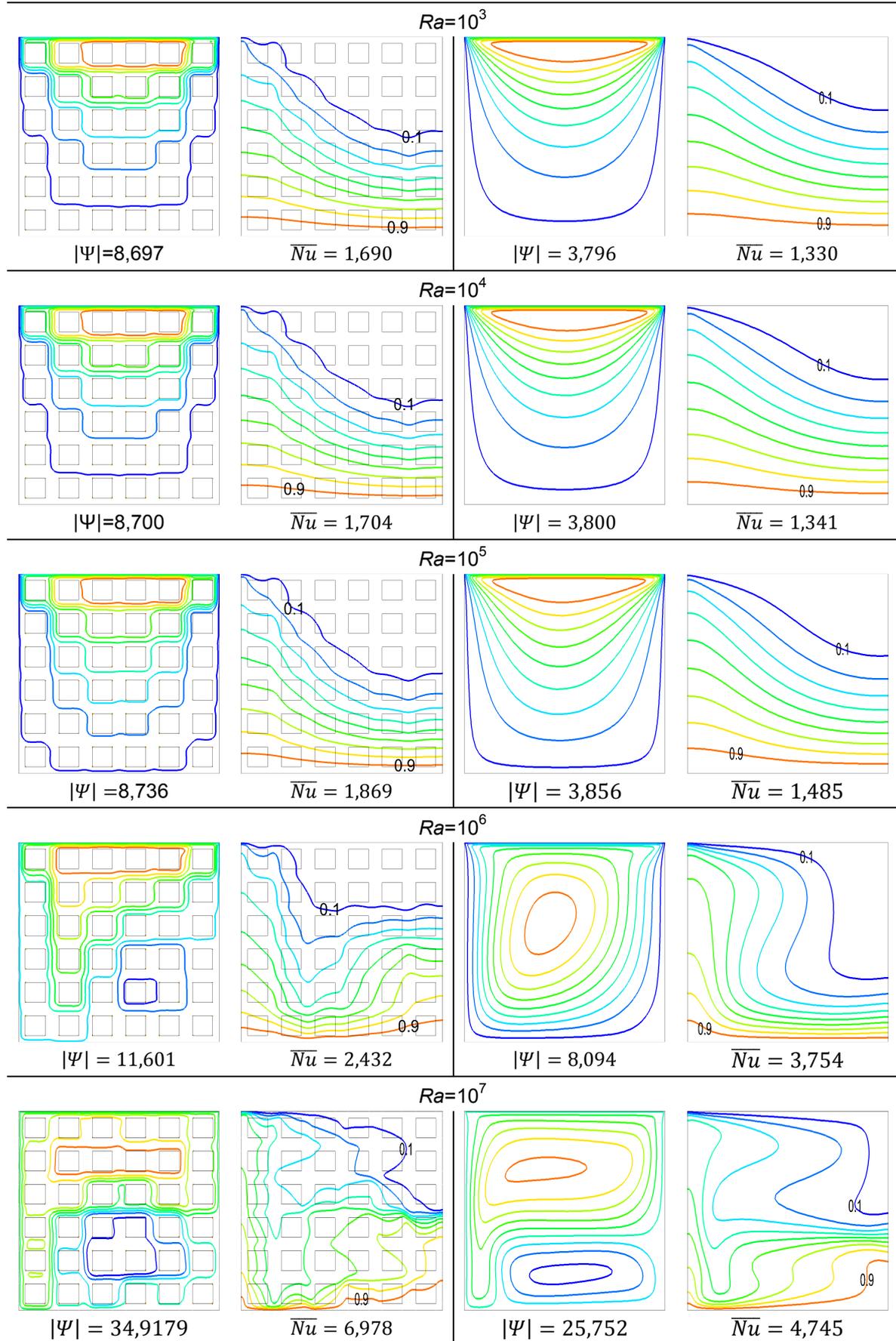


Figura 5.21 - Linhas de corrente e isothermas das cavidades heterogênea e homogênea para $Re=500$; $N=36$ e $Da=1,43 \cdot 10^{-4}$.

5.7 EXPRESSÕES PARA NUSSOLT MÉDIO

Nesta seção são obtidas expressões para o Nusselt médio em função do número de Rayleigh e da permeabilidade. Para isso, aplica-se a regressão não linear dos valores do Nusselt médio para obter funções contínuas que representem a variação do Nusselt médio em função de Rayleigh e Darcy para cada valor de Reynolds.

Para que os valores de Nusselt médio estejam em função de uma única variável para cada valor de Reynolds, define-se um número de Rayleigh modificado em função da permeabilidade, denominado Darcy-Rayleigh e expresso na Equação (5.2)

$$Ra_K = Ra \cdot Da \quad (5.2)$$

Nas Figura 5.22, Figura 5.23 e Figura 5.24 são ilustradas as curvas das expressões de previsão analítica para o Nusselt médio das cavidades heterogêneas e homogêneas, separadas para cada número de Re (100, 500 e 1000).

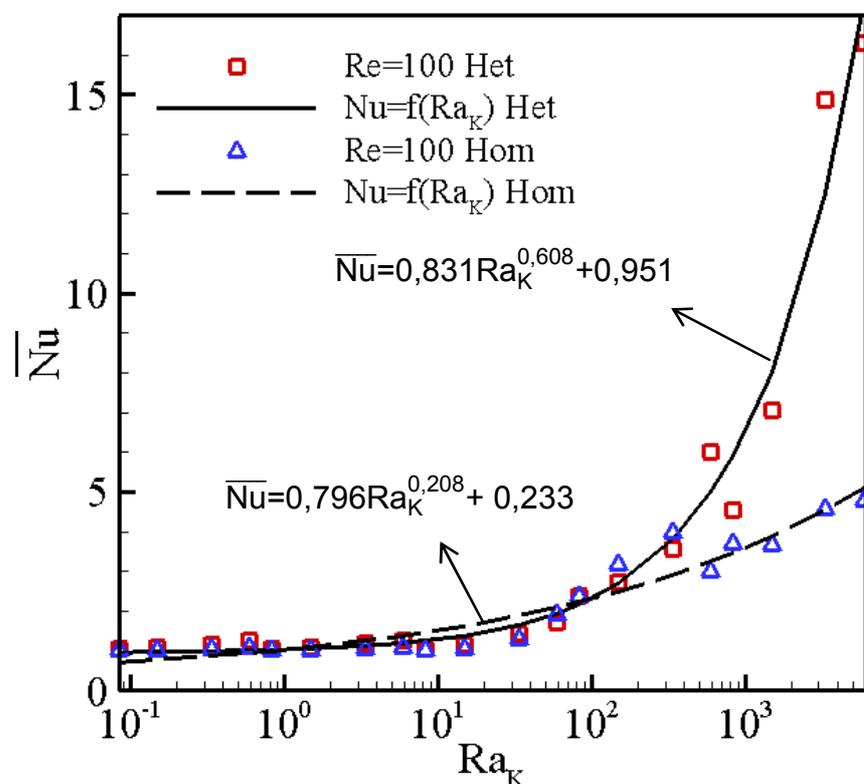


Figura 5.22 – Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=100$.

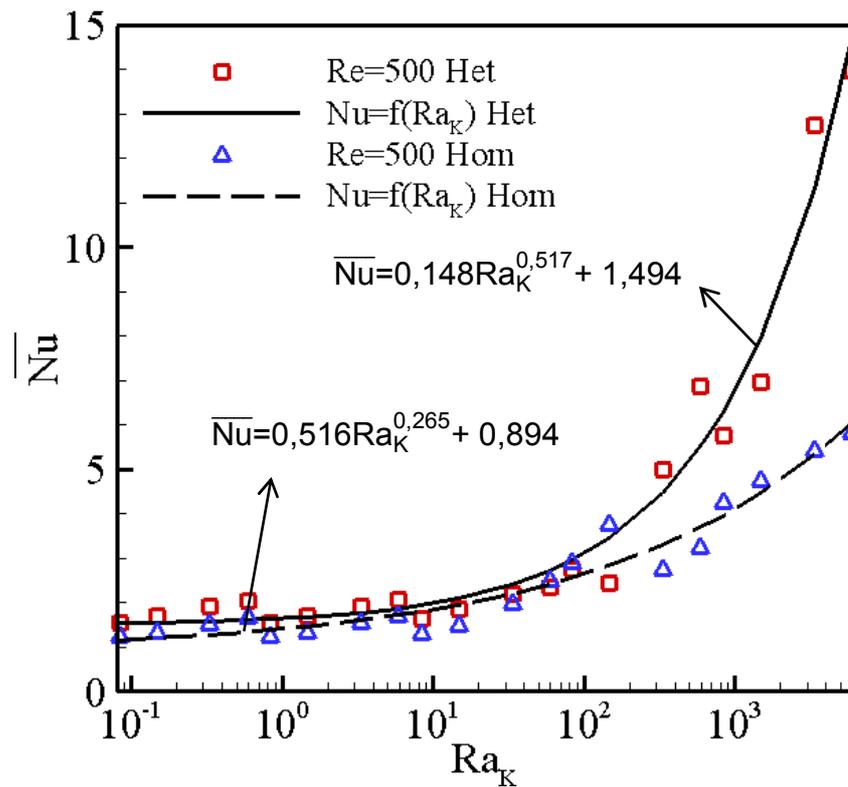


Figura 5.23 – Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=500$.

