

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA
TECNOLOGIA EM ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS

THAYSE DOBIS BARROS

**OTIMIZAÇÃO NO ESCALONAMENTO DE VEÍCULOS PARA
ATENDIMENTO DE PEDIDOS PRÉ-ESTABELECIDOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DE GRADUAÇÃO

PONTA GROSSA

2014

THAYSE DOBIS BARROS

**OTIMIZAÇÃO NO ESCALAMENTO DE VEÍCULOS PARA
ATENDIMENTO DE PEDIDOS PRÉ-ESTABELECIDOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas do Departamento de Informática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Sheila Morais de Almeida

PONTA GROSSA

2014



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa

Nome da Diretoria
Nome da Coordenação
Nome do Curso



TERMO DE APROVAÇÃO

OTIMIZAÇÃO NO ESCALONAMENTO DE VEÍCULOS PARA ATENDIMENTO DE PEDIDOS PRÉ-ESTABELECIDOS

por

THAYSE DOBIS BARROS

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) foi apresentado em 09 de Junho de 2014 como requisito parcial para a obtenção do título de Tecnólogo em Análise e Desenvolvimento de Sistemas. A candidata foi arguida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Sheila Moraes de Almeida
Prof.(a) Orientador(a)

Saulo Jorge Beltrão de Queiroz
Membro titular

Willian Massami Watanabe
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

Dedico este trabalho a quem o inspirou, e
é a minha fonte de inspiração e exemplo:
meu pai.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha orientadora, professora Sheila Morais de Almeida, pelo carinho com que me recebeu desde o primeiro contato. Muito obrigada pela atenção e paciência. Seu entusiasmo, dedicação, e sua maneira de transformar o tema mais complexo em um desafio envolvente, são inspirações.

Ao professor Gleifer Vaz Alvez, agradeço pela atenção, interesse ao trabalho e indicação à minha orientadora.

Ao professor Daniel Costa de Paiva, agradeço pelo valioso tempo que dispendeu auxiliando nos testes do algoritmo.

Ao PROGRAD/UTFPR-PG, pela concessão de uma bolsa para que eu realizasse o trabalho.

Aos amigos da UTFPR, agradeço pelo carinho, companheirismo e por tornarem mais leve a rotina.

Agradeço especialmente aos meus pais, Rogério e Silvana, pela vida, pelos preciosos valores que me transmitiram, pela amizade e amor incondicionais. Ao meu irmão Victor, muito obrigada pelos gestos tão maduros de carinho e apoio, que sempre me surpreendem. Ao Lucan, meu amor, agradeço por adotar os meus sonhos e apoiá-los incondicionalmente. A sua presença, mesmo longe, torna os meus dias sempre melhores. Vocês são meu alicerce.

Por fim, agradeço Àquele que foi a minha única companhia em todas as horas de estudo, concedendo-me força, sabedoria e determinação, tanto quanto eu necessitasse. Deus, muito obrigada.

RESUMO

BARROS, Thayse D. **Otimização no escalonamento de veículos para atendimento de pedidos pré-estabelecidos**. 2014. 122. Trabalho de Conclusão de Curso (Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

A gestão de frotas para transporte de cargas envolve grande número de decisões, tais como: dimensionamento, especificação de equipamentos, roteirização, custos e manutenção. Este trabalho é voltado para a atividade de roteirização. Seu objetivo consiste em desenvolver um método eficiente para realizar o atendimento de pedidos previamente estabelecidos. Considera-se que a carga de um pedido preenche totalmente o veículo, a capacidade de todos os veículos é a mesma, o produto deve ser carregado em uma origem e descarregado em um destino predefinidos e que cabe ao método desenvolvido decidir qual o próximo pedido a ser atendido. O potencial da ferramenta é verificado pela redução de custos e pelo tempo de execução, que possibilitam ampla aplicabilidade.

Palavras-chave: *Branch and Bound*. Problema do Caixeiro Viajante. Roteamento.

ABSTRACT

BARROS, Thayse D. Optimizing the scheduling of vehicles for attendance of pre-established orders. 2014. 122. Trabalho de Conclusão de Curso (Tecnologia em Análise e Desenvolvimento de Sistemas) - Federal Technology University - Parana. Ponta Grossa, 2014.

Fleet management to cargo transportation involves many decisions, such as: design, the equipment specification, routing, and maintenance costs. This work is focused on routing activity. The objective is to develop an efficient method to perform the scheduling of vehicles for attending pre-established orders. It is considered that the cargo order completely fills the vehicle, the capacity of all vehicles is the same, the source and destination where the cargo must be loaded and unloaded should be known beforehand. To decide which request should be handled next the developed method should be applied. The potential of the tool is verified by reducing costs and by its runtime, which enables wide applicability.

Keywords: Branch and Bound. Traveling Salesman Problem. Routing.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
1.1 MODELAGEM DO PROBLEMA	13
1.1.1 Exemplo de Solução do Problema	17
1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA	22
1.3 COMPLEXIDADE	23
1.4 METODOLOGIA	24
1.5 OBJETIVOS	26
1.5.1 Objetivo Geral	26
1.5.2 Objetivos Específicos	26
1.6 JUSTIFICATIVA	26
1.7 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	27
2 CONTEXTUALIZAÇÃO TEÓRICA	29
2.1 LOGÍSTICA	29
2.1.1 Gestão de Frotas	30
2.2 PESQUISA OPERACIONAL	31
2.3 PROGRAMACÃO LINEAR INTEIRA	34
2.3.1 Problema da Designação	35
2.3.2 Problema do Caixeiro Viajante	38
2.4 ALGORITMO HÚNGARO	41
2.5 ALGORITMO <i>BRANCH AND BOUND</i>	44
2.6 TEORIA DOS GRAFOS	47
2.6.1 Busca em Grafos	48
3 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE VEÍCULOS PARA PEDIDOS PRÉ-ESTABELECIDOS	52
4 RESULTADOS	72
4.1 SIMULAÇÕES	72
4.2 ESTUDO DE CASO: TRANSPORTE DE MINÉRIOS	78
5 CONCLUSÃO	82
REFERÊNCIAS	83
APÊNDICE A: ARQUIVOS DE ENTRADA PARA TESTES: CUSTOS.	86
APÊNDICE B: ARQUIVOS DE ENTRADA PARA TESTES: PEDIDOS.	100

1 INTRODUÇÃO

O transporte de cargas pelo sistema rodoviário no Brasil tem uma estrutura respeitável, sendo o principal meio de transporte de cargas no País e desempenhando um papel vital para a economia da Nação. O termo “gestão de frotas” representa a atividade de gerenciar um conjunto de veículos pertencentes a uma mesma empresa. Esta tarefa tem uma abrangência ampla e envolve serviços como: dimensionamento, especificação de equipamentos, roteirização, custos, manutenção, entre outros (NOVAES, 2004).

Segundo Chopra e Meindl (2011), as dificuldades de maximização da eficiência e racionalização nos processos de gestão de frotas levam à adoção de procedimentos empíricos ou intuitivos que, muitas vezes, estão distantes do ótimo. Assim, avanços na área de informática e engenharia estão sendo absorvidos pelos transportadores, com o intuito de otimizar seu processo produtivo.

Este trabalho visa propor um método eficiente para resolução do problema de escalonamento de veículos no contexto da gestão de frotas. O método deverá receber como entrada as informações de custos monetário e/ou temporal para todos os percursos entre as origens e destinos envolvidos nos pedidos de transporte de carga, os pedidos em si, o número de veículos disponíveis e a posição inicial de cada um deles. Quando o custo for temporal, os custos de tempo para carga nas origens e descarga nos destinos também deverão ser considerados. Como resultado, determina-se o somatório dos custos de transporte e a sequência de pedidos a serem atendidos por cada um dos veículos disponíveis, de forma que todos os pedidos sejam atendidos e que o custo do processo seja minimizado.

1.1 MODELAGEM DO PROBLEMA

A modelagem do problema por meio de grafos orientados faz com que cada nó corresponda a um pedido e cada aresta orientada, de v para w , corresponda ao atendimento do pedido v , seguido imediatamente pelo pedido w . Um caminho orientado $v_1, v_2, v_3 \dots v_q$ indica que os pedidos $v_1, v_2, v_3 \dots v_q$ devem ser atendidos na ordem: primeiro v_1 , depois v_2 , e assim sucessivamente até v_q .

Como v_1 é o primeiro a ser atendido, então, não existe aresta v_q-v_1 na solução procurada, pois ao atender ao pedido v_q , sabe-se que o pedido v_1 já foi atendido anteriormente.

A definição do problema não impõe nenhuma restrição na ordem de atendimento dos pedidos, sendo qualquer ordem válida. Assim, todas as alternativas devem ser representadas no grafo, que é completo com orientação de v_i para v_j e vice-versa entre todos os pares de vértices.

Como o vértice v_i representa o atendimento do pedido P_i , as ações representadas por v_i são:

- O carregamento da carga na origem do pedido i ;
- O transporte da carga da origem i até o destino do pedido i ;
- O descarregamento ou entrega da carga do pedido i .

A aresta v_i-v_j representa o deslocamento de um veículo, após o atendimento do pedido i , para a origem do pedido j , aonde o veículo deverá ser carregado para atendimento do pedido j . Este custo visa ser minimizado neste trabalho, e é denominado custo variável.

Por sua vez, o custo de deslocamento do veículo carregado entre a origem e o destino de um mesmo pedido não são representados no grafo. Essa decisão foi tomada considerando-se que o custo desse deslocamento é inevitável, visto que o problema considera que todos os pedidos serão obrigatoriamente atendidos. Este peso foi denominado de custo fixo.

Enquanto a aresta v_i-v_j representa o deslocamento do destino do pedido i (um cliente) para a origem do pedido j (um ponto de carregamento), a aresta v_j-v_i representa o deslocamento do destino do pedido j para a origem do pedido i . Como o destino do pedido i e o destino do pedido j não coincidem necessariamente, bem como as origens de ambos os pedidos, as arestas v_i-v_j e v_j-v_i podem ter pesos diferentes e, portanto, o grafo é assimétrico.

Quando a carga de um pedido for maior que a capacidade do veículo, o modelo adotado divide esse pedido P_i em pedidos menores que possam ser atendidos em uma viagem, aonde k vezes a capacidade do veículo é o tamanho da carga do pedido P_i . Todos os pedidos $P_{i,j}$ com i fixo e $1 \leq j \leq k$ carregam na mesma origem e descarregam no mesmo destino, podendo ser atendido por veículos

diferentes. Mesmo quando dois pedidos são atendidos por um mesmo veículo, esse atendimento não é necessariamente consecutivo.

Considerando o modelo apresentado, deseja-se encontrar um conjunto de caminhos disjuntos nos vértices e tal que todo vértice pertença a algum desses caminhos. Cada caminho será uma sequência de pedidos a ser atendido por um determinado veículo e a soma das arestas desse caminho é a soma dos custos variáveis para atendimento dos pedidos do mesmo. Deseja-se encontrar um conjunto de caminhos que tenha a menor soma possível do custo das arestas.

Durante o levantamento bibliográfico, identificou-se um amplo conjunto de problemas de otimização famosos cuja modelagem como problema de programação linear é bem conhecida, como: Problema da Designação, do Transporte, do Escalonamento de Tarefas e do Caixeiro Viajante. As definições e modelagens de todos esses problemas podem ser vistas em Camponogara (2006). Dentre todos os modelos estudados, o que se mostrou mais compatível com o problema apresentado foi o Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Para Goldberg (2005), o Problema do Caixeiro Viajante é um dos mais tradicionais problemas de programação matemática, de importância indiscutível, tanto sob aspecto prático como teórico. Nele, um caixeiro viajante tem por objetivo sair de sua cidade e percorrer todas as cidades de um mapa, passando por cada uma delas exatamente uma vez, gastando o mínimo possível no trajeto e retornando à sua cidade ao final do percurso. O problema tem modelos teóricos na Teoria dos Grafos e na Programação Linear. Sua aplicação, além da definição clássica da visita em cidades, estende-se a problemas de sequenciamento de produção, roteirização, manufatura de circuitos integrados, problemas de distribuição, separação de pedidos em armazéns, etc.

A Figura 1 apresenta um exemplo de grafo orientado que contém todos os possíveis trechos a serem escolhidos pelo caixeiro viajante e os respectivos custos para percorrê-los, no caso de 4 cidades.

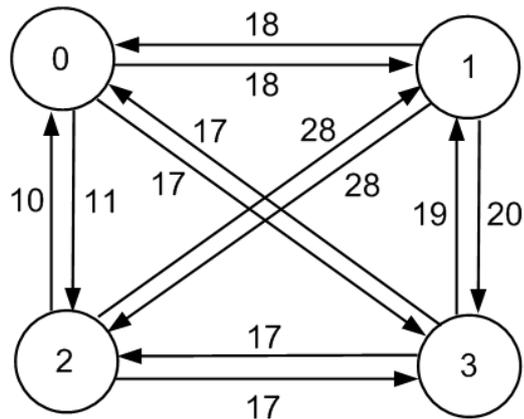


Figura 1 - Exemplo de possibilidades de trechos do PCV de 4 cidades
Fonte: Autoria Própria (2014)

A modelagem do Problema do Caixeiro Viajante como um problema de Programação Linear impõe duas restrições importantes. A primeira delas é que sejam utilizadas exatamente duas estradas para cada cidade: uma para se chegar a ela e outra para sair da mesma. Ao considerar apenas essa restrição, a solução do problema pode ser composta de um conjunto de circuitos disjuntos, como mostra a Figura 2.

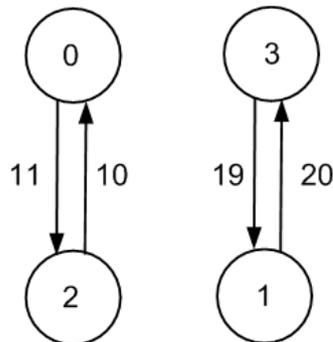


Figura 2 - Solução com circuitos disjuntos
Fonte: Autoria Própria (2014)

Como a Figura 2 não é uma resposta válida para o caixeiro viajante, impõe-se a segunda restrição, que garante que todas as cidades estão no mesmo circuito, tal como exemplifica a Figura 3.

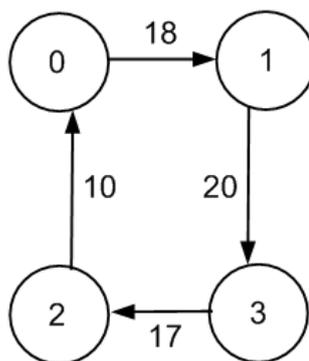


Figura 3 - Solução da designação com um circuito (solução do PCV)
Fonte: Autoria Própria (2014)

A diferença entre o PCV e o problema em estudo é que o PCV exige o retorno ao ponto de origem. Além disso, o PCV exige um único ciclo, enquanto o problema tratado permite a existência de mais de um caminho.

A solução do PCV em uma instância do problema de atendimento de pedidos pré-estabelecidos equivale a atender todos os pedidos com um único veículo e retornar à origem (ponto de carregamento) do primeiro pedido atendido.

Para resolver o problema proposto, será feita uma relaxação do Problema do Caixeiro Viajante que elimina a restrição que faz a eliminação de subcircuitos e o iguala ao chamado Problema da Designação. Este problema torna-se interessante pelo fato de que soluções com vários ciclos na prática permitem que cada um desses ciclos (sequência de pedidos) seja atendido por um veículo diferente. Sendo veículos diferentes, esse atendimento pode ocorrer concomitantemente, diminuindo o tempo total de atendimento.

Entretanto, como as soluções do problema da designação são ciclos disjuntos nos vértices e, como o problema tratado exige como solução um conjunto de caminhos, serão realizadas alterações na solução para que a mesma esteja em conformidade com as restrições do problema estudado.

1.1.1 Exemplo de Solução do Problema

Para exemplificar, considera-se que determinada transportadora possui os três pedidos a atender, conforme mostra a Tabela 1:

Tabela 1 - Exemplo de pedidos a atender

Cód. do Pedido	Tipo de Carga	Origem	Destino	Quantidade (t)
1	A	O1	D1	120
2	B	O2	D2	30
3	C	O3	D3	60

Fonte: Autoria Própria (2014)

Supondo-se que a mesma informe que tem 4 veículos disponíveis, todos com capacidade de transporte de 30t por carregamento. A relação completa de carregamentos é ilustrada na Tabela 2:

Tabela 2 - Exemplo de carregamentos a atender

Cód. Pedido	Tipo de Carga	Origem	Destino	Quantidade (t)
1 – 1	A	O_P1	D_P1	30
1 – 2	A	O_P2	D_P2	30
1 – 3	A	O_P3	D_P3	30
1 – 4	A	O_P4	D_P4	30
2 – 1	B	O_P5	D_P5	30
3 – 1	C	O_P6	D_P6	30
3 – 2	C	O_P7	D_P7	30

Fonte: Autoria Própria (2014)

Aonde os quatro primeiros carregamentos (1 – 1, 1 – 2, 1 – 3, 1 – 4) devem ser realizados para atendimento do pedido 1, cuja demanda é 4 vezes maior (120t) que a capacidade máxima dos veículos (30t). Para o pedido 2, apenas um carregamento (2 – 1) atende à demanda de 30t. Para o pedido 3, são necessários dois carregamentos para completar o total de 60t solicitadas.

Como foi dito, os trechos entre as origens e os destinos de cada pedido serão percorridos obrigatoriamente quando os veículos estão fazendo a entrega, carregados. Este trabalho denomina o somatório de custos decorrentes de tais percursos obrigatórios de *Custo_fixo*, A Tabela 3 mostra a matriz de custos fixos (em valores monetários) do exemplo, denominada *M_fixo*.

Tabela 3 - Exemplo de matriz de custos fixos

	D1	D2	D3
O1	466	122	289
O2	333	418	382
O3	600	130	354

Fonte: Autoria Própria (2014)

Para o exemplo, o custo fixo total será:

$$Custo_fixo = \sum_{i=1}^N M_fixo [O_P_i][D_P_i]$$

$$Custo_fixo = 466 + 466 + 466 + 466 + 418 + 354 + 354$$

$$Custo_fixo = 2613,00$$

Sendo $N = 7$, o número de pedidos da Tabela 2.

Uma vez estipulado que há 4 veículos disponíveis para cumprir o total de 7 pedidos, o escalonamento ótimo obrigatoriamente atribuirá mais de um pedido à mesma rota. Serão construídas 4 rotas, uma para cada veículo.

Supondo que o veículo 1 seja designado para atender, nesta ordem, aos pedidos 2, 4 e 5, da Tabela 2. Além dos trechos fixos $O_2 \rightarrow D_2$, $O_4 \rightarrow D_4$ e $O_5 \rightarrow D_5$, o veículo teria de se deslocar, descarregado, de D_2 para O_4 e de D_4 para O_5 . A rota final percorrida por este veículo é5 apresentada na Figura 4:

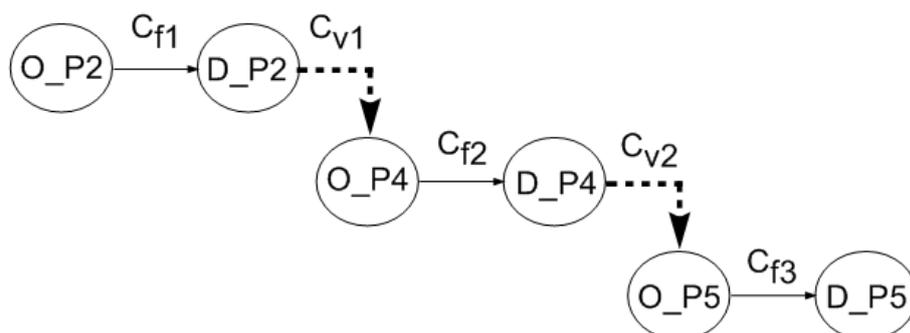


Figura 4 - Rota suposta para veículo 1
Fonte: Autoria Própria (2014)

Observa-se que, além dos custos fixos denotados por C_{f1} , C_{f2} e C_{f3} , há os custos C_{v1} e C_{v2} , representados pelas retas tracejadas, que correspondem aos custos referentes ao deslocamento do veículo descarregado entre o destino de um pedido e a origem do próximo pedido. Tais custos são denominados de custos

variáveis, já que o seu valor depende da próxima origem a ser escolhida, de forma que quanto menor a distância entre o destino atual e a próxima origem, menor o custo. Assim pode-se construir uma matriz com os custos de viagem com veículo descarregado de cada possível destino (onde um pedido se encerra) para cada possível origem (onde um novo pedido será carregado). Essa matriz é chamada de matriz de custo variável e seus dados são os principais determinantes da ordem em que os pedidos devem ser atendidos. A Tabela 4 apresenta a matriz de custo variável ($M_{variavel}$), dada para o exemplo.

Tabela 4 - Exemplo de matriz de custos variáveis

	O1	O2	O3
D1	440	100	209
D2	323	408	302
D3	520	100	324

Fonte: Autoria Própria (2014)

Os custos da matriz de custo variável podem ser determinados de diversas formas. Por exemplo, verificou-se em um estudo de caso que quando os trechos de O_i para D_i são fisicamente os mesmos e os custos sejam decorrentes, dentre outros fatores, do combustível, esses tendem a ser em torno de 30% mais baratos quando o veículo está descarregado.

Os custos podem também representar custos de tempo. Neste caso, o valor da célula (D1, O1), na Tabela 4, constitui a soma dos custos de tempo de descarga em D1, o tempo de deslocamento de D1 a O1 e o tempo de carregamento em O1. Uma vez construída a tabela, as etapas seguintes são as mesmas tanto para custos monetários, quanto para custo temporal.

Em seguida, a matriz (M), cujas linhas são os destinos dos pedidos de 1 até N , as colunas são as origens de 1 até N e o valor das células é o custo variável do transporte, pode ser estruturada conforme a Tabela 5:

Tabela 5 - Exemplo de matriz de custos variáveis para pedidos

	O_P1	O_P2	O_P3	O_P4	O_P5	O_P6
D_P1	∞	440	440	100	209	209
D_P2	440	∞	440	100	209	209
D_P3	440	440	∞	100	209	209
D_P4	323	323	323	∞	302	302
D_P5	520	520	520	100	∞	324
D_P6	520	520	520	100	324	∞

Fonte: Autoria Própria (2014)

Por meio desta, objetiva-se realizar a designação do destino de cada pedido à origem de exatamente um próximo pedido a atender e que o destino de cada pedido seja atendido por exatamente uma origem, de forma que o somatório dos custos variáveis seja mínimo. Verifica-se que todos os valores da diagonal principal da matriz recebem o valor infinito. Isto é feito por que não é possível designar-se o destino de um pedido à sua própria origem. Caso o valor zero fosse atribuído aos elementos da diagonal principal, a designação ótima seria sempre formada por estes elementos. Do ponto de vista teórico, tal designação seria totalmente correta. Do ponto de vista prático, entretanto, não seria interessante para uma transportadora com 100 pedidos ter de possuir 100 veículos para atendê-los. Assim, optou-se por atribuir o valor infinito à diagonal principal e excluir tal possibilidade.

Para o exemplo, a designação ótima é dada pela escolha das células cujas destacadas. O somatório dos custos variáveis é :

$$\begin{aligned} \text{Custo_variavel} &= 209 + 209 + 440 + 323 + 100 + 520 \\ \text{Custo_variavel} &= 1801 \end{aligned}$$

A interpretação da designação da Tabela 5 por meio de grafos é dada na Figura 5, aonde os vértices numerados são os pedidos, as arestas orientadas indicam a sequência a seguir em cada rota e o peso de cada aresta é o valor do custo variável para o pedido. Observa-se que houve a formação de 2 rotas.

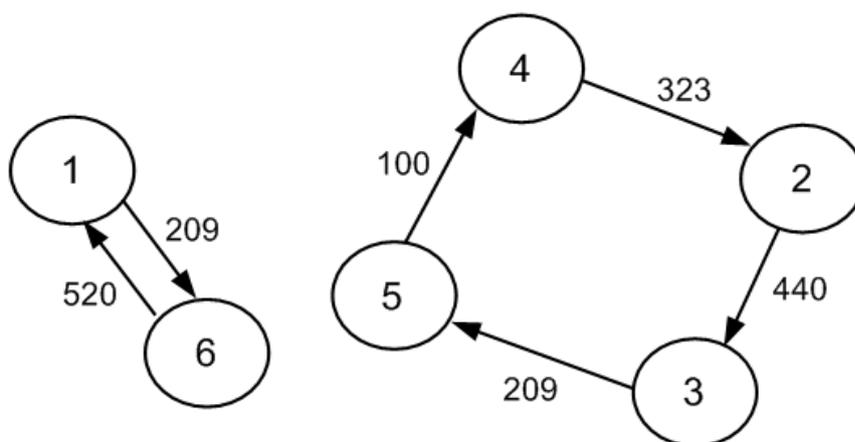


Figura 5 – Grafo resultante da designação
Fonte: Autoria Própria (2014)

Como foi dito, um número de veículos disponíveis (*Num_veículos*) é informado pelo usuário ao sistema. Este número e o número de rotas (*Num_rotas*) do grafo acima são pontos chave do algoritmo. Caso eles sejam diferentes, algoritmos que serão detalhados posteriormente serão executados até que eles sejam iguais, mesmo que isso acarrete no aumento do valor do *Custo_variavel*.

Essa medida foi tomada considerando-se que pode ser importante atender aos pedidos o mais rápido possível, mesmo que se tenha que usar mais veículos e se sujeitar a custos mais altos, por questões como prazos, por exemplo.

Após a execução dos algoritmos que alteram o *Num_rotas*, outro algoritmo é executado para escolher o primeiro pedido a atender em cada rota e designar um veículo a cada rota.

O resultado final (*Custo_total*) consiste no somatório de: custos variáveis, custos fixo e custo com deslocamento (*Custo_desloc*) da posição inicial do veículo (informada pelo usuário) até a posição da origem do primeiro pedido a ser atendido na rota designada ao mesmo.

$$Custo_total = Custo_variavel + Custo_desloc + Custo_fixo$$

1.2 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Considerando o problema apresentado e a sua modelagem, as seguintes delimitações podem ser citadas:

- Carga completa: para utilização do algoritmo desenvolvido, é necessário que os carregamentos não tenham carga consolidada. Isto é, todo carregamento terá apenas a carga de um mesmo pedido, mesmo que esta não atinja a capacidade máxima de carga. Não é possível aplicar o algoritmo a carregamentos que tenham diferentes tipos de carga na mesma viagem;
- É obrigatório o atendimento de todos os pedidos exatamente uma vez;
- O custo de deslocamento do veículo carregado é considerado inevitável, e, portanto, não pode ser minimizado. A única forma de reduzi-lo seria eliminando alguns pedidos, o que não é a intenção de uma empresa transportadora, por exemplo;

1.3 COMPLEXIDADE

O Problema do Caixeiro Viajante é *NP*-Completo (CORMEN *et al.*, 2009). A complexidade de um problema é determinada pelo número de operações que um algoritmo executa para resolvê-lo. Os problemas da Classe *P* são aqueles em que os algoritmos executam um número de instruções que é polinomial em função do tamanho da entrada (diz-se que o algoritmo executa em tempo polinomial). A classe *NP* é a classe dos problemas em que o número de soluções possíveis é, em geral, exponencial e a única forma conhecida de se encontrar a melhor solução, atualmente, é percorrendo todo o espaço de soluções realizando comparações entre os mesmos. Essa técnica é chamada de forma bruta. Porém, comparar todas as possíveis soluções exige um número de instruções computacionais exponencial quando se aplica a técnica de força bruta.

