

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JULIANA CASELLAS GONÇALVES

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA
2019

JULIANA CASELLAS GONÇALVES

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Curitiba, como requisito parcial da disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2.

Orientadora: Profa. Dra. Leônia Gabardo Negrelli.

CURITIBA
2019



Ministério da Educação
UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
Câmpus Curitiba
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Matemática
Coordenação do curso de **Licenciatura em Matemática**



TERMO DE APROVAÇÃO

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

por

Juliana Casellas Gonçalves

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 8:30 do dia 09 de dezembro de 2019 na sala A105 como requisito parcial à obtenção do grau de Licenciada em Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR – Câmpus Curitiba. A estudante foi arguida pela Banca de Avaliação abaixo assinados. Após deliberação, de acordo com o parágrafo 2º do art. 24 do Regulamento do Trabalho de Conclusão de Curso para os Cursos de Graduação da UTFPR, a Banca de Avaliação considerou o trabalho aprovado.

<hr/> Prof^a. Dr^a. Leônia Gabardo Negrelli (Presidente – UTFPR / Curitiba)	<hr/> Prof. Dr. Emerson Rolkouski (Avaliador 2 – UFPR / Curitiba)
<hr/> Prof^a. Dr^a. Edna Sakon Banin (Avaliador 3 – UTFPR / Curitiba)	<hr/> Prof^a. Dr^a. Diane Rizzotto Rossetto (Professora Responsável pelo TCC – UTFPR/Curitiba)
<hr/> Prof^a. Dr^a. Neusa Nogas Tocha (Coordenação do curso de Licenciatura em Matemática – UTFPR/Curitiba)	

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

À memória da minha avó Amália, que foi minha primeira professora e fundamentou meu conhecimento com amor e dedicação. Sua lembrança me inspira e me faz persistir.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, em especial aos meus pais Daniel e Janete e a minha tia Nice pelo apoio e compreensão durante esta trajetória.

Quero agradecer imensamente a minha orientadora, professora Leônia Gabardo Negrelli, por todo o suporte, dedicação e paciência ao longo da elaboração deste trabalho.

Aos professores da banca examinadora, professora Edna Sakon Banin, professor Emerson Rolkouski e professora Luciana Schreiner de Oliveira, por aceitarem o convite de compor a banca de defesa deste trabalho e pelas contribuições a esse estudo.

A UTFPR, aos professores do curso de Licenciatura em Matemática e aos amigos que conheci na Universidade.

E por fim, agradeço a todas as pessoas que me incentivaram e contribuíram direta ou indiretamente para a realização desta pesquisa.

*“The deepest solace lies in understanding”
(Nightwish)*

RESUMO

GONÇALVES, Juliana Casellas. MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019

Buscar formas mais adequadas de abordagem da matemática em diferentes níveis e modalidades de ensino tem sido um objetivo permanente na formação e atuação de professores de matemática. Neste trabalho de conclusão de curso apresenta-se um estudo acerca da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e possibilidades para sua utilização na Educação de Jovens e Adultos. Após uma pesquisa bibliográfica e uma análise reflexiva de vivências da autora ocorridas em salas de aula no decorrer da realização do estágio supervisionado obrigatório, são propostas três atividades de ensino orientadas pela modelagem matemática com ênfase nas perspectivas educativa e sociocrítica dessa tendência metodológica. Por meio de tais propostas é possível promover um ensino de matemática condizente com as demandas da EJA, que geralmente são diferentes das necessidades dos alunos do ensino regular, além de favorecer a formação de um professor capaz de construir sua prática com elementos de criatividade e compromisso social.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Educação de Jovens e Adultos.

ABSTRACT

GONÇALVES, Juliana Casellas. MATHEMATICAL MODELING IN YOUTH AND ADULT EDUCATION. 50 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2019

Searching for more appropriate ways to approach mathematics at different levels and modalities of teaching has been a permanent objective in the academic formation and performance of mathematics teachers. This work presents a study about Mathematical Modeling as a teaching strategy and possibilities for its use in Youth and Adult Education. After a bibliographic research and a reflexive analysis of the author's experiences in the classroom during the mandatory supervised internship, three teaching activities oriented by mathematical modeling with emphasis on the educational and sociocritical perspectives of this methodological tendency are proposed. Through these proposals, it is possible to promote a mathematics teaching that is consistent with the demands of Youth and Adult Education, which are generally different from the needs of regular education students, besides, it favors the formation of a teacher able to build his own practice with elements of creativity and social commitment.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Youth and Adult Education.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	3
2. A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO.....	8
2.1 O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA	8
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA.....	12
3. EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS.....	17
3.1 A MODALIDADE DE ENSINO EJA	17
3.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EJA	19
3.3 UM METAESTUDO ACERCA DA MM NA EJA	23
4. PROPOSTAS DE ATIVIDADE DE MM PARA A EJA	27
4.1 ATIVIDADE 1 – CARACTERIZANDO UM GRUPO E ENSINANDO ESTATÍSTICA....	27
4.2 ATIVIDADE 2 – USANDO UM MEDICAMENTO E ENSINANDO FUNÇÕES.....	33
4.3 ATIVIDADE 3 – CUIDANDO DA ALIMENTAÇÃO E ENSINANDO PROPORÇÕES ...	37
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
REFERÊNCIAS.....	45

1. INTRODUÇÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi desenvolvido no âmbito da Educação Matemática, uma área do conhecimento que tem entre seus objetivos buscar formas mais adequadas de abordagem da matemática em diferentes níveis e modalidades de ensino.

No decorrer do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Curitiba (UTFPR/CT) vários foram os estudos que desenvolvemos acerca de estratégias metodológicas o ensino de matemática em diferentes níveis. Ao escolher a Modelagem Matemática (MM) como assunto a ser investigado com mais profundidade, aliamos nosso interesses às demandas do estágio supervisionado obrigatório e decidimos por investigar possibilidades de uso da MM na Educação de Jovens e Adultos (EJA), modalidade na qual os alunos geralmente têm demandas diferentes das dos estudantes do ensino regular.

A escolha desse tema deve-se, inicialmente, ao interesse em modelagem matemática surgido a partir de estudos realizados na disciplina obrigatória *Modelagem Matemática no Ensino* e à possibilidade de planejar atividades de ensino a partir das vivências no decorrer da realização das atividades de estágio obrigatório. No curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR/CT as 400 horas de estágio obrigatório estão distribuídas em quatro semestres, iniciando-se no quinto dos oito semestres previstos para a realização do curso. No primeiro estágio, denominado Estágio A, são desenvolvidas atividades de observação participante de aulas regulares de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou em turmas da EJA, além do estudo do Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição de ensino em questão e da realização de consultas e entrevistas a profissionais da educação que ali atuam. No Estágio B, as atividades são focadas em turmas do Ensino Médio nas quais, após a realização de observações participantes, o licenciando assume a regência de aulas regulares, cujos planos são produzidos sob a orientação de um professor da universidade e de acordo com o planejamento anual do professor supervisor, ou seja, do professor da escola que cede sua classe para que o estagiário atue. No Estágio C, as atribuições e tarefas do estagiário, bem como dos professores orientador e supervisor são as mesmas,

porém realizadas em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. Por fim, o Estágio D tem como campo de atuação do estagiário o ambiente da EJA, sendo possível atuar em turmas do Ensino Fundamental ou do Médio desta modalidade.

O desenvolvimento de boa parte deste estudo foi concomitante à realização do Estágio, o que contribuiu fortemente para que as propostas de ensino elaboradas e apresentadas fossem direcionadas a salas de aula da EJA. No entanto, é perceptível a possibilidade de adequação e mesmo de indicação de tais atividades para o Ensino Médio e Fundamental na modalidade regular.

Com as experiências nos estágios com o Ensino Fundamental e Médio, constatamos o pouco uso ou referência a situações do cotidiano dos alunos nas atividades de ensino propostas pelos professores, embora documentos oficiais estudados desde os primeiros semestres do Curso de Licenciatura proponham tais tipos de abordagem.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) também propõe a abordagem de temas contemporâneos que afetam a vida das pessoas em diversas esferas, desde a local até a global. (BRASIL, 2017). Dentre as competências específicas relacionadas à Matemática como componente curricular temos aquelas que envolvem

Utilizar procedimentos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas do conhecimento, validando estratégias e resultados. (BRASIL, 2017).

Assim, diante das indicações presentes em documentos oficiais e a partir das vivências em salas de aula regulares no decorrer da realização do estágio supervisionado obrigatório, enunciaremos a seguinte questão norteadora da investigação: *como utilizar a modelagem matemática em aulas regulares da EJA, com o propósito de abordar conteúdos matemáticos previstos para esta modalidade de ensino?*

Na EJA, praticamente os mesmos conteúdos matemáticos previstos para o níveis fundamental e médio de ensino estão presentes, no entanto, as circunstâncias e o meio social no qual estão inseridos os estudantes diferem significativamente. As experiências dos estudantes em outros ambientes além do escolar trazem à sala de aula elementos que podem ser enriquecedores da prática pedagógica. Muitos

desses estudantes atuam profissionalmente e, além disso, algo que se pode destacar positivamente é o interesse evidente em seguir com seus estudos.

Como objetivos a serem atingidos por meio deste estudo temos:

- Apresentar uma caracterização da modelagem matemática como estratégia de ensino.
- Conhecer e apresentar especificidades da EJA no que diz respeito a possibilidades para a execução de propostas de ensino com a MM.
- Elaborar e apresentar propostas de atividades de modelagem matemática para turmas da EJA.

Dentre as estratégias metodológicas adotadas para a realização da pesquisa cujos resultados são aqui apresentados, estiveram estudos bibliográficos acerca da MM na Educação Matemática, mais especificamente do uso da modelagem como estratégia de ensino em aulas de matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental (EF) e no Ensino Médio (EM) e EJA. As experiências e estudos realizados no decorrer dos estágios supervisionados no EF e no EM tiveram contribuição significativa para a produção das propostas de ensino por meio da MM na EJA, por isso, referências a estes níveis de ensino estão presentes em alguns momentos neste texto. Nesse momento, aspectos relativos à metodologia de uma pesquisa qualitativa são evidentes, uma vez que há um fenômeno a ser compreendido - a natureza do ensino de matemática na EJA - e o interesse de um sujeito – futura professora de matemática – em compreender este fenômeno, tendo em mãos um ferramental de tecnologias, teorias e experiências.

Para descrever o processo de MM, a fim de fundamentar teoricamente nosso estudo, trazemos autores que abordam a MM tanto no que diz respeito à caracterização do processo de modelar matematicamente como na caracterização desse processo e sua adaptação para a sala de aula. Dentre esses autores estão Bassanezi (2012), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Chaves e Espírito Santo (2011), Biembengut (2007) e Burak (2004) .

Para nortear nossas investigações e reflexões sobre a EJA e sobre a MM nesta modalidade de ensino estudamos (PARANÁ, 2018), (FONSECA, 2007) e (KLUBER, 2015). Para dar suporte à elaboração das propostas de MM exploramos

também livros didáticos e paradidáticos de matemática e outras áreas do conhecimento.

Para finalizar esta Introdução, que traz a problemática na qual o tema de interesse está inserido, uma questão norteadora e nossos objetivos de pesquisa, descrevemos a seguir como o restante do presente texto está organizado.

