

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
ENGENHARIA MECÂNICA**

GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

**COMPARATIVO DE DESEMPENHO DOS CONTROLADORES LQR E
SDRE APLICADOS À DINÂMICA NÃO LINEAR DE UMA AERONAVE
DE CAÇA EM VOO LONGITUDINAL**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PONTA GROSSA

2019

GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

**COMPARATIVO DE DESEMPENHO DOS CONTROLADORES LQR E
SDRE APLICADOS À DINÂMICA NÃO LINEAR DE UMA AERONAVE
DE CAÇA EM VOO LONGITUDINAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica, do Departamento Acadêmico de Engenharia Mecânica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Angelo Marcelo Tuset

PONTA GROSSA

2019



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Ponta Grossa
Diretoria de Graduação e Educação Profissional
Departamento Acadêmico de Mecânica
Bacharelado em Engenharia Mecânica



TERMO DE APROVAÇÃO

**COMPARATIVO DE DESEMPENHO DOS CONTROLADORES LQR E SDRE
APLICADOS À DINÂMICA NÃO LINEAR DE UMA AERONAVE DE CAÇA EM VOO
LONGITUDINAL**

por

GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 5 de dezembro de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Angelo Marcelo Tusset
Orientador

Prof. Dr. Max Mauro Dias Santos
Membro Titular

Prof. Dr. Frederic Conrad Janzen
Membro Titular

Prof. Dr. Marcos Eduardo Soares
Responsável pelos TCC

Prof. Dr. Marcelo Vasconcelos de
Carvalho
Coordenador do Curso

- A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso -

Dedico este trabalho à minha família,
Silvio, Silvani e Tatiana, pelos momentos
de ausência.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

À minha mãe Silvani, ao meu pai Silvio, ao minha irmã Tatiana, por sempre acreditar, incentivar e estarem comigo nos dias difíceis. À toda minha família, pela confiança, paciência, compreensão e apoio incondicional.

Ao meu orientador Prof. Dr. Angelo Marcelo Tuset, por ter acreditado em mim e em todos os trabalhos que desenvolvemos, pelos ensinamentos prestados, ajudando no meu desenvolvimento, e por ter me orientado com dedicação e sabedoria ao longo de toda minha graduação.

Aos demais professores, José Manoel Balthazar, Frederic Conrad Janzen, Rodrigo Tumolin Rocha e todos os outros não mencionados mas presentes durante minha graduação, pelas incontáveis ajudas, com os conhecimento técnicos e teóricos compartilhados, e pelo incentivo durante diversos momentos.

À todos os meus amigos, por estarem sempre comigo.

À minha namorada Skarllt, por sempre estar ao meu lado, me incentivar, aconselhar, e me ajudar em todos os momentos.

A todos que, embora aqui não citados, de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco. **Comparativo de Desempenho dos Controladores LQR e SDRE Aplicados à Dinâmica Não Linear de uma Aeronave de Caça em Voo Longitudinal**. 2019. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Mecânica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2019.

Aeronaves modernas de alto desempenho operam regimes críticos de voo, onde algumas não linearidades do sistema influenciam diretamente sua resposta dinâmica. Este trabalho considera o estudo de uma aeronave de caça operando em grandes ângulos de ataque da asa. O modelo matemático foi desenvolvido através de um sistema de equações diferenciais não lineares que representam a dinâmica de uma aeronave em voo longitudinal, considerando o efeito da variação da velocidade do vento devido à turbulência atmosférica na resposta dinâmica da aeronave. O teste 0-1 é realizado para determinar se o sistema é caótico ou periódico, relacionado à velocidade e ângulo de ataque da aeronave. Como objeto de estudo, foram aplicadas todas as considerações e análises sobre o modelo da aeronave F-8 "Crusader". Os projetos de controle são propostos de forma linear e não linear, considerando o ângulo de deflexão da cauda como parâmetro de ação do controle. Os controladores são projetados a partir das metodologias linear com o controle Regulador Linear Quadrático (LQR) e não linear com o controle de Estados Dependes da Equação de Riccati (SDRE). Os Controladores são submetidos as mesmas condições de operação, com objetivo de estabilizar as oscilações do ângulo da asa, considerando regiões críticas do comportamento da aeronave, a fim de comparação. Simulações numéricas demonstraram a eficiência das estratégias de controles propostas, relacionando as análises comparativas da dinâmica com e sem as ações dos controladores, a fim de comparar a capacidade de responder de forma rápida e confiável para recuperar a aeronave de uma situação de estol. Onde o controlador SDRE se mostrou mais eficiente em comparação ao controlador LQR, quando submetidos a regiões mais severas de estol.

Palavras-chave: Controle SDRE. Controle LQR. Aeronave de Caça. Voo longitudinal. Ângulo de Ataque Elevado.

ABSTRACT

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco. **Performance Comparison of LQR and SDRE Controllers Applied to the Nonlinear Dynamics of a Longitudinal Fighter Aircraft**. 2019. 56p. Work of Conclusion Course (Graduation in Mechanical Engineering) - Federal Technology University - Paraná. Ponta Grossa, 2019.

Modern high performance aircraft operate critical flight regimes where some system nonlinearities directly influence their dynamic response. This work considers the study of a fighter aircraft operating at high angles of attack of the wing. The mathematical model was developed through a system of nonlinear differential equations that represent the dynamics of an aircraft in longitudinal flight, considering the effect of wind speed variation due to atmospheric turbulence on the aircraft dynamic response. The 0-1 test is performed to determine if the system is chaotic or periodic, related to the speed and angle of attack of the aircraft. As an object of study, all the considerations and analyses regarding the F-8 aircraft "Crusader" were taken into account. Control designs are proposed linear and nonlinear, considering the tail deflection angle as a control action parameter. Controllers are designed from linear methodologies with the Quadratic Linear Regulator (LQR) control and nonlinear with the State Dependent Riccati Equation (SDRE) control. Controllers are subjected to the same operating conditions in order to stabilize wing angle oscillations, considering critical regions of aircraft behavior, for comparison of the control. Numerical simulations demonstrated the efficiency of the proposed control strategies, relating the comparative dynamics analyzes with and without the actions of the controllers, in order to compare the ability to respond quickly and reliably to recover the aircraft from a stall situation. Where the SDRE controller was more efficient compared to the LQR controller when subjected to more severe stall regions.

Keywords: SDRE Control. LQR Control. Fighter Aircraft. Longitudinal Flight. High Angles of Attack.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Notação padrão para forças, momentos aerodinâmicos, velocidades e origem das coordenadas da aeronave	15
Figura 2 - Unidades estruturais principais em uma aeronave.	17
Figura 3 - Eixos e movimentos principais de uma aeronave.	18
Figura 4 - Componentes de velocidade ao longo dos eixos.	20
Figura 5 - Movimento de "dutch roll".	22
Figura 6 - Curva de sustentação de uma asa.....	24
Figura 7 - Asa em Estol.....	24
Figura 8 - Situação de estol.....	25
Figura 9 - Representação diagrama de blocos de um sistema	29
Figura 10 - Representação diagrama de blocos de um sistema com realimentação	29
Figura 11 - Modelo dinâmico da aeronave.	36
Figura 12 - Componentes de velocidade.....	37
Figura 13 - (a) velocidade da aeronave, (b) ângulo de ataque da aeronave, (c) ângulo de arfagem da aeronave, (d) taxa de arfagem da aeronave.....	42
Figura 14 – Histórico da velocidade da aeronave com influência dos controladores.	47
Figura 15 – Histórico do ângulo de ataque da aeronave com influência dos controladores.....	48
Figura 16 – Histórico do (a) ângulo de arfagem e (b) taxa de arfagem da aeronave com influência dos controladores.	49
Figura 17 – Histórico da velocidade da aeronave com influência dos controladores.	51
Figura 18 – Histórico do ângulo de ataque da aeronave com influência dos controladores.....	52
Figura 19 – Histórico do (a) ângulo de arfagem e (b) taxa de arfagem da aeronave com influência dos controladores.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados da aeronave F-8 Crusader.....	40
Tabela 2 - Dados relacionados ao vento.....	41

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	13
2 DINÂMICA DE VOO E ESTABILIDADE DE AERONAVES.....	15
2.1 ANGULOS IMPORTANTES.....	19
2.2 ESTABILIDADE	20
2.2.1 ESTABILIDADE ESTÁTICA.....	21
2.2.2 ESTABILIDADE DINÂMICA.....	21
2.3 DINAMICA NÃO LINEAR.....	23
2.4 ESTOL DINÂMICO	23
2.5 TURBULÊNCIA ATMOSFÉRICA.....	26
2.5.1 Rajadas de vento verticais.....	27
2.5.2 Rajadas de vento tipo cosseno.....	27
2.5.3 Rajadas de vento tipo Randômica	28
3 TEORIA DE CONTROLE	28
3.1 CONTROLE REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO (LQR).....	31
3.2 CONTROLE DE ESTADOS DEPENDES DA EQUAÇÃO DE RICCATI (SDRE)	33
4 MODELO MATEMÁTICO E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O VOO LONGITUDINAL DA AERONAVE F-8 CRUSADER	35
4.1 MODELO DINÂMICO NÃO LINEAR DA AERONAVE F-8 “CRUSADER”	35
4.2 MODELO DE RAJADAS DE VENTO.....	40
4.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	42
5 PROJETO DE CONTROLE.....	43
5.1 CONTROLADOR LINEAR LQR.....	44
5.2 CONTROLADOR NÃO LINEAR SDRE.....	45
6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	46
6.1 CONTROLADORES APLICADOS AO SISTEMA EM UM ÂNGULO DE ATAQUE ATÉ 56% ACIMA DA SITUAÇÃO DE ESTOL	46
6.2 CONTROLADORES APLICADOS AO SISTEMA EM UM ÂNGULO DE ATAQUE ATÉ 76% ACIMA DA SITUAÇÃO DE ESTOL	50
7 CONCLUSÃO.....	54
REFERÊNCIAS.....	56

1 INTRODUÇÃO

A análise da dinâmica nos modelos de aeronaves tem sido de grande relevância devido ao desenvolvimento tecnológico e científico dos últimos anos. Novas abordagens e projetos são propostos para descrever a dinâmica, controle e estabilidade das aeronaves. Como exemplo, uma aeronave de combate tem sua resposta dinâmica afetada durante o voo quando submetida a operar em grandes ângulos de ataque e em altas velocidades. Segundo Etkin e Reid (1996) podemos afirmar que a “dinâmica da aeronave tem um comportamento inerentemente não-linear como consequência da natureza física das forças de sustentação e arrasto, assim como a orientação da estrutura de ar em relação à referência desejada”. Conseqüentemente, a negligência de certas características não-lineares podem ser prejudiciais para a aeronave, para o voo e para as manobras que podem ser realizadas.

Várias soluções de engenharia e de assistência ao piloto são necessárias para o controle em voos de alta incidência devido a fenômenos não lineares que podem afetar o desempenho da aeronave, onde, muitos modelos de aeronaves não exibem comportamento dinâmico satisfatório em ângulos elevados de ataque. Para estas situações, a resposta pode melhorar projetando um controlador baseado no uso de modelos matemáticos que representam o movimento da aeronave e suas não-linearidades dinâmicas, considerando também a velocidade da aeronave e a velocidade do vento que incide sobre a aeronave, configurando assim, um controle confiável e de vasta utilização. Portanto, conforme descrito por Pereira et al (2016), para um modelo confiável e eficiente de controlador, não-linearidades e incertezas presentes na operação real desses veículos devem ser consideradas para evitar regiões instáveis de operação.

O objetivo deste trabalho é realizar a comparação de controladores capazes de recuperar a aeronave de ângulos acima da região do estol, considerando o movimento da aeronave e suas não-linearidades dinâmicas, bem como os efeitos da variação da velocidade da aeronave em relação à velocidade do vento, garantindo estabilidade e desempenho em situações de alto ângulo de ataque.

Abordagens de controle relacionadas a aeronaves e piloto automático são encontradas em diferentes trabalhos, tais como, Calise e Rysdyk (1998) considerando redes neurais adaptativas no controle de voo, com Pereira (2008) utilizando controle

ótimo linear em voo longitudinal, nessa linha pode-se considerar também Gerrard, Enns e Antony (1992) onde se aplica um controlador de regulador quadrático não linear, abordagens como as de Wang e Stengel (2005) com controle robusto probabilístico e Gerrard e Jordan (1977) com projeto de controles não lineares. Considerando abordagens atuais, como a proposta por Tol et al (2016) com alocação multivariada de controle adaptativo baseado em spline para compensar incertezas aerodinâmicas, ou também, proposto por Gavilan, Vazquez e Acosta (2014) onde tem-se um controle adaptativo baseado em função de Lyapunov para dinâmica longitudinal, ainda com Mahmood, Kim e Park (2014) realizando o projeto de piloto automático usando modelagem de loop H para mísseis em ângulos elevados ataque e por fim, conforme abordado por Dos Santos et al (2017) realizando o projeto de controle não linear considerando a dinâmica longitudinal de uma aeronave de alta performance.

OBJETIVO GERAL

Projetar e analisar os controladores da dinâmica não linear de uma aeronave em voo longitudinal em altos ângulos de ataque (acima da condição de estol), considerando os efeitos da variação de velocidade da aeronave, bem como o efeito da variação da velocidade do vento devido à turbulência atmosférica na resposta dinâmica da aeronave.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

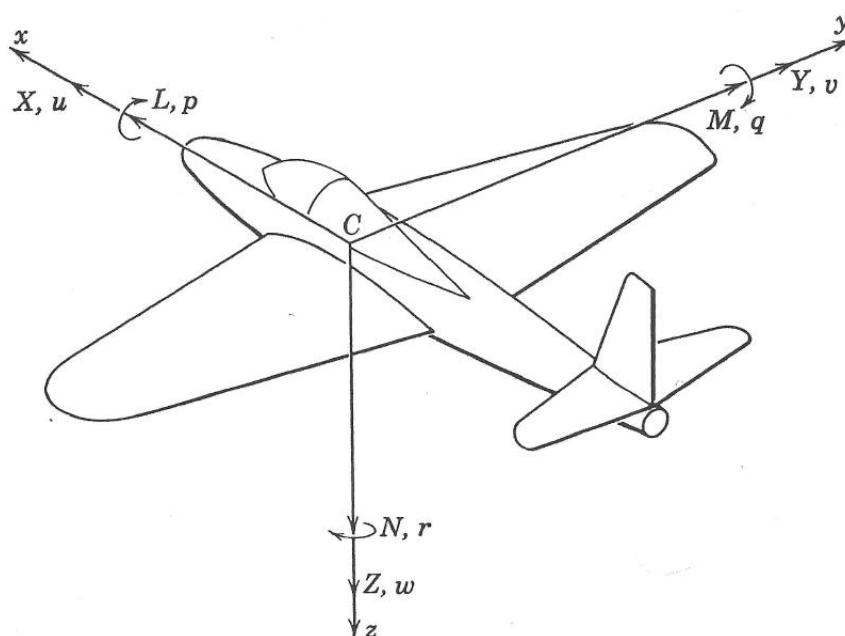
- Como objeto de estudo, propõe-se a análise do comportamento dinâmico da aeronave F-8 Crusader, considerando o ângulo de deflexão da cauda como parâmetro de controle;
- Representar o modelo matemático não-linear obtido no espaço de estados;
- Projetar os controladores através de duas técnicas de controles diferentes, sendo Regulador Linear Quadrático (LQR) e Estados Dependentes da Equação de Riccati (SDRE);
- Análise dos ângulos da dinâmica longitudinal e velocidade da aeronave, bem como o estudo do caos para a variável de ângulo de ataque da aeronave;
- Comparar os resultados obtidos considerando condições igualitárias de operação na aeronave, e diferentes situações de ângulos de ataques acima do ângulo de estol.

2 DINÂMICA DE VOO E ESTABILIDADE DE AERONAVES

A dinâmica de voo caracteriza os movimentos de um veículo de voo na atmosfera. Como tal, pode ser considerado um ramo da dinâmica de sistemas em que o sistema estudado é uma aeronave em voo. A resposta do veículo às forças aerodinâmicas, de propulsão, estruturais, mecânicas, fluidodinâmicas e gravitacionais, determinam a atitude do veículo e sua trajetória de voo resultante. A seguir, vamos focar alguns conceitos referentes à dinâmica de voo, estabelecidos pela American National Standards Institute (ANSI) e o American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA).