Quando se pode fazer uma redução em tempo polinomial de qualquer problema da classe *NP* a um dado problema *A*, diz-se que *A* é um problema *NP*-Completo. Assim, a classe dos problemas *NP*-Completo é o conjunto dos problemas aos quais qualquer problema de *NP* pode ser reduzido em tempo polinomial. Para esses, não se conhece nenhum algoritmo com tempo de execução polinomial. Entretanto, também não se provou que o mesmo não existe. Sabe-se

também que, caso seja apresentado um algoritmo polinomial para algum dos problemas *NP*-Completo, então todos eles possuem um algoritmo polinomial e, portanto, pertenceriam à classe *P*. A questão $P = NP$? É uma importante questão ainda em aberto para a ciência, uma vez que encontrar uma solução polinomial de um *NP*-Completo acarretaria na possibilidade de solução polinomial de todos os *NP*, o que engloba uma vasta gama de aplicações (CORMEN *et al.*, 2009).

Em relação ao Problema do Caixeiro Viajante, devido ao caráter altamente combinatório do problema, usualmente são utilizados métodos exatos (aqueles que garantem encontrar a solução ótima) para a solução de problemas de menor porte e métodos heurísticos para aqueles de maior porte. Os métodos heurísticos são técnicas que procuram boas soluções em tempos razoáveis, sem que haja a garantia de otimalidade.

1.4 METODOLOGIA

Para resolver o problema do escalonamento de veículos neste trabalho será seguido o método denominado *Branch and Bound*. Neste, será feita uma relaxação do Problema do Caixeiro Viajante que omite a restrição responsável pela eliminação de subcircuitos e o equipara a outro conhecido problema chamado Problema da Designação, pertencente à classe *P*. Esta abordagem permite que a solução ótima do problema seja composta por vários ciclos. A solução é bastante atraente para o problema em estudo, pois os circuitos podem ser tratados em paralelo e considerados como rotas a serem percorridas cada uma por um veículo. Assim, aproveita-se a possibilidade da existência de mais de um veículo disponível para redução da complexidade do algoritmo. Na solução, as cidades do PCV são os pedidos a serem atendidos e as arestas orientadas que as unem constituem a ordem de atendimento dos pedidos.

Para resolver o Problema da Designação será utilizado o Método Húngaro. O Método Húngaro, apresentado por Harold Kuhn em 1955, é um algoritmo polinomial frequentemente utilizado para resolver o Problema da Designação (KUHN, 1955). Caso o número de circuitos (rotas) da solução ótima do Problema da Designação seja equivalente ao número de veículos disponíveis informado pelo

usuário, a atribuição de rotas de menor custo terá sido encontrada. Caso o valor seja diferentes, heurísticas para ambas as possibilidades (número de rotas maior ou menor que o de veículos) serão utilizadas para fornecer limites ao algoritmo exato de *Branch and Bound* (B&B), que irá buscar rotas que minimizam o custo e utilizam todos os veículos disponíveis.

O algoritmo *Branch and Bound* é exato. Nele, relaxam-se uma ou mais restrições do problema e constrói-se uma árvore onde cada nó é uma possível solução para o problema relaxado. Além disso, os filhos de um nó são soluções com pequena variação em relação ao seu pai e com custo maior ou igual ao do pai. A árvore é construída de forma a considerar as possíveis soluções do problema relaxado. O algoritmo realiza uma busca na árvore a partir da raiz e avalia as soluções, continuando em cada ramo da árvore sempre que a restrição relaxada ainda não foi satisfeita e há possibilidade de se encontrar uma solução com custo menor que a melhor solução vista até o momento. Quando o custo da solução é muito alto, o ramo é cortado, indicando que as soluções daquela subárvore não são boas o suficiente para serem consideradas.

O procedimento é citado por Taha (2008), que afirma que a resolução do PCV por meio do B&B inicia-se com a solução ótima do Problema da Designação associado. Se a solução for um circuito, o processo termina. Se não, são impostas restrições para eliminar os circuitos indesejados. Todos os procedimentos que alteram o número de rotas resultam em custos maiores ou iguais ao determinado pelo Problema da Designação, uma vez que este encontra o número de rotas cíclicas de custo mínimo.

O procedimento que determinará se o número de rotas da solução é equivalente ou não ao número de veículos disponíveis é uma busca em grafos. Trata-se de um tipo de busca que examina sistematicamente os vértices e arcos de um grafo por meio de uma pilha (busca em profundidade) ou de uma fila (busca em largura), que contém todos os vértices visitados cujos vizinhos ainda não foram todos visitados (SEIDGEWICK, 2002).

Destaca-se ainda que o problema a ser resolvido no presente trabalho deve apresentar rotas que são caminhos, e não ciclos. São apresentadas duas heurísticas para escolher qual será o primeiro pedido a ser atendido em cada rota. É também necessário determinar qual veículo deve atender a qual rota de forma que o custo de deslocamento do mesmo até a origem do primeiro pedido seja mínimo. A medida de

desempenho será dada pelo tempo de execução do método e pelo somatório de custos envolvidos, que devem ser minimizados.

1.5 OBJETIVOS

1.5.1 Objetivo Geral

Modelar, implementar e solucionar computacionalmente o problema de otimização no escalonamento de veículos para atendimento de um conjunto de pedidos pré-estabelecidos para um dado conjunto de recursos.

1.5.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos desse Trabalho de Conclusão de Curso são:

- Caracterizar o problema de escalonamento de veículos no contexto da gestão de frotas;
- Estudar os problemas de programação linear disponíveis na literatura que se assemelham ao problema estudado;
- Ampliar os conhecimentos na linguagem de programação C através da implementação de uma solução para o problema nesta linguagem.
- Estudar algoritmos em grafos.
- Aprender técnicas de solução de problemas de otimização e desenvolver a habilidade de aplicá-las a problemas reais.

1.6 JUSTIFICATIVA

Segundo a o Portal da ANTT (Agência Nacional de Transportes Terrestres) (2013), atualmente o Brasil possui ao todo 836.784 entidades transportadoras de carga (por meio do sistema rodoviário) registradas, sendo estas divididas entre autônomos, empresas e cooperativas.

Através de pesquisas em *web sites*, verificou-se que tais empresas contam com uma gama de opções de softwares de gestão que incluem, de modo geral, os módulos: Fretes, Veículos, Pneus, Manutenções, Acertos Com Motoristas, Financeiro, Despesas, Cobrança Eletrônica, Relatórios, entre outros.

Apesar de tais módulos serem de fundamental importância para a administração das empresas do ramo, nota-se a ausência de módulos que auxiliem os administradores a distribuir seus veículos de maneira ótima. Verificou-se que não há módulos que realizem o planejamento da produção de forma a garantir que o somatório dos custos envolvidos seja o mínimo possível, ao mesmo tempo em que todas as restrições de demanda, prazo, mão de obra, etc. sejam atendidas.

Uma vez que tais problemas, quando modelados matematicamente, são de elevada complexidade e requerem um grande volume de processamento de cálculos, sua resolução manual torna-se inviável.

Deste modo, verifica-se que a implementação de um algoritmo capaz de otimizar a designação de veículos na gestão de frotas é uma ferramenta de potencial eficiência para redução de custos do processo, com larga aplicabilidade, bem como uma oportunidade para que as empresas transportadoras melhorem sua competitividade.

1.7 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Para alcançar os objetivos mencionados anteriormente, buscou-se inicialmente estruturar as características do problema a ser resolvido por meio da identificação das necessidades em cenários reais. Esta ocorreu por meio de entrevistas com dois gestores de empresas de transporte de cargas rodoviárias, leitura de periódicos específicos, revisão bibliográfica sobre logística e gestão de frotas, consulta em *web sites* e uso de versão de demonstração de sistema comercial de roteamento de veículos.

Posteriormente, efetuou-se uma ampla revisão bibliográfica nas áreas de Programação Linear, Algoritmos, Análise Combinatória e Teoria dos Grafos. Problemas de Programação Linear e da Teoria dos Grafos como: Fluxo em Rede, Transporte, Roteamento de Veículos, Alocação de Berços, Escalonamento,

Designação, Carteiro Chinês, Caixeiro Viajante, entre outros, foram analisados buscando-se a adaptação das características ao problema proposto.

Determinou-se que o Problema do Caixeiro Viajante com a relaxação da restrição que elimina os subcircuitos (resultando no Problema da Designação) foi aquele ao qual o problema de escalonamento de veículos com atendimento de pedidos pré-estabelecidos melhor se adaptou. Assim, buscou-se a determinação do estado da arte dos métodos de resolução deste algoritmo clássico. A literatura neste contexto é vasta e salienta a importância de estudar-se o problema, a fim de contribuir com a redução da complexidade computacional de sua resolução.

A linguagem de programação escolhida para a implementação do algoritmo foi a linguagem C. Iniciou-se o desenvolvimento do sistema com a especificação de quais seriam os dados de entrada. A partir de tais dados, implementou-se o Algoritmo Húngaro para encontrar a solução relaxada do problema, aquela que preocupa-se apenas com a minimização do custo total, ignorando a restrição quanto ao número de veículos disponíveis. Uma busca em largura foi desenvolvida para encontrar qual é o número de veículos dados pela solução do Método Húngaro. Para casos em que o número de veículos do problema relaxado é diferente do número de veículos disponibilizados para transporte, desenvolveu-se o algoritmo *Branch and Bound*. Este consiste em um algoritmo de busca de soluções em uma árvore de decisão binária, na qual são analisados apenas os ramos cujas soluções estão em um intervalo de valores pré-determinado. Este intervalo tem como limite inferior a solução do Algoritmo Húngaro (solução de menor custo, mas não necessariamente com o número de veículos solicitado) e como limite superior a solução encontrada heurísticamente (solução viável que contém o número de veículos desejado, mas não necessariamente apresenta o menor custo).

A etapa final consistiu na realização de testes e análises dos resultados. Os testes foram realizados em máquina com a seguinte configuração: Processador Intel(R) Core(TM) i3 – 2370M com 2.40 GHz e 4GB de memória RAM.

O projeto do presente trabalho foi iniciado no mês de Maio de 2012. Durante o período de desenvolvimento foram realizadas reuniões semanais com a professora orientadora, as quais eram utilizadas para discussão dos assuntos, esclarecimento de dúvidas, desenvolvimento de pseudocódigos, planejamento das atividades, entre outros temas.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO TEÓRICA

2.1 LOGÍSTICA

De acordo com Tacla (2003), apesar de a guerra trazer à sociedade muitos malefícios e prejuízos, a mesma exige a aceleração do desenvolvimento de algumas áreas e tecnologias, como ocorreu com a logística. Durante as operações militares da Segunda Guerra Mundial, a chamada “equipe de logística” era responsável pelo suporte às tropas que se deslocariam para a batalha, devendo providenciar munição, alimentos, equipamentos, suprimentos médicos, etc. Com o fim da guerra, uma analogia entre as necessidades da tropa e as de um processo produtivo permitiu uma expansão dos estudos e aplicação da área, que vem evoluindo a cada ano.

Para Novaes (2004), atualmente a definição mais aceita é a dada pelo CLM – *Council os Logistics Management*, o Concelho Norte-Americano de Logística, de 1998:

“Logística é a parcela do processo da cadeia de suprimentos que planeja, implanta e controla de forma eficiente e eficaz, o fluxo de matérias-primas do estoque em processo, produtos acabados e informações relacionadas, desde seu ponto de origem até o ponto de consumo, com o propósito de atender aos requisitos dos clientes/consumidores.”

Segundo Novaes (2004), a logística moderna busca incorporar: prazos previamente acertados e cumpridos integralmente durante toda a cadeia de suprimento; integração entre todos os setores da empresa; integração com fornecedores e clientes por meio de parcerias; busca da otimização global (envolvendo racionalização dos processos e redução de custos) e satisfação do cliente. Para o autor, apesar de o conceito de “logística” estar bastante difundido atualmente, ainda se percebe uma lacuna pouco explorada quando se trata de métodos quantitativos utilizados para auxiliar na gestão de suas operações. Tais métodos são fundamentais pois permitem o racionamento no uso de recursos, aumento de produtividade, otimização do sistema e, conseqüentemente, redução de custos.

Segundo Chopra e Meindl (2011), o transporte refere-se ao movimento de um produto de um local para outro enquanto prossegue do início de uma cadeia até o cliente final. Assim, concentra a maior parte de custos logísticos e influencia diretamente no sucesso de toda a cadeia de suprimentos. Do ponto de vista financeiro, Ballou (2001) afirma que o transporte normalmente é o elemento mais importante em termos de custos logísticos para inúmeras empresas, sendo que a movimentação de cargas absorve de um a dois terços dos custos logísticos totais.

Para o autor, um serviço de transporte incorre em uma série de custos, tais como: mão de obra, combustível, manutenção, terminais de carga e descarga, rodovias e administrativos. Por tais motivos, deve-se buscar realizar o transporte com o máximo de eficiência.

2.1.1 Gestão de Frotas

Para Novaes (2008) o termo “gestão de frotas” representa a atividade de reger, administrar ou gerenciar um conjunto de veículos pertencentes a uma mesma empresa. Esta tarefa tem ampla abrangência e envolve serviços como: dimensionamento, especificação de equipamentos, roteirização, custos, manutenção e renovação de veículos, entre outros. Além disso, exige a constante absorção de novas tecnologias que permitam melhorar a eficiência e nível de serviços oferecidos. O autor classifica as empresas transportadoras da seguinte forma: autônomos, empresas transportadoras de carga (ETC), transportadores de carga própria (TCP) e empresas locadoras de veículos. Segundo ele, os autônomos detêm boa parte dos caminhões em circulação no Brasil e exercem papel de fundamental importância econômica. Contudo, constituem a parte mais frágil do sistema, carecendo de planejamento operacional e apoio governamental.

As ETC, apesar de mais organizadas e estruturadas, sofrem também muitas dificuldades, principalmente devido à condição inadequada das estradas, falta de planejamento para o setor por parte dos órgãos governamentais e devido a aspectos operacionais. As transportadoras de carga própria, por sua vez, têm operações semelhantes às ETC, uma vez que realizam: manutenção, treinamento de recursos humanos, renovação de frotas e equipamentos, especificação de veículos, dimensionamento e controle de frotas, entre outros. Além disso, as TCP diferenciam-

se por aspectos operacionais como: receitas, *marketing*, clientela, logística, etc. As empresas locadoras de veículos, por sua vez, dispõem de frotas de caminhões para locação. Elas são utilizadas para suprir, em diversos casos, as necessidades esporádicas ou sistemáticas por veículos, facilitando a gestão de frotas de outras empresas.

Diante de tais empresas com diferentes necessidades, verifica-se uma carência de ferramentas ou sistemas computacionais capazes de, a um custo acessível, ajudar as transportadoras a planejar e a executar suas operações. Por outro lado, verifica-se que os avanços na área de informática, telecomunicação, sensoriamento remoto, etc. são relativamente recentes e estão sendo absorvidos lentamente pelos transportadores. Estes, por falta de conhecimento, muitas vezes não utilizam nenhum tipo de ferramenta que auxilie na sua gestão de frotas. Em outros casos, existe insegurança ou resistência para incluir alterações em uma sistemática de trabalho que vem sendo adotada, com resultados, há certo tempo. De qualquer modo, sabe-se que o gerenciamento de frotas em tais empresas possui naturalmente elevada complexidade devido ao número de variáveis envolvidas.

2.2 PESQUISA OPERACIONAL

A Pesquisa Operacional (PO) é a ciência que trata de problemas de decisão por meio de modelos matemáticos que visam representar problemas reais (ARENALES *et al.*, 2007). Segundo Hillier (2006), a PO envolve a “pesquisa sobre operações”, sendo aplicada a problemas das mais distintas áreas, como: manufatura, transportes, construção, telecomunicações, planejamento financeiro, assistência médica, militar, serviços públicos e outros.

Segundo Arelanes *et al.* (2007), a origem da PO se deu no início das atividades militares da Segunda Guerra Mundial. Em 1934, ocorreu na Inglaterra a invenção do radar, e o Ministério da Aviação criou uma estação de trabalho para estudar como esta tecnologia poderia ser utilizada para interceptar aviões inimigos. Em 1941, foi inaugurada a Seção de Pesquisa Operacional da Força Aérea de Combate com equipes envolvidas em problemas de operações de guerra, como: manutenção e inspeção de aviões, escolha do tipo de avião para uma missão,

melhoria na probabilidade de destruição de submarinos, dimensionamento de comboios de frotas, entre outros.

Com o fim da guerra, a área continuou evoluindo na Inglaterra e EUA. O rápido crescimento ocorrido desde então é atribuído por Arenales *et al.* (2007) a dois fatores: o aprimoramento técnico resultante das intensas pesquisas realizadas durante a guerra e o desenvolvimento dos computadores, que passaram a ter maior capacidade de processamento para resolver problemas complexos.

Hillier (2006), Arelanes *et al.* (2007) e Lachtermacher (2009) apresentam em seus trabalhos algumas fases similares para a resolução de problemas através da PO. Uma adaptação de tais modelos pode ser resumida pela Figura 6. Como se trata de um processo cíclico, pode-se retroceder a níveis anteriores quando algum problema for detectado (LACHTERMACHER, 2009).

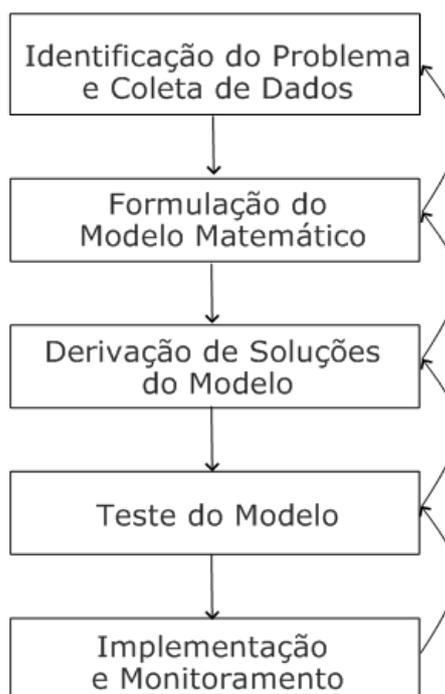


Figura 6: Fases do Processo de Resolução de Problemas de PO.
Fonte: Adaptado de Hillier (2006), Arelanes *et al.* (2007) e Lachtermacher (2009).

Para os autores, a primeira etapa é a mais crítica, uma vez que sua má definição acarretará em falhas até o final do processo. Segundo Hillier (2006), ela deve deixar claro quais são os objetivos, restrições, qual a relação entre a área a ser estudada e as outras áreas da organização, quais os possíveis limites alternativos, limites de tempo para tomada de decisão, etc.

Para Arelanes *et al.* (2007), a fase de formulação do modelo matemático consiste na formulação do problema em uma forma conveniente para análise. É comum que esta etapa exija simplificações do problema real para que seja tratável pelos métodos de resolução conhecidos. Entretanto, é necessário que tais simplificações não afetem a captação dos elementos essenciais do problema. Segundo o autor, a qualidade da solução depende da precisão com o que o modelo representa o problema e da qualidade dos dados.

Na fase de derivação de soluções do modelo objetiva-se encontrar uma solução para o modelo construído. Usualmente, desenvolve-se um procedimento computacional para tal, devido à necessidade de grande volume de processamento. Na maioria dos casos a solução buscada é aquela chamada ótima, que consiste na melhor solução para o modelo. Entretanto, deve-se analisar a viabilidade da busca por tal solução ótima. Quando o custo ou o tempo necessários para encontrá-la são demasiadamente grandes, são usados procedimentos heurísticos que fornecem soluções aproximadas (HILLIER, 2006).

O processo de teste do modelo visa aumentar a validade do modelo por meio da verificação de compatibilidade entre as soluções apresentadas e a realidade. Para Arelanes *et al.* (2007), deve-se verificar o resultado de soluções alternativas, ou seja, aquelas em que alteram-se dados do problema como: demanda, custos, etc.

Por fim, a fase de implementação e monitoramento consiste de uma fase crítica que visa garantir que a solução do modelo seja traduzida precisamente em um procedimento operacional, retificando quaisquer falhas por meio do monitoramento. Arelanes *et al.* (2007) salientam que os modelos apoiam os tomadores de decisão mas não os substituem, uma vez que, em geral, diversos outros fatores não quantificáveis também devem ser levados em consideração para a decisão final.

Segundo Goldberg (2005), o processo de modelagem matemática utilizado no processo de resolução de problemas sofre poucas variações, entretanto as técnicas de solução de tais modelos costumam variar bastante. Algumas destas técnicas são: Programação linear, programação linear inteira, programação em redes e programação não linear. Este trabalho é voltado para um modelo matemático de programação linear inteira.

2.3 PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA

Segundo Hillier (2006) em um modelo de programação linear (PL), é dado um conjunto de variáveis, chamadas de variáveis de decisão, às quais objetiva-se atribuir valores reais de modo que satisfaçam um conjunto de equações e/ou inequações lineares (restrições), visando otimizar determinada função objetivo linear. Neste sentido, o termo otimizar é utilizado para representar as possibilidades de maximizar ou minimizar a função objetivo.

Para o autor, embora a alocação de recursos para atividades seja o tipo de problema mais comum, qualquer problema cujo modelo matemático se encaixe no formato genérico para o modelo de programação linear é um problema deste tipo. Assim, a abrangência de aplicações e o desenvolvimento da computação auxiliaram na classificação da PL como um dos mais importantes avanços científicos do século XX.

Há exemplos de problemas que podem ser formulados como um problema de otimização linear nas mais variadas áreas. Alguns deles são: escala de funcionários, caminho mais curto, árvore de custo mínimo, fluxo de caixa multiperíodo, problema da mistura, produção e estoque, escolha da carteira de investimentos, composição de: rações, ligas metálicas e areias para filtros, *mix* de produção, caixeiro viajante, designação, etc (HILLIER, 2006; ARELANES *et al.*, 2007, LACHTERMACHER, 2009).

Segundo Goldberg (2005), todo modelo de programação linear deve possuir as seguintes características:

- Proporcionalidade: a quantidade do recurso consumida por uma dada atividade deve ser proporcional ao nível dessa atividade na solução final do problema, bem como ao custo desta.
- Não negatividade: o desenvolvimento de atividades e o consumo de recursos devem ocorrer sempre em níveis não negativos.
- Aditividade: o custo total consiste na soma das parcelas associadas a cada atividade.
- Separabilidade: pode-se identificar de forma separada o custo (ou consumo de recurso) específico das operações de cada atividade.

A programação linear inteira (PLI) herda todas as características mencionadas da programação linear, porém com a restrição de que algumas ou todas as variáveis devem ter valores inteiros. Define-se o problema como programação inteira mista quando apenas algumas variáveis devem ser inteiras e programação inteira pura quando a restrição é para todas as variáveis (TAHA, 2007).

A solução ótima de problemas de PL pode ser obtida por um método iterativo baseado em ferramentas da álgebra linear, chamado de algoritmo *simplex*. Segundo Goldberg (2005), o algoritmo é simples e eficiente. A sua ideia geral consiste em partir de uma solução viável do sistema de equações que constituem as restrições do problema e utilizar critérios de escolha para identificar novas soluções viáveis, determinando se estas são ou não uma solução ótima.

O presente trabalho embasou-se nos conhecidos problemas de programação linear do Caixeiro Viajante e da Designação para resolução da otimização do escalonamento de veículos para atendimento de pedidos pré-estabelecidos.

2.3.1 Problema da Designação

Um tipo real e comum de problema de programação linear é o conhecido problema de transporte. Segundo Lachtermacher (2009), o problema de transporte básico é aquele em que objetivo é determinar a maneira de distribuir um produto que resultará no menor custo de transporte entre as fábricas e os centros de distribuição. Uma adaptação do problema geral representado em uma rede por Taha (2007) é mostrada na Figura 7. Nela, há m origens e n destinos, cada um representado por um nó. Os arcos representam as rotas que ligam as origens aos destinos. O arco (i, j) , que liga a origem i ao destino j , contém as informações de custo de transporte por unidade (c_{ij}) e quantidade enviada (x_{ij}). A quantidade de oferta na origem i é a_i e a quantidade de demanda no destino j é b_j . O objetivo do problema é determinar as incógnitas x_{ij} que minimizarão o custo total de transporte, ao mesmo tempo em que satisfarão todas as restrições de suprimentos e demanda.

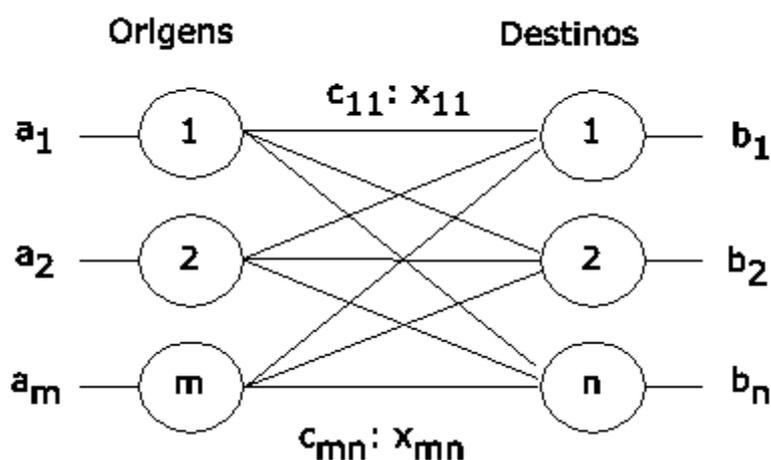


Figura 7: Representação do problema de transporte com nós e arcos
Fonte: Adaptado de Taha (2007)

O Problema da Designação, também conhecido como problema da alocação ou atribuição, é um dos casos mais importantes do problema de transporte, diferenciando-se da formulação original deste por possuir ofertas e demandas unitárias. Para Hillier (2006), o Problema da Designação consiste em um tipo especial de problema de programação linear em que os designados são indicados para a realização de tarefas. Assim, o problema geral de designação com n trabalhadores e n tarefas é representado na Figura 8. Nela, o elemento c_{ij} representa o custo de designar o trabalhador i à tarefa j ($i, j = 1, 2, \dots, n$).

		Tarefa			
		1	2	...	n
Trabalhador	1	c_{11}	c_{12}	...	c_{1n}
	2	c_{21}	c_{22}	...	c_{2n}
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n	c_{n1}	c_{n2}	...	c_{nn}

Figura 8: Problema geral da designação
Fonte: Adaptado de Taha (2007)

Entretanto, segundo Hillier (2006), as designações não precisam necessariamente ser de trabalhadores a tarefas. Há casos de designação de empregados, máquinas, veículos, fábricas ou períodos de tempo a serem destinados

a recursos. Em qualquer um destes casos, para que o problema seja definido como um Problema da Designação é necessário que satisfaça às seguintes hipóteses:

- O número de designados e tarefas é o mesmo;
- Deve-se atribuir a cada designado exatamente uma tarefa;
- Cada tarefa deve ser realizada exatamente por um designado;
- Há um custo associado ao designado i ($i = 1, 2, \dots, n$) executando a tarefa j ($j = 1, 2, \dots, n$) denotado por c_{ij} ;
- O objetivo é determinar como todas as n designações devem ser feitas para minimizar o custo total.

Há casos de aplicações que não satisfazem completamente todas as hipóteses. Nestes, é possível reformular o problema utilizando recursos como a criação de “designados fantasmas” ou “tarefas fantasmas” com custos inviáveis para designação (HILLIER, 2006).