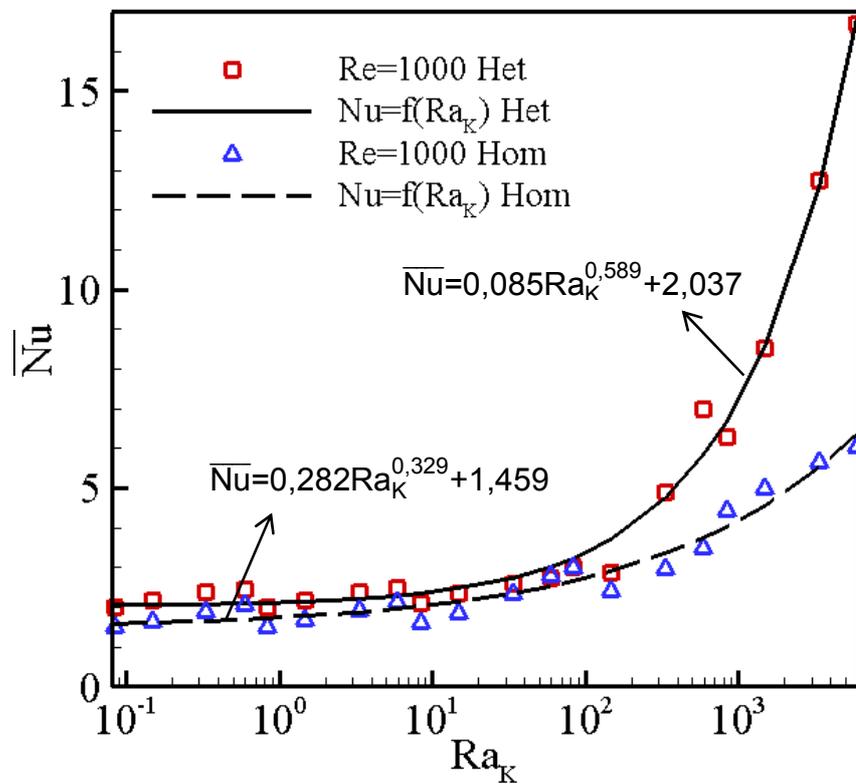


Figura 5.24– Curvas das expressões analíticas do Nusselt médio para as cavidades heterogênea e homogênea para $Re=1000$.

A equação analítica geral para a previsão do Nusselt médio em função de Ra_K para cada valor de Reynolds é expressa como:

$$\overline{Nu} = C_1 Ra_K^{C_2} + C_3 \quad (5.3)$$

As constantes da Equação 5.3 para as cavidades heterogênea e homogênea para cada valor de Reynolds estão resumidas na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Constantes para a expressão analítica geral do Nusselt médio.

	Heterogêneo			Homogêneo		
	Re=100	Re=500	Re=1000	Re=100	Re=500	Re=1000
C1	0,831	0,148	0,085	0,796	0,516	0,282
C2	0,608	0,517	0,589	0,208	0,265	0,329
C3	0,951	1,494	2,037	0,233	0,894	1,459

Na Tabela 5.13 são mostrados os valores do Nusselt médio em função do número de Darcy-Rayleigh para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando números de Reynolds iguais a 100, 500 e 1000. Estão destacados os valores de Nusselt médio que diminuem ao aumentar o número de Darcy-Rayleigh. Pode-se notar a existência de uma tendência para a queda do Nusselt médio para os valores de Darcy-Rayleigh iguais a 0,833; 8,333; 148,1; 333,3; 592,6; 833,3 e 1481. Diante disso, é possível prever perdas na intensidade da transferência de calor ao intensificar ao elevar, concomitantemente, o número de Rayleigh e a permeabilidade do meio. Pode-se concluir que o aumento do Nusselt médio em função do número de Darcy-Rayleigh não é contínuo, ou seja, em certos momentos a elevação do número de Rayleigh, juntamente com o aumento da permeabilidade, implica na redução do Nusselt médio, relacionada com a presença da bifurcação de Hopf.

Tabela 5.13 – Valores do Nusselt médio em função do número de Darcy-Rayleigh para aos meios heterogêneo e homogêneo, considerando $Re=100$, $Re=500$ e $Re=1000$.

Ra_K	Re=100		Re=500		Re=1000	
	Het.	Hom.	Het.	Hom.	Het.	Hom.
0,083	1,051	1,015	1,535	1,229	1,984	1,506
0,148	1,087	1,026	1,690	1,330	2,174	1,655
0,333	1,170	1,054	1,904	1,509	2,376	1,893
0,593	1,255	1,088	2,035	1,657	2,467	2,081
0,833	1,052	1,015	1,543	1,234	1,994	1,513
1,481	1,090	1,027	1,704	1,341	2,189	1,670
3,333	1,181	1,059	1,930	1,538	2,397	1,929
5,926	1,275	1,103	2,062	1,713	2,488	2,142
8,333	1,070	1,021	1,634	1,291	2,098	1,601
14,82	1,146	1,048	1,869	1,485	2,350	1,851
33,33	1,435	1,290	2,205	1,993	2,602	2,359
59,26	1,706	1,916	2,358	2,495	2,739	2,800
83,33	2,383	2,379	2,734	2,901	3,022	3,024
148,2	2,735	3,171	2,432	3,754	2,884	2,416
333,3	3,580	3,978	4,998	2,743	4,907	2,991
592,6	6,025	3,006	6,880	3,247	6,983	3,491
833,3	4,560	3,718	5,779	4,265	6,286	4,451
1481	7,057	3,673	6,978	4,745	8,511	4,997
3333	14,876	4,593	12,752	5,437	12,730	5,665
5926	16,298	4,798	13,974	5,832	16,676	6,042

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi investigado o problema da convecção mista em cavidades heterogênea e homogênea. Para isso, foram realizadas simulações numéricas em cavidades com aquecimento inferior e com a superfície superior resfriada e deslizante. A cavidade heterogênea foi preenchida com blocos sólidos, rígidos, impermeáveis, condutores e igualmente espaçados. A cavidade homogênea foi preenchida com meio poro-contínuo. O objetivo geral foi comparar as duas abordagens, pois a abordagem homogênea possui resolução menor, logo fornece menos detalhes do escoamento em comparação com a abordagem heterogênea.

Simulações numéricas foram realizadas para a faixa de $100 \leq Re \leq 1000$; $10^3 \leq Ra \leq 10^7$; $8,33 \cdot 10^{-5} \leq Da \leq 5,93 \cdot 10^{-4}$. Para a cavidade heterogênea foram utilizadas as quantidades de blocos $N = 9, 16, 36$ e 64 . Os valores de Darcy da cavidade homogênea foram definidos em função do número de blocos da cavidade heterogênea, através da relação do valor da permeabilidade (K) entre as duas abordagens.

Por fim, expressões analíticas para o número de Nusselt médio foram obtidas em função do número de Darcy-Rayleigh para cada valor de Reynolds.

A presença do fenômeno da bifurcação de Hopf, característico para as condições de contorno definidas, foi constatada. Para as análises do Nusselt médio em função de Reynolds e Darcy, verificou-se que, concomitantemente com a separação do escoamento (bifurcação de Hopf), o valor do Nusselt médio reduz de forma abrupta. Pode-se concluir que a presença das duas circulações na cavidade atua como isolantes entre a superfície inferior aquecida e superior resfriada. Para valores de Nusselt médio em função do número de Rayleigh, o aparecimento da bifurcação de Hopf não é suficiente para reduzir abruptamente o valor do Nusselt médio, porém é o bastante para limitar o aumento da transferência de calor.

A partir dos resultados obtidos para a cavidade heterogênea e homogênea, notou-se que, na maioria dos casos investigados, a cavidade heterogênea apresentou uma intensidade de transferência de calor consideravelmente maior do que na cavidade homogênea, principalmente para valores de Reynolds, Rayleigh e

Darcy elevados. Através das linhas de corrente, observou-se que o fluido apresenta facilidade para escoar nos canais de escoamento (regiões entre os blocos sólidos), enquanto na cavidade homogênea, a permeabilidade uniformemente distribuída do meio impõe resistência ao escoamento em todo o domínio da cavidade. Para permeabilidades elevadas ou quantidade de blocos menores, as discrepâncias entre as duas abordagens são maiores, devido ao maior espaçamento entre os blocos da cavidade heterogênea que resulta em canais de escoamentos maiores.

A escolha da abordagem para representar o meio poroso deve ser feita com cautela. Deve-se ponderar as perdas de informações da abordagem homogênea devido a resolução menor. A contrapartida da escolha deve se basear no custo computacional reduzido e facilidade que a abordagem homogênea oferece, principalmente para casos em que as interfaces sólido-fluido são complexas ou a amostra do substrato poroso não é acessível.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- a) Obter fatores de correção para a previsão analítica do número de Nusselt médio (\overline{Nu}) do modelo homogêneo;
- b) Utilizar modelo tridimensional;
- c) Investigar cavidades heterogêneas com maiores quantidades de blocos sólidos quadrados ($N > 64$) e menores números de Darcy (Da) para a cavidade homogênea;
- d) Substituir blocos sólidos quadrados por cilindros;
- e) Inserir fontes de geração de calor nas cavidades;
- f) Estudar o efeito da variação da razão de condutividade térmica entre as fases sólida e fluida (k);
- g) Investigar o efeito da variação do número de Prandtl (Pr);
- h) Utilizar o modelo turbulento para $Ra \geq 10^7$;
- i) Avaliar o efeito da razão de aspecto da cavidade.