O sistema de coordenadas onde é usado um sistema de coordenadas ortogonais com a origem localizada no centro de gravidade do veículo, no caso, o centro de gravidade da aeronave. O sistema de coordenadas, forças e momentos aerodinâmicos e as velocidades linear e rotacional do sistema são denotados pela Figura 1.

Figura 1 - Notação padrão para forças, momentos aerodinâmicos, velocidades e origem das coordenadas da aeronave



Fonte: Caughey (2011)

As forças consideradas para obtenção das equações de movimento serão denotadas por X , Y e Z em correspondência com o sistema de coordenadas. Os termos X , Y e Z podem ser visualizados como componentes do vetor de força total

que está atuando no c.g. da aeronave. Se as forças não estão em equilíbrio estático, então os princípios de conservação do movimento linear prevalecerão para escrever as mudanças no comportamento da aeronave.

Da mesma maneira, o vetor momento atua sobre a aeronave em seu c.g., tendo componentes L , M e N atuando no sistema de coordenadas x , y e z . Os termos L , M e N são descritos, respectivamente, como rolagem, arfagem e guinada (roll, pitch e yaw). Pode-se considerar a velocidade total linear como sendo um vetor V com componentes u , v e w atuando nas direções positivas e x , y e z respectivamente. O vetor de velocidade angular Ω é descrito por componentes p , q e r relativos aos eixos da aeronave. Em notação matricial temos:

$$V = ue_x + ve_y + we_z = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\Omega = pe_x + qe_y + re_z = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2)$$

onde e_x , e_y e e_z são os versores no sistema de coordenadas x , y e z . As velocidades definidas são especificadas como condição inicial ou são determinadas analiticamente. A velocidade pode ser expressa como verdadeira V_t ou equivalente V_e . A relação entre cada uma delas é dada pela expressão da pressão dinâmica:

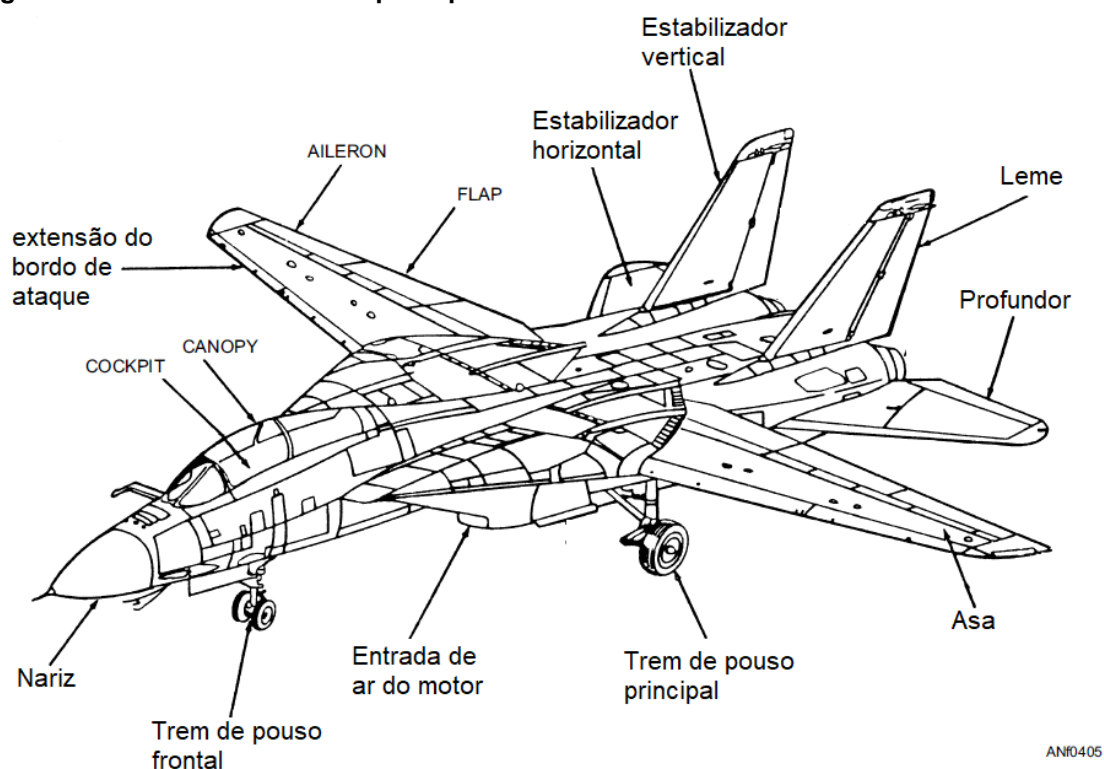
$$\bar{q} = \frac{1}{2}\rho V_t^2 = \frac{1}{2}\rho_0 V_e^2 \quad (3)$$

onde: ρ é a densidade atmosférica acima do nível do mar; ρ_0 é a densidade atmosférica ao nível do mar (ideal), assim, obtemos:

$$V_t = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}} V_e \quad (4)$$

Como sistemas de controle em uma aeronave, tem-se o Aileron, o Profundor e o Leme. Essas superfícies de controle produzem forças aerodinâmicas em decorrência da mudança das características de sua superfície. A Figura 2 ilustra os sistemas presentes na estrutura de uma aeronave.

Figura 2 - Unidades estruturais principais em uma aeronave.



Fonte: Adaptado de Integrated Publishing (2018)

Os ailerons, um em cada extremidade de cada asa, são superfícies móveis que controlam movimento sobre o eixo longitudinal. O movimento é de rolamento. Abaixando o aileron em uma asa levanta-se o aileron na outra. A asa com o aileron abaixado sobe por causa de sua superfície de contato com o fluido ter sido aumentada, e a asa com o aileron levantado abaixa por causa de sua sustentação diminuída. Deste modo, segundo Russell (1996) pode-se entender que “o efeito de mudança de um ou outro aileron é ajudado pelo movimento simultâneo e oposto do aileron na outra asa”.

Os profundos controlam o movimento do avião sobre seu eixo lateral. Este movimento é chamado de arfagem. Os profundos formam a parte traseira da cauda horizontal e movimentam-se simultaneamente para cima e para abaixo. Eles são dispositivos articulados presos a uma superfície fixa, ou seja, no estabilizador horizontal. Juntos, o estabilizador horizontal e os profundos formam um aerofólio

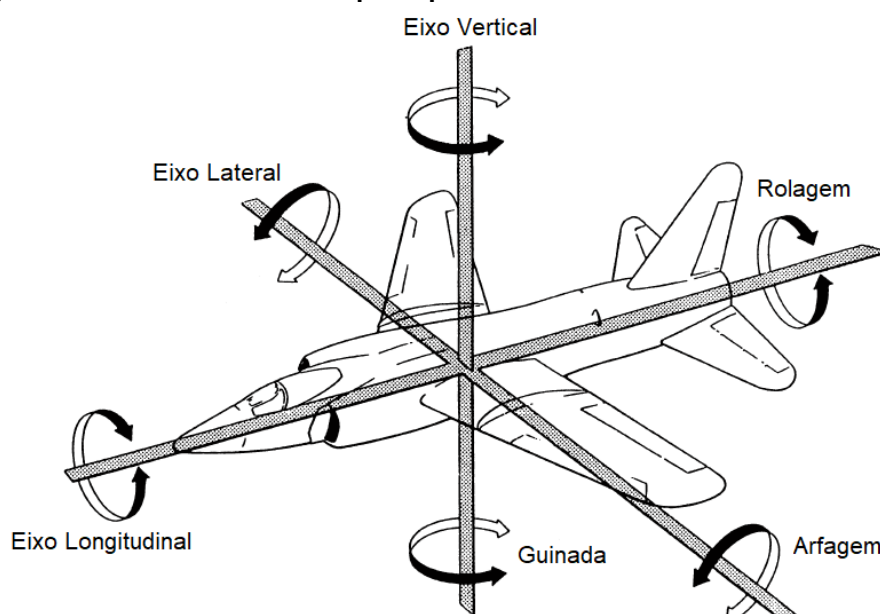
único. Uma mudança na posição dos profundores modifica a curvatura do aerofólio, que aumenta ou diminui sustentação. Se diminuir a sustentação a cauda abaixa, se aumentar ela sobre ocasionando o movimento de arfagem.

O leme controla movimento do avião sobre seu eixo vertical. Este movimento é chamado de guinada. Como as outras superfícies de controle primário, o leme é uma superfície móvel dobrável a uma superfície fixa que, neste caso, é o estabilizador vertical, ou barbatana. Sua ação parecida a dos profundores, fazendo movimentos diferentes em um avião, no caso, movimentos laterais em vez de movimentos de cima para abaixo e de baixo para cima.

Além dessas superfícies de controle, outros dispositivos podem existir na aeronave tal que possam estar atuando forças e momentos a fim de influenciar o comportamento da aeronave. Podem-se citar os freios aerodinâmicos ou spoilers montados na fuselagem da aeronave ou em suas asas, a cauda horizontal montada à frente das asas e asas cambiáveis. Normalmente, assumimos as superfícies de controle convencionais para a análise da dinâmica de voo. Outras superfícies podem até ser introduzidas, mas como controle alternativo, se necessário.

Os movimentos efetuados pela aeronave em função desse controles podem ser visualizados na Figura 3 a seguir:

Figura 3 - Eixos e movimentos principais de uma aeronave.



Fonte: Adaptado de Integrated Publishing (2018)

Os principais movimentos de uma aeronave podem ser descritos como em Pereira (2008), onde Arfagem é descrita como o movimento longitudinal do avião em relação ao seu eixo transversal, Rolagem é o movimento de inclinação lateral em relação ao eixo longitudinal e Guinada é descrito como o movimento unicamente em torno do eixo vertical.

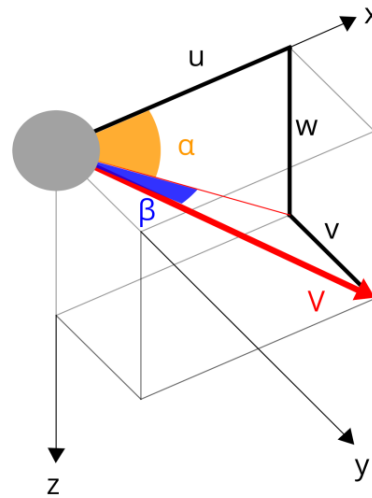
Os movimentos principais da aeronave estão intimamente ligados a qualidade de voo, onde pode-se mensurar a controlabilidade dos movimentos em relação aos esforços aplicados as superfícies de controle do avião. A precisão dos movimentos é representada pela capacidade de iniciar e de terminar as manobras exatamente no ponto em que o piloto deseja. Dessa maneira, a qualidade de voo é relacionada a estabilidade e o controle do avião.

2.1 ANGULOS IMPORTANTES

Considerando o vetor velocidade em relação ao sistema de eixos coordenados atribui-se dois ângulos principais na produção das forças aerodinâmicas e momentos, são eles o ângulo de ataque α e o ângulo de derrapagem β . Onde segundo Russell (1996) o ângulo de ataque é definido como o ângulo entre a linha da corda da asa e a direção do movimento em relação a corrente de ar que se aproxima. O ângulo de derrapagem é definido por Etkin e Reid (1996) como o “ângulo entre o eixo longitudinal da aeronave e o trajeto real da aeronave”. Outro ângulo importante relacionado a dinâmica de aeronaves é o ângulo de arfagem (pitch), é definido como o ângulo formado entre o horizonte e o eixo longitudinal do avião.

Considerando a velocidade V num determinado instante dada pelas componentes da Equação (1) vista anteriormente. Como pode ser visto na Figura 4, as componentes de velocidade u , v e w ao longo dos eixos x , y e z são dadas por:

Figura 4 - Componentes de velocidade ao longo dos eixos.



Fonte: Dos Santos et al (2018a)

Os componentes de velocidade de cada eixo e a velocidade resultante são definidos, todos em relação aos seus respectivos ângulos.

$$u = V \cos \beta \cos \alpha$$

$$v = V \sin \beta$$

$$w = V \cos \beta \sin \alpha$$

(5)

$$V = (u^2 + v^2 + w^2)^{\frac{1}{2}}$$

onde os ângulos α e β podem ser representados como:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{w}{u} \right)$$

$$\beta = \sin^{-1} \left(\frac{v}{V} \right)$$

(6)

2.2 ESTABILIDADE

Com relação à estabilidade, podemos defini-la com o tipo de reação do avião quando forçado (pelo piloto ou por turbulência) a sair de um estado de equilíbrio em vôo. Pode ser positiva (tendência a retornar ao estado inicial), neutra (sem reação) ou negativa (quando a tendência é de se afastar ainda mais do estado de equilíbrio).

Existem dois tipos de estabilidade, basicamente podemos citar: a estática e a dinâmica, avaliadas com os comandos fixos ou livres.

2.2.1 ESTABILIDADE ESTÁTICA

É a tendência inicial de reação do avião ao ser perturbado em seu estado de equilíbrio. Avalia-se a estabilidade estática com relação a cada um dos três eixos, sendo desejável que seja neutra em rolamento para facilitar a inclinação do avião.

Quanto à arfagem, a qualidade da estabilidade estática longitudinal pode ser avaliada pelo incremento ou redução das forças no manche, necessárias para segurar o avião em novas velocidades acima e abaixo de uma velocidade estabilizada sem usar o compensador. Essa avaliação é feita com diferentes posições do CG (mais à frente ou mais recuado) e em configurações de cruzeiro e de aproximação (com trem de pouso acionado e flaps).

A estabilidade estática positiva em arfagem é fundamental para o bom controle do avião. Se essa variação de força (gradiente) para manter novas velocidades for muito modesta, a sensibilidade do manche leve pode tornar a pilotagem pouco precisa e trabalhosa. Um manche leve demais, especialmente na condição de CG muito recuado, pode facilitar a tendência à oscilação longitudinal divergente induzida pelo próprio piloto se ele tentar corrigir uma “cabrada” ou “picada” momentânea e pode acabar entrando em fase com as oscilações de arfagem. Esse fenômeno é descrito por Almeida (1999), “conhecido como PIO (Pilot Induced Oscillation), condição crítica que já provocou muitos acidentes graves. O caso das asas voadoras Mitchel B-10 é um exemplo”.

2.2.2 ESTABILIDADE DINÂMICA

É tendência do avião depois de ser alterado o seu estado de equilíbrio (pelo piloto ou por turbulência). Em arfagem pode ser do tipo período curto, com oscilações rápidas de uns dois segundos, geralmente amortecidas imediatamente; ou de período longo, com duração de 20 segundos ou mais por cada ciclo. Esse tipo de oscilação longitudinal é chamado de fugóide. A oscilação pode ser amortecida em poucos ciclos ou pode até ser divergente, com amplitudes crescentes a cada repetição.

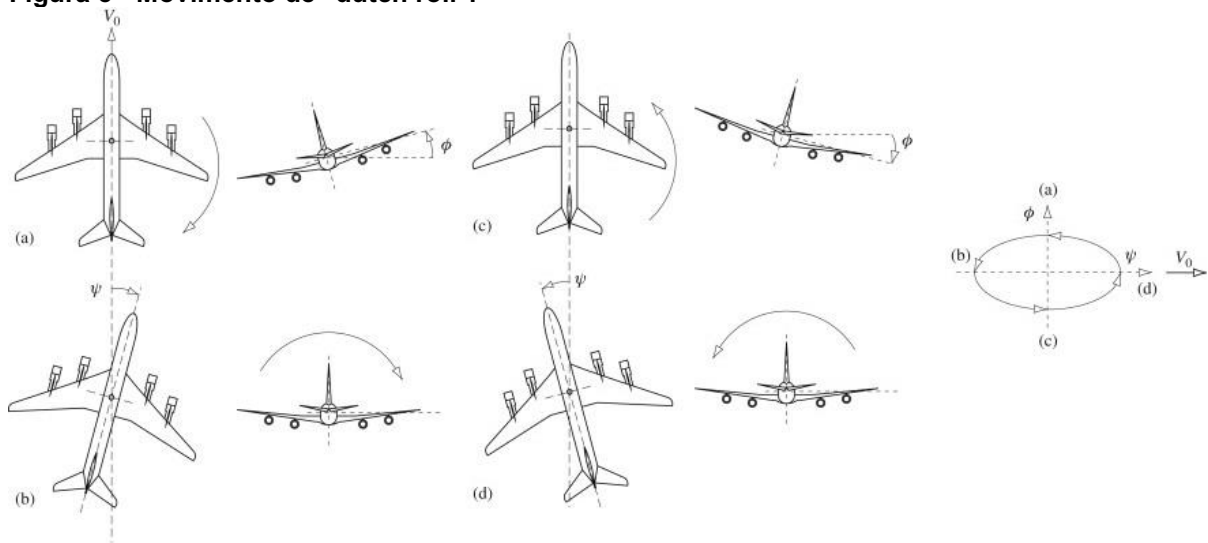
Outras duas condições de estabilidade dinâmica envolvendo um acoplamento de guinada e rolamentos devem ser também avaliados: a estabilidade espiral, que é quando o avião é estabilizado numa curva de média inclinação (15° a 20°) e se

observa-se que existe a tendência de ir fechando cada vez mais a curva, o que é indesejável se a razão de afunilamento da espiral resultante for desconfortável para o piloto; e o “dutch roll” que é uma oscilação de guinada acoplada a um rolamento. É uma resposta natural do avião a uma “provocação” de guinada (por rajada de vento ou turbulência, por exemplo) e depende de características de cada projeto.