O modelo matemático para o Problema da Designação, dado por Arenales *et al.* (2011) é:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (4)$$

A função objetivo (1) minimiza o custo total de designação de tarefas a agentes. As restrições (2) e (3) garantem que cada tarefa j é executada por um único agente, e que cada agente i executa exatamente uma tarefa. A restrição (4) indica que as variáveis são do tipo binário (as variáveis aceitam apenas os valores 0 ou 1).

Qualquer problema que satisfaça todas essas hipóteses pode ser resolvido com eficiência por algoritmos desenhados especificamente para o Problema da Designação (HILLIER, 2006). O fato de todas as quantidades fornecidas e demandadas serem sempre unitárias levou ao desenvolvimento de um algoritmo de

solução simples denominado Algoritmo Húngaro (TAHA, 2007), que será apresentado na seção 2.4.

2.3.2 Problema do Caixeiro Viajante

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) consiste em um problema que visa encontrar uma rota que inicie em uma cidade, percorra todas as cidades de um conjunto n exatamente uma vez, e retorne à cidade inicial, dispendendo para tal uma distância total mínima. A rota resultante é denominada ciclo Hamiltoniano de custo mínimo (MURTY, 2008).

De acordo com Goldbard (2005), a origem do ciclo hamiltoniano é datada de 1857, ano em que Willian Rowan Hamilton propôs o jogo *Around the World*. Nele, havia um dodecaedro em que cada vértice estava associado com uma cidade importante da época. O desafio do jogo era encontrar uma rota através dos vértices do dodecaedro que iniciasse e terminasse em uma mesma cidade sem nunca repetir uma visita. Em homenagem a Hamilton, uma solução do seu jogo passou a ser denominada de ciclo hamiltoniano.

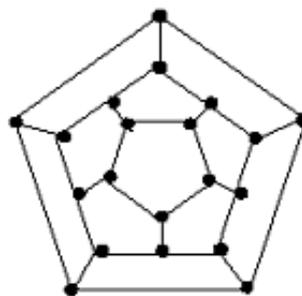


Figura 9: Dodecaedro do jogo de Hamilton
Fonte: GANHOTO (2003)

Atualmente, o Problema do Caixeiro Viajante se estende além da definição clássica de visitas a cidades, sendo aplicado a problemas de programação de operações de máquinas de manufatura, problemas de roteamento de veículos, cortes em chapas de aço e vidro, testes citológicos, fabricação de circuitos integrados, entre outros (GOLDBARG, 2005).

Além da larga aplicabilidade, observa-se que, na literatura, há um elevado número de trabalhos que buscam obter melhores resultados na resolução do PCV devido ao fato de que este é um problema *NP-Completo*.

Segundo Goldberg (2005), existem várias formulações para o PCV, sendo muitas delas consideradas canônicas, tanto pela vasta difusão como pela forma peculiar como caracterizam o problema. Dentre elas, destaca-se na literatura a formulação de Dantzig-Fulkerson-Johnson (DFJ), como segue:

Objetiva-se:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \quad (5)$$

Sujeito a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad \forall j \in N \quad (7)$$

$$\sum_{i,j \in S} x_{ij} \leq |S| - 1 \quad \forall S \subset N \quad (8)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N \quad (9)$$

Aonde a variável binária x_{ij} assume valor 1, se o arco $(i, j) \in A$ for escolhido para integrar a solução, e O caso contrário. S é um subgrafo de $G = (N, A)$, em que $|S|$ representa o número de vértices desse subcircuito.

Observa-se que a função objetivo (5) e as restrições (6), (7) e (9) definem um modelo de designação normal. Já a restrição (8) determina a eliminação dos subcircuitos. Para cada subcircuitos possível é necessário uma restrição do tipo (8), gerando-se assim o número de $O(2^n)$ restrições, destacando a natureza combinatória do problema.

Para exemplificar, consideram-se 5 cidades ligadas entre si por rotas de duas vias, representadas pelos arcos:

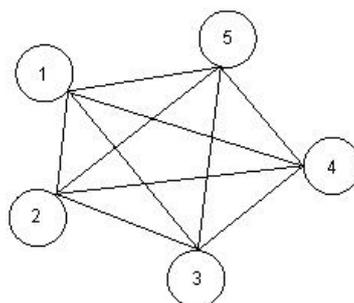


Figura 10: Exemplo de problema de designação com 5 cidades
Fonte: Adaptado de Taha (2008)

Se a solução ótima do modelo da designação produzir um circuito, como o da Figura 11, então esta também será uma solução para o PCV. Caso contrário, se a solução da designação for a mostrada na Figura 12, então a restrição (8) deverá ser considerada e outro procedimento deverá ser executado para eliminar os subcircuitos. Usualmente, tal procedimento é o algoritmo *Branch and Bound* (B&B). Nele, são impostas restrições até que todos os subcircuitos sejam eliminados. O algoritmo B&B será detalhado na seção 2.5.

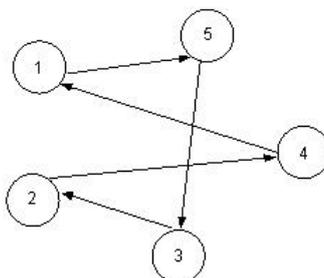


Figura 11: Exemplo de solução da designação com circuito
Fonte: Adaptado de Taha (2008)

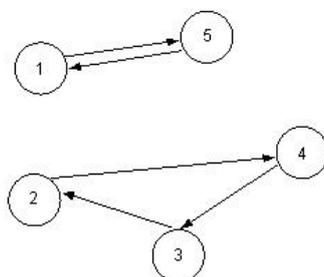


Figura 12: Exemplo de solução da designação com subcircuitos
Fonte: Adaptado de Taha (2008)

Outra observação pode ser feita a respeito do exemplo da Figura 10. Nela, considerou-se que as cidades estão ligadas entre si por rotas de duas vias. Isso significa que o mesmo arco pode ser utilizado para representar o trajeto da cidade 1

para a cidade 2 e da cidade 2 para a cidade 1, por exemplo. Casos em que é possível afirmar que $c_{ij} = c_{ji}$ para todo i e todo j , são chamados de problemas simétricos. Tais problemas são comuns em áreas como: manufatura de circuitos, programação da produção, telecomunicação e sequenciamento de DNA (SOUSA, 2008).

Quando se verifica que a matriz de custos apresenta $c_{ij} \neq c_{ji}$, denomina-se o problema como Caixeiro Viajante Assimétrico, como é o caso do problema a ser tratado no presente trabalho de conclusão de curso, já que os custos do veículo carregado e vazio são diferentes.

Goldberg (2005) descreve ainda outros seguintes problemas correlatos: PCV com janelas de tempo, PCV com múltiplos caixeiros viajantes, PCV com coleta, PCV com bônus, PCV seletivo, PCV estocásticos, PCV com custos dependentes do tempo, entre outros.

2.4 ALGORITMO HÚNGARO

O Método Húngaro é um método de otimização utilizado para resolução de diversos problemas práticos de alocação de tarefas. Com ele, encontra-se de forma eficiente uma solução ótima para o Problema da Designação, sem precisar fazer uma comparação direta de cada opção (RENDER, 2010). Para a resolução do Algoritmo Húngaro é necessária uma matriz com os custos associado à designação de uma tarefa a um recurso. Trata-se de uma matriz quadrada $n \times n$, em que cada elemento c_{ij} consiste no custo de atribuir a tarefa i ao agente j .

Silva *et al.*(1998) e Render(2010) definem as principais etapas do Método Húngaro por:

- Etapa 1: Em cada linha, subtrair o menor elemento dela de todos os números da mesma. Fazer o mesmo com as colunas. Assim, em cada linha e cada coluna haverá no mínimo um elemento nulo.
- Etapa 2: Testar a tabela resultante da Etapa 1 para verificar se uma atribuição ótima pode ser feita. Para tal, traça-se o número mínimo de retas horizontais ou verticais necessárias para cobrir todos os zeros na tabela. Se o número de retas for igual ao número de linhas ou colunas na

tabela, uma atribuição ótima pode ser realizada. Se o número de retas for menor que o número de linhas ou colunas, deve-se prosseguir para a Etapa 3.

- Etapa 3: Deve-se subtrair o menor número não coberto de todos os outros números não cobertos. Esse menor número é também adicionado a todos os números que estão na interseção das retas horizontais e verticais. Depois, retorna-se à Etapa 2 e repete-se o ciclo até que uma atribuição ótima seja possível.

Um exemplo de aplicação do Algoritmo Húngaro é dado quando se tem uma matriz de custos como a da Tabela 6 (conjunto de $j = 1, 2, 3, 4$ origens que devem ser alcançadas a partir de $i = 1, 2, 3, 4$ destinos) e objetiva-se minimizar o somatório dos custos c_{ij} , $1 \leq i, j \leq 4$, para que cada origem seja alcançada por exatamente um destino e que cada destino alcance exatamente uma origem.

Tabela 6 - Exemplo de matriz inicial para Algoritmo Húngaro

	D1	D2	D3	D4
O1	10	20	15	16
O2	14	12	13	18
O3	10	16	19	15
O4	14	12	13	15

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Após a subtração do menor elemento de cada linha obtém-se a Tabela 7:

Tabela 7 - Matriz após subtrair menor elemento de cada linha

	D1	D2	D3	D4
O1	0	10	5	6
O2	2	0	1	6
O3	0	6	9	5
O4	2	0	1	3

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Após a subtração do menor elemento de cada coluna obtém-se a Tabela 8:

Tabela 8 - Matriz após subtrair menor elemento de cada coluna

	D1	D2	D3	D4
O1	0	10	4	3
O2	2	0	0	3
O3	0	6	8	2
O4	2	0	0	0

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Após traçar número mínimo de retas para cobrir todos os zeros obtém-se a Tabela 9:

Tabela 9 - Matriz após Etapa 2 do Algoritmo Húngaro

	D1	D2	D3	D4
O1	0	10	4	3
O2	2	0	0	3
O3	0	6	8	2
O4	2	0	0	0

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Após a Etapa 2, verifica-se que o número de retas traçadas é menor que o número de linhas, então deverá ser executada a Etapa 3. Verifica-se que o menor elemento não coberto é o 2. Assim, a matriz ao final da Etapa 3 é:

Tabela 10 - Matriz após Etapa 3 do Algoritmo Húngaro

	D1	D2	D3	D4
O1	0	8	2	1
O2	4	0	0	3
O3	0	4	6	0
O4	4	0	0	0

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Com a atualização da matriz, verifica-se que o número mínimo de retas a serem traçadas para cobrir todos os zeros é 4, equivalente ao número de linhas da matriz, como mostra a Tabela 11.

Tabela 11 – Executando-se novamente a Etapa 2 do Algoritmo Húngaro

	D1	D2	D3	D4
O1	0	8	2	1
O2	4	0	0	3
O3	0	4	6	0
O4	4	0	0	0

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

Assim, a seguinte designação ótima poderá ser feita, conforme mostra a Tabela 12:

Tabela 12 - Matriz resultante do Algoritmo Húngaro

	D1	D2	D3	D4
O1	0	8	2	1
O2	4	0	0	3
O3	0	4	6	0
O4	4	0	0	0

Fonte: Adaptado de Silva (1998)

O custo mínimo total será dado pela soma dos custos de cada designação:

$$10+12+13+15 = 50$$

Nota-se que a designação ótima é dada pela escolha das células de valor zero de forma de exatamente uma célula seja escolhida em cada linha e em cada coluna.

A designação ótima será:

D1 é alcançada por O1;

D2 é alcançada por O2;

D3 é alcançada por O4;

D4 é alcançada por O3.

2.5 ALGORITMO *BRANCH AND BOUND*

A classe de algoritmos do tipo *Branch and Bound* (B&B), também denominada de ramificação e avaliação progressiva, baseia-se, segundo Machado (2013), em enumerar todas as soluções viáveis de um problema em uma estrutura

de árvore de decisão, percorrendo os ramos desta de forma sistemática e evitando aqueles que levam a soluções inviáveis ou piores que as já encontradas. Para Goldberg (2005), o termo *branch* refere-se ao fato de que são efetuadas partições (ramificações) no espaço das soluções. Caso apenas a etapa de *branch* fosse seguida, para n variáveis binárias, 2^n ramos deveriam ser explorados. Assim, o tempo computacional para problemas de grande porte seria inviável. Desta forma, utiliza-se a estratégia de poda (*bound*), que avalia se o ramo será ou não ramificado novamente por meio da determinação de limites para os valores das soluções de cada ramo e opção, a cada iteração, pelo ramo que ofereceu a melhor solução. A busca realizada na árvore de decisão pode ser do tipo largura ou profundidade, o valor do limite superior é obtido por soluções heurísticas para o problema e o limite inferior é encontrado por soluções do problema relaxado.

Para um problema de minimização, se um ramo tiver o valor do limite inferior maior que o valor de uma solução heurística conhecida, então a solução ótima do problema não poderá estar em um descendente desse nó, e este ramo não sofrerá mais ramificações. O método deixa, então, de examinar grande parte das soluções e contribui para acelerar a obtenção da solução ótima. (MACHADO, 2013).

Para Machado (2013), dentre outros exemplos de ramificação, há aquele em que, para cada aresta $e \in E$, consideram-se dois subproblemas: um em que a aresta está na solução ($x_e = 1$) e outro em que ela não está ($x_e = 0$). Esse método é o que foi utilizado no presente trabalho.

É comum encontrar na literatura a aplicação deste método em problemas de programação linear inteira. Nestes, mesmo exigindo-se que todas as variáveis de decisões recebam respostas inteiras, o método começa com a solução do problema relaxado na qual são permitidos valores não inteiros como resultado. Se as variáveis são inteiras, essa solução é ótima também para o problema inteiro. Se as variáveis não são inteiras, a região viável é dividida, e adicionam-se restrições que limitam o valor de uma das variáveis que não era inteira, originando dois novos ramos. Com estes, são feitos testes de avaliação que escolhem um dos ramos para continuar dividindo, enquanto o outro é descartado (RENDER, 2010). Um exemplo pode ser dado para o seguinte problema de programação linear inteira:

$$\text{Maximizar } Z = 5x_1 + 4x_2$$

Sujeito a :

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

$$10x_1 + 6x_2 \leq 45$$

$$x_j \in \mathbb{Z}$$

A solução para o problema relaxado (que elimina a restrição $x_j \in \mathbb{Z}$) é:

$$Z = 23,75$$

$$x_1 = 3,75$$

$$x_2 = 1,5$$

Verificando-se que as duas variáveis de decisão apresentaram valores não inteiros, pode-se escolher arbitrariamente a variável x_1 para ramificar. Assim, para o valor de 3,75, criam-se dois novos ramos. No primeiro deles (ramo 1), adiciona-se ao problema relaxado a restrição: $x_1 \leq 3$. Ao segundo (ramo 2), adiciona-se ao problema relaxado a restrição: $x_1 \geq 4$. O ramo 1 apresenta a seguinte solução viável (solução que atende a todas as restrições), e não será ramificado novamente:

$$Z = 23$$

$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 2$$

O ramo 2, por sua vez, apresenta a solução:

$$Z = 23,33$$

$$x_1 = 4$$

$$x_2 = 0,833$$

Como o ramo 1 encontrou uma solução viável, ele não será ramificado. O ramo 2, por sua vez, deverá ser ramificado pois apresentou valor para Z maior que o ramo 1 (para problemas de minimização escolhe-se o Z de menor valor). Para o valor de 0,833, criam-se dois novos ramos. No primeiro deles (ramo 3), adiciona-se a restrição: $x_2 \leq 0$. Ao segundo (ramo 4), adiciona-se a restrição: $x_2 \geq 1$. Desta forma, novas avaliações e ramificações serão efetuadas com o objetivo de encontrar uma solução melhor que a solução viável já encontrada. Dentre todas as soluções viáveis encontradas, aquela que apresente o maior valor (para problemas de maximização) para Z , será a solução ótima.

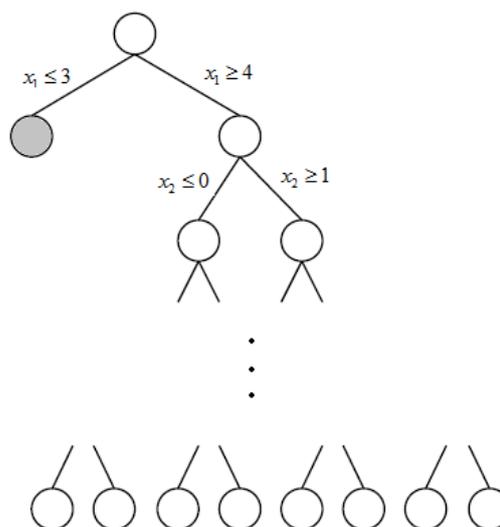


Figura 13: Exemplo de árvore de decisão do algoritmo B&B
Fonte: Adaptado de Machado (2013)

2.6 TEORIA DOS GRAFOS

Para Gusmão (2003), todo conjunto de elementos entre os quais existam relacionamentos binários de qualquer natureza pode ser considerado um grafo. Segundo Goldberg (2000), tal conjunto visa a representação de uma estrutura de abstração. A notação matemática tipicamente emprega os símbolos $G = (V, E)$ para representar um grafo simples G constituído de um conjunto V de vértices e um conjunto E de arestas. O número de vértices do grafo é normalmente denotado por $n = |V|$, e o de arestas por $m = |E|$. Os símbolos v_i , $1 \leq i \leq n$ designam, usualmente, os vértices, enquanto os pares (v_i, v_j) descrevem as arestas (GUSMÃO, 2003).

Os grafos estudados no desenvolvimento deste trabalho apresentaram as seguintes características:

- a. Completo: Para Nascimento (2010), se houver arestas entre quaisquer dois vértices de um grafo, então este será completo.
- b. Orientado: Segundo Gusmão (2003), grafos cujas arestas possuem orientação bem definida, representada por setas, são chamados de digrafos. Nestes, cada aresta é dita aresta de saída de seu vértice-origem e de entrada com relação a seu vértice-destino. Caso a orientação não seja definida, denomina-se de grafo simples. Neste, cada

aresta é simplesmente incidente a dois vértices e ambas têm a função de representar sua interdependência.

- c. Ponderado: Segundo Nascimento (2010), grafos ponderados são grafos que possuem um valor associado a cada aresta.
- d. Fortemente Conexo: Segundo Harary *apud* Gusmão (2003), um grafo direcionado (digrafo) é fortemente conexo se existe um caminho de u para v e também um caminho de v para u , para todo par de vértices u, v .
- e. *Subgrafos*: Manic (2006) define que um grafo H é um *subgrafo* de um grafo G se $V_H \subseteq V_G$ e $E_H \subseteq E_G$.

2.6.1 Busca em Grafos

Busca em grafos é um procedimento metódico que visa explorar todos os vértices e arestas de um grafo.

Para Figueiredo e Figueiredo (2010), a busca em grafos visa descobrir se existe caminho (aresta) entre dois vértices. Para tal, evita explorar vértices já explorados, identificando-os como: *descoberto* ou *explorado*. É considerado vértice *descoberto* aquele que está sendo visitado pela primeira vez, e *explorado* aquele no qual todas as arestas incidentes já foram exploradas e vizinhos descobertos.

Existem basicamente duas formas de estabelecer a ordem de exploração de um grafo: a busca em profundidade e a busca em largura.

A busca em largura é um algoritmo simples, sem camadas, de complexidade linear (mesma ordem de grandeza do tempo necessário para ler o grafo), que percorre um grafo utilizando o princípio de uma fila, ou FIFO (*first in, first out*). Para tal, os vértices adjacentes são definidos em uma matriz de adjacência. Segundo Tenenbaum (1995) a matriz de adjacência consiste de uma matriz M de ordem $|V| \times |V|$, dado um grafo $G = (V, E)$, tal que:

$$M[i, j] = 1, \text{ se existir aresta de } i \text{ a } j .$$

$$M[i, j] = 0, \text{ se não existir aresta de } i \text{ a } j .$$

O seguinte pseudocódigo é proposto por Figueiredo e Figueiredo (2010) para a busca em largura:

1. Desmarcar todos os vértices;

2. Definir uma fila Q vazia;
3. Marcar s e inserir s na fila Q ;
4. Enquanto Q não estiver vazia:
 - a. Retirar v de Q ;
 - b. Para todo vizinho w de v faça:
 - i. Se w não estiver marcado;
 - ii. Marcar w ;
 - iii. Inserir w em Q .

Por exemplo, dada a seguinte matriz de adjacências $M[5][5]$:

Tabela 13 - Matriz de adjacências

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	1	0	1	0	1
3	0	0	0	1	0
4	1	0	0	0	1
5	0	1	0	0	0

Fonte: Autoria Própria (2014)

A partir desta, o grafo da Figura 14 pode ser estruturado. Nas Figuras 15 a 19, os vértices *descobertos* são sombreados em azul e os *explorados* em verde.

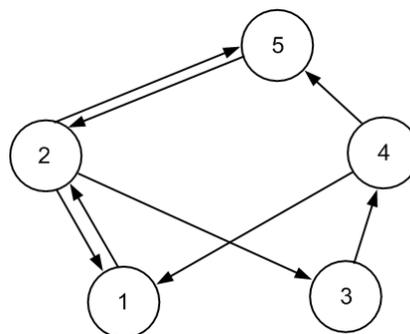


Figura 14: Exemplo de grafo para busca em largura
Fonte: Autoria Própria (2014)

Considerando o vértice 1 como a raiz, o mesmo terá todos os seus vizinhos mapeados. O único vizinho do vértice 1 é o vértice 2. Assim, o vértice 1 passa a ser do tipo *explorado* e o vértice 2 do tipo *descoberto*, como mostra a Figura 15.

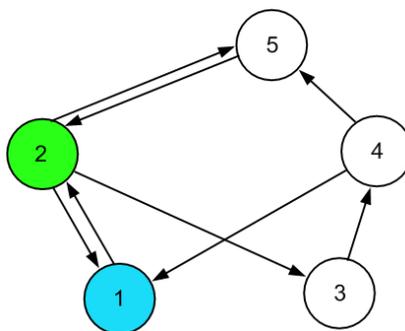


Figura 15: Exemplo de busca em largura (vértice 1 explorado)
 Fonte: Autoria Própria (2014)

Os vizinhos do vértice 2 são os vértices: 1, 3 e 5. Como mostra a Figura 16, Após o mapeamento dos vizinhos, o vértice 2 é considerado *explorado* e o seu vizinho, vértice 3, é o novo *descoberto*, uma vez que o vértice 1 não pode ser escolhido, pois é *explorado*.

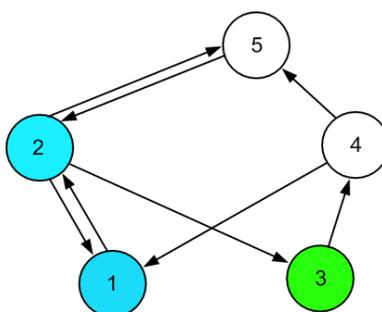


Figura 16: Exemplo de busca em largura (vértice 2 explorado)
 Fonte: Autoria Própria (2014)

O vértice 3 contém apenas uma aresta que vai para o vértice 4, ainda não explorado. Sendo assim, o vértice 3 passa a ser um *explorado* e analisam-se os vizinhos do vértice 4, o novo *descoberto*. O resultado pode ser visualizado na Figura 17.

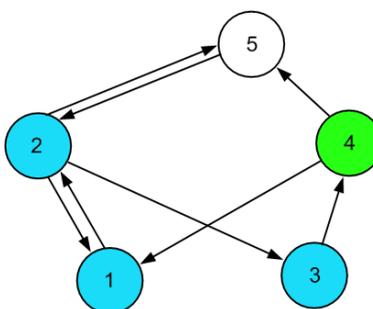


Figura 17: Exemplo de busca em largura (vértice 3 explorado)
 Fonte: Autoria Própria (2014)

Os vizinhos do vértice 4 são o vértice 1 e 5. Como o primeiro já é um vértice *explorado*, escolhe-se o vértice 5 como *descoberto*, como mostra a Figura 18.

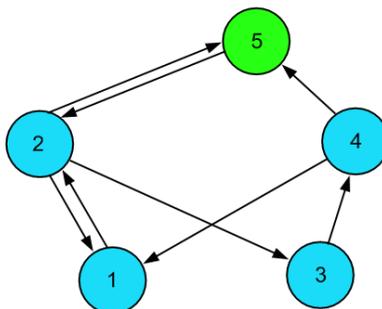


Figura 18: Exemplo de busca em largura (vértice 4 explorado)
 Fonte: Autoria Própria (2014)

O vértice 5 tem como único vizinho o vértice 2, que já foi explorado, e nada pode ser feito. Uma vez que todos os vizinhos do vértice 5 são vértices *explorados*, este também passa a ser deste tipo e o algoritmo é finalizado, como mostra a Figura 19.

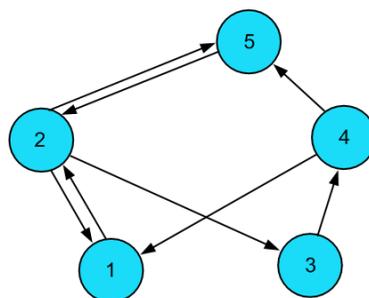


Figura 19: Exemplo de busca em largura (vértice 5 explorado)
 Fonte: Autoria Própria (2014)

O algoritmo da busca em profundidade é bastante similar ao da busca em largura, entretanto, no percurso em profundidade, cada nó visitado é colocado em uma pilha. Assim, o último nó visitado é o primeiro nó cujos sucessores serão visitados (TENENBAUM, 1995).

3 RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ESCALONAMENTO DE VEÍCULOS PARA PEDIDOS PRÉ-ESTABELECIDOS

A otimização a ser apresentada neste trabalho consiste na solução do problema de escalonamento de veículos para atendimento de pedidos pré-estabelecidos com a minimização da variável *Custo_total*.

Para tal, inicialmente definiu-se que o objetivo do trabalho seria desenvolver um algoritmo que encontrasse o custo mínimo para se designar n veículos a m pedidos. Idealizou-se que poderia ser utilizado o conhecido Problema da Designação. Este, entretanto, possui uma restrição que exige que $n = m$. Para o problema a ser tratado, verificou-se que, na maioria das aplicações reais, o valor de m seria superior ao de n . Para solucionar o não atendimento de tal restrição, alguns autores indicam a criação de veículos fictícios (neste caso, em que o elemento a ser atribuído é o veículo) com custos de designação consideravelmente elevados, o que faria com que os mesmos não fossem escolhidos para integrar a solução ótima. Verificou-se que tal resolução seria inviável, uma vez que, principalmente para o transporte rodoviário, muitas vezes as empresas necessitam que uma mesma carreta atenda a vários pedidos, o que faz com que m seja muito superior a n . Assim, seria necessária a construção de uma matriz de ordem elevada que dispendesse grande volume de memória computacional, sendo que a maior parte desta seria ocupada com valores fictícios cuja única função seria eliminar as designações da solução ótima.

Assim, uma nova abordagem passou a ser investigada. Verificou-se que, para um pedido m , havia uma origem O_m e um destino D_m , e que o percurso entre eles seria obrigatoriamente realizado. Uma vez que, após cumprir o pedido m , o veículo estará em D_m , a decisão a ser feita consiste em designar uma origem O_{m+1} a ser alcançada pelo veículo que está em D_m . Note que a escolha do próximo pedido a ser atendido é a única variável do problema e que é a responsável pelas diferenças no custo final.