REFERÊNCIAS

- ALSHARE, A. A.; SIMON, T. W.; STRYKOWSKI, P. J. Simulations of flow and heat transfer in a serpentine heat exchanger having dispersed resistance with porous-continuum and continuum models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 53, p. 1088-1099, 2010.
- AL-AMIRI, A. M. Analysis of momentum and energy transfer in a lid-driven cavity filled with a porous medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, p. 3513-3527, 2000.
- ANDERSON, B.; ANDERSSON, R.; HAKANSSON, L.; MORTENSEN, M.; SUDIYO, R.; WACHEM, B. *Computational Fluid Dynamics for Engineers*. Cambridge University Press, 2012.
- AYDIN, O.; UNAL, A.; AYHAN, T. Natural convection in rectangular enclosures heated from one side and cooled from the ceiling. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, p. 2345-2355, 1999.
- AYDIN, O.; YANG, W. Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, v. 10, p. 518-529, 2000.
- BASAK, T.; ROY, S.; BALAKRISHNAN, A. R. Effects of thermal boundary condition on natural convection flows within a square cavity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p.4525-4535, 2006.
- BASAK, T.; ROY, S.; SINGH, S. K.; POP, I. Analysis of mixed convection in a lid-driven porous square cavity with linearly heated side wall(s). *International Journal of Heat Mass Transfer*, v. 53, p. 1819-1840, 2009.
- BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 3.ed.: John Wiley and Sons, 2004.
- BEJAN, A.; KRAUS, A. D. *Heat Transfer Handbook*. John Wiley and Sons, 2003.
- BIRD, R. B.; STEWART, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Transport Phenomena*, John Wiley and Sons, 2002.
- BRAGA, E. J.; DE LEMOS, M. J. S. Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. v. 48, p. 4748-4765, 2005.
- CALCAGNI, B.; MARSILI, F.; PARONCINI, M. Natural convective heat transfer in square in square enclosures heated from below. *Applied Thermal Engineering*, v. 25, p. 2522-2531, 2005.
- ÇENGEL, Y. A.; GHAJAR, A. J. *Heat and Mass Transfer: Fundamentals and Applications*. 5 ed.: McGraw-Hill Education, 2015.
- CHENG, T. S. Characteristics of mixed convection heat transfer in a lid-driven square cavity with various Richardson and Prandtl numbers. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 50, p. 197-205, 2011.

- CORDAZZO, J. Simulação de reservatórios de petróleo utilizando o método EbFVM e multigrid algébrico. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC, Brasil, 2006.
- DA SILVA, M. S. V.; LEIROZ, A. J. K. Análise de efeitos de convecção mista em cavidades com parede senoidal. Bras.Soc. of Mechanical Sciences and Engineering, 2006.
- DE LAI, F. C. Simulação Numérica da Convecção Natural em Cavidade Preenchida com Meio Poroso Heterogêneo. Monografia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, PR, Brasil, 2009.
- DE LAI, F. C.; FRANCO, A. T.; JUNQUEIRA, S. L. M.; LAGE, J. L. The effects of solid thermal conductivity and volume-fraction in the natural convection inside a heterogeneous enclosure. *Thermal Engineering Joint Conference*, 2011.
- DIETRICH, P.; HELMIG, R.; SAUTER, M.; HOTZL, H.; KONGETER, J.; TEUTSCH, G. Flow and Transport in Fractured Porous Media. Springer, 2005.
- DIXIT, H. N.; BABU, V. Simulation of high Rayleigh number natural convection in a square cavity using the lattice Boltzmann method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, p. 727-739, 2006.
- DULLIEN, F. A. L. *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. 2.ed. Academic Press, 1992.
- FRANCO, A. T.; GANZAROLLI, M. M. Combined forced and natural convection in a square cavity – numerical solution and scale analysis. *Advanced Computational Methods in Heat Transfer*, v. 4, p. 95-104, 1996.
- HENKES, R. A. W. M.; VAN DER VLUGT, F. F.; HOOGENDOORN, C. J. Natural convection flow in a square cavity calculated with low-Reynolds-number turbulence models. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 34, p. 377-388, 1991.
- HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. Effect of a centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. *Numerical Heat Transfer*, v. 18, p. 213-225, 1990.
- HOWES, F. A.; WHITAKER, S. The spatial averaging theorem revisited. *Chemical Engineering Science*, v.40, p. 1387-1392, 1985.
- INCROPERA, F. P.; WITT, D. P. *Fundamentals of Heat and Mass Transfer*. 6.ed.: Wiley, 2008.
- INGHAM, D. B.; POP, I. *Transport Phenomena In Porous Media*. Vol. 3. Elsevier, 2002.
- ISLAM, A. W.; SHARIF, M. A. R.; CARLSON, E. S. Mixed convection in a lid driven square cavity with an isothermally heated square blockage inside. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 55, p. 5244-5255, 2012.
- IWATSU, R.; HYUN, J. M.; KUWAHARA, K. Mixed convection in a driven cavity with a stable vertical temperature gradient. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 36, p. 1601-1608, 1993.

KHANAFER, K.; AITHAL, S. M. Laminar mixed convection flow and heat transfer characteristics in a lid driven cavity with a circular cylinder. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, p. 200-209, 2013.

KAVIANY, M. *Principles of Heat Transfer in Porous Media*. 2.ed. Springer, 1995.

LE QUÉRÉ, P. Accurate solutions to the square thermally driven cavity at high Rayleigh number. *Computer Fluids*, v. 20, p. 29-41, 1991.

LEE, J. R.; HA, M. Y. A numerical study of natural convection in a horizontal enclosure with a conducting body. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, p. 3308-3318, 2005.

LIU, J.; SANO, Y.; NAKAYAMA, A. A simple mathematical model for determining the equivalent permeability of fractured porous media. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 26, p. 220-224, 2009.

MARKATOS, N. C.; PERICLEOUS, K. A. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. *Int. J. Heat Mass Transfer*, v. 27, p. 755-772, 1984.

MASSAROTTI, N.; NITHIARASU, P.; CAROTENUTO, A. Microscopic and macroscopic approach for natural convection in enclosures filled with fluid saturated porous medium. *International Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, v. 13, p. 862-886, 2003.

MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, p. 1361-1372, 2005.

MOALLEMI, M. K.; JANG, K. S. Prandtl number effects on laminar mixed convection heat transfer in a lid-driven cavity. *International Journal of Heat Mass and Transfer*. 1992.

NIELD, G. A.; BEJAN, A. *Convection in Porous Media*. 3.ed.: Springer, 2006.

NITHIARASU, P.; SEETHARAMU, K. N.; SUNDARARAJAN, T. Natural convective heat transfer in a fluid saturated variable porosity medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. p. 3955-3967, 1997.

POLETTI, V. G. Convecção mista em cavidade quadrada com o topo deslizante preenchida com bloco sólido condutor de calor. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil, 2015.

OZTOP, H. F. Combined convection heat transfer in a porous lid-driven enclosure due to heater with finite length. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, v. 33, p. 772-779, 2006.

PARK, K. J.; ANTONIO, G. C.; OLIVEIRA, R. A. *Conceitos de Processos e Equipamentos de Secagem*. CTEA. Campinas, São Paulo, Brasil, 2007.

SATHIYAMOORTHY, M.; BASAK, T.; ROY, S.; POP, I. Steady natural convection flow in a square cavity filled with a porous medium for linearly heated side wall(s). *International Journal of Heat and Mass Transfer*. p. 1892-1901, 2006.

THOMAS, J. E. *Fundamentos da Engenharia de Petróleo*. 2ed. :Interciência, 2001.

VAFAI, K. *Handbook of Porous Media*. Marcel Dekker, 2000.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Pearson Education, 2007.

WHITAKER, S. Flow in Porous Media 1: A Theoretical Derivation of Darcy's Law. *Transport in Porous Media*, p. 3-25, 1986.

WHITAKER, S. The Forchheimer Equation: A Theoretical Development. *Transport in Porous Media*, v. 25, p. 27-61, 1996.

APÊNDICE A – NUSSOLT MÉDIO (\overline{Nu}) E LINHAS DE CORRENTE ($|\Psi|$)

Tabela A.1- Nusselt médio (\overline{Nu}) para as cavidades heterogênea e homogênea.

Da	Ra	$Re=100$		$Re=500$		$Re=1000$	
		Het.	Hom.	Het.	Hom.	Het.	Hom.
$5,93 \cdot 10^{-4}$ ($N=9$)	10^3	1,255	1,088	2,035	1,657	2,467	2,081
	10^4	1,275	1,103	2,062	1,713	2,488	2,142
	10^5	1,706	1,916	2,358	2,495	2,739	2,800
	10^6	6,025	3,006	6,880	3,247	6,983	3,491
	10^7	16,298	4,798	13,974	5,832	16,676	6,042
$3,33 \cdot 10^{-4}$ ($N=16$)	10^3	1,170	1,054	1,904	1,509	2,376	1,893
	10^4	1,181	1,059	1,930	1,538	2,397	1,929
	10^5	1,435	1,290	2,205	1,993	2,602	2,359
	10^6	3,580	3,978	4,998	2,743	4,907	2,991
	10^7	14,876	4,593	12,752	5,437	12,730	5,665
$1,48 \cdot 10^{-4}$ ($N=36$)	10^3	1,087	1,026	1,690	1,330	2,174	1,655
	10^4	1,090	1,027	1,704	1,341	2,189	1,670
	10^5	1,146	1,048	1,869	1,485	2,350	1,851
	10^6	2,735	3,171	2,432	3,754	2,884	2,416
	10^7	7,057	3,673	6,978	4,745	8,511	4,997
$8,33 \cdot 10^{-5}$ ($N=64$)	10^3	1,051	1,015	1,535	1,229	1,984	1,506
	10^4	1,052	1,015	1,543	1,234	1,994	1,513
	10^5	1,070	1,021	1,634	1,291	2,098	1,601
	10^6	2,383	2,379	2,734	2,901	3,022	3,024
	10^7	4,560	3,718	5,779	4,265	6,286	4,451

Tabela A.2 – Linhas de corrente ($|\Psi|$) para as cavidades heterogênea e homogênea.