No segundo capítulo, trazemos uma apresentação sobre o que é a MM nos âmbitos da Matemática Aplicada e da Educação Matemática, enfatizando como ela pode ser utilizada no processo de ensino e aprendizagem em diversos níveis e modalidades de ensino. Descrevemos as etapas que uma atividade de MM em sala de aula pode ter e três momentos que compõem a familiarização do aluno com a modelagem, embora o presente trabalho tenha enfoque no *papel do professor* em atividades realizadas no horário regular na sala de aula de turmas da EJA. Algumas perspectivas sob as quais uma atividade de modelagem pode ser proposta também são apresentadas, de acordo com o referencial teórico considerado.

No terceiro capítulo, abordamos a EJA por meio de um estudo de um documento norteador desta modalidade de ensino, as Diretrizes Curriculares. Investigamos quem é o público da EJA, como é construído o currículo, quais as características e necessidades desse público e os eixos articuladores: cultura, trabalho e tempo. Além disso, enfatizamos como é o *ensino de matemática* na EJA, as demandas do público de jovens e adultos em relação aos conteúdos matemáticos, considerando fatores como a exclusão da escola regular, o contexto de retomada escolar e a contribuição que a experiência e o interesse desses alunos podem dar para o desenvolvimento de atividades de MM. Ainda neste capítulo, destacamos um trabalho que nos traz elementos significativos acerca do cenário da MM na EJA, mostrando um panorama das pesquisas desenvolvidas na área de modelagem e compartilhadas com a comunidade de educadores matemáticos.

No quarto capítulo, trazemos três propostas para o ensino de matemática na EJA utilizando a modelagem matemática. Na primeira, *Caracterizando um Grupo e Ensinando Estatística*, trabalhamos com dados coletados na turma da EJA, tendo como objetivo trabalhar conceitos básicos de Estatística, possibilitando que os alunos se tornem aptos a interpretar informações de natureza social e científica, obtidas pela leitura de gráficos e tabelas. Além disso, com uma coleta de dados

como essa o professor pode traçar um perfil da turma e, conhecendo melhor os seus estudantes, propor atividades de ensino, em especial de modelagem, mais proveitosas e significativas no que diz respeito ao aprendizado. Na segunda atividade, *Usando um Medicamento e Ensinando Funções*, exploramos uma situação envolvendo o uso de medicamentos e a concentração destes no organismo de uma pessoa. O medicamento escolhido foi a dipirona monoidratada. Na construção do modelo, abordamos conceitos de variável dependente e independente, função matemática e construção de gráficos em um sistema cartesiano. Na terceira atividade, *Cuidando da Alimentação e Ensinando Proporções*, trabalhamos com o conteúdo de porcentagem e proporção, partindo da situação problema da quantidade mínima diária de vitamina C que uma pessoa deve ingerir e dos valores referenciais de valor energético de diversos alimentos.

Por fim, apresentamos as Considerações Finais seguidas das Referências utilizadas na pesquisa.

2. A MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE ENSINO

2.1 O PROCESSO DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A prática da MM é usual no campo da Matemática Aplicada e no âmbito da Educação Matemática sua presença também tem sido marcante nas últimas décadas, tanto como objeto de pesquisa, como em iniciativas que visam levá-la a salas de aula. Conforme nos colocam Almeida, Silva e Vertuan (2012), a Modelagem Matemática consiste na abordagem matemática de um problema não essencialmente matemático.

De acordo com Bassanezi (2012) a modelagem matemática é uma estratégia que pode ser utilizada para explicar e entender determinadas situações reais; é um processo de criação de modelos que valoriza o 'saber fazer'. O termo *modelo* significa aqui a "representação de alguma coisa" (CUNHA, 1989). Seguindo este conceito, temos que os modelos estão em diversas áreas do conhecimento, alguns exemplos são: Moda, Engenharia, Arte e Matemática. O que varia nos modelos é a finalidade para qual são construídos. No contexto do ensino de matemática, esta finalidade está associada a diversas *perspectivas de modelagem*, delineadas a partir do objetivo central com que uma atividade de modelagem é desenvolvida, o que veremos adiante.

No processo de modelagem no contexto do ensino de matemática, é possível identificar e nomear algumas etapas, sendo a primeira delas a *escolha de temas*:

O início de uma modelagem se faz com *escolha de temas*. [...] É muito importante que os temas sejam escolhidos pelos alunos que, desta forma, se sentirão corresponsáveis pelo processo de aprendizagem, [mas] a escolha final dependerá muito da orientação do professor que discursará sobre a exequibilidade de cada tema, facilidade na obtenção de dados, visitas, bibliografias, etc. (BASSANEZI, 2012, p. 11)

Definido um tema de interesse pode-se fazer uma *coleta de dados*. Coletam-se dados através de entrevistas, pesquisas bibliográficas, experimentos, "tendo como pano de fundo o tema escolhido, [...]. Os dados devem ser organizados em tabelas que, além de favorecerem uma análise mais eficiente, podem ser utilizados para a construção dos gráficos das curvas de tendências." (BASSANEZI, 2012, p. 13).

A *análise dos dados* visando à formulação de um modelo pode-se constituir uma terceira etapa do processo de modelagem. A formulação matemática dos modelos que explicarão e/ou permitirão fazer previsões acerca da realidade observada será orientada pela natureza dos dados obtidos. Conforme Bassanezi (2012), essas formulações podem ser estáticas (quando não há interesse na variável tempo) ou dinâmicas. Nestas últimas a variável independente geralmente é o tempo. A relação entre as variáveis observadas pode ser funcional, quando expressa por uma fórmula matemática, ou estatística, quando usamos ajustes de curva.

A etapa denominada *validação* é um processo de aceitação ou rejeição de um modelo a partir de um confronto dos dados reais com os valores fornecidos por ele. O uso de representações gráficas das soluções e a confecção de tabelas contendo os dados modelados em confronto com os dados experimentais podem facilitar a validação de um modelo matemático ou ainda sugerir modificações nele. (BASSANEZI, 2012).

A formulação inicial de um modelo simples é fundamental para se entender melhor o problema e diagnosticar quais características do fenômeno devem ser consideradas no modelo. Entretanto, nem sempre um primeiro enfoque do problema ou um modelo simplista conduz a bons resultados sendo necessária sua reformulação que, geralmente, é obtida com modificações nas variáveis ou nas leis de formação previamente estabelecidas. (BASSANEZI, 2012, p.17).

Além disso, quando o propósito da modelagem é promover o conhecimento matemático, a escolha do ferramental matemático a ser utilizado é fundamental. Por isso,

um modelo simples, mesmo que não reproduza perfeitamente os dados experimentais, pode ser bastante eficiente no contexto educacional. Um modelo matemático é bom quando satisfaz algum objetivo e quando o usuário o considera como tal. (BASSANEZI, 2012, p.18).

Outra interessante caracterização do processo de modelagem matemática é apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2012) que descrevem-no por meio de quatro fases denominadas *Inteiração*, *Matematização*, *Resolução* e *Interpretação de dados e validação*.

A *Inteiração* é o primeiro contato com a situação problema, a fim de tomar conhecimento dela. Envolve a coleta de dados quantitativos e qualitativos. O objetivo desta etapa é a formulação do problema e definição de metas para chegar até a solução. Esta etapa pode se estender durante todo o processo.

A *Matematização* envolve a transformação da linguagem natural para a linguagem matemática, evidenciando o problema a ser resolvido, utilizando símbolos para a descrição matemática. Envolve também a formulação de hipóteses e a seleção de variáveis.

Na fase da *Resolução* ocorre a construção do modelo matemático com o objetivo de descrever a situação e possibilitar previsões para o problema em questão.

A *Interpretação de dados e validação* é a última fase e consiste na análise de resposta para o problema, isto é, o processo avaliativo que implica a validação da representação matemática, considerando os procedimentos matemáticos e o contexto de suas aplicações.

Além dessa caracterização, Almeida, Silva e Vertuan (2012) trazem para o destaque quatro principais elementos que caracterizam uma atividade de modelagem: a Situação Problema, a Matemática, o Processo Investigativo e a Análise Interpretativa. Esses elementos nos permitem diferenciar uma proposta de ensino na qual o aluno participa ativamente, como é o caso da MM, das usuais aulas expositivas dialogadas, que também trazem contribuição para aprendizado, sem, no entanto, explorar o potencial criativo e de decisão dos alunos e oportunizar a eles uma visão da matemática como elemento importante e decisivo em suas ações cotidianas.

Quando a situação-problema é proposta, seja pelo professor ou pelos próprios alunos, ocorrem alguns questionamentos sobre determinado tema, promovendo a reflexão dos alunos sobre o assunto, conhecendo suas características e especificidades. A matemática está presente quando reunimos as informações coletadas e transformamos os dados obtidos da linguagem natural para a linguagem matemática, ou seja, a etapa de *matematização*. Nessa etapa também há a organização dos dados. O processo investigativo ocorre a partir dessas informações coletadas a partir dos questionamentos dos alunos e *matematização*. Espera-se chegar a um modelo matemático, mas nem sempre chegamos a uma

equação, como é o caso primeira proposta abordada neste trabalho, trabalhando conceitos básicos de Estatística.

Considerando a prática da modelagem na Educação Básica, ainda conforme esses mesmos autores, uma atividade de Modelagem Matemática pode ser composta de uma situação inicial (situação problema), de uma situação final (solução) e de um conjunto de procedimentos e conceitos necessários para partir do problema e chegar à solução, que associada a uma representação matemática, cria um modelo matemático. A origem da situação inicial (problema) se encontra na realidade, enquanto a matemática está situada no espaço em que os conceitos e procedimentos são aplicados. Neste sentido,

relações entre realidade (origem da situação inicial) e Matemática (área em que os conceitos e os procedimentos estão ancorados) servem de subsídio para que conhecimentos matemáticos e não matemáticos sejam acionados e/ou produzidos e integrados. (ALMEIDA et al., 2012, p.21)

Além disso, o modelo é sempre uma tentativa de expor e/ou explicar características de algo que não está presente, mas se 'torna presente' por meio deste modelo. Assim sendo, um modelo matemático é

um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática e que tem por finalidade descrever ou explicar o comportamento de outro sistema, podendo mesmo permitir a realização de previsões sobre este outro sistema. (ALMEIDA et al., 2012, p.13)

Portanto, o que se tem com um modelo é uma representação da realidade visando a solução de um problema. Podem-se utilizar diferentes sistemas de representação para um modelo matemático, tais como: tabelas, equações e gráficos.

O processo de construção de um modelo matemático requer comportamento ativo das pessoas e inclui a formulação e a resolução de problemas a partir do interesse e de conhecimentos prévios dos sujeitos envolvidos. Esse processo de construção, bem como o uso e/ou análise e uso de um modelo matemático podem ser adaptados a diferentes níveis e modalidades de ensino e, independente do nível de ensino,

tem em uma situação problemática a sua origem e tem como característica essencial a possibilidade de abarcar a cotidianidade ou a relação com aspectos externos à Matemática, caracterizando-se como um conjunto de procedimentos mediante o qual se definem estratégias de ação do sujeito em relação a um problema. (ALMEIDA et al., 2012, p.15)

Sobre a escolha de uma situação problema, Caldeira (2009) defende uma atividade de modelagem matemática que não caracteriza uma educação matemática

na qual o estudante simplesmente aprenda o que ele utilizará na semana seguinte, no seu cotidiano, mas aquela que selecione e apresente os conteúdos matemáticos necessários para uma compreensão de sua própria realidade e o fortalecimento dos vínculos sociais (CALDEIRA, 2009, p. 37)

Com o objetivo de relacionar os conteúdos matemáticos com a realidade dos estudantes, vemos que a Modelagem Matemática traz a possibilidade de efetivar o ensino almejado na EJA, conforme abordaremos adiante.