Realizou-se então a relaxação do Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico, transformando-o em um Problema da Designação cujo enunciado é:

Enunciado 1: “Dado um conjunto de j origens que devem ser alcançadas a partir de i destinos, objetiva-se minimizar o somatório dos custos c_{ij} para que cada

origem seja alcançada por exatamente um destino e que cada destino alcance exatamente uma origem”.

A formulação matemática do mesmo tem a seguinte função objetivo:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \quad (10)$$

Sujeito às restrições:

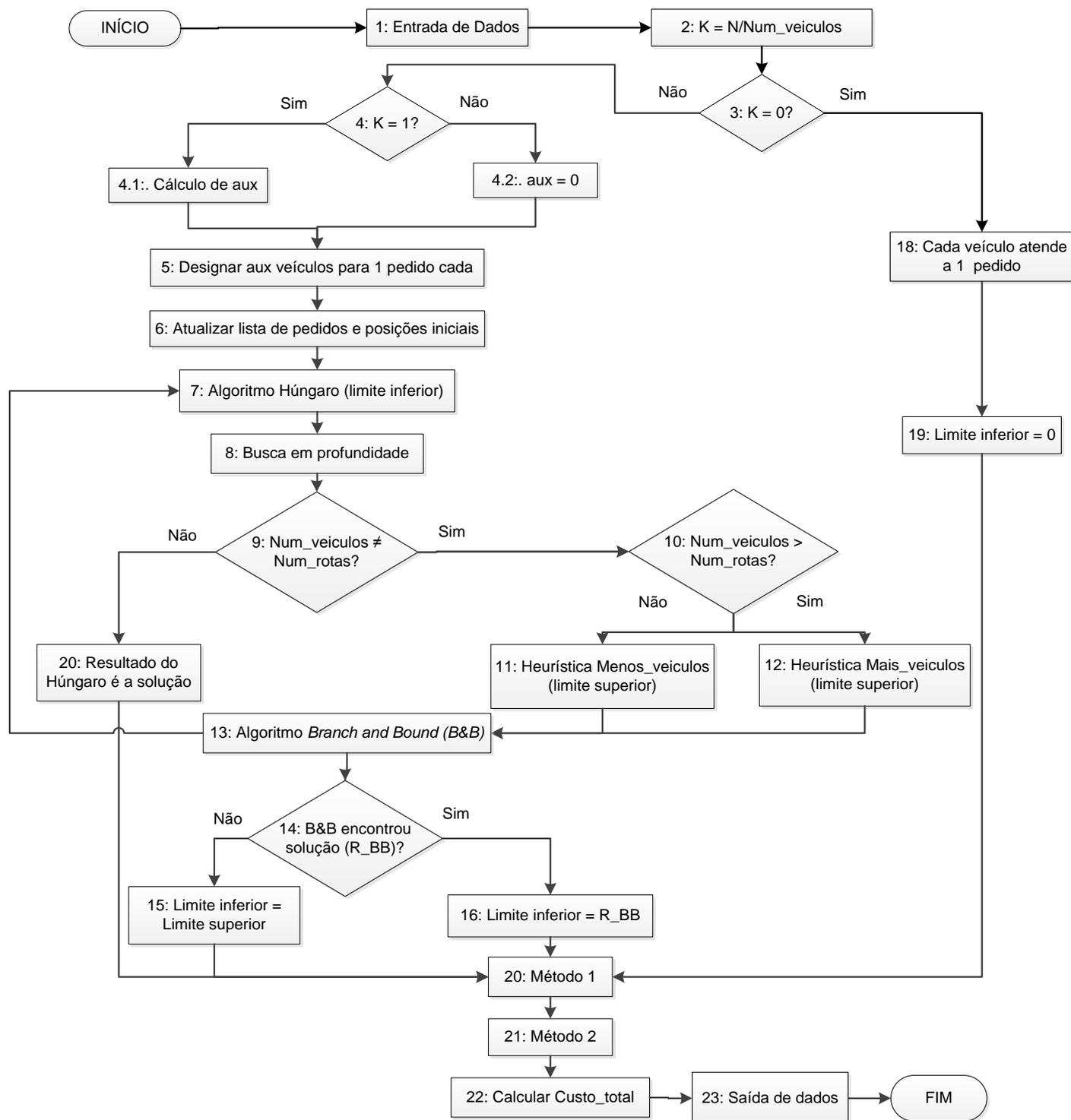
$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (13)$$

Aonde a variável binária da restrição (13) indica se a designação será realizada (recebe valor 1) ou não (recebe valor 0). A restrição (11) evita que o mesmo destino seja designado a mais de uma origem e a restrição (12) evita que a mesma origem seja alcançada por mais de um destino.

As etapas de resolução adotadas no algoritmo implementado são apresentadas no Fluxograma 1. A seguir, os passos de maior importância apresentados no Fluxograma 1 serão detalhados, para melhor compreensão do método desenvolvido.



Fluxograma 1: Etapas de resolução do algoritmo
Fonte: Autoria Própria (2014)

1. Entrada de Dados:

Sabe-se que a linguagem de programação C não contém nenhum comando de E/S, sendo todas as operações deste tipo decorrentes de chamadas a funções de bibliotecas padrão da linguagem. Tal construção torna-a altamente poderosa e flexível, permitindo-se ler e escrever qualquer tipo de dados. O sistema de E/S em C provê um nível de abstração entre o programador e o dispositivo que é utilizado para E/S. Tal abstração denomina-se *stream* e o dispositivo real é o arquivo. Um *stream* pode ser do tipo binário ou texto (SCHILDT, 1995).

O presente trabalho utilizará como entrada de dados dois arquivos do tipo texto. O primeiro deles é denominado “pedidos.txt” e tem a estrutura apresentada na Figura 20:

```

10
3 11
1 7
1 11
2 16
0 8
1 19
0 5
1 4
2 19
2 5
4
8 6 2 1

```

Figura 20 - Exemplo da entrada de dados "pedidos.txt"
Fonte: Autoria Própria (2014)

Neste, o primeiro valor apresentado (10) indica o número de pedidos a serem atendidos. A matriz de ordem 10 x 2 que inicia na próxima linha contém os 10 pares de valores que representam as origens e destinos de cada pedido. O primeiro deles, por exemplo, é o pedido cuja origem é a 3 e o destino é o 11. O valor 4, visualizado abaixo da matriz, representa o número de veículos disponíveis (*Num_veiculos*). O vetor abaixo dele é um vetor que contém a posição inicial de cada um dos veículos, correspondente a algum ponto de destino de pedidos anteriores já atendidos, onde o veículo concluiu uma rota.

A outra entrada é a “custos.txt”. A figura a seguir exemplifica o formato da entrada:

```

4 10
62 60 56 98 40 10 70 39 63 51
72 19 67 72 29 37 44 59 99 20
105 23 75 44 33 106 43 67 20 93
46 81 30 33 81 36 43 74 40 75
10 14 43 10
29 14 50 53
76 28 31 71
20 11 27 38
66 15 53 60
54 28 44 54
22 33 53 18
19 76 18 64
54 75 74 24
73 43 62 52

```

Figura 21 - Exemplo da entrada de dados "custos.txt"
Fonte: Autorial Própria (2014)

O primeiro par de valores informado nesta entrada corresponde ao número de origens (4) e de destinos (10) da transportadora. A matriz de dimensões 4 x 10 que segue possui como linhas as origens dos pedidos e como colunas os destinos destes. Assim, cada elemento corresponde ao custo para percorrer, com o veículo carregado, os trechos entre as origens e destinos dos pedidos. Esta matriz é denominada de *M_cheio*. A próxima matriz, de dimensões 10 x 4, é denominada *M_vazio* e contém os custos para percorrer, com o veículo descarregado, os trechos entre o destino de um pedido até a origem do próximo pedido, para todos os pedidos, origens e destinos.

O Quadro 1 mostra as variáveis resultantes da leitura da entrada de dados:

Descrição	Variável
Número de pedidos	<i>N</i>
Pedidos	<i>Pedidos [N][2]</i>
Número de destinos	<i>Num_destinos</i>
Número de origens	<i>Num_origens</i>
Custos de veículo cheio	<i>M_cheio[Num_origens][Num_destinos]</i>
Custos de veículo vazio	<i>M_vazio[Num_destinos][Num_origens]</i>
Número de veículos	<i>Num_veiculos</i>
Posição inicial dos veículos	<i>Pos_veiculos [Num_veiculos]</i>

Quadro 1 - Variáveis Resultantes da leitura da entrada de dados
Fonte: Autorial Própria (2014).

2. Cálculo de K:

Inicialmente, utiliza-se a aritmética de inteiros em linguagem C para calcular o valor inteiro resultante da razão entre o número de pedidos e o número de veículos disponíveis. Tal resultado é armazenado na variável K . Este cálculo é necessário para que se designe veículos para atender um único pedido nos casos em que não há pedidos suficientes para que cada veículo atenda pelo menos 2 pedidos.

3. Teste de $K = 0$?:

O primeiro teste realizado refere-se à variável K calculada na etapa anterior. Caso K seja zero, determina-se que cada veículo deverá atender a um único pedido (18) e o limite inferior será zero (19).

4. Teste de $K = 1$?:

Caso K seja igual a 1, significa que o sistema deverá obrigar alguns caminhões a atender um único pedido pois, do contrário, a heurística *Mais_veículos* terá de utilizar uma designação de custo infinito para conseguir cumprir todos os pedidos. Assim, será calculado o valor da variável aux , que indicará o número de veículos que atenderão a um único pedido.

5. Designar aux veículos para 1 pedido cada:

Caso o valor de K seja maior que 1, então nenhum veículo atenderá a apenas um pedido. Caso contrário, a variável aux será calculada por:

$$aux = Num_veiculos - (n \% Num_veiculos)$$

Aonde a variável aux corresponde ao número de veículos que atenderá ao apenas um pedido.

7. Algoritmo Húngaro (limite inferior):

O Algoritmo Húngaro foi utilizado para determinar a designação ótima de origens a destinos com uma relaxação do problema real, pois não há nenhuma restrição quanto ao número de rotas da solução ótima. No problema real o número de rotas deverá ser igual ao número de veículos.

Um exemplo de solução dada pelo Algoritmo Húngaro é representado em um grafo por meio da Figura 22, na qual as setas direcionadas das origens i para os destinos j indicam que deverá ser percorrido o trecho do destino i para a origem j . Observa-se que este grafo possui 3 componentes ou *subgrafos*. Determinou-se que cada componente encontrada no grafo da solução ótima dada pelo Algoritmo Húngaro será considerada uma rota a ser seguida por um veículo. Cada veículo percorrerá exatamente uma rota e cada rota será percorrida por exatamente um veículo.

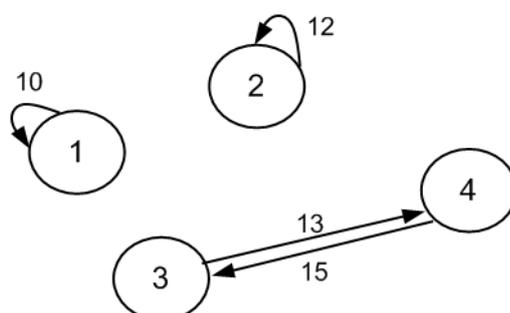


Figura 22 - Exemplo de grafo que representa a resposta do Algoritmo Húngaro
Fonte: Autoria Própria (2014)

A solução exemplificada é originária do grafo completo da Figura 23. Este grafo é do tipo completo, orientado, ponderado e fortemente conexo.

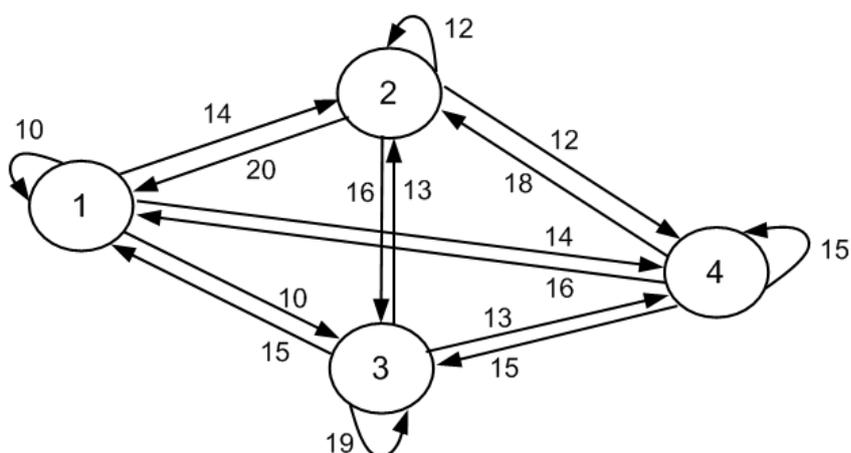


Figura 23 - Grafo que representa matriz de entrada do Algoritmo Húngaro
Fonte: Autoria Própria (2014)

A solução representada na Figura 22 define que, para o exemplo, o custo mínimo para que cada origem seja alcançada por exatamente um destino e que cada destino alcance exatamente uma origem ocorre quando são utilizados 3 veículos. O primeiro dos veículos deverá atender ao pedido 1 e depois voltar para a origem do mesmo. O segundo veículo fará o mesmo para o pedido 2. O terceiro, atenderá ao pedido 3, irá do destino do pedido 3 para a origem do pedido 4, atenderá ao pedido 4 e depois retornará à origem do pedido 3. O presente trabalho, entretanto, determina que os veículos não retornem à origem do primeiro pedido atendido, o que será tratado mais adiante.

Pode-se, então, calcular o custo variável da mesma designação por meio do somatório de custos da matriz $M [i] [Result [i]]$, com i variando de 1 a N . Este custo será utilizado como limite inferior no algoritmo *branch and bound* caso ele seja executado.

8. Busca em profundidade:

Note que o número de rotas dadas na resposta do Algoritmo Húngaro correspondente ao número de componentes fortemente conexas de um grafo.

Para que o algoritmo desenvolvido fosse capaz que reconhecer o número de componentes fortemente conexas do grafo simples resultante da execução do Algoritmo Húngaro, implementou-se um algoritmo de busca em grafos do tipo busca em profundidade utilizando um vetor de inteiros que é resultado do húngaro.

Denominou-se tal vetor de $VS[N]$, aonde N é o número de pedidos, como indica o Quadro 1. Para o exemplo de resultado da Figura 22, o vetor VS seria escrito da seguinte maneira:

$VS[i]$	1	2	4	3
i	1	2	3	4

Figura 24: Vetor resultante do Algoritmo Húngaro
Fonte: Autoria Própria (2014)

Ou seja, se i é o pedido 1, $VS [1]$ é o próximo pedido a ser atendido após o pedido 1. Quando a busca selecionar o pedido 1, ela sinalizará em outro vetor denominado *visitados*, de tamanho N , que este pedido já foi atendido. Como na rota 1 tem apenas o pedido 1, quando $VS[1]$ for analisado, será verificado que seu valor é o próprio 1, o qual já foi visitado. Assim, indica que o componente chegou ao fim. Em seguida, as variáveis Num_rotas e i são incrementadas. Caso i ainda seja menor ou igual a N e o vetor *visitados* ainda tenha alguma posição não sinalizada, o mesmo será feito para o próximo veículo. Quando a busca atingir $i = 3$, o próximo pedido é o 4 ($VS[3] = 4$). Neste caso, i passa a ser 4 e verifica-se qual é o valor de $VS[4]$. Como este é 3 e 3 já foi sinalizado no vetor *visitados[3]*, então a componente foi totalmente atendida. A variável Num_rotas será novamente incrementada e o seu valor final corresponderá ao número de rotas da designação ótima de origens a destinos.

9. Teste: $Num_veículos \neq Num_rotas$?

Caso o número de veículos seja igual ao número de rotas dado pelo Algoritmo Húngaro significa que a solução deste é a solução ótima. Caso contrário, deverá ser verificada a relação entre eles.

10. Teste: $Num_veículos > Num_rotas$?

Caso o número de veículos seja maior que o número de rotas do Húngaro, a heurística chamada de *Mais_veiculos* será executada, caso contrário, será executada a heurística *Menos_veiculos*. A função de ambas é encontrar uma solução viável para o problema (de forma que $Num_veiculos = Num_rotas$). Não se

pode afirmar que o somatório dos custos é mínimo, pois quando se altera o número de veículos da solução ótima, apresentada pelo Método Húngaro, o custo pode aumentar. Mas, se mesmo assim, o usuário deseja utilizar uma quantidade de veículos diferente da informada pelo Método Húngaro, então heurísticas e um algoritmo de *Branch and Bound* serão aplicados para que essa restrição seja atendida com custos baixos (mesmo que não mínimos). O somatório de custos dado pelas heurísticas será o limite superior do algoritmo *Branch and Bound*, uma vez que a solução ótima para o número de veículos informado possui somatório de custos menor ou igual ao da mesma.

11. Heurística *Menos_Veiculos*:

A heurística aplicada caso $Num_veiculos < N$ e $Num_veiculos < Num_rotas$, consiste em eliminar quantos números de trechos de maior custo forem necessários e forçar a ligação entre as rotas visando à redução do número das mesmas. Dado o seguinte exemplo, com 3 componentes encontradas pelo Método Húngaro:

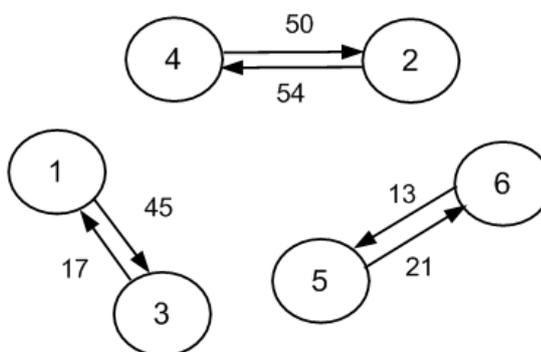


Figura 25 – Exemplo de componentes para heurística *Menos_Veiculos*
Fonte: Autoria Própria (2014)

Supondo-se que para o caso acima o número de veículos disponíveis é 2 ($Num_veiculos = 2$), os componentes do grafo da Figura 25 devem ser unidos até que o grafo final tenha apenas 2 componentes.

Para tal, utilizou-se novamente a busca pelo vetor VS. O vetor que representa a solução é:

$VS [i]$	3	4	1	2	6	5
i	1	2	3	4	5	6

Figura 26: Exemplo de vetor inicial para *Menos_Veiculos*
Fonte: Autoria Própria (2014)

Criou-se uma variável denominada *custo* que é inicializada com o valor da matriz de custos $M[0][VS[0]]$, que é o elemento $M[0][3]$ para o exemplo. A variável *prox* foi inicializada com $VS[0] = 3$ e outra variável *e1*, que armazena o maior custo do primeiro componente percorrido, foi inicializada com zero. A busca irá percorrer todo o componente ao qual pertence o pedido 3 (apenas os pedidos 3 e 1) e salvar em *e1* o valor do *prox* cujo custo $M[prox][VS[prox]]$ foi o maior. Quando $prox = 3$, $M[3][VS[3]] = 17$, já quando $prox = 1$, $M[1][VS[1]] = 45$. Assim, $e1 = 1$. Todos os pedidos percorridos são sinalizados no vetor *visitados*. Em seguida, caso *i* ainda não seja igual a *N*, ele será incrementado até que se encontre um pedido ainda não visitado. Quando encontrado, é sinalizado como visitado e armazenado na variável *e2*. Atribui-se $M[i][VS[i]]$ a *custo* e $VS[i]$ a *prox* e, da mesma forma que para o primeiro componente, encontra-se o valor de *prox* para o qual o $M[prox][VS[prox]]$ é o maior, mas agora armazena-se *prox* em *e2*. Para o exemplo, $e2 = 2$.

Tendo-se encontrado *e1* e *e2*, atribui-se $VS[e1]$ a $VS[e2]$ e $VS[e2]$ a $VS[e1]$ utilizando-se outra variável auxiliar. O novo vetor VS será:

$VS [i]$	4	3	1	2	6	5
i	1	2	3	4	5	6

Figura 27: Exemplo de vetor resultando para *Menos_Veiculos*
Fonte: Autoria Própria (2014)

E pode ser representado pelo grafo da

Figura 28:

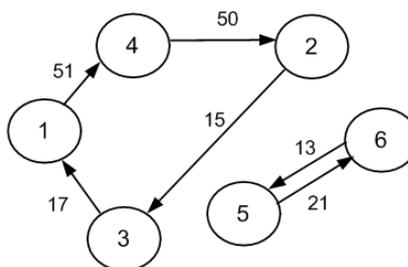


Figura 28 – Exemplo de componentes resultantes para *Menos_Veiculos*
Fonte: Autoria Própria (2014)

Em seguida, o Num_rotas é decrementado. O procedimento descrito será executado enquanto $Num_rotas > Num_veiculos$.

12. Heurística *Mais_Veículos*:

Esta heurística busca aumentar o número de rotas da solução da designação ótima até que ela seja igualada ao número de veículos disponíveis. Para tanto, o mesmo princípio lógico da busca no vetor VS será seguido, porém novas análises serão exigidas.

Supondo-se que o grafo abaixo é uma solução do Algoritmo Húngaro e que $Num_veiculos = 2$. A heurística será aplicada para transformar o componente em dois componentes disjuntos.

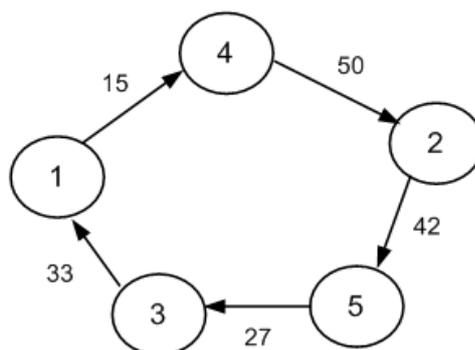


Figura 29 – Exemplo de ciclo resultante do Algoritmo Húngaro
Fonte: Autoria Própria (2014)

O vetor VS que representa esta solução é:

$VS[i]$	4	5	1	2	3
i	1	2	3	4	5

Figura 30: Exemplo de vetor inicial para *Mais_Veículos*
Fonte: Autoria Própria (2014)

Para a variável i de 1 até N e enquanto o vetor *visitados* ainda não estiver completamente sinalizado, determina-se que a variável *start* inicialmente recebe o valor de i . As variáveis *ant_prox* e *prox* recebem $VS[start]$ e $VS[VS[start]]$, respectivamente. Para o exemplo: $start = 1$, $ant_prox = 4$ e $prox = 2$. Assim, o seguinte custo de percorrer os componentes da Figura 31 pode ser calculado por:

$$\begin{aligned}
 \text{custo} &= M[\text{start}][\text{prox}] + M[\text{ant_prox}][\text{VS}[\text{start}]] \\
 &\quad - M[\text{start}][\text{VS}[\text{start}]] - M[\text{ant_prox}][\text{prox}] \\
 \text{custo} &= M[1][2] + M[4][4] - M[1][4] - M[4][2]
 \end{aligned}$$

Para o exemplo, custo = 134.

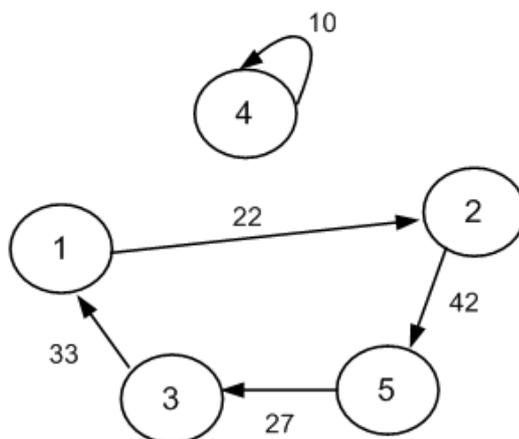


Figura 31 – Exemplo 1 de componentes resultantes da *Mais_Veiculos*
 Fonte: Autoria Própria (2014)

Em seguida, ant_prox recebe o valor de prox e prox recebe o valor de VS[prox], para calcular-se novamente o custo e analisar-se se este é melhor que o(s) outro(s) custo(s) já calculado(s). Para o exemplo, o segundo e terceiro conjunto de componentes avaliado será o da

Figura 32 e Figura 33, respectivamente:

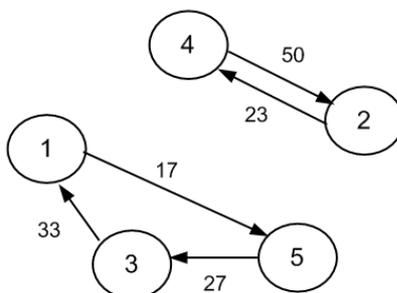


Figura 32 – Exemplo 2 de componentes resultantes da *Mais_Veiculos*
 Fonte: Autoria Própria (2014)

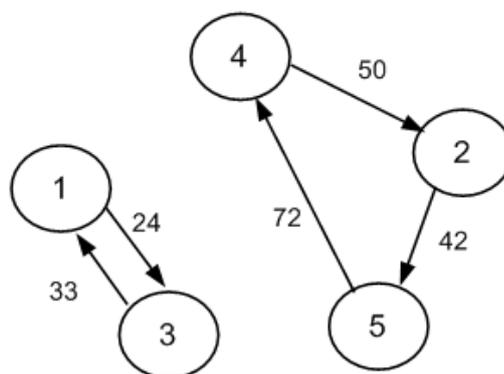


Figura 33 – Exemplo 3 de componentes resultantes da *Mais_Veiculos*
 Fonte: Aatoria Própria (2014)

Ao final da formação da terceira possibilidade de componentes verifica-se que $VS[prox] = start$, o que indica que todas as possibilidades com o $start$ em 1 foram verificadas. Assim, o vetor $visitados$ na posição $start$ (1) é sinalizado e o novo $start$ passa a ser $VS[start]$ que, para o exemplo, é 4. O mesmo procedimento será realizado para $start = 2, 5$ e 3. Posteriormente, a solução escolhida será aquela que apresentar menor custo e o Num_rotas será incrementado. Todo o procedimento será executado novamente enquanto $Num_rotas \neq Num_veiculos$.

13. Algoritmo *Branch and Bound* (B&B):

O algoritmo *Branch and Bound* implementado neste trabalho realiza a ramificação da árvore de soluções ao escolher aleatoriamente uma aresta para ser eliminada da solução. Verifica-se qual é o comportamento do somatório de custos neste caso e determina-se se a mesma deve ser fixada para compor a solução ótima ou não. Realiza-se este procedimento para todas as arestas da solução da pelo Algoritmo Húngaro.

Inicialmente, atribui-se valor 0 aos elementos de uma matriz quadrada de ordem N denominada e_fixo . Esta matriz será sinalizada sempre que for forçada a existência de uma aresta na solução. O algoritmo entrará em um laço que irá executar a lógica do *branch and bound* enquanto houverem arestas a serem testadas (número de sinalizações na matriz de custos é menor que N).

Em seguida, remove-se uma das arestas da solução (atribuindo a ela custo infinito) e executa-se o Algoritmo Húngaro para se obter uma solução ótima diante do novo contexto (sem uma aresta da solução anterior). Caso esta contenha número de componentes igual ao número de veículos disponíveis informado, ela será

armazenada como uma solução viável. Caso contrário, será verificado se o custo da solução não-viável ainda é menor que o custo da melhor solução viável já encontrada. Em caso afirmativo, uma nova ramificação será feita a partir desta solução, uma vez que é possível que se encontre uma solução viável de custo menor que o melhor já encontrado, o que acarreta em atualizar a melhor solução já encontrada. Entretanto, se o custo da solução não-viável for maior que o da melhor solução viável já encontrada, o ramo pode ser descartado, sem novas ramificações.

O passo seguinte consiste em reestruturar a matriz de custos colocando novamente a aresta escolhida na solução e realizando novamente os mesmos testes citados no parágrafo anterior.

O processo de retirar um trecho da solução para avaliar o comportamento da solução sem ele, reestabelecer as mudanças que causam resultados ruins, e manter aquelas que apresentam melhores resultados é repetido recursivamente até que não haja mais opções de ramos para avaliação.

14. Teste: B&B encontrou solução (R_BB)?

Ao final da execução do *Branch and Bound* será testado se o mesmo encontrou uma solução melhor do que aquela dada por uma das heurísticas ou não. Em caso afirmativo, tal resposta será atribuída ao limite inferior (15), que será a resposta. Caso contrário, a resposta receberá o valor do limite superior, que é o resultado da heurística que foi executada (16).

Após determinar-se qual é o valor do(s) ciclo(s) de custo mínimo (limite inferior), deve-se transformar tal(is) ciclo(s) em caminho(s), escolhendo-se qual será o primeiro pedido a ser atendido e eliminando o trecho que chega ao mesmo. Deve-se também determinar quais veículos atenderão a quais rotas, levando-se em consideração sua posição inicial. Tais finalizações serão realizadas por dois métodos distintos, detalhados nos itens 20 e 21, respectivamente.

20. Método 1:

Dada a matriz de custos:

Tabela 14 - Matriz de custos para exemplo de heurística para primeiro pedido

	O0	O1	O2	O3	O4	O5	O6	O7	O8	O9
D0	4	67	34	0	69	24	78	58	62	64
D1	5	4	81	27	61	91	95	42	27	36
D2	91	4	2	3	92	82	21	16	18	95
D3	47	6	71	38	69	12	7	9	35	94
D4	3	11	22	33	73	64	41	1	53	68
D5	47	2	62	7	37	59	23	41	29	78
D6	16	35	90	2	88	6	80	4	4	48
D7	46	5	90	2	70	50	6	1	93	48
D8	2	23	84	54	6	40	66	76	31	8
D9	44	39	26	23	37	38	18	82	29	41

Fonte: Autoria Própria (2014)

Para a seguinte designação ótima cujo somatório dos custos é 77:

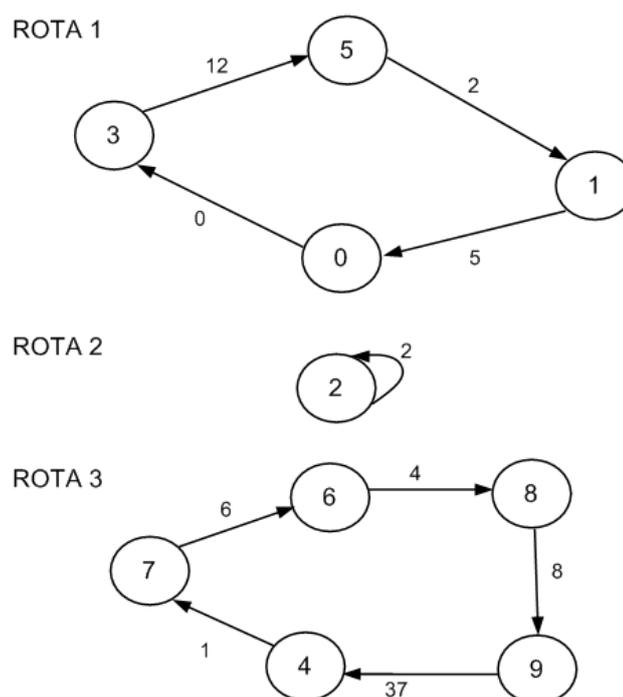


Figura 34 - Exemplo de designação para a heurística para primeiro pedido
Fonte: Autoria Própria

Considerando que a posição inicial dos veículos, armazenada no vetor *Pos_veiculos [Num_veiculos]*, é:

Veículo 1 em 2;

Veículo 2 em 7;

Veículo 3 em 4.

Neste método escolhe-se o primeiro pedido a ser atendido de forma que este seja o vértice de chegada da aresta de maior custo. Esta aresta será descartada, uma vez que este trabalho considera que não ocorre o retorno para a origem da rota. Para o exemplo, a adaptação faria com que o custo total passasse a ser 25 e a rota 1 fosse iniciada em 5, a rota 2 em 2 e a rota 3 em 4, como ilustra a figura a seguir:

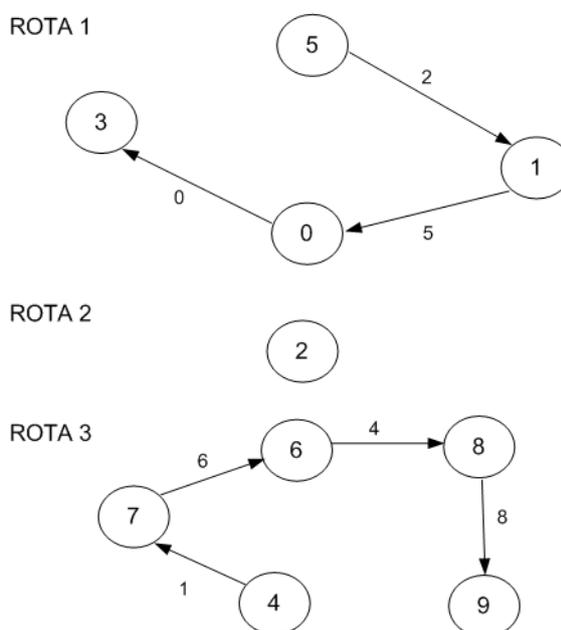


Figura 35 - Escolha do primeiro pedido pelo Método 1
Fonte: Autoria Própria (2014)

Conhecendo-se os primeiros pedidos de cada rota, um novo Problema de Designação é proposto. Neste, deve-se designar n veículos a m rotas. Cada rota deve ser atendida exatamente por um veículo e cada veículo deve ser atribuído a exatamente uma rota. Para o exemplo seguido, a matriz de custos resultante seria:

Tabela 15 - Matriz de custos para o Método 1

	5	2	4
2	82	2	92
7	50	90	70
4	64	22	73

Fonte: Autoria Própria (2014)

Nesta, os valores das linhas indicam a posição inicial dos veículos (*Pos_veiculos*) e as colunas indicam os primeiros pedidos a serem atendidos quando se elimina o trecho de maior custo em cada rota (ao posicioná-lo como retorno à origem após atendimento de todos os pedidos). Os valores são determinados pela Tabela 14.

Executando-se o mesmo Algoritmo Húngaro já descrito neste trabalho, a seguinte designação é obtida:

Veículo 1 atenderá à rota 2;

Veículo 2 atenderá à rota 1;

Veículo 3 atenderá à rota 3.

O custo de deslocamento dos veículos da sua posição inicial até a origem do primeiro pedido a ser atendido é $2+50+73=125$, enquanto o somatório de custos variáveis é 26.

21. Método 2:

Neste método, escolhe-se o primeiro pedido a ser atendido em cada rota e também qual veículo atenderá qual rota alocando-se os veículos para os pedidos cuja origem é a mais próxima possível (com deslocamento de menor custo).

Para o exemplo citado na etapa 20, a solução seria designar o veículo 1 à rota 2 (cujo custo de deslocamento seria 2 ao pedido 2), o veículo 2 à rota 3 (cujo deslocamento seria 1 ao pedido 7) e o veículo 3 à rota 1 (com custo de deslocamento 3 ao pedido 0). O somatório de custos de deslocamento é 6, enquanto o somatório de custos variáveis é 69.

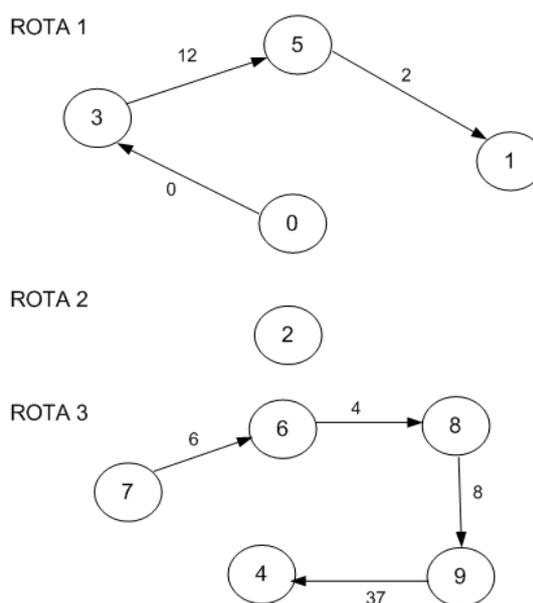


Figura 36 - Escolha do primeiro pedido pelo Método 2
Fonte: Autoria Própria (2014)

22. Calcular *Custo_total*:

O valor do *Custo_total* diferente nos métodos, uma vez que é a soma dos custos de deslocamento, varável e fixo. Os dois primeiros já foram calculados. Os custos fixo, por sua vez, são calculados pelo somatório dos elementos da matriz $M_fixo[pedido[i][0]][pedido[i][1]]$ com i variando de 1 a N .

23. Saída de dados:

A última etapa consiste em escrever em um arquivo de texto o roteamento de cada veículo, bem como o custo resultante de cada método, tal como exemplifica a figura a seguir:

```

saida1.txt - Bloco de notas
Arquivo  Editar  Formatar  Exibir  Ajuda

Ciclo do hungaro: 13143
Componentes do hungaro: 15
Ciclo da H_Menos: 13143
Ciclo do Branch and Bound: 13143

Tempo para solucao otima (s) 10.5760

****Primeiro Metodo****

ROTEAMENTO:
Veiculo 1: 45 43 46 44 41 34 32 31 30 20 23 11 14 16 18 21 13 15 17 19 7 10 5 9 3 8
12 60 56 54 52 2 62 58 55 53 51 50 49 47 48 0 64 61 57 1 63 59 6 4 22 24 26 25 29 27 28 36 33 40 38 37 35 42 39

CUSTOS FINAIS:
Custo Fixo = 20224
Custo Deslocamento = 289
Custo Variavel = 12761
TOTAL = 33274

****Segundo Metodo****

ROTEAMENTO:
Veiculo 1: 3 8 12 60 56 54 52 2 62 58 55 53 51 50 49 47 48 0 64 61 57 1 63 59 6 4 22
24 26 25 29 27 28 36 33 40 38 37 35 42 39 45 43 46 44 41 34 32 31 30 20 23 11 14 16 18 21 13 15 17 19 7 10 5 9

CUSTOS FINAIS:
Custo Fixo = 20224
Custo Deslocamento = 122
Custo Variavel = 12783
TOTAL = 33129

```

Figura 37: Exemplo de arquivo de saída
Fonte: Autoria Própria (2014)

4 RESULTADOS

4.1 SIMULAÇÕES

O método proposto foi inicialmente aplicado e analisado para 30 casos simulados. As entradas necessárias para tal foram geradas por um algoritmo desenvolvido na mesma linguagem, o qual recebe como entrada o número de destinos, o número de origens, o valor que será o custo máximo das matrizes de custo, o número de pedidos e o número de veículos disponíveis. Com elas, constroem-se os arquivos “custos.txt” e “pedidos.txt”, detalhados na Seção 3.

No arquivo de custos, os custos da matriz referente ao deslocamento do veículo carregado (M_{cheio}) são proporcionais aos custos de deslocamento do veículo vazio (M_{vazio}). Os valores da segunda correspondem a 70% dos valores da primeira, sendo esta uma estimativa do valor que a carga agrega ao consumo de combustível e deterioração do veículo.

O valor do custo máximo informado é utilizado pela função $rand()$, definida na biblioteca $stdlib$ da linguagem de programação C. A função irá gerar números aleatórios de zero ao valor máximo estipulado, o qual será denominado de amplitude máxima. A matriz de pedidos também utiliza esta função, porém o valor máximo na primeira coluna será o número de origens e na segunda coluna será o número de destinos. O vetor de posições iniciais é gerado da mesma forma, porém com valores entre zero e o número de destinos informado.

O Quadro 2 apresenta as características dos arquivos de testes:

(continua)

Teste	Pedidos	Veículos	Origens	Destinos	Amplitude
0	50	1	10	10	500
1	50	2	10	10	500
2	50	3	10	10	500
3	50	4	10	10	500
4	50	5	10	10	500
5	50	6	10	10	500
6	50	7	10	10	500
7	50	16	10	10	500
8	50	17	10	10	500
9	50	20	10	10	500

(conclusão)					
Teste	Pedidos	Veículos	Origens	Destinos	Amplitude
10	60	5	40	40	500
11	60	5	20	20	500
12	60	5	5	50	500
13	60	5	50	5	500
14	75	2	15	15	10
15	75	2	15	15	100
16	75	2	15	15	1000
17	80	1	10	10	300
18	85	1	10	10	300
19	90	1	10	10	300
20	100	1	10	10	300
21	200	1	10	10	300
22	1000	1	10	10	300
23	400	8	10	10	300
24	200	6	10	10	300
25	150	2	10	10	300
26	500	5	10	10	300
27	600	8	10	10	300
28	1000	10	10	10	300
29	2000	10	10	10	300

Quadro 2: Características dos arquivos de testes
Fonte: A autoria própria (2014)

Os testes 0 a 9 utilizaram a mesma matriz de custos variáveis. A solução dada pelo Algoritmo Húngaro para esta matriz solicitou o uso de 5 veículos. Assim, avaliou-se o comportamento do método para a exigência do uso de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 16, 17 ou 20 veículos.

Os testes 10 a 13 utilizaram-se de matrizes aleatórias de mesmas dimensões, com mesmo número de pedidos e de veículos disponíveis, porém com quantidades de origens e destinos variando proporcionalmente e também entre si.

Nos testes 14, 15 e 16, o número de pedidos, de veículos disponíveis, de origens e de destinos foram os mesmos, enquanto o valor da amplitude máxima dos custos foi de 10, 100 e 1000, respectivamente.

Os testes 17 a 22 constituem casos do Problema do Caixeiro Viajante Assimétrico, uma vez que há apenas um veículo disponível, o que acarreta na determinação de exatamente uma rota que atenda a todos os pedidos. O número de pedidos para este conjunto de testes variou de 80 a 1000.

Por fim, os testes 23 a 29 apresentaram casos de amplitude, número de origens e número de destinos fixos, bem como valores de pedidos entre 150 a 2000 e quantidade de veículos disponíveis variável.

Vale lembrar que os teste foram realizados em um computador de configuração: Processador: Intel(R) Core(TM) i3 – 2370M, CPU: 2.40 GHz e RAM: 4GB.

Os resultados obtidos são apresentados no Quadro 3. Neste, a coluna T_{BB} (s) apresenta o tempo em que o algoritmo foi finalizado, em segundos. Definiu-se que o algoritmo executasse por no máximo 7200 segundos (2 horas) cada um dos testes. Aqueles que não encontraram a solução neste tempo foram interrompidos e a célula foi preenchida com: INT.

A coluna $Comp_Hung$ apresenta o número de componentes encontrado pelo Algoritmo Húngaro para o problema relaxado, ou seja, quando não há restrição para o número de veículos. A coluna R_Hung mostra o custo total da solução do Algoritmo Húngaro para o problema relaxado, sendo esta um ciclo. As colunas R_Mais e R_Menos correspondem ao custo total para executar os ciclos encontrados pelas heurísticas $Mais_Veículos$ ou $Menos_Veículos$, respectivamente. A primeira é executada sempre que o número de veículos informado for maior do que o valor da coluna $Comp_Hung$ e a segunda quando o número de veículos informado for menor do que o valor da coluna $Comp_Hung$. A coluna R_BB apresenta o custo do ciclo encontrado pelo Algoritmo B&B. Esta terá sempre valores que variam entre o resultado do Algoritmo Húngaro e o resultado da heurística ($Mais_Veículos$ ou $Menos_Veículos$) que foi executada para o respectivo teste.

(continua)

Teste	Método B&B					
	T_{BB} (s)	$Comp_Hungg$	R_Hung	R_Mais	R_Menos	R_BB
0	20,01	5	3204		3498	3489
1	11,3	5	3204		3450	3204
2	9,313	5	3204		3450	3204
3	13,369	5	3204		3450	3204
4	8,19	5	3204			
5	12,043	5	3204	3204		3204
6	17,534	5	3204	3204		3204
7	INT	5	3204	3245		3245
8	INT	5	3204	3327		3327

(conclusão)

Teste	Método B&B					
	<i>T_BB</i> (s)	<i>Comp_Hungg</i>	<i>R_Hung</i>	<i>R_Mais</i>	<i>R_Menos</i>	<i>R_BB</i>
9	INT	5	3204	3946		3946
10	14,742	2	1774	1774		1774
11	19,188	7	2075		2269	2075
12	11,653	6	4227		4534	4227
13	15,584	3	4932	4932		4932
14	15,3	3	501		501	501
15	11,6	4	1008		1008	1008
16	12,339	3	6604		7323	6604
17	INT	6	3520		3661	3578
18	14,8	3	3852		3933	3852
19	39,156	3	3511		3569	3511
20	14,664	3	3283		3498	3283
21	INT	3	5477		5563	5543
22	1969,787	6	43709		43918	43918
23	INT	9	12077		12221	12150
24	14,149	7	7845		7957	7845
25	22,76	4	7042		7164	7042
26	72,098	4	23413	23413		23413
27	66,531	4	17169	17169		17169
28	239,628	7	33089	33089		33089
29	6166,824	11	76358		76358	76358

Quadro 3: Matriz de resultados B&B
Fonte: Autoria Própria (2014)

A análise do Quadro 3 permite verificar, por meio dos resultados dos testes 0 a 9, que a heurística *Mais_Veículos* é mais eficiente do que a *Menos_veículos*. Isto é devido ao fato de que, em todos os testes, naquela os valores encontrados foram iguais aos valores dados pelo Algoritmo Húngaro. Ou seja, a heurística *Mais_Veículos* conseguiu, em todos os casos, encontrar uma solução de custo mínimo (custo do problema relaxado) e com o número de rotas igual ao número de veículos informado (solução viável). Já na heurística *Menos_veículos*, verifica-se que, em 84,2% dos testes, o custo da solução viável encontrada é maior do que o custo inicialmente calculado pelo Algoritmo Húngaro.

Os testes 10 a 13 permitem concluir que as quantidades de origens e destinos não influenciam no tempo de execução do algoritmo. Da mesma forma, os

resultados dos testes 14, 15 e 16 demonstram que a amplitude dos custos não interfere do tempo de execução do algoritmo para testes do porte analisado.

Por meio dos testes 17 a 22, verificou-se a solução caso o problema fosse o PCV com 80, 85, 90, 100, 200 e 1000 pedidos. Salienta-se que a matriz com 1000 pedidos foi solucionada em 1969,787 segundos, tempo eficiente para a complexidade e porte do problema.

Os testes mostraram que a solução é encontrada mais rapidamente quanto menor for a diferença entre o número de veículos dado pelo Húngaro e o número de veículos disponíveis. Verificou-se esta ocorrência para os testes 7 a 9, 17 e 21. Porém, verificou-se também a influência do número de pedidos. Por exemplo, no teste 18 e no teste 21 a diferença supracitada era 2, mas o segundo foi interrompido. Isto se deve ao número de pedidos deste, que é 1000.

Os testes 23 a 29 novamente demonstraram a eficiência do algoritmo desenvolvido para casos de grande porte, nos quais a diferença entre o número de veículos para o problema relaxado e o número de veículos disponíveis é pequena, tal como o teste 29, no qual encontrou-se a solução para o atendimento de 2000 pedidos em 1,71 horas.

Dado que os testes 7, 8, 9, 17 21 e 23 não encontraram a solução em 2 horas de execução, avaliou-se qual seria o comportamento destes quando executados por 21600 segundos (6 horas). Como resultado, nenhum dos testes foi finalizado e nenhuma solução melhor que aquelas relacionadas à interrupção em 7200 segundos foi encontrada.

Os métodos utilizados para cálculo final do custo de deslocamento e variável também foram comparados:

(continua)

Teste	Método 1			Método 2		
	Deslocamento	Variável	Total	Deslocamento	Variável	Total
0	69	3469	3538	20	3267	3287
1	602	3169	3771	126	2990	3116
2	888	3085	3973	267	2867	3134
3	1174	3023	4197	371	2743	3114
4	1392	3042	4434	236	2619	2855
5	1610	2970	4580	184	2522	2706
6	1959	2950	4909	266	2418	2684
7	3728	2414	6142	840	1667	2507

(conclusão)

Teste	Método 1			Método 2		
	Deslocamento	Variável	Total	Deslocamento	Variável	Total
8	4063	2487	6550	951	1570	2521
9	4439	2723	7162	1169	1516	2685
10	1014	1678	2692	167	1505	1672
11	1017	1919	2936	187	1784	1971
12	1063	4117	5180	103	3490	3593
13	1355	4604	5959	360	4242	4602
14	20	487	507	13	485	498
15	183	985	1168	29	909	938
16	1216	6518	7734	86	6196	6282
17	96	3549	3645	29	3482	3511
18	130	3808	3938	44	3747	3791
19	177	3480	3657	31	3410	3441
20	202	3262	3464	16	3209	3225
21	72	5530	5602	29	5457	5486
22	214	43720	43934	12	43906	43918
23	11	12137	12148	11	12066	12077
24	650	7594	8244	256	7315	7571
25	196	6959	7155	155	6821	6976
26	653	23278	23931	335	22990	23325
27	926	16990	17916	225	16742	16967
28	828	32831	33659	234	32574	32808
29	1261	75628	76889	384	76040	76424

Quadro 4: Comparativo entre os métodos
Fonte: Autoria Própria (2014)

Os resultados do Quadro 4 permitem verificar que o Método 2 apresentou resultados de menor custo total em todos os testes, em relação ao Método 1. Ao analisarem-se separadamente os valores de custo de deslocamento e variável, pode-se perceber que as reduções nos custos totais foram devidas a reduções nos custos de deslocamentos e também os variáveis, em todos os testes.

4.2 ESTUDO DE CASO: TRANSPORTE DE MINÉRIOS

Além das simulações supracitadas, verificou-se a possibilidade de resolução do problema em um cenário real. Para tanto, realizou-se um estudo de caso em uma empresa transportadora de minérios por meio do modal rodoviário, sediada na cidade de Campo Largo, Paraná.

Esta empresa possui 4 caminhões de mesma capacidade disponíveis para transporte de minérios entre 3 minas e 3 clientes. Todos os veículos iniciam as rotas na própria cidade aonde a empresa é sediada e o carregamento é sempre com carga completa. Os veículos devem sair da cidade de Campo Largo, direcionar-se a uma das minas para carregamento de minério, descarregar o mesmo no cliente correspondente e, em seguida, escolher em qual mina fará o próximo carregamento.

Os custos para deslocamento dos caminhões carregados são apresentados pela Tabela 16:

Tabela 16: Exemplo de matriz de custos fixos

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3
Mina 1	466	397	650
Mina 2	146	418	550
Mina 3	333	461	354

Fonte: Barros & Correa Mineração LTDA

Os custos para deslocamento dos caminhões vazios são apresentados pela Tabela 17:

Tabela 17: Exemplo de matriz de custos variáveis

	Mina 1	Mina 2	Mina 3
Cliente 1	413	122	289
Cliente 2	333	360	382
Cliente 3	600	130	354

Fonte: Barros & Correa Mineração LTDA

Para exemplificar, executou-se o algoritmo para uma amostra de 65 pedidos aos quais a empresa estudada atendeu no mês de Janeiro de 2014, tal como mostra o Quadro 5.

(continua)

Origem	Destino
Mina 3	Cliente 1
Mina 1	Cliente 1
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1

(conclusão)

Origem	Destino
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 1	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 1
Mina 3	Cliente 1
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 2	Cliente 1
Mina 2	Cliente 2
Mina 3	Cliente 1
Mina 2	Cliente 1

Quadro 5: Pedidos da mineradora em Janeiro de 2014**Fonte: Barros & Correa Mineração LTDA**

Executando-se o algoritmo para o atendimento dos pedidos do Quadro 5 utilizando-se 4 carretas, obteve-se a resposta em 9,18 segundos. No que se refere aos custos, verificou-se que o resultado dado pelo algoritmo utilizando o Método 1 foi 2,2% menor do que o custo da rota executada no cenário real. Já para o Método 2, a redução de custo decorrente do uso do algoritmo proporcionaria uma redução de custos em 7,6%, correspondente a R\$11.508,00 por ano.

Efetuaram-se também testes caso a empresa desejasse atender aos pedidos do Quadro 5 utilizando menor número de veículos. Assim, verificou-se que o uso de 1, 2 ou 3 veículos acarretaria exatamente no mesmo custo total. Tal observação pode ser utilizada pela empresa como estratégia para otimização de seu serviço, uma vez que, dependendo dos prazos de entrega, condição dos veículos, disponibilidade dos motoristas, condições climáticas, dentre outras variáveis de decisão, a empresa poderia optar por utilizar 1, 2, 3 ou 4 carretas para o atendimento dos mesmos pedidos, sem que o custo total fosse alterado.

5 CONCLUSÃO

O gerenciamento de empresas transportadoras de carga envolve grande número de variáveis no processo decisório. Sendo assim, o aperfeiçoamento dos sistemas de gestão de frotas representa um fator de grande relevância à competitividade destas empresas. A otimização do processo decisório contribui para a redução de custos e abertura de novas possibilidades de investimento e planejamento estratégico.

O método proposto atingiu seu objetivo ao demonstrar que o problema de escalonamento de veículos para atendimento de pedidos pré-estabelecidos pode ser resolvido de maneira eficiente por meio de método heurístico baseado nos conhecidos problemas da Designação e Caixeiro Viajante.

O algoritmo é capaz de distribuir os veículos para atendimento de elevado número de pedidos, como comprovou ao escalonar o atendimento de 10 veículos a 2000 pedidos em 1,713 horas. Além da viabilidade do tempo de execução, em um estudo de caso, o método encontrou rotas mais baratas do que aquelas determinadas empiricamente, resultando em economia de R\$ 11.508,00 por ano, para um exemplo real de pequeno porte.

Tais ganhos podem ser ainda maximizados quando se verifica a possibilidade de realizar de maneira rápida simulações para o mesmo conjunto de pedidos. Desta forma, auxiliando ao desenvolvimento de novas estratégias, conforme a necessidade de cada empresa.

Outra característica da implementação consiste na grande aplicabilidade. Este trabalho apresentou um estudo de caso em uma transportadora do modal rodoviário, que é o mais utilizado no Brasil. Entretanto, destaca-se que o mesmo algoritmo pode ser utilizado para otimização de atendimento a pedidos pré-estabelecidos no modal aéreo, aquaviário (marítimo e hidroviário) ou ferroviário, desde que atendam à restrição de carga completa.

Para continuidade do trabalho, indica-se o desenvolvimento de uma interface gráfica para interação com o usuário, desenvolvimento de banco de dados e implementação de solução do mesmo problema por meio de outras heurísticas, a fim de se comparar os custos e tempos de processamento. Salienta-se que nenhum algoritmo que objetivasse resolver o mesmo problema foi encontrado na literatura.

REFERÊNCIAS

ARENALES, Marcos; ARMENTANO, Vinicius; MORABITO, Reinaldo; YANASSE, Horacio. **Pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Campus/ Elsevier, 2007. 523 p.

BALLOU, Ronald H. **Gerenciamento da cadeia de suprimentos: planejamento, organização e logística empresarial**. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 532 p.

BONDY, J. A.; MURTY, U. S. R.. **Graph Theory**. Springer, 2008. 655 p.