Da	Ra	$Re=100$		$Re=500$		$Re=1000$	
		Het.	Hom.	Het.	Hom.	Het.	Hom.
$5,93 \cdot 10^{-4}$ ($N=9$)	10^3	2,956	1,518	14,452	6,460	26,894	11,321
	10^4	2,991	1,534	14,475	6,482	26,910	11,336
	10^5	3,621	3,254	14,715	6,854	27,074	11,502
	10^6	14,960	12,549	26,796	16,210	30,727	19,651
	10^7	82,680	37,429	71,066	41,062	53,227	44,207
$3,33 \cdot 10^{-4}$ ($N=16$)	10^3	2,469	1,193	11,997	5,223	23,725	9,292
	10^4	2,481	1,200	12,006	5,235	23,733	9,301
	10^5	2,671	1,558	12,115	5,421	23,813	9,408
	10^6	12,732	10,621	16,887	12,220	26,150	15,317
	10^7	62,020	31,395	34,941	35,531	58,516	37,426
$1,48 \cdot 10^{-4}$ ($N=36$)	10^3	1,748	0,840	8,697	3,796	17,356	6,899
	10^4	1,751	0,841	8,700	3,801	17,358	6,903
	10^5	1,783	0,870	8,736	3,856	17,384	6,950
	10^6	7,038	7,002	11,601	8,094	18,999	9,910
	10^7	28,800	20,081	34,918	25,752	39,133	27,672
$8,33 \cdot 10^{-5}$ ($N=64$)	10^3	1,334	0,648	6,667	2,989	13,335	5,512
	10^4	1,335	0,649	6,669	2,991	13,336	5,514
	10^5	1,344	0,657	6,687	3,013	13,348	5,537
	10^6	4,994	4,542	6,973	5,488	13,480	6,320
	10^7	17,580	16,909	20,224	21,015	23,190	19,815

APÊNDICE B – LINHAS DE CORRENTE E ISOTERMAS PARA AS CAVIDADES HETEROGÊNEA E HOMOGÊNEA

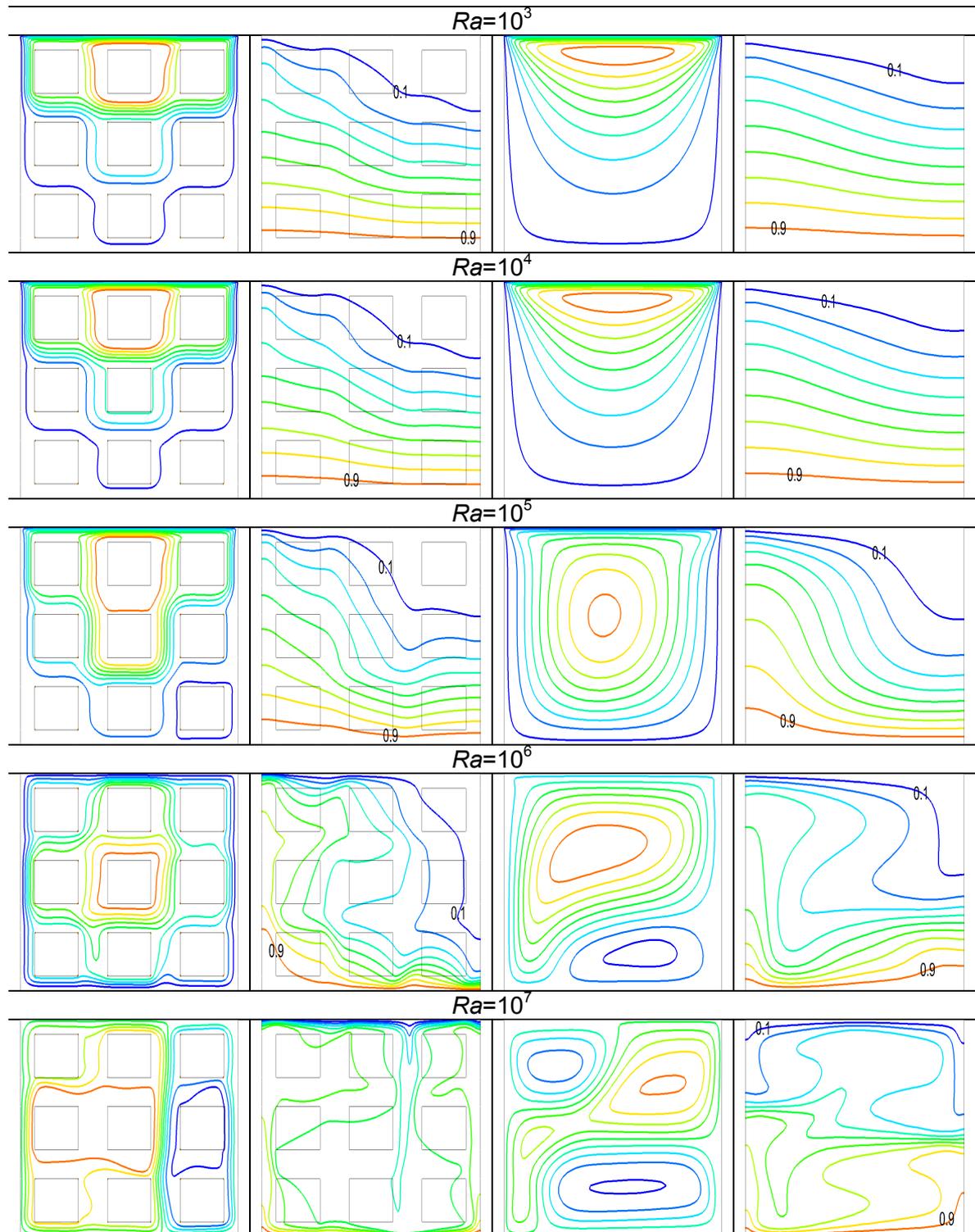


Figura B.1 – Linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$.

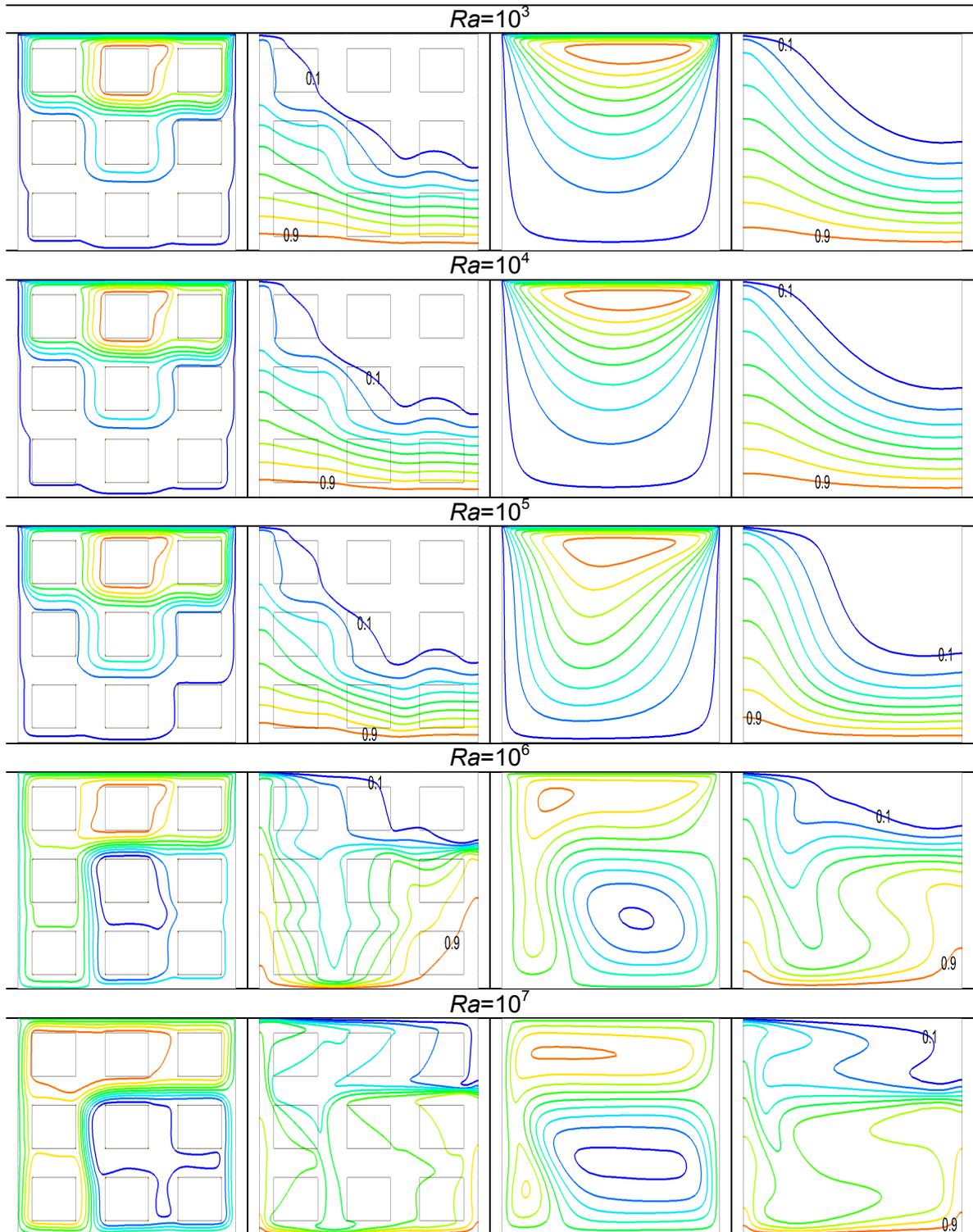


Figura B.2 - Linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$.