Manifesta-se com os comandos livres, podendo ser amortecida sem interferência do piloto num bom projeto, mas pode também perdurar e até ser divergente (tendência a aumentar de amplitude) o que o torna perigoso.

A causa desse comportamento anômalo está ligada a tendência do avião a abaixar a asa quando submetido a uma deflexão de pedal para o lado, derrapando, aliado a uma estabilidade direcional inadequada e ao dimensionamento da deriva da cauda. Asas enflechadas aumentam essa tendência, o que torna mais crítico o “dutch roll” no caso de alguns aviões a “jato” e pode ser observado na Figura 5.

Figura 5 - Movimento de "dutch roll".



Fonte: Etkin e Reid (1996)

Conhecido o conceito de estabilidade, dos termos arfagem (*pitch*), rolagem (*roll*) e guinada (*yaw*), o que eles causam na aeronave e pelo que são causados, vamos agora usar princípios aerodinâmicos elementares e nos familiarizar com o significado físico de estabilidade, as quais serão utilizadas neste trabalho. As derivadas da estabilidade, para serem usadas nas equações de movimento, devem ter como base coeficientes adimensionalizados. Assim, eles podem ser definidos como:

$$C_D = \frac{\text{força de empuxo}}{QS}$$

$$C_L = \frac{\text{força de arrasto}}{QS}$$

onde C_D = coeficiente de sustentação e C_L = coeficiente de arrasto.

2.3 DINAMICA NÃO LINEAR

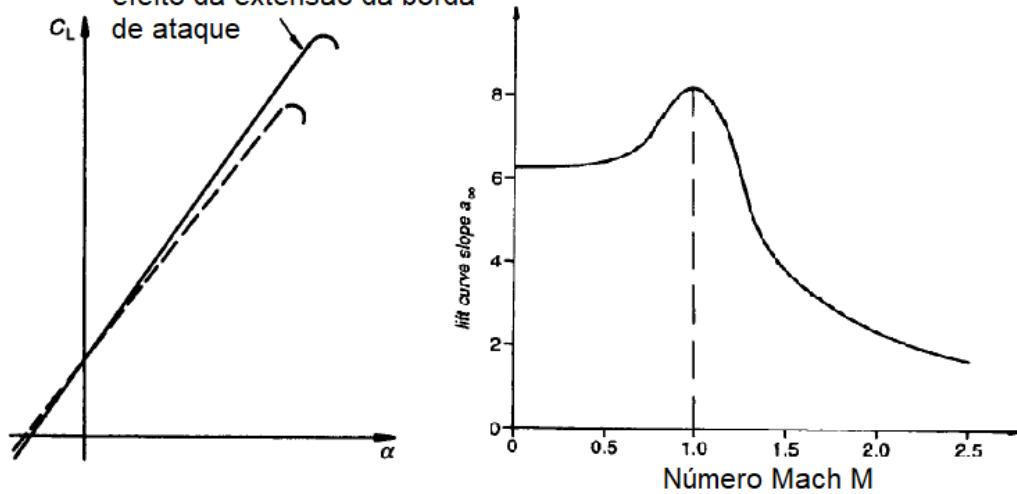
Quando do primeiro voo da humanidade, os estudos sobre dinâmica de voo de aeronaves ainda eram muito pobres e os primeiros veículos aéreos tinham características de estabilidade estática pobres. Com o passar do tempo, a busca de aeronaves de maior performance e de maior entendimento e maior segurança do voo fez com que muitos estudos nesta área surgissem. E isso fez surgir novos conceitos em mecânica de voo que conseqüentemente vieram apresentar características não lineares como alguns fenômenos relativos ao voo. Assim, o estudo de alguns desses fenômenos torna-se importante para o desenvolvimento deste trabalho, onde, o objetivo deste capítulo é fazer uma introdução sobre alguns conceitos importantes da dinâmica não linear de aeronaves.

2.4 ESTOL DINÂMICO

É um fenômeno que afeta aerofólios, asas e rotores em fluxos instáveis. Isto se dá devido às mudanças, periódicas ou não, do escoamento e/ou ângulo de ataque. Em turbinas de vento ele é o resultado da turbulência atmosférica. As características aerodinâmicas são afetadas em uma extensão que são dependentes das frequências das mudanças de sua amplitude e do ponto de operação.

Onde Etkin e Reid (1996) apresenta como “um ponto de perda de sustentação significativa da aeronave”, conforme apresentado pela Figura 6, onde a asa perde sustentação conforme o acréscimo de ângulo de ataque.

Figura 6 - Curva de sustentação de uma asa
efeito da extensão da borda
de ataque

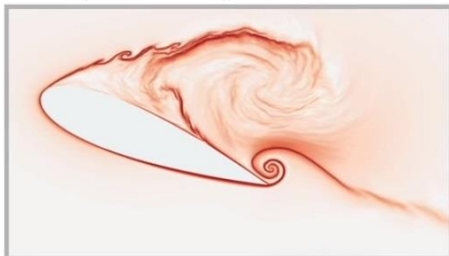


Fonte: Adaptado de Russell (1996)

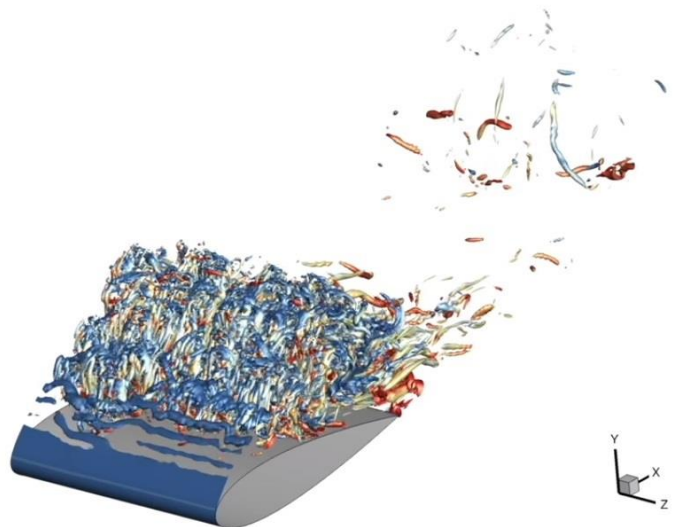
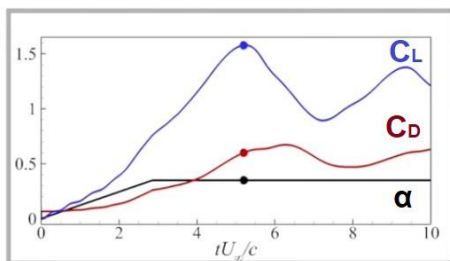
Outros fatores que afetam o estol dinâmico são os números de Reynolds e de Mach e a forma geométrica do corpo em questão. Existem outros fatores secundários que produzem o estol dinâmico, como os efeitos de vórtices, por exemplo. A seguir, apresentado na Figura 7, temos um exemplo de uma asa sujeita a um estol dinâmico.

Figura 7 - Asa em Estol.

Representação do estol



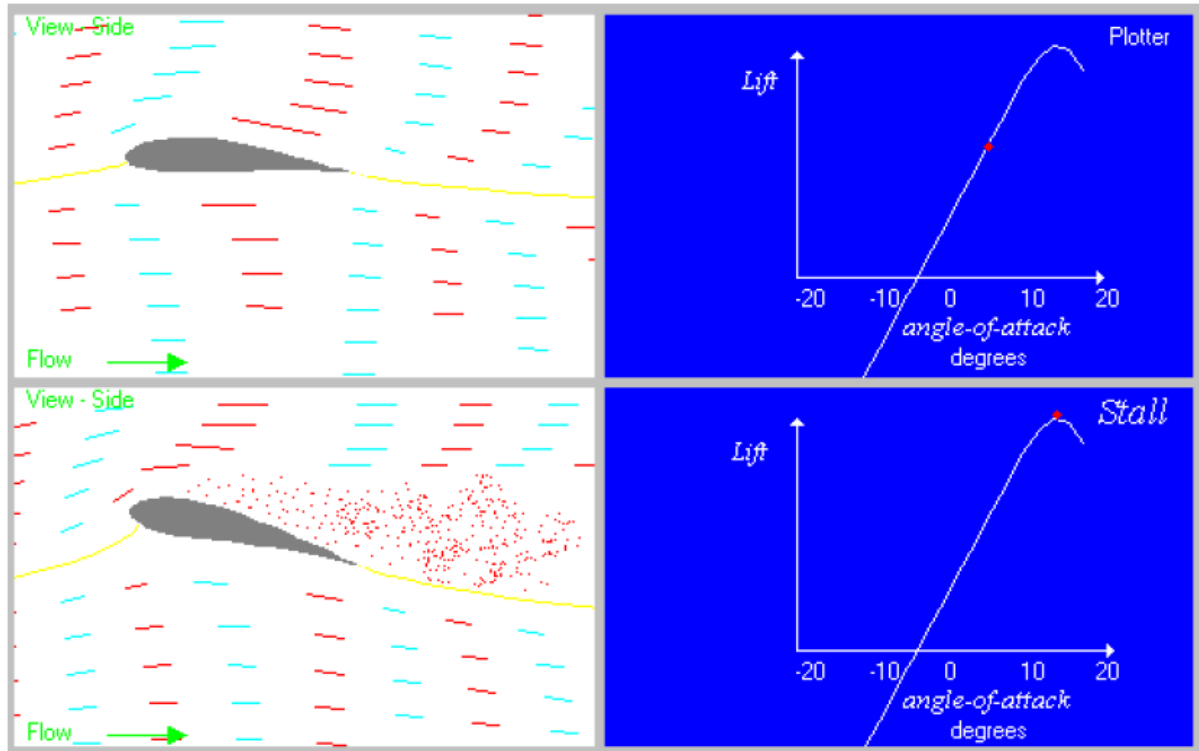
Coefficientes aerodinâmicos



Fonte: Adaptado de Swan et al (2016)

Na Figura 8 a seguir, é apresentado uma situação de estol de uma aeronave conforme aumenta-se o ângulo de ataque.

Figura 8 - Situação de estol.



Fonte: Pereira (2007)

As componentes u e w do vetor velocidade podem ser expressos como:

$$u = VC_{\alpha} \text{ e } w = VS_{\alpha} \quad (7)$$

Que, em situação de voo de guinada nos dá a seguinte relação de velocidade:

$$V = [u^2 + w^2]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

As derivadas no tempo de u e w podem ser combinadas para obter:

$$\dot{\alpha} = -\frac{\dot{u}}{V}S_{\alpha} + \frac{\dot{w}}{V}C_{\alpha} \quad (9)$$

Considerando o equilíbrio de forças usando componentes de aceleração podemos expressar:

$$\dot{u} = \frac{T}{m} + \frac{QS}{m}[C_L S_{\alpha} - C_D C_{\alpha}] - gS_{\theta} + w\dot{\theta} \quad (10)$$

$$\dot{w} = -\frac{QS}{m}[C_L S_{\alpha} + C_D S_{\alpha}] + gC_{\theta} + u\dot{\theta} \quad (11)$$

Combinando as Equações (10) e (11) na Equação (9) e simplificando termos, temos:

$$\dot{\alpha} = -\frac{T}{mV}S_{\alpha} - \frac{QS}{mV}C_L + \frac{g}{V}C_{(\theta-\alpha)} + \dot{\theta} \quad (12)$$

A aceleração angular de arfagem é:

$$\ddot{\theta} = -\frac{QS_c}{I_y} \left[(C_m)_{cg} + \frac{c}{2V} (C_{mq}\dot{\theta} + C_{m\alpha}\dot{\alpha}) \right] \quad (13)$$

Então, as equações de estado não-lineares são definidas conforme:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\frac{T}{mV} \sin(x_1) - \frac{QS}{mV} C_L + \frac{g}{V} \cos(x_3 - x_1) + x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{QS_c}{I_y} \left[C_m + \frac{c}{2V} (C_{mq}x_2 + C_{m\alpha}\dot{x}_1) \right] \\ \dot{x}_3 &= x_2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{T}{m} + \frac{QS}{m} [C_L \sin(x_1) - C_D \cos(x_1)] - g \sin(x_3) - x_2 x_5$$

$$\dot{x}_5 = -\frac{QS_c}{m} [C_L \cos(x_1) - C_D \sin(x_1)] - g \cos(x_3) - x_2 x_4$$

Com a Equação (14) pode-se modelar uma condição de estol.

2.5 TURBULÊNCIA ATMOSFÉRICA

A dinâmica de uma aeronave é muito importante para se determinar a resposta a uma determinada entrada no controle de pilotagem. Entretanto, para uma análise mais realista devemos levar em consideração os efeitos de influências externas (turbulências atmosféricas e/ou rajadas de vento) que podem atuar ou influenciar, tanto na resposta dinâmica da aeronave como também em seu design estrutural.

Alguns autores, como Hoblit (1988), por exemplo, ao lidar com o efeito de entradas de rajadas na resposta de aeronave e de cargas, descrevem algumas das muitas fontes de turbulência atmosférica em graus de severidade como, por exemplo:

1) turbulência severa – que é normalmente relacionada uma tempestade como um temporal, por exemplo;

2) turbulência menos severa – é aquela que surge devido à presença de nuvens de tipo cumulus;

3) turbulência de céu limpo, normalmente muito menos severas.

Em relação às fontes, podemos citar wind shear, rajadas de fluxo, vento sobre e entre montanhas, correntes térmicas convectivas, encontradas em voos ao entardecer, principalmente em regiões desertas, etc.

O produto da turbulência atmosférica, o campo de velocidade, será considerado como estagnado no espaço momentaneamente enquanto a aeronave transita na região. O campo de velocidade, quando entra nesse estado, será modelado por uma forma determinística e por uma forma randômica. A interação do sistema aerodinâmico da aeronave com o campo de velocidade resultará em forças e momentos, que por sua vez causará uma resposta dinâmica na estrutura. Em relação ao diagrama percebe-se que o movimento do veículo gera influência sobre o piloto, tripulação, passageiros (caras úteis), etc. e também gerando uma demanda na manutenção do controle de voo com subseqüentes efeitos de fadiga da estrutura.

2.5.1 Rajadas de vento verticais

Esse tipo de rajada pode ocorrer quando uma aeronave passa sobre ou nas cercanias do cume de uma montanha. Outra fonte para esse tipo de rajada é quando em voo de baixa altitude sobre uma região agrícola com variações nas superfícies do terreno.

A fim de que o problema seja solucionável, algumas considerações devem ser feitas, são elas:

1) Este tipo de rajada é bidimensional, i.e., a rajada não varia na direção do movimento da aeronave (spanwise);

2) A resposta dinâmica é somente na direção vertical, conseqüentemente, o movimento de arfagem da aeronave será desconsiderado;

3) Será usada Aerodinâmica quase-steady, o que implica que a aerodinâmica instável será desconsiderada.

2.5.2 Rajadas de vento tipo cosseno

A rajada vertical ascendente ideal é um tipo muito severo de um perfil de velocidade que raramente na natureza. Mas, ao invés disso, uma rajada discreta pode

ser modelada praticamente por uma entrada de rampa que alcança um valor máximo em uma determinada distância, distância esta conhecida como a distância gradiente.