CAMPONOGARA, E. **Métodos de Otimização: Teoria e Prática**. Florianópolis: UFSC, 2006, 369 p. Disponível em:
<<http://www.das.ufsc.br/~camponog/ Disciplinas/DAS-9011/LN.pdf>> Acesso em: 07 out. 2013.

CHOPRA, S; MEINDL, P. 2011. **Gestão da Cadeia de Suprimentos: estratégia, planejamento e operações**. Pearson, São Paulo.

CORMEN, T. H; LEISERSSON, C. E; RIVEST, R. L.; STEIN, C. **Introduction to Algorithms**. 3. ed. Cambridge: MIT Press, 2009, 1292 p.

DIESTEL, Reinhard. **Graph Theory**. 2005. ed. Nova Iorque: Springer, 2005. 422 p. Disponível em: <<http://www.math.uni-hamburg.de/home/diestel/books/graph.theory>>. Acesso em: 29 nov. 2013.

FERREIRA, Carlos E.; WAKABAYASHI, Yoshiko. **Combinatória Poliédrica e Planos-de-Corte Faciais**. 1996. Disponível em:
<<http://www.ime.usp.br/~yw/2010/progint/livro-update2010.pdf>>. Acesso em: 30 ago. 2013.

FIGUEIREDO, Daniel Ratton; FIGUEIREDO, Celina Miraglia Herrera de. **Teoria dos Grafos: Aula 6**. 2011. Disponível em:
<http://www.land.ufrj.br/~classes/grafos/slides/aula_6.pdf>. Acesso em: 20 maio 2014.

GANHOTO, Marco. **O Problema do Caixeiro Viajante**. 2003. Disponível em:
<http://www.siscorp.com.br/siscorpnews/sexta_edicao/assunto_marco.htm>. Acesso em: 08 dez. 2013.

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L. **Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos**. 2. ed. rev. atual. Rio de Janeiro: Campus; Elsevier, c2005. xiv, 518 p.

HILLIER, F. S; LIEBERMAN, G. J.. **Introdução à pesquisa operacional**. Rio de Janeiro: Campus, 1988. 805 p.

KUHN, Harold W. **The Hungarian Method for the assignment problem**, *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 2, p. 83–97, 1955.

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4. ed. São Paulo: *Pearson Prentice Hall*, 2009. 223 p.

MACHADO, Fabricio C.. **Problema do Caixeiro Viajante com Coleta e Entrega**. Campinas: 2013. 19 p.

NASCIMENTO, Mariá Cristina Vasconcelos. **Metaheurística para o problema de agrupamento de dados em grafo**. 2010. 119 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ciências de Computação e Matemática Computacional, Usp, São Carlos, 2010. Disponível em: <http://www.ppgia.pucpr.br/~fabricio/ftp/Mestrado/Bibliografia_Agrupamento_em_Grafos/Tese_Nascimento.pdf>. Acesso em: 23 nov. 2013.

NOVAES, Antonio Galvao *et al.* **Gerenciamento de transporte e frotas**. 2. ed. Cengage Learning, 2008. 340 p.

NOVAES, A. G.. **Logística e gerenciamento da cadeia de distribuição: estratégia, operação e avaliação**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004.

Portal ANTT. RNTRC em números. Disponível em: <<http://www.antt.gov.br/>>. Acesso em: 27 Jun. 2013.

RENDER, B; STAIR, R. M.; HANNA, M. E. **Análise quantitativa para administração**. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2010. 776 p.

SEdgeWICK, Robert. **Algorithms in C: Part 5: Graph Algorithms**. 3. ed. Pearson, 2002. 512 p.

SILVA, Ermes Medeiros da; SILVA, Elio Medeiros da; GONÇALVES, Walter; MUROLO, Afrânio Carlos. **Pesquisa operacional: programação linear, simulação**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1998. 184 p.

SOUSA, Diego Augusto de. **Programação Inteira: Método branch and bound – Programando com estruturas de dados**. 2008. 72 f. Monografia - Curso de Matemática Aplicada A Negócios, USP, Ribeirão Preto, 2008.

TACLA, D.; BOTTER, R. C.; HINO, C. M. **Estudo e aplicação de transporte colaborativo para cargas de grande volume** - Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Brasil, 2003.

TAHA, Hamdy A. **Pesquisa operacional**. 8 ed. São Paulo, SP: Pearson Prentice Hall, 2008. 359 p.

TENENBAUM, Aaron M.; LANGSAM, Yedidiah; AUGENSTEIN, Moshe. **Estruturas de dados usando C**. São Paulo: Makron, 1995. xx, 884 p.

APÊNDICE A: ARQUIVOS DE ENTRADA PARA TESTES: CUSTOS.

10	10									
105	282	80	147	120	103	400	320	40	94	
205	326	29	479	30	29	496	499	418	226	
360	150	348	114	409	448	391	90	62	246	
230	469	248	241	488	354	103	152	67	321	
152	179	366	415	279	22	87	396	177	270	
193	381	502	370	363	98	273	266	49	225	
104	397	100	292	34	15	453	155	318	117	
456	410	177	279	495	301	199	178	396	461	
290	160	290	202	408	273	205	329	158	140	
339	225	252	485	391	208	43	323	168	239	
73	143	251	160	106	135	72	319	202	237	
197	228	104	328	125	266	277	286	111	157	
55	20	243	173	256	351	69	123	202	176	
102	335	79	168	290	258	204	195	141	339	
83	20	286	341	195	254	23	346	285	273	
72	20	313	247	15	68	10	210	191	145	
279	347	273	72	60	191	317	139	143	30	
223	349	62	106	277	186	108	124	230	226	
27	292	43	46	123	34	222	277	110	117	
65	158	172	224	188	157	81	322	97	167	

Figura 38: Arquivo de custos utilizado nos testes 0 a 9

Fonte: Autoria Própria (2014)

50 5
 84 207 440 212 204
 20 481 53 261 57
 162 432 418 218 31
 362 356 32 173 182
 298 408 404 397 236
 395 247 365 37 93
 44 182 437 441 217
 217 240 352 175 97
 293 112 243 71 498
 227 154 193 252 500
 497 339 394 209 176
 178 125 345 395 153
 42 192 503 389 19
 41 330 79 54 151
 249 339 192 355 236
 419 162 145 231 245
 38 217 216 110 15
 292 58 35 124 275
 452 258 430 199 432
 401 217 373 170 192
 38 92 27 125 474
 393 171 423 329 439
 87 435 316 63 151
 191 267 73 295 147
 387 224 295 47 147
 402 160 50 389 28
 21 323 472 28 182
 237 391 396 199 479
 272 218 125 314 462
 176 49 262 336 306
 181 63 300 257 191
 139 291 462 130 72
 357 456 131 492 23
 219 161 185 467 89
 205 430 115 229 25
 229 286 213 390 415
 68 488 87 125 220
 425 336 140 315 447
 295 463 218 61 105
 167 444 28 224 147
 157 154 464 302 174
 93 48 398 402 129
 10 494 157 154 161
 10 507 341 354 65
 59 100 185 355 36
 41 82 301 375 263
 444 369 458 99 484
 406 277 374 229 100
 359 130 210 292 188
 82 400 262 24 141
 58 13 113 253 208 276 30 151 205 158 347 124 29 28 174 293 26 204 316 280 26 275 60 133 270 281 14 165 190 123 126 97 249 153 143 160 47 297 206 116 109 65 6 6 41 28 310 284 251 57
 144 336 302 249 285 172 127 167 78 107 237 87 134 230 237 113 151 40 180 151 64 119 304 186 156 111 226 273 152 34 44 203 319 112 300 200 341 235 324 310 107 33 345 354 69 57 258 193 90 279
 307 37 292 22 282 255 305 246 170 135 275 241 352 55 134 101 151 24 300 261 18 296 221 51 206 34 330 277 87 183 209 323 91 129 80 149 60 97 152 19 324 278 109 238 129 210 320 261 146 183
 148 182 152 121 277 25 308 122 49 176 146 276 272 37 248 161 76 86 139 118 87 230 44 206 32 272 19 139 219 235 179 90 344 326 160 272 87 220 42 156 211 281 107 247 248 262 69 160 204 16
 142 39 21 127 165 65 151 67 348 349 123 107 13 105 165 171 10 192 302 134 331 307 105 102 102 19 127 335 323 214 133 50 16 62 17 290 153 312 73 102 121 90 112 45 25 184 338 69 131 98

Figura 41: Arquivo de custos utilizado no teste 12

Fonte: Aatoria Própria (2014)

5 50

339 115 89 374 309 393 376 102 213 27 126 368 47 111 316 245 276 408 397 99 471 505 412 479 156 12 414 248 56 264 241 448 446 183 140 216 17 410 390 77 141 142 384 388 298 373 282 498 223 491
97 137 427 501 248 257 54 359 251 10 390 29 151 320 299 133 98 356 172 314 382 15 102 24 482 509 99 334 140 296 232 300 117 332 499 11 389 501 452 469 382 99 104 361 24 81 358 167 170 230
302 88 323 119 15 140 474 325 194 420 42 446 303 490 414 366 410 358 56 352 390 110 465 472 24 446 341 127 200 394 403 225 292 163 110 198 77 292 349 385 21 37 492 165 53 281 20 404 276 352
18 89 221 115 426 340 170 378 130 225 140 414 276 325 488 457 455 468 331 343 170 332 182 43 310 40 301 493 167 177 142 248 232 133 144 182 394 208 488 43 306 320 342 232 274 199 169 333 226 320
61 293 203 263 205 508 239 68 20 278 358 398 282 482 209 311 367 309 501 104 124 468 175 227 247 414 153 147 304 335 143 251 168 206 446 369 80 222 145 421 153 352 299 78 99 278 112 324 179 358
237 67 211 12 42
80 95 61 62 205
62 298 226 154 142
261 350 83 80 184
216 173 10 298 143
275 179 97 237 355
263 37 331 118 167
71 251 227 264 47
149 175 135 90 13
18 6 293 157 194
88 272 29 97 250
257 20 312 289 278
32 105 212 193 197
77 223 342 227 337
221 209 289 341 146
171 93 256 319 217
193 68 286 318 256
285 249 250 327 216
277 120 39 231 350
69 219 246 240 72
329 267 272 118 86
353 10 76 232 327
288 71 325 127 122
335 16 330 30 158
109 337 16 216 172
8 356 312 27 289
289 69 238 210 107
173 233 88 345 102
39 97 139 116 212
184 207 275 123 234
168 162 282 99 100
313 209 157 173 175
312 81 204 162 117
128 232 114 93 144
97 349 76 100 312
151 7 138 127 258
11 272 53 275 55
286 350 204 145 155
272 316 244 341 101
53 328 269 30 294
98 267 14 214 107
99 69 25 223 246
268 72 344 239 209
271 252 115 162 54
208 16 37 191 69
261 56 196 139 194
197 250 13 118 78
348 116 282 233 226
156 118 193 158 125
343 160 246 223 250

Figura 42: Arquivo de custos utilizado no teste 13
Fonte: Autoria Própria (2014)

15 15

14 19 13 19 19 14 11 11 11 12 14 11 10 18 13
12 19 19 15 10 10 11 11 13 13 12 18 16 14 14
18 12 11 13 17 19 16 14 19 16 11 17 14 19 12
14 18 15 17 16 14 13 16 14 17 15 18 18 11 18
14 11 13 12 10 19 19 17 17 17 10 19 17 12 15
17 13 16 18 15 14 15 13 19 19 14 13 18 15 13
13 19 13 16 11 18 10 19 13 12 15 14 14 19 16
17 19 11 12 17 16 13 11 14 17 12 10 17 15 11
15 15 12 11 13 12 10 11 17 17 14 11 18 17 11
18 19 16 13 10 16 17 12 17 14 17 14 10 18 17
16 12 17 16 14 19 17 10 14 14 15 19 10 11 17
14 12 12 19 10 10 13 12 19 11 11 12 12 18 14
10 12 16 17 14 11 16 12 17 10 14 19 10 17 15
14 16 16 19 16 10 12 14 11 17 14 15 18 19 13
17 10 15 14 10 13 10 16 12 19 13 15 18 14 12
9 8 12 9 9 11 9 11 10 12 11 9 6 9 11
13 13 8 12 7 9 13 13 10 13 8 8 8 11 6
9 13 7 10 9 11 9 7 8 11 11 8 11 11 10
13 10 9 11 8 12 11 8 7 9 11 13 11 13 9
13 6 11 11 6 10 7 11 9 6 9 6 9 11 6
9 6 13 9 13 9 12 11 8 11 13 6 7 6 9
7 7 11 9 13 10 6 9 6 11 11 9 11 8 6
7 7 9 11 11 9 13 7 7 8 6 8 8 9 11
7 9 13 9 11 13 9 9 11 11 9 13 11 7 8
8 9 11 11 11 13 8 11 11 9 9 7 6 11 13
9 8 7 10 6 9 10 8 9 11 10 7 9 9 9
7 12 11 12 13 9 9 6 7 9 13 8 13 10 10
6 11 9 12 11 12 9 11 12 6 6 8 6 12 12
12 9 13 7 8 10 13 10 11 12 7 12 11 13 9
9 9 8 12 10 9 11 7 7 11 11 9 10 9 8

Figura 43: Arquivo de custos utilizado no teste 14
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10									
292	244	204	271	212	21	124	50	42	304	
206	137	205	86	156	72	213	295	220	52	
138	97	145	129	277	24	166	254	143	22	
240	206	188	177	201	80	56	45	17	253	
179	10	260	140	126	59	107	271	275	208	
115	48	205	197	308	270	89	247	75	233	
180	239	206	79	159	309	56	93	247	278	
111	161	197	289	17	61	237	151	107	80	
220	17	56	220	116	154	173	148	299	156	
98	290	307	143	29	239	165	104	24	42	
204	144	96	167	125	80	125	77	153	68	
170	95	67	144	6	33	167	112	11	202	
142	143	101	131	181	143	144	137	39	214	
189	60	90	123	97	137	55	202	153	100	
148	109	193	140	88	215	111	11	81	20	
14	50	16	55	41	188	216	42	107	167	
86	149	116	39	74	62	39	165	121	115	
34	206	177	31	189	172	65	105	103	72	
29	153	100	11	192	52	172	74	209	16	
212	36	15	177	145	163	194	55	109	29	

Figura 48: Arquivo de custos utilizado no teste 19
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10									
251	82	195	284	233	191	41	102	226	74	
242	267	108	38	278	66	223	194	243	274	
290	281	43	259	107	91	282	282	306	145	
93	303	111	249	11	136	135	198	295	121	
244	115	178	16	92	297	94	158	229	106	
23	261	165	276	281	111	155	234	31	27	
288	49	227	91	96	198	289	78	114	290	
296	122	177	234	158	156	235	24	147	74	
42	72	198	138	254	36	39	158	66	72	
157	235	62	53	118	70	64	274	186	128	
175	169	202	65	170	16	201	207	29	109	
57	186	196	212	80	182	34	85	50	164	
136	75	30	77	124	115	158	123	138	43	
198	26	181	174	11	193	63	163	96	37	
163	194	74	7	64	196	67	110	177	82	
133	46	63	95	207	77	138	109	25	48	
28	156	197	94	65	108	202	164	27	44	
71	135	197	138	110	163	54	16	110	191	
158	170	214	206	160	21	79	102	46	130	
51	191	101	84	74	18	202	51	50	89	

Figura 49: Arquivo de custos utilizado no teste 20
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10								
265	34	123	103	61	52	158	231	213	185
104	80	80	187	69	227	234	96	170	132
217	45	282	115	154	58	125	119	39	181
15	83	106	177	230	91	68	93	182	167
70	165	19	234	288	300	92	262	221	235
151	75	171	85	296	21	283	60	43	101
298	262	209	221	37	151	282	11	182	183
240	292	273	42	50	59	18	20	83	305
287	70	265	114	120	270	165	156	117	71
257	105	72	267	63	151	243	221	236	47
185	72	151	10	48	105	208	167	200	179
23	55	31	58	115	52	183	204	48	73
86	55	197	74	13	119	146	191	185	50
72	130	80	123	163	59	154	29	79	186
42	48	107	160	201	207	25	34	83	44
36	158	40	63	209	14	105	41	188	105
110	163	87	47	64	198	197	12	115	170
161	67	83	65	183	41	7	13	109	154
149	118	27	127	154	30	127	58	81	165
129	92	126	116	164	70	128	213	49	32

Figura 50: Arquivo de custos utilizado no teste 21
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10								
187	246	65	262	64	302	17	205	242	268
255	88	33	249	126	49	160	169	262	289
128	94	277	245	71	300	56	178	234	277
277	221	70	247	43	65	272	210	195	242
303	144	179	302	233	142	12	258	93	77
91	292	128	88	246	18	191	192	189	118
232	126	287	179	54	27	238	54	102	246
107	46	264	241	103	81	186	113	263	136
283	72	175	221	155	307	225	215	142	221
306	281	134	101	277	179	85	79	167	41
130	178	89	193	212	63	162	74	198	214
172	61	65	154	100	204	88	32	50	196
45	23	193	48	125	89	200	184	122	93
183	174	171	172	211	61	125	168	154	70
44	88	49	30	163	172	37	72	108	193
211	34	209	45	99	12	18	56	214	125
11	111	39	190	8	133	166	130	157	59
143	118	124	146	180	134	37	79	150	55
169	183	163	136	65	132	71	184	99	116
187	202	193	169	53	82	172	95	154	28

Figura 51: Arquivo de custos utilizado no teste 22
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10								
46	242	228	222	215	208	47	295	121	195
146	305	38	71	47	299	72	196	293	204
186	240	144	29	55	164	189	194	232	32
218	226	111	288	185	266	289	74	273	71
126	277	173	203	297	114	88	274	105	69
113	241	274	58	64	186	209	246	291	21
59	100	90	126	75	307	21	57	202	222
36	247	50	101	145	173	151	45	292	154
105	159	67	99	102	197	291	199	283	54
187	61	156	248	179	184	249	94	140	138
32	102	130	152	88	79	41	25	73	130
169	213	167	158	193	168	69	172	111	42
159	26	100	77	121	191	62	34	46	109
155	49	20	201	142	40	88	70	69	173
150	32	38	129	207	44	52	101	71	125
145	209	114	186	79	130	214	121	137	128
32	50	132	202	61	146	14	105	203	174
206	137	135	51	191	172	39	31	139	65
84	205	162	191	73	203	141	204	198	97
136	142	22	49	48	14	155	107	37	96

Figura 54: Arquivo de custos utilizado no teste 25
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10								
177	237	258	232	51	68	173	104	282	119
166	94	233	215	112	154	305	153	156	142
37	306	80	127	74	71	249	84	182	166
288	159	210	195	157	223	94	191	297	93
236	47	81	133	42	155	306	96	172	256
104	104	53	190	38	171	187	294	307	131
253	37	234	197	192	305	146	261	266	136
84	297	187	301	182	298	272	302	85	140
169	215	190	48	149	52	164	266	17	127
125	47	45	262	158	277	14	164	99	193
123	116	25	201	165	72	177	58	118	87
165	65	214	111	32	72	25	207	150	32
180	163	55	146	56	37	163	130	132	31
162	150	88	136	93	132	137	210	33	183
35	78	51	109	29	26	134	127	104	110
47	107	49	156	108	119	213	208	36	193
121	213	174	65	214	130	102	190	114	9
72	107	58	133	67	205	182	211	186	114
197	109	127	207	120	214	186	59	11	69
83	99	116	65	179	91	95	97	88	135

Figura 55: Arquivo de custos utilizado no teste 26
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10									
201	85	239	36	286	99	126	116	129	252	
223	186	126	201	181	89	179	42	90	157	
160	23	219	144	76	279	44	277	146	172	
70	45	58	82	62	179	106	43	267	33	
236	115	51	91	258	226	218	120	252	166	
39	211	252	149	74	60	108	251	262	190	
231	123	119	27	13	220	63	62	61	262	
98	289	68	86	246	23	307	226	232	295	
303	252	212	18	60	206	171	218	29	170	
111	175	114	278	139	34	155	191	56	224	
140	156	111	48	165	27	161	68	212	77	
59	130	16	31	80	147	86	202	176	122	
167	88	153	40	35	176	83	47	148	79	
25	140	100	57	63	104	18	60	12	194	
200	126	53	43	180	51	9	172	41	97	
69	62	195	125	158	41	153	16	144	23	
88	125	30	74	152	75	44	214	119	108	
81	29	193	30	83	175	43	158	152	133	
90	62	102	186	176	183	42	162	20	39	
176	109	120	23	116	132	183	206	118	156	

Figura 56: Arquivo de custos utilizado no teste 27
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10									
36	58	17	131	106	288	133	174	124	226	
273	49	97	107	244	240	102	34	204	173	
227	80	160	47	231	36	145	57	219	42	
197	121	83	106	70	24	18	142	123	286	
83	127	252	93	177	115	210	175	132	279	
93	269	164	240	69	23	201	135	170	88	
32	97	84	48	117	290	53	305	261	62	
105	118	243	229	281	259	249	111	283	188	
60	240	237	92	72	17	242	250	309	108	
116	105	210	304	284	273	254	123	24	228	
25	191	158	137	58	65	22	73	41	81	
40	34	55	84	88	188	67	82	167	73	
11	67	111	58	176	114	58	170	165	146	
91	74	32	74	65	167	33	160	64	212	
74	170	161	48	123	48	81	196	50	198	
201	167	25	16	80	16	202	181	11	191	
93	71	101	12	146	140	37	174	169	177	
121	23	39	99	122	94	213	77	174	86	
86	142	153	86	92	118	182	198	216	16	
158	121	29	200	195	61	43	131	75	159	

Figura 57: Arquivo de custos utilizado no teste 28
Fonte: Autoria Própria (2014)

10	10									
274	150	91	271	119	257	81	94	154	224	
63	293	163	234	176	279	120	78	274	19	
186	147	193	175	57	36	52	206	120	305	
49	83	285	177	12	62	178	191	272	210	
64	186	169	239	38	100	309	294	201	106	
302	187	79	208	67	55	110	185	83	75	
159	268	254	247	110	30	305	266	72	198	
204	65	174	128	70	297	287	38	113	294	
289	140	38	122	264	304	20	102	263	73	
148	35	83	96	167	88	46	167	11	52	
191	44	130	34	44	211	111	142	202	103	
104	205	102	58	130	130	187	45	97	24	
63	114	135	199	118	55	177	121	26	58	
189	163	122	123	167	145	172	89	85	67	
83	123	39	8	26	46	76	48	184	116	
179	195	25	43	69	38	20	207	212	61	
56	83	36	124	216	76	213	200	13	32	
65	54	144	133	205	129	186	26	71	116	
107	191	83	190	140	58	50	79	184	7	
156	13	213	146	74	52	138	205	51	36	

Figura 58: Arquivo de custos utilizado no teste 29
Fonte: Autoria Própria (2014)

APÊNDICE B: ARQUIVOS DE ENTRADA PARA TESTES: PEDIDOS.

50
 9 8
 1 8
 2 2
 5 2
 3 6
 6 9
 4 2
 7 2
 2 9
 7 6
 8 1
 3 9
 5 8
 9 6
 8 3
 8 5
 4 3
 2 5
 2 5
 4 1
 2 4
 1 2
 2 6
 6 7
 4 2
 1 8
 2 3
 0 7
 1 2
 3 9
 6 7
 1 0
 8 4
 7 6
 3 5
 4 1
 3 8
 3 4
 3 0
 2 6
 1 0
 9 0
 7 5
 5 8
 5 1
 2 6
 0 9
 7 0
 6 9
 8 7

Figura 59: Listagem de pedidos utilizado nos testes 0 a 9
Fonte: Autoria Própria (2014)

1
 2

Figura 60: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 0
Fonte: Autoria Própria (2014)

2
 2 0

Figura 61: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 1
Fonte: Autoria Própria (2014)

3
 2 1 0

Figura 62: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 2
Fonte: Autoria Própria (2014)

4
 2 1 1 0

Figura 63: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 3
Fonte: Autoria Própria (2014)

5
 2 2 0 1 5

Figura 64: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 4
Fonte: Autoria Própria (2014)

6
2 2 5 1 4 5

Figura 65: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 5
Fonte: Aatoria Própria (2014)

7
2 0 2 5 1 4 5

Figura 66: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 6
Fonte: Aatoria Própria (2014)

16
2 2 5 1 4 5 0 2 1 5 4 7 2 1 0 1

Figura 67: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 7
Fonte: Aatoria Própria (2014)

17
2 2 5 1 4 5 0 2 1 5 4 7 2 1 0 5 2

Figura 68: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 8
Fonte: Aatoria Própria (2014)

20
2 2 5 1 4 5 0 2 1 5 4 7 2 1 0 5 2 1 5 0

Figura 69: Quantidade de veículos e posição inicial para teste 9
Fonte: Aatoria Própria (2014)

60
 38 31
 1 13
 33 38
 34 34
 13 30
 21 18
 11 22
 3 33
 1 8
 10 23
 26 33
 0 32
 20 25
 39 23
 3 4
 10 4
 4 0
 23 27
 36 39
 37 23
 34 31
 8 14
 27 1
 11 23
 29 15
 5 10
 37 25
 16 31
 21 34
 37 33
 24 30
 12 4
 24 22
 3 13
 2 32
 12 1
 0 17
 28 25
 24 12
 33 28
 10 32
 36 37
 0 4
 39 38
 17 30
 33 38
 39 13
 15 15
 10 19
 29 3
 27 7
 22 16
 22 2
 17 1
 26 17
 36 32
 10 10
 5 33
 9 18
 22 0
 5
 2 6 25 37 6

Figura 70: Arquivo de pedidos utilizado no teste 10
Fonte: Aatoria Própria (2014)

60
 1 10
 2 19
 13 19
 8 5
 14 12
 19 4
 1 3
 15 8
 1 0
 8 8
 19 1
 19 5
 12 7
 19 17
 6 9
 16 19
 10 10
 7 13
 17 16
 6 14
 1 2
 13 13
 15 2
 1 9
 3 15
 12 7
 16 16
 10 1
 8 6
 10 17
 18 10
 8 1
 10 11
 17 19
 8 2
 3 12
 6 3
 11 13
 15 7
 12 6
 4 14
 10 11
 0 3
 15 19
 6 2
 12 10
 19 5
 3 10
 1 10
 12 6
 12 16
 10 19
 6 12
 16 10
 0 3
 15 6
 7 1
 17 2
 16 7
 2 14
 5
 8 11 18 6 15

Figura 71: Arquivo de custos utilizado no teste 11
Fonte: Autoria Própria (2014)

60
 24 4
 18 0
 18 0
 4 1
 31 4
 48 4
 44 0
 10 2
 20 1
 33 0
 6 4
 17 3
 25 0
 18 3
 47 0
 13 1
 45 1
 44 4
 34 1
 30 3
 12 3
 44 0
 4 1
 47 4
 36 4
 36 0
 9 1
 20 0
 32 2
 25 3
 7 0
 10 3
 34 4
 39 2
 22 0
 10 2
 23 3
 23 1
 4 2
 17 2
 49 1
 48 2
 19 2
 0 4
 35 4
 37 3
 46 0
 14 4
 26 0
 6 4
 26 4
 7 3
 44 2
 31 2
 47 0
 9 1
 22 2
 14 3
 15 3
 2 3
 5
 4 2 2 3 4

Figura 72: Arquivo de custos utilizado no teste 12
Fonte: Autoria Própria (2014)

60
3 33
4 4
3 11
2 20
1 42
2 49
3 40
1 32
0 3
1 42
2 14
3 7
1 37
1 26
1 37
3 31
3 9
1 33
2 23
1 33
3 49
4 39
1 20
0 5
1 38
4 8
1 6
3 11
3 2
2 48
4 38
3 11
4 38
0 38
3 26
0 24
4 43
0 5
2 32
2 26
1 43
3 28
2 42
2 34
3 24
0 20
1 38
3 29
3 9
3 29
3 32
4 27
0 31
1 24
4 5
0 35
4 20
3 18
3 23
4 42
5
16 25 4 9 16

Figura 73: Arquivo de custos utilizado no teste 13
Fonte: Autoria Própria (2014)

75
 13 13
 4 14
 9 12
 1 5
 4 4
 13 12
 0 10
 8 4
 6 0
 1 12
 14 4
 7 9
 4 14
 12 5
 14 12
 2 8
 14 14
 1 14
 14 7
 13 11
 5 5
 1 3
 8 8
 10 9
 8 6
 0 13
 8 14
 2 14
 11 5
 1 8
 10 3
 14 8
 12 13
 14 10
 10 14
 9 11
 2 1
 7 2
 11 0
 0 10
 5 13
 2 3
 2 5
 13 14
 8 9
 2 2
 14 2
 7 12
 12 7
 12 1
 1 6
 12 11
 10 10
 7 10
 4 12
 6 3
 1 8
 13 11
 3 11
 10 3
 13 5
 12 13
 2 3
 2 14
 11 6
 0 2
 13 2
 4 6
 0 4
 0 8
 13 9
 6 14
 8 1
 12 14
 5 13
 2
 5 2

Figura 74: Arquivo de custos utilizado no teste 14
Fonte: Autoria Própria (2014)

75
3 5
1 2
2 1
8 0
3 7
7 1
8 10
3 1
12 1
11 5
1 8
6 14
2 1
5 1
5 0
1 1
7 12
12 7
3 9
2 11
9 4
8 8
14 6
5 5
7 9
8 2
0 14
3 0
12 10
5 5
14 5
0 14
13 1
9 4
13 1
5 10
8 11
7 2
1 0
1 6
12 14
1 11
7 10
5 9
8 10
5 1
14 13
13 14
13 10
2 7
14 1
2 10
12 5
12 14
8 9
0 8
14 5
10 3
6 0
11 6
7 1
8 14
8 5
12 13
13 1
0 3
1 10
6 2
0 4
5 6
5 9
7 5
6 3
0 13
3 13
2
13 6

Figura 75: Arquivo de custos utilizado no teste 15
Fonte: Autoria Própria (2014)

75
 12 10
 12 14
 9 5
 11 7
 1 14
 1 10
 5 7
 11 0
 4 0
 5 7
 4 13
 5 5
 12 0
 2 2
 8 8
 6 1
 5 4
 13 12
 14 7
 9 4
 10 4
 11 2
 10 12
 1 13
 12 1
 14 4
 10 4
 14 10
 11 5
 3 4
 13 9
 11 9
 0 14
 14 4
 1 0
 2 14
 4 4
 7 5
 6 5
 14 4
 14 9
 14 12
 11 9
 2 0
 0 11
 6 0
 13 5
 5 8
 14 12
 11 6
 0 6
 7 14
 6 12
 0 0
 4 1
 2 3
 8 9
 14 12
 13 0
 13 12
 3 0
 6 4
 13 0
 7 10
 11 11
 11 3
 3 6
 8 8
 12 4
 0 8
 9 0
 9 0
 13 13
 14 7
 11 1
 2
 13 8

Figura 76: Arquivo de custos utilizado no teste 16
Fonte: Autoria Própria (2014)

80
7 0
3 1
2 0
0 7
6 9
1 3
5 2
9 1
4 5
7 0
1 7
7 5
3 1
4 0
5 8
9 4
4 5
3 0
2 5
2 1
6 4
4 1
3 5
2 2
9 3
5 9
6 7
0 1
5 7
9 0
2 2
8 0
9 2
6 8
5 8
3 3
8 1
4 9
6 3
3 3
4 4
2 8
9 7
2 5
4 6
7 4
1 4
3 4
3 1
3 7
1 1
2 4
5 1
0 7
5 9
5 6
4 2
6 7
1 3
5 0
9 5
1 2
3 9
5 7
2 3
4 4
2 4
4 1
1 0
2 8
4 9
3 8
2 0
5 2
0 9
8 3
2 7
1 0
6 1
4 9
1
1

Figura 77: Arquivo de custos utilizado no teste 17
Fonte: Autoria Própria (2014)

85
3 7
7 6
8 7
0 2
2 9
4 1
7 7
7 5
0 5
5 2
8 3
1 1
4 5
7 3
7 7
9 4
3 2
3 7
4 9
5 1
1 9
6 6
6 0
3 1
6 9
4 7
3 7
4 9
0 4
1 0
6 7
3 8
5 2
4 7
7 1
0 1
0 0
4 8
1 4
0 4
5 1
8 9
5 7
2 9
4 6
0 7
6 1
8 2
3 1
6 7
0 5
4 1
9 9
7 1
8 9
2 5
4 9
5 7
3 1
3 6
6 3
3 3
7 6
9 6
0 3
2 7
8 9
9 0
3 9
3 4
4 4
1 7
4 9
9 8
2 7
5 1
5 5
3 7
6 2
3 9
7 2
9 0
0 9
5 1
5 5
1
1

Figura 78: Arquivo de custos utilizado no teste 18
Fonte: Autoria Própria (2014)

90
 5 4
 2 9
 5 2
 3 9
 9 3
 7 5
 8 5
 3 0
 6 9
 8 3
 5 5
 8 0
 4 9
 0 5
 1 0
 7 3
 4 9
 2 3
 5 0
 9 0
 2 1
 7 5
 1 3
 6 0
 6 9
 3 1
 3 5
 8 9
 6 8
 2 3
 8 2
 1 8
 5 6
 7 3
 7 4
 4 7
 8 5
 9 2
 9 0
 6 4
 0 5
 3 2
 5 8
 0 8
 1 2
 3 5
 4 0
 9 1
 4 7
 7 5
 2 1
 4 3
 1 1
 4 2
 2 7
 9 8
 2 2
 3 2
 6 0
 7 0
 3 2
 5 3
 7 8
 4 3
 3 5
 4 5
 0 2
 8 0
 1 1
 9 3
 3 2
 4 1
 4 9
 0 9
 7 6
 7 5
 3 9
 1 1
 7 4
 4 0
 8 2
 2 1
 7 5
 7 8
 2 2
 7 7
 3 8
 2 7
 2 7
 5 1
 1
 7

Figura 79: Arquivo de custos utilizado no teste 19
Fonte: Autoria Própria (2014)

100	
1 8	4 2
1 9	0 9
1 2	8 9
1 1	1 4
7 5	6 0
2 9	0 4
9 0	3 5
5 4	5 7
2 3	2 4
3 5	9 7
8 8	8 4
8 7	8 4
4 4	0 2
0 8	0 6
5 5	2 6
7 5	8 7
0 4	5 3
0 5	2 4
7 1	4 3
2 9	3 0
2 5	4 0
4 0	5 9
1 2	4 5
2 5	8 7
8 3	2 9
3 4	0 1
8 9	7 3
2 3	2 9
1 1	9 2
6 5	3 3
3 9	9 3
4 0	8 9
9 5	3 6
0 2	5 5
1 6	0 5
1 8	2 1
6 1	7 2
3 4	8 6
0 9	7 8
4 9	3 8
5 6	6 1
1 3	5 9
1 7	7 7
9 7	9 6
5 8	3 7
6 7	8 3
6 5	4 4
0 9	5 0
9 4	1
2 5	0
8 0	
0 6	

Figura 80: Arquivo de custos utilizado no teste 20
Fonte: Aatoria Própria (2014)

200

0 2	0 3
5 9	4 0
2 9	8 9
2 1	5 4
5 0	4 7
0 9	0 6
4 2	2 6
6 1	6 2
1 5	7 3
6 1	7 1
7 1	6 8
5 0	2 2
9 7	1 2
8 7	4 6
9 8	8 6
8 7	5 3
0 7	3 9
0 2	8 1
2 2	4 3
1 8	7 3
6 1	2 6
0 0	9 9
9 0	3 3
0 0	1 7
2 7	7 6
9 5	5 7
7 5	7 2
3 8	5 0
4 2	9 8
1 9	3 2
2 1	5 5
6 2	3 0
2 4	8 8
3 7	3 5
1 1	4 9
4 2	2 2
3 5	8 2
6 6	9 7
5 2	0 5
6 7	2 4
3 5	8 9
7 1	5 2
5 7	8 5
5 3	6 0
7 6	2 1
0 3	0 1
5 3	7 5
6 8	8 5
4 0	7 1
3 5	3 7
1 5	8 0
8 9	2 7
0 7	5 0
3 7	8 5
9 5	6 9
3 5	4 1
3 4	1 2
8 2	2 2
0 4	0 3
1 5	1 1
2 2	8 4
4 1	0 3
7 3	7 4
9 0	5 7
5 0	7 8
5 9	7 7
5 8	3 5
3 3	5 3
5 9	1 0
5 2	8 6
5 4	6 5
7 0	8 3
1 6	2 3
0 4	8 8
2 7	2 0
5 2	6 6
4 3	6 8
5 4	0 9
3 9	1 2
5 1	9 7
7 7	3 1
1 7	2 1
4 5	4 5
0 0	9 5
7 9	1 5
7 5	9 6
9 6	2 1
5 7	6 3
6 6	8 4
7 1	3 1
1 0	6 9
2 3	8 9
3 3	2 1
4 4	6 2
0 6	1 9
2 7	6 5
6 6	7 8
3 8	3 8
4 3	9 3
	5 8
	2 7
	1
	3

Figura 81: Arquivo de custos utilizado no teste 21
Fonte: Autoria Própria (2014)

1000										
5 8	6 1	4 5	9 2	8 3	2 8	5 2	8 3	6 3	6 4	1 1
1 1	3 5	8 0	7 4	0 0	7 9	9 6	6 4	5 1	7 2	7 6
9 4	6 8	6 3	1 9	2 4	9 3	9 0	0 3	0 2	9 4	8 0
9 3	6 3	9 4	0 8	6 4	9 4	5 2	7 7	9 7	9 2	4 2
8 3	8 4	8 8	0 2	0 5	6 6	1 3	9 7	6 3	4 5	9 3
1 5	5 0	7 5	0 8	2 6	5 0	2 2	5 8	5 1	6 3	9 0
5 0	6 4	7 1	0 5	5 7	8 0	2 1	1 2	1 9	8 9	3 6
0 7	6 5	7 6	4 4	6 2	4 5	0 4	1 5	6 9	6 5	9 2
0 7	6 8	8 5	6 5	1 5	7 4	1 7	7 1	8 2	8 4	4 1
3 0	1 9	3 5	2 4	3 7	2 1	6 3	5 3	9 0	2 3	9 5
9 2	5 3	8 5	0 1	5 3	8 3	3 9	3 9	0 8	7 5	2 4
9 4	3 5	4 5	1 8	9 3	6 2	9 5	4 0	8 5	1 7	6 6
9 9	4 4	0 9	8 9	2 1	5 9	6 1	8 3	2 6	3 9	7 3
1 1	0 0	0 0	6 7	7 0	6 1	5 0	6 2	4 7	4 8	3 2
8 4	8 6	2 0	8 9	8 8	5 6	4 5	7 1	0 1	6 6	9 2
6 5	2 2	2 6	9 7	2 2	3 1	6 0	9 3	0 3	6 0	8 2
6 1	3 9	3 1	5 7	7 2	3 1	1 5	3 9	6 7	1 2	5 0
4 5	1 4	6 2	7 1	1 8	0 4	8 7	4 9	6 8	5 6	5 5
9 0	1 6	0 1	9 2	0 4	9 8	4 9	4 7	7 6	9 1	7 6
3 7	8 2	5 0	3 7	3 3	6 3	5 6	4 8	2 6	2 4	9 1
2 4	7 8	7 9	9 2	1 5	2 4	9 4	4 3	6 0	3 1	1
8 7	7 3	9 7	8 9	7 7	2 0	0 2	6 4	0 4	5 1	5
9 4	1 7	6 7	2 4	8 9	9 0	7 5	0 6	9 3	8 8	
7 2	6 0	7 1	2 6	1 6	0 2	0 3	0 6	9 6	6 0	
4 4	5 0	2 3	0 3	2 5	7 7	6 7	6 3	9 1	2 2	
3 6	3 1	8 2	4 9	5 5	0 5	2 6	9 9	2 0	7 9	
1 1	7 9	4 9	6 0	3 6	6 1	3 0	7 6	1 2	9 6	
0 9	2 1	8 9	4 7	9 3	4 2	7 7	1 5	0 9	4 2	
5 9	5 0	1 6	6 8	7 8	4 8	0 4	3 9	7 2	8 1	
5 8	2 3	5 9	4 5	7 4	2 4	6 3	6 3	8 8	1 4	
6 1	1 9	8 3	7 3	9 9	0 7	8 2	7 9	0 0	8 6	
4 1	8 9	3 9	2 8	3 6	7 4	9 0	3 1	7 2	1 4	
0 5	9 4	8 1	0 2	3 6	5 9	8 5	9 3	0 3	4 2	
2 1	8 3	5 0	2 6	3 8	6 9	4 8	7 7	6 7	5 9	
2 2	6 2	0 1	3 4	7 6	0 2	1 6	2 3	2 0	0 9	
5 1	0 1	5 2	5 4	2 9	9 5	3 5	7 3	2 5	5 3	
9 3	0 9	4 1	4 2	3 6	0 7	6 4	6 1	0 9	0 0	
2 7	9 8	3 3	4 5	3 0	7 3	5 3	7 4	0 0	6 3	
0 5	9 9	2 6	8 0	6 6	4 2	4 3	1 1	5 0	9 5	
7 2	5 0	5 9	0 0	0 8	3 0	7 2	6 9	3 5	9 2	
8 8	0 7	3 3	5 7	2 8	7 7	1 2	2 0	9 1	4 2	
5 9	4 7	0 3	5 4	2 0	9 1	1 9	5 7	3 6	9 0	
3 0	3 6	8 1	7 7	9 2	2 7	4 3	9 0	5 6	6 8	
4 0	4 6	0 9	0 7	9 0	3 4	1 0	7 4	2 6	8 3	
1 5	5 8	4 9	2 6	7 8	5 9	5 8	0 5	1 9	5 9	
1 6	8 0	3 0	5 0	7 1	5 0	6 0	8 8	6 8	0 8	
5 8	7 0	3 2	7 7	9 1	4 7	8 7	7 0	7 2	2 9	
7 1	0 2	2 9	2 8	8 5	1 4	1 8	6 4	5 4	4 8	
7 9	1 4	0 7	3 4	5 6	0 5	0 0	5 2	6 4	7 1	
5 9	9 7	5 5	5 4	6 2	7 4	5 8	1 9	5 6	8 7	
5 8	2 7	5 8	2 2	2 8	2 6	0 5	4 1	5 9	9 2	
0 3	2 1	6 4	3 9	5 9	6 2	7 6	4 3	9 5	0 1	
2 7	6 7	5 7	6 8	5 5	3 3	9 1	2 6	7 5	5 2	
1 1	5 9	5 3	1 4	9 4	3 9	0 6	8 5	9 6	5 5	
5 3	9 7	2 4	1 2	2 0	8 3	3 7	8 1	0 5	9 5	
2 4	3 0	7 8	0 5	7 1	3 4	1 3	2 7	0 8	3 4	
0 3	1 9	5 8	0 9	9 5	6 9	2 2	2 1	5 2	2 6	
5 9	6 2	1 6	6 6	9 1	9 5	2 4	9 7	1 8	2 2	
0 9	5 8	5 7	0 2	5 0	1 5	0 2	6 9	3 4	8 0	
3 1	7 8	0 1	1 2	1 9	5 1	9 5	3 7	1 6	7 4	
9 8	1 5	0 0	9 4	1 1	8 6	5 0	3 6	1 3	9 6	
1 5	8 4	4 6	5 2	3 4	5 8	5 1	8 4	7 8	1 7	
5 7	6 3	0 2	7 3	7 8	8 3	9 8	8 6	2 3	8 5	
1 5	0 9	1 0	3 9	7 9	9 9	1 8	5 0	2 9	7 2	
8 8	8 8	1 8	9 1	8 4	0 2	0 9	7 1	2 8	1 9	
7 3	9 2	0 3	5 6	4 8	6 3	1 6	1 8	3 6	2 6	
7 8	8 3	4 1	1 2	0 5	6 0	6 8	1 2	2 3	9 4	
8 4	8 2	2 1	3 2	0 9	7 2	4 3	0 0	4 8	3 8	
8 8	6 4	9 9	1 4	6 3	4 7	1 0	7 5	1 7	3 4	
9 3	5 4	2 5	5 5	6 9	2 7	7 4	7 7	1 1	2 0	
5 5	9 6	6 9	2 5	2 6	8 6	9 1	0 3	7 7	3 0	
6 5	8 0	9 6	3 0	4 0	6 1	2 3	6 6	6 1	8 5	
4 5	5 6	3 6	4 3	6 0	2 3	0 9	8 5	6 6	4 2	
4 3	8 4	6 7	2 6	6 0	1 9	7 6	7 3	9 4	7 0	
5 5	7 5	0 1	4 7	8 9	0 7	6 6	0 3	5 6	4 6	
6 3	1 2	1 2	4 9	4 0	8 4	7 0	9 3	5 7	9 0	
8 3	9 9	2 9	4 9	5 9	9 1	5 8	3 4	0 8	7 3	
1 8	6 5	6 4	4 8	2 4	4 4	3 0	6 3	2 4	0 2	
9 3	3 9	9 1	1 4	6 2	3 9	4 5	0 9	7 8	6 2	
1 1	6 0	4 3	8 8	6 0	3 9	8 5	4 0	6 4	6 6	
7 0	1 6	4 7	7 9	7 8	1 1	8 5	2 8	6 3	7 3	
7 2	4 4	9 4	2 7	9 3	7 2	4 0	1 2	2 5	0 1	
0 2	3 4	3 0	9 0	8 2	4 5	6 5	7 8	8 3	1 7	
6 0	0 0	6 1	0 2	6 7	6 1	8 2	5 2	0 0	9 5	
1 9	7 3	2 8	4 8	3 4	4 2	9 7	8 0	5 0	3 9	
0 4	9 2	3 6	0 8	6 5	0 5	8 3	2 4	7 4	5 3	
5 4	5 8	9 2	4 2	3 3	7 2	0 3	7 4	2 0	8 5	
6 5	4 2	8 8	5 2	1 7	2 0	7 0	3 6	7 5	0 1	
4 2	1 3	5 3	8 6	2 4	0 7	8 3	3 4	8 3	7 5	
1 7	3 5	9 1	3 0	6 3	1 6	8 5	6 2	9 7	8 6	
4 4	5 8	0 9	2 9	7 3	4 4	8 0	4 4	4 2	1 0	
2 5	6 1	3 1	1 8	6 6	3 0	3 6	2 7	4 8	4 5	
6 0	2 8	3 1	6 3	5 4	7 6	6 6	5 1	1 2	9 7	
6 6	4 3	3 8	2 2	2 6	6 8	8 3	2 5	7 6	9 5	
5 7	6 9	1 7	3 1	7 2	6 4	6 8	2 5	1 6	9 2	
6 6	3 5	7 6	1 9	5 5	0 3	0 9	8 5	9 6	1 1	
5 6	0 0	2 6	1 1	9 5	8 6	0 8	5 8	5 5	8 7	
7 1	1 0	6 5	3 1	2 6	3 2	8 0	0 7	9 2	4 4	

Figura 82: Arquivo de custos utilizado no teste 22

Fonte: Autoria Própria (2014)

400	1 2	5 8	3 5
7 6	6 6	8 7	7 9
5 7	9 0	6 1	7 5
1 1	8 2	4 7	5 6
8 8	7 0	6 8	7 5
8 7	3 5	6 5	7 7
2 4	5 5	7 7	2 1
1 3	0 0	9 8	6 1
6 0	9 4	4 3	0 6
4 4	0 7	6 5	5 9
8 5	5 5	7 2	0 5
4 7	9 9	9 4	6 8
8 8	9 2	5 2	3 7
1 8	6 4	7 0	3 5
6 7	5 3	8 4	6 5
6 5	1 6	8 8	3 7
2 6	9 6	6 5	4 4
2 0	0 7	3 0	0 7
2 8	1 7	6 9	9 2
6 3	4 8	6 2	8 6
7 4	3 4	2 8	4 3
5 4	6 7	7 9	8 8
0 1	4 8	7 3	6 5
7 1	8 6	2 6	6 2
7 9	2 6	6 2	9 2
7 8	2 1	1 6	9 0
7 2	1 1	4 6	9 3
6 7	8 4	5 0	6 1
5 9	6 9	0 0	3 6
7 8	1 8	6 3	9 7
4 4	3 8	0 5	0 3
3 4	4 9	7 1	0 5
8 4	6 1	9 1	5 7
1 0	5 3	0 0	0 5
0 0	2 5	7 9	2 9
1 5	1 6	1 1	2 8
7 7	9 9	8 8	1 8
0 7	3 0	3 7	5 0
0 9	2 6	1 0	1 2
6 2	2 7	7 5	4 4
0 6	7 5	0 5	0 8
2 3	5 8	2 7	0 8
2 5	1 5	8 0	8 5
5 1	3 3	9 3	0 8
5 4	9 9	6 9	6 0
3 6	6 7	8 0	0 4
0 2	5 8	3 7	8 9
4 9	0 7	9 7	7 0
6 6	5 6	0 4	8 8
8 8	4 9	5 7	2 2
2 2	6 7	5 7	8 1
9 9	5 3	2 5	2 8
1 9	9 0	4 9	1 3
1 0	8 5	9 7	8 6
3 2	1 0	4 7	5 8
0 2	4 5	4 1	7 1
3 6	0 6	0 7	2 4
5 2	0 6	5 1	9 2
4 2	1 9	2 5	9 2
0 9	0 2	6 6	7 5
1 8	7 7	7 2	8 3
5 2	6 3	0 3	2 5
4 9	1 4	4 9	0 4
9 4	1 2	0 2	6 3
0 7	8 2	4 7	4 4
2 6	5 6	2 1	4 4
0 7	7 8	1 7	7 5
7 9	4 1	2 2	2 4
9 2	7 3	8 8	0 4
0 6	8 5	9 7	7 8
1 9	0 6	8 7	6 6
3 4	0 8	5 1	4 2
4 0	9 4	3 5	9 9
3 5	4 7	7 1	1 8
1 2	6 4	6 7	8 1
8 3	5 4	1 9	0 4
5 7	0 0	9 3	7 0
2 7	6 2	9 9	6 4
6 8	6 3	1 0	8 1
7 3	1 6	7 9	7 7
8 5	9 6	5 4	5 0
8 7	9 1	6 8	4 1
6 5	6 2	1 8	9 5
7 0	9 9	1 7	9 4
3 3	8 5	2 4	6 7
8 3	8 1	6 5	5 9
0 4	5 3	7 0	4 6
6 8	0 2	5 7	7 6
1 9	2 7	2 0	9 7
9 3	3 8	1 2	0 9
4 0	6 4	2 8	6 1
9 6	8 5	5 6	6 8
7 4	6 1	0 4	0 3
3 0	6 8	7 1	8 3
5 4	8 8	6 7	3 3
9 4	1 9	7 7	8 8
9 9	9 9	5 0	1 4
2 7	1 8	2 4	1 3
3 4	3 3	7 4	5 6
5 6	1 4	1 0	6 1
			8 7
			1
			5

Figura 83: Arquivo de custos utilizado no teste 23
Fonte: Autoria Própria (2014)

200	3 9
5 5	7 6
9 3	3 3
1 1	2 7
3 1	9 7
5 8	2 1
9 0	7 6
4 3	0 7
7 4	6 1
6 3	8 9
5 9	3 7
3 2	9 6
1 6	3 3
8 6	8 9
6 5	1 1
2 2	0 1
2 2	4 9
8 7	2 7
4 0	9 0
8 1	2 4
9 5	2 9
5 5	2 2
8 6	8 7
2 2	0 6
4 1	2 8
3 5	3 5
1 9	4 4
2 2	6 9
0 8	0 8
4 1	7 6
4 2	5 8
4 6	5 0
4 7	5 8
3 3	8 1
2 7	0 4
0 9	7 1
7 4	2 8
6 5	4 5
0 0	3 1
9 5	2 9
8 4	4 5
7 4	1 6
3 5	5 5
1 2	0 7
3 5	2 8
8 6	5 9
4 6	6 4
2 4	8 6
2 0	1 3
0 3	2 1
5 4	7 2
5 9	0 0
7 1	6 2
4 0	5 9
9 8	5 7
1 2	8 5
8 7	7 0
0 4	4 2
4 1	8 0
1 2	7 4
1 7	1 2
2 3	9 0
8 2	0 9
3 6	9 5
5 8	7 4
1 6	0 5
2 8	5 2
8 5	3 2
6 0	3 8
8 9	5 8
0 1	7 0
0 4	6 7
7 7	5 4
2 8	3 9
5 3	6 5
0 0	2 9
1 6	8 9
0 7	9 5
1 9	6 9
9 3	0 7
6 7	4 8
0 6	7 7
3 4	1 1
7 3	5 8
6 9	0 9
7 8	0 8
6 8	6 8
9 5	7 2
3 4	9 0
1 2	6 9
9 4	3 5
3 9	8 7
3 4	7 9
8 2	4 1
9 5	6 9
3 6	0 0
8 3	8 4
1 1	6
3 0	8 2 2 1 5 3
4 8	
2 9	
4 1	
0 6	
6 3	

Figura 84: Arquivo de custos utilizado no teste 24

Fonte: Autoria Própria (2014)

150

7 4	3 4
6 6	4 0
4 3	1 0
8 8	6 7
3 4	9 3
9 6	1 0
6 3	0 2
7 5	9 2
3 8	6 1
4 5	8 1
0 7	8 6
2 7	8 6
7 9	3 4
5 6	1 9
5 4	3 4
4 0	1 5
9 8	5 7
0 4	5 5
8 6	1 1
2 6	0 0
8 5	3 1
7 9	3 2
1 2	3 5
9 2	2 7
2 9	3 1
5 8	4 9
7 8	5 3
9 9	8 2
3 5	9 0
2 0	2 8
8 4	3 3
9 7	5 9
2 2	6 2
1 5	1 6
4 5	3 5
6 9	8 9
1 4	1 8
8 1	0 4
1 1	1 5
1 3	5 9
3 6	5 8
9 2	0 7
7 5	9 2
4 5	9 6
2 3	4 4
8 3	4 7
6 0	5 2
4 9	0 8
6 9	6 5
5 4	0 0
7 5	5 0
2 5	9 3
3 7	1 0
0 0	1 8
4 4	2 1
0 5	7 2
7 1	1 2
0 4	3 8
3 3	3 6
6 0	4 1
8 9	8 6
8 9	8 8
9 0	5 7
7 9	9 3
1 2	5 8
2 3	9 4
7 6	3 8
3 8	7 1
6 8	6 6
6 5	0 6
5 4	1 9
8 4	9 6
6 6	2 6
6 4	0 8
6 5	4 7
	2
	2 4

Figura 85: Arquivo de custos utilizado no teste 25
Fonte: Autoria Própria (2014)

500	6 2	2 3	9 3	1 7
1 8	8 5	3 9	8 9	6 9
3 4	2 1	2 5	8 6	9 8
6 6	8 4	7 5	3 5	6 6
4 4	0 7	7 8	5 0	5 5
9 6	0 2	9 7	9 9	4 8
7 7	8 0	0 4	3 5	6 9
6 9	4 9	6 0	9 2	6 1
9 9	7 6	4 4	7 0	2 4
3 6	1 1	1 9	7 5	6 7
3 2	8 0	9 3	6 7	8 0
3 6	4 7	5 5	1 2	6 5
8 6	3 2	6 3	9 5	7 0
5 1	1 6	8 3	0 5	5 6
7 2	1 4	2 9	0 7	9 2
1 9	4 8	2 4	1 6	9 5
3 3	1 9	3 3	3 9	1 0
1 5	7 1	1 1	5 3	7 3
1 6	4 9	7 2	8 2	8 4
2 6	9 8	2 2	8 6	0 5
0 0	9 2	6 6	1 7	8 3
6 6	7 4	5 1	5 9	3 4
9 3	1 4	0 7	4 9	7 2
8 7	2 0	3 7	2 7	3 9
1 7	2 5	6 0	8 8	7 2
8 9	6 1	4 7	8 9	6 8
9 7	6 0	1 2	1 7	6 3
4 7	0 8	6 2	6 4	9 2
2 4	0 5	9 0	4 6	4 0
1 4	8 8	2 6	1 1	8 9
7 8	8 9	2 8	5 1	6 1
2 4	4 3	9 7	1 5	5 2
7 5	7 7	5 1	5 6	4 7
7 7	7 2	3 3	0 6	8 8
8 0	6 8	0 9	5 6	7 1
4 7	7 0	9 8	9 7	5 2
2 5	7 3	0 6	4 0	9 3
9 8	5 0	7 2	5 3	5 6
5 0	2 0	9 6	0 4	0 9
7 6	9 8	1 8	5 8	9 5
2 5	2 4	8 9	0 6	9 9
1 5	0 4	6 7	3 5	4 7
3 0	3 6	3 4	0 4	1 9
0 9	1 5	1 6	7 8	0 0
0 4	9 3	6 9	1 0	2 1
8 1	3 8	7 6	0 6	2 5
9 7	8 7	9 5	5 4	1 7
3 9	8 9	7 7	7 7	8 0
3 4	5 3	8 4	9 8	5 6
5 9	1 8	2 8	5 4	3 6
8 8	6 2	4 7	4 1	5 4
7 5	6 3	0 0	8 4	5 4
5 5	1 0	0 7	8 5	6 9
2 7	3 3	2 5	9 1	1 1
2 1	5 7	1 1	7 2	4 1
4 4	5 8	1 2	6 2	3 9
7 8	1 5	0 8	3 4	6 1
4 6	0 3	8 7	5 4	9 9
6 4	3 8	3 5	9 2	7 9
4 9	8 5	5 8	9 1	3 1
4 4	2 7	5 0	8 5	7 1
4 2	0 3	0 1	4 0	7 9
9 2	6 6	0 6	7 2	1 7
6 7	9 5	6 4	2 5	0 7
0 8	9 1	4 0	7 5	8 4
0 5	1 1	9 8	5 8	5 4
3 8	9 7	3 4	7 3	4 7
8 9	1 2	1 4	3 8	3 0
3 8	7 5	2 9	9 2	8 6
6 4	0 0	1 9	1 9	0 5
8 2	6 1	4 9	6 4	3 1
6 7	1 8	6 4	6 4	3 0
6 9	4 0	5 3	5 0	0 3
0 8	8 1	2 5	3 9	2 1
7 7	1 7	0 9	8 1	5 1
3 7	1 3	2 4	6 6	7 2
3 8	8 3	5 9	7 0	1 7
2 0	2 5	7 4	8 8	8 2
4 9	4 2	4 2	5 3	8 0
1 3	4 7	3 3	3 1	0 3
0 0	6 9	6 5	9 1	9 5
5 8	6 8	1 4	9 9	3 3
7 5	5 1	3 0	4 8	1 2
4 0	5 7	7 4	5 4	3 4
6 3	6 7	1 1	9 2	6 4
6 1	7 2	0 2	4 4	9 9
4 7	1 2	3 4	3 2	1 1
5 1	5 4	1 8	1 5	1 1
1 0	1 3	4 4	3 3	3 2
7 0	7 0	9 3	9 5	3 9
9 3	7 5	2 2	5 8	9 5
2 4	3 5	7 9	5 5	7 8
4 3	4 9	2 3	4 7	4 0
8 4	2 8	1 4	5 7	3 4
4 1	0 5	1 9	5 8	6 9
5 0	4 0	3 0	5 6	1 4
9 0	7 1	4 6	0 3	0 3
5 7	9 0	5 1	8 2	9 4
7 5	3 8	6 4	2 3	8 3
9 7	7 5	0 7	7 7	2 7
				5 4
				5
				8 2 2 3 2

Figura 86: Arquivo de custos utilizado no teste 26
Fonte: Autoria Própria (2014)

600	4 6	3 3	6 5	7 9	1 6
2 4	4 7	9 9	7 1	4 3	9 9
1 7	8 1	8 1	3 9	8 5	0 1
1 4	1 5	2 5	5 2	6 3	2 9
5 9	7 1	9 7	3 1	7 8	3 2
6 2	0 5	5 3	9 7	4 8	1 6
1 0	8 0	2 6	7 7	1 5	7 3
9 7	8 1	3 9	5 0	6 4	5 0
3 1	5 1	9 4	2 5	5 2	7 8
6 6	0 4	1 6	0 4	3 3	5 5
6 4	0 9	7 9	8 8	9 1	6 4
5 0	2 0	1 6	6 4	3 4	3 6
1 2	5 4	9 3	3 4	3 7	4 0
1 0	3 3	1 2	8 0	1 1	2 1
4 9	9 3	1 7	9 4	2 0	3 3
3 3	3 9	8 0	8 0	3 8	5 8
6 4	2 6	9 7	8 9	6 2	4 3
1 9	6 3	2 1	0 9	9 3	1 0
9 2	4 1	4 6	6 9	9 4	9 9
3 0	7 5	3 6	0 7	8 3	4 4
8 1	3 6	1 2	7 4	8 6	2 7
6 9	5 6	9 1	0 4	0 6	2 5
3 8	3 3	8 0	2 8	5 3	1 5
4 0	7 9	0 7	1 7	5 4	1 3
0 0	0 7	5 0	2 5	6 9	1 5
6 5	1 7	1 2	3 5	5 4	6 8
6 9	7 9	6 6	9 8	1 1	2 6
6 1	6 8	0 2	7 0	3 6	5 4
0 2	4 9	8 7	2 1	0 7	8 3
6 7	2 4	5 6	8 0	5 4	4 3
0 1	4 5	7 0	6 9	4 2	7 1
8 1	3 1	6 9	1 9	3 6	8 5
6 9	1 7	1 9	7 5	4 2	3 4
5 3	6 5	7 8	2 8	7 1	2 1
6 5	8 0	7 2	4 9	9 1	0 6
2 0	6 6	0 4	9 1	6 4	5 0
9 0	9 3	1 1	9 8	7 1	7 7
3 1	4 3	3 4	7 1	5 9	6 5
8 2	1 2	9 0	8 8	4 4	0 2
0 7	8 4	1 6	6 9	6 3	0 3
8 2	1 9	3 5	0 0	6 6	0 5
2 0	2 1	5 8	6 3	5 5	0 2
5 7	1 5	2 6	8 2	4 6	4 2
8 0	6 7	6 7	6 8	0 5	3 7
5 4	8 6	6 2	8 7	6 6	1 9
9 7	3 1	8 8	9 0	2 2	9 5
0 8	6 6	5 9	4 1	3 4	3 4
4 1	4 9	8 5	7 6	9 1	4 5
4 5	5 2	9 6	3 7	8 2	0 0
9 4	0 9	4 8	9 3	3 7	0 2
4 7	5 5	4 2	8 1	0 3	3 5
0 7	4 3	8 4	4 6	1 9	4 2
3 8	8 5	0 7	8 9	6 8	6 2
4 6	9 1	6 8	6 5	9 7	8 0
9 4	6 8	3 1	8 4	2 1	7 1
1 1	5 9	2 2	8 4	6 1	3 9
1 0	7 5	3 8	7 4	5 4	7 8
1 2	2 4	8 5	1 8	2 4	4 2
5 5	8 7	4 7	6 8	1 5	9 7
1 9	7 6	8 6	1 5	7 3	2 3
4 6	0 5	9 7	9 1	8 9	0 4
8 0	2 9	5 0	9 1	3 2	8 6
1 1	5 3	5 5	3 2	5 6	8 8
9 6	5 1	9 7	0 2	8 8	3 9
4 8	5 1	5 0	6 7	7 3	6 5
5 5	5 8	2 6	7 2	4 4	4 9
0 8	2 6	8 8	2 1	6 2	7 2
7 9	6 6	5 1	0 7	0 4	1 5
4 7	7 2	6 3	3 3	8 4	5 2
4 2	8 3	1 7	5 5	0 5	5 9
1 4	2 8	4 7	7 0	7 4	2 2
8 6	3 7	9 0	1 1	4 6	3 7
3 9	3 9	1 8	6 3	5 2	5 3
2 5	7 1	9 2	4 3	6 1	2 2
1 6	9 6	1 5	4 2	6 7	8 7
0 9	1 7	1 4	5 7	8 6	7 7
5 5	5 9	9 1	7 8	0 3	8 7
9 8	5 9	0 9	8 0	3 7	8 9
5 5	2 2	5 9	8 3	8 1	9 7
5 7	4 6	6 8	6 2	9 5	1 0
3 3	2 8	4 2	2 3	3 4	6 0
6 2	7 1	0 8	5 5	0 4	2 4
8 7	5 2	2 1	5 5	7 9	7 3
2 2	8 8	8 1	2 1	3 5	4 6
1 4	4 9	1 4	4 8	1 8	4 9
5 7	7 4	9 1	0 8	3 6	1 5
0 5	0 2	8 8	3 1	8 3	3 6
2 0	8 7	7 5	2 5	0 6	1 0
3 6	1 9	6 1	8 4	7 0	8 0
0 6	9 3	0 7	6 2	0 0	8 1
8 5	9 4	0 1	6 6	1 5	9 8
0 5	2 3	5 1	1 9	7 8	5 5
5 7	4 0	3 3	8 5	4 0	7 5
0 4	9 8	2 0	1 8	6 7	3 6
4 5	1 2	0 0	3 6	7 7	3 9
2 6	7 2	3 6	4 7	6 0	0 1
7 2	9 1	1 7	3 1	0 0	8
1 5	6 8	3 3	7 6	1 4	8 3 8 1 5 8 8 3
9 3	7 0	7 8	2 3	3 4	
8 6	4 8	6 1	0 3	9 7	
7 0	1 1	0 4	3 2	8 7	

Figura 87: Arquivo de custos utilizado no teste 27

Fonte: Autoria Própria (2014)

1000	8 7	7 3	6 5	0 3	8 1	9 0	6 7	8 8	3 4	5 8
1 6	5 2	0 9	3 1	5 4	7 8	1 7	5 4	7 2	0 7	0 7
3 4	7 6	2 3	7 7	8 7	6 5	4 7	4 5	4 9	4 4	8 4
1 6	9 7	8 5	5 7	2 1	2 5	6 6	4 8	5 0	6 7	3 2
0 3	2 6	0 7	1 8	1 1	0 9	7 6	1 1	1 1	2 7	4 0
4 3	8 3	0 9	0 6	7 6	9 3	0 0	2 4	9 6	2 3	9 7
9 0	5 5	8 9	6 3	8 3	3 0	4 0	7 6	6 7	6 9	5 8
9 8	7 2	6 6	4 1	9 5	7 6	3 0	0 9	0 5	4 7	9 4
0 5	9 2	5 7	1 2	3 8	4 4	9 8	8 0	0 6	5 9	6 4
8 7	2 4	3 4	8 9	5 5	4 7	4 7	4 5	7 1	1 8	7 6
5 3	0 5	8 0	6 7	8 5	4 4	0 9	0 4	3 1	3 3	1 9
2 1	3 3	9 0	8 2	2 8	7 6	9 3	2 2	6 3	3 8	10
3 9	8 0	3 1	0 0	0 5	3 8	6 0	6 4	5 9	7 2	3 5
7 0	1 8	1 6	3 3	8 3	2 2	0 8	3 3	3 8	9 8	5 3
5 0	3 7	6 1	7 9	7 2	3 1	3 5	4 2	4 5	7 2	5 5
9 0	0 1	1 8	8 8	2 5	6 8	4 2	3 5	1 8	8 0	3 9
5 6	9 0	8 6	1 7	8 7	6 2	8 1	9 0	6 4	6 5	9 9
5 2	6 6	0 3	0 2	6 5	2 3	7 0	0 5	3 4	4 6	3 9
6 4	6 9	7 7	1 6	8 5	9 4	8 2	3 0	3 3	7 5	2 6
2 8	8 1	7 4	1 8	5 0	0 7	2 3	9 7	5 7	6 9	0 4
9 0	1 8	0 9	2 9	7 3	4 8	6 2	2 0	7 1	1 2	8 6
4 3	4 0	5 4	7 2	9 3	3 3	6 6	0 5	1 2	3 9	9 7
2 3	4 5	1 7	4 6	2 4	3 1	1 2	0 9	5 5	2 6	7 7
1 2	7 8	7 3	6 2	6 6	2 9	1 2	2 6	3 6	0 4	8 6
4 8	5 8	8 6	0 3	0 5	3 4	9 8	9 0	7 8	4 8	9 7
2 9	6 3	2 3	6 1	0 9	3 2	7 6	1 0	2 6	9 4	8 6
4 5	1 3	6 4	2 0	0 5	6 2	3 0	4 1	7 8	2 8	9 8
7 0	2 3	6 5	3 0	6 8	8 5	4 3	7 3	3 2	7 6	3 9
1 5	3 6	8 7	7 8	3 9	8 9	7 8	4 2	1 6	6 1	2 9
0 7	6 2	7 9	3 8	3 3	7 6	5 1	0 8	3 2	7 7	9 9
3 3	9 0	7 7	1 7	8 6	3 9	1 0	2 1	8 2	8 2	8 6
5 9	1 6	1 4	1 8	8 3	8 9	0 6	9 5	5 8	1 4	9 7
0 4	6 0	4 7	9 6	5 1	2 9	7 4	8 6	8 1	0 3	8 6
8 6	2 8	9 9	6 5	9 3	1 9	4 9	1 2	9 8	6 4	9 8
6 8	5 1	5 9	0 0	1 4	2 4	5 4	2 8	3 6	1 2	8 6
6 9	9 1	0 3	3 4	9 3	0 3	7 7	2 1	5 0	8 8	9 7
6 7	5 6	4 2	8 8	8 8	7 3	1 4	0 5	6 4	8 3	8 6
9 1	8 8	8 6	9 1	5 7	9 6	9 2	4 7	9 7	3 7	9 8
8 6	1 6	5 8	1 5	9 3	5 2	1 3	7 6	9 0	4 3	9 9
9 1	9 3	3 8	1 0	3 4	2 0	4 2	1 7	5 3	4 9	8 6
3 5	7 1	8 2	8 0	4 3	8 6	0 8	3 9	8 0	5 1	9 7
9 6	0 1	3 3	7 3	3 8	7 2	5 0	2 0	2 1	2 9	8 6
2 4	2 1	8 9	2 2	4 1	5 8	4 7	6 4	6 8	9 9	9 8
0 2	5 5	3 1	9 7	2 2	8 5	6 4	0 0	6 3	1 3	9 9
7 8	7 9	9 0	5 8	6 3	3 2	7 9	3 5	4 0	3 7	8 6
0 0	6 0	4 5	1 0	3 3	3 8	0 4	5 8	1 6	4 2	9 7
8 2	6 2	6 9	6 3	7 2	2 8	6 5	0 0	4 6	1 8	9 8
9 1	2 4	3 3	6 2	1 6	3 2	2 0	7 5	1 2	1 8	9 9
7 6	7 4	9 5	6 5	2 7	1 4	1 9	8 8	0 3	4 9	8 6
4 9	3 4	6 9	9 6	6 2	4 4	9 1	7 0	8 6	4 1	9 7
2 1	1 2	6 5	0 1	3 4	1 2	1 7	2 2	7 7	3 4	8 6
4 7	6 2	4 7	6 3	1 3	4 1	2 5	6 8	8 8	6 4	9 8
7 4	9 7	6 8	1 1	2 4	3 0	4 0	0 6	2 9	4 8	9 9
2 1	8 9	3 8	9 0	8 7	5 3	4 2	2 2	4 9	8 8	8 6
5 8	5 4	4 2	0 9	9 4	2 4	5 7	8 8	1 6	1 7	9 7
7 8	1 4	0 1	7 9	8 7	5 3	6 7	9 1	5 6	0 0	9 8
3 5	0 9	5 1	5 9	5 6	8 7	6 9	5 5	3 4	0 3	9 9
6 8	8 6	4 0	7 3	3 6	2 7	1 7	5 3	4 2	9 5	8 6
5 8	2 5	8 8	3 0	9 7	1 5	1 9	7 7	2 0	6 0	9 7
1 4	2 2	9 5	4 5	1 9	7 6	2 2	8 3	9 3	7 9	8 6
3 0	9 9	5 3	9 7	1 7	2 6	6 9	7 1	9 9	5 2	9 8
6 6	1 3	6 3	6 1	3 6	2 1	7 2	0 5	0 9	7 7	9 9
2 3	5 0	4 0	1 0	6 0	4 1	8 6	1 2	9 5	3 6	8 6
4 9	8 8	4 9	6 4	3 2	8 1	7 4	9 9	1 1	0 2	9 7
8 8	3 6	3 5	2 7	9 1	8 3	8 7	6 5	9 1	5 4	9 8
5 1	1 0	4 8	1 9	3 9	7 2	0 7	2 9	9 0	4 2	9 9
1 8	9 9	0 4	8 1	5 3	0 0	4 4	6 7	8 8	8 6	8 6
3 4	7 7	3 7	3 8	2 2	3 0	3 6	7 2	8 9	3 6	9 7
7 5	3 6	1 8	9 0	1 9	5 8	3 2	8 6	6 0	0 9	9 8
3 5	8 9	1 6	3 9	2 8	0 6	4 7	2 4	1 5	8 4	9 9
9 9	4 2	2 4	7 1	7 7	7 1	1 8	9 6	7 9	4 9	8 6
2 3	6 5	8 0	6 5	5 7	8 6	6 9	0 7	8 1	6 3	9 7
4 3	7 2	9 9	2 2	3 9	3 9	4 2	7 3	1 7	3 3	9 8
8 6	6 2	8 6	2 3	6 1	4 9	4 9	1 5	6 7	4 6	9 9
6 8	8 2	6 2	0 2	3 1	5 1	4 1	3 1	5 6	8 4	8 6
9 1	3 1	9 4	0 6	0 9	2 8	0 8	6 7	4 5	5 7	9 7
6 8	6 7	0 0	0 6	9 8	9 8	5 1	0 3	8 3	8 4	9 8
3 3	9 7	2 3	4 8	0 9	2 1	2 7	7 0	3 3	6 6	9 9
3 7	7 1	4 8	7 9	5 7	5 7	7 1	1 8	9 8	5 5	8 6
0 1	5 0	5 1	2 6	3 4	6 5	4 6	3 2	9 3	3 0	9 7
4 3	0 0	0 1	4 7	7 8	3 9	3 7	6 7	9 8	1 0	9 8
4 0	5 7	2 3	0 2	5 9	6 6	8 5	3 1	0 2	9 8	9 9
5 7	1 4	1 9	9 6	1 5	8 0	6 8	5 4	0 9	6 6	8 6
2 2	4 9	0 7	2 6	4 8	9 9	3 5	7 0	4 6	9 8	9 7
4 7	0 3	9 7	5 0	8 6	0 7	8 1	5 2	4 5	7 9	9 8
1 7	3 1	7 0	6 8	4 4	5 5	1 3	6 6	6 5	4 8	9 9
2 5	9 7	5 7	7 9	5 7	0 8	3 0	1 8	8 0	7 2	8 6
8 0	2 8	0 9	4 1	6 4	8 6	6 3	8 5	8 5	8 8	9 7
0 1	9 0	2 5	1 7	1 2	8 6	6 9	8 0	2 5	2 9	9 8
0 7	5 8	5 6	6 2	2 2	3 4	9 2	6 3	3 6	8 8	9 9
8 2	3 2	6 8	2 4	7 7	0 1	3 3	9 1	3 4	4 9	8 6
6 3	4 8	8 1	9 5	0 7	0 8	6 3	0 8	7 1	2 3	9 7
6 8	3 3	7 2	4 7	0 2	9 9	2 2	0 2	2 0	3 5	9 8
9 9	8 2	7 4	0 4	1 5	0 2	0 4	0 7	3 1	4 5	9 9
8 9	7 8	9 8	1 0	8 9	9 2	7 3	9 8	3 7	6 2	8 6
8 3	6 0	2 2	8 1	9 7	5 0	8 1	1 4	0 6	6 1	9 7
5 9	5 9	8 3	7 1	6 0	0 8	8 5	0 7	1 1	3 1	9 8
3 5	7 3	2 3	0 6	4 0	2 1	1 5	1 9	6 6	5 1	9 9
2 8	0 5	1 9	0 4	0 3	3 0	9 9	0 3	1 0	1 4	8 6

Figura 88: Arquivo de custos utilizado no teste 28

Fonte: Autoria Própria (2014)

2000	1	7	1	7	3	4	0	1	3	0	1	2	9	6	0	9	2	6	5	7	9	9	0	3	3	4	5	6	6	9	1	4	6	4	6	1	6	2										
1	5	2	9	4	1	2	7	3	4	6	3	1	2	4	4	1	1	2	5	5	7	9	9	0	3	3	4	5	6	6	9	1	4	6	4	6	1	6	2									
5	2	0	5	4	1	2	7	1	1	1	4	9	8	9	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4								
8	5	1	6	5	0	8	8	0	4	0	4	7	7	4	3	1	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8							
2	5	5	6	4	1	0	9	1	7	1	0	7	7	7	5	1	2	2	0	9	3	8	1	2	6	0	4	8	6	0	7	2	4	3	0	0	2	3	0	4	4	1	8					
5	7	0	7	4	4	1	4	1	0	5	4	9	6	6	6	2	2	8	7	5	5	7	3	4	2	6	3	0	5	0	5	1	6	7	4	8	6	6	7	8	4	4	3					
9	4	3	7	3	9	0	3	3	3	3	3	4	3	6	5	2	4	7	3	2	4	7	3	4	2	6	0	8	3	2	2	6	2	0	5	9	9	0	8	3	2	6	1	8				
7	3	4	2	4	1	5	3	1	7	7	9	8	8	8	0	2	5	0	3	4	7	8	7	1	5	7	7	0	8	7	1	5	9	7	9	0	8	3	2	4	7	1	8					
4	3	7	3	9	0	8	2	4	6	5	1	4	3	6	5	2	4	8	4	3	5	9	7	9	0	8	3	2	2	8	4	3	9	2	2	8	1	3	6	2	7	6	8	3	8			
6	3	7	8	0	9	8	2	4	4	2	0	8	1	4	5	0	5	6	0	7	6	3	0	4	7	0	4	0	2	9	1	0	7	2	4	0	0	0	0	0	0	0	0	3	9	8		
3	0	6	1	7	2	2	3	8	6	3	5	2	0	2	7	2	1	8	5	9	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	7			
5	3	2	6	7	7	0	0	0	6	3	6	5	0	8	4	0	9	7	4	0	1	7	3	5	0	1	7	7	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	6	9	
0	4	7	5	0	9	2	9	0	5	2	7	7	8	6	6	8	7	8	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		
7	5	0	9	2	1	2	4	7	9	6	3	3	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7		
0	4	7	5	0	9	2	9	0	5	2	7	7	8	6	6	8	7	8	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		
3	9	5	2	5	3	6	0	9	8	3	5	2	1	0	2	2	1	8	5	9	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
9	0	4	0	5	3	6	0	9	8	3	5	2	1	0	2	2	1	8	5	9	5	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3		
1	0	3	0	0	2	0	6	4	3	6	3	2	1	3	3	3	8	6	7	2	2	5	2	9	1	7	0	2	6	5	2	0	1	4	3	2	8	0	5	6	9	4	8	6	4	0		
5	9	5	9	2	7	0	6	3	8	2	1	9	2	5	2	7	7	8	2	2	1	9	2	5	0	7	0	2	6	5	3	8	1	4	1	6	5	8	7	2	5	0	3	3	2	8		
1	5	8	3	4	9	3	8	2	1	9	2	5	2	7	7	8	2	2	1	9	2	5	0	7	0	2	6	5	3	8	1	4	1	6	5	8	7	2	5	0	3	3	2	8	6	2		
7	1	7	1	9	3	6	9	8	4	1	4	8	3	1	7	9	7	3	5	8	1	7	9	7	3	5	8	1	2	4	7	8	0	3	4	7	8	0	3	4	7	1	7	1	9	7		
5	2	6	3	6	9	9	9	9	4	4	1	5	8	3	9	1	6	5	8	3	9	1	6	5	7	9	3	8	1	9	6	1	8	0	5	6	9	4	8	0	5	6	9	4	7			
6	7	8	2	0	8	5	1	9	4	3	4	9	4	9	0	5	5	4	9	0	4	9	0	5	5	4	9	0	2	6	8	7	2	7	8	0	3	4	7	2	7	8	8	8	8	8		
2	6	7	3	8	5	1	4	4	0	5	0	4	4	9	0	4	6	4	9	0	4	9	0	5	5	4	9	0	2	6	8	7	2	7	8	0	3	4	7	2	7	8	8	8	8	8		
3	5	4	0	4	5	1	0	9	8	2	1	9	1	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7		
1	4	6	4	0	3	5	2	4	8	9	5	7	4	4	9	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5		
0	4	7	3	0	3	5	2	4	8	9	5	7	4	4	9	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5	6	5		
8	7	8	9	1	3	5	0	4	4	8	3	1	1	6	5	3	9	6	1	1	6	5	3	9	6	1	1	6	5	3	9	6	1	1	6	5	3	9	6	1	1	6	5	3	9	6	1	
6	2	1	2	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4		
5	0	3	4	3	5	6	5	9	8	7	2	3	7	6	6	9	7	5	7	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6		
7	2	1	1	9	9	2	0	3	7	2	3	7	6	6	9	7	5	7	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	5	7	6	6	9	7	
4	0	8	4	6	8	6	4	1	5	8	0	5	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	
9	6	6	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
5	9	6	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
1	5	2	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
0	1	0	8	2	2	3	0	9	9	3	4	9	9	5	3	4	6	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8		
7	6	5	2	1	8	9	8	2	5	8	0	4	2	0	9	1	3	7	7	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3
8	3	3	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
1	0	1	0	8	2	2	3	0	9	9	3	4	9	9	5	3	4	6	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
7	6	5	2	1	8	9	8	2	5	8	0	4	2	0	9	1	3	7	7	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3
8	3	3	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	
0	1	0	8	2	2	3	0	9	9	3	4	9	9	5	3	4	6	1	6	7	8	5	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8		
7	6	5	2	1	8	9	8	2	5	8	0	4	2	0	9	1	3	7	7	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3	8	8	1	7	3
8	3	3	8	7	8	2	1	5	2	3	8	9	0	1	6	7	8																															