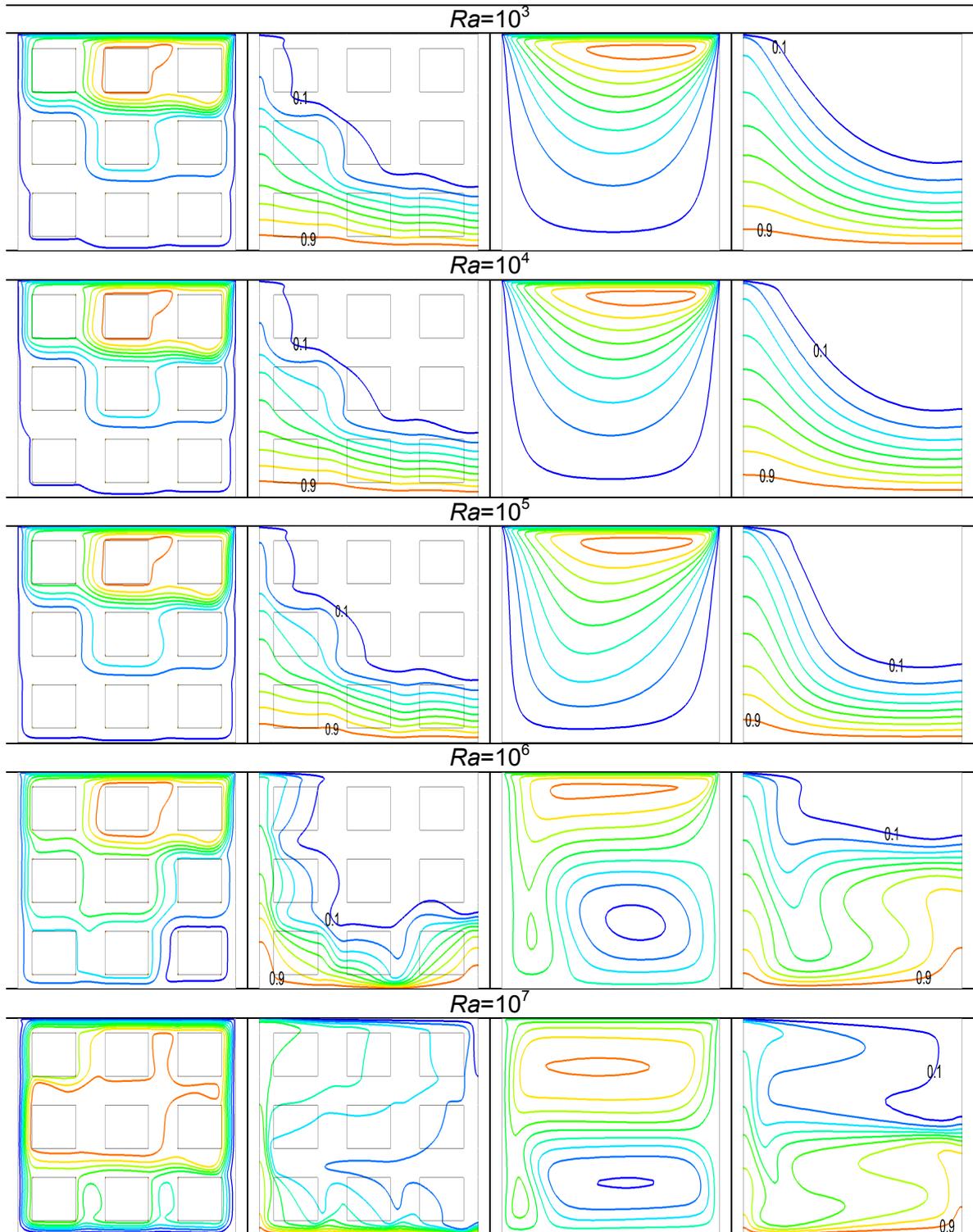


Figura B.3 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=9$; $Da=5,93 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$.

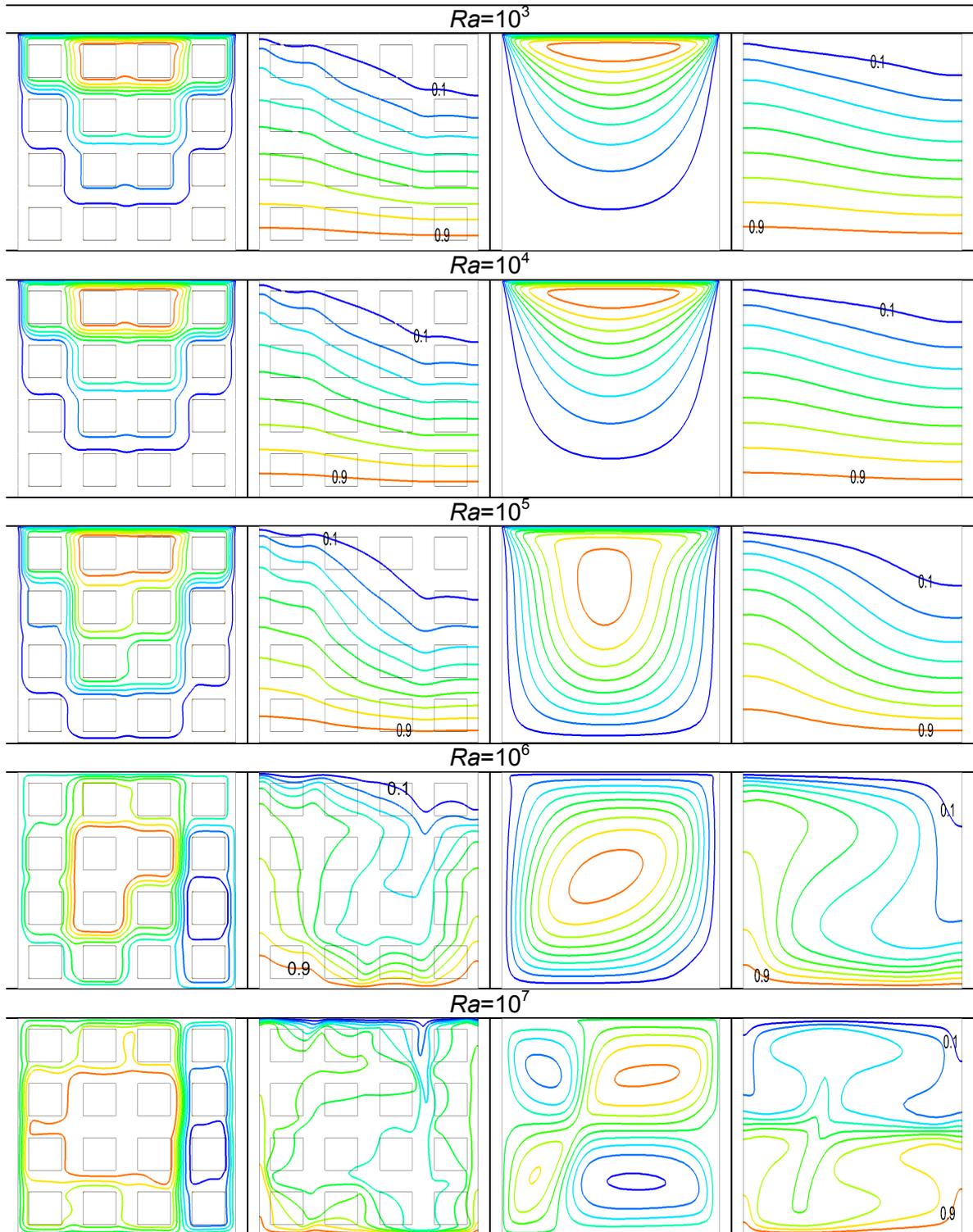


Figura B.4 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$.

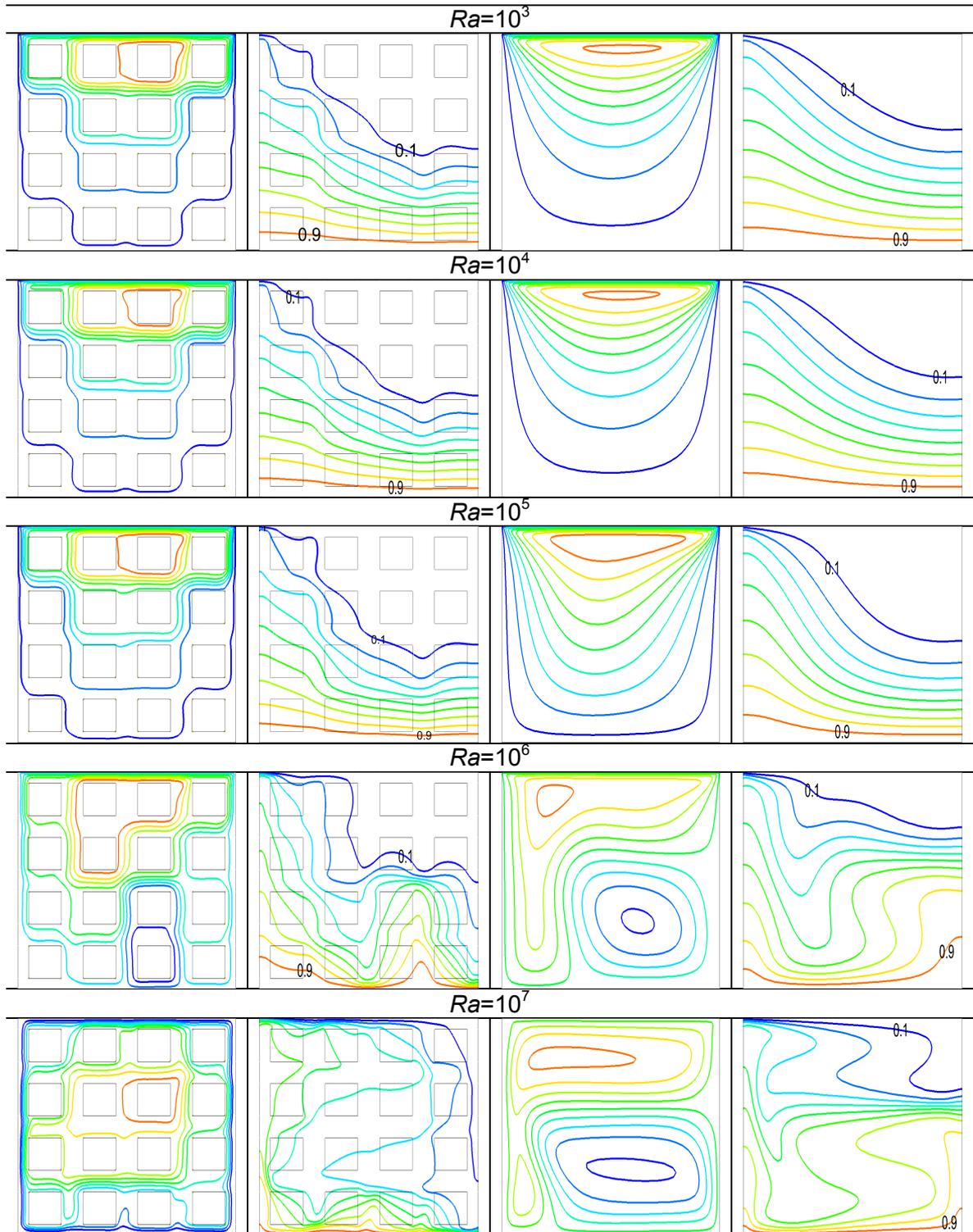


Figura B.5 - Linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$.

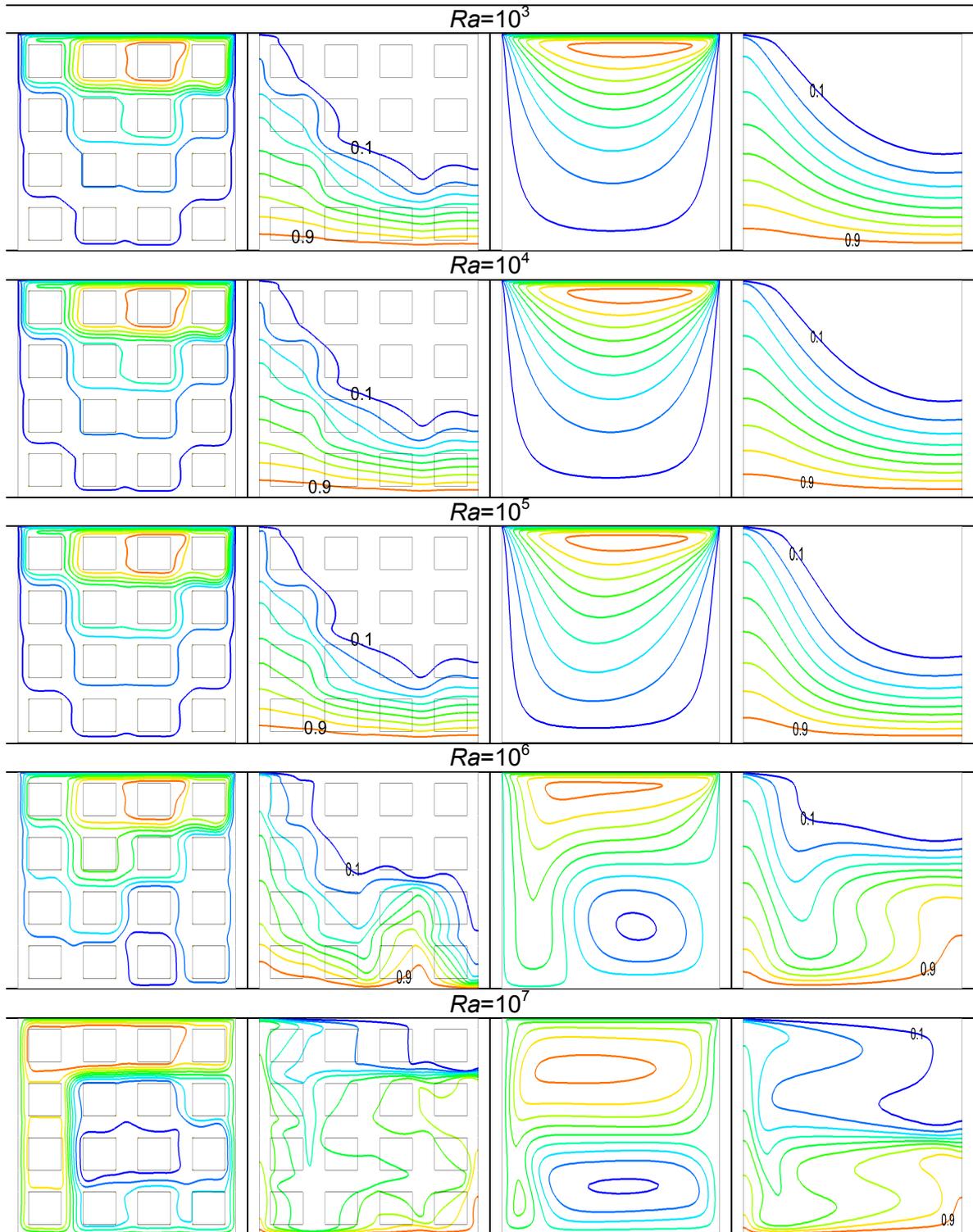


Figura B.6 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=16$; $Da=3,33 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$.

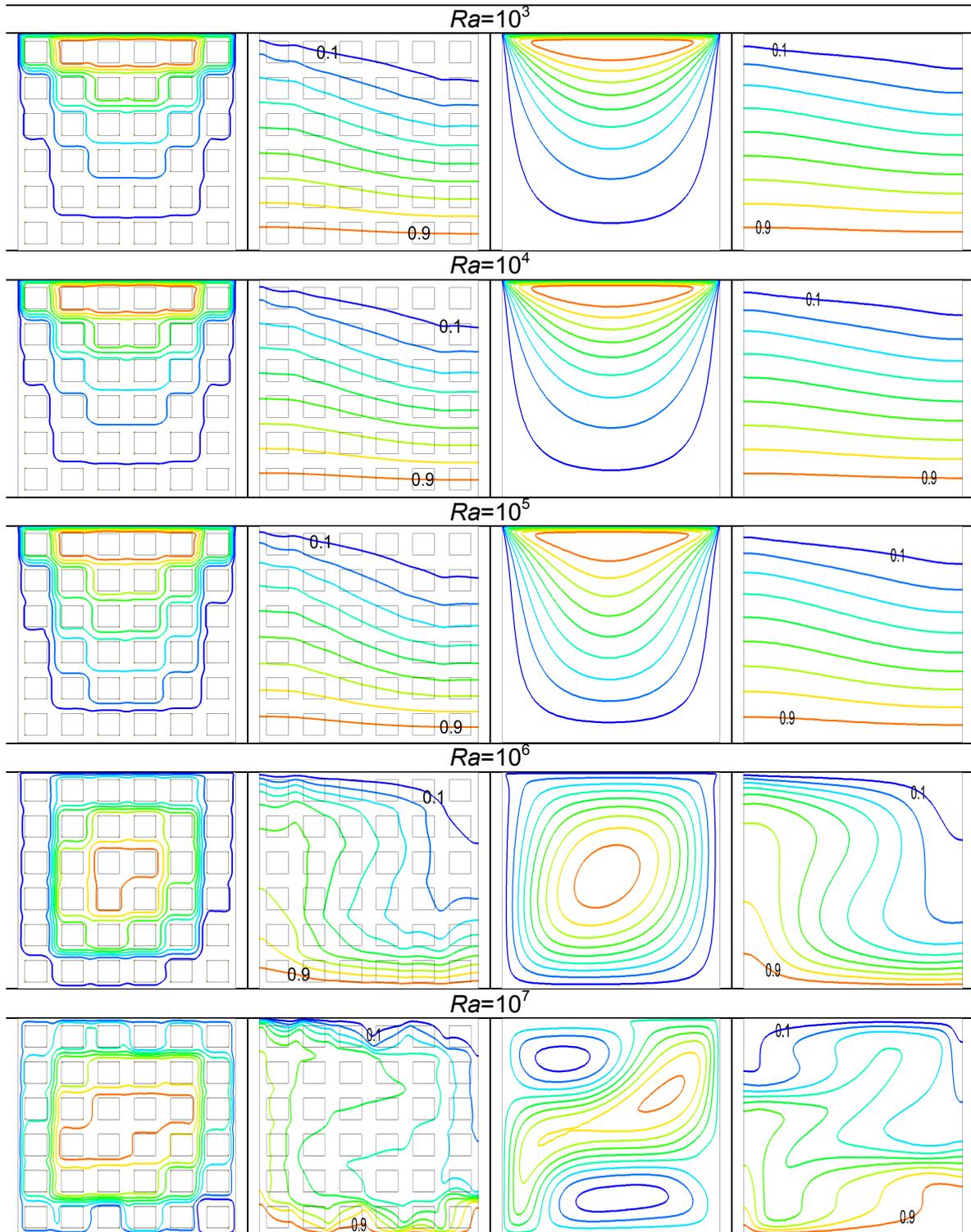


Figura B.7 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=100$.

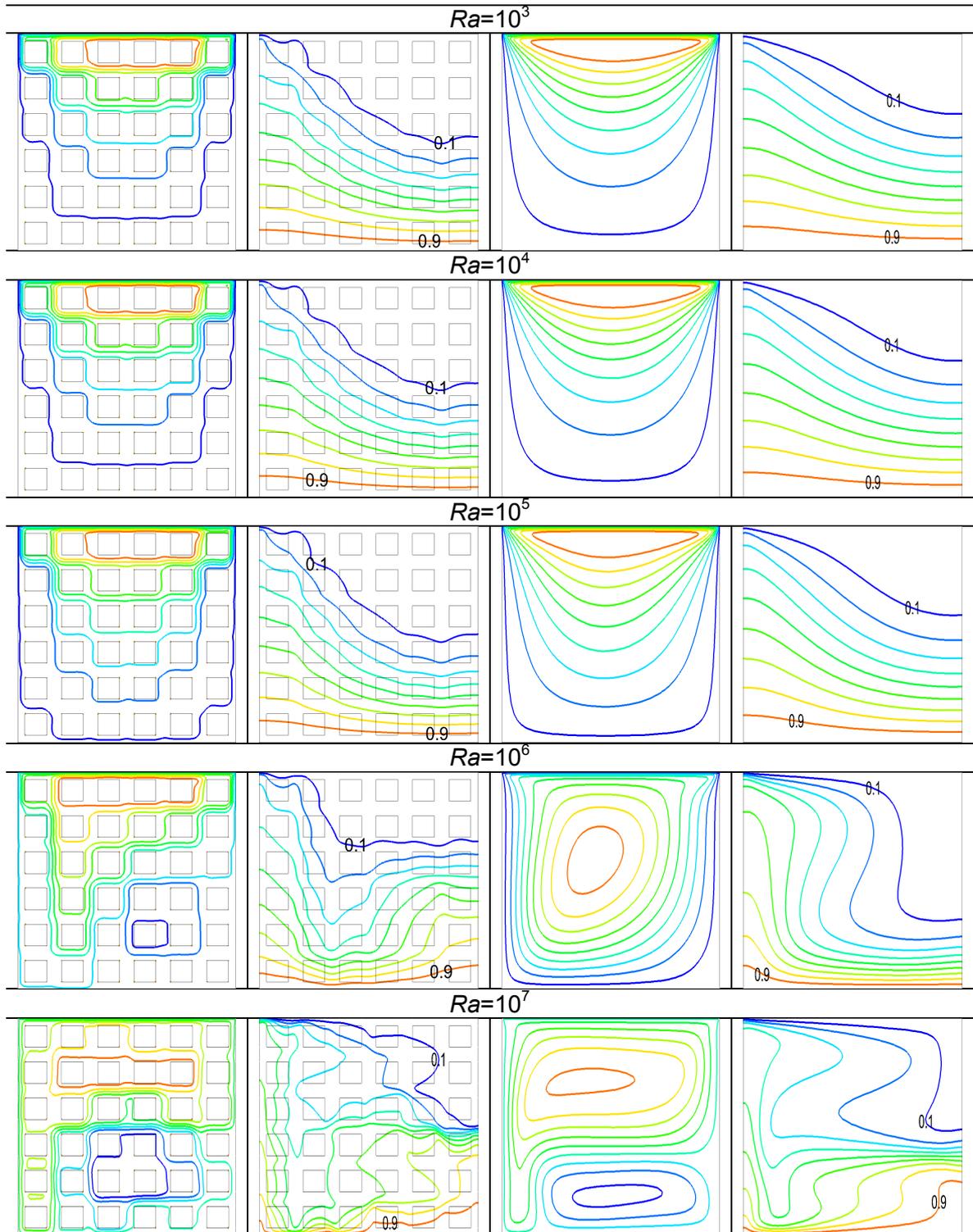


Figura B.8 - Linhas de corrente e isotermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=500$.

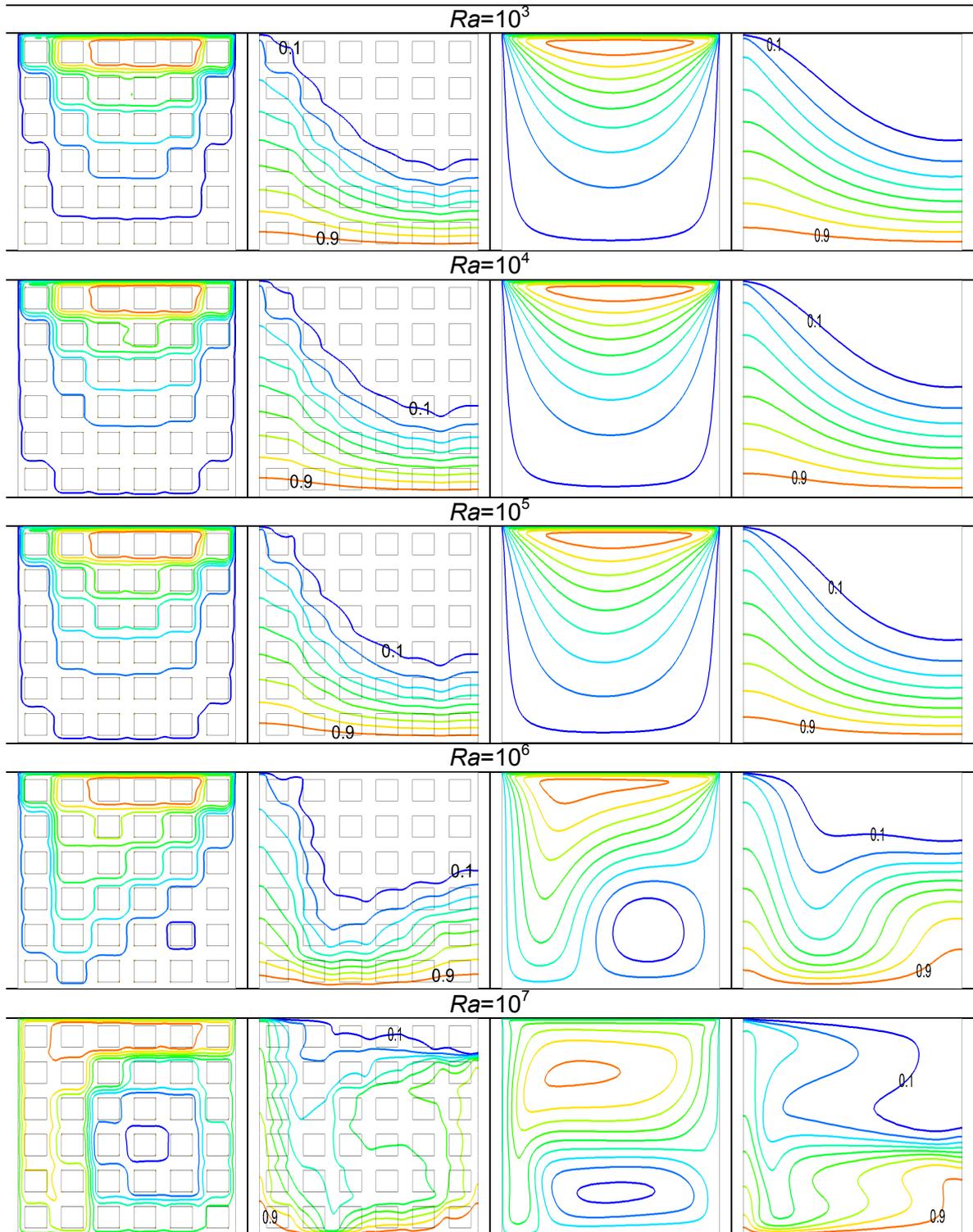


Figura B.9 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=36$; $Da=1,48 \cdot 10^{-4}$ e $Re=1000$.