2.5.3 Rajadas de vento tipo Randômica

A turbulência atmosférica, embora modelada aproximadamente por considerações de rajadas verticais discretas, é na realidade um processo randômico. A análise destes efeitos envolve a teoria harmônica generalizada da matemática combinada com métodos de espectros de potência. Para a estimação da resposta desse tipo de rajada na aeronave é necessária a aplicação de alguns princípios de processos randômica. Uma função randômica é caracterizada pelo fato de que o passado conhecido não permite nenhuma previsão em algum evento futuro.

O desenvolvimento de um processo randômico inclui: conceitos de probabilidade; função densidade de probabilidade (f.d.p.), onde o primeiro momento é a média e o segundo é a média ao quadrado; variância; distribuição de probabilidade Gaussiana (normal); funções estacionárias; espectro de potência, funções de autocorrelação e modelos de turbulência tipo Dryden, entre outros.

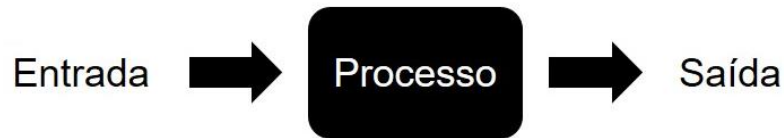
3 TEORIA DE CONTROLE

O controle de sistemas está presente em diversos projetos de engenharia, sendo aplicado através de diferentes técnicas. Segundo Ogata (1990), podemos considerar que o funcionamento básico de um controlador baseia-se na comparação dos sinais de resposta e referencia, determinação do erro e produção do sinal de controle para redução desse erro. Como principais características pode-se mencionar a estabilidade, rigidez e robustez do sinal.

Pode-se desenvolver um projeto de controle para diferentes aplicações, como: aeronáutica, robótica, processos de fabricação, monitoramento, entre outros. A aplicação do controle determina a qualidade, desenvolvimento, assertividade, custo e automação.

Geralmente os sistemas podem ser representados em diagramas de blocos, como apresentado na Figura 9, com entradas, processo e saídas.

Figura 9 - Representação diagrama de blocos de um sistema

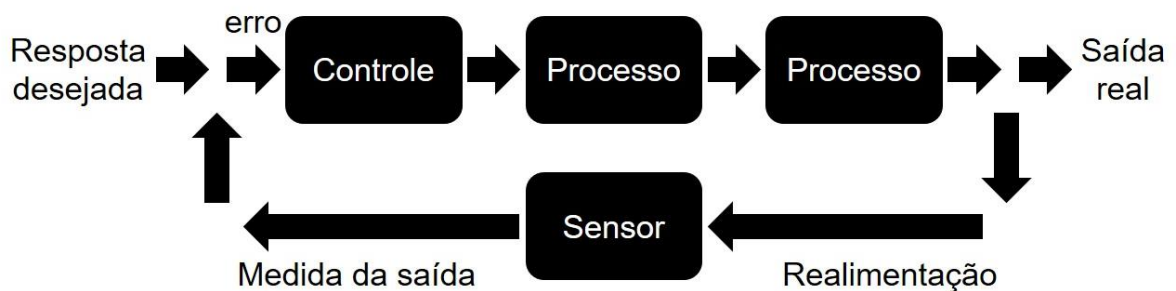


Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2009)

Os sistemas de controle podem ser confeccionados em malha fechada ou aberta. Malha fechada é aquela na qual o sinal de saída possui um efeito direto na ação de controle, ou seja, ocorre uma realimentação do sinal corrigido para a redução gradual do erro do sistema. Malha aberta é aquela na qual a saída não é medida, nem realimentada. A malha fechada se destaca por tornar a resposta do sistema relativamente insensível a distúrbios externos e variações internas de determinados parâmetros. Pode-se definir que geralmente a entrada refere-se a variáveis manipuláveis, e por consequência a saída refere-se a variáveis controladas.

A aplicação de um controle com realimentação, de malha fechada, pode ser observada na Figura 10, onde esse sistema tende a diminuir o erro entre a saída do sistema e a resposta desejada considerando a entrada do sistema.

Figura 10 - Representação diagrama de blocos de um sistema com realimentação



Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2009)

Todos os sistemas dinâmicos, de diversas naturezas, podem ser modelados por equações diferenciais. A resposta de um sistema dinâmico a uma determinada entrada pode ser obtida pela resolução destas equações diferenciais.

A caracterização das relações entrada-saída de sistemas lineares invariantes no tempo é denominada função de transferência, ou seja, a relação da transformada de Laplace da função resposta (saída) com a transformada de Laplace da excitação (entrada), de acordo com as condições iniciais e de contorno do sistema em questão

Um dos principais aspectos de um sistema de controle é a estabilidade. Além da estabilidade final do sistema, um sistema de controle deve ter uma margem de estabilidade razoável, assim, a resposta deve apresentar um amortecimento significativo. Além disso, a velocidade de resposta deve apresentar um comportamento veloz na medida do possível, dentro das características do sistema, e o sistema de controle deve ser capaz de reduzir erros a zero ou um valor tolerável. Um sistema de controle, para ser considerado eficiente, deve se enquadrar dentro desses requisitos.

A teoria de controle clássico utiliza extensivamente o conceito de função de transferência. Geralmente o projeto e a análise são realizados no domínio de Laplace ou no domínio da frequência. A teoria de controle moderno é baseada no conceito de espaço de estados, conforme apresentado por Ogata (2003), diversos problemas de controle podem ser representados pelo sistema de Equações (15).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{15}$$

Onde A é uma matriz de coeficiente $n \times n$ (matriz de controle do processo), B é a matriz de controle $n \times r$, D e C são matrizes resposta $m \times n$. A variável x representa o vetor de estados, u é um vetor de controle r -dimensional e y um vetor resposta m -dimensional.

O sistema de Equações (15), segundo Dorf e Bishop (1998), pode ser definido como controlável no caso de existir um vetor u que leve ou retorne o sistema para a origem em um tempo finito. Então pela definição apresentada por Ogata (2003), podemos considerar que o sistema de Equações (15) um sistema em espaço de estados controlável se a Matriz (16) tiver razão igual a n .

$$CO = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]\tag{16}$$

Sendo o vetor $u = -Kx$ como a lei de controle, onde K é a matriz de ganho de realimentação dos estados. Substituindo o vetor de controle na Equação (15), obtém-se a Equações (17) correspondente em malha fechada conforme:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)\tag{17}$$

Tem-se a Equação (18) como solução da Equação (16).

$$x(t) = e^{(A-BK)t}x(0)\tag{18}$$

Onde, segundo Ogata (2003), $x(0)$ é definido como o estado inicial do sistema. Através da Equação (18) evidencia-se que as características da resposta do sistema e do critério de estabilidade são determinados pelos autovalores de do termo $(A - BK)$. Na literatura encontra-se diversas técnicas para solucionar a matriz K , onde, consideramos para aplicação as técnicas de Regulador Linear Quadrático e Estados Dependentes Da Equação De Riccati (SDRE).

3.1 CONTROLE REGULADOR LINEAR QUADRÁTICO (LQR)

A principal ação do controle baseado nos reguladores ótimos quadráticos é de minimizar a função custo do sistema, como apresentado em Tusset (2008) e Kanieski (2010). A formulação do controle ótimo (LQR) pode ser representada da seguinte forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (19)$$

A lei de controle do regulador LQR é dada pela Equação (20):

$$u = -Kx \quad (20)$$

De modo a minimizar o índice de desempenho J , conforme:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (21)$$

Onde Q é uma matriz simétrica definida positiva (ou semidefinida positiva) e R é uma matriz simétrica definida positiva. As matrizes Q e R determinam a relevância do erro e a quantidade de energia dos estados. Assim, pode-se observar que caso os elementos da matriz K da Equação (20) sejam determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então u é ótimo em qualquer estado inicial $x(0)$. Substituindo a Equação (20) na Equação (19), obtém-se a Equação (22).

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (22)$$

Considerado a matriz $A - BK$ estável, pode-se substituir a Equação (22) na Equação (21), onde obtém-se:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \quad (23)$$

Assim, considerando:

$$x^T(Q + K^T RK)x = -\frac{d}{dt}(x^T Px) \quad (24)$$

Onde P é definida como uma matriz simétrica positiva. Então, resolvendo a Equação (24), obtém-se:

$$x^T(Q + K^T RK)x = -xP - x^T Px = -x^T[(A - BK)^T + P(A - BK)]x \quad (25)$$

Considerando a Equação (25), sendo esta verdadeira para qualquer x , tem-se a Equação (26).

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T RK) \quad (26)$$

Considerando o sistema $A - BK$ como uma matriz estável, existe uma matriz P definida positiva que satisfaz a Equação (26). Assim, pode-se obter o índice de desempenho J considerando as condições iniciais como $x(0)$, tendo a Equação (27):

$$J = \int_0^{\infty} x^T(Q + K^T RK)x dt = -x^T Px|_0^{\infty} = -x^T(\infty)Px(\infty) + x^T(0)Px(0) \quad (27)$$

A partir das considerações anteriormente apresentadas, temos que $x(\infty) \rightarrow 0$, então o índice de desempenho pode ser expresso em função da matriz P , conforme:

$$J = x^T(0)Px(0) \quad (28)$$

Para a solução de um problema de controle ótimo, supõe-se a existência de uma matriz R real, simétrica e definida positiva, conforme a modelagem apresentada em Lima (2015), onde:

$$R = T^T T \quad (29)$$

Onde T é uma matriz não singular. Então a Equação (26) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) + QK^T T^T T K = 0 \quad (30)$$

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} B^T P + Q = 0$$

A minimização de J com relação a K , requer a minimização da seguinte equação:

$$x^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (31)$$

Como a Equação (31) é definida não-negativa, ou seja o mínimo ocorre quando ela vale zero. Então chega-se a equação referente a matriz ótima de ganho K , onde:

$$K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (32)$$

Onde, substituindo a Equação (32) na Equação (20), obtém-se o vetor de controle ótimo.

$$u = -Kx = R^{-1}B^T Px \quad (33)$$

Considerando que R é uma matriz simétrica definida positiva. Conforme apresentado por Phillips e Nagle (1995), a matriz P deve ser obtida resolvendo-se a equação algébrica reduzida de Riccati, dada por:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (34)$$

Com desenvolvimento apresentado, é possível determinar a matriz de ganho K e a equação de Riccati associada do regulador quadrático, linear, contínuo no tempo.

3.2 CONTROLE DE ESTADOS DEPENDENTES DA EQUAÇÃO DE RICCATI (SDRE)

O método da Equação de Riccati Dependente do Estado (SDRE – State Dependent Riccati Equation) foi proposto inicialmente por Pearson (1962), posteriormente expandido por Wernli e Cook (1975) e foi objeto de estudo por Cloutier (1997) para aplicação no controle de sistemas não lineares com resultados satisfatórios. A aplicação do controlador SDRE utiliza-se da metodologia do controle LQR como forma de estabelecer um ganho ótimo no controle, mas com características que o diferenciam, como a aplicação em sistemas não lineares e variantes no tempo.

A principal mudança quando relacionado ao controle LQR são as matrizes A e B do sistema, que na metodologia SDRE são consideradas variáveis de estado, Cloutier (1997) apresentou essa estratégia como matrizes de coeficiente de estado (SDC – State Dependent Coefficient Form). Como apresentado, podemos então reescrever a Equação (19) conforme:

$$\dot{x} = A(x)x(t) + B(t)u(t) \quad (35)$$

Desta forma, o índice de desempenho J apresentado na Equação (21) pode ser formulado conforme:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) dt \quad (36)$$

Sendo x as variáveis de estado do sistema, e $Q(x)$ e $R(x)$ matrizes definidas positivas e dependentes dos estados (x) e u representa o controlador dependente dos estados.

Um dos principais pontos dessa metodologia é referente a matriz $A(x)$, para esta escolha não violar a controlabilidade do sistema, ou seja, a matriz de controlabilidade $CONF$ Equação (37) deve ter grau n :

$$CONF = [B(x) \ A(x)B(x) \ \dots \ A^{n-1}(x)B(x)] \quad (37)$$

Considerando que as matrizes $Q(x)$ e $R(x)$ são definidas reais e semi positivas e o grau da matriz de controlabilidade da Equação (37) é igual a n , pode-se definir o controle não linear dependente dos estados conforme Equação (38).

$$u(t) = R^{-1}B(x)^T P(x)x(t) \quad (38)$$

Onde a matriz $P(x)$ é dada pela solução da equação de Riccati dependente dos estados, dada por:

$$P(x)A(x) + A^T(x)P(x) - P(x)B(x)R^{-1}B(x)^T P(x) + Q = 0 \quad (39)$$

Então, conforme apresentado por Shawky (2007), para se obter uma solução ótima para o controle SDRE, segue-se os procedimentos:

Etapa 1: Definir o espaço de estados do modelo e parametrizar o modelo na forma de coeficientes dependentes dos estados;

Etapa 2: Definir o estado inicial do sistema $x(t)$, ou seja, definir $x(0) = x_0$, e definir as matrizes $Q(x)$ e $R(x)$;

Etapa 3: Resolver a Equação (39) para o estado $x(t)$;

Etapa 4: Calcular o sinal de controle Equação (38);

Etapa 5: Integrar a Equação (35) e atualizar o estado do sistema $x(t)$.

Etapa 6: Calcular o grau da Equação (37), se grau = n voltar para a segunda parte da etapa 2. Se o grau < n , utilizar a última matriz A controlável obtida, e voltar para a segunda parte da etapa 2. Repetir o processo até que o critério de parada definido seja alcançado.

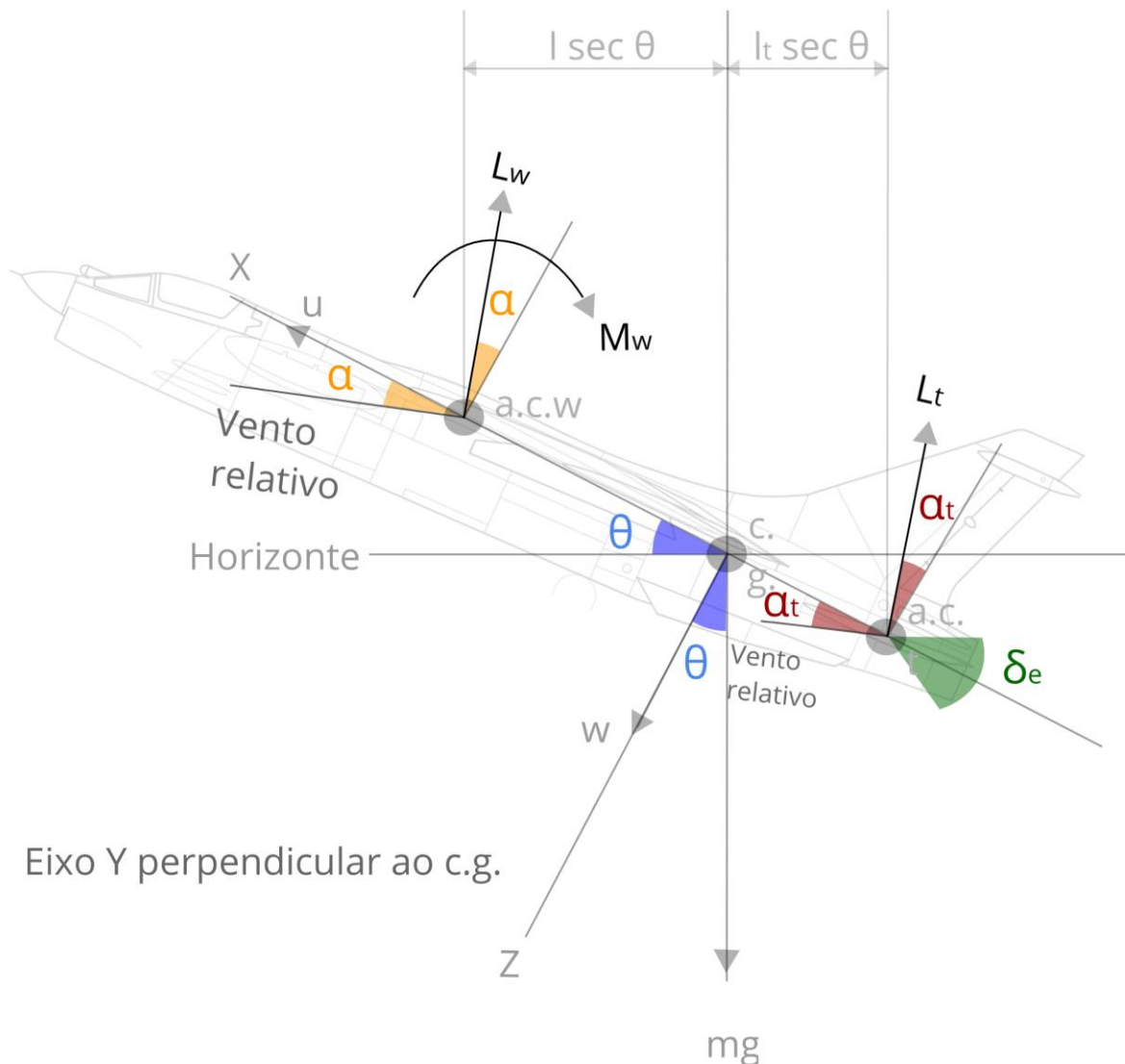
4 MODELO MATEMÁTICO E SIMULAÇÕES NUMÉRICAS PARA O VOO LONGITUDINAL DA AERONAVE F-8 CRUSADER

Para esta seção, enfatiza-se que estudo da dinâmica de voo longitudinal cujo modelo foi proposto por Liaw e Song (2001). Utilizando-se como parâmetro de controle a deflexão do profundor da aeronave. Com a variação dos parâmetros de controle, busca-se identificar e descrever as relações entre o comportamento da aeronave e sua dinâmica de estabilidade, exemplificada no caso da aeronave F-8 "Crusader" proposto por Garrard e Jordan (1977), com arrasto desconsiderado.

4.1 MODELO DINÂMICO NÃO LINEAR DA AERONAVE F-8 "CRUSADER"

A dinâmica do modelo de aeronave F-8 é analisada considerando um modelo matemático para sua dinâmica de voo, no qual as forças e o sistema de coordenadas, usados para representar o movimento da aeronave, são denotados na Figura 11. A força de arrasto é negligenciada em relação aos outros parâmetros, e o momento de inércia é considerado proporcional à massa da aeronave.

Figura 11 - Modelo dinâmico da aeronave.



Fonte: Adaptado de Dos Santos et al (2018a)

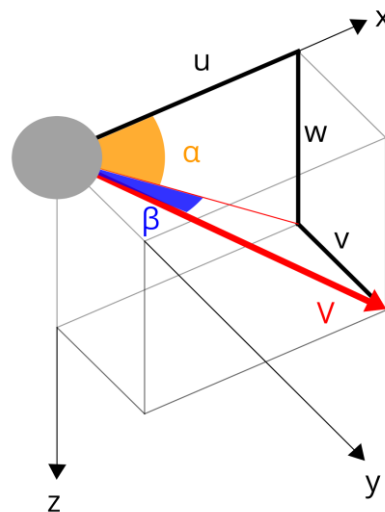
A força de sustentação é separada em dois componentes, asa e cauda. As equações governantes do movimento são desenvolvidas em termos de quatro variáveis ($x = (u, \alpha, \theta, q)$), onde u é a velocidade de vôo longitudinal, o ângulo de ataque é representado por α , o ângulo de arfagem é θ , a taxa de arfagem da aeronave é dada por q , V é a variação da velocidade do vento (túnel de vento virtual) ao longo do tempo. As equações básicas do movimento longitudinal estão representadas no sistema de equações, com o arrasto considerado muito pequeno (sendo desconsiderado) em relação ao empuxo e peso.

$$\begin{aligned}
 m(\dot{u} + w\dot{\theta}) &= -mg \sin \theta + L_w \sin \alpha + L_t \sin \alpha_t \\
 m(\dot{w} - u\dot{\theta}) &= mg \cos \theta + L_w \cos \alpha + L_t \cos \alpha_t \\
 I_y \ddot{\theta} &= M_w + lL_w \cos \alpha - lL_t \cos \alpha_t - c\dot{\theta}
 \end{aligned} \tag{40}$$

onde: m = massa da aeronave, u = velocidade da aeronave na direção x , w = velocidade da aeronave na direção z , θ = deslocamento angular ao redor do eixo y , medido no sentido horário a partir do horizonte como mostrado na Figura 1, g = aceleração da aeronave gravidade, I_r = momento de inércia da aeronave em torno do eixo y , L_w = elevação da asa, L_t = elevação da cauda, α = ângulo de ataque da asa, α_t = ângulo de ataque da cauda, δ_e = deflexão do profundor, M_w = momento da asa, l = distância entre o centro aerodinâmico da asa e o centro de gravidade da aeronave, l_t = distância entre o centro aerodinâmico da cauda e o centro de gravidade da aeronave, $c\dot{\theta}$ = momento de amortecimento.

As forças de sustentação da asa e da cauda são dadas por $L_w = C_{L_w} \bar{q} S$ e $L_t = C_{L_t} \bar{q} S_t$, respectivamente, onde C_L = coeficiente de sustentação da asa, C_{L_t} = coeficiente de elevação da cauda, \bar{q} = pressão dinâmica, S = área da asa e S_t = área da cauda horizontal. Além disso, o momento da asa M_w é uma função de α , e o ângulo de ataque da cauda da aeronave α_t é uma função de α e δ_e . A Figura 12 é igual a Figura 4, mas para esta seção ela mostra a representação vetorial dos componentes de velocidade u , v e w ao longo dos eixos x , y e z .

Figura 12 - Componentes de velocidade.



Fonte: Dos Santos et al (2018a)

Os componentes de velocidade de cada eixo e a velocidade resultante são definidos, todos em relação aos seus respectivos ângulos já foram demonstrados na seção 2.1. Então, a partir das Equações (5) e (6), são obtidas as seguintes relações matemáticas de velocidades:

$$w = u \tan \alpha \quad (41)$$

$$\dot{w} = \dot{u} \tan \alpha + u \dot{\alpha} \sec^2 \alpha$$

Assim, substituindo as Equações (5) e (41) na Equação (40), temos então:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -u\dot{\theta} \tan \alpha - g \sin \theta + (L_w/m) \sin \alpha + (L_t/m) \sin \alpha_t \\ \dot{\alpha} &= \dot{\theta} \cos^2 \alpha + \left(\frac{g}{u}\right) \cos^2 \alpha \cos \theta - (L_w/um) \cos^3 \alpha - (L_t/um) \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha_t - \\ &\quad - (\dot{u}/u) \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned} \quad (42)$$

$$\ddot{\theta} = M_w/I_y + (lL_w/I_y) \cos \alpha - (lL_t/I_y) \cos \alpha_t - (c/I_y)\dot{\theta}$$

Com a Equação (42), substituindo $\dot{u} = -u\dot{\theta} \tan \alpha - g \sin \theta + (L_w/m) \sin \alpha + (L_t/m) \sin \alpha_t$, conforme proposto por Gavilan e Vazquez (2014), temos:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -u\dot{\theta} \tan \alpha - g \sin \theta + (L_w/m) \sin \alpha + (L_t/m) \sin \alpha_t \\ \dot{\alpha} &= \dot{\theta} \sin^2 \alpha + \left(\frac{g}{u}\right) \sin \theta \sin \alpha \cos \alpha - (L_w/um) \sin^2 \alpha \cos \alpha - \\ &\quad - \left(\frac{L_t}{um}\right) \sin \alpha \cos \alpha \sin \alpha_t + \dot{\theta} \cos^2 \alpha + \left(\frac{g}{u}\right) \cos^2 \alpha \cos \theta - \\ &\quad - (L_w/um) \cos^3 \alpha - (L_t/um) \cos^2 \alpha \cos^2 \alpha_t \\ \ddot{\theta} &= M_w/I_y + (lL_w/I_y) \cos \alpha - (lL_t/I_y) \cos \alpha_t - (c/I_y)\dot{\theta} \end{aligned} \quad (43)$$

A equação (43) representa um modelo de dinâmica de voo longitudinal de quarta ordem, em que os estados são $(u, \alpha, \theta, \dot{\theta})$, cujo modelo pode ser usado para representar diferentes modelos de aeronaves. Assim, duas funções polinomiais cúbicas foram propostas por Gerrard e Jordan (1977), em que os autores usaram essas funções para aproximar o coeficiente de sustentação da asa e da cauda. Essas funções são dadas por:

$$L_w = C_{L_w} \bar{q} S = \bar{q} S (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1 \alpha - C_{L_w}^2 \alpha^3) \quad (44)$$

$$L_t = C_{L_t} \bar{q} S_t = \bar{q} S_t (C_{L_t}^0 + C_{L_t}^1 \alpha_t - C_{L_t}^2 \alpha_t^3 + a_e \delta_e) \quad (45)$$

onde $C_{L_w}^0$, $C_{L_w}^1$, $C_{L_w}^2$, $C_{L_t}^0$, $C_{L_t}^1$ e $C_{L_t}^2$ são constantes e dependem individualmente na aeronave, δ_e representa o ângulo de deflexão da cauda horizontal medida à direita do eixo x e a_e é a aproximação linear do efeito de δ_e em C_{L_t} .

As Equações (44) e (45) representam as forças de sustentação da aeronave, sendo a aproximação cúbica um modelo mais realista para esses coeficientes, levando em consideração as não linearidades que influenciam a dinâmica de voo. A aproximação cubica da sustentação é utilizada por diversos pesquisadores como Gerrard e Jordan (1977), Dos Santos et al (2017), Pereira et al (2008) e Liaw e Song (2001), entre outros, onde são considerados modelos mais elaborados do que aqueles comumente usados em bibliografias comuns. Como a cauda horizontal do “Crusader” F-8 está dentro da esteira da asa, o ângulo de downwash ϵ , definido como o ângulo formado entre a direção do fluxo de ar que entra na asa e a direção do fluxo de ar à medida que sai da asa, foi incluído na determinação do ângulo de ataque da cauda. Considerando uma aproximação linear de $\epsilon = a_\epsilon \alpha$, tal ângulo de ataque é dado por (Pereira, 2007):

$$\alpha_t = \alpha - \epsilon + \delta_e = (1 - a_\epsilon)\alpha + \delta_e \quad (46)$$

Onde $a_\epsilon = 0.75$, temos $\alpha_t = 0.25\alpha + \delta_e$. Como apresentado por Liaw e Song (2001), a aproximação do coeficiente de sustentação de asa proposto por Abed e Lee (1990) é mais realista em regiões de estol e regiões acima do ângulo de estol, do que apresentado na Equação (44), desta forma, o coeficiente de sustentação da asa é dado por:

$$L_w = \bar{q}S(C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1\alpha - C_{L_w}^2\alpha^3)W \quad (47)$$

$$W = \left\{ \frac{1}{[1 + (\alpha/0.41)^{60}]} \right\}$$

Substituindo as Equações (45), (46) e (47) na Equação (43), o movimento longitudinal da aeronave torna-se:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -uq \tan \alpha - g \sin \theta + \frac{\bar{q}}{m} \{ SW \sin \alpha (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1\alpha - C_{L_w}^2\alpha^3) + S_t \sin(0.25\alpha + \\ &\quad + \delta_e) [C_{L_t}^0 + C_{L_t}^1(0.25\alpha + \delta_e) - C_{L_t}^2(0.25\alpha + \delta_e)^3 + a_e\delta_e] \} \\ \dot{\alpha} &= q + \left(\frac{g}{u} \right) \cos \alpha \cos(\alpha - \theta) - \frac{\bar{q}}{mu} \cos \alpha \{ SW (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1\alpha - C_{L_w}^2\alpha^3) - \\ &\quad - S_t \cos(0.75\alpha + \delta_e) [C_{L_t}^0 + C_{L_t}^1(0.25\alpha + \delta_e) - C_{L_t}^2(0.25\alpha + \delta_e)^3 + a_e\delta_e] \} \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= M_w/I_y - (cI_y)q(\bar{q}I_y) \{ lS \cos \alpha (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1\alpha - C_{L_w}^2\alpha^3)W - l_t S_t \cos(0.25\alpha \\ &\quad + \delta_e) [C_{L_t}^0 + C_{L_t}^1(0.25\alpha + \delta_e) - C_{L_t}^2(0.25\alpha + \delta_e)^3 + a_e\delta_e] \} \end{aligned} \quad (48)$$

Onde

$$M_w = l_t m g \cos \theta - (l - l_t)(\bar{q} S (C_{L_w}^0 + C_{L_w}^1 \alpha - C_{L_w}^2 \alpha^3) W) \cos \alpha \quad (49)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2 \quad (50)$$

onde ρ = densidade atmosférica. Os dados da aeronave F-8 "Crusader", considerados para as simulações numéricas, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 - Dados da aeronave F-8 Crusader.

$C_{L_w}^0 = C_{L_t}^0$	0	$C_{m_{a.c}}$	0
$C_{L_w}^1 = C_{L_t}^1$	4.0	\bar{c}	3.53 m
$C_{L_w}^2 = C_{L_t}^2$	12	I_y	127512 Kg m ²
a_e	0.1	l	0.06 m
S	33.75 m ²	l_t	5.01 m
S_t	8.41 m ²		

Fonte: Gerrard e Jordan (1977)

Substituindo a Equação (49) e considerando os dados da Tabela 1 no sistema da Equações (48), as equações finais de movimento do movimento longitudinal da aeronave são denotadas por:

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -uq \tan \alpha - 10 \sin \theta + \frac{\bar{q}}{m} \{33.75W \sin \alpha (4\alpha - 12\alpha^3) + 8.41 \sin(0.25\alpha + \\ &\quad + \delta_e) [4(0.25\alpha + \delta_e) - 12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e]\} \\ \dot{\alpha} &= q + \left(\frac{10}{u}\right) \cos \alpha \cos(\alpha - \theta) - \frac{\bar{q}}{mu} \cos \alpha \{33.75W(4\alpha - 12\alpha^3) - 8.41 \cos(0.75\alpha + \\ &\quad + \delta_e) [4(0.25\alpha + \delta_e) - 12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + 0.1\delta_e]\} \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{q} &= \frac{50.1}{127512} m \cos \theta - \frac{171.1125(4\alpha - 12\alpha^3)}{127512} \bar{q} W \cos \alpha - \frac{50494.752}{127512} q + \frac{\bar{q}}{127512} \{2.025(4\alpha - \\ &\quad - 12\alpha^3)W \cos \alpha - 42.1341 \cos(0.25\alpha + \delta_e) [4(0.25\alpha + \delta_e) - 12(0.25\alpha + \delta_e)^3 + \\ &\quad + 0.1\delta_e]\} \end{aligned} \quad (51)$$

4.2 MODELO DE RAJADAS DE VENTO

Para simular a ação do vento em uma determinada direção, é necessário dividi-lo em duas partes, uma parcela flutuante e uma parcela média. De acordo com

o método proposto nesse trabalho, a parcela média é aplicada estaticamente ao corpo exposto ao vento e a parte flutuante é dividida em séries de componentes harmônicos com ângulos de fase aleatórios.

O estudo é baseado na densidade espectral de potência da velocidade do vento (WSPSD) dos trabalhos de Tajimi (1960) e Kanai (1957). Para a parte flutuante, foram utilizados n componentes harmônicos, onde a excitação da parte aleatória é proposta como uma superposição de n componentes harmônicos, de acordo com:

$$Sg = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n G_k \cos(2\pi f_k t) \quad (52)$$

onde $n = 6$, a amplitude é dada por G e a frequência por f , desta forma, cada um dos componentes são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 - Dados relacionados ao vento.

k	G_k (m)	f (Hz)
1	10.0	0.25
2	14.0	0.40
3	18.0	0.60
4	22.0	0.80
5	26.0	1.00
6	30.0	1.19

Fonte: Smith (1999)

Definido o modelo de rajadas de vento, é possível apresentar como o modelo atuará no sistema dinâmico da aeronave a partir de:

$$V(t) = V_0 + Sg \quad (53)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V(t)^2 \quad (54)$$

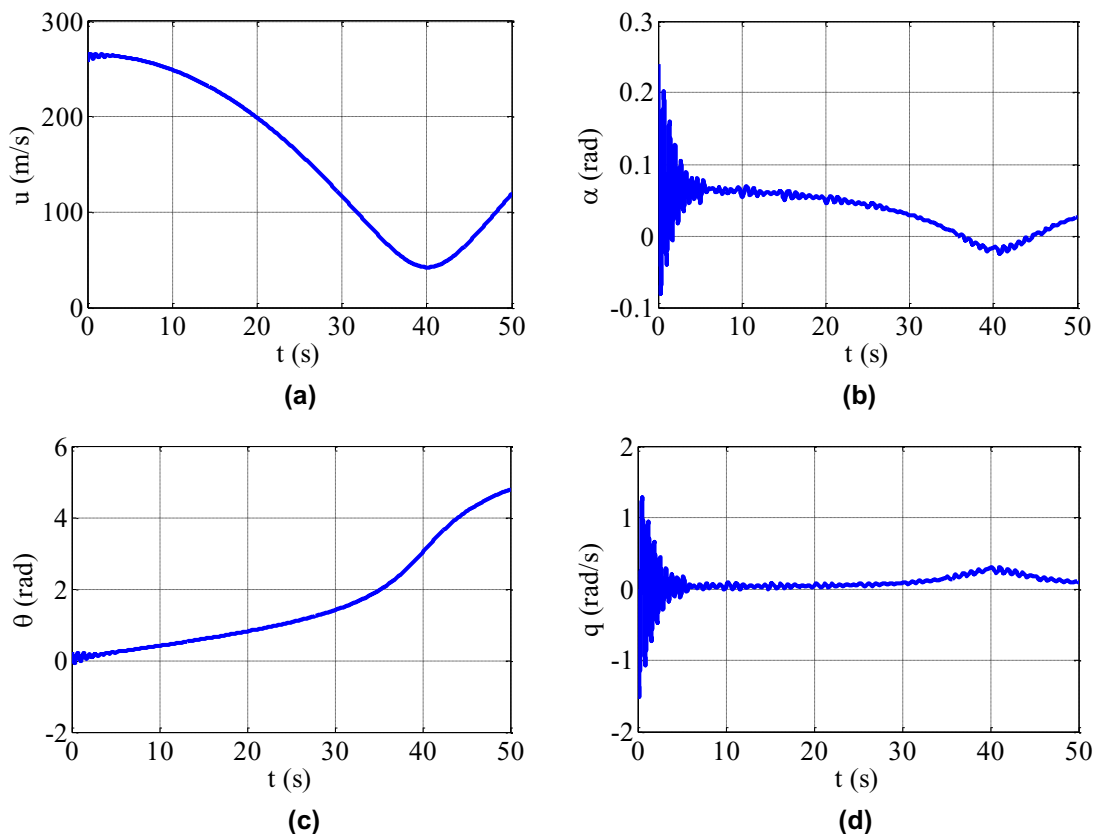
A velocidade considerando as duas partes, fixa e flutuante, é dada pela Equação (53) e a pressão dinâmica é dada pela Equação (54), então as essas equações são introduzidas diretamente no sistema da Equações (51).

4.3 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

As simulações numéricas do modelo dinâmico não-linear da aeronave consideram o modelo de rajada de vento como um componente da velocidade dividida em duas partes, fixa e flutuante. O sistema da Equações (51) com as Equações (53) e (54) são integrados usando o método Runge-Kutta de 4ª ordem.

Os parâmetros a serem consideradas durante a simulação, além das Tabelas 1 e 2, são: velocidade da aeronave $V_0 = 277,7 \text{ m/s}$, a massa inicial da aeronave é dada por $m = 9773 \text{ Kg}$, a densidade atmosférica a 9144 metros de altitude é $\rho = 0,4938$. As condições iniciais são $u = 257,7 \text{ m/s}$, $\alpha = 0,22 \text{ rad}$, $\theta = 0,21 \text{ rad}$, $q = 0 \text{ rad/s}$ e $\delta_e = -0,1 \text{ rad}$. A Figura 13 mostra os históricos no tempo de todas as variáveis do sistema longitudinal da aeronave.

Figura 13 - (a) velocidade da aeronave, (b) ângulo de ataque da aeronave, (c) ângulo de arfagem da aeronave, (d) taxa de arfagem da aeronave.



Fonte: Autoria própria

Conforme apresentado em Dos Santos et al (2017), onde utilizou-se uma metodologia para analisar o comportamento do sistema, optamos por aplicar o teste

0-1 para determinar se o sistema é caótico ou periódico. O teste 0-1 para o caos considera como entrada uma série temporal de medidas e retorna um único valor escalar de 0 para atratores periódicos ou 1 para atratores caóticos, como apresentado nos trabalhos de Felix et al (2014) e Tusset et al (2015). Aplicando-se à metodologia apresentada em Gopal, Venkatesan e Lakshmanan (2013), o teste 0-1 foi realizado utilizando o ângulo de ataque da aeronave como entrada, resultando em valores variando de 0,71 a 0,83, o que significa que o sistema de equações referente a dinâmica longitudinal da aeronave é caracterizado como caótico em relação ao ângulo de ataque, através da metodologia do teste 0-1. Como a situação de caos é indesejável para o ângulo de ataque da aeronave, porque essa situação pode prejudicar a estabilidade durante o voo ou até danificar a aeronave, aplica-se o controle no ângulo de ataque.

5 PROJETO DE CONTROLE

Conforme apresentado por Garrard e Jordan (1977), o ângulo de deflexão da cauda horizontal δ_e é considerado como atuador de controle para recuperar o avião de diferentes situações de voo que solicitam um ângulo de ataque da asa maior que o ângulo de estol da aeronave. A partir da dinâmica de vôo descrita na Equação (51), algumas manipulações matemáticas são consideradas, como pode-se observar na Equação (55).

$$\begin{aligned} \tan \alpha &\cong \alpha + \frac{\alpha^3}{3} \\ \sin \alpha &\cong \alpha - \frac{\alpha^3}{6}, \quad \sin \theta \cong \theta - \frac{\theta^3}{6} \quad \text{and} \quad \sin \delta_e \cong \delta_e - \frac{\delta_e^3}{6} \\ \cos \alpha &\cong 1 - \frac{\alpha^2}{2}, \quad \cos \theta \cong 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \text{and} \quad \cos \delta_e \cong 1 - \frac{\delta_e^2}{2} \end{aligned} \quad (55)$$

Esse procedimento simplifica a determinação das matrizes de controle, onde os termos α^n , θ^n , δ_e^n com $n = 2,3,4, \dots$ e $\alpha^n \delta_e^m$ com $n, m = 1,2,3,4, \dots$ podem ser descartados, uma vez que esses termos são muito pequenos e não teriam um grande interferência na aplicação do controlador. Desta forma, o controlador deve ficar mais rápido devido ao número menor de interações e não deve perder eficiência, considerando a baixa relevância desses termos descartados no sistema como um todo.

5.1 CONTROLADOR LINEAR LQR

O controle é projetado utilizando a metodologia de controle LQR, onde através das considerações matemáticas apresentadas no início dessa seção e considerando o sistema de Equações (51). Conforme metodologia apresentada por Dos Santos et al (2018a), pode-se calcular a matriz jacobiana para linearizar o sistema de Equações (51), desta forma, temos as matrizes A e B do controlador, conforme:

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.000331\bar{q} & 0 & -0.396 \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 34.481 \\ 0 \\ -0.001354\bar{q} \end{bmatrix} \quad (57)$$

O sinal de controle u da Equação (33) referente a metodologia de controle LQR é determinado usando as matrizes A e B , e então é necessário definir as matrizes x^* , Q e R , da seguinte forma:

$$x^* = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0.045 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$Q = 1 \begin{bmatrix} 100 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 1000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$R = [10000]$$

Onde x^* representa os estados desejados, ou seja onde desejamos que o sistema se aproxime, Q e R são as matrizes definidas positivas. Dessa forma, utilizado no cálculo da matriz da Riccati Equação (34), e substituindo as matrizes R , B e P na Equação (33), obtém-se o sinal de controle linear, conforme:

$$u = -0.1x_1 - 0.2742(x_2 - 0.04) + 0.7477x_3 + 0.2625x_4 \quad (59)$$

O controle da Equação (59) será utilizado para controlar o sistema de Equações (51), substituindo a variável do ângulo do profundor δ_e .

5.2 CONTROLADOR NÃO LINEAR SDRE

O controle é projetado utilizando a metodologia de controle SDRE, como apresentado na seção 5.1, considera-se as manipulações matemáticas e o sistema de Equações (51). Para o projeto do controlador, segue-se a metodologia apresentada em Dos Santos et al (2018b), onde manipulamos o sistema de Equações (51), desta forma, temos as matrizes A e B do controlador não linear, conforme:

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & x_1 x_4 & -10 & 0 \\ 10/x_1^2 & \frac{8.41\bar{q}}{mx_1} & \frac{10x_2}{x_1} & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.000331\bar{q} & 0 & -0.396 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 34.481 \\ 0 \\ -0.001354\bar{q} \end{bmatrix} \quad (61)$$

Para esse caso, o sinal de controle u é dado pela Equação (38) referente a metodologia de controle SDRE, determinado usando as matrizes A e B , onde também é necessário definir as matrizes x^* , Q e R , da seguinte forma:

$$x^* = \begin{bmatrix} x_1 \\ 0.045 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

$$Q = 0.1 \begin{bmatrix} 1 & 10 & 0 & 0 \\ 10 & 100 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$R = [1000]$$

Onde x^* representa os estados desejados, que devem ser iguais aos estados desejados do controle LQR para que possamos realizar a comparação dos controladores, Q e R são as matrizes definidas positivas referentes ao controle SDRE. Então, a partir do cálculo da matriz da Riccati Equação (34), da metodologia apresentada na seção 3.2 e substituindo as matrizes R , B e P na Equação (38), obtém-se o sinal de controle não linear. Trata-se de um controle adaptativo, que altera seu sinal a cada interação do sistema.

O controle SDRE também será utilizado para controlar o sistema de Equações (51), substituindo a variável do ângulo do profundor δ_e , e terá seu desempenho comparado ao controlador linear LQR.

6 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Conforme proposto anteriormente, o ângulo de ataque será variado com valores acima do ângulo de estol para verificar a eficiência dos controladores LQR e SDRE aplicados na recuperação e estabilização da aeronave durante o voo. Desta forma, alguns parâmetros são fixados para as simulações, sendo: velocidade da aeronave $V_0 = 277,7 \text{ m/s}$, massa inicial da aeronave $m = 9773 \text{ Kg}$, densidade atmosférica a 9144 metros de altitude é $\rho = 0,4938$. Principalmente, a situação de estol da aeronave F-8 Crusader ocorre em um ângulo de ataque 0.41 rad ($23,5^\circ \text{ deg}$).

Os controladores são aplicados nas mesmas condições, alterando-se apenas o projeto de cada controlador, atuando direto no termo de deflexão do profundor, conforme apresentado anteriormente. Como forma de apresentação dos resultados, os gráficos de desempenho contam com a dinâmica do avião sem aplicação de controle, com aplicação do controle linear LQR e com a aplicação do controle não linear SDRE. O nível de elevação do ângulo de ataque foi definido a partir do histórico dos estudos apresentados, como em Gerrard et al (1992), Gerrard et al (1997), Wang e Stengel (2005), Pereira et al (2016), Dos Santos et al (2018a) e Dos Santos (2018b). Avaliou-se os ângulos de ataque da asa onde fosse possível existir um nível de comparação entre os controladores, chegando ao ponto extremo de controle para essa aplicação em específico.

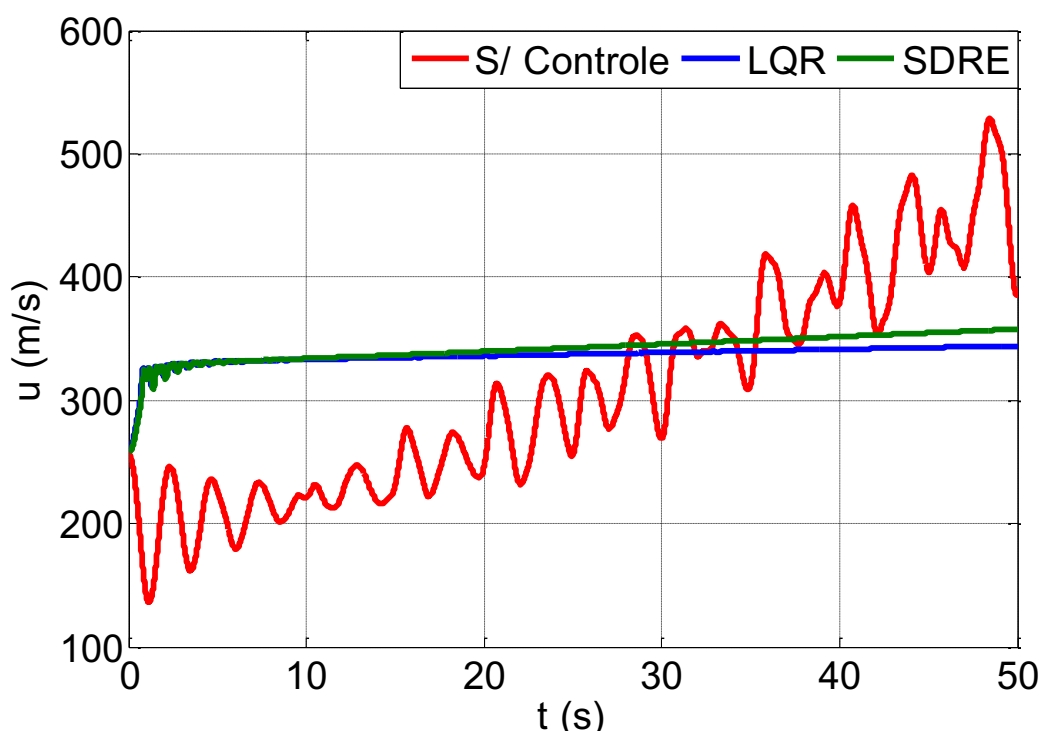
6.1 CONTROLADORES APLICADOS AO SISTEMA EM UM ÂNGULO DE ATAQUE ATÉ 56% ACIMA DA SITUAÇÃO DE ESTOL

Para uma primeira aplicação, realizou-se diferentes simulações com nível de até 60% acima do ângulo de estol da aeronave. Onde, para apresentação dos dados e análise de desempenho dos controladores, as seguintes condições iniciais foram consideradas para as interações do sistema de Equações (51), sendo: $u = 257,7 \text{ m/s}$, $\alpha = 0,62 \text{ rad}$, $\theta = 0.61 \text{ rad}$, $q = 0 \text{ rad/s}$, $\delta_e = -0.1 \text{ rad}$ para simulação sem atuação

dos controladores e $\delta_e = u$ para as simulações com a aplicação do controle Linear LQR e não linear SDRE, cada um aplicado separadamente.

As Figuras 14, 15 e 16, apresentam os históricos de velocidade, ângulo de ataque, ângulo de arfagem e taxa de inclinação. Onde, a aplicação dos controladores pode ser visualizada pelas cores azul LQR, verde SDRE e sem a influência do controle na cor vermelha.

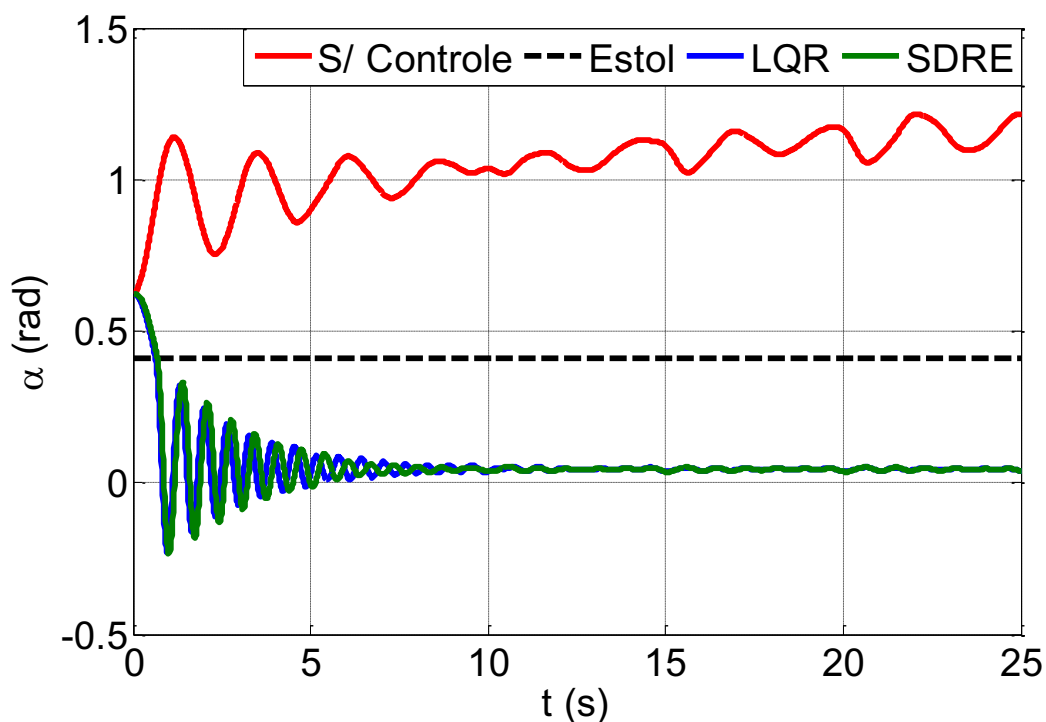
Figura 14 – Histórico da velocidade da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Como pode ser observado na Figura 14, os controladores tem influência direta na velocidade da aeronave, que quando submetida a um ângulo de ataque 56% acima do ângulo de estol, no caso sem controle apresenta variações consideráveis de velocidade, o que pode desencadear diversos danos estruturais e nas superfícies de controle ao atingir variações abruptas de velocidades. Com a atuação dos controladores LQR e SDRE, observa-se comportamentos semelhantes de velocidades, com estabilidade considerável quando comparados ao sistema sem controle, o que possibilita uma maior atuação dos sistemas de controle físicos da aeronave, como ailerons, profundores e leme.

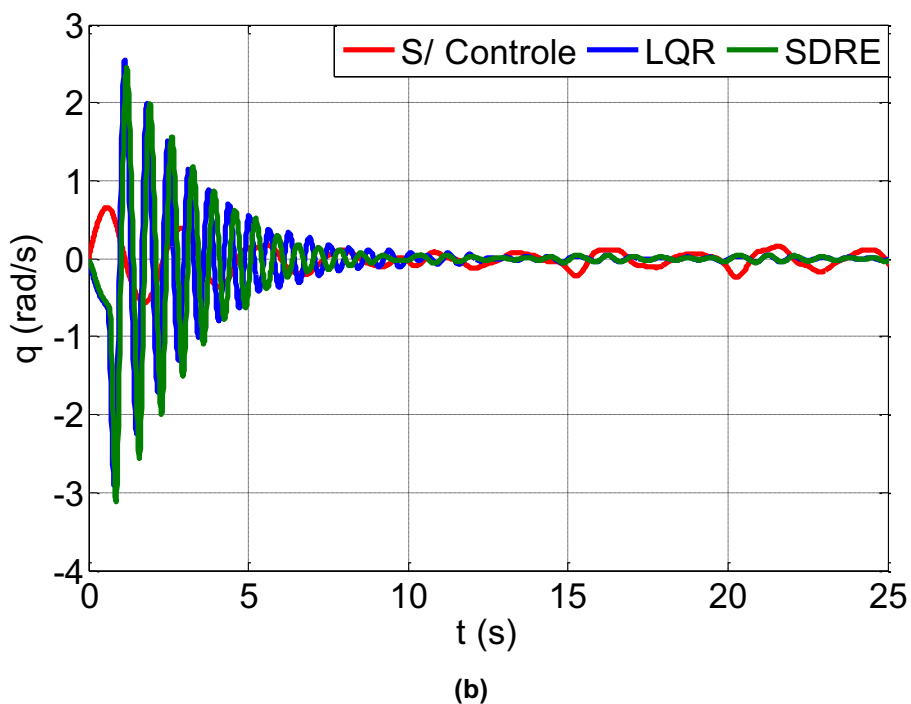
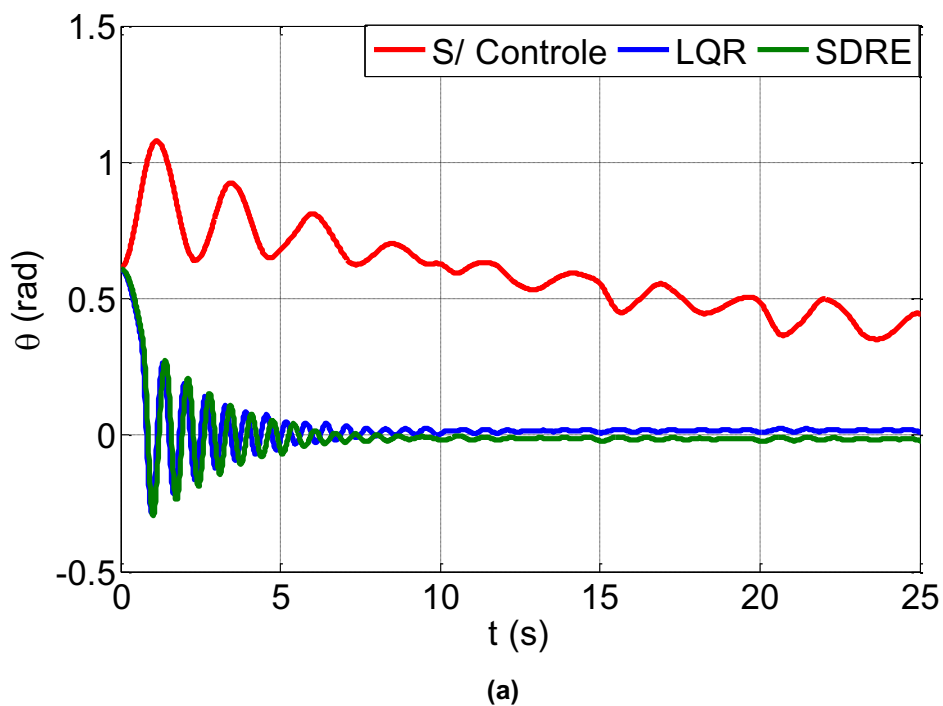
Figura 15 – Histórico do ângulo de ataque da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Na Figura 15 é observada a eficiência dos controladores na recuperação da aeronave de um ângulo de ataque de $\alpha = 0,62 \text{ rad}$ ($35,6^\circ \text{ deg}$), cerca de 56% acima do ângulo de estol da aeronave, que é de $0,41 \text{ rad}$ ($23,5^\circ \text{ deg}$), em um tempo inferior a 2 segundos. O tempo de recuperação da aeronave e o comportamento da aeronave são os principais aspectos a serem observados, a recuperação deve ser ágil a ponto do piloto ter confiança na realização das manobras que se apresentam, com ângulo de ataque em regiões hostis de funcionamento. Os Controladores LQR e SDRE apresentam comportamento semelhante para essa região de aplicação, o que demonstra a confiabilidade dos controladores.

Figura 16 – Histórico do (a) ângulo de arfagem e (b) taxa de arfagem da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Analisando a Figura 16, pode-se observar a influência dos controladores na dinâmica da aeronave, onde o ângulo de arfagem é a referência ao ângulo da aeronave como um todo, desta forma o ângulo e a taxa de arfagem demonstram a movimentação de toda a aeronave. Como apresentado na Figura 15, a aeronave é

recuperada da situação de estol, e como consequência o ângulo de arfagem também é controlado, conforme apresentado na Figura 16 (a). A taxa de arfagem demonstra a velocidade de alteração dos ângulos de ataque e de arfagem, pois estão interligados. Sendo assim, observando a taxa de arfagem pode-se definir a velocidade que a aeronave altera seus principais ângulos, e por consequência estabiliza ou não seu comportamento. Como pode-se observar na Figura 16 (b), a taxa de arfagem é maior quando submetido a ação dos controladores, então, o sistema tende a estabilizar a uma taxa maior que quando comparado ao sistema sem controle.

Seguindo o comportamento apresentado em todas as figuras dessa subseção, os controladores LQR e SDRE apresentam comportamento semelhante no sistema dinâmico da aeronave. Qualquer que seja a opção empregada tende a atender e recuperar a aeronave das situações de até 56% acima do ângulo de estol.

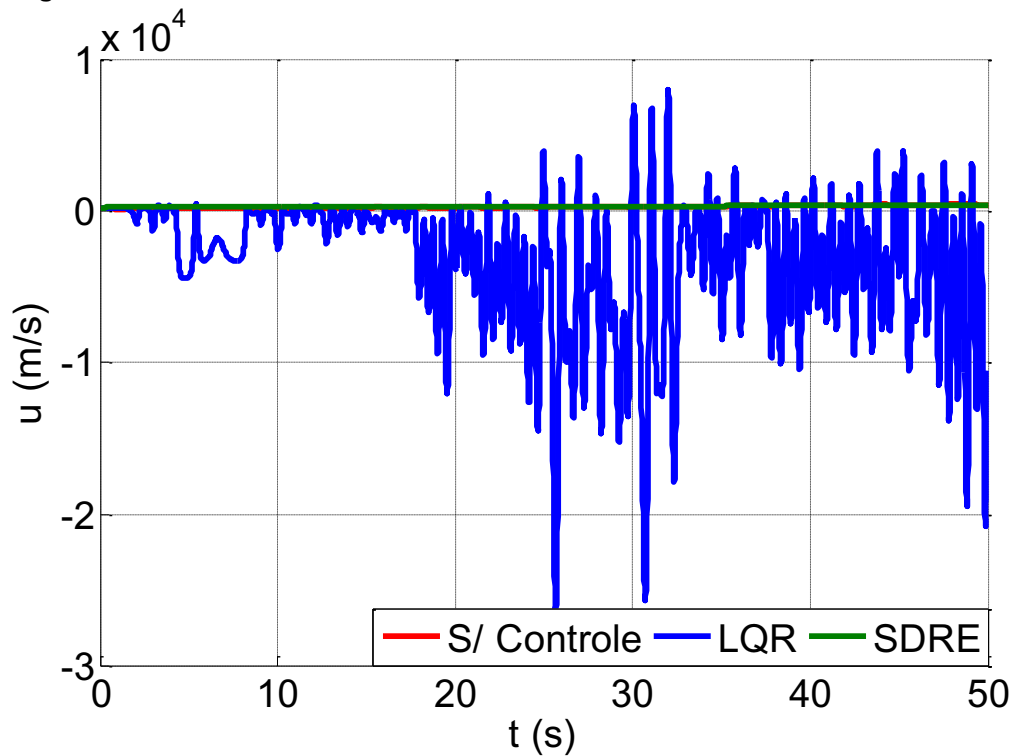
6.2 CONTROLADORES APLICADOS AO SISTEMA EM UM ÂNGULO DE ATAQUE ATÉ 76% ACIMA DA SITUAÇÃO DE ESTOL

Para simular uma situação ainda mais crítica de aplicação, realizou-se diferentes simulações com nível de até 80% acima do ângulo de estol da aeronave. Onde, novamente com intuito de simplificar a apresentação dos dados, as seguintes condições iniciais foram consideradas para as interações do sistema de Equações (51), $u = 257,7 \text{ m/s}$, $\alpha = 0,72 \text{ rad}$, $\theta = 0.71 \text{ rad}$, $q = 0 \text{ rad/s}$, $\delta_e = -0.1 \text{ rad}$ para simulação sem atuação dos controladores e $\delta_e = u$ para as simulações com a aplicação do controle Linear LQR e não linear SDRE, sendo cada controle aplicado separadamente durante cada simulação.

Como trata-se de uma aplicação mais crítica, onde as não linearidades do sistema são amplificadas conforme aumenta-se o ângulo de ataque da aeronave. Submetemos os controladores a regiões de estol severas, tanto para a aeronave quanto para a capacidade dos controladores.

As Figuras 17, 18 e 19 seguem o padrão da seção 6.1, onde apresentam os históricos de velocidade, ângulo de ataque, ângulo de arfagem e taxa de inclinação. A aplicação dos controladores pode ser visualizada pelas cores azul LQR, verde SDRE e sem a influência do controle na cor vermelha.

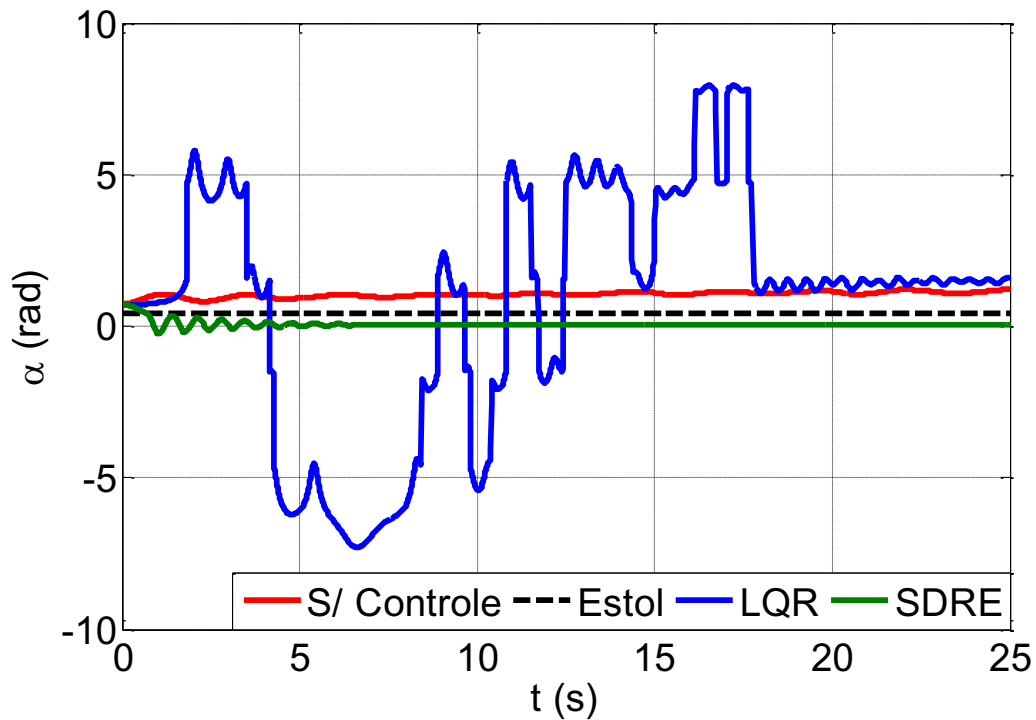
Figura 17 – Histórico da velocidade da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Como pode ser observado na Figura 17, os controladores apresentam comportamento completamente diferentes entre si, o que resulta em uma influência direta na velocidade da aeronave, submetida a um ângulo de ataque 76% acima do ângulo de estol. Como a visualização se apresenta de forma a beneficiar somente as curvas do controle LQR, devido a não efetividade do controlador em controlar o sistema, pode-se observar que no caso sem controle a velocidade apresenta variações consideráveis, semelhante ao comportamento da Figura 14. Observa-se um comportamento fora do padrão e de escala para o controlador LQR, o que caracteriza a incapacidade do controlador em atuar de forma a garantir a estabilidade da velocidade. Com a atuação do controlador SDRE, observa-se comportamento semelhante de velocidade ao apresentado na Figura 14, com estabilidade considerável quando comparados ao sistema sem controle e ao sistema submetido ao controlador LQR. Desta forma, o controlador SDRE deve apresentar melhor desempenho em controlar as outras variáveis da dinâmica de voo da aeronave, o que deve ser observado nas figuras seguintes.

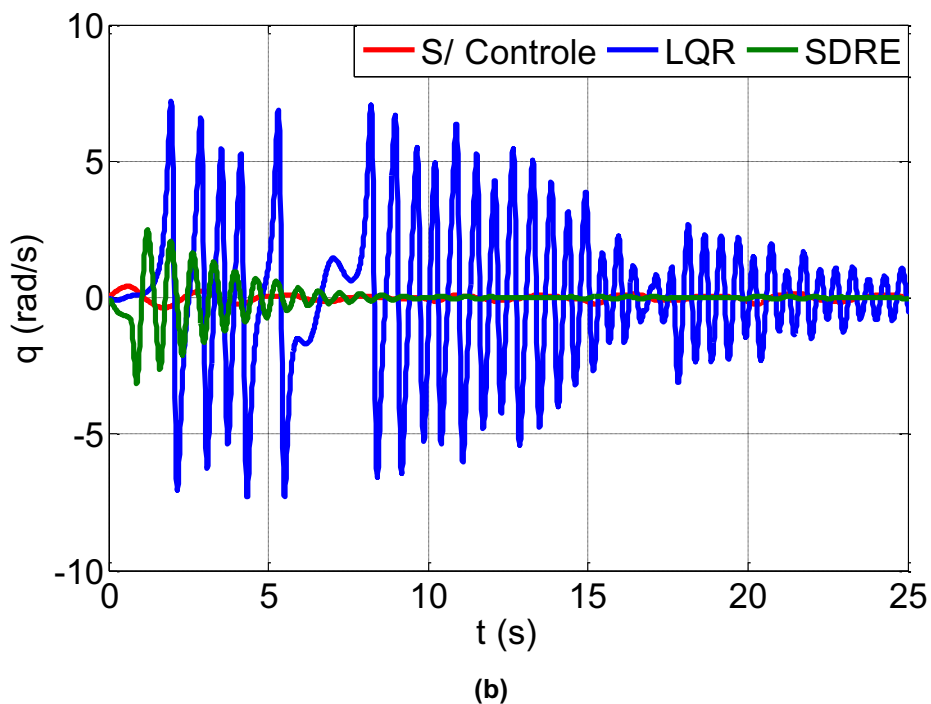
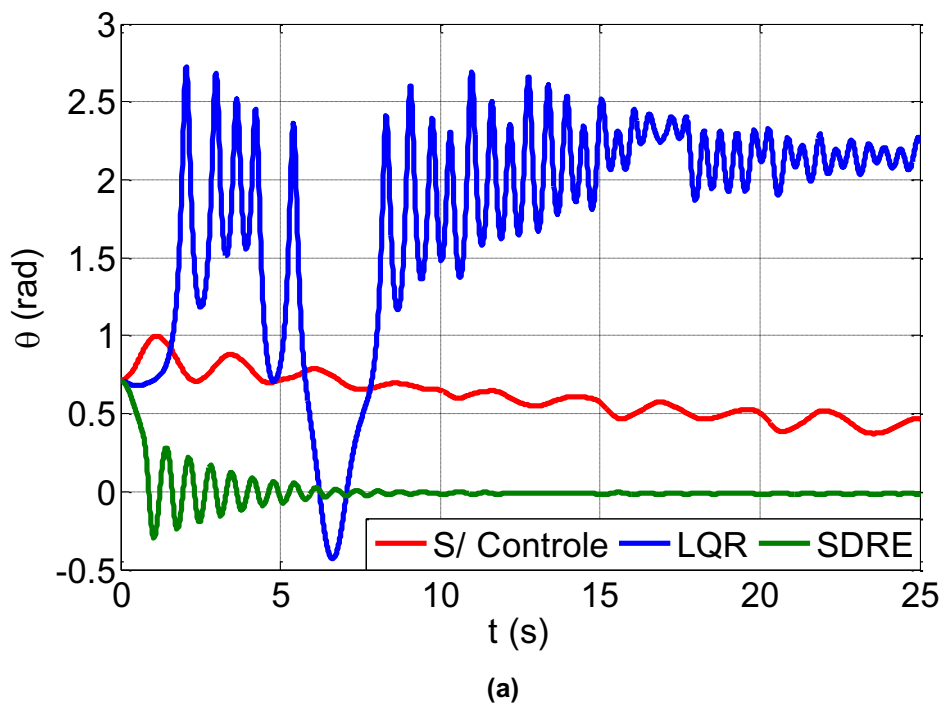
Figura 18 – Histórico do ângulo de ataque da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Para a Figura 18, pode-se observar a eficiência do controlador SDRE na recuperação da aeronave de um ângulo de ataque de $\alpha = 0,72 \text{ rad}$ ($41,3^\circ \text{ deg}$), cerca de 76% acima do ângulo de estol da aeronave. Semelhante ao apresentado na seção 6.2, o controlador SDRE atua na recuperação da aeronave em um tempo inferior a 5 segundos. Em contra partida, o controlador LQR não apresenta um comportamento coerente, caracterizado pela não controlabilidade do ângulo de ataque, evidenciado pela Figura 18. Como o tempo de recuperação da aeronave e o comportamento da aeronave são de extrema importância para realização das manobras em regiões hostis de funcionamento, o controlador LQR não deve ser aplicado para essa faixa de operação da aeronave. Os Controladores LQR e SDRE apresentam comportamento totalmente diferentes para essa região de aplicação, o que demonstra a confiabilidade do projeto do controlador SDRE e uma faixa máxima de aplicação para o projeto de controle LQR apresentado.

Figura 19 – Histórico do (a) ângulo de arfagem e (b) taxa de arfagem da aeronave com influência dos controladores.



Fonte: Autoria própria

Observa-se na Figura 19 a influência dos controladores na dinâmica da aeronave. Como apresentado na Figura 18, somente o controlador SDRE é capaz de recuperar a aeronave da situação de estol, e como consequência o ângulo de arfagem também é controlado, conforme apresentado na Figura 19 (a). Em contra partida, o

controlador LQR não foi capaz de recuperar a aeronave da situação de estol, o que é evidenciado pela amplitude do histórico do ângulo de arfagem, permanecendo em regiões críticas ou até irreais em todo tempo da simulação. Quanto a taxa de arfagem, pode-se observar que a velocidade com que a aeronave altera seus principais ângulos, é muito superior e com maior oscilação para o controlador LQR, demonstrando a incerteza e incapacibilidade do controlador quando submetido a aplicação mais severa. Esse comportamento demonstra que o sistema de controle LQR não foi capaz de controlar as não linearidades amplificadas pelo ângulo de ataque elevado. Por outro lado, o controlador SDRE apresenta comportamento similar ao apresentado na Figura 16 (b), conforme pode ser observado na Figura 19 (b), a taxa de arfagem é maior quando submetido a ação do controlador comparado ao sistema sem controle, então a aeronave tende a estabilizar mais rápido, e por consequência apresenta maior confiabilidade.

Considerando o comportamento da aeronave apresentado em todas as figuras dessa subseção, o controlador SDRE apresenta um excelente desempenho ao recuperar a aeronave da situação de estol mais crítica que foi submetida. Quanto ao controlador LQR, observa-se uma limitação quando submetido a regiões severas de voo, sua aplicação deve ser condicional ou limitada a situações de ângulos de ataque até 56% acima do ângulo estol. Em relação a aplicação do controlador SDRE, qualquer que seja a situação de voo, o controlador tende a atender e recuperar a aeronave das situações de ângulos de ataque até 76% acima do ângulo de estol.

7 CONCLUSÃO

O desenvolvimento e comparação dos controladores LQR e SDRE aplicados ao controle de voo do avião F-8 Crusader por meio de equações não lineares de movimento longitudinal, no geral apresentam pontos importantes e esclarecedores sobre o comportamento de uma aeronave de alta performance e as formas de controle de movimento em situações de voo críticas. O sistema que descreve o movimento da aeronave é complexo, vale ressaltar que adição do modelo de rajadas de vento a dinâmica da aeronave, deixou seu comportamento ainda mais randômico e imprevisível. Onde as não linearidades do sistema descrevem seu movimento com

maior grau de refinamento. São detalhes como esses que trazem maior confiança ao projeto de controle e o aproximam cada vez mais da aplicação real.

Os modelos matemáticos foram apresentados levando em consideração todas as forças e momentos envolvidos no voo longitudinal. Analisou-se os efeitos das mudanças repentinas do vento devido à turbulência atmosférica na resposta dinâmica da aeronave e seu projeto de controle. A turbulência atmosférica foi tomada como um processo aleatório modelado por uma série de funções harmônicas sobrepostas. O projeto dos controladores linear e não linear, foram concebidos com característica principal para atuar automaticamente e auxiliar o piloto em diferentes situações de manobra, considerando a dinâmica não linear da aeronave e os efeitos da turbulência atmosférica.

Os resultados apresentados indicam que os controladores projetados podem levar a melhorias significativas no desempenho da aeronave, garantindo estabilidade em situações de mudanças no ângulo de ataque. Quando colocado em condições de voo com ângulo de ataque acima da situação de estol e influenciado pelo modelo de rajadas de vento, foi demonstrado que o controladores LQR e SDRE, foram capazes de suavizar e manter as condições de voo em equilíbrio para um ângulo de ataque até 56% acima do ângulo de estol.

E então, para situações ainda mais severas, com ângulos de ataque até 76% acima do ângulo de estol, somente o controlador SDRE se mostrou eficiente e confiável, na recuperação da aeronave. O controlador LQR apresentou comportamento ineficiente, onde não controlou a aeronave e em alguns casos amplificou o comportamento natural da aeronave sem controle, apresentando uma limitação quando submetido a regiões severas de voo, sua aplicação deve ser condicional ou limitada a situações de ângulos de ataque até 56% acima do ângulo estol, onde apresentou comportamento similar ao SDRE. Em relação ao comportamento da aeronave e eficiência dos controladores, pode-se verificar, através da comparação do sistema sem o controle, utilizando os históricos de tempo, que os controladores projetados são confiáveis e possuem excelente comportamento considerando as situações críticas em que foram submetidos, como mostrado nas Figuras 14-19.

Sugere-se para trabalhos futuros, o desenvolvimento de um modelo matemático de dinâmica de voo da aeronave considerando os movimentos laterais para maior acuracidade do projeto de controle.

REFERÊNCIAS

ABED, Eyad H.; LEE, Hsien-Chiarn. Nonlinear stabilization of high angle-of-attack flight dynamics using bifurcation control. In: **American Control Conference**, 1990. IEEE, 1990. p. 2235-2238.

Almeida, F.; O Segredo de Voar Bem. **AERO Magazine**, © Nova Cultural, ano 9, nº 97, 1999.

CALISE, Anthony J.; RYSDYK, Rolf T. Nonlinear adaptive flight control using neural networks. **IEEE control systems**, v. 18, n. 6, p. 14-25, 1998.

CAUGHEY, David A. Introduction to aircraft stability and control course notes for M&AE 5070. **Sibley School of Mechanical & Aerospace Engineering, Cornell University, Ithaca, New York**, p. 14853-7501, 2011.

CLOUTIER, J. R. State-dependent Riccati equation techniques: an overview. In: PROCEEDINGS OF THE 1997 AMERICAN CONTROL CONFERENCE (CAT. NO.97CH36041), Albuquerque, NM, 1997. **Anais... IEEE**, 1997, p. 932-936 vol.2.

DORF, R. C.; BISHOP, E. R. H. **Sistemas de Controle Modernos**. 1998.

DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. **Sistemas de controle modernos**, 11a edição. Rio de Janeiro, LTC, 2009.

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco et al. Nonlinear dynamics and control applied to an aircraft in a longitudinal flight considering gusts of wind in flight. Awrejcewicz, J; Mrozowski, M. K. J; Olejnik, P; (Eds.), **Vibration, Control and Stability of Dynamical Systems**, Łódź, POLAND: ARSA Druk i Reklama, 2017, pp. 139-150.

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco et al. Nonlinear dynamics and linear control applied to an fighter aircraft in longitudinal flight at high angles of attack. **X Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, 2018a, Salvador.

DOS SANTOS, Guilherme Pacheco et al. Nonlinear dynamics and SDRE control applied to a high-performance aircraft in a longitudinal flight considering atmospheric turbulence in flight. **Journal of Sound and Vibration**. 2018b.

ETKIN, Bernard; REID, Lloyd Duff. **Dynamics of flight: stability and control**. New York: Wiley, 1996.

FELIX, J. L. P. et al. On nonlinear dynamics and control of a robotic arm with chaos. In: **Csddd 2014-International Conference On Structural Nonlinear Dynamics and Diagnosis**. EDP Sciences, 2014. p. 1-6.

GARRARD, William L.; ENNS, Dale F.; ANTONY SNELL, S. Nonlinear feedback control of highly manoeuvrable aircraft. **International journal of control**, v. 56, n. 4, p. 799-812, 1992.

GARRARD, William L.; JORDAN, John M. Design of nonlinear automatic flight control systems. **Automatica**, v. 13, n. 5, p. 497-505, 1977.

GAVILAN, Francisco; VAZQUEZ, Rafael; ACOSTA, José Á. Adaptive control for aircraft longitudinal dynamics with thrust saturation. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 38, n. 4, p. 651-661, 2014.

GOPAL, R.; VENKATESAN, A.; LAKSHMANAN, M. Applicability of 0-1 test for strange nonchaotic attractors. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 23, n. 2, p. 023123, 2013.

HOBLIT, Frederic M. **Gust loads on aircraft: concepts and applications**. Aiaa, 1988.

INTEGRATED PUBLISHING. Chapter 4. Aircraft basic construction Disponível em: <<http://navyaviation.tpub.com/14014/css/Chapter-4-Aircraft-Basic-Construction-73.htm>>. Acesso em: 28 mai. 2018.

KANAI, Kiyoshi. Semi-empirical formula for the seismic characteristics of the ground. **Bull. Earthq. Res. Inst.**, v. 35, p. 309-325, 1957.

KANIESKI, João Marcos. **Modelagem e controle LQR aplicado a um condicionador de energia**. 2010. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

LIAW, Der-Cherng; SONG, Chau-Chung. Analysis of longitudinal flight dynamics: A bifurcation-theoretic approach. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 24, n. 1, p. 109-116, 2001.

LIMA, Jeferson José de. **Controle não linear de posição e vibração de manipuladores robóticos com juntas e elos flexíveis utilizando materiais inteligentes**. 2015. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

MAHMOOD, Arshad; KIM, Yoonsoo; PARK, Jeongho. Robust H^∞ autopilot design for agile missile with time-varying parameters. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. 50, n. 4, p. 3082-3089, 2014.

OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de controle moderno**, Ed. São Paulo: 4^o, 2003.

OGATA, Katsuhiko. **Modern Control Engineering**, Prectice-Hall. 1990.

PEARSON. J. D. Approximation methods in optimal control i. sub-optimal control. **Journal of Electronics and Control**, v. 13, n. 5, p. 453-469, 1962.

PEREIRA, Danilo Carlos. **Dinâmica não linear e controle de uma aeronave em voo longitudinal**. 2007. Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas.

PEREIRA, Danilo Carlos et al. On nonlinear dynamics and an optimal control design to a longitudinal flight. **Journal of Computational and Nonlinear Dynamics**, v. 3, n. 1, p. 011012, 2008.

PEREIRA, Mateus de Freitas Virgílio et al. On Nonlinear Dynamics and Flight Control at High Angles of Attack With Uncertain Aerodynamics. In: **ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. American Society of Mechanical Engineers, 2016. p. V04BT05A029-V04BT05A029.

PHILLIPS, C. L.; NAGLE, H. R. **Digital Control System Analysis and Design**. Upper Saddle River, USA: Prentice-Hall, 1995.

RUSSELL, J. **Performance and stability of aircraft**. Butterworth-Heinemann, 1996.

SHAWKY, A. M. et al. Position control of flexible manipulator using non-linear H^∞ with state-dependent Riccati equation. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering**, v. 221, n. 3, p. 475-486, 2007.

SMITH, Mark S. Analysis of wind tunnel oscillatory data of the X-31A aircraft. 1999.

SWAN, James et al. **69th Annual Meeting of the APS Division of Fluid Dynamics**. 2016.

TAJIMI, Hiroshi. A statistical method of determining the maximum response of a building structure during an earthquake. In: Proc. **2nd World Conf. Earthq. Eng.** 1960. p. 781-797.

TOL, H. J. et al. Multivariate spline-based adaptive control of high-performance aircraft with aerodynamic uncertainties. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 39, n. 4, p. 781-800, 2016.

TUSSET, Ângelo Marcelo. **Controle Ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico**. 2008.

TUSSET, Angelo Marcelo et al. On suppression of chaotic motions of a portal frame structure under non-ideal loading using a magneto-rheological damper. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 53, n. 3, p. 653-664, 2015.

WANG, Qian; STENGEL, Robert F. Robust nonlinear flight control of a high-performance aircraft. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 13, n. 1, p. 15-26, 2005.

WERNLI, A.; COOK, G. Suboptimal control for the nonlinear quadratic regulator problem. Automatica, **Journal of IFAC**, New York, v. 11, n. 1, p. 75 - 84, 1975.