Segundo Almeida e Ferruzzi (2009), os procedimentos que compõem uma atividade de modelagem matemática formam:

um conjunto de ações como a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não. (ALMEIDA; FERRUZZI, 2009, p.120-121)

Outra importante questão, abordada por Almeida, Araújo e Bisognin (2011), é sobre como a introdução e condução de atividades de Modelagem Matemática tem sido o maior obstáculo para a integração da Modelagem no currículo escolar. Por isso vemos neste nosso estudo uma possibilidade de identificar, a fim de superar, alguns dos obstáculos existentes para o estabelecimento da MM como uma estratégia de ensino nas salas de aulas.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA

A duração de uma atividade de modelagem matemática tem variações. Pode ocorrer tanto em aulas regulares, quanto em espaços e horários extraclasse. Também pode ser tanto um projeto prolongado por semanas, quanto composta de situações que são finalizadas em algumas ou em uma única aula. Essas configurações variam em função dos interesses e necessidades dos estudantes, do professor, dos recursos materiais e humanos disponíveis, além dos encaminhamentos dados à execução da atividade.

As práticas de modelagem matemática em sala de aula necessitam um novo comportamento em relação aos problemas, tanto da parte do professor, quanto dos alunos. A abordagem de um conteúdo por meio da MM também necessita da articulação entre definição, investigação e resolução de uma situação problema.

Garantir a familiarização do professor com essa estratégia de ensino é pressuposto básico para a utilização da MM, afinal, dificilmente se emprega ou executa com sucesso uma estratégia quando não tem ou não se busca conhecê-la. Neste caso, há na literatura e espaços de discussão e formação que permitem ao professor interessado obter conhecimento e desenvolver habilidades relacionadas ao uso da MM na sala de aula. É necessário ao professor estar consciente de que

ao optar por Modelagem, o professor não tem, a exemplo do que tradicionalmente acontece, um livro-texto para servir de apoio na oferta de atividades e ainda com resoluções e respostas no final da edição. A organização da atividade de Modelagem, que engloba desde a sua finalidade ou o *para quê* a Modelagem será utilizada, até o cuidado com a diversidade da sala de aula, que diz respeito ao *onde* e ao *para quem* a Modelagem será usada, é de fato, papel do professor. (CHAVES, ESPÍRITO SANTO, 2011, p. 161-2).

A constatação dessa afirmação nos foi possível no planejamento e implementação de uma atividade de MM em uma turma da EJA no decorrer da realização de uma etapa do estágio supervisionado obrigatório, conforme será exposto adiante, cujos resultados foram apresentados por meio de um relato de experiência na XI CNMEM. (GONÇALVES; NEGRELLI, 2019)

A familiarização do aluno com a modelagem pode ser realizada de forma gradativa, para que o aluno desenvolva a habilidade de “fazer modelagem”. Este processo pode ocorrer em três momentos, conforme Almeida, Silva e Vertuan (2012).

O primeiro momento se trata do primeiro contato do aluno com Modelagem Matemática, através de uma situação problema, dados e informações necessárias. Nesta etapa o professor avalia e orienta a definição de variáveis, hipóteses, simplificação, transição para linguagem matemática, obtenção e validação de um modelo.

O segundo ocorre por uma sugestão de uma situação-problema proposta pelo professor, onde a turma deve realizar a coleta de dados e a obtenção e validação do

modelo matemático. Aqui os estudantes têm maior independência em relação aos procedimentos.

No terceiro momento, em grupos, os alunos devem conduzir uma atividade de modelagem, sendo responsáveis por todo o processo, desde a identificação da situação problema.

Os conteúdos trabalhados por meio da Modelagem Matemática não necessariamente seguem a sequência pré-determinada no planejamento escolar. Além disso, a organização da atividade, incluindo sua finalidade de acordo com a diversidade da sala de aula, é papel do professor. Existem algumas necessidades gerais para todos os professores em relação a como usar a Modelagem em contextos escolares.

É importante também ressaltar que, sobre o objetivo desejado na atividade:

A resolução de algumas situações problema pelo processo de Modelagem pode não resultar na construção de um Modelo Matemático. Neste caso, a ênfase é dada na utilização de teorias para organizar ou oferecer uma solução à situação problema proposta, e a validação se dá por meio de uma análise crítica das respostas obtidas, no sentido de verificar o quanto essas são pertinentes ou não. (ALMEIDA et al., 2011, p.164)

Diante do exposto até aqui, pressupomos então que havendo o interesse do professor de matemática em utilizar a MM como estratégia de ensino em suas aulas é necessário que ele busque compreender o processo de modelar matematicamente uma situação de interesse e faça escolhas quanto aos encaminhamentos didáticos que fará, além de ter claro o que espera que seus alunos façam em cada fase da atividade.

Na escolha do tema, o professor pode apresentar alguns temas que despertem o interesse dos alunos. Porém, o ideal é que o tema seja sugerido pela turma. Cabe ao professor, conjuntamente com a turma, elaborar problemas ou delimitar situações que permitam a abordagem e aprendizagem dos conteúdos matemáticos.

Explorando parte da literatura existente sobre MM na sala de aula, percebemos que existem variações quanto às funções dos participantes, professor e alunos, dentro desse processo. Chaves e Espírito Santo (2011), a partir da análise das propostas de Burak (2004) e de Barbosa (2003), apresentam um quadro, que reproduzimos a seguir, com uma recombinação dessas possibilidades:

Quadro: Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula

ETAPAS DO PROCESSO	POSSIBILIDADES		
	1	2	3
ESCOLHA DO TEMA	professor	professor	prof./aluno
ELABORAÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	professor	professor	prof./aluno
COLETA DE DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
SIMPLIFICAÇÃO DE DADOS	professor	prof./aluno	prof./aluno
TRADUÇÃO DO PROBLEMA / RESOLUÇÃO	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno
ANÁLISE CRÍTICA DA SOLUÇÃO / VALIDAÇÃO	prof./aluno	prof./aluno	prof./aluno

Fonte: (CHAVES; ESPÍRITO SANTO, 2011, p.168)

Estas variações permitem a possibilidade de ajuste a diversos contextos e objetivos educacionais.

Segundo Burak (2004) o processo de modelagem que ocorre na sala de aula na Educação Básica não necessariamente precisa resultar na construção de um modelo composto por equações. Ele pode privilegiar o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos no contexto de um tema de interesse do grupo, que pode ser apresentado pelo professor, a partir do qual situações problema e algumas possíveis soluções e encaminhamentos podem ser abordados. Analisar criticamente essas soluções e encaminhamentos, considerando conteúdos e conhecimentos mobilizados é uma etapa importante desse processo.

Para encerrar este capítulo trazemos mais um elemento que se apresenta decisivo quando se busca compreender, para melhor efetivar, possibilidade de uso da MM como estratégia de ensino.

Segundo Kaiser e Sriramam (2006) citados em (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.28), “o objetivo central com que a atividade de modelagem é desenvolvida em contextos educativos” orientou uma sistematização do que aqueles autores denominaram de *perspectivas* para a MM. No contexto deste nosso estudo, é preponderante a *perspectiva educacional* cujo foco é a

integração de modelos matemáticos no ensino de Matemática, visando levar os alunos a investigar o ‘*porquê*’ e o ‘*como*’ dos modelos matemáticos, considerando suas potencialidades em relação ao problema, bem como sua importância para a aprendizagem de Matemática (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 27-28)

Mas em nossas propostas de atividades também há considerável presença da *perspectiva sociocrítica* que

se caracteriza frente ao poder formatador da Matemática na sociedade e a ideia de que a Educação Matemática deve preparar e capacitar os estudantes para exercer a cidadania de forma autônoma e intervir em debates baseados em Matemática por meio de sua reflexão sobre ela e seu uso na sociedade. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.28)

As outras perspectivas sistematizadas por esses autores são a *realística*, a *contextual*, a *epistemológica* e a *cognitivista*. Não é nosso propósito aprofundar nas especificidades de cada uma delas, mas concordamos com os autores supracitados quando afirmam que conhecer estas perspectivas e “refletir sobre os aspectos que são postos em maior evidência em cada uma delas é potencializar a prática da modelagem em sala de aula”. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.28).

3. EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

3.1 – A MODALIDADE DE ENSINO EJA

Ao estudarmos as Diretrizes Curriculares da Educação de Jovens e Adultos publicadas pela Secretaria Estadual de Educação do Paraná em 2006 vemos que a EJA é uma modalidade de ensino que tem como objetivos o compromisso com a formação humana e o acesso à cultura, de modo que os educandos aprimorem sua consciência crítica e desenvolvam sua autonomia intelectual.

É fundamental compreender o sentido do processo da educação na vida do público da EJA, composto de pessoas que não tiveram acesso ou continuidade da escolarização na idade própria, no ensino regular.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN, n. 9334/96), em seu artigo 37, prescreve que a Educação de Jovens e Adultos será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no Ensino Fundamental e Médio na idade própria (PARANÁ, 2006, p. 27).

Também é importante mencionar a necessidade de retirar esta modalidade de ensino de uma estrutura rígida pré-estabelecida, levando em conta as suas especificidades. A EJA deve ter uma estrutura flexível e ser capaz de contemplar inovações que tenham conteúdos significativos, respeitando os limites e possibilidades de cada educando.

Esta modalidade de ensino pode permitir a construção e a apropriação de conhecimentos para o mundo do trabalho e o exercício da cidadania. Os conteúdos específicos da EJA, em cada disciplina, devem estar articulados à realidade, considerando sua dimensão sócio-histórica, articulada ao trabalho, ciência e tecnologia.

Sobre a idade mínima para o ingresso na EJA, de acordo com as Diretrizes:

A Lei n. 9394/96, em seu artigo 38, determina que, no nível de conclusão do Ensino Fundamental e Médio, a idade seja, respectivamente, 15 e 18 anos. De acordo ainda com a Deliberação n. 008/00 do CEE-PR, o ingresso na EJA pode se dar aos 14 anos para o Ensino Fundamental e aos 17 para o Ensino Médio. (PARANÁ, 2006, p.30)

Atualmente, o público adolescente ainda é marcante na EJA, sendo a maioria proveniente de um processo educacional fragmentado, marcado por evasão e reprovações no ensino regular.

Os jovens e adultos que procuram a EJA precisam da escolarização formal tanto por questões pessoais, quanto pela exigência do mercado de trabalho. Este público traz uma bagagem de conhecimentos. Essas experiências de vida são significativas e devem ser consideradas na elaboração do currículo escolar.

Outra demanda na EJA é a de pessoas idosas que buscam a escola para desenvolver e ampliar seus conhecimentos ou ainda buscando oportunidades de convivência social e realização pessoal.

Além da característica etária, há que se considerar outro conjunto que descreve o público desta modalidade de ensino é a sua diversidade sociocultural, composta por populações do campo, povos indígenas, em privação de liberdade, com necessidades educativas especiais, entre outros, que demandam uma educação que considere o tempo, os espaços e sua cultura.

Os eixos articuladores do currículo na EJA são: cultura, trabalho e tempo. A cultura é o elemento de mediação entre o indivíduo e a sociedade, incluindo o trabalho e envolvendo toda a produção humana. Uma das razões pelas quais os educandos da EJA retornam para a escola é o desejo de elevação do nível de escolaridade para atender às exigências do mercado de trabalho.

Já o tempo na EJA é definido pelo período de escolarização e pelo tempo singular de aprendizagem, sendo bem diversificado e levando em conta a especificidade dessa modalidade de ensino.

O currículo na EJA é produzido dentro das relações sociais, envolvendo cultura e conhecimento, considerando também a organização dos espaços, tempos escolares e da ação pedagógica. O currículo deve expressar os interesses dos educandos e dos educadores, oferecendo os conhecimentos necessários para a compreensão histórica da sociedade, metodologias que dêem voz aos envolvidos no processo e adotar uma avaliação que encaminhe para a autonomia.

Para que a escola possa reorganizar o conhecimento originário na cultura vivida e dar significado ao conhecimento escolar, o ponto de partida deve ser a experiência dos sujeitos envolvidos. (PARANÁ, 2006, p.38)

Na cidade de Curitiba-PR, a EJA ofertada em escolas da Rede Municipal de Ensino é destinada aos jovens, adultos e idosos, com idade mínima igual ou superior a 15 anos e estruturada em duas fases: EJA fase I, correspondente ao período do 1º ao 5º ano e EJA fase II, do 6º ao 9º ano. Também é ofertada em colégios da Rede Estadual de Ensino, atendendo às fases correspondentes aos conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

Quando a atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, Lei n. 9394/96, foi decretada, a EJA passou a ser considerada uma modalidade da Educação Básica, nas etapas no Ensino Fundamental e Médio, com especificidade própria. Porém, apenas com o passar do tempo e de discussões e experiências na EJA, em 2000 foram promulgadas as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, elaboradas pelo Conselho Nacional de Educação. Essas Diretrizes reconheceram a diversidade cultural e regional e ressaltaram a EJA como direito. Além disso, foi regulamentada a realização de exames, oferecendo o Ensino Fundamental a maiores de 15 anos e o Ensino Médio a maiores de 18 anos.

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA também passaram a valorizar:

- as especificidades de tempo e espaço para seus educandos;
- o tratamento presencial dos conteúdos curriculares;
- a importância em se distinguir as duas faixas etárias (jovens e adultos) consignadas nesta modalidade de educação; e
- a formulação de projetos pedagógicos próprios e específicos dos cursos noturnos regulares e os de EJA. (PARANÁ, 2006, p.22)

Para a seleção de conteúdos e práticas educativas para a EJA, Paraná (2006), traz os quatro seguintes critérios: i) Dar relevância aos saberes escolares frente à experiência social e construída historicamente; ii) Os processos de ensino e aprendizagem devem enfatizar o pensamento reflexivo em busca de conteúdos significativos; iii) A organização do processo de ensino deve enfatizar atividades que permitem a integração de diferentes saberes e iv) Articulação da singularidade e totalidade no processo vivenciado pelos educandos.

3.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EJA

Podemos considerar a Educação Matemática de Jovens e Adultos, de acordo com Fonseca (2007), não como uma modalidade de oferta da educação básica, mas

uma ação pedagógica que tem um público específico. E ainda sobre as características desse público:

Estamos falando de uma ação educativa dirigida a um sujeito de escolarização básica incompleta ou jamais iniciada e que ocorre aos bancos escolares na idade adulta ou na juventude. A interrupção ou o impedimento de sua trajetória escolar não lhe ocorre, porém, apenas como um episódio isolado de não-acesso a um serviço, mas num contexto mais amplo de exclusão social e cultural, e que, em grande medida, condicionará também as possibilidades de re-inclusão que se forjarão nessa nova (ou primeira) oportunidade de escolarização. (FONSECA, 2007, p.14)

Uma característica comum e marcante dos alunos da EJA em relação ao conhecimento matemático é o discurso feito sobre os próprios em relação à dificuldade e impossibilidade de aprender os conteúdos nos quais

parecem devotar às limitações do próprio aprendiz – incluídas aí as limitações por sua *idade avançada* e *inadequada ao aprendizado* – os percalços no fazer e compreender matemáticos, liberando as instituições e suas práticas, as sociedades, os modelos socioeconômicos e as (o)pressões culturais, e chamando para si – e para uma condição irreversível – a responsabilidade por um *provável* fracasso nessa nova ou primeira empreitada escolar. (FONSECA, 2007, p. 21)

Por outro lado, também é um aspecto do público da EJA a demanda de que o conhecimento seja necessário para o enfrentamento de situações de seu cotidiano e também a explicitação da utilidade desse conhecimento, produzindo sentido ao aprendizado.

Na educação de adultos, [...] os aspectos formativos da Matemática adquirem um caráter de atualidade, num resgate de um vir-a-ser sujeito de conhecimento que precisa realizar-se no presente. (FONSECA, 2007, p. 24)

Fonseca (2007) enfatiza que as situações de ensino-aprendizagem de matemática possibilitam estratégias de organização e controle de variáveis e resultados e pode proporcionar experiências não apenas vivenciadas mas também apreciadas pelo aprendiz. É importante destacar a importância desses momentos, pois o processo de construção do conhecimento, principalmente do público da EJA, é permeado por suas vivências.

Além das condições de especificidade e identidade cultural dos estudantes e diversidades das vivências deste público, também devemos considerar os fatores da

exclusão da escola regular e o contexto de retomada escolar como circunstâncias que os alunos da EJA enfrentam.

Algumas situações marcam o ensino-aprendizagem de Matemática dos alunos da EJA.

Seja porque o aluno se recuse à consideração de uma nova lógica de organizar, classificar, argumentar, registrar que fuja aos padrões que lhe são familiares (essas situações são extremamente frequentes na introdução do tratamento algébrico nos ciclos finais do Ensino Fundamental); seja, ao contrário, porque o próprio aluno se impõe uma obrigação de despir-se do conhecimento adquirido em outras atividades de sua vida social por julgá-lo menos “correto” ou inconciliável com o saber em sua formatação escolar. (FONSECA, 2007, p. 30)

Outra questão marcante é a relação dos conhecimentos matemáticos que os alunos obtiveram em suas vivências quando abordados no ambiente escolar, utilizando uma linguagem matemática formal, pois muitas vezes os alunos acham que seus conhecimentos prévios informais tornam-se incompatíveis com a nova abordagem e até errados muitas vezes.

Situações-problema com as quais esse aluno está acostumado a lidar (associadas às suas atividades profissionais, por exemplo), recursos que ele maneja com razoável destreza (cálculos mentais, estimativas, reconhecimento de proporcionalidades) podem tornar-se obscuros porque tomados por alunos e/ou professores como antagônicos ou prejudiciais à apropriação da Matemática em sua versão escolar. (FONSECA, 2007, p. 30)

Sobre a evasão dos alunos da EJA, uma das causas é a inadequação dos procedimentos didáticos e posturas pedagógicas. Quando falamos em alfabetização matemática, ou seja, o primeiro contato do estudante com a linguagem matemática, pode ocorrer uma infantilização das estratégias de ensino, ou seja, são aplicadas estratégias elaboradas para o público do Ensino Fundamental regular, não para jovens e adultos. A alfabetização matemática deve ser aplicada com estratégias eficazes e direcionadas, proporcionando aos alunos visão crítica dos critérios e suas utilizações.

Caberia falar em procedimentos de alfabetização matemática de jovens e adultos se ao termo atribuíssemos o sentido de um envolvimento consciente com práticas e critérios matemáticos, ou ainda, de um esforço pedagógicos em prol dessa conscientização. (FONSECA, 2007, p. 30)

Um exemplo dessa situação é a construção do conceito de número, que envolve a associação de nomes, símbolos e quantidades. Jovens e adultos, mesmo quando estão na fase inicial do processo de escrita, na maioria das vezes já

carregam uma história de relação com números e isso precisa ser contemplado no processo de alfabetização matemática.

Por levar em consideração as vivências prévias dos educandos, mesmo que fora do ambiente escolar, e devido ao incentivo ao pensamento crítico e reflexivo, a EJA pode permitir a construção e a apropriação de conhecimentos para o mundo do trabalho e o exercício da cidadania, objetivos que também podem ser visados pelas práticas de MM.

Nosso interesse por desenvolver um estudo voltado ao ensino de matemática na EJA provém da percepção de que a MM praticamente não é utilizada em salas de aula, embora esteja presente nas Diretrizes Curriculares do Estado (PARANÁ, 2008) como uma das tendências metodológicas sugeridas nesse documento, conforme já colocado. Essa percepção foi possível devido à nossa experiência em três semestres de atuação no ambiente escolar na condição de estagiária, ainda antes da elaboração do projeto deste estudo. Essas vivências com observações participantes, planejamento e regência de aulas ainda na condição de estagiária nos impulsionaram a ter experiências em sala de aula nas quais a MM fosse uma estratégia de ensino.

Convém informar que as 400 horas de estágio supervisionado obrigatório no Curso de Licenciatura da UTFPR/CT estão divididas em quatro semestres. No primeiro deles, denominado Estágio A, são desenvolvidas atividades de observação participante de aulas regulares de matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio ou em turmas da EJA, além do estudo do Projeto Político Pedagógico (PPP) da instituição de ensino em questão e da realização de consultas e entrevistas a profissionais da educação que ali atuam. No Estágio B, as atividades são focadas em turmas do Ensino Médio nas quais, após a realização de observações participantes, o licenciando assume a regência de aulas regulares, cujos planos são produzidos sob a orientação de um professor da universidade e de acordo com o planejamento anual do professor supervisor, ou seja, do professor da escola que cede sua classe para que o estagiário atue. No estágio C as atribuições e tarefas do estagiário, bem como dos professores orientador e supervisor são as mesmas, porém realizadas em turmas dos anos finais do Ensino Fundamental. Por fim, o estágio D tem como campo de atuação do estagiário o ambiente da EJA, sendo possível atuar em turmas do Ensino Fundamental ou do Médio. Assim sendo, buscamos no decorrer da realização deste quarto e último semestre de estágio

planejar e efetivar alguma proposta de uso da MM. Por razões diversas, não relatamos aqui os resultados dessa vivência. Mas boa parte deles foi apresentada por meio de um relato de experiência na XI CNMEM, ocorrida em novembro do presente ano (GONÇALVES; NEGRELLI, 2019). Esta experiência, no entanto, nos trouxe elementos favoráveis à proposição de atividades viáveis em salas de aula da EJA.

3.3 UM METAESTUDO ACERCA DA MM NA EJA

Um trabalho que nos trouxe elementos significativos acerca do cenário da MM na EJA no que diz respeito a pesquisas desenvolvidas e compartilhadas com a comunidade de educadores matemáticos é o metaestudo de Klüber et al. (2015). Esse estudo apresenta muitos argumentos que incentivam o desenvolvimento e aplicação de atividades de MM na EJA, tornando o aprendizado dos estudantes significativo.

Como mencionado anteriormente, muitos autores/pesquisadores destacam a relevância da modelagem como uma prática promissora de ensino e de aprendizagem em diversas modalidades e níveis de ensino, pois ela permite a aproximação de conteúdos com o cotidiano além da superação da linearidade da apresentação dos conteúdos e da ampliação da articulação com outras áreas do conhecimento.

Mesmo com a relevância em todas as modalidades de ensino, há pouco mais de uma década, Fonseca (2007) menciona que o número de publicações sobre a Modelagem na Educação Matemática de Jovens e Adultos ainda é reduzido no Brasil.

apesar de a quantidade de publicações sobre esse tema ser ainda relativamente pequena no Brasil, a proposição de discussões a esse respeito tem sido cada vez mais frequente, em atendimento a uma demanda que se foi reconfigurando nos últimos anos. (FONSECA, 2007, p. 9)

Por este motivo, Klüber et al. (2015) realizaram um metaestudo para investigar o que dizem os artigos publicados na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática (CNMEM) sobre Modelagem Matemática na

EJA. Este estudo teve início a partir do mapeamento de trabalhos de comunicação científica publicados no período de 2005 a 2013 na conferência. A partir disso, passou-se a analisar os anais da conferência procurando trabalhos que abordaram MM na EJA, desde o ano de 2005, onde do total de 300 trabalhos publicados em todas as edições, apenas 16 eram relacionados ao objeto da pesquisa. Em seguida, foram realizadas leituras de reconhecimento desses trabalhos para conhecer o conteúdo apresentado pelos autores. Com base nesse conteúdo, os autores elencaram as nove seguintes categorias. Após cada uma, informamos brevemente o que ela contempla:

- *A MM e os alunos da EJA*: são descritos aspectos da relação entre MM e estudantes da EJA. Nesta categoria, revelou-se que os alunos mudaram sua concepção de ensino e aprendizagem por meio da MM, tornando-se participativos e comprometidos com a atividade e mudando a impressão negativa que tinham da matemática.
- *Temas trabalhados no contexto da EJA*: explicita a gama de temas abordados durante o trabalho com a MM na EJA e a procedência desses temas.
- *Benefícios advindos da utilização da MM na EJA*: relata os benefícios desde o estabelecimento do elo entre conhecimentos prévios de estudantes e os sistematizados pela escola, até a motivação proporcionada pela modelagem.
- *Argumentos sobre a inserção da MM na EJA*: argumentos direcionados à flexibilidade do currículo e especificidades dos estudantes da EJA.
- *Modo como a MM foi introduzida na EJA*: algumas maneiras mencionadas foram os temas escolhidos pelo professor, sugeridos pelos alunos ou propostos por meio de conversas informais.
- *Papel do professor de matemática da EJA durante a atividade de MM*: revela os ‘papéis’ e funções do professor durante a atividade.
- *Conteúdos trabalhados na EJA por meio da MM*: explicita a possibilidade de trabalhar diversos conteúdos matemáticos.
- *Instituições de onde vieram os autores dos artigos e as que se configuraram locus da pesquisa sobre MM na EJA*: panorama geral das instituições de onde são provenientes os autores dos artigos mapeados.
- *MM na EJA e seu diálogo com outras áreas do conhecimento*: nessa categoria, estão os trabalhos que assumem a MM como possibilidade de

diálogo entre escola e comunidade e entre matemática e outras ciências.

Nas categorias de descrição dos trabalhos, aspectos positivos da inserção da Modelagem Matemática na EJA foram destacados. Esses aspectos são variados, incidindo sobre as atitudes, concepções, aprendizagem de matemática pelos estudantes e postura crítica em relação aos temas abordados.

As mudanças de concepções, de atitudes, e o início do surgimento de uma postura crítica, por parte dos estudantes, estão diretamente relacionados aos encaminhamentos que decorrem das diferentes concepções de Modelagem Matemática que circulam na Educação Matemática. (KLÜBER et al., 2015, p. 92)

É recorrente, inclusive no contexto da EJA, o desinteresse e falta de envolvimento dos estudantes nas aulas de Matemática. Alguns professores desta modalidade de ensino ainda podem ter a concepção de que o ensino noturno dificulta a realização de atividades de modelagem nas aulas. Por isso, a motivação dos estudantes também foi levada como uma das questões centrais do estudo, visto que um estudante motivado geralmente mostra-se mais envolvido no processo de aprendizagem. Klüber et al. (2015) revelou que a dinâmica da sala de aula é alterada, já que nos artigos analisados, há indícios de que os alunos se sentiram motivados durante as atividades de MM e que

as dificuldades consideradas características dos discentes da EJA, como o cansaço e a apatia, foram minimizadas. Nesse sentido, a categoria, revela que a Modelagem pode ser uma prática exitosa para ser inserida nessa modalidade. (KLÜBER et al., 2015, p. 93)

Como alguns aspectos que podem parecer empecilhos para as atividades de Modelagem na EJA que podem ser superados ou minimizados, Klüber et al. (2015) destaca que

a visão da Matemática como um mito e as deficiências na leitura e interpretação dos problemas nada mais são do que aspectos da tradição mais ampla que envolve todo o processo formativo, pessoal e cultural dos estudantes. (KLÜBER et al., 2015, p. 94)

Outro argumento apresentado é que os temas abordados nas atividades de MM na EJA analisadas originaram-se de atividades cotidianas dos alunos ou projetos que já estavam sendo desenvolvidos nas escolas. Estas mesmas atividades abordaram os assuntos previstos em cada nível, do ponto de vista matemático,

ainda que não de maneira linear. Assim, situações vivenciadas pela comunidade escolar podem servir como temas interessantes para serem trabalhados com a MM. Tanto os temas apresentados pelo professor, quanto os temas decorrentes dos interesses dos estudantes podem ser significativos para o trabalho com MM, motivando os alunos, evitando a evasão escolar e desenvolvendo postura crítica em situações do cotidiano.

Além da relação com temas do dia a dia, ocorre o benefício da possibilidade de estabelecer uma conexão entre os conhecimentos prévios dos estudantes da EJA e os sistematizados pela escola, tornando o conteúdo de Matemática mais significativo.

Os argumentos para o desenvolvimento de atividades de MM na EJA são diversificados e envolvem estudantes, professores, escola e comunidade, logo, a partir da pesquisa realizada por Klüber et al. (2015),

é razoável afirmar que, se a Modelagem Matemática se mostrou uma proposta pedagógica relevante para a Educação de Jovens e Adultos das regiões mais prejudicadas socioeconomicamente em nosso país, ela pode também ter resultados semelhantes em outras regiões. Dessa perspectiva, abre-se um caminho para que sejam estimuladas pesquisas e práticas em novas regiões. (KLÜBER et al., 2015, p. 107)

Esse metaestudo, assim como o relato que apresentamos em (GONÇALVES; NEGRELLI, 2019), revelam-nos que há demanda e espaço para a proposição de práticas de modelagem na EJA, o que tornou nosso empenho na elaboração das atividades apresentadas a seguir ainda mais significativo.

4. PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NA EJA UTILIZANDO MM

Além de proporcionar o desenvolvimento do pensamento crítico e reflexivo, de acordo com o referencial teórico analisado, temos que a MM torna a aprendizagem mais significativa no ensino de jovens e adultos.

Neste capítulo apresentaremos três atividades de MM que podem ser realizadas em turmas da EJA.

A primeira atividade proposta aborda uma prática de MM relacionada a conteúdos de Estatística. A segunda relaciona a MM com o uso de medicamentos, visto que esse tema faz parte do cotidiano de boa parte do público de jovens e adultos e pode ser adaptada para diferentes tipos de medicamentos. Já a terceira atividade aborda o tema alimentação, abordando valores energéticos e quantidade de vitamina C nos alimentos e trabalhando os conteúdos de porcentagem e proporção.

Apresentaremos essas atividades ressaltando ao final delas as quatro fases da MM indicadas por Almeida, Silva e Vertuan (2012): *Inteiração, Matematização, Resolução e Interpretação de dados e validação*.

4.1 ATIVIDADE 1 – CARACTERIZANDO UM GRUPO E ENSINANDO ESTATÍSTICA

De acordo com Campos et al. (2011), o foco do ensino de Estatística deve ser desviado do produto para o processo. A compreensão dos processos de amostragem e coleta de dados é muitas vezes mais importante do que a obtenção do resultado final ou simplesmente a aplicação de fórmulas, que poderia ser encontrada pronta em livros didáticos ou apresentadas pelo professor, ou seja, a análise e interpretação de dados estatísticos são essenciais no processo de ensino-aprendizagem. Neste processo, os alunos devem ser incitados a argumentar, interpretar e analisar.

Os problemas de Estatística geralmente começam com um questionamento e terminam com uma opinião, que se espera que seja fundamentada em certos conceitos teóricos e resultados práticos. Os julgamentos e as conjecturas expressos pelos estudantes frequentemente não podem ser caracterizados como certos ou errados. Em vez disso, eles são analisados quanto à qualidade de seu raciocínio, à adequação e aos métodos

empregados para fundamentar as evidências. (CAMPOS et al., 2011, p.30)

A atividade apresentada a seguir tem como objetivo trabalhar conceitos básicos de Estatística a partir de dados coletados junto aos próprios alunos em uma turma da EJA, que pode ser tanto do Ensino Médio como do Ensino Fundamental. Esses conceitos servirão como ferramenta para interpretações, tomada de decisão e/ou pesquisa quantitativa. Além disso, os alunos estarão aptos a interpretar informações de natureza científica e social, obtidas pela leitura de gráficos e tabelas.

Colocada a necessidade de um levantamento de dados com necessidade de conhecer o perfil de um grupo de pessoas, neste caso, o grupo formado pelos alunos da própria turma, o professor questiona-os sobre quais as características dos membros do grupo seriam interessantes de serem evidenciadas. O professor pode começar esta atividade com seus alunos questionando-os sobre a necessidade ou não e a relevância de se entender sobre os procedimentos do tratamento e coleta de dados.

A partir dessa conversa o professor pode elaborar questões juntamente com alunos a fim de produzir um instrumento de coleta de dados como o questionário apresentado a seguir. Convém destacar que esta proposta está alinhada com a *perspectiva educacional* da MM, conforme descrita anteriormente, o que justifica a explicitação do assunto a ser estudado por meio da atividade que ora se apresenta.

Quadro: Questionário para coleta de dados em sala de aula

A **Estatística** é uma área do conhecimento bastante ligada à Matemática e envolve a coleta e o tratamento de dados. Vamos realizar uma coleta de dados referentes a esta turma e a partir desses dados exploraremos *conceitos* e *procedimentos* estatísticos em aulas da próxima. Para tanto, responda às questões a seguir.

1. De que maneira você considera que aprende com mais facilidade? (Marque apenas uma opção)
Lendo() Ouvindo() Debatendo() Escrevendo()
2. Qual o seu grau de satisfação em relação ao ensino na EJA?
Muito satisfeito () Satisfeito() Pouco satisfeito() Insatisfeito()
3. Você trabalha atualmente? Sim() Não()
4. Qual sua comida favorita?
5. Qual sua idade atual? (Em anos e meses)
6. Qual sua estatura, em metros?

7. Em que ano você concluiu o Ensino Fundamental?
8. Há quanto tempo você mora em seu endereço atual?
9. Em que cidade você nasceu?
10. Em que mês você faz aniversário?
11. Quais disciplinas você já cursou na EJA, incluindo as deste semestre?
.....
.....

Fonte: A autora

Este questionário deve ser recolhido no final da aula para que o professor possa reunir e organizar os dados obtidos (com as respostas de todos os alunos) em uma tabela, como a exposta na figura 1 a seguir, que depois será entregue impressa aos alunos no início da aula seguinte.

Figura 1: Folha com dados coletados

DADOS COLETADOS na TURMA da EJA (Ensino Médio) em 09/05/2019

Nome:

Variável	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1. Debatendo	MS	Sim	Carne assada	28a6m		1,83	2018	10a	Curitiba	Dezembro	Matemática, História
2. Debatendo	MS	Sim	Pizza	54a5m		1,8	1980	1a	São Tomé	Dezembro	Geografia, Física, História, Inglês, Sociologia, Artes, Matemática, Educação Física
3. Debatendo	S	Não	Pizza	51a8m		1,57	1985	20a	Curitiba	Novembro	Matemática, História
4. Debatendo	S	Sim	Pizza	22a1m		1,57	2018	2a	Curitiba	Abril	Artes, Filosofia, Sociologia, Educação Física, Matemática, História
5. Debatendo	S	Não	Pizza	29a8m		1,57	2002	29a	Curitiba	Setembro	Matemática
6. Escrevendo	MS	Sim	Costela	36a8m		1,89	1999	17a	Curitiba	Agosto	Matemática, História
7. Escrevendo	MS	Não	Sushi	21a6m		1,75	2012	19a	Curitiba	Janeiro	Matemática, História
8. Debatendo	PS	Sim	Macarrão	28a2m		1,85	2005	1m	Curitiba	Março	Geografia, Educação Física, Arte, Filosofia, Sociologia, Matemática
9. Debatendo	S	Sim	Torta alemã	19a3m		1,76	2016	14a	Curitiba	Fevereiro	Matemática, Português, Geografia, História, Física, Química, Educação Física
10. Ouvindo	MS	Sim	Tudo	40a6m		1,85	2011	35a	Curitiba	Dezembro	Matemática, História, Português, Física
11. Debatendo	S	Sim	Pizza	24a7m		1,8	2009	24a	Curitiba	Outubro	Matemática, História
12. Ouvindo	S	Não	Pizza	21a10m		1,56	2012	10a	Curitiba	Julho	Matemática, Geografia, História, Ciências, Português, Inglês, Educação Física, Física, Biologia, Química, Artes

Questionário utilizado para a coleta dos dados:

1. De que maneira você considera que aprende com mais facilidade? (Marque apenas uma opção) Lendo() Ouvindo() Debatendo() Escrevendo()
2. Qual o seu grau de satisfação em relação ao ensino na EJA? Muito satisfeito() Satisfeito() Pouco satisfeito() Insatisfeito()
3. Você trabalha atualmente? Sim() Não()
4. Qual sua comida favorita? ...
5. Qual sua idade atual? (Em anos e meses) ...
6. Qual sua estatura, em metros? ...
7. Em que ano você concluiu o Ensino Fundamental? ...
8. Há quanto tempo você mora em seu endereço atual? ...
9. Em que cidade você nasceu? ...
10. Em que mês você faz aniversário? ...
11. Quais disciplinas você já cursou na EJA, incluindo as deste semestre? ...

Fonte: A autora

De posse dos dados o professor em conjunto com os alunos discutem formas para explorá-los como intuito de evidenciar características, resumir informações, calcular medidas estatísticas. Ou seja, pode-se trabalhar conceitos de Estatística a partir dos dados coletados na turma da EJA: reconhecer as variáveis utilizadas em

uma pesquisa e possíveis classificações para elas, organizar dados e construir tabelas com distribuições de frequências, interpretar dados apresentados por meio de gráficos, obter medidas estatísticas e suas formas de obtenção.

Algumas ações previstas para a abordagem de conteúdos que se revelem oportunos e significativos podem ser feitas por meio de atividades estruturadas a partir das **8** ações/questionamentos/encaminhamentos propostas a seguir, que podem ser encaminhadas do decorrer ou após as discussões que surgirem, relacionadas aos dados coletados, com o intuito de explorar *conceitos* e *procedimentos estatísticos*.

1. Como podemos classificar as variáveis observadas ?

QUALITATIVAS		QUANTITATIVAS	
Nominal	Ordinal	Discreta	Contínua

2. Observemos os resultados fornecidos para a pergunta 5, referente à variável “idade”. Podemos dizer que 28a5m é o mesmo que 28,5 anos?

A fim de responder essa questão, vamos antes reescrever as idades apresentadas na coluna 5 utilizando apenas a unidade de medida ano, ao invés de usar anos e meses.

Qual é a média de idade dos alunos da turma? ...

3. Vamos resumir os dados coletados, organizando-os em tabelas. O números entre parênteses refere-se à variáveis de mesmo número conforme a tabela de dados distribuída.

(2) *Grau de satisfação:*

Resposta	Quantidade	%
Muito satisfeito		
Satisfeito		
Pouco satisfeito		
Insatisfeito		
<i>Total</i>		

(3) *Trabalho atualmente:*

Resposta	Quantidade	%

<i>Total</i>		
--------------	--	--

(4) *Comida favorita:*

Resposta	Quantidade	%
<i>Total</i>		

Haveria uma forma de considerar esta variável utilizando duas categorias de alimentos?

	Quantidade	%
<i>Total</i>		

(8) *Há quanto tempo mora no endereço atual:*

Resposta	Quantidade	%
Até 5 anos		
De 5 a 10 anos		
De 10 a 20 anos		
Acima de 20 anos		
Total	12	100%

(9) *Cidade de nascimento:*

Resposta	Quantidade	%
<i>Total</i>		

Qual a porcentagem de alunos nascidos em Curitiba?

(10) *Mês de nascimento:*

Resposta	Quantidade	%
Janeiro a Junho		
Julho a Dezembro		
<i>Total</i>		

A maioria dos alunos da turma nasceu em meses do primeiro ou segundo semestre? Qual o percentual que isso representa?

4. Observemos a coluna com os dados referentes à variável estatura, em metros, e identifiquemos o valor máximo e valor mínimo. ...

Qual a diferença entre o valor máximo e mínimo? ... Esse valor refere-se a uma *medida estatística* de dispersão chamada amplitude total.

Agora vamos escrever, em ordem crescente, todos os doze valores informados para a estatura: ...

Qual a média de altura desses alunos da turma, em metros?

5. Os dados referentes à estatura podem ser agrupados em intervalos e apresentados em uma tabela como a seguinte. Essa tabela é chamada de distribuição de frequências.

Variável: Idade	Frequência absoluta (Quantidade)	Frequência relativa (Percentual)
19 — 29		
29 — 39		
39 — 49		
49 — 59		
TOTAL	12	100%

Agora, vamos representar esses dados por meio de um gráfico chamado *histograma* os dados apresentados na tabela acima.

6. Consideremos as idades dos alunos da turma em anos completos, sem considerar a quantidade em meses agora. Para tanto vamos arredondar cada um dos valores.

Coloquemos os valores em ordem crescente: ...

Agora vamos obter para este conjunto de valores outras duas medidas estatísticas: Moda e Mediana.

7. Já calculamos a média de altura dos alunos da turma. Agora calcule a moda e mediana da variável estatura:

8. Qual a média do número de disciplinas que os alunos da turma cursam ou já cursaram na EJA? ...

No decorrer da realização do estágio obrigatório em uma turma da EJA do Ensino Médio, tivemos a oportunidade de desenvolver uma atividade semelhante a esta que ora propomos. Para tanto foram utilizadas 6 horas-aula, além daquelas destinadas à elaboração do questionário e coleta dos dados.

É importante mencionar que o professor pode adaptar a atividade e dividi-la conforme a quantidade de aulas disponíveis. Se houver mais tempo disponível, pode-se ainda propor a turma que considerem mais variáveis com as quais os alunos se identifiquem e, o que se revelaria ainda mais significativo, que escolham um tema acerca do qual farão uma coleta de dados com a finalidade de abordarem conceitos e procedimentos estatísticos a serem estudados de acordo como proposta curricular da instituição na qual realizam seus estudos. Assim eles podem fazer a própria coleta de dados durante a atividade e construir tabelas de dados e histogramas das variáveis escolhidas, definindo se estão trabalhando com uma variável qualitativa ou quantitativa, fazendo escolhas e tomando decisões. E ao final o resultado for útil em alguma intervenção que se mostre necessária, então a modelagem estaria presente também na perspectiva sociocrítica, conforme caracterização desta feita anteriormente.

Nesta atividade, temos a fase da *inteiração* quando os alunos têm um primeiro contato com a situação-problema, isto é, quando são apresentados ao tema e são questionados sobre “o que é Estatística?”. Em seguida dessa discussão, ocorre a coleta dos dados qualitativos e quantitativos durante o primeiro momento da atividade. A *matematização* ocorre quando é feita a organização da tabela com os dados brutos obtidos no primeiro momento e o tratamento destes dados. A *resolução* decorre do processo de resumir os dados obtidos e efetuar o cálculo das medidas estatísticas e a construção de tabelas de frequência. Já a *interpretação de dados* e *validação* se revelam quando são observados os resultados obtidos durante todo o processo.

4.2 ATIVIDADE 2 – USANDO UM MEDICAMENTO E ENSINANDO FUNÇÕES

Esta atividade pretende abordar o conceito de função exponencial e é uma proposta para a EJA na etapa do Ensino Médio. Recomenda-se que os alunos já

tenham explorado o conceito de função em outros contextos, além de terem esboçado alguns tipos de gráficos. No entanto, caso os alunos ainda não tenham tido essas vivências, a atividade pode ser adaptada de modo a incluir a abordagem de conceitos e técnicas que podem aparecer na proposta como pré-requisitos.

Almeida, Silva e Vertuan (2012) apresentam uma situação envolvendo o uso de medicamentos e sua meia-vida no organismo, na qual é abordada a concentração do cloridrato de fluoxetina no organismo com o passar do tempo, quando um comprimido de 20 mg é ingerido por uma pessoa. Este medicamento é utilizado no tratamento de doenças como depressão e é de uso contínuo e controlado. Essa situação-problema pode ser explorada por meio de uma atividade de modelagem matemática proposta a alunos da EJA, visto que é um público de jovens e adultos que provavelmente têm algum conhecimento prévio sobre medicamentos. Porém, também pode ser adaptada a medicamentos que são mais comuns e não necessitam de receita médica para serem comprados.

Assim, a segunda atividade de MM que propomos, tem como objetivo trabalhar a construção de um modelo matemático que descreve a concentração de uma determinada substância no organismo humano, explorando o conceito de meia-vida de uma substância e o uso de algum tipo de medicamento. Tal atividade favorece a abordagem do conceito de função matemática, mais especificamente de uma função exponencial.

Um dos recursos utilizados pode ser a bula do medicamento analisado (na proposta descrita neste trabalho, será a dipirona monoidratada). Outro pode ser uma folha com questões elaboradas previamente pelo professor, com o intuito de orientar algumas das discussões que podem surgir na fase inicial de Interação com o tema proposto.

Espera-se que ao final da aplicação desta atividade, os alunos da turma da EJA consigam construir gráficos de uma função exponencial, assim como interpretar o comportamento da função em relação ao tempo.

Para começar a atividade de modelagem, o professor pode encaminhar uma discussão com a turma sobre o uso consciente de medicamentos. Perguntar sobre como costumam administrar o uso de medicamentos e saber como entendem a relação entre uma dose e o intervalo de tempo entre a ingestão de outras doses. Como estamos lidando com o público de jovens e adultos, também pode-se

questionar quais tipos de medicamentos os estudantes conhecem e utilizaram ou utilizam.

Para iniciar esta atividade, consideramos como variável independente o tempo (t), que pode ser dado em dias, horas, minutos (dependendo da bula do medicamento escolhido) e como variável dependente a concentração do medicamento com o passar do tempo $C(t)$, dada por miligramas. Para investigar a situação, construiremos uma tabela relacionando o tempo de permanência da droga no organismo com a quantidade ingerida.

Neste caso, iremos analisar a concentração da dipirona monoidratada no organismo. A dipirona monoidratada é um medicamento que proporciona efeito analgésico e antitérmico. Pode ser administrada por via oral ou injetável. Quando é necessário um efeito analgésico de início rápido, recomenda-se a administração de dipirona injetável por via intravenosa ou intramuscular. Após a administração intravenosa, a meia-vida plasmática é de aproximadamente 14 minutos para a dipirona. Vamos considerar uma dose de 500 mg de dipirona monoidratada. Primeiro, podemos construir uma tabela relacionando a concentração de dipirona no organismo com o tempo t em minutos.

Tabela: concentração da dipirona monoidratada no organismo

n (variável auxiliar)	t (tempo em minutos)	C(t) (concentração da dipirona monoidratada em t horas)
0	14 minutos	250 mg
1	28 minutos	125 mg
2	42 minutos	62,5 mg
3	56 minutos	31,25 mg
4	70 minutos	15,625 mg
5	84 minutos	7,8125 mg
6	98 minutos	3,90625 mg
7	112 minutos	1,953125 mg
8	126 minutos	0,9765625 mg
9	140 minutos	0,48828125 mg
10	154 minutos	0,244140625 mg

Fonte: a autora.

Uma pergunta que pode ser feita é: qual a concentração restante de dipirona no organismo após 1 hora (60 minutos)? E após 2 horas? Qual o tempo necessário para restar aproximadamente 0 mg de dipirona no organismo do paciente?

Para isso, precisamos utilizar recorrência para escrever o modelo matemático:

$$C_t = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{14}}.$$

Para descobrir qual a concentração após 1 hora (60 minutos) e 2 horas (120 minutos), basta substituir o valor do tempo na fórmula acima e calcular, obtendo os resultados abaixo:

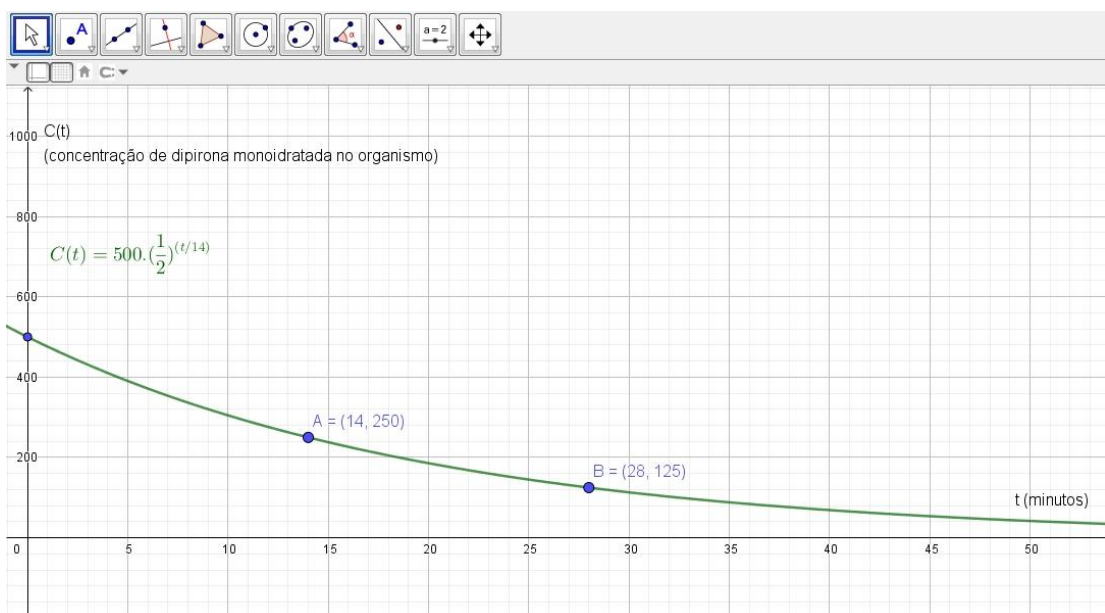
$$60 \text{ minutos: } C_{60} = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{60}{14}} \cong 25,63 \text{ mg}$$

$$120 \text{ minutos: } C_{120} = 500 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{120}{14}} \cong 1,31 \text{ mg}$$

Para restar aproximadamente 0 mg, o tempo será de aproximadamente 126 minutos (2 horas e 6 minutos).

Além disso, pode-se solicitar aos alunos que construam o gráfico que representa a concentração de dipirona monoidratada com o passar do tempo, usando os valores da tabela apresentada acima. Esse gráfico pode ser feito em papel utilizando a régua, mas também é interessante que os alunos utilizem algum software no computador ou celular, como o Geogebra, se estes recursos estiverem disponíveis na escola.

Figura - Gráfico da função que representa a concentração de dipirona $C(t)$ no organismo com o passar do tempo (t) .



Fonte: a autora.

Nessa proposta, temos a fase da *inteiração* quando a situação-problema é proposta pelo professor e os alunos são questionados sobre o que significa meia-vida de uma substância no organismo e instigados a refletir sobre como a concentração de determinada dose de um medicamento diminui no organismo com o passar do tempo.

A *matematização* pode ocorrer quando, utilizando a bula do medicamento escolhido - no caso acima foi utilizada a dipirona monoidratada – os estudantes selecionam, organizam e relacionam os dados obtidos empregando a linguagem matemática. A *resolução* decorre da escrita do modelo matemático, que neste caso pode ser uma função exponencial, com a concentração do medicamento variando em função do tempo.

A *interpretação de dados e validação* se revelam quando são observados os resultados em contraste com a realidade e também quando novos questionamentos e possibilidades surgem, tais como a análise de outros medicamentos comuns e da variação do tempo e da dose ingerida, assim como nas perguntas presentes no roteiro: “qual a concentração restante de dipirona no organismo após 1 hora? E após 2 horas? Qual o tempo necessário para restar aproximadamente 0 mg de dipirona no organismo do paciente?”.

4.3 ATIVIDADE 3 - CUIDANDO DA ALIMENTAÇÃO E ENSINANDO PROPORÇÕES

As vitaminas são substâncias de origem orgânica indispensáveis à vida.

O ácido ascórbico, mais conhecido como vitamina C (assim como todas as vitaminas do complexo B), é classificada como uma vitamina hidrossolúvel, isto é, é solúvel em água. A vitamina C não é produzida pelo organismo humano e por isso necessita estar presente na alimentação diária. Suas reservas no organismo são eliminadas em pequenas quantidades por meio da urina. Um dos maiores benefícios da vitamina C é a ação antioxidante, por isso além de alimentos, ela está presente em suplementos e diversos cosméticos.

É importante ressaltar que “os modos de conservação e preparação dos alimentos podem reduzir o teor de vitaminas” (DOROSZ, 2006), principalmente da vitamina C, que é muito sensível ao calor e a luz.

Alguns alimentos são considerados como fonte de vitamina C, como a laranja e a acerola. Como a vitamina C não é produzida pelo organismo humano e deve ser consumida diariamente, alguns pacientes necessitam de uma suplementação de ácido ascórbico.

De acordo com Spak (2017), as quantidades mínimas e máximas do consumo diário para a faixa etária de homens e mulheres entre 19 e 30 anos é a seguinte:

Tabela: Quantidades mínimas e máximas de consumo diário de vitamina C para a faixa etária analisada

Mulheres (19-30 anos)		Homens (19-30 anos)		Ajuste – ambos os sexos		Necessidade refeição (35%)	
Mínimo (mg)	Máximo (mg)	Mínimo (mg)	Máximo (mg)	Mínimo (mg)	Máximo (mg)	Mínimo (mg)	Máximo (mg)
75	2000	90	2000	90	2000	31,50	700

Fonte: Adaptado de SPAK, 2017.

As necessidades energéticas foram obtidas dentro de um intervalo estabelecido de 2.200 kcal (mulheres) e 2.900 kcal (homens).

Já para que o corpo se beneficie das propriedades da vitamina C, a quantidade diária recomendada para adultos é de 90 miligramas, para os homens; e de 75 miligramas, para mulheres.

A seguinte tabela traz dez frutas e legumes e suas concentrações de vitamina C (mg) e valor energético (kcal) considerando uma porção de 100 g:

Tabela: Quantidades de vitamina C e valor energético dos alimentos.

Alimento / porção de 100 g	Quantidade de Vitamina C (mg)	Valor energético (kcal)
Acerola	1677,6	32
Banana	8,7	89
Brócolis cozido	64,9	35
Cenoura (crua)	5,9	41
Laranja (crua, com casca)	71	63
Maçã (crua, com casca)	4,6	52
Maçã (crua, sem casca)	4	48
Morango	58,8	32
Pimentão amarelo	183,5	27
Vagem (cozida)	9,7	35

Fonte: a autora.

Nesta proposta de desenvolvimento de uma atividade de MM na perspectiva educacional, podem ser enfatizados os conceitos de porcentagem e proporção. A atividade pode ser iniciada com alguma reportagem recente que aborde o tema 'vitaminas'. Também é possível fazer uma pesquisa com a turma e perguntar aos alunos quais as frutas e legumes mais consumidos por eles no cotidiano. Depois disso, o professor pode montar tabela como a disposta acima, com os valores referentes a quantidade de vitamina C, valor energético ou algum outro nutriente do qual a análise seja de interesse da turma. Essa parte seria a fase de *inteiração* da atividade de modelagem proposta. A seguir, descrevemos a fase de *matematização*, onde interpretamos e transformamos os dados obtidos em linguagem matemática.

A partir das respostas dos alunos e da tabela dos dez alimentos apresentada acima, assim como necessidades energéticas diárias para e quantidade diária de consumo de vitamina C recomendada para homens e mulheres, o professor pode começar a fazer as seguintes perguntas:

1. Se uma mulher adulta ingerir 100 g de morango e 200 g de banana:

a) Quantos mg de vitamina C ela terá consumido? Ela terá alcançado a recomendação diária do consumo de vitamina C?

b) Qual o consumo energético (kcal) total do consumo dessas porções de alimento? O que isso representa em porcentagem em relação ao consumo energético diário?

2. Agora considere um homem adulto ingerindo as mesmas quantidades de alimentos.

a) Ele terá alcançado a recomendação diária do consumo mínimo de vitamina C?

b) Quanto isso representa em porcentagem em relação a quantidade diária recomendada de vitamina C?

Com essas perguntas, o objetivo é que organizando os dados da tabela, os alunos possam identificar os valores referentes a cada alimento e consigam calcular a quantidade de vitamina C e de calorias em diferentes porções, fazer diferentes combinações de alimentos, concluindo o que representam em relação aos valores de referência para consumo diário, que devem ser considerados como 100%.

3. Faça uma combinação de alimentos, alcançando pelo menos a quantidade mínima de ácido ascórbico por refeição, considerando 31,50 mg para homens e mulheres.

4. Calcule as porcentagens e preencha a tabela com os valores diários (% VD), com relação à quantidade de vitamina C em uma porção de 100 g dos dez alimentos da primeira tabela. Considere o valor de referência de 90 miligramas para os homens e de 75 miligramas para mulheres.

Alimento / porção de 100 g	Quantidade de Vitamina C (mg)	% VD (Mulheres)	% VD (Homens)
Acerola	1677,6		
Banana	8,7		
Brócolis cozido	64,9		
Cenoura (crua)	5,9		
Laranja (crua, com casca)	71		
Maçã (crua, com casca)	4,6		
Maçã (crua, sem casca)	4		
Morango	58,8		
Pimentão amarelo	183,5		
Vagem (cozida)	9,7		

5. Calcule as porcentagens e preencha a tabela com os valores diários (% VD), com relação valor energético (kcal) em uma porção de 100 g dos dez alimentos da

primeira tabela. Considere o valor de referência de 2.200 kcal para mulheres e 2.900 kcal para homens.

Alimento / porção de 100 g	Valor energético (kcal)	% VD (Mulheres)	% VD (Homens)
Acerola	32		
Banana	89		
Brócolis cozido	35		
Cenoura (crua)	41		
Laranja (crua, com casca)	63		
Maçã (crua, com casca)	52		
Maçã (crua, sem casca)	48		
Morango	32		
Pimentão amarelo	27		
Vagem (cozida)	35		

Na terceira questão, é interessante iniciar uma discussão entre a turma, pois provavelmente os alunos responderão combinações de alimentos diferentes, com porções diferentes. Para finalizar, as duas últimas questões propostas abordam a construção de tabelas com porcentagens referentes aos valores diários indicados para homens e mulheres. É interessante ressaltar que a coluna % VD, referente ao valor diário do consumo energético (kcal), está presente nos rótulos dos alimentos industrializados.

Com a análise dos valores obtidos nestas tabelas, ocorre a *interpretação de dados e validação*. Nesta atividade, pode-se não chegar a um modelo matemático em forma de equação, mas uma leitura da atividade desenvolvida à luz do que expõe Burak (2004) pode ser apropriada. Segundo esse autor, na sala de aula na qual se faz uso da modelagem, “a ideia de modelo fica ampliada, constituindo-se como uma representação. Assim, uma tabela [...] pode se constituir em um modelo, pois permite uma tomada de decisão.” (BURAK, 2004, p.6)

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos este estudo com o propósito de investigar e propor a Modelagem Matemática como uma estratégia de ensino para a EJA, vislumbrando a possibilidade da utilização de atividades de modelagem em aulas regulares de matemática nas quais realizaríamos as regências, no decorrer do último semestre do estágio supervisionado obrigatório do curso de Licenciatura em Matemática.

No decorrer do seu desenvolvimento, decidimos direcionar o foco deste trabalho à ação do professor em uma atividade de modelagem, cujo envolvimento na etapa de elaboração de uma proposta apresenta significativos desafios, principalmente para aqueles cuja formação inicial e opções metodológicas não incluem o risco de abandonar uma zona de conforto, na qual tudo é previsível. Optamos assim, por apresentar propostas de atividades resultantes de nossos estudos teóricos e tentativas práticas para utilizar a MM como estratégia de ensino de matemática, além de elementos relacionados à formação de professores de matemática no que diz respeito à MM e às práticas de sala de aula na EJA.

Conforme abordado, o público da EJA traz uma bagagem de conhecimentos e experiências de vida significativas que devem ser consideradas na elaboração do currículo escolar e o currículo dessa modalidade de ensino deve expressar os interesses dos educandos e dos educadores. Ao professor é importante ter claros os objetivos que pretende atingir por meio de suas ações, de modo que esse currículo seja produzido dentro das relações sociais, envolvendo cultura e conhecimento, considerando também a organização dos espaços, tempos escolares e da ação pedagógica.

Com a experiência do desenvolvimento deste estudo, reforçamos um pressuposto inicial de que para que um professor, ou futuro professor, incorpore práticas de modelagem em suas aulas é necessário um estudo acerca dessa “tendência metodológica que fundamenta a prática docente” (PARANÁ, 2008). Além disso, com uma vivência de sala de aula usando diversas outras estratégias e recursos, como livros didáticos, materiais manipuláveis, tecnologias digitais, entre outros, o professor terá mais elementos e desenvoltura para se empenhar em novas estratégias. Como bem nos colocam Almeida, Silva e Vertuan (2012), ao tratarem da atuação do professor nas aulas em que se opta por usar a MM, esta opção requer

que entremos numa aparente 'zona de risco'. Por isso, muitos professores preferem trabalhar com situações conhecidas nas quais tudo é previsível. No entanto, complementam esses autores:

Há os professores que mergulham no 'risco' e encontram, tanto no êxito das situações favoráveis quando na superação das situações adversas, subsídios para a elaboração de uma nova e própria 'zona de conforto'. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p.24)

A partir das propostas apresentadas, mostramos a flexibilidade que uma atividade de MM pode ter, tanto em relação aos conteúdos escolhidos e tempo de duração, quanto ao processo em si. Na primeira atividade apresentada, por exemplo, não chegamos a um modelo matemático em forma de equação, mas o objetivo é o processo de "*fazer modelagem*", onde os alunos partem de uma situação-problema do cotidiano, para a inteiração, passando pela fase de matematização, isto é, a transformação da representação de linguagem natural para a linguagem matemática.

Com as questões a serem investigadas que surgiram no decorrer do processo, constatamos que a MM é uma estratégia de ensino interessante e adequada para o público de jovens e adultos, que deve ter seus conhecimentos prévios e experiência de vida considerados na elaboração do currículo escolar, pois:

Ao utilizar a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica, inserimos os alunos em um contexto de aprendizagem em que a discussão de situações-problema, geralmente extramatemáticas, a matematização das situações, a participação ativa e o uso de múltiplas representações se fazem essenciais. (ALMEIDA et al., 2012, p. 153)

Além disso, a modelagem pode ser uma alternativa para que os professores de matemática saiam da zona de conforto marcada pela previsibilidade das aulas expositivas e dialogadas, fazendo com que alunos e professor tenham uma participação mais ativa nas aulas e proporcionando um processo de ensino e aprendizagem mais efetivo, relacionando os conteúdos escolares com a realidade na qual estão inseridos. Desta forma, constatamos que o uso da modelagem propicia uma abordagem mais significativa da matemática e de suas possíveis contribuições para a resolução de situações-problemas em várias áreas do conhecimento.

Ao buscar fundamentação e tomar conhecimento do estado da arte para a problemática em questão, encontramos subsídios em diversos autores. Alguns autores que abordam investigações e reflexões sobre a Modelagem Matemática e suas práticas na Educação Matemática foram citados no decorrer deste texto. O estudo desta literatura nos trouxe, juntamente com as primeiras experiências de práticas de sala de aula por meio do estágio supervisionado, a revelação de que o conhecimento de diferentes concepções de MM, oriundas de teorizações sobre práticas existentes no ensino de matemática, é um elemento norteador das escolhas que se mostram necessárias ao professor no momento em que este opta por trabalhar com a modelagem. Por exemplo, inicialmente cogitamos que a proposta de desenvolvimento da atividade 1 planejada poderia se dar à luz do que Almeida, Silva e Vertuan (2012) denominam segundo momento, que é quando “uma situação problema é sugerida pelo professor aos alunos e estes [...] complementam a coleta e informações para a investigação da situação”. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 26.) No entanto, diante das condições que encontramos nos três colégios nos quais tivemos a oportunidade de realizar os quatro semestres de estágio obrigatório, nos questionamos se uma atividade desenvolvida à luz do que propõe BURAK (2004) não seria mais apropriada.

Para finalizar, enunciamos algumas questões relacionadas ao tema abordado cuja investigação pode complementar esta que agora apresentamos, e que revelam alguns de nossos interesses de estudo neste momento, como aperfeiçoamento contínuo que a atuação de um professor demanda:

- Como favorecer uma cultura de criatividade nas salas de aula da EJA, e também de outras modalidades e/ou níveis de ensino, de modo a estabelecer práticas de MM como estratégia de ensino e aprendizagem?

- Quais os desafios para professores em formação inicial para a condução de atividades de MM nas escolas?

- Como promover a familiarização de professores – recém formados ou experientes – com esta estratégia de ensino de modo a torná-la parte do cotidiano escolar?

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessoa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012. 157 p.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina: EDUEL, 2011. 311 p.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; FERRUZZI, Elaine Cristina. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 117 – 134, jul. 2009. Disponível em:
<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2244>>. Acesso em: 09/09/2018.

BASSANEZI, R. C. **Temas e modelos**. Campinas, UFABC: Edição do autor, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão Final. Brasília: MEC, 2017.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 4. ed. São Paulo: Contexto, 2007. 127 p.

BURAK, D. Modelagem matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2004, Londrina, **Anais...** Londrina: UEL, 2004.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem matemática: um outro olhar. **Alexandria**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Santa Catarina, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009. Disponível em:
<<https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2244>> Acesso em: 09/09/2018.

CAMPOS, Celso Ribeiro; WODEWOTZKI, Maria Lúcia Lorenzetti; JACOBINI, Otávio Roberto. **Educação estatística**: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2011. 143 p.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; ESPIRITO SANTO, Adilson Oliveira do. **Possibilidades de modelagem matemática na sala de aula**. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni. Práticas de modelagem matemática na educação matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina, PR: EDUEL, 2011. p. 161-180.

CUNHA, Antônio Geraldo da. **Dicionário etimológico Nova Fronteira da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1989.

DOROSZ, Phillippe. **Tabela de calorias e regimes de emagrecimento**. 4. ed. Barueri, SP: Manole, 2006.

FONSECA, Maria da Conceição F. R. **Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 118 p.

GONÇALVES, J. C.; NEGRELLI, L. G., Modelagem matemática na sala de aula da EJA: uma experiência significativa para a formação do professor. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11, **Anais...** Belo horizonte, 2019.

KLÜBER, Tiago Emanuel; MUTTI, Gabriele de Sousa Lins; SILVA, Marcio Virgínio da. **Modelagem matemática (MM) na educação de jovens e adultos (EJA): contribuições a partir de um metaestudo**. *Revista PerCursos*. Florianópolis, v. 16, n. 31, p. 83-117, maio/ago. 2015.

Educação de Jovens e Adultos. Disponível em: <<http://www.curitiba.pr.gov.br/servicos/cidadao/educacao-de-jovens-e-adultos-eja/327>> Acesso em: 22/09/2018.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação de Jovens e Adultos**. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/diretrizes/dce_eja.pdf>. 2006. Acesso em: 09/09/2018.

SPAK, Marcia Danieli Szeremeta. **Aplicação da modelagem matemática para o planejamento de cardápios para restaurantes universitários**. 2017. 129 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2017.

Tabela da Composição Química dos Alimentos. Disponível em: <https://tabnut.dis.epm.br/Alimento> Acesso em: 10/11/2019.