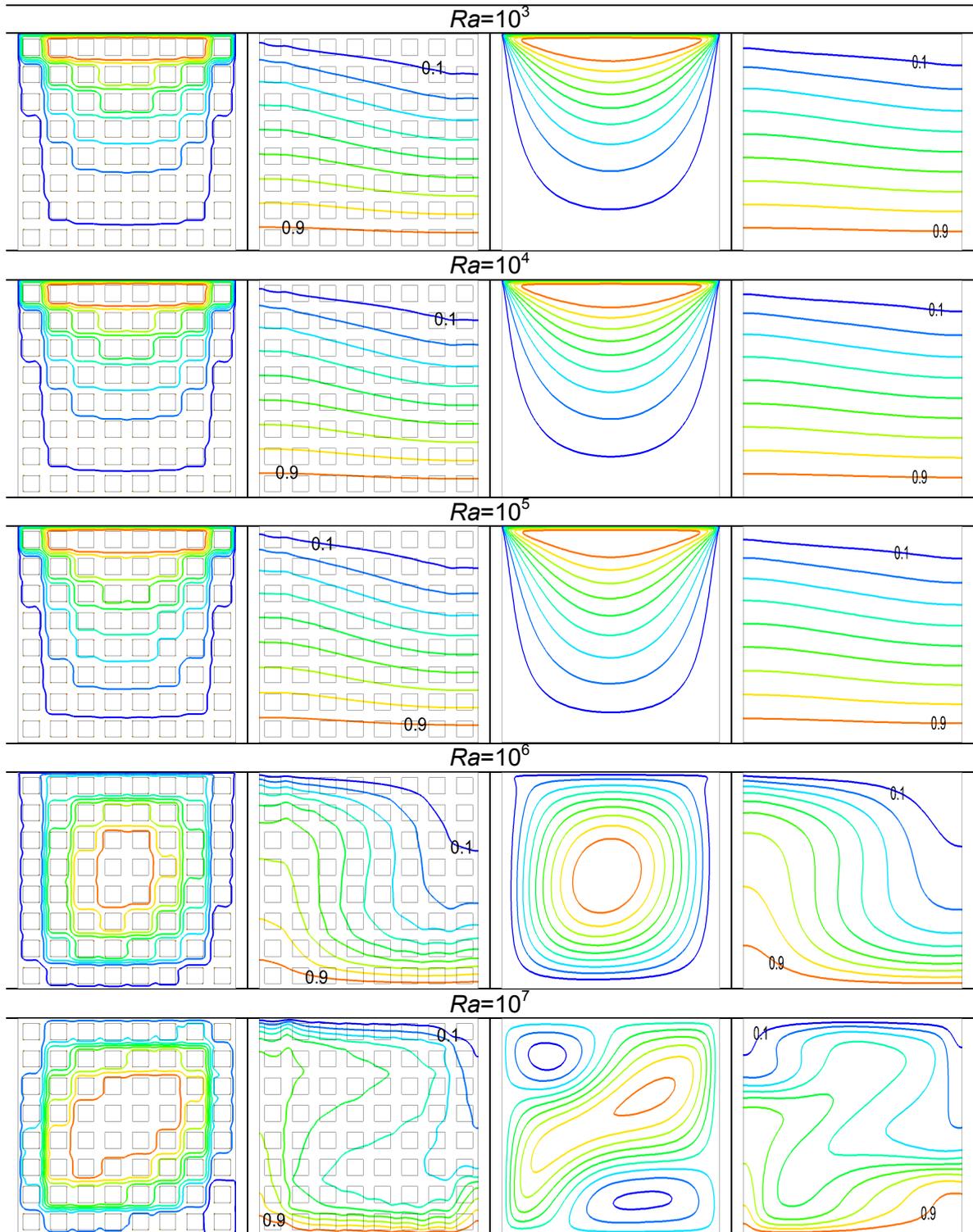


Figura B.10 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=100$.

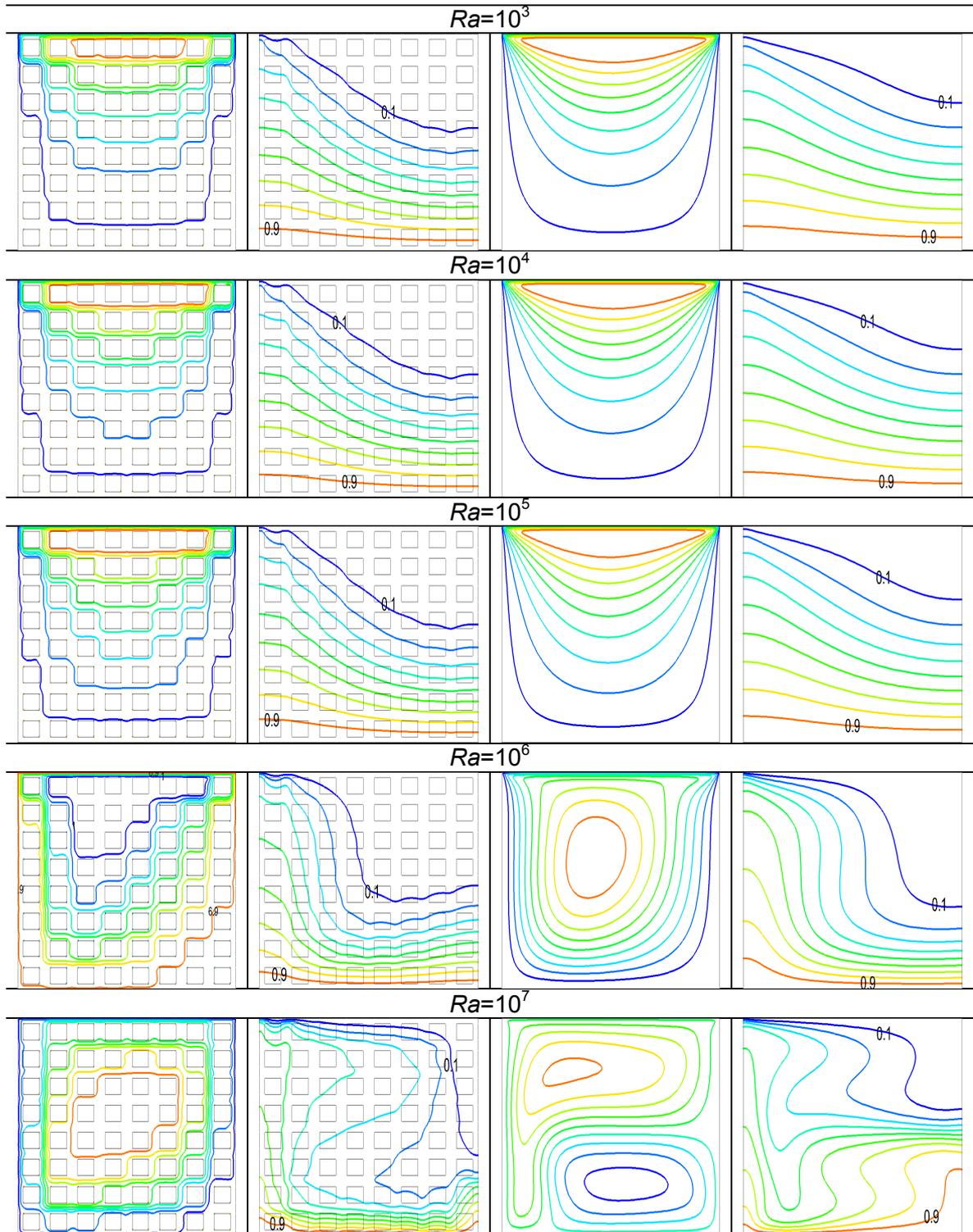


Figura B.11 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=500$.

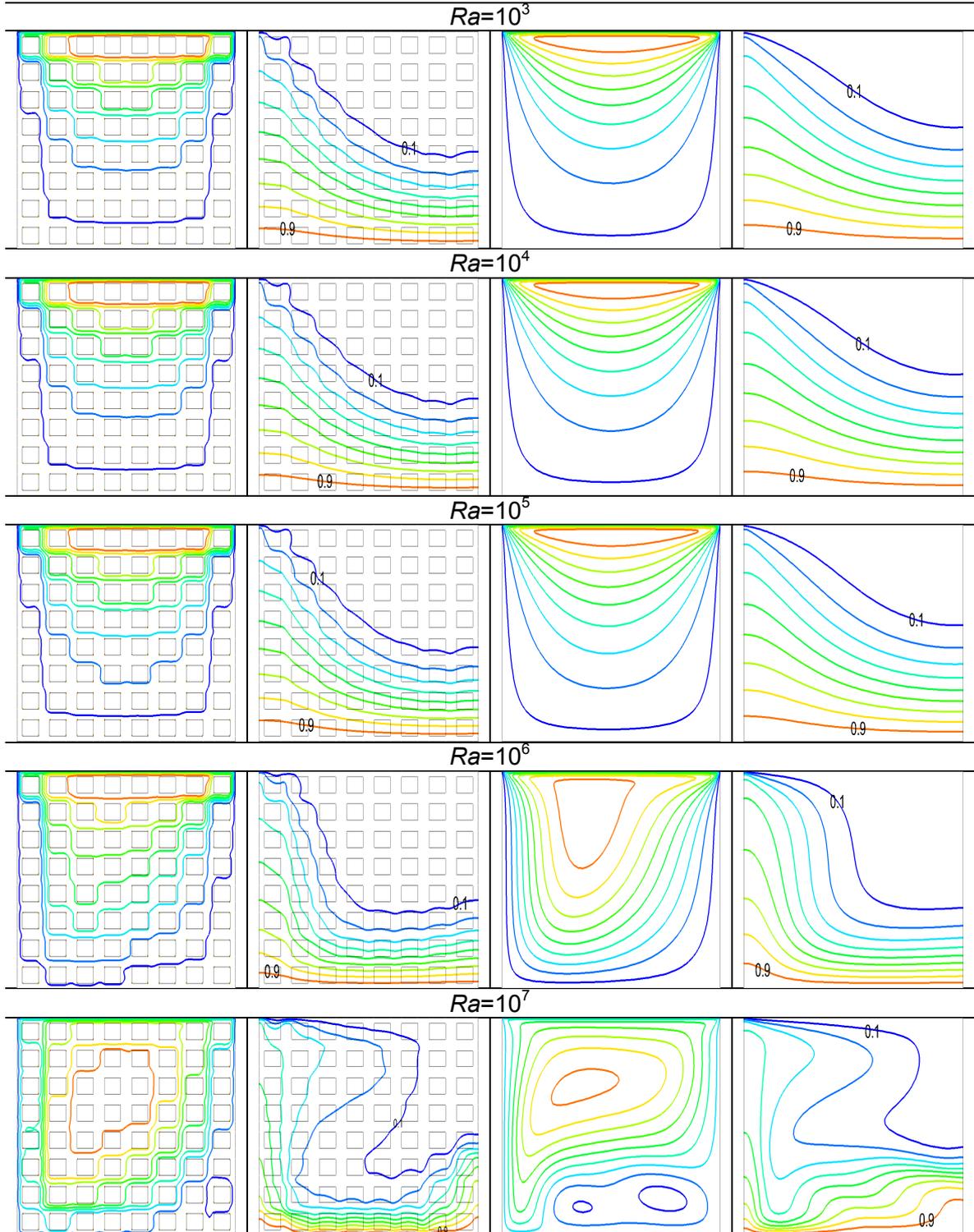


Figura B.12 - Linhas de corrente e isothermas para as cavidades heterogênea e homogênea, considerando $N=64$; $Da=8,33 \cdot 10^{-5}$ e $Re=1000$.