

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

BEATRIZ SAYURI SAKAMOTO

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO O
MÉTODO FORM COM MÚLTIPLOS MODOS DE FALHA PARA
EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDO À AÇÃO DO VENTO**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2016

BEATRIZ SAYURI SAKAMOTO

**ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO O
MÉTODO FORM COM MÚLTIPLOS MODOS DE FALHA PARA
EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDO À AÇÃO DO VENTO**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Área de Concentração: Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho.

CURITIBA

2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S158a Sakamoto, Beatriz Sayuri
2016 Análise de confiabilidade estrutural utilizando o
método FORM com múltiplos modos de falha para edifício
alto submetido à ação do vento / Beatriz Sayuri Sakamoto.--
2016.
99 f.: il.; 30 cm.

Texto em português, com resumo em inglês.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica
Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Civil. Área de Concentração: Estruturas, Curitiba,
2016.
Bibliografia: p. 84-88.

1. Engenharia civil - Dissertações. 2. Edifícios.
3. Conforto humano. 4. Confiabilidade (Engenharia).
5. Falhas estruturais. 6. Modelagem de informação
da construção. 7. Método FORM. 8. Ventos - Velocidade
- Medição. 9. Engenharia de estruturas. I. Abdala Filho,
João Elias. II. Universidade Tecnológica Federal do
Paraná - Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil.
III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 624

Biblioteca Ecoville da UTFPR, Câmpus Curitiba



TERMO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO N.º 101

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UTILIZANDO O MÉTODO FORM COM MÚLTIPLOS MODOS DE FALHA PARA EDIFÍCIO ALTO SUBMETIDO À AÇÃO DO VENTO

POR

BEATRIZ SAYURI SAKAMOTO

Esta dissertação foi apresentada às 14h30min do dia 15 de dezembro de 2016, como requisito parcial para a obtenção do título de **MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL**, área de Construção Civil, linha de pesquisa de Estruturas e Geotecnia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. O Candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho _____.

(aprovado / reprovado)

Prof. Dr. João Elias Abdalla Filho
(Orientador - UTFPR)

Prof. Dr. Cezar Augusto Romano
(UTFPR)

Prof. Dr. Marcos Arndt
(UFPR)

Prof. Dr. Roberto Dalledone Machado
(UFPR)

Visto da Coordenação:

Prof. Dr. Ronaldo Luis dos Santos Izzo
Coordenador do PPGEC

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Programa”

À memória da Prof.^a Dr.^a Andrea Sell
Dyminski. Professora, orientadora, tutora
e, acima de tudo, uma grande amiga.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Esther e Pedro, pelo incentivo e à minha irmã Aline por compartilhar comigo sua própria experiência. Sem o apoio e a compreensão de vocês, este trabalho não teria sido possível.

Ao professor João Elias Abdalla Filho pela oportunidade que me foi concedida, e pela paciência e atenção ao me orientar nos estudos.

À professora Andrea Sell Dyminski, tutora e orientadora em tempos de PET Civil, por ter sido a ajuda e inspiração para que eu continuasse os estudos após a graduação.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná pelos ensinamentos que contribuíram para minha formação.

Aos amigos, os de longa data e os que caminharam comigo nessa trajetória, pelo companheirismo e torcida.

E a todos que contribuíram de alguma forma para a concretização desse trabalho.

RESUMO

SAKAMOTO, Beatriz S. **Análise de confiabilidade estrutural utilizando o método FORM com múltiplos modos de falha para edifício alto submetido à ação do vento**. 2016. 92p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

O presente trabalho tem por objetivo aplicar a análise de confiabilidade estrutural a um edifício alto submetido à ação do vento considerando o conforto humano na avaliação dos modos de falha. Para isso, foram consideradas como variáveis aleatórias: a velocidade máxima do vento no topo do edifício cuja distribuição de probabilidade é a distribuição de Gumbel para máximos e o módulo de elasticidade do concreto com modelo de probabilidade normal. Realizou-se a análise para dois modos de falha: o deslocamento excessivo no topo do edifício, com base na NBR 15575-2/2013, e a aceleração máxima para verificação do conforto humano de acordo com a NBR 6123/2013. Posteriormente, foi realizada uma análise conjunta dos modos de falha aplicados em série. O método utilizado foi o FORM – *First Order Reliability Method* com algoritmo HLRF, implementado em ambiente Matlab, para o edifício teórico CAARC. Verificou-se grandes discrepâncias entre a probabilidade de falha para os dois modos considerados. Para a aceleração máxima, encontrou-se valores práticos de ponto de projeto e probabilidade de falha. No entanto, o deslocamento horizontal de 3 centímetros resultou em uma probabilidade de falha extremamente alta para valores de velocidade de vento baixos, concluindo-se que, para o edifício alto do problema, o limite normativo tende a ser facilmente extrapolado. À vista disso, o parâmetro de deslocamento horizontal baseado na altura total do edifício também foi estudado. Tal análise resultou em uma probabilidade de falha maior que a da aceleração, no entanto, apresentando valores de ponto de projeto consistentes.

Palavras-chave: Confiabilidade estrutural, Método FORM, Ação do vento, Múltiplos modos de falha.

ABSTRACT

SAKAMOTO, Beatriz S. **Structural reliability analysis using the FORM method with multiple failure modes to a tall building subjected to wind load**. 2016. 92p. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

The present work aims to apply structural reliability analysis to a tall building subjected to wind load considering human comfort in the evaluation of failure modes. For this purpose, the following random variables were considered: the maximum wind speed at the top of the building whose probability distribution is the Gumbel distribution for maximum and the modulus of elasticity of concrete with normal distribution. The analysis was conducted for two failure modes: excessive displacement on the top of the building, which is based on NBR 15575/2013, and the maximum acceleration for verification of the human comfort according to NBR 6123/2013. A joint analysis of failure modes applied in series was performed. The method used was the FORM - First Order Reliability Method with HLRF algorithm, implemented in Matlab environment, for the theoretical building CAARC. Large discrepancies between the failure probabilities of the two modes considered were found. For maximum acceleration, the design point value and the failure probability found were practical results. However, the horizontal displacement of 3 centimeters resulted in an extremely high probability of failure for low wind speed values, concluding that, for the tall building of the problem, the code limit tends to be easily extrapolated. Hence, the horizontal displacement parameter based on the total height of the building was also studied. Such analysis resulted in a failure probability greater than the acceleration one, however, presenting consistent design point values.

Key words: Structural reliability, FORM method, Wind load, Multiples failure modes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Processo aleatório estacionário ergódico.	32
Figura 2 – Representação do perfil vertical do vento pela Lei Potencial utilizando expoentes da ASCE.	35
Figura 3 – Dimensões do CAARC.	37
Figura 4 - Distribuição normal padronizada.	40
Figura 5 - Função densidade de probabilidade log-normal.	41
Figura 6 – Função de distribuição acumulada log-normal.	42
Figura 5 - Função densidade de probabilidade de Gumbel.	43
Figura 6 – Função de distribuição acumulada de Gumbel.	44
Figura 7 – Definição de equação de estado limite.	46
Figura 8 – Problema fundamental da confiabilidade.	47
Figura 9 - Demonstração dos métodos de transformação FORM e SORM.	50
Figura 10 – Método FORM para variáveis não distribuídas normalmente.	52
Figura 11 - Configuração de sistemas em série e em paralelo.	60
Figura 12 - Níveis de dependência entre dois modos de falha.	63
Figura 13 – Sistema em série de duas variáveis e duas equações de estado limite lineares.	64
Figura 14 – Visão esquemática direcional de incidência do vento.	70
Figura 15 – Gráfico de convergência dos índices de confiabilidade para as equações de estado limite.	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Expoentes da Lei Potencial para diferentes terrenos segundo ASCE.....	34
Tabela 2 – Valores estimados pela NBR 6118 de módulo de elasticidade em função da resistência característica do concreto.	38
Tabela 3 – Exemplo de aplicação do método FORM.	54
Tabela 4 – Resultados finais do processo iterativo do exemplo de aplicação do método FORM.	57
Tabela 5 – Propriedades do CAARC Standard Tall Building.	70
Tabela 6 – Propriedades da variável aleatória carga de vento.	71
Tabela 7 – Propriedades da variável aleatória módulo de elasticidade.	72
Tabela 8 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_1 para deslocamento de 3 cm.	77
Tabela 9 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_2	78
Tabela 10 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_1 para deslocamento de 36,576 cm.	79

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFOSM	-	<i>Advanced First Order Second Moment</i>
ASCE	-	<i>American Society of Civil Engineers</i>
CAARC	-	<i>Commonwealth Advisory Aeronautical Council</i>
CFS	-	<i>Closed Form Solution</i>
CTBUH	-	<i>Council of Tall Buildings and Urban Habitat</i>
ELS	-	Estado Limite de Serviço
ELU	-	Estado Limite de Último
FORM	-	<i>First Order Reliability Method</i>
FOSM	-	<i>First Order Second Moment</i>
HLRF	-	Hasofer & Lind (1974) e Rackwitz & Fiessler (1978)
MFOSM	-	<i>Mean Value First Order Second Moment</i>
MSR	-	Método de Superfície de Resposta
NBCC	-	<i>National Building Code of Canada</i>
NBR	-	Norma Brasileira
PDEM	-	<i>Probability Density Evolution Method</i>
SORM	-	<i>Second Order Reliability Method</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\bar{V}(\)$	Velocidade média do vento
z	Altura do vento
z_{ref}	Altura de referência do vento
p	Expoente da Lei Potencial para perfil vertical de velocidade de vento
z_g	Altura gradiente
V_0	Velocidade básica do vento
V_K	Velocidade característica do vento
q	Pressão dinâmica do vento
F_a	Força de arrasto
C_a	Coefficiente de arrasto
A_e	Área frontal efetiva
X	Variável aleatória com média e desvio padrão qualquer
x	Valor assumido pela variável aleatória X
$f(\)$	Função densidade de probabilidade
μ	Média
σ	Desvio padrão
π	Pi
$F(\)$	Função de distribuição acumulada
Y	Variável aleatória normal padrão
y	Valor assumido pela variável aleatória Y
$\varphi(\)$	Função densidade de probabilidade normal padronizada
$\Phi(\)$	Função de distribuição acumulada normal padronizada
u	Parâmetro de posição de Gumbel
ε	Parâmetro de escala de Gumbel

γ	Constante de Euler
P_f	Probabilidade de falha
$P()$	Probabilidade de ocorrência de um evento
R	Variável aleatória de força resistente
S	Variável aleatória de força solicitante
$g()$	Função de estado limite
\vec{X}	Vetor de variáveis aleatórias com média e desvio padrão qualquer
D_s	Domínio de segurança
D_f	Domínio de falha
$f_{\vec{X}}()$	Função de densidade de probabilidade conjunta para o vetor \vec{X}
\vec{x}	Valor assumido pelo vetor de variáveis aleatórias \vec{X}
β	Índice de confiabilidade
β_c	Índice de confiabilidade de Cornell
$E[g()]$	Valor médio da função de estado limite
$Var[g()]$	Variância da função de estado limite
Y_R	Variável reduzida de resistência
Y_S	Variável reduzida de solicitação
μ_R	Média da resistência
μ_S	Média da solicitação
σ_R	Desvio padrão da resistência
σ_S	Desvio padrão da solicitação
y^*	Ponto de projeto no espaço normal
$\vec{\alpha}$	Vetor de cossenos diretores
x^*	Ponto de projeto no espaço original
$\mu_{X_i}^e$	Média normal equivalente de X_i
$\sigma_{X_i}^e$	Desvio padrão normal equivalente de X_i

\vec{Y}	Vetor de variáveis aleatórias normal padrão
\vec{A}	Vetor coluna de derivadas parciais da equação de estado limite
a_j	Amplitude máxima de aceleração no nível z devido a resposta flutuante j
f_j	Frequência natural no modo j
d_j	Deslocamento no nível z devido à resposta flutuante no modo j
H_{total}	Altura total do edifício
M	Evento de falha
ρ	Correlação entre os modos de falha
ν	Ângulo entre equações de estado limite
$\Phi(-\beta_1, -\beta_2, \rho)$	Função de distribuição acumulada bidimensional normal padronizada
$\varphi(-\beta_1, -\beta_2, \rho)$	Função densidade de probabilidade bidimensional normal padronizada
I_{mx}	Momento de inércia de massa em torno do eixo x
I_{my}	Momento de inércia de massa em torno do eixo y
m	Massa do prisma
I_x	Momento de inércia da seção transversal retangular em torno do eixo x
z_0	Comprimento de rugosidade
F_R	Força resultante concentrada
h	Altura do edifício
$f(z)$	Função da força de vento em função da altura
V_{Topo}	Variável aleatória de velocidade máxima de vento no topo do edifício
\bar{z}	Altura de aplicação da carga concentrada de vento
d	Deslocamento no topo do edifício
E	Módulo de elasticidade do concreto

$q_f(z)$	Pressão de vento flutuante em função da altura
$f_f(z)$	Função da força de vento flutuante em função da altura
F_{Rf}	Força resultante concentrada da parcela flutuante do vento

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS.....	18
1.1.1 Objetivo geral.....	18
1.1.2 Objetivos específicos.....	18
1.2 JUSTIFICATIVA.....	18
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	21
3 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	30
3.1 CARGA DE VENTO.....	30
3.1.1 Velocidade máxima do vento.....	32
3.1.2 Perfil vertical do vento.....	33
3.1.3 Forças estáticas do vento pela NBR 6123/2013 (Forças devidas ao vento em edificações).....	35
3.1.4 CAARC Standard Tall Building	36
3.2 MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO.....	37
3.3 MODELOS PROBABILÍSTICOS.....	39
3.3.1 Distribuição Normal ou Gaussiana $N(\mu; \sigma^2)$	39
3.3.2 Distribuição Log-Normal $LN(\mu \ln X; \sigma \ln X)$	40
3.3.3 Distribuição de Gumbel para máximos	42
4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	45
4.1 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE	47
4.2 MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO FORM.....	49
4.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO FORM.....	54
4.4 FLUXOGRAMA DE ANÁLISE PELO MÉTODO FORM	58
5 MODOS DE FALHA	59
5.1 CONFORTO DOS USUÁRIOS.....	60
5.1.1 Aceleração máxima	61
5.1.2 Deslocamento excessivo	61
5.2 MODOS DE FALHA ASSOCIADOS EM SÉRIE	62
5.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE.....	65
6 METODOLOGIA	67

7 ESTUDO DE CASO	69
8 RESULTADOS	77
9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	84
APÊNDICE A – ROTINA COMPUTACIONAL EM AMBIENTE MATLAB.....	89

1 INTRODUÇÃO

A evolução da engenharia e o rápido processo de urbanização têm modificado a forma de utilização do espaço urbano acarretando o aumento do adensamento e a verticalização das cidades. Com isso, tem se produzido edifícios cada vez mais altos e sensíveis a ação do vento, tornando-se necessário que, além de critérios usuais de segurança, estes edifícios também respeitem níveis mínimos de conforto aos ocupantes.

Blessman (1989) comenta que colapsos estruturais causados pelo vento, em edifícios prontos, geralmente são de pequena monta. No entanto, não são raros danos causados pela carga de vento quando da deformação excessiva dos edifícios, além da existência de diversos relatos de desconforto dos usuários de edifícios altos, em dias de ventos fortes, devido à oscilação da estrutura.

A carga de vento possui natureza variável, de forma que seu impacto sobre uma edificação não pode ser perfeitamente definido. Além da variação temporal da intensidade e inconstância da direção de incidência do vento, ocorre também o aparecimento de forças resultantes do próprio movimento da estrutura e incertezas inerentes às propriedades mecânicas dos materiais e metodologias de construção utilizados.

Quando as incertezas são significativas para a resolução de um problema, pode-se optar por dois caminhos: realizar uma estimativa de forma conservadora através de coeficientes de segurança ou tratar as variáveis como aleatórias, levando em consideração suas incertezas e forma de distribuição probabilística.

Assim, a carga de vento e sua ação sobre uma estrutura são melhor descritas quando tratadas por métodos probabilísticos e a avaliação estrutural sob o efeito dessa carga, realizada via confiabilidade estrutural.

A confiabilidade estrutural tem por objetivo avaliar a probabilidade de falha de um sistema mecânico segundo um cenário. Esse método permite a estimativa da probabilidade de falha para um único componente, para o sistema como um todo, assim como, a análise da influência de cada variável aleatória envolvida no problema, na estimativa da probabilidade de falha (BAROTH et al, 2011).

A probabilidade de falha pode ser encontrada através da integral da função de densidade de probabilidade conjunta sobre um domínio de falha. Para resolver

essa integral, existem três técnicas: resolução direta da integral, métodos de transformação e simulação de Monte Carlo (SILVA, 2010).

A integração direta é pouco utilizada, pois, dependendo da quantidade de variáveis aleatórias envolvidas, a integral se torna inviável em virtude da multidimensionalidade do problema. Além disso, há restrições ao uso da técnica como o conhecimento da função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias, a independência entre elas e sua igual distribuição de probabilidade (SILVA, 2010).

Na prática, raramente se possui observações suficientes para determinar a função conjunta das variáveis. Assim, os métodos de transformação realizam uma aproximação dessas funções utilizando informações já existentes. Entre os principais métodos estão: FOSM – *First Order Second Moment*, FORM – *First Order Reliability Method*, e SORM – *Second Order Reliability Method*.

O método FOSM transforma um vetor de variáveis Gaussianas em um vetor de variáveis aleatórias normais padrão. Este método representa a equação de estado limite por uma função linear através da média e do desvio padrão, admitindo distribuição normal à todas as variáveis aleatórias envolvidas no problema.

O FORM tem como base o método FOSM ao representar a equação de estado limite por uma função linear. No entanto, permite que sejam consideradas as informações estatísticas próprias das variáveis aleatórias, como as distribuições de probabilidade e a correlação entre as variáveis.

O método SORM também permite utilizar as informações estatísticas das variáveis aleatórias, porém, representa a equação de estado limite como superfícies quadráticas.

Por fim, a abordagem do problema de confiabilidade através da simulação de Monte Carlo consiste na geração de valores aleatórios sintéticos para simular artificialmente o comportamento de um sistema. A modelagem de um processo físico pela simulação de Monte Carlo é realizada por meio de uma ou mais funções densidade de probabilidade, que podem ser originadas de dados experimentais ou modelos teóricos (CSEP, 1995).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho é aplicar a análise de confiabilidade estrutural a um edifício alto submetido à ação do vento, assumindo como variáveis aleatórias a velocidade máxima do vento e o módulo de elasticidade do concreto, considerando o conforto humano na avaliação dos modos de falha.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são:

- a) estimar o índice de confiabilidade pelo método FORM, individualmente para os modos de falha de deslocamento excessivo e de aceleração máxima da edificação;
- b) estimar a probabilidade de falha da estrutura pelo método FORM, associando os modos de falha em série.

1.2 JUSTIFICATIVA

Na prática dos projetos estruturais, as incertezas são consideradas de forma indireta através dos coeficientes de segurança que modificam a resistência última transformando-a em valores admissíveis. As normas brasileiras padronizam a utilização de coeficientes parciais, aplicados a valores característicos de resistência e a valores característicos ou nominais de ações, representando uma margem de segurança. A NBR – Norma Brasileira 8681/2004 (Ações e segurança nas estruturas) dita que valores característicos de ações variáveis correspondem a valores que tem de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados no sentido desfavorável, durante um período de 50 anos. Assim, os coeficientes, apesar de acrescentarem segurança ao projeto, não permitem quantificar os riscos, além de não garantir uniformidade da segurança das estruturas projetadas.

Segundo definição de Krishnamoorthi (1992), confiabilidade é a probabilidade de um determinado sistema desempenhar sua função com sucesso e

sem falhas, sob determinadas condições ambientais, durante um período de tempo específico. Assim, pela confiabilidade estrutural é possível desenvolver critérios de projeto que garantam que os riscos de falhas sejam minimamente aceitáveis (SIMIU, 2011).

Desta forma, a aplicação da confiabilidade estrutural a problemas envolvendo variáveis possibilita considerar incertezas que usualmente seriam absorvidas pelos coeficientes de segurança, possibilitando maior controle de seu impacto no sistema através da consideração de variáveis aleatórias, da definição de equações de estado limite e da estimativa de probabilidade de falha para componentes estruturais ou da estrutura como um todo.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em 9 capítulos e um apêndice. No capítulo 1, encontra-se uma breve introdução ao estudo da confiabilidade estrutural e sua importância na utilização em problemas envolvendo incertezas, além dos principais objetivos e justificativa desse estudo.

No capítulo 2, faz-se referência a diversos trabalhos realizados por pesquisadores na área de confiabilidade estrutural e de análise de carga de vento, os quais embasam o presente trabalho.

No capítulo 3, estudam-se as variáveis aleatórias a serem consideradas nesse trabalho: o módulo de elasticidade do concreto e a carga de vento incidente. Apresentam-se também os modelos probabilísticos de distribuição Gaussiana, Log-Normal e de Gumbel, os quais correspondem às distribuições das variáveis aleatórias, respectivamente.

No capítulo 4, estão descritos conceitos de confiabilidade estrutural, assim como o procedimento do método FORM.

No capítulo 5, têm-se a exposição dos modos de falha relacionados ao ELS – Estado Limite de Serviço do edifício e a teoria pertinente a análise dos modos de falha em série.

No capítulo 6, descreve-se a metodologia utilizada no trabalho para análise de confiabilidade e a definição de parâmetros, caracterização das variáveis aleatórias, método abordado, simplificações adotadas e técnica utilizada.

No capítulo 7, descreve-se a aplicação do método FORM na análise da confiabilidade ao edifício teórico CAARC – *Commonwealth Advisory Aeronautical Council Standard Tall Building*, considerando um sistema de conforto aos seus usuários. Estão também descritos e especificados os dados de entrada para a rotina computacional.

No capítulo 8, são discutidos os resultados obtidos para cada modo de falha, assim como para a justaposição dos modos em série, analisando a convergência dos índices de confiabilidade a cada iteração.

No capítulo 9, encerra-se o estudo apresentando as considerações finais e sugestões de pesquisas futuras.

O apêndice apresenta a rotina computacional de análise de confiabilidade estrutural criada em ambiente Matlab R2016a.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Uma variedade de métodos e adaptações sistemáticas para estudo de confiabilidade estrutural podem ser encontrados na literatura estrangeira. Além dos diferentes procedimentos de análise disponíveis, a confiabilidade estrutural também permite sua aplicação à múltiplos problemas da engenharia envolvendo pontes, torres metálicas, mecânica dos solos e elementos estruturais submetidos a incertezas associadas a carregamentos e resistências. Desta forma, através de uma breve revisão de literatura, pretende-se explorar os métodos abordados pelos pesquisadores da área e o tratamento probabilístico dado às variáveis dos problemas.

Kareem (1987) abordou, de forma genérica, a probabilidade envolvida na ação do vento em estruturas. Essa ação em edifícios altos faz surgir uma pressão instantânea que pode ser decomposta em pressão média e nos seus componentes aleatoriamente flutuantes, capazes de ocasionar a vibração retilínea, torcional ou ambas na estrutura. A escolha da distribuição do vento tem implicações na análise de confiabilidade estrutural uma vez que a técnica exige o modelo adequado para que se verifique os erros de modelagem. Análise de vento em locais de clima ameno tem sugerido que a distribuição de Gumbel (ou Valor Extremo Tipo I) fornece um bom ajuste aos dados de velocidade extrema anual de vento.

Em outro estudo, Kareem (1990) abordou procedimentos de análise de confiabilidade estrutural como Monte Carlo direto; Monte Carlo com técnicas de redução da variância na modalidade condicional e antitética; análise de confiabilidade pelo método MFOSM – *Mean Value First Order Second Moment* e AFOSM – *Advanced First Order Second Moment*. Comparando os métodos, analisou a confiabilidade de uma chaminé alta de concreto sob o efeito de carga de vento, combinando ângulos de incidência e valores máximos de velocidade, estáticos e dinâmicos, utilizando a capacidade do momento da seção transversal da chaminé como equação de estado limite. Assim, concluiu que, nesse caso, a aplicação do método AFOSM em conjunto com a simulação de Monte Carlo com técnicas de redução de variância fornece resultados suficientemente precisos para análise de confiabilidade.

Sagrilo (1994) desenvolveu um programa computacional para análise de confiabilidade estrutural de plataformas *offshore* fixas através dos métodos analíticos FORM e SORM utilizando a técnica adaptativa MSR – Método de Superfície de Resposta para o cálculo dos gradientes da função de falha. A análise foi realizada verificando-se dois critérios de falha: o deslocamento horizontal máximo no topo da estrutura e a verificação do *punching shear* em algumas juntas selecionadas. Como variáveis aleatórias considerou-se as propriedades físicas, propriedades geométricas, propriedades hidrodinâmicas, parâmetros do solo e carregamentos. Assim, concluiu que a utilização da técnica MSR em conjunto com o FORM e o SORM mostrou-se bastante satisfatória tanto na precisão dos resultados quanto na eficiência computacional relacionada ao baixo número de análises estruturais necessárias.

Solari (1997) estudou a propagação de incertezas na análise de uma estrutura submetida a força estática do vento, associada à velocidade média, e a força turbulenta, considerando um processo estocástico estacionário gaussiano, utilizando diferentes procedimentos. Entre os métodos empregados estão: CFS – *Closed Form Solution*, *Conditional Probability Method*, FOSM – *First Order Second Moment*, *Second Order Fourth Moment Method* e *Second Order Second Moment Method*. Concluiu que, na presença de incertezas limitadas, expansões de primeira ordem apresentam soluções precisas. Com o aumento das incertezas, expansões de segunda ordem garantem excelentes estimativas de valores médios e razoáveis aproximações do valor eficaz.

Miguel (2003) apresentou um estudo teórico e experimental de um edifício alto com características semelhantes ao edifício CAARC, submetido a carga dinâmica de vento. Os experimentos foram realizados em túnel de vento através de um modelo aeroelástico de dois graus fundamentais de liberdade. Os resultados referentes à resposta longitudinal ao vento foram comparados às formulações da NBR 6123/1988 (Forças devidas ao vento em edificações), e às respostas longitudinal e transversal ao vento foram comparadas às formulações da norma canadense NBCC – *National Building Code of Canada* 1985.

Chaves (2004) desenvolveu um programa computacional para determinação da seção transversal ótima, quando totalmente comprimida, de pilares de concreto armado, estimando índices de confiabilidade para um estado limite. A metodologia utilizada para estimativa do índice de confiabilidade da estrutura foi o MSR, o qual

forneceu melhores resultados utilizando polinômios de baixa ordem como função aproximadora representativa da superfície de ruptura.

Czarnobay (2006) realizou testes com o modelo do edifício CAARC em túnel de vento, comparando as respostas do sistema estrutural com e sem a utilização de atenuadores dinâmicos sintonizados para amortecimento. Percebeu que os picos de deslocamento do ponto de ressonância por desprendimento de vórtices nos edifícios com atenuadores estão deslocados em relação ao pico do modelo sem atenuador. Isso se deve ao aumento de massa e conseqüente diminuição da frequência natural de oscilação ao adicionar o atenuador no topo da edificação.

Hatashita (2007) utilizou o método FORM na análise de confiabilidade de torres de transmissão de energia elétrica quando sujeitas à carga de vento. Utilizando as normas de projeto, definiu as cargas de peso próprio, peso dos cabos e cargas de vento a serem impostas à torre, a qual foi dimensionada no *software* SAP 2000. O resultado do dimensionamento foi utilizado como dado de entrada na rotina computacional de estimativa de confiabilidade para as barras da torre. Para a variável de solicitação devido ao peso assumiu-se a distribuição normal, para a variável de resistência dos componentes da torre conferiu-se a distribuição Log-Normal e para os esforços devido às forças causadas por ventos fortes, a distribuição de Gumbel.

Gonçalves Junior (2008) propôs um método de cálculo, através de elementos finitos e análise não-linear com modelo constitutivo de dano, considerando a variabilidade inerente dos materiais e as incertezas de modelo a um prisma formado por três blocos de concreto sujeitos à compressão. O trabalho engloba a não linearidade física, ou seja, quando a rigidez do material deixa de ser considerada constante e passa a ser função dos deslocamentos. Considerou como variáveis de projeto: a tensão máxima, a deformação na tensão máxima e o módulo de elasticidade.

Vanhazebrouck (2008) desenvolveu um procedimento para análise de confiabilidade estrutural em dutos pressurizados com defeitos de corrosão utilizando o método FORM, primeiramente considerando como variáveis aleatórias a profundidade inicial do defeito, o diâmetro da tubulação, o comprimento inicial do defeito, a pressão do fluido, a tensão de escoamento ou tensão última do material do duto, a espessura da parede da tubulação, a taxa de corrosão radial e a taxa de corrosão longitudinal. Através de uma análise do fator de importância de cada

variável, concluiu que alguma dessas variáveis poderiam ser tratadas como variáveis determinísticas, poupando esforço computacional.

Zhang, Li e Peng (2008) utilizaram o PDEM – *Probability Density Evolution Method* para a análise de confiabilidade de edifícios altos sob o efeito da carga dinâmica do vento como meio alternativo às dificuldades encontradas em obter a função densidade de probabilidade por métodos abordados por Kareem (1990) e Solari (1997). Estudaram a componente flutuante da velocidade do vento por *Stochastic Fourier Spectrum* que, de acordo com a definição de processo aleatório, pode ser definido como um conjunto de funções de amostra do espectro de Fourier obtidos em um conjunto de experiências. Além disso, supondo não correlacionadas, utilizaram como variáveis aleatórias o parâmetro de rugosidade do terreno e a velocidade média do vento a uma altura de 10 metros, caracterizando-as pela distribuição de probabilidade Log-Normal e distribuição de Gumbel, respectivamente.

Cordeiro (2009) desenvolveu um procedimento com base na teoria da confiabilidade estrutural aplicando os métodos FORM e SORM para estimar a probabilidade de falha de dutos com defeitos de corrosão. Considerou como variáveis aleatórias o diâmetro e espessura do duto, a tensão última e de escoamento do material do duto, o comprimento e profundidade do defeito e a pressão interna do duto, analisados através da equação de falha definida em termo da pressão interna do duto. Comprovou que a diferença entre o FORM e o SORM pode ser percebida apenas para períodos de exposição superiores a 40 anos e essas diferenças tornam-se maiores quando a probabilidade de falha é superior a 0,1.

Ribeiro (2009) analisou a probabilidade de falha e o índice de confiabilidade de 81 vigas de concreto armado com plástico reforçado por fibras através da simulação de Monte Carlo. Utilizando os modos de falha de ruptura do plástico reforçado por fibras e de esmagamento do concreto, estipulou como variáveis aleatórias: a dimensão da seção transversal, a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração, o módulo de elasticidade do plástico reforçado por fibras, a carga permanente e a sobrecarga. Comparando os resultados obtidos utilizando a simulação de Monte Carlo e o calculado pelo índice de confiabilidade de Cornell, usualmente utilizado devido a sua simplicidade, concluiu que este superestima os valores para a confiabilidade estrutural.

De forma generalizada, Pagnini (2010) avaliou a confiabilidade de estruturas através de um estudo de caso aplicando carga de vento a um prédio alto, com velocidade máxima anual descrita pela distribuição de Weibull e as flutuações turbulentas descritas por um processo aleatório estacionário gaussiano. Determinou-se a resposta estrutural pelo método CFS e, através da análise de diferentes níveis de incertezas, concluiu que a precisão do modelo é pouco afetada pela quantidade de variáveis envolvidas permitindo que seja levado em consideração qualquer parâmetro que se queira incluir.

Sartori (2010) compara duas técnicas utilizadas em testes de túnel de vento em um modelo reduzido do edifício CAARC. A primeira é o método experimental de Integração de Pressões em Alta Frequência baseado na medição simultânea de pressões dinâmicas e posteriormente na integração dessas pressões para encontrar forças dinâmicas a serem utilizadas em conjunto com um modelo numérico. A segunda consiste na utilização de uma base flexível para modelagem aeroelástica de edifícios, permitindo a medida de deslocamentos no topo ou momentos fletores na base.

Gao et al (2011) propuseram um método de perturbação híbrida e técnicas de simulação de Monte Carlo para determinar o intervalo das respostas estáticas e a confiabilidade dos sistemas estruturais, através da fusão entre aleatoriedade e intervalos de parâmetros. Utilizaram-se da abordagem da perturbação para desenvolver os valores médios, desvio padrão e maiores momentos de resposta da estrutura. Os limites máximos e mínimos foram determinados pela simulação de Monte Carlo e as análises estáticas e dinâmicas determinadas pela *Mixed Perturbation Monte Carlo Method*. Demonstraram a metodologia estudada em três exemplos: uma estrutura de 12 barras em *steel frame* com área de seção transversal retangular, a resposta estática de uma treliça espacial e análise de confiabilidade de treliça plana.

Marchi (2011) estudou sobre a variabilidade do módulo de elasticidade do concreto associada a fatores intrínsecos à produção do material concluindo que, sendo o módulo de elasticidade função da resistência à compressão, deve-se atribuir à propriedade uma característica probabilística. Segundo o trabalho, utilizando o modelo empírico proposto pela NBR 6118/2007, há uma probabilidade de 7,5% do não atendimento ao especificado em norma para valores de resistência característica de 25 MPa e de 10,4% para resistências de 30 MPa.

Smith e Caracoglia (2011) apresentaram um algoritmo numérico para simulação da resposta dinâmica de edifícios altos sob ação de turbulência, utilizando o método de integração por Monte Carlo, considerando o conforto dos ocupantes através do deslocamento lateral máximo do topo do edifício. Testaram o algoritmo ao edifício CAARC e compararam o resultado aos valores obtidos na literatura por testes de túnel de vento realizados em laboratórios.

Spence e Giofrè (2011) desenvolveram um procedimento de otimização baseado em confiabilidade em que decomuseram em dois subproblemas a análise de confiabilidade e a iteração determinística de otimização, a fim de garantir uma maior eficiência com relação às abordagens tradicionais. O modelo de confiabilidade combinou informações aerodinâmicas de edifícios e informações climatológicas locais, representando a natureza não linear das equações de estado limite. Aplicaram o procedimento a um edifício, com estrutura em aço e nós rígidos nos andares, considerando a translação na direção longitudinal, o qual simularia presença de diafragmas de piso rígido, sob carga de vento extremo tridimensional.

Vanin (2011) buscou determinar a resposta dinâmica do edifício teórico CAARC e de um edifício real residencial em concreto armado, em termos de suas componentes média e flutuantes, para torção e deslocamentos longitudinais e transversais à direção do vento, utilizando modelos em escala reduzida para ensaios de túnel de vento e uma balança dinâmica de três graus de liberdade. Compararam os resultados obtidos com os experimentos presentes na literatura e os métodos teóricos-numéricos da norma brasileira.

Huang et al (2012) analisaram a otimização baseada no desempenho de confiabilidade de edifícios altos, através do método FORM e simulação de Monte Carlo, considerando as incertezas de vibração induzida por um carregamento de vento com velocidade máxima anual pela distribuição de Gumbel para máximos. Dissociaram o problema de otimização baseado em confiabilidade em dois subproblemas, utilizando a abordagem da confiabilidade inversa e algoritmos de critérios ótimos, respectivamente. Tanto a massa quanto a rigidez da estrutura foram tratadas como variáveis determinísticas, e o amortecimento, como variável de distribuição Log-Normal. Considerando o conforto de ocupantes de edifícios altos, os autores utilizaram como principais modos de falha a deflexão lateral e a vibração excessiva da estrutura.

Awruch e Gomes (2013) propuseram uma metodologia de análise de confiabilidade em estruturas de concreto armado incluindo efeitos estocásticos de propriedades dos materiais. Através da equação de estado limite correspondente a flecha no centro do vão, estudaram uma viga de concreto armado sob a influência de um carregamento determinístico uniforme de curta e longa duração. Utilizando o método FORM, concluíram que índices de confiabilidade para cargas de longa duração são menores que para cargas instantâneas. Analisaram também o efeito da corrosão ao longo do tempo, utilizando o modelo de Monte Carlo com amostragem por importância, observando que, sem qualquer manutenção, a probabilidade de falha limite é atingida em 80 anos.

Xu e Bai (2013) analisaram a confiabilidade para uma torre de resfriamento de grandes proporções considerando como variáveis aleatórias o módulo de elasticidade do concreto, a velocidade do vento a uma altura de 10 metros do solo e a rugosidade do terreno. Considerou-se o módulo de elasticidade representado por uma curva de distribuição normal, a velocidade do vento pela distribuição de Gumbel e a rugosidade do terreno por uma Log-Normal. Encontrou-se boa concordância de resultados pelo método PDEM e pela Simulação de Monte Carlo, no entanto, a combinação de aleatoriedade das propriedades do material e da carga de vento ocasionou distorção da distribuição de densidade de probabilidade correspondendo a uma diminuição da confiabilidade total da torre e, conseqüentemente, um aumento da probabilidade de falha.

Castillo et al (2014) analisaram e discutiram modelos utilizados na engenharia para reproduzir variáveis estruturais aleatórias sob o ponto de vista probabilístico e físico. Para problemas envolvendo a velocidade de vento, normalmente são utilizadas distribuições de extremos como Weibull, Fréchet ou Gumbel. Em exemplo, provaram que a distribuição Qui-Quadrado não é adequada para modelar o problema devido a sua instabilidade no que corresponde mudança de escala. O mesmo ocorre com distribuições Exponenciais, Gama e Log-Normal que, apesar de estáveis quanto à escala, não o são com relação a mudanças de localização. O interesse prático para essa estabilidade está no fato de que muitas variáveis aleatórias estruturais são assumidas como a soma de componentes determinísticos e componentes aleatórios representando um mesmo instante. Desta forma, distribuições probabilísticas sem estabilidade de localização causariam

inconsistência no modelo ao não conseguir compatibilizar o comportamento dos dois componentes para um mesmo momento.

Ferrareto et al (2015) apresentaram uma avaliação probabilística do conforto humano, em prédios altos submetidos à carga de vento, comparando o índice de confiabilidade de um andar-alvo, correspondente a graus de possíveis reações dos ocupantes, com o índice de confiabilidade do edifício, calculado em função da média e do coeficiente de variação da aceleração anual máxima, com o limite de percepção. A comparação desses índices infere a necessidade de mudança nos parâmetros de projeto do edifício.

Mafioleti et al (2015) apresentaram um método probabilístico alternativo com base no método FORM para análise no plano bidimensional da estabilidade de taludes de aterros utilizando, como equação de estado limite, o fator de segurança de Bishop Simplificado. As variáveis aleatórias consideradas foram a coesão efetiva e o ângulo de atrito interno efetivo da argila da fundação do aterro. O método mostrou-se eficaz, no entanto, concluíram que o índice de confiabilidade encontrado estava superestimado provavelmente pela pequena quantidade de amostras existentes das variáveis aleatórias escolhidas.

Salvatori et al (2015) desenvolveram um procedimento de avaliação probabilística do desempenho sísmico de torres de alvenaria utilizando simulações de Monte Carlo para estimativa da probabilidade de falha da estrutura. Para isso, consideraram como variável o módulo de elasticidade, a resistência à compressão, o fator de ductilidade e a densidade de massa; e como principal critério de falha, a tensão última de compressão. O trabalho aborda a propagação das incertezas decorrentes das propriedades dos materiais, assim como, a aleatoriedade da intensidade do terremoto de forma estática e não linear, a fim de que a aceleração do leito rochoso seja a única medida de intensidade do sismo.

A partir desses estudos é possível perceber que a consideração de incertezas nos problemas de engenharia vem sendo amplamente discutido, analisando-se a importância das variáveis aleatórias, abordando diferentes métodos de cálculo e estipulando estados limites com o objetivo de encontrar um modelo que represente a realidade da melhor forma possível.

Pela completude de seus trabalhos, Kareem (1990) e Sagrilo (1994) foram determinantes na escolha do FORM para análise de confiabilidade estrutural devido a simplicidade e versatilidade da aplicação do método a problemas de engenharia.

Quanto à utilização da velocidade máxima do vento como variável aleatória, Smith e Caracoglia (2011) e Castillo et al (2014) colaboraram para a escolha da distribuição de probabilidade de Gumbel como a que melhor se adequa ao comportamento dessa variável. Xu e Bai (2013) serviram de base para a análise do módulo de elasticidade do concreto como variável aleatória e seu impacto junto à variável velocidade do vento. Além disso, a análise de conforto humano em edifícios altos de Huang et al (2012) e Ferrareto et al (2015) colaboraram na definição das equações de estado limite.

Portanto, esse estudo da variável aleatória carga de vento em conjunto com o módulo de elasticidade, envolvendo dois modos de falha de um edifício, associados em série, procura colaborar com a consolidação dos conhecimentos a respeito das incertezas inerentes a problemas de engenharia através da metodologia da confiabilidade estrutural.

3 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Incertezas existem na engenharia, tanto nos parâmetros estruturais relacionados à deterioração e às tolerâncias construtivas, quanto na determinação de cargas externas como força do vento, ondas do mar e sismos (GAO et al, 2011).

Por sua natureza não-determinística, essas incertezas podem ser associadas a variáveis aleatórias contínuas, as quais têm sua variabilidade modelada por função densidade de probabilidade. Quando integrada, essa função permite calcular a probabilidade da variável assumir um valor dentro de determinado intervalo.

3.1 CARGA DE VENTO

No Brasil, as condições exigíveis na determinação da intensidade da carga do vento para cálculo estrutural, considerando a ação estática e dinâmica, são padronizadas pela NBR 6123/2013 (forças devidas ao vento em edificações).

Segundo a norma, os efeitos dinâmicos devido à turbulência atmosférica são apresentados por flutuações, conhecidas por rajadas, em torno da velocidade média do vento. Admite-se que a velocidade média se mantém constante durante um intervalo de tempo entre 10 minutos e uma hora, produzindo uma resposta média puramente estática, enquanto as flutuações da velocidade produzem oscilações na direção da velocidade média, chamadas de resposta flutuante. De acordo com Merce et al (2007), a NBR 6123/2013 adota uma relação entre pressão média e pressão de pico onde 48% da pressão total possui comportamento constante, enquanto os restantes 52% da pressão total referem-se a pressões flutuantes.

A influência da resposta flutuante em edificações com período fundamental igual ou inferior a um segundo é pequena. Seus efeitos são considerados, no cálculo da pressão dinâmica, através da determinação do intervalo de tempo do fator S_2 presente na NBR 6123/2013, o qual combina efeitos da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação.

Para período fundamental superior a um segundo (ou frequências naturais de vibração inferiores a 1,0 Hz), a resposta flutuante da estrutura é relevante, pois,

segundo Carril Júnior (2000), a energia das rajadas de vento é maior nessa faixa de frequência. Nesses casos, a resposta dinâmica total será resultado da superposição das respostas média e flutuante.

Blessmann (1995) explica que as flutuações têm origem na agitação do escoamento médio causado pela rugosidade da superfície terrestre, ocasionando uma sequência aleatória de frequências e intensidades. Quando aplicado à engenharia civil, admite-se que as rajadas constituam um processo aleatório estacionário ergódico.

O processo é estacionário quando seus parâmetros estatísticos como média, variância e correlação não são alterados com o tempo, não existindo tendência de aumento ou redução. A ergodicidade é caracterizada se qualquer desses parâmetros estatísticos puder ser obtido por meio de uma única realização do processo (BARROS, 2000). Essas características podem ser melhor entendidas pela Figura 1, sendo que $X(t)$ corresponde ao processo estocástico formado pelas funções amostras $X(t, \zeta_n)$, onde t é o tempo e ζ_n é uma variável dependente do tempo. Ao amostrar $X(t)$ nos instantes t_1 e t_2 , obtêm-se as variáveis aleatórias X_1 e X_2 compostas pelos diversos valores encontrados da solução de cada função amostra. Por definição, a tendência central de um processo aleatório é tomada no conjunto de funções amostra através do processo, chamada de estatística de valor esperado. O valor esperado representa um valor médio ponderado pela distribuição de probabilidade de uma variável. Para processos ergódicos, o valor esperado de uma variável, será idêntica às médias temporais obtidas ao longo do processo, a partir de uma única função amostra (GUIMARÃES, 2007; BECK, 2012).

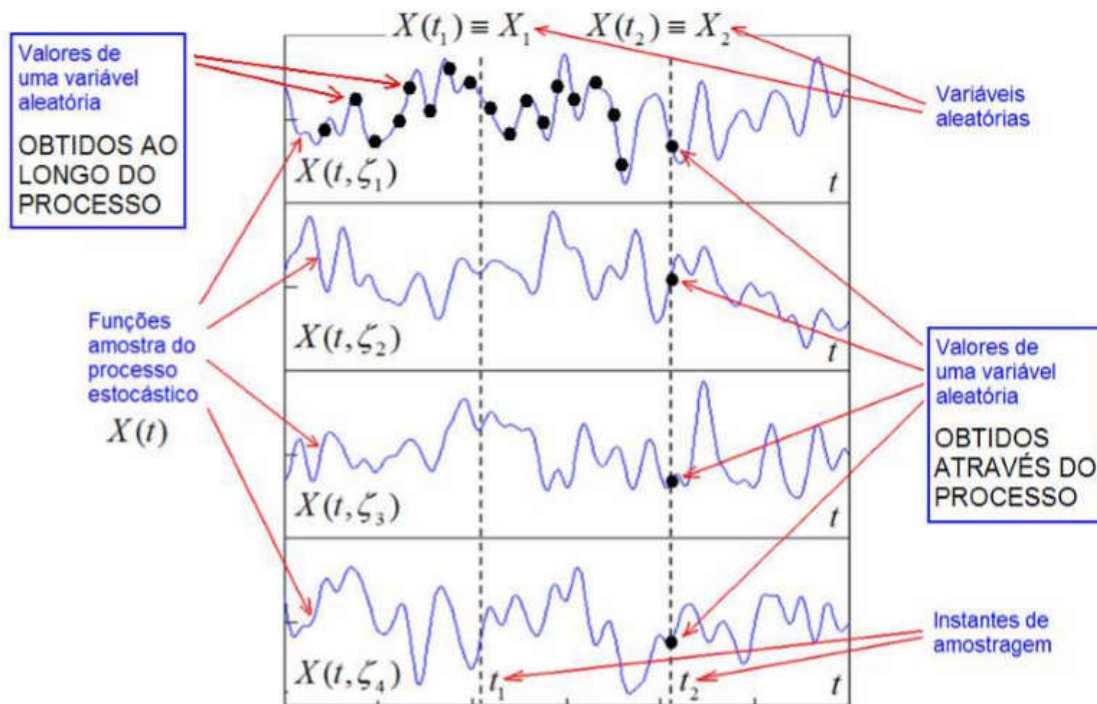


Figura 1 - Processo aleatório estacionário ergódico.
 Fonte: Guimarães (2007, p. 12).

Beck (2012) afirma que, para se abordar de forma apropriada um problema de confiabilidade estrutural, deve-se levar em consideração a variabilidade dos carregamentos em estruturas ao longo do tempo por processos estocásticos. No entanto, em problemas envolvendo um único carregamento, interessa-se pelo valor máximo de carregamento atingido ao longo de determinado período de tempo. Desta forma, o valor máximo de um processo estocástico, em um intervalo de tempo, pode ser representado por uma única variável aleatória, permitindo a resolução do problema independentemente do tempo. Isso não ocorre para problemas onde haja carregamentos atuando simultaneamente na estrutura, os quais deverão ser representados por um vetor de processo estocástico.

3.1.1 Velocidade máxima do vento

Para um melhor dimensionamento de estruturas sensíveis à ação do vento, são realizados testes aerodinâmicos em túnel de vento utilizando informações de velocidade extrema local.

Segundo Simiu (2011), para se estimar extremos através de dados de velocidade de vento, pode-se utilizar duas abordagens do problema: temporal ou de picos acima do limite.

A abordagem temporal utiliza uma função de distribuição acumulada de probabilidade para representar um conjunto de dados de maiores velocidades de vento registradas em um local, em um intervalo de tempo fixo e consecutivo, geralmente correspondente a um ano. Sendo x um valor da variável aleatória X , a função de distribuição acumulada é a probabilidade de que a variável aleatória assumira qualquer valor menor do que x , sendo possível obter a maior velocidade de vento anual para cada período de registro.

Na abordagem de um problema através de picos acima do limite, uma função de distribuição acumulada é adequada a todas as velocidades de vento independentes, não pertencentes ao mesmo sistema de tempestade, e que excedam um determinado limite.

3.1.2 Perfil vertical do vento

Segundo Blessmann (1995), para grandes intervalos de tempo (10 minutos a uma hora) deve-se utilizar a Lei Logarítmica de Prandtl para a descrição do perfil de velocidades médias. Essa lei é aplicável até 100 metros de altura, dentro da chamada camada superficial, baseando-se em duas hipóteses: as tensões de cisalhamento permanecem constantes ao valor que possui junto à superfície e a distância média percorrida na direção vertical ao escoamento por uma partícula de fluido até adquirir a velocidade da região para a qual se deslocou, chamado comprimento de mistura, é proporcional à altura sobre o terreno. Para curtos intervalos de tempo, a Lei Potencial possui boa concordância com dados experimentais na descrição do perfil vertical do vento, conforme equação:

$$\bar{V}(z) = \bar{V}(z_{ref}) \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^p \quad (1)$$

onde $\bar{V}(z)$ e $\bar{V}(z_{ref})$ são a velocidade média do vento nas cotas z e z_{ref} , quaisquer dentro da camada limite atmosférica, sendo z_{ref} uma altura de referência e p o

expoente da Lei Potencial. A definição desse expoente depende de diversos parâmetros como a elevação do solo, o horário do dia, estação, natureza do terreno, velocidade do vento, temperatura e diversos outros parâmetros mecânicos e térmicos (MANWELL et al., 2002).

A Tabela 1 apresenta alguns expoentes p da Lei Potencial aplicável até a altura gradiente z_g que define o contorno superior da camada atmosférica, especificados pelo *American Society of Civil Engineers* na *ASCE 7 Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures*, na versão de 1993 para velocidades de vento constantes, e nas versões de 1995 a 2010 para picos de rajadas de três segundos:

Tabela 1 – Expoentes da Lei Potencial para diferentes terrenos segundo ASCE

Terreno em Exposição		Centro urbano	Subúrbio e cidade pequena	Terreno aberto	Superfície da água
ASCE 7-93	p	0,33	0,22	0,14	0,10
	z_g (m)	457	366	274	213
ASCE 7	p	-	0,14	0,10	0,09
	z_g (m)	-	366	274	213

Fonte: Adaptado de Simiu (2011, p. 124).

Velocidade constante é definida como a velocidade média do vento ao longo de intervalos da ordem de um minuto, enquanto velocidade de pico de rajada de três segundos corresponde a maior velocidade de uma tempestade, calculada pela média de três segundos (SIMIU, 2011).

Representativamente, verifica-se na Figura 2 que a velocidade do vento é menor perto da superfície do terreno devido ao atrito com o ar em movimento e, conforme a altura aumenta, essa fricção torna-se cada vez mais fraca gerando velocidades maiores. Além disso, percebe-se também que o perfil vertical da velocidade varia conforme o tipo de terreno ao qual está submetido e o tempo de incidência do vento (velocidades constantes ou rajadas).

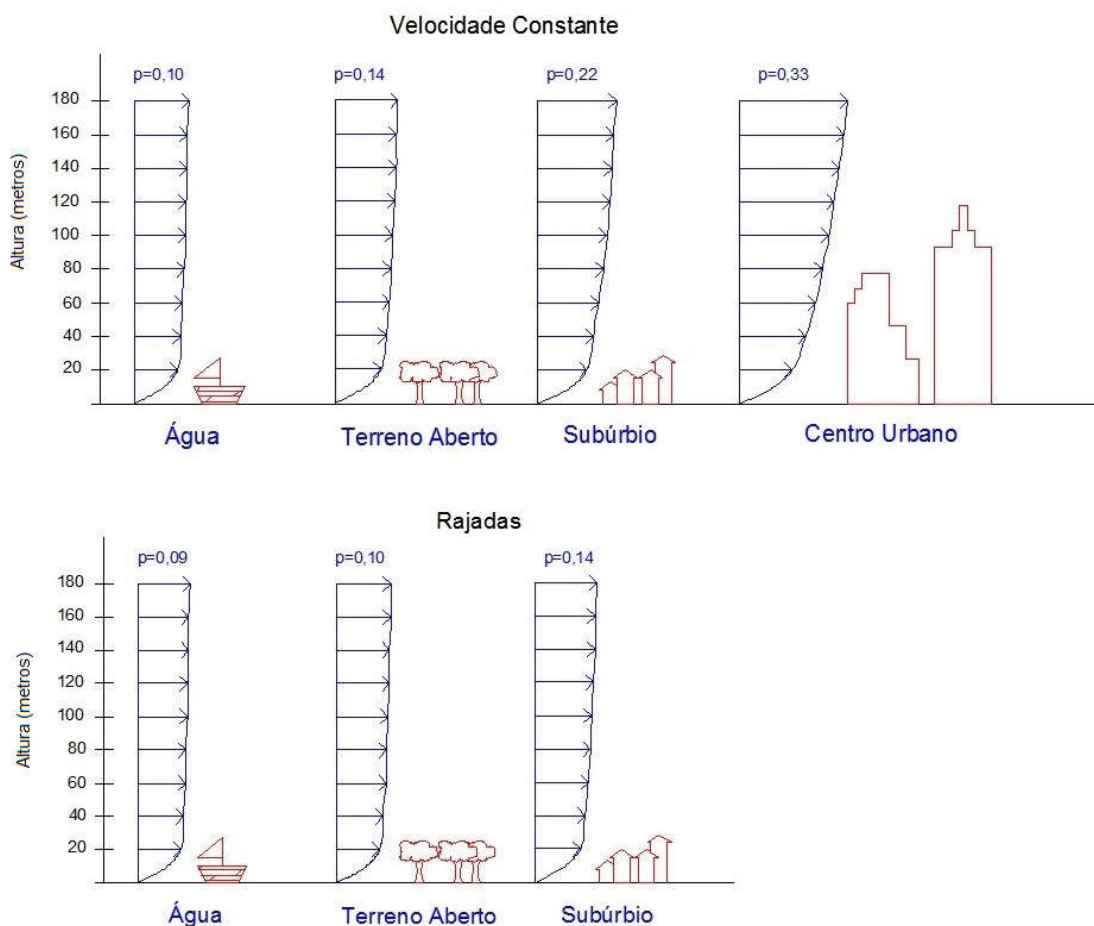


Figura 2 – Representação do perfil vertical do vento pela Lei Potencial utilizando expoentes da ASCE.
Fonte: Elaborado pela autora.

3.1.3 Forças estáticas do vento pela NBR 6123/2013 (Forças devidas ao vento em edificações)

A norma estabelece que as forças estáticas devidas ao vento são determinadas da seguinte forma:

- a) determina-se a velocidade básica do vento V_0 (m/s), velocidade de uma rajada de 3 segundos excedida na média uma vez em 50 anos, a 10 metros acima do terreno, adequada ao local onde a estrutura será construída;
- b) encontra-se a velocidade característica do vento V_k da multiplicação da velocidade básica V_0 pelos fatores S1, S2 e S3, que ponderam a topografia do local, a rugosidade do terreno, as dimensões da

edificação, a altura sobre o terreno e conceitos estatísticos de vida útil da edificação e grau de segurança;

- c) a partir da velocidade característica, define-se a pressão dinâmica pela Equação (2), em N/m²:

$$q = 0,613 \cdot V_k^2 \quad (2)$$

- d) a componente da força global na direção do vento pode ser obtida pela força de arrasto F_a (N), conforme Equação (3), onde C_a é o coeficiente de arrasto, dependente da dimensão da estrutura, e A_e é a área frontal efetiva correspondente a área da edificação perpendicular à direção do vento, em m²:

$$F_a = C_a \cdot q \cdot A_e \quad (3)$$

3.1.4 CAARC Standard Tall Building

O *CAARC Standard Tall Building* é um modelo de edifício alto experimental, com especificações padronizadas, utilizado para a comparação de simulação do vento natural em testes de túneis de vento. As especificações do modelo foram propostas em 1969, em um encontro do *Commonwealth Advisory Aeronautical Research Council Coordinators in the Field of Aerodynamics*, conselho criado na Austrália para coordenar o desenvolvimento da tecnologia de defesa na engenharia aeronáutica, com o objetivo de desenvolver melhores técnicas e trazer maior confiança aos resultados (MELBOURNE, 1980).

Segundo Melbourne (1980), o edifício possui forma de um prisma retangular de base 30,48 metros por 45,72 metros e altura de 182,88 metros. O topo é plano, sem parapeitos, e as paredes externas não apresentam quaisquer detalhes geométricos, conforme ilustrado na Figura 3.



Figura 3 – Dimensões do CAARC.
Fonte: Elaborado pela autora.

Quanto às propriedades dinâmicas, é considerado apenas o modo fundamental de vibração. A frequência natural a ser utilizada é de 0,2 Hz em torno dos dois principais eixos no nível do solo. A massa é distribuída uniformemente a uma taxa de 160 kg/m^3 e a razão de amortecimento estrutural é de 1% , para propósitos de comparação de resultados. Sugere-se que o expoente p da Lei Potencial que representa o perfil vertical do vento seja em torno de 0,28 referente a um vento natural soprando por um longo terreno de floresta ou urbano com altura de construções na faixa de 6 a 15 metros (MELBOURNE, 1980).

3.2 MÓDULO DE ELASTICIDADE DO CONCRETO

O módulo de elasticidade ou módulo de Young é a razão entre uma tensão aplicada sobre um corpo e sua deformação elástica (MEHTA E MONTEIRO, 2008).

Segundo Cunha et al (2004), o módulo de elasticidade do concreto governa a deformabilidade da estrutura ao longo de sua vida útil. Se a estrutura entra em carga com um módulo de elasticidade muito baixo, as flechas podem alcançar valores da ordem do dobro ao quántuplo de seus valores no momento da desforma.

As características elásticas de um material são uma medida de sua rigidez, determinante para o cálculo das deformações a que uma estrutura estará submetida. No caso do concreto, o material possui heterogeneidade devido à interação de um material rígido, o agregado, e outro poroso e flexível, a pasta. Helene e Terzian (1993) complementam que o comportamento do concreto depende da composição, características e naturezas de todos os seus materiais constituintes obtidos da mistura de cimento, água, agregados miúdos e graúdos, sendo passível de apresentar certa dispersão em torno de um valor médio.

Além da natureza do agregado e da pasta, outros fatores interferem na determinação do módulo de elasticidade do concreto, entre eles o método de ensaio, tensões limites de elasticidade, geometria dos corpos de prova e grau de saturação do concreto (PACHECO et al., 2014).

No Brasil, consideram-se dois módulos de elasticidade: o módulo de deformação tangencial inicial obtido aos 28 dias de idade e o módulo de deformação secante, ambos podendo ser obtidos pelo método de ensaio da NBR 8522/2008 ou estimados por expressões presentes na NBR 6118/2014. Considerando o uso de granito como agregado graúdo, a NBR 6118/2014 apresenta tabela de valores estimados de módulo de elasticidade em função da resistência característica à compressão do concreto:

Tabela 2 – Valores estimados pela NBR 6118 de módulo de elasticidade em função da resistência característica do concreto.

Classe de resistência do concreto	C20	C25	C30	C35	C40
Módulo de deformação tangente inicial (kN/m ²)	25x10 ⁶	28x10 ⁶	31x10 ⁶	33x10 ⁶	35x10 ⁶
Módulo de deformação secante (kN/m ²)	21x10 ⁶	24x10 ⁶	27x10 ⁶	29x10 ⁶	32x10 ⁶
Parâmetro do agregado	0,85	0,86	0,88	0,89	0,90

Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118 (2014, p. 25).

Para a verificação de estados limites de serviço, usualmente emprega-se a análise linear que consiste em admitir um comportamento elástico-linear para os materiais. Ainda, segundo a NBR 6118/2014, para o cálculo da rigidez dos elementos estruturais permite-se, como aproximação, tomar o módulo de elasticidade secante e o momento de inércia da seção bruta de concreto.

3.3 MODELOS PROBABILÍSTICOS

3.3.1 Distribuição Normal ou Gaussiana

Uma variável aleatória X possui distribuição normal quando sua função densidade de probabilidade for dada pela Equação (4) cujos parâmetros são a média μ e o desvio padrão σ .

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in R \\ \mu \in R \\ \sigma \in R_+^* \end{array} \right. \quad (4)$$

A distribuição normal possui simetria em relação à média μ e sua função de distribuição acumulada pode ser representada pela integral da função densidade de probabilidade, conforme expressão:

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{w-\mu}{\sigma}\right)^2} dw \quad \left\{ w \in R \right. \quad (5)$$

No entanto, essa integral não possui solução analítica e, geralmente, resolve-se de forma numérica em termos de uma distribuição normal com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$, chamada de distribuição normal padronizada (BECK, 2012).

Para isso, a variável normal X deve ser transformada em uma variável normal padrão Y pela fórmula:

$$Y = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (6)$$

onde a função densidade de probabilidade e a função de distribuição acumulada podem ser representadas, respectivamente, pelas Equações (7) e (8), e graficamente pela Figura 4.

$$f_Y(y) = \varphi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \quad \left\{ \begin{array}{l} y \in \mathbb{R} \end{array} \right. \quad (7)$$

$$F_Y(y) = \Phi(y) = \int_{-\infty}^y \varphi(w) dw \quad \left\{ \begin{array}{l} w \in \mathbb{R} \end{array} \right. \quad (8)$$

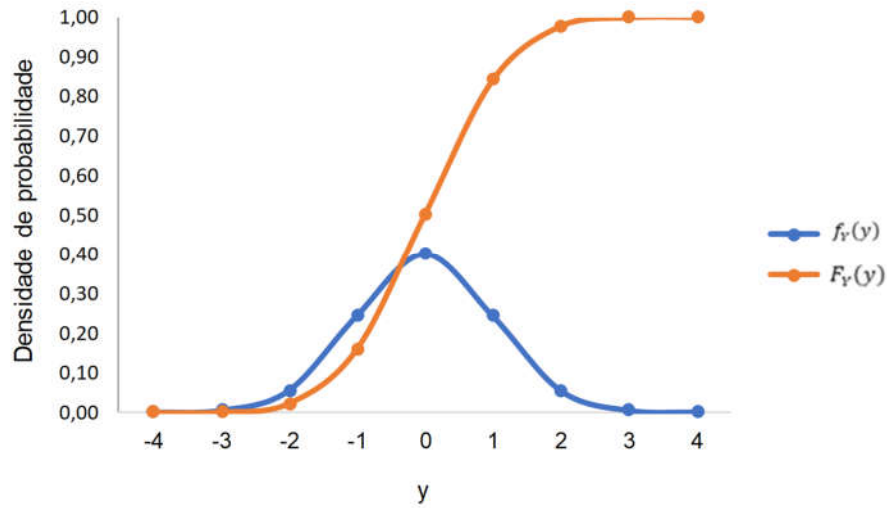


Figura 4 - Distribuição normal padronizada.
Fonte: Elaborado pela autora.

3.3.2 Distribuição Log-Normal

Uma variável aleatória X tem distribuição Log-Normal se sua função densidade de probabilidade for dada pela Equação (9) e a função de distribuição acumulada for dada pela Equação (10).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{x \cdot \sigma_{\ln X}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}} \right)^2} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}_+^* \\ \mu_{\ln X} \in \mathbb{R}_+ \\ \sigma_{\ln X} \in \mathbb{R}_+^* \end{array} \right. \quad (9)$$

$$F_X(x) = \Phi \left[\frac{\ln x - \mu_{\ln X}}{\sigma_{\ln X}} \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in \mathbb{R}_+^* \\ \mu_{\ln X} \in \mathbb{R}_+ \\ \sigma_{\ln X} \in \mathbb{R}_+^* \end{array} \right. \quad (10)$$

Esse modelo probabilístico depende de dois parâmetros $\mu_{\ln X}$ e $\sigma_{\ln X}$ referentes a média e ao desvio padrão log-normais, respectivamente, e que podem ser encontradas pelas equações:

$$\sigma_{\ln X} = \sqrt{\ln \left[1 + \left(\frac{\sigma}{\mu} \right)^2 \right]} \quad (11)$$

$$\mu_{\ln X} = \ln(\mu) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln X}^2 \quad (12)$$

As Figuras 5 e 6 apresentam, respectivamente, o comportamento das funções densidade de probabilidade e de distribuição acumulada log-normal para diferentes médias μ e desvios padrão σ . Percebe-se que a função densidade de probabilidade somente admite valores positivos e não nulos para a variável aleatória X .

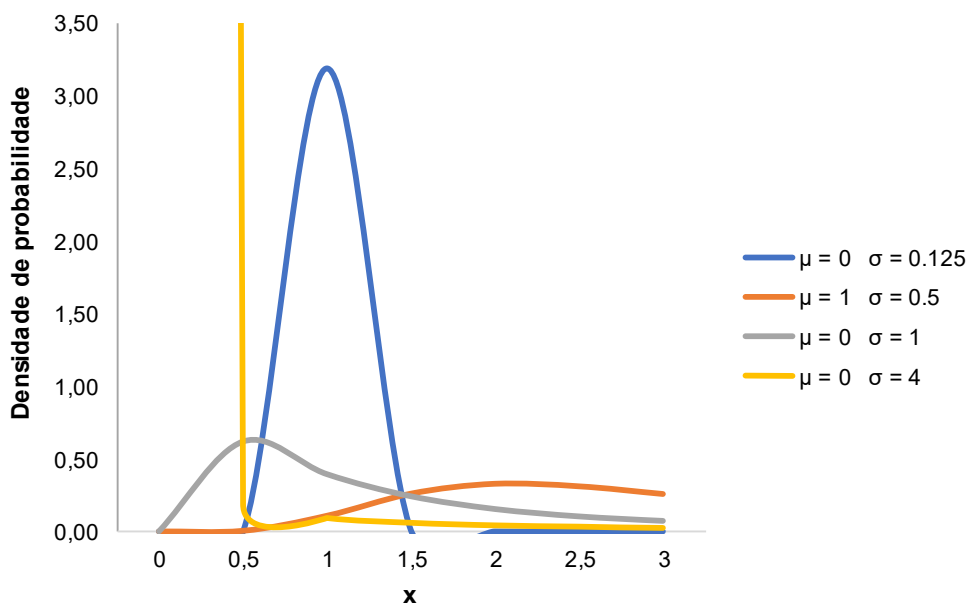


Figura 5 - Função densidade de probabilidade log-normal.
Fonte: Elaborado pela autora.

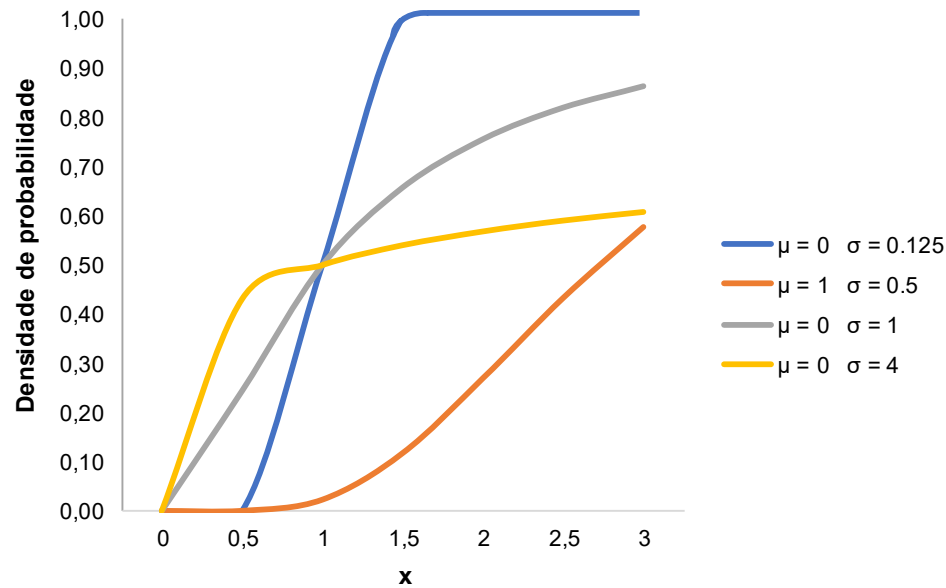


Figura 6 – Função de distribuição acumulada log-normal.
Fonte: Elaborado pela autora.

3.3.3 Distribuição de Gumbel para máximos

A distribuição de Gumbel para máximos, também conhecida como distribuição de Valor Extremo Tipo I, é uma distribuição limite para representar valores máximos de uma variável aleatória X com função densidade de probabilidade, conforme Equação (13), e sua forma acumulada, de acordo com a Equação (14):

$$f(x) = \varepsilon \cdot e^{-e^{-\varepsilon(x-u)}} \cdot e^{-\varepsilon(x-u)} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in R \\ u \in R \\ \varepsilon \in R_+^* \end{array} \right. \quad (13)$$

$$F(x) = e^{-e^{-\varepsilon(x-u)}} \quad \left\{ \begin{array}{l} x \in R \\ u \in R \\ \varepsilon \in R_+^* \end{array} \right. \quad (14)$$

Os parâmetros de distribuição são: u , parâmetro de posição, e ε , parâmetro de escala. Quando $u = 0$ e $\varepsilon = 1$, a distribuição é chamada de Gumbel padrão. Esses parâmetros são estimados a partir de observações de amostras, podendo, no entanto, também ser determinados pelas Equações (15) e (16), sendo σ o desvio

padrão, μ a média e γ a constante de Euler aproximadamente igual a 0,5772 (BENJAMIN e CORNELL, 1970).

$$u = \mu - \frac{\gamma}{\varepsilon} \quad (15)$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\sigma\sqrt{6}} \quad (16)$$

Dessas equações, percebe-se que quanto maior o parâmetro de escala ε , menor o desvio padrão. Importante saber que, por definição, um desvio padrão baixo indica dados próximos da média e curvas acentuadas de função densidade de probabilidade, enquanto um desvio padrão alto indica valores dispersos e curvas achatadas. As Figuras 7 e 8 apresentam, respectivamente, o comportamento das funções densidade de probabilidade e de distribuição acumulada de Gumbel para diferentes parâmetros.

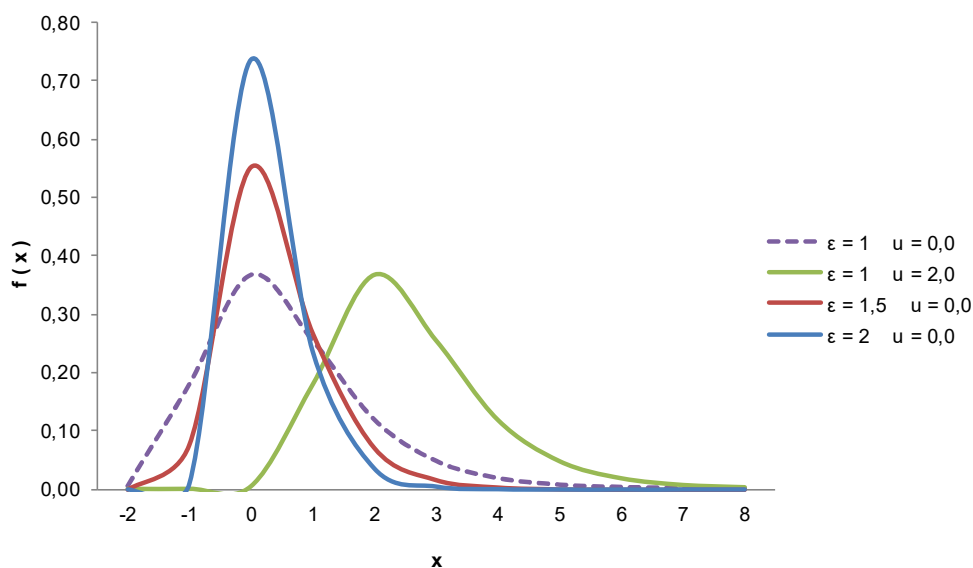


Figura 7 - Função densidade de probabilidade de Gumbel.

Fonte: Elaborado pela autora.

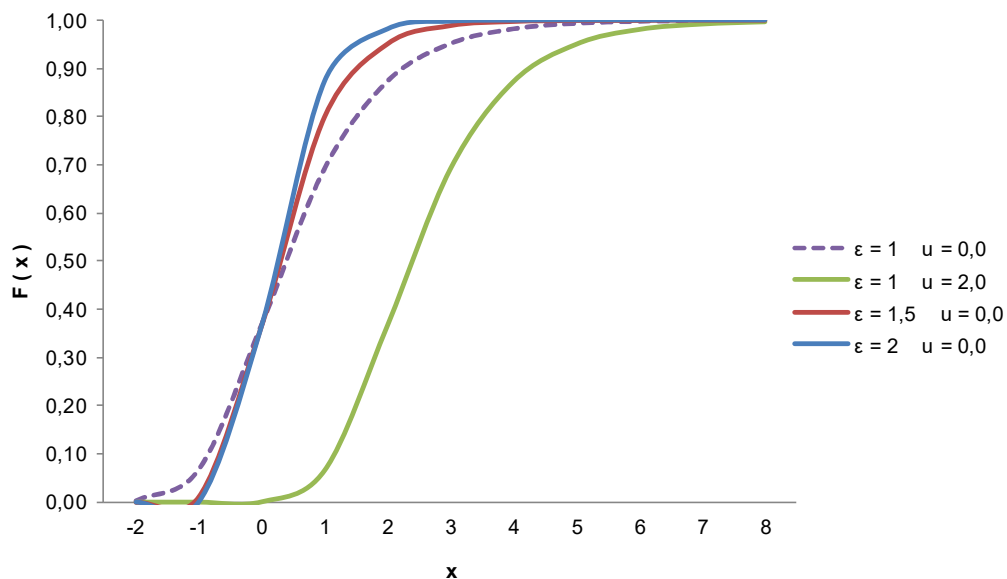


Figura 8 – Função de distribuição acumulada de Gumbel.
Fonte: Elaborado pela autora.

A distribuição de Gumbel para máximos é bastante utilizada para a representação de extremos relativos à fenômenos naturais. Castillo et al (2014), através de levantamento literário, apresentaram a distribuição de Gumbel como representativa de variáveis de velocidade do vento, de máxima velocidade média do vento e de cargas acidentais. Beck (2012) complementa com a utilização dessa distribuição à hidrologia, em cheias de rios e níveis de precipitação.

4 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade estrutural permite desenvolver critérios de projeto, garantindo que os riscos de falha estrutural sejam aceitavelmente pequenos (SIMIU, 2011).

Assim, o problema fundamental da confiabilidade consiste na relação entre a resistência R e a solicitação S , sendo a probabilidade de falha P_f definida pela probabilidade da solicitação ser maior ou igual a resistência da estrutura:

$$P_f = P(R \leq S) = P(R - S \leq 0) \quad (17)$$

A probabilidade de falha de uma estrutura pode também ser escrita em termos de uma função de estado limite $g(R, S)$ associando as variáveis R e S :

$$P_f = P[g(R, S) \leq 0] \quad (18)$$

A função de estado limite é estipulada a partir dos modos de falha de estruturas ou elementos que, quando igualada a zero, estabelece uma fronteira que separa um domínio de segurança e um domínio de falha. Na prática, a resistência e a solicitação podem ser definidas por vetores de variáveis aleatórias \vec{X} . Assim, igualando a função de estado limite a zero, tem-se a equação:

$$R - S = g(R, S) = g(\vec{X}) = 0 \quad (19)$$

onde valores negativos representam o domínio de falha D_f e valores positivos, o domínio de segurança D_s :

$$D_f = \{g(\vec{X}) \leq 0\} \quad (20)$$

$$D_s = \{g(\vec{X}) > 0\} \quad (21)$$

A Figura 9 apresenta esquematicamente o limiar entre o domínio de falha e o domínio de segurança, expresso pela equação de estado limite.

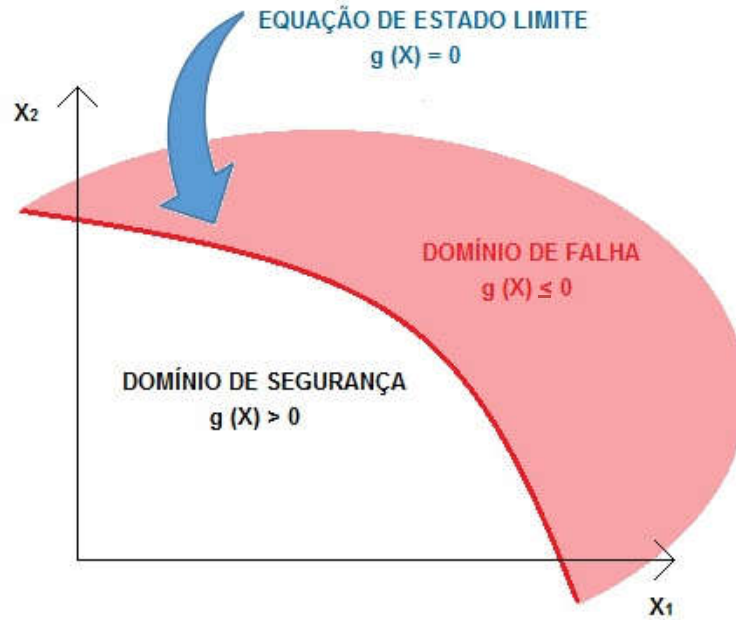


Figura 9 – Definição de equação de estado limite.
Fonte: Elaborado pela autora.

Desta forma, a probabilidade de falha pode ser obtida pela integração da função conjunta de densidades de probabilidade $f_{\vec{X}}(\vec{x})$, sendo \vec{x} valor assumido pelo vetor de variáveis aleatórias, em um espaço n-dimensional, sobre o domínio de falha:

$$P_f = P[g(\vec{X}) \leq 0] = \int \dots \int_{D_f} f_{\vec{X}}(\vec{x}) d\vec{x} \quad (22)$$

A Figura 10 apresenta graficamente o problema fundamental da confiabilidade onde a resistência R e a solicitação S são variáveis aleatórias com função densidade de probabilidade normal $f_R(r)$ e $f_S(s)$, compondo uma função conjunta de densidades de probabilidade $f_{RS}(r, s)$, respeitando uma equação de estado limite $g(R, S) = 0$, sendo que valores de $g(R, S)$ positivos compõe o domínio de segurança, e valores negativos compõe o domínio de falha, caracterizando a probabilidade de falha para o sistema.

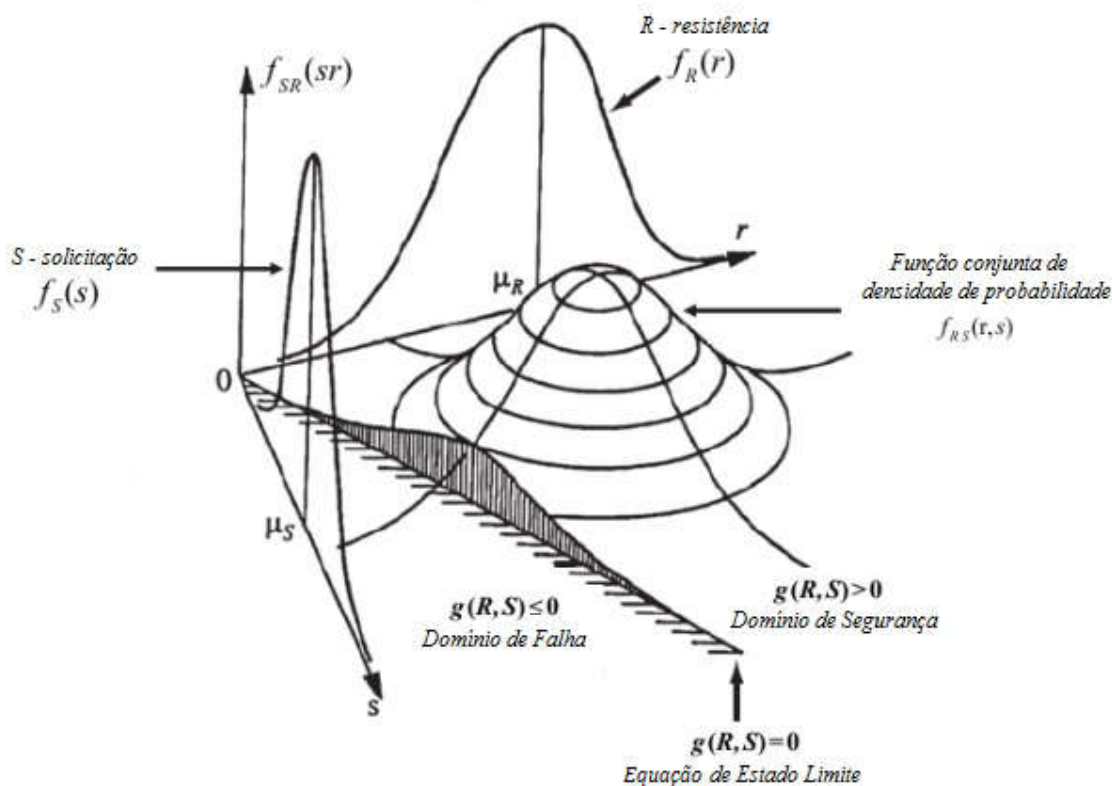


Figura 10 – Problema fundamental da confiabilidade.
 Fonte: Adaptado de Silva (2010, p. 144).

Segundo Silva (2010), a Equação (22) raramente possui solução analítica, sendo necessária a utilização de técnicas numéricas para sua resolução, como:

- a) método de Integração Numérica;
- b) método de Simulação de Monte Carlo;
- c) métodos analíticos de Transformação.

4.1 ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

O índice de confiabilidade β é um parâmetro utilizado para medir o nível de segurança de um sistema. Altos valores de β implicam uma menor probabilidade de falha, enquanto baixos valores significam sistemas inseguros, com maior probabilidade de falha (SILVA, 2010).

Uma definição bastante utilizada na prática devido a sua simplicidade é o índice de confiabilidade de Cornell, β_C , na qual se propõe uma medida quantitativa

de confiabilidade com base no valor médio $E[g(\vec{X})]$ e na variância $Var[g(\vec{X})]$ da equação de estado limite linear $g(\vec{X})$ para um vetor variável \vec{X} , conforme:

$$\beta_c = \frac{E[g(\vec{X})]}{\sqrt{Var[g(\vec{X})]}} \quad (23)$$

O índice de confiabilidade β também pode ser obtido por uma interpretação geométrica como a menor distância da origem à equação de estado limite no espaço padronizado, aplicando-se a transformação proposta por Hasofer e Lind (1974) ao problema de confiabilidade fundamental. Considerando a equação de estado limite linear da Equação (19), para variáveis aleatórias R e S de distribuição normal e não correlacionadas, com médias μ_R e μ_S , e desvios padrão σ_R e σ_S respectivamente, pode-se transformar as variáveis R e S em variáveis reduzidas, Y_R e Y_S , com média zero e desvio padrão unitário, utilizando a Equação (6) e obtendo:

$$Y_R = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (24)$$

$$Y_S = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (25)$$

Substituindo as Equações (24) e (25) na Equação (19), a equação de estado limite no espaço padronizado pode ser descrita como:

$$g(Y_R, Y_S) = Y_R\sigma_R - Y_S\sigma_S + (\mu_R - \mu_S) = 0 \quad (26)$$

onde o termo $\mu_R - \mu_S$ corresponde à margem de segurança da equação de estado limite.

Sabendo pela geometria analítica que a distância mais curta da origem a uma função linear na forma $ax + by + c = 0$ pode ser calculada pela fórmula:

$$distância = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (27)$$

pode-se concluir que o índice de confiabilidade β é obtido pela fórmula:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (28)$$

Desta forma, a probabilidade de falha pode ser calculada em função do índice de confiabilidade, conforme Equação (29), onde $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada normal padronizada.

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (29)$$

Na maioria dos problemas, R e S não estão distribuídas normalmente e sua equação de estado limite não é linear. Nestes casos, a estimativa da probabilidade de falha pelo índice de confiabilidade somente poderá ser utilizada por meio de normais equivalentes descritas adiante.

4.2 MÉTODO DE TRANSFORMAÇÃO FORM

Os métodos de confiabilidade de transformação FOSM, FORM e SORM baseiam-se na transformação de Hasofer e Lind reduzindo um vetor de variáveis aleatórias normais com médias e desvios padrão quaisquer, a um vetor de variáveis aleatórias normais com média zero e desvio padrão unitário (BECK, 2012).

O método FOSM e o FORM aproximam a equação de estado limite a uma função linear, enquanto o SORM aproxima a equação de estado limite a superfícies quadráticas ou parabólicas. Essa linearização das equações de estado limite é realizada por uma expansão em série de Taylor, limitada aos termos de primeira ordem, no ponto de projeto. Aqui parte-se do pressuposto que, devido ao fato do ponto de projeto ser o ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência, linearizar a equação de estado limite nesse ponto minimizaria o erro cometido ao se calcular a probabilidade de falha para a equação (BECK, 2012).

No entanto, o método FORM, diferente do método FOSM, permite considerar as informações estatísticas de função de distribuição de probabilidade e de correlação das variáveis aleatórias originais do problema (BECK, 2012). O

método analisa a equação de estado limite linear em um ponto de projeto y^* , encontrado por meio de iteração e correspondente ao ponto mais provável de falha do sistema, e não nos valores médios das variáveis como ocorre no método FOSM.

A Figura 11 apresenta um desenho esquemático da transformação de duas variáveis aleatórias X de distribuição de probabilidade, média e desvio padrão quaisquer, para o espaço normal padronizado Y . Pode-se perceber a linearização, pelo método FORM, e a aproximação quadrática, pelo SORM, da equação de estado limite $g(X)$, assim como, a localização do ponto de projeto y^* , identificadas pelas componentes do vetor de cossenos diretores $\vec{\alpha}$, e sua menor distância à origem, β , configurando o índice de confiabilidade.

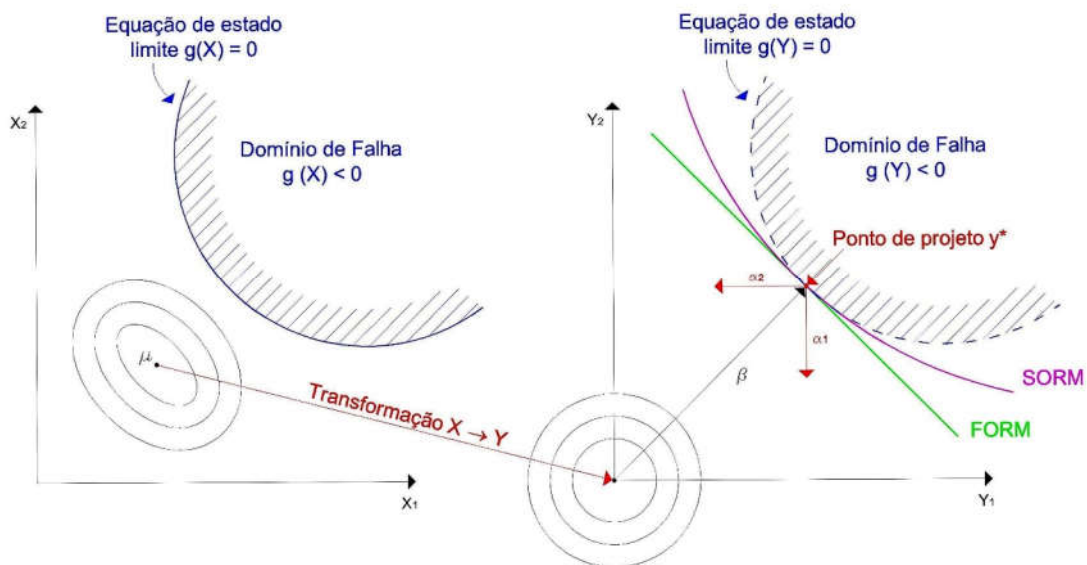


Figura 11 - Demonstração dos métodos de transformação FORM e SORM.
Fonte: Adaptado de Cordeiro (2009, p. 35).

Segundo Silva (2010), as principais etapas na utilização do método FORM para variáveis não correlacionadas entre si são:

- a) definir a equação de estado limite $g(\vec{X}) = 0$ e os parâmetros médias μ_{X_i} e desvios padrão σ_{X_i} das distribuições que descrevem as variáveis de \vec{X} ;
- b) definir um ponto de projeto inicial $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$;

- c) determinar os parâmetros médias e desvios padrão equivalentes, $\mu_{X_i}^e$ e $\sigma_{X_i}^e$, no ponto de projeto x^* para cada variável aleatória X_i não distribuída normalmente;
- d) transformar o ponto de projeto inicial x^* para o espaço normalizado $y^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_n^*)$;
- e) estimar o índice de confiabilidade β para a equação de estado limite no espaço normal $g(\vec{Y}) = 0$;
- f) calcular o vetor de cossenos diretores $\vec{\alpha}$;
- g) determinar o novo ponto de projeto y^* ;
- h) transformar o novo ponto de projeto y^* para o espaço original x^* ;
- i) repetir o procedimento a partir do item 'e' até que β e x^* convirjam.

O método FORM exige que a análise seja realizada no espaço padrão, sendo necessário que as informações estatísticas de variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade diversa sejam devidamente reescritas por equivalentes normais.

Assim, definida a equação de estado limite $g(\vec{X}) = 0$ e os parâmetros médias μ_{X_i} e desvios padrão σ_{X_i} para um vetor de variáveis aleatórias \vec{X} com distribuições de probabilidades quaisquer, supõem-se um ponto de projeto inicial $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ utilizando a média para n-1 variáveis aleatórias para fins de estimativa, determinando o valor da variável faltante pela solução da equação de estado limite.

Para transformar variáveis de distribuições quaisquer em normal equivalente, segue-se um procedimento de conversão de parâmetros média μ_{X_i} e desvio padrão σ_{X_i} em média e desvio padrão normais equivalentes, $\mu_{X_i}^e$ e $\sigma_{X_i}^e$ respectivamente, sugerindo que a função de distribuição acumulada e a função densidade de probabilidade originais sejam iguais à função de distribuição e à função densidade da variável normal \vec{Y} , sobre a superfície de falha, no ponto de projeto, conforme Figura 12.

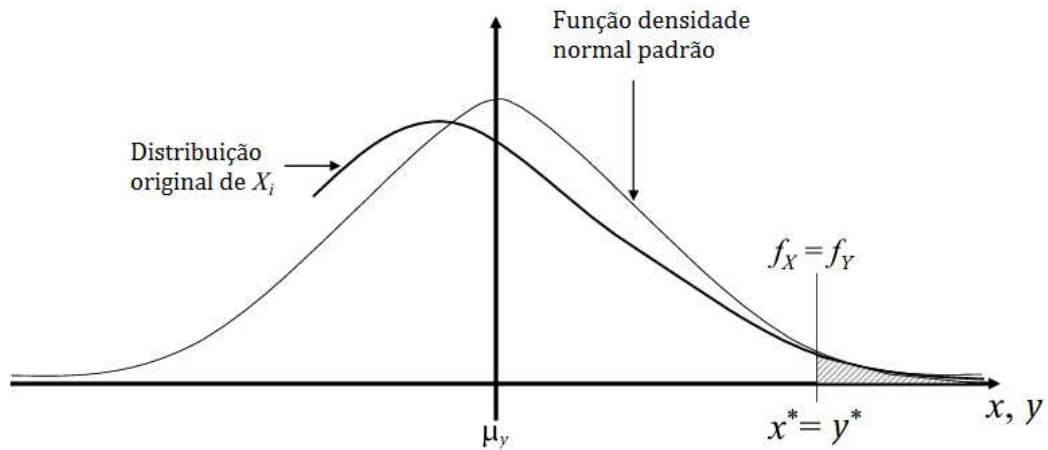


Figura 12 – Método FORM para variáveis não distribuídas normalmente.
Fonte: Adaptado de Silva (2010, p. 223).

As médias e desvios padrão normais equivalentes, $\mu_{X_i}^e$ e $\sigma_{X_i}^e$ podem ser calculados pelas Equações (30) e (31), para o ponto de projeto x^* , onde $F_X(\cdot)$ é a distribuição acumulada original, $f_X(\cdot)$ é a função densidade original, $\Phi(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada normal padronizada e $\varphi(\cdot)$ a função densidade normal padronizada.

$$\sigma_X^e = \frac{1}{f_X(x^*)} \varphi[\Phi^{-1}(F_X(x^*))] \quad (30)$$

$$\mu_X^e = x^* - \sigma_X^e [\Phi^{-1}(F_X(x^*))] \quad (31)$$

Assim, pode-se adequar a Equação (6) para a Equação (32), definindo o vetor transformado y^* para os valores de x^* :

$$y_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^e}{\sigma_{X_i}^e} \quad (32)$$

O vetor ponto de projeto y^* localiza-se sobre a equação de estado limite e deve corresponder ao ponto de menor distância à origem no espaço normalizado. Essa distância é definida por um índice de confiabilidade β estimativo, razão entre a média μ e o desvio padrão σ , que pode ser descrito pela equação:

$$\beta = \frac{\mu}{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^* \left(\frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_{y_i^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_{y_i^*}^2}} = \frac{\vec{A}^T y^*}{\sqrt{\vec{A}^T \vec{A}}} \quad (33)$$

onde \vec{A} é um vetor coluna de derivadas parciais da equação de estado limite desenvolvida no ponto de projeto y^* , conforme:

$$A_i = \left(- \frac{\partial g}{\partial Y_i} \right)_{y_i^*} \quad (34)$$

O valor da derivada é encontrado pela regra da cadeia:

$$\frac{\partial g}{\partial Y_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{\partial X_i}{\partial Y_i} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \sigma_{X_i} \quad (35)$$

Um novo ponto y^* deverá ser calculado para n-1 variáveis aleatórias sabendo que $y^* = \vec{\alpha}\beta$. Esse multiplicador $\vec{\alpha}$ é chamado de vetor de cossenos diretores onde cada componente pode ser calculada pela Equação (32) e a somatória de seus quadrados deverá ser igual a 1, de modo que $\sum_{i=1}^n (\alpha_i)^2 = 1$.

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{A}}{\sqrt{\vec{A}^T \vec{A}}} \quad (36)$$

O novo vetor ponto de projeto \vec{y}^* , para n-1 variáveis, deverá ser determinado no espaço original pela equação:

$$x_i^* = \mu_{X_i}^e + y_i^* \sigma_{X_i}^e \quad (37)$$

O valor da variável aleatória faltante deverá ser encontrado substituindo os valores do novo x^* na equação de estado limite. Com o novo vetor ponto de projeto x^* completo, retorna-se à Equação (33) repetindo os procedimentos até que haja a

convergência do índice de confiabilidade e do ponto de projeto. Essa iteração é conhecida como algoritmo de Hassofer, Lind, Rackwitz e Fiessler, ou HLRF, e baseia-se na aproximação de um ponto qualquer à equação de estado limite e na ortogonalização do vetor desse ponto à equação (BECK, 2012).

Beck (2012) afirma que apesar de bastante utilizado, não há garantia de que o algoritmo HLRF resulte em convergência para equações fortemente não-lineares. Para Silva (2010), se a equação de estado limite for excessivamente não linear, os erros na estimativa da probabilidade de falha podem ser significativos, sendo necessária a utilização de métodos que se adequem melhor a curvatura da função como o SORM ou a simulação de Monte Carlo.

4.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO MÉTODO FORM

Como exemplo de aplicação do método FORM, Silva (2010) propõe determinar a probabilidade de falha considerando que o comportamento de um sistema é determinado por três variáveis, com distribuições de probabilidades mostradas na Tabela 3, e equação de estado limite definida por:

$$g(\vec{X}) = \frac{X_1 X_2}{2 + X_1} - X_3^2$$

Tabela 3 – Exemplo de aplicação do método FORM.

Variável aleatória	Distribuição de probabilidade	Média - μ	Desvio padrão - σ
X_1	Normal	6	1,2
X_2	Log-Normal	35	2,3
X_3	Gumbel	1,5	0,65

Fonte: Silva (2010).

O primeiro passo é encontrar um ponto de projeto $x^* = (x_1^*; x_2^*; x_3^*)$ sobre a equação de estado limite. Para isto, admitem-se valores iniciais, para n-1 variáveis, iguais às médias e encontra-se x_3^* a partir de $g(\vec{X}) = 0$. Portanto:

$$x^* = \left(6; 35; \sqrt{\frac{x_1^* x_2^*}{2 + x_1^*}} = 5,123 \right)$$

Como as variáveis X_2 e X_3 não estão distribuídas normalmente, é necessário definir seus parâmetros equivalentes. Para X_2 , os parâmetros média $\mu_{\ln(X_2)}$ e variância $\sigma_{\ln(X_2)}^2$ log-normais são definidos pelas Equações (11) e (12):

$$\sigma_{\ln(X_2)}^2 = \ln \left(1 + \sqrt{\frac{\sigma_{X_2}^2}{\mu_{X_2}^2}} \right) = 4,309 \cdot 10^{-3}$$

$$\mu_{\ln(X_2)} = \ln(\mu_{X_2}) - \frac{1}{2} \sigma_{\ln(X_2)}^2 = 3,553$$

A distribuição acumulada $F_{X_2}(x_2^*)$ e a função densidade $f_{X_2}(x_2^*)$ para o cálculo dos parâmetros equivalentes podem ser calculadas pelas Equações (9) e (10):

$$F_{X_2}(x_2^*) = \Phi \left(\frac{\ln(x_2^*) - \mu_{\ln(X_2)}}{\sigma_{\ln(X_2)}} \right) = \Phi(0,0328) = 0,513$$

$$f_{X_2}(x_2^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{x_2^* \cdot \sigma_{\ln(X_2)}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(x_2^*) - \mu_{\ln(X_2)}}{\sigma_{\ln(X_2)}} \right)^2} = 0,174$$

Assim, os parâmetros equivalentes para X_2 são, conforme Equações (30) e (31):

$$\sigma_{X_2}^e = \frac{1}{f_{X_2}(x_2^*)} \varphi \left[\Phi^{-1} \left(F_{X_2}(x_2^*) \right) \right] = 2,298$$

$$\mu_{X_2}^e = x_2^* - \sigma_{X_2}^e \left[\Phi^{-1} \left(F_{X_2}(x_2^*) \right) \right] = 34,925$$

Para X_3 , com distribuição de Gumbel, os parâmetros em função da média e do desvio padrão podem ser obtidos pelas Equações (15) e (16):

$$\varepsilon = \frac{\pi}{\sigma_{X_3} \sqrt{6}} = 1,973$$

$$u = \mu_{X_3} - \frac{0,5772}{\varepsilon} = 1,208$$

Desta forma, a distribuição acumulada $F_{X_3}(x_3^*)$ e a função densidade $f_{X_3}(x_3^*)$ podem ser encontradas utilizando as Equações (13) e (14):

$$F_{X_3}(x_3^*) = e^{-e^{-\varepsilon(x_3^*-u)}} \approx 1$$

$$f_{X_3}(x_3^*) = \varepsilon \cdot e^{-e^{-\varepsilon(x_3^*-u)}} \cdot e^{-\varepsilon(x_3^*-u)} = 8,696 \cdot 10^{-4}$$

e os parâmetros equivalentes pelas Equações (30) e (31):

$$\sigma_{X_3}^e = \frac{1}{f_{X_3}(x_3^*)} \varphi \left[\Phi^{-1} \left(F_{X_3}(x_3^*) \right) \right] = 1,795$$

$$\mu_{X_3}^e = x_3^* - \sigma_{X_3}^e \left[\Phi^{-1} \left(F_{X_3}(x_3^*) \right) \right] = -0,8477$$

Logo, sabendo que $y_i^* = \frac{x_i^* - \mu_{X_i}^e}{\sigma_{X_i}^e}$, o vetor transformado y^* será igual a:

$$y^* = (0; 0,033; 3,326)$$

Calculando as derivadas parciais pela Equação (34), obtém-se o vetor \vec{A} :

$$\vec{A} = \begin{pmatrix} -1,313 \\ -1,723 \\ 18,635 \end{pmatrix}$$

Substituindo \vec{A} nas Equações (33) e (36), encontra-se o índice de confiabilidade β e o vetor de cossenos diretores $\vec{\alpha}$:

$$\beta = \frac{\vec{A}^T y^*}{\sqrt{\vec{A}^T \vec{A}}} = 3,30$$

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{A}}{\sqrt{\vec{A}^T \vec{A}}} = \begin{pmatrix} -0,06996 \\ -0,09185 \\ 0,99331 \end{pmatrix}$$

Através da equação $y^* = \vec{\alpha}\beta$, é possível obter os novos valores do ponto de projeto para as variáveis X_1 e X_2 , resultando em $y_1^* = -0,231$ e $y_2^* = -0,303$.

Assim, os valores correspondentes no espaço real podem ser encontrados pela Equação (37):

$$x_1^* = \mu_{x_1} + y_1^* \sigma_{x_1} = 5,723$$

$$x_2^* = \mu_{x_2}^e + y_2^* \sigma_{x_2}^e = 34,228$$

Substituindo novamente em $g(\vec{X}) = 0$, obtém-se um novo valor de $x_3^* = 5,036$. O resultado está apresentado na Tabela 4 e provém da iteração até que se atinja a convergência do índice de confiabilidade. Para este caso, foram necessárias três iterações, encontrando-se um índice de confiabilidade de $\beta = 3,29$ equivalente a uma probabilidade de falha de $P_f = 4,836 \cdot 10^{-4}$. O vetor de cossenos diretores

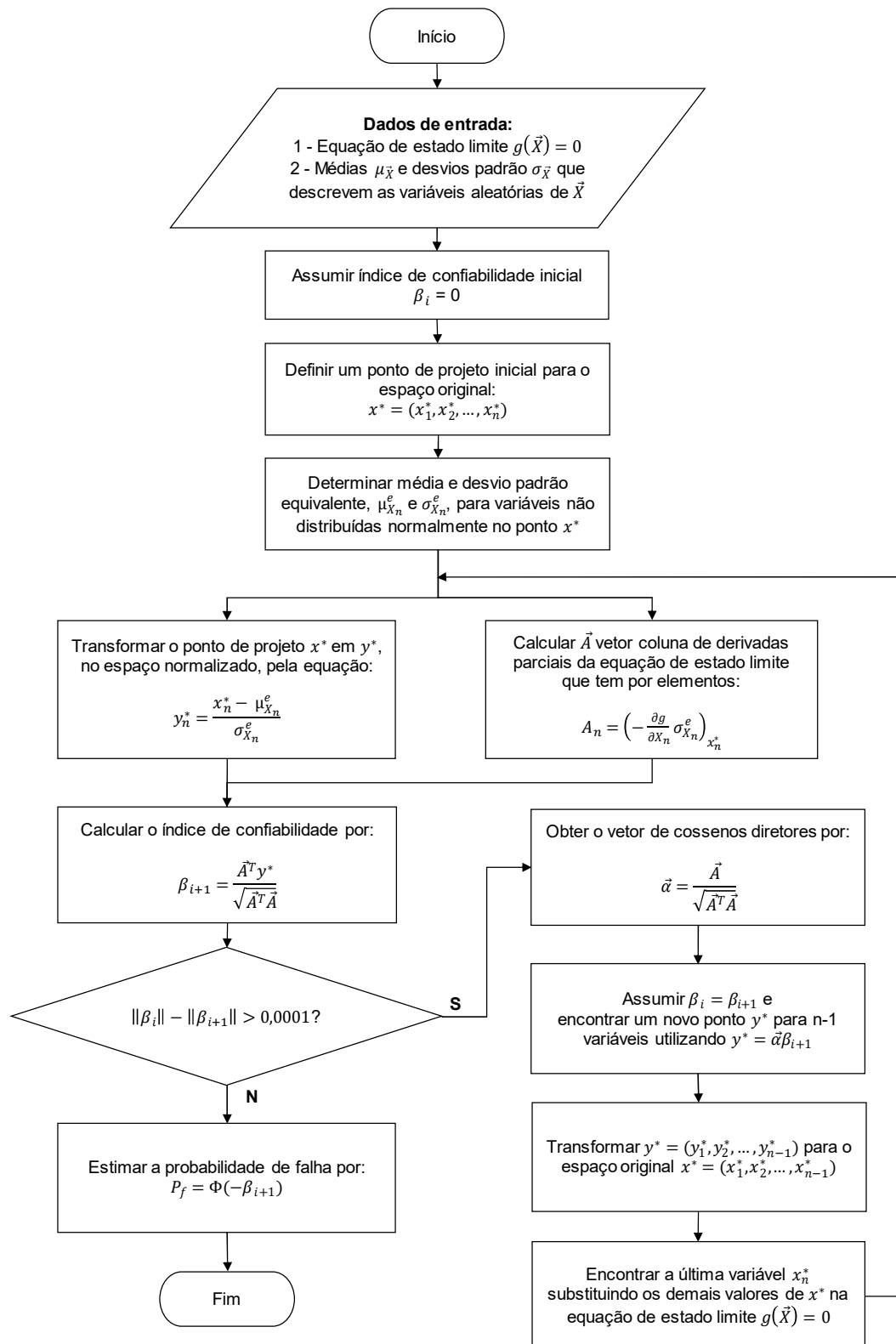
indica que a solução está fortemente controlada pela variável X_3 , $\vec{\alpha} = \begin{pmatrix} -0,076 \\ -0,091 \\ 0,993 \end{pmatrix}$.

Tabela 4 – Resultados finais do processo iterativo do exemplo de aplicação do método FORM.

Variável aleatória	Número de iteração		
	1	2	3
x_1^*	6,0	5,723	5,701
x_2^*	35,0	34,228	34,224
x_3^*	5,123	5,036	5,035
β	3,30	3,29	3,29

Fonte: Elaborado pela autora.

4.4 FLUXOGRAMA DE ANÁLISE PELO MÉTODO FORM



5 MODOS DE FALHA

Falha é a ocorrência que compromete o estado de utilização do sistema podendo resultar em fissuração para o concreto, plastificação para o aço, flambagens ou deslocamentos acima de limites aceitáveis (ABNT NBR 15575-2, 2013). Para Silva (2010), falha é uma medida de nível de cumprimento do objetivo de um sistema. Assim, os modos de falha são formas de se atingir o não cumprimento desse objetivo através da extrapolação de estados limites, ou seja, cada modo de falha é ajustado a uma equação de estado limite.

Segundo a NBR 6118/2014, estruturas de concreto devem possuir requisitos de qualidade com relação à capacidade resistente, ao desempenho em serviço e à durabilidade. Desta forma, a norma considera dois tipos de estados limites: o ELU – estado limite último e o ELS – estados limites de serviço da estrutura.

O ELU deve garantir a segurança adequada da estrutura com probabilidade de ruína suficientemente pequena ao suportar carregamentos extremos esporádicos. Envolve a capacidade máxima de carga ou de deformação da estrutura que leve ao colapso ou ocasione dano grave e permanente (BECK, 2012).

O ELS está relacionado à durabilidade da estrutura, aparência, conforto do usuário e à sua boa utilização funcional garantindo o desempenho satisfatório da estrutura em uso (ABNT NBR 6118, 2014). A NBR 8681/2004 caracteriza o estado limite de serviço por:

- a) danos ligeiros ou localizados, que comprometam o aspecto estético da construção ou durabilidade da estrutura como por exemplo: trincas, fissuras, fadiga, corrosão, desgaste, fluência;
- b) deformações excessivas que afetem a utilização normal da construção ou seu aspecto estético;
- c) vibração excessiva ou desconfortável.

Para se realizar uma análise de risco é importante identificar os cenários em que se poderia ocorrer uma falha. A consideração de diferentes modos de falha, e consequentemente diferentes equações de estado limite, diante de um mesmo problema, gera um sistema que poderá ser associado em série ou em paralelo.

A associação de um sistema em série pode ser definida como um encadeamento de ações na qual a falha de um modo desencadeia a falha do sistema como um todo, enquanto em uma associação em paralelo só se configura falha quando ocorre falha de todos os modos conjuntamente, como ilustrado na Figura 13 onde R corresponde a diferentes modos de falha.

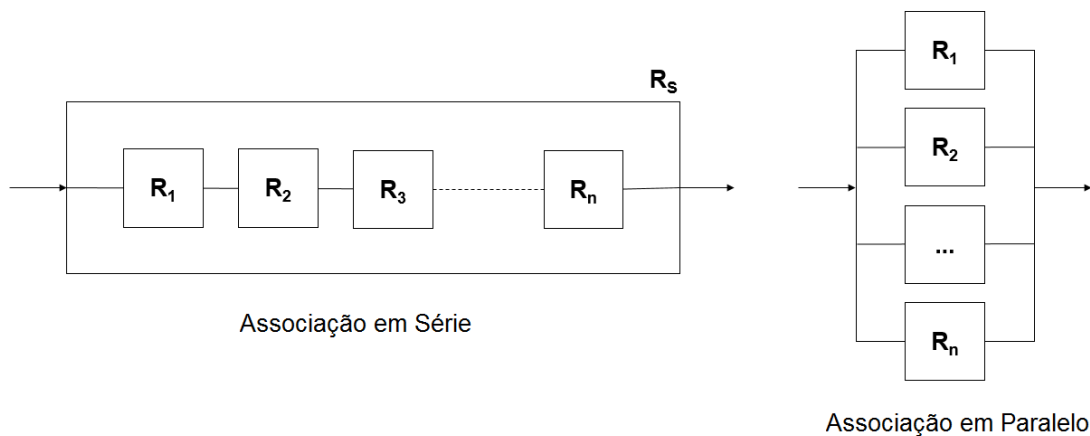


Figura 13 - Configuração de sistemas em série e em paralelo.
Fonte: Adaptado de Krishnamoorthi (1992, p. 95 e 97).

5.1 CONFORTO DOS USUÁRIOS

Os critérios usualmente utilizados na literatura para ilustrar requisitos de desempenho do edifício devido à ação do vento são baseados na aceleração verificada no último andar, para o conforto dos ocupantes, e os deslocamentos de pico, para análise de operacionalidade da estrutura (HUANG et al, 2012).

Segundo Blessmann (1989), a percepção humana do movimento da construção na qual se encontra, deve-se em grande parte à componente flutuante desse movimento, considerando sua frequência e amplitude de oscilação. Para Simiu (2011), o conforto humano está associado a percepção visual da oscilação do edifício, especialmente pela torção e pela aceleração forte e frequente dos andares superiores.

A percepção humana é altamente subjetiva e os critérios sobre acelerações aceitáveis diferem entre códigos e profissionais. Na América do Norte, propôs-se,

para períodos de recorrência de 10 anos, intervalos de 0,15 a 0,20 m/s² para acelerações no último andar em escritórios e 0,10 a 0,15 m/s² em edifícios residenciais (SIMIU, 2011). A norma canadense NBCC 1990 adota acelerações de 0,29 m/s² para escritórios e 0,10 m/s² para residências. Já o CTBUH – *Council of Tall Buildings and Urban Habitat* recomenda acelerações no intervalo de 0,20 a 0,24 m/s² para escritórios e 0,10 a 0,15 m/s² para residências (FERRARETO et al, 2015).

Quanto ao deslocamento do topo do edifício, permite-se para edifícios altos valores entre 1/750 a 1/250 da altura total do edifício, sendo 1/400 a razão tipicamente empregada (HUANG et al, 2012).

5.1.1 Aceleração máxima

A NBR 6123/2013 indica que a amplitude máxima da aceleração devido a oscilações induzidas pelas forças flutuantes do vento, para edificação destinada à ocupação humana, pode ser calculada pela equação:

$$a_j = 4\pi^2 f_j^2 d_j^2 \quad (38)$$

onde f_j é a frequência natural e d_j o deslocamento no nível z devido à resposta flutuante no modo de vibração j .

A norma indica que, para a verificação do conforto humano em edificações, a amplitude máxima não deve ultrapassar 0,1 m/s², devendo ser verificada para velocidades do vento com maior probabilidade de ocorrência. Admite-se que essa aceleração seja excedida, em média, uma vez a cada 10 anos (ABNT NBR 6123, 2013).

5.1.2 Deslocamento excessivo

A NBR 15575-2/2013 normatiza o estado limite de serviço de deslocamento horizontal máximo no topo do edifício como limitado a $H_{total}/500$ ou 3 cm, onde H_{total} é a altura total do edifício, respeitando-se o menor dos dois limites.

O deslocamento é o afastamento entre o eixo original e elástico de um edifício submetido a um carregamento estático ou dinâmico. Essa limitação visa não

ocasionar deslocamentos ou fissuras excessivas aos elementos de construção e impedir danos ao livre funcionamento de elementos, componentes da edificação e instalações (ABNT NBR 15575-2, 2013).

5.2 MODOS DE FALHA ASSOCIADOS EM SÉRIE

Sendo A e B eventos independentes, de acordo com a propriedade da Equação (39), a probabilidade de qualquer dos dois eventos ocorrerem é a probabilidade de ocorrência de A somada à probabilidade de ocorrência de B, menos a probabilidade dos dois eventos ocorrerem simultaneamente.

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B] \quad (39)$$

Sabendo que na associação em série a ocorrência de um dos modos de falha desencadeia a falha do sistema como um todo, pode-se dizer que a probabilidade de que qualquer dos eventos A e B ocorra, $P[A \cup B]$, corresponde a probabilidade de falha do sistema P_f . Desta forma, torna-se possível modificar a Equação (39) para:

$$P_f = P(M_i) + P(M_j) - P(M_i \cap M_j) \quad (40)$$

sendo M_i o evento de falha devido à ocorrência do modo i e M_j o evento de falha devido a ocorrência do modo j .

Conforme apresentado na Figura 14, quando os eventos de falha M_i e M_j são mutuamente excludentes (correlação $\rho = 0$), a probabilidade $P(M_i \cap M_j)$ de intersecção dos modos de falha é inexistente. Se os eventos possuem máxima dependência (correlação $\rho = 1$), a falha ocorrerá com a falha do elemento mais fraco, ou seja, a probabilidade de falha do sistema em série será a maior probabilidade individual de falha entre M_i e M_j . Para os eventos independentes, com correlação ρ entre 0 e 1, a probabilidade $P(M_i \cap M_j)$ pode ser calculada através da multiplicação das probabilidades de falhas para cada evento M_i e M_j , somada à

integral da função densidade de probabilidade bidimensional normal padronizada sob o intervalo de correlação (SAGRILLO, 1994).

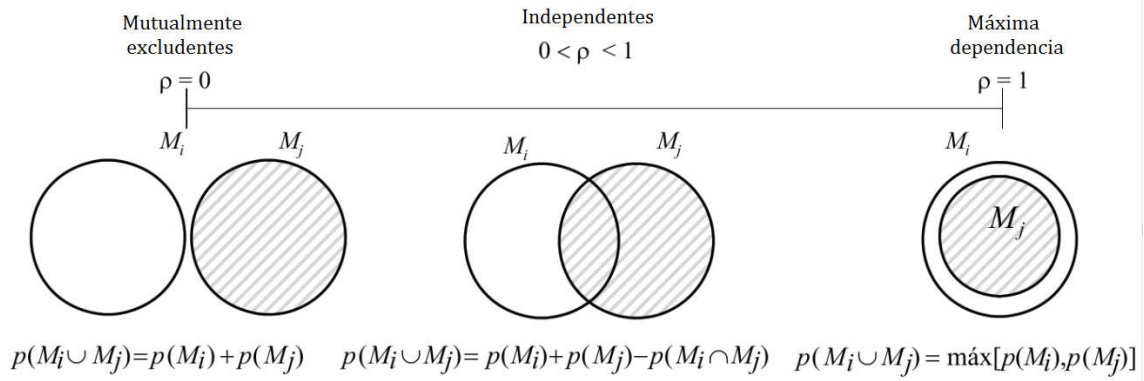


Figura 14 - Níveis de dependência entre dois modos de falha.

Fonte: Adaptado de Silva (2010, p. 256).

Graficamente, a associação de equações de estado limites em série pode ser entendida pela Figura 15 que apresenta um sistema com duas variáveis, X_i e X_j , e duas equações de estado limite lineares e independentes, $g_1(\)$ e $g_2(\)$, com seus respectivos índices de confiabilidade β_1 e β_2 . A área hachurada corresponde ao domínio de falha do sistema, onde é possível perceber que, ao serem somadas as probabilidades de falha individuais para cada equação de estado limite, a área de intersecção entre elas estaria sendo considerada duas vezes. Por essa razão, para a estimativa da probabilidade de falha total, subtrai-se a probabilidade de falha da intersecção.

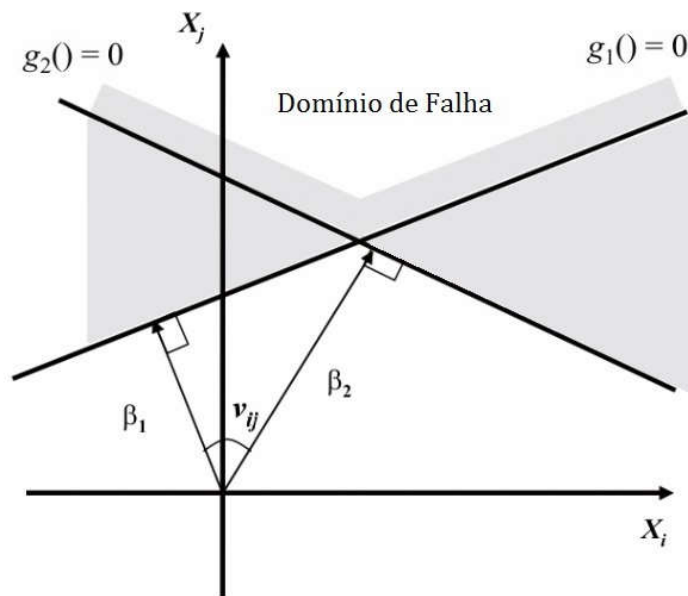


Figura 15 – Sistema em série de duas variáveis e duas equações de estado limite lineares.
Fonte: Adaptado de Silva (2010, p. 239).

Silva (2010) comenta que o ângulo v_{ij} formado entre duas equações de estado limite corresponde a correlação existente entre os modos de falha ρ_{12} , dada pela equação da geometria analítica de cálculo de ângulo entre vetores:

$$\rho_{12} = \frac{\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2}{\|\vec{\alpha}_1\| \|\vec{\alpha}_2\|} = \cos(v_{ij}) \quad (41)$$

onde $\vec{\alpha}_1$ e $\vec{\alpha}_2$ são os vetores dos cossenos diretores de cada modo de falha.

Sabendo que as probabilidades dos modos de falha podem ser calculadas de forma individual através da Equação (29), a Equação (40) pode ser reescrita como:

$$P_f = \Phi(-\beta_1) + \Phi(-\beta_2) - \Phi(-\beta_1, -\beta_2, \rho_{12}) \quad (42)$$

onde $\Phi(-\beta_1)$ é a função de distribuição acumulada normal padronizada para a equação de estado limite $g_1()$, $\Phi(-\beta_2)$ é a função de distribuição acumulada normal padronizada para a equação de estado limite $g_2()$ e $\Phi(-\beta_1, -\beta_2, \rho_{12})$ é a função de distribuição acumulada bidimensional normal padronizada. Essa última

função corresponde à probabilidade de intersecção entre os dois modos de falha e pode ser calculada pela equação:

$$\Phi(-\beta_1, -\beta_2, \rho_{12}) = \Phi(-\beta_1)\Phi(-\beta_2) + \int_0^{\rho_{12}} \varphi(-\beta_1, -\beta_2, w)dw \quad (43)$$

A multiplicação das duas probabilidades de falha, $\Phi(-\beta_1)\Phi(-\beta_2)$, refere-se à probabilidade dos dois modos de falha, representados pelas equações de estado limite $g_1(\)$ e $g_2(\)$, estarem ocorrendo simultaneamente. Ainda, à essa multiplicação, soma-se a integral da função $\varphi(-\beta_1, -\beta_2, \rho)$, chamada de função densidade de probabilidade bidimensional normal padronizada calculada pela Equação (40), sobre o intervalo de correlação:

$$\varphi(-\beta_1, -\beta_2, z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-z^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\beta_1^2 + \beta_2^2 - 2z\beta_1\beta_2}{1-z^2}\right)} \quad (44)$$

5.3 EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE

Como exemplo da aplicação de modos de falha em série, Silva (2010) propõe determinar de probabilidade de falha de um sistema definido por duas variáveis X_1 e X_2 e dois modos de falha descritos pelas equações: $g_1(X_1, X_2) = 2X_1 - X_2 + 10,55$ e $g_2(X_1, X_2) = 4X_1 + 3X_2 - 65$. As variáveis estão distribuídas normalmente sendo que X_1 possui média igual a 4 e variância de 0,25 e X_2 possui média igual a 17 e variância de 1,05.

Sabendo que o desvio padrão é a raiz quadrada da variância, utilizando o método FORM é possível determinar o índice de confiabilidade β para cada modo de falha e o vetor de cossenos diretores correspondentes, sendo:

$$\beta_1 = 1,33 \quad \text{e} \quad \vec{\alpha}_1 = \begin{pmatrix} 0,43 \\ -0,903 \end{pmatrix}$$

$$\beta_2 = 0,605 \quad \text{e} \quad \vec{\alpha}_2 = \begin{pmatrix} 0,303 \\ 0,953 \end{pmatrix}$$

Com esses valores, pode-se calcular a correlação entre os modos de falha que será igual a:

$$\rho_{12} = \frac{\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2}{\|\vec{\alpha}_1\| \|\vec{\alpha}_2\|} = -0,73$$

Logo, a probabilidade de falha para os dois modos ocorrendo simultaneamente pode ser calculada da seguinte forma:

$$P_{Intersecção} = \Phi(-1,33)\Phi(-0,605) + \int_0^{-0,73} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-w^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{2,135-1,609w}{1-w^2}\right)^2} dw$$

$$P_{Intersecção} = (0,091759 \cdot 0,272589) - 0,02463 = 0,000381$$

Assim, a probabilidade de falha total do sistema será:

$$P_{Sistema} = \Phi(-1,33) + \Phi(-0,605) - P_{Intersecção}$$

$$P_{Sistema} = 0,091759 + 0,272589 - 0,000381 = 0,364$$

6 METODOLOGIA

Este trabalho consiste no estudo de conceitos de probabilidade de falha pela abordagem da confiabilidade estrutural, aplicados a um edifício alto em concreto submetido a uma carga variável de vento, considerando dois modos de falha, a aceleração máxima e o deslocamento excessivo, associados em série. O edifício alto considerado será o *CAARC Standard Tall Building* por possuir características padronizadas que possibilitam a posterior utilização de resultados de testes de túnel de vento. Conforme aceito nesses testes, a estrutura foi simplificada a uma barra prismática de massa uniformemente distribuída, negligenciando movimentos de torção e de amortecimento estrutural, e assumindo comportamento elástico-linear.

A utilização do método de transformação FORM foi motivada pela sua simplicidade e versatilidade na solução dos diversos problemas da engenharia. Segundo Kareem (1990), apesar dos resultados pelo método de segunda ordem SORM serem mais refinados que os de primeira ordem FORM e FOSM, para problemas práticos, os métodos de primeira ordem possuem resultados suficientemente precisos. Para a otimização na busca do índice de confiabilidade, utilizou-se o algoritmo HLRF, o qual aproxima de forma ortogonal o ponto de projeto normalizado à equação de estado limite.

Apesar da multiplicidade de variáveis presentes nos problemas de engenharia, optou-se por analisar a velocidade máxima de vento como variável aleatória, abordando os conceitos de processo aleatório estacionário ergódico e o de velocidade máxima de picos acima do limite (SIMIU, 2011), adequando uma função distribuição de probabilidade a velocidades de vento não pertencentes a uma mesma tempestade. Desta forma, adaptou-se a variável aleatória à distribuição de probabilidade de Gumbel para máximos, amplamente abordada na literatura como a que melhor representa o comportamento de velocidades extremas de vento (KAREEM, 1987; SMITH E CARACOGLIA 2011; BECK, 2012; HUANG et al, 2012). Para a caracterização do perfil vertical do vento, utilizou-se a Lei Potencial, observando a elevada altura do edifício e o reduzido tempo de incidência de velocidades máximas de vento.

Considerou-se também uma segunda variável aleatória, o módulo de elasticidade do concreto, representando as incertezas referentes à rigidez da

estrutura. Essa variável está representada pela distribuição normal de probabilidade conforme Xu e Bai (2013).

Considerando que o colapso estrutural de edificações ocorre de forma ocasional, a importância do estudo da natureza probabilística da carga de vento e da sensibilidade de estruturas altas quanto a essa carga é melhor compreendida se observada a necessidade de satisfazer critérios de desempenho. Assim, ao invés de avaliar a probabilidade de ruína de um edifício alto, nesse trabalho pondera-se a probabilidade de falha avaliando os estados limites de serviço da estrutura “que, por sua ocorrência, repetição ou duração, causam efeitos estruturais que não respeitam as condições especificadas para o uso normal da construção, ou que são indícios de comprometimento da durabilidade da estrutura” (ABNT NBR 8681, 2004). Portanto, para a análise de confiabilidade estrutural optou-se pelos modos de falha de deslocamento excessivo e de aceleração máxima do edifício, utilizando como equações de estados limites o conceito de deslocamento horizontal máximo no topo da edificação (ABNT NBR 15575-2/2013) e o de máxima aceleração para verificação do conforto do usuário (ABNT NBR 6123/2013). Esses modos de falha foram associados em série de forma que, ocorrerá a falha do sistema quando ocorrer a falha de qualquer um dos estados limite.

Utilizou-se o Matlab R2016a para gerar as rotinas computacionais.

7 ESTUDO DE CASO

De forma a analisar o cenário menos favorável à resistência do edifício CAARC, verificou-se os momentos de inércia de massa em torno dos eixos x e y, através das Equações (45) e (46) para um prisma retangular (BEER E JOHNSTON, 1994):

$$I_{mx} = \frac{1}{12} m \cdot (b^2 + h^2) + m \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (45)$$

$$I_{my} = \frac{1}{12} m \cdot (a^2 + h^2) + m \left(\frac{h}{2}\right)^2 \quad (46)$$

sendo I_{mx} o momento de inércia de massa em torno do eixo x (t.m²), I_{my} o momento de inércia de massa em torno do eixo y (t.m²), m a massa do prisma, em toneladas, a o lado maior da base, b o lado menor da base e h a altura do edifício.

Sendo $I_{mx} = 457.745.477$ t.m² e $I_{my} = 461.691.559$ t.m², sabendo que, quanto maior o momento de inércia de massa, mais difícil será rotacionar um corpo em torno de seu eixo, optou-se por modelar uma carga de vento incidindo paralelo ao solo e perpendicular ao maior lado do edifício, em torno de x, conforme Figura 16.

Para fins de rigidez da estrutura, considerou-se o momento de inércia da seção transversal retangular I_x , em m⁴, dado pela equação (BEER E JOHNSTON, 1994):

$$I_x = \frac{1}{12} (ab^3) \quad (47)$$

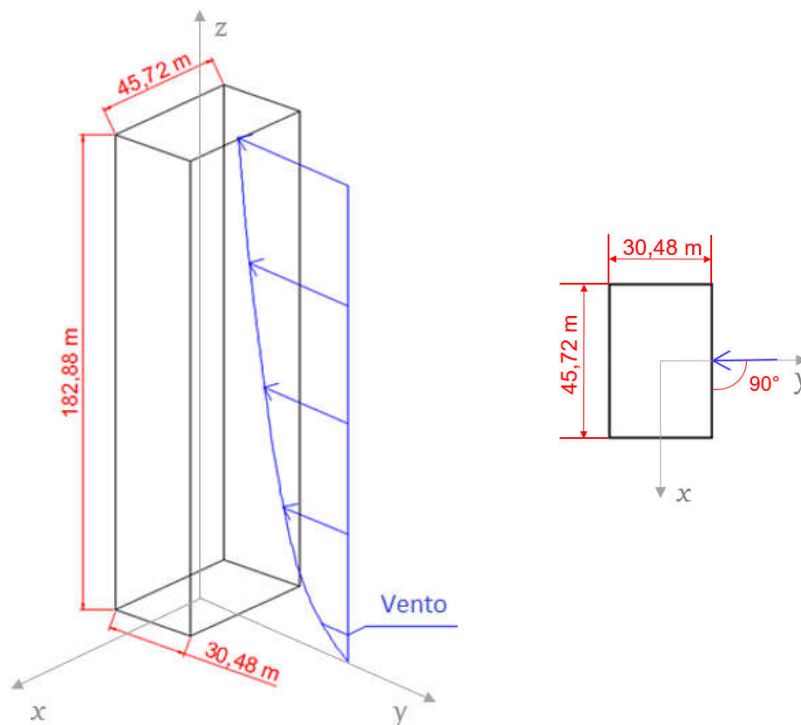


Figura 16 – Visão esquemática direcional de incidência do vento.
Fonte: Elaborado pela autora.

Desta forma, os resultados obtidos e as propriedades adotadas para o edifício CAARC estão resumidos na tabela abaixo:

Tabela 5 – Propriedades do CAARC *Standard Tall Building*.

Propriedade	Símbolo	Valor
Frequência natural de vibração (Hz) *		0,2
Massa específica (kg/m ³) *		160
Massa do prisma (t)	m	40.776,259
Momento de inércia da seção transversal em torno de x (m ⁴)	I_x	107.887,186

* Melbourne (1980).
Fonte: Elaborado pela autora.

Considerando a velocidade máxima do vento como variável aleatória representada pela distribuição de probabilidade de Gumbel, na utilização do método FORM é necessário definir os parâmetros de escala e de posição, encontrados por meio da média e desvio padrão de dados obtidos por medição. Para fins de

estimativa, utilizaram-se os parâmetros de escala e de posição de Smith e Caracoglia (2011), respectivamente $\varepsilon = 3,23$ e $u = 36,35$, que adaptaram dados de pico de rajadas de 3 segundos de uma estação NOAA – *National Oceanic and Atmospheric Administration*, localizada em Boston-Massachusetts, à distribuição Gumbel para máximos. Os dados de pico são referentes à velocidade máxima anual em um período de 25 anos (1984-2008) com um comprimento de rugosidade z_0 de 0,1 metros para uma localização urbana, projetados para uma elevação de 183 metros do solo.

Utilizando as Equações (15) e (16), pode-se estimar uma média de velocidade máxima do vento de 36,53 m/s no topo do edifício e um desvio padrão de aproximadamente 0,4 indicando que, para os parâmetros de Smith e Caracoglia (2011), os dados para rajadas de vento tendem a estar próximos a seu valor médio.

Como o método utilizado para caracterização do perfil vertical do vento é a Lei Potencial, converte-se o comprimento de rugosidade $z_0 = 0,1$ para seu expoente p , por meio da fórmula de correlação apresentada por Manwell et al (2002):

$$p = 0,096 \cdot \log_{10} z_0 + 0,016(\log_{10} z_0)^2 + 0,24 \quad (48)$$

Desta forma, encontra-se $p = 0,16$, o que, conforme Tabela 1, para rajadas de 3 segundos, corresponde a terreno entre subúrbio e centro urbano, dado coerente a sugestão de Melbourne (1980) de $p = 0,28$ para vento natural soprando em terreno urbano com altura de construções na faixa de 6 a 15 metros.

A Tabela 6 apresenta um resumo das propriedades da carga de vento utilizadas para o cálculo da probabilidade de falha do edifício.

Tabela 6 – Propriedades da variável aleatória carga de vento.

Propriedade	Símbolo	Valor
Comprimento de rugosidade (m) *	z_0	0,1
Expoente da Lei Potencial	p	0,16
Parâmetro de escala (Gumbel) *	E	3,23
Parâmetro de posição (Gumbel) *	u	36,35
Média da Velocidade máxima no topo (m/s)		36,5287
Desvio padrão da Velocidade máxima no topo (m/s)		0,397074

* Smith e Caracoglia (2011).
Fonte: Elaborado pela autora.

Para a variável aleatória de módulo de elasticidade do concreto, adaptou-se o estudo de Xu e Bai (2013) no qual consideraram distribuição de probabilidade normal ao módulo de elasticidade de uma torre de resfriamento circular com 250 metros de altura e 200 metros de diâmetro de base, utilizando uma média de $3,35 \times 10^4$ MPa e coeficiente de variação de 10% . Para análises lineares de projeto e verificação de estados limites de serviço deve-se considerar o módulo de elasticidade secante, sendo que, segundo a NBR 6118/2014, a média utilizada pelos autores corresponderia a um concreto entre as classes C40 e C45 considerando o uso do granito como agregado graúdo.

Para o caso em questão, considerou-se um concreto classe C35 com média igual a 29×10^6 kN/m² (Tabela 2). Utilizando o coeficiente de variação de 10% é possível calcular um desvio padrão de $2,9 \times 10^6$ kN/m². A Tabela 7 apresenta as propriedades para essa variável:

Tabela 7 – Propriedades da variável aleatória módulo de elasticidade.

Propriedade	Valor
Módulo de elasticidade médio (kN/m ²) *	29.000.000
Coeficiente de Variação (%)	10
Desvio padrão do Módulo de elasticidade (kN/m ²)	2.900.000

* ABNT NBR 6118/2014.

Fonte: Elaborado pela autora.

Para a formulação da força do vento em função da velocidade máxima no topo do edifício V_{Topo} , utilizou-se o conceito de força resultante F_R , calculando a integral do perfil vertical de força, encontrado a partir do perfil vertical de velocidade do vento. Assim, a força resultante pode ser representada pela Equação (45), onde h é a altura do edifício e $f(z)$ corresponde à função da força do vento em relação à altura z :

$$F_R = \int_0^h f(z) dz \quad (49)$$

Sabendo-se que a Lei Potencial para o perfil vertical de velocidade do vento é dada pela Equação (1), substituindo os valores e aplicando à Equação (2), têm-se a pressão dinâmica em função da altura $q(z)$, em N/m^2 , representada por:

$$q(z) = 0,613 \cdot \left(V_{Topo} \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^{0,16} \right)^2 \quad (50)$$

Para calcular a força por meio da pressão conforme Equação (3), considerou-se o gráfico da NBR 6123/2013 para edificações paralelepípedicas em vento de baixa turbulência, encontrando um coeficiente de arrasto $C_a = 1,45$. Assim, $f(z)$ pode ser escrita da seguinte forma:

$$f(z) = 1.403,485 \cdot V_{Topo}^2 \cdot z^{0,32} \quad (51)$$

que substituída na Equação (45) e resolvida a integral, tem-se uma força resultante, em kN, igual a:

$$F_R = 1.029,658 \cdot V_{Topo}^2 \quad (52)$$

Para o cálculo da altura a que essa carga concentrada F_R deverá ser aplicada ao edifício, correspondente aos efeitos da carga distribuída $f(z)$, utiliza-se a equação:

$$\bar{z} = \frac{\int_0^h z \cdot f(z) dz}{F_R} \quad (53)$$

encontrando-se uma altura de 104,052 metros.

A partir da definição de força do vento em função da variável aleatória V_{Topo} , em m/s, serão compostas duas equações de estado limite – deslocamento excessivo e aceleração máxima – referentes à análise de conforto dos usuários do edifício.

Logo, considerando a simplificação do CAARC a uma barra prismática de massa uniformemente distribuída, engastada em uma extremidade, o deslocamento

no topo da construção, causado pela incidência da carga concentrada F_R , pode ser calculado pela equação (BEER E JOHNSTON, 2006):

$$d = \frac{F_R \cdot l^2}{6EI} \cdot (3h - l) \quad (54)$$

onde l é a distância entre a extremidade engastada e a aplicação da carga, h é a altura total do edifício e EI é a sua rigidez à flexão.

Substituindo os valores na Equação (54), encontra-se o deslocamento no topo do edifício, em centímetros, pela equação:

$$d = \frac{765.656,071 \cdot V_{Topo}^2}{E} \quad (55)$$

Sabendo que, segundo a NBR 15575-2/2013, deve-se considerar o menor valor entre $H_{total}/500 = 36,576$ centímetros e 3 centímetros, estruturou-se a equação de estado limite, nos termos da Equação (19), da seguinte forma:

$$g_1(V_{Topo}, E) = 3 - \frac{765.656,071 \cdot V_{Topo}^2}{E} \quad (56)$$

onde, pelas regras das Equações (20) e (21), corresponderá ao domínio de falha os valores das variáveis aleatórias V_{Topo} e E quando $g_1(V_{Topo}, E) \leq 0$.

No entanto, conforme Huang et al (2012), os valores usualmente empregados para deslocamento do topo em edifícios altos estão entre 1/750 a 1/250 da altura total do edifício. Assim, de forma alternativa, montou-se outra equação de estado limite para o critério de $H_{total}/500 = 36,576$ centímetros:

$$g_1(V_{Topo}, E) = 36,576 - \frac{765.656,071 \cdot V_{Topo}^2}{E} \quad (57)$$

A aceleração máxima é calculada pela Equação (38) utilizando a frequência natural e o deslocamento de um nível devido à resposta flutuante do edifício. Visto

que o problema é independente do tempo (não estocástico), utilizou-se a razão entre pressão média e de pico calculado por Merce et al (2007), com base na NBR 6123/1988, onde 48% da pressão total possui comportamento constante e os 52% restantes, comportamento flutuante.

Sendo a pressão total representada pela Equação (50), a pressão flutuante $q_f(z)$ a ser considerada no cálculo da aceleração será:

$$q_f(z) = 0,52 \cdot q(z) = 0,31876 \cdot \left(V_{Topo} \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^{0,16} \right)^2 \quad (58)$$

e a função da força do vento flutuante f_f em relação à altura z , será:

$$f_f(z) = 729,812 \cdot V_{Topo}^2 \cdot z^{0,32} \quad (59)$$

que substituída na Equação (49) e resolvida a integral, tem-se uma força resultante devido à parcela flutuante do vento F_{Rf} , em kN e também aplicada a uma altura de 104,052 metros, igual a:

$$F_{Rf} = 535,422 \cdot V_{Topo}^2 \quad (60)$$

Substituindo os valores na Equação (54), o deslocamento no topo do edifício referente à parcela flutuante, em metros, será:

$$d_f = \frac{3.981,384 \cdot V_{Topo}^2}{E} \quad (61)$$

Considerando a frequência natural de vibração, presente na Tabela 5, igual a 0,2 Hz e substituindo o deslocamento na Equação (38), a amplitude máxima da aceleração causada por oscilações induzidas pelas forças flutuantes do vento, em m/s^2 , pode ser escrita como:

$$a = \frac{25.031.551,9 \cdot V_{Topo}^4}{E^2} \quad (62)$$

Considerando que a NBR 6123/2013 indica uma aceleração máxima de 0,1 m/s² para a verificação do conforto humano em edificações, a equação de estado limite para esse modo de falha pode ser apresentada pela equação:

$$g_2(V_{Topo}, E) = 0,1 - \frac{25.031.551,9 \cdot V_{Topo}^4}{E^2} \quad (63)$$

Os dados de entrada para a rotina computacional (Apêndice A) para a estimativa do índice de confiabilidade, criada no programa Matlab, são: média e desvio padrão das variáveis velocidade máxima no topo do edifício V_{Topo} e módulo de elasticidade do concreto E , presentes respectivamente nas Tabelas 6 e 7; e as equações de estado limite para o modo de falha de deslocamento excessivo, Equações (56) e (57), e para o modo de falha de aceleração máxima, Equação (63).

Para as iterações na busca do índice de confiabilidade, considerou-se aceitável a convergência à valores com diferença menor que 10⁻⁵.

8 RESULTADOS

O tempo necessário para rodar a rotina em Matlab foi de 17 segundos.

Para a equação g_1 , referente ao deslocamento máximo de 3 centímetros (Equação 56), foram necessárias cinco iterações, partindo do ponto de projeto inicial $x^* = (36,52870; 340.550.013)$, para se atingir a convergência de 10^{-5} para o índice de confiabilidade.

A Tabela 8 apresenta os valores encontrados para cada iteração pelo algoritmo HLRF, resultando em um ponto de projeto $x^* = (21,03384; 112.914.464)$ e $y^* = (-40,63491; 28,93602)$ correspondente ao ponto mais provável de falha do sistema no espaço X e Y, respectivamente. O vetor de cossenos diretores para esse ponto é $\vec{\alpha} = (0,81483; -0,57970)$ equivalente à um índice de confiabilidade extremamente baixo de $-49,88476$ e, conseqüentemente, uma probabilidade de falha de aproximadamente 1.

Tabela 8 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_1 para deslocamento de 3 cm.

Iter.	Ponto de projeto x^*		Ponto de projeto y^*		$\vec{\alpha}$		β	P_f
	V_{Topo}	E	V_{Topo}	E				
Inicial	36,52870	340.550.013	0,17732	107,43104	0,92536	-0,37908	-40,56133	$\approx 1,00000$
1	22,21117	125.908.571	-37,53392	33,41675	0,82934	-0,55875	-49,79984	$\approx 1,00000$
2	20,78102	110.216.398	-41,30081	28,00566	0,81150	-0,58436	-49,88078	$\approx 1,00000$
3	21,09338	113.554.597	-40,47809	29,15676	0,81560	-0,57862	-49,88450	$\approx 1,00000$
4	21,01450	112.706.957	-40,68584	28,86447	0,81458	-0,58006	-49,88474	$\approx 1,00000$
5	21,03384	112.914.464	-40,63491	28,93602	0,81483	-0,57970	-49,88476	$\approx 1,00000$

Fonte: Elaborado pela autora.

Diante dos resultados, percebe-se que há uma probabilidade bastante alta do deslocamento do topo superar três centímetros para uma velocidade máxima de vento de 21,03384 m/s e um módulo de elasticidade próximo a 113×10^6 kN/m², ou seja, a maior probabilidade de ocorrer falha provém de uma velocidade máxima de vento baixa ainda que presente uma alta rigidez. Isso se deve ao fato de o limite de 3 centímetros não ser adequado para a análise de deflexões de edifícios altos, sendo facilmente extrapolado. Esse resultado também é influenciado pelo baixo

desvio padrão da curva de Gumbel que não permite dispersão de valores para velocidade de vento e se concentram próximos da média.

Para a equação g_2 , referente ao modo de falha de aceleração máxima (Equação 63), foi necessária apenas uma iteração partindo do ponto de projeto inicial $x^* = (36,52870; 21.111.170)$.

A Tabela 9 apresenta os valores para cada iteração, sendo encontrado ao final um ponto de projeto $x^* = (36,61567; 21.211.819)$ e $y^* = (0,40640; -2,68558)$ correspondentes ao ponto mais provável de falha do sistema no espaço X e Y, respectivamente. O vetor de cossenos diretores para esse ponto é de $\vec{\alpha} = (0,14997; -0,98869)$ equivalente à um índice de confiabilidade de 2,71616 e uma probabilidade de falha de $3,30225 \times 10^{-3}$.

Tabela 9 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_2 .

Iter.	Ponto de projeto x^*		Ponto de projeto y^*		α	β	P_f	
	V_{Topo}	E	V_{Topo}	E				
Inicial	36,52870	21.111.170	0,17732	-2,72029	0,14962	-0,98874	2,71620	$3,30184 \times 10^{-3}$
1	36,61567	21.211.819	0,40640	-2,68558	0,14997	-0,98869	2,71616	$3,30225 \times 10^{-3}$

Fonte: Elaborado pela autora.

Neste caso, a maior probabilidade de falha ocorre para ventos com velocidade máxima de 36,61567 m/s no topo do edifício quando este possui um módulo de elasticidade do concreto de aproximadamente 21×10^6 kN/m², correspondente a classe de resistência de C20.

Quanto ao vetor de cossenos diretores, percebe-se que a solução, para a equação de estado limite g_2 , está fortemente controlada pela variável aleatória do módulo de elasticidade do concreto.

A partir desse vetor, é possível também encontrar uma dependência linear entre os modos de falha de 0,69535 que, segundo a Figura 14, pertence ao intervalo equivalente a equações independentes. Esse coeficiente de correlação corresponde a um valor aproximado uma vez que é obtido a partir da linearização das equações de estado limite.

Devido à alta probabilidade de falha apresentada pela equação g_1 , para a estimativa da probabilidade de falha total do sistema, a parcela referente à

intersecção entre os modos de falha se torna extremamente próxima à probabilidade de falha para a equação g_2 . Sabendo que a probabilidade de falha total do sistema é a soma das probabilidades de falhas individuais de cada modo subtraindo a probabilidade de intersecção, a probabilidade de falha total para o sistema também apresentou um valor próximo a 1. Segundo valores propostos por Silva (2010), essa não é uma grandeza compatível com a prática na engenharia, visto que os valores mais comuns para o índice de confiabilidade correspondem a probabilidades de falha entre 10^{-2} e 10^{-4} .

À vista disso, optou-se por executar novamente a rotina considerando o segundo critério de deslocamento horizontal máximo da NBR 15575-2/2013, ponderada pela altura total do edifício. Segundo Huang et al (2012), permite-se o deslocamento do topo do edifício altos entre 1/750 a 1/250 da altura total do edifício, sendo a razão de 1/500 da norma brasileira compatível aos valores tipicamente empregados. Desta forma, utilizando a equação de estado limite g_1 , limitado a 36,576 centímetros, presente na Equação (57), foi necessária apenas uma iteração para se atingir a convergência de 10^{-5} para o índice de confiabilidade, conforme Tabela 10:

Tabela 10 – Resultados finais do processo iterativo HLRF em g_1 para deslocamento de 36,576 cm.

Iter.	Ponto de projeto x^*		Ponto de projeto y^*		$\vec{\alpha}$	β	P_f	
	V_{Topo}	E	V_{Topo}	E				
Inicial	36,52870	27.932.252	0,17732	-0,36819	0,19632	-0,98054	0,39584	$3,46113 \times 10^{-1}$
1	36,49088	27.874.446	0,07771	-0,38812	0,19613	-0,98058	0,39583	$3,46117 \times 10^{-1}$

Fonte: Elaborado pela autora.

A mudança proposta resultou no ponto de projeto $x^* = (36,49088; 27.874.446)$ e $y^* = (0,07771; -0,38812)$. Esse resultado representa que um deslocamento de 36,576 centímetros no topo do edifício ocorrerá com maior probabilidade para uma velocidade de vento de 36,49088 m/s quando o módulo de elasticidade do concreto for de aproximadamente 28×10^6 kN/m², correspondente a uma resistência entre as classes C30 e C35.

O vetor de cossenos diretores para o ponto de projeto é $\vec{\alpha} = (0,19613; -0,98058)$, solução também altamente controlada pela variável aleatória do módulo

de elasticidade do concreto. Esse vetor de cossenos equivale à um índice de confiabilidade de 0,39583 e uma probabilidade de falha de $3,46117 \times 10^{-1}$.

Para a nova equação de g_1 , a correlação encontrada entre as equações de estado limite g_1 e g_2 foi de 0,99685, também caracterizando equações independentes. Para análise das equações em série, o sistema apresentou uma probabilidade de ambas as falhas ocorrendo simultaneamente de $1,14296 \times 10^{-3}$, com a parcela de integração referente a correção bastante próxima a zero. Assim, a probabilidade de falha total do sistema encontrado foi de $3,48276 \times 10^{-1}$.

A Figura 17 apresenta um gráfico comparativo de convergência dos índices de confiabilidade para cada equação de estado limite. Sabendo-se que quanto menor o índice de confiabilidade maior a probabilidade de falha, percebe-se que a probabilidade de ocorrência de deslocamentos superiores a três centímetros no topo do edifício é muito maior que a probabilidade de acelerações acima de $0,1 \text{ m/s}^2$, não sendo esse um estado limite compatível ao problema em questão.

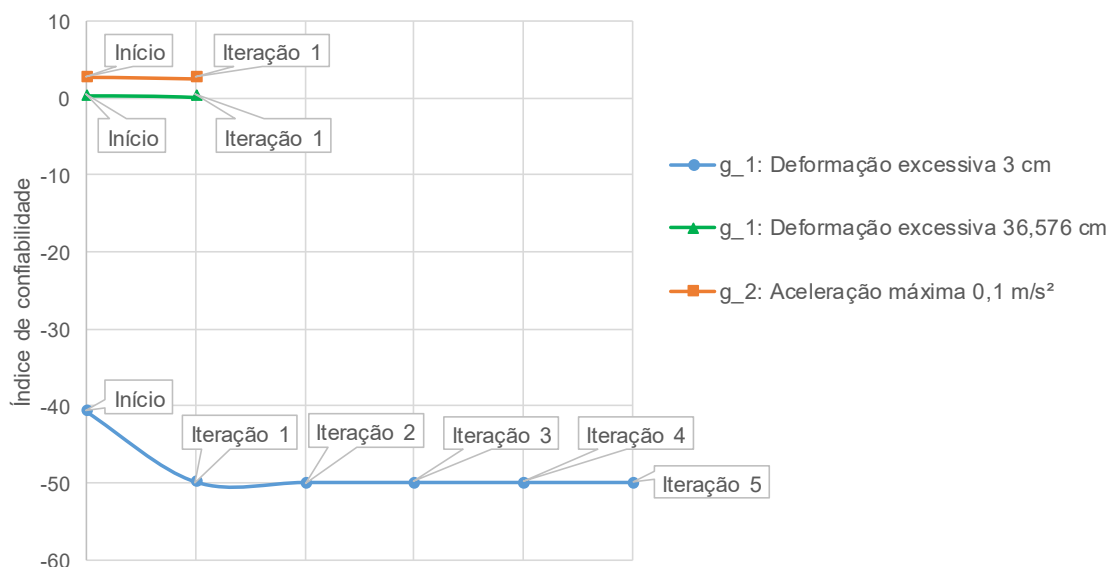


Figura 17 – Gráfico de convergência dos índices de confiabilidade para as equações de estado limite.
Fonte: Elaborado pela autora.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa teve por objetivo principal o estudo da análise de confiabilidade pelo método FORM, aplicado ao edifício CAARC, o qual possibilitou simplificações estruturais e um maior controle no manuseio das incertezas presentes.

A aplicação do FORM exige não somente um conhecimento aprofundado da técnica e do comportamento estatístico das variáveis envolvidas, como também de uma multiplicidade de disciplinas inter-relacionadas características de cada problema a ser resolvido.

Na utilização do método para o caso em questão, notou-se necessária a presença de no mínimo duas variáveis aleatórias. Isso ocorre devido a estimativa do índice de confiabilidade se basear nos conceitos da geometria analítica de menor distância entre a origem e uma função linear na forma $ax + by + c = 0$.

Assim, estipulou-se duas variáveis aleatórias não correlacionadas: a velocidade máxima do vento no topo do edifício, representada pela distribuição de Gumbel para máximos, e o módulo de elasticidade do concreto, representada pela curva normal.

Além disso, considerou-se a carga de vento aplicada como uma força resultante estática proveniente de um perfil vertical baseado na Lei Potencial. A análise de resposta estrutural negligenciou movimentos de torção e de amortecimento estrutural, observando somente o comportamento elástico-linear do edifício no sentido mais desfavorável.

Para a utilização do método também é necessário traçar equações de estado limite baseado em modos de falha da estrutura. Apesar da aceleração ser o critério mais utilizado para desempenho de conforto em edifícios altos, considerou-se também o deslocamento lateral máximo. Assim, analisou-se o modo de falha de deslocamento excessivo baseado na NBR 15575-2/2013 e de aceleração máxima para verificação do conforto humano pela NBR 6123/2013.

Considerando o exposto, o método FORM apresentou-se como uma maneira bastante prática de se quantificar as incertezas usualmente compreendidas em intervalos de confiança. Para a aceleração máxima de conforto humano, mesmo considerando o vento como força estática, esse modo de falha apresentou valores práticos bastante razoáveis para o ponto de projeto e a probabilidade de falha.

No entanto, para o deslocamento horizontal do topo do edifício restringido a 3 centímetros, encontrou-se uma probabilidade de falha extremamente alta para valores baixos de velocidade de vento, concluindo-se que, para o edifício alto do problema, esse limite normativo tende a ser facilmente extrapolado.

Esse óbice impactou também na estimativa da probabilidade de falha total do sistema em série. Verificando-se falha quando da ocorrência de quaisquer dos dois modos, ao se deparar com uma probabilidade de falha tão alta para o deslocamento do topo do edifício, a consequência seria de que a probabilidade de falha total do sistema também o seria.

Assim, analisou-se alternativamente o deslocamento horizontal máximo de 36,576 centímetros, parâmetro esse em função da altura e usualmente utilizado nos estudos de edifícios altos. Apesar de obtidos valores de ponto de projeto mais coerentes com o problema, a probabilidade de falha para esse limite de deslocamento de 34,612% ainda é bastante superior aos 0,33% de probabilidade de falha para acelerações acima de 0,1 m/s². Logo, a probabilidade de falha total do sistema novamente se aproximou à maior probabilidade de ocorrência entre os dois modos de falha, resultando em um valor de 34,828% .

É importante também notar que o conhecimento dos pontos de projeto, ou seja, os pontos com maior probabilidade de falha, permite que, em fase de projeto, possam ser modificados ou estudados parâmetros construtivos que melhor se adequem a realidade. A utilização de métodos de confiabilidade estrutural, em conjunto com testes de túnel de vento, possibilitaria a otimização de edifícios altos com a utilização de intervalos de confiança que não superestimem a estrutura e que ainda garantam o mínimo de conforto aos seus usuários.

Além disso, a utilização do CAARC para a formulação do método permite que outros pesquisadores possam criticar, assim como, comparar resultados, para que, com o diálogo, possa haver maior evolução e conscientização sobre a análise de incertezas na engenharia.

Sugere-se para estudos futuros:

- a) refinar as equações de estado limite através de detalhamento da estrutura analisada e aprofundar o comportamento da carga de vento, por meio do Método dos Elementos Finitos;
- b) utilizar outros métodos de cálculo para a resistência da estrutura como o método simplificado do Gama-Z e o módulo de rigidez equivalente;

- c) analisar outras variáveis como o amortecimento da estrutura, a direção do vento e o tempo, assim como, aplicar medidas de sensibilidade a fim de determinar as variáveis aleatórias que apresentam maior influência na obtenção do índice de confiabilidade;
- d) incluir rigorosa técnica estrutural de análise, considerando modos de vibração, respostas de torção do edifício e a flexão em torno do eixo Y;
- e) aplicar o estudo à dados reais constatados em ensaios de túnel de vento;
- f) desenvolver um comparativo de procedimentos e resultados com a análise de confiabilidade estrutural pelo método analítico SORM e a simulação de Monte Carlo;
- g) estender o algoritmo proposto para a análise estrutural de estados limites últimos assumindo condições mais críticas que a estudada;
- h) comparar a abordagem de incertezas pelas normas brasileiras com a abordagem via confiabilidade estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123**: Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8522**: Concreto – Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15575-2**: Edificações habitacionais – Parte 2: Requisitos para os sistemas estruturais. Rio de Janeiro, 2013.

AWRUCH, A. M.; GOMES, H. M. Análise de confiabilidade de estruturas de concreto armado com uma metodologia para inclusão de efeitos estocásticos de propriedades dos materiais. **Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería**, Catalunya, 30(2), p. 85-96, 2013.

BAROTH, J.; BREYSSE, D.; SCHOEFS, F. **Construction reliability**: safety, variability and sustainability. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

BARROS, M. **Processos estocásticos**. Rio de Janeiro: Papel Virtual, 2000.

BECK, A. T. **Curso de confiabilidade estrutural** (meio eletrônico). São Carlos; 2012. [Departamento de Engenharia de Estruturas – Universidade de São Paulo].

BEER, F. P.; JOHNSTON JUNIOR, E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros**: estática. 5ª Edição revisada. São Paulo: Makron Books, 1994.

BEER, F. P.; JOHNSTON JUNIOR, E. R. **Resistência dos Materiais**. 3ª Edição. São Paulo: Makron Books, 2006.

BENJAMIN, J. R.; CORNELL, C. A. **Probability statistics and decision for civil engineers**. New York: McGraw Hill, 1970.

BLESSMANN, J. **Ação do vento em edifícios**. 2ª Edição. Série Engenharia Estrutural, 7. Porto Alegre: Editora da Universidade, 1989.

BLESSMANN, J. **O vento na engenharia estrutural**. 1ª Edição. Porto Alegre: Editora da Universidade, 1995.

CARRIL JÚNIOR, C. F. **Análise numérica e experimental do efeito dinâmico do vento em torres metálicas treliçadas para telecomunicações**. 2000. 143 p. Tese

(Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2000.

CASTILLO, E.; O'CONNOR, A. J.; NOGAL, M.; CALVIÑO, A. On the physical and probabilistic consistency of some engineering random models. Elsevier – **Structural safety**, 51, p. 1-12, 2014.

CHAVES, I. A. **Otimização de pilares de concreto armado mediante uniformização do índice de confiabilidade**. 2004. 178 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004.

COMPUTATIONAL SCIENCE EDUCATION PROJECT (CSEP). **Introduction to Monte Carlo methods** (meio eletrônico). U.S. Department of Energy, 1995. Disponível em: <<http://www.phy.ornl.gov/csep/CSEP/MC/NODE4.html>>. Acesso em: 26 jan. 2017.

CORDEIRO, A. L. R. **Aplicação dos métodos FORM e SORM para avaliação de dutos corroídos**. 2009. 80 p. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2009.

CUNHA, A. J. P.; LIMA, N. A.; SOUZA, V. C. M. **Acidentes estruturais na construção civil**. 4ª Edição. São Paulo: PINI, 2004.

CZARNOBAY, A. S. **Estudo em túnel de vento dos efeitos de atenuadores dinâmicos sintonizados em modelos de edifícios altos**. 2006. 142 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2006.

FERRARETO, J. A.; MAZZILLI, C. E. N.; FRANÇA, R. L. S. Wind-induced motion on tall buildings: A comfort criteria overview. Elsevier – **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 142, p. 26-42, 2015.

GAO, W.; WU, D.; SONG, C.; TIN-LOI, F.; LI, X. Hybrid probabilistic interval analysis of bar structures with uncertainty using a mixed perturbation Monte – Carlo method. Elsevier – **Finite elements in analysis and design**, 47, p. 643-652, 2011.

GONÇALVES JÚNIOR, L. A. **Avaliação de incertezas em modelo de dano com aplicação a prismas de alvenaria sob compressão**. 2008. 195 p. Dissertação (Mestrado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2008.

GUIMARÃES, D. A. Processos Aleatórios. Instituto Nacional de Telecomunicações, Santa Rita do Sapucaí, 2007. 37 p. Notas de Aula. Versão Digital. Disponível em: <http://www.inatel.br/docentes/dayan/easyfolder/TP501/TP501_Notas_Processos_Aleatorios.pdf>. Acesso em: 16 dez. 2015.

HASOFER, A. M.; LIND, N. C. Exact and invariant second-moment code format. **Journal of the engineering mechanics division**, p. 111-121, 1974.

HATASHITA, L. S. **Análise de confiabilidade de torres de transmissão de energia elétrica quando sujeitas a ventos fortes via método analítico FORM**.

2007. 98 p. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2007.

HELENE, P.; TERZIAN, P. **Manual de dosagem e controle do concreto**. 1ª Edição. São Paulo: PINI, 1993.

HUANG, M.F; CHAN, C.M; LOU W.J. Optimal performance – based design of wind sensitive tall buildings considering uncertainties. Elsevier – **Computer and structures**, 98-99, p. 7-16, 2012.

KAREEM, A. Wind effects on structures: a probabilistic viewpoint. **Probabilistic engineering mechanics**, Vol. 2, nº 4, p. 166-200, 1987.

KAREEM, A. Reliability analysis of wind – sensitive structures. Elsevier – **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 33, Amsterdam, p. 495-514, 1990.

KRISHNAMOORTHY, K. S. **Reliability methods for engineers**. Wisconsin: ASQC Quality Press, 1992.

MAFIOLETI, T. R.; CHAVES NETO, A.; PATIAS, J.; TEIXEIRA JÚNIOR, L. A.; GARCIA, S. R. P. Uma proposta para avaliação probabilística da estabilidade de taludes por método de confiabilidade estrutural. XVIII ENCONTRO NACIONAL DE MODELAGEM COMPUTACIONAL e VI ENCONTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE MATERIAIS, 2015, Salvador. **Anais...** Salvador: UERJ, 2015.

MANWELL, J. F.; MCGOWAN, J. G.; ROGERS, A. L. **Wind energy explained: theory, design and application**. West Sussex: John Wiley & Sons, 2002.

MARCHI, R. D. **Estudo sobre a variabilidade do módulo de deformação do concreto associada a fatores intrínsecos à produção do material**. 2011. 122 p. Dissertação (Mestrado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 3ª Edição. São Paulo: Ibracon, 2008.

MELBOURNE, W. H. Comparison of measurements on the CAARC Standard tall building model in simulated model wind flows. Elsevier – **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 6, Amsterdam, p. 73-88, 1980.

MERCE, R. N.; GUIMARÃES, M. J. R.; BRITO, J. L. V. Análise de torres metálicas submetidas à ação do vento: um estudo comparativo. **Revista Sul-Americana de Engenharia Estrutural**, v. 4, n. 1, Passo Fundo, p. 61-81, janeiro/abril 2007.

MIGUEL, L. F. F. **Estudo teórico e experimental de um edifício alto submetido à ação dinâmica do vento**. 2003. 138 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2003.

PACHECO, J.; BILESKY, P.; MORAIS, T. R.; GRANDO, F.; HELENE, P. Considerações sobre o módulo de elasticidade do concreto. In: Congresso Brasileiro de Concreto, 56º, 2014, Natal. **Anais...** Natal: IBRACON, 2014. Versão digital.

PAGNINI, L. Reliability analysis of wind-excited structures. Elsevier – **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 98, p. 1-9, 2010.

RIBEIRO, S. E. C. **Análise da confiabilidade de vigas de concreto armado com plástico reforçado por fibras**. 2009. 139 p. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2009.

SAGRILO, L. V. S. **Análise da confiabilidade estrutural utilizando os métodos analíticos FORM e SORM**. 1994. 142 p. Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1994.

SALVATORI, L.; MARRA, A. M.; BARTOLI, G.; SPINELLI, P. Probabilistic seismic performance of masonry towers: General Procedure and a simplified implementation. Elsevier – **Engineering structures**, 94, p. 82-95, 2015.

SARTORI, F. C. **Uma comparação de métodos para avaliar a resposta dinâmica de edifícios altos em túnel de vento**. 2010. 166 p. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.

SILVA, M. S. **Introducción a la confiabilidad y evaluación de riesgos: teoría y aplicaciones em ingeniería**. Bogotá: Universidad de Los Andes, 2010.

SIMIU, E. **Design of buildings for wind: a guide for ASCE 7-10 Standard users and designers of special structures**. Second Edition. New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.

SMITH, M. A., CARACOGLIA, L. A Monte Carlo based method for the dynamic “fragility analysis” of tall buildings under turbulent wind loading. Elsevier – **Engineering structures**, 33, p. 410-420, 2011.

SOLARI, G. Wind-excited response of structure with uncertain parameters. **Probabilistic engineering mechanics**, Vol. 12, nº 2, Great Britain, p. 75-87, 1997.

SPENCE, S. M. J.; GIOFFRÈ, M. Efficient algorithms for the reliability optimization of tall buildings. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, p. 691-699, 2011.

VANHAZEBROUCK, V. M. **Análise de dutos corroídos por meio de método de confiabilidade estrutural**. 2008. 139 p. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2008.

VANIN, D. D. **Resposta dinâmica de edifícios altos frente à ação do vento: comparação de técnicas experimentais em túnel de vento**. 2011. 120 p. Dissertação (Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2008.

XU, Y.; BAI, G. Random buckling bearing capacity of super-large cooling towers considering stochastic material properties and wind loads. **Probabilistic Engineering Mechanics**, 33, p. 18-25, 2013.

ZHANG, L.; LI, J.; PENG, Y. Dynamic response and reliability analysis of tall buildings subject to wind loading. **Journal of wind engineering and industrial aerodynamics**, 96, p. 25-40, 2008.

APÊNDICE A – ROTINA COMPUTACIONAL EM AMBIENTE MATLAB

```

format long; % aumenta nº casas decimais
syms Vtopo E positive; % declara Vtopo e E como variáveis simbólicas
syms x_1 x_2; % declara auxiliar x_1 e x_2 como variáveis simbólicas
syms z; % declara auxiliar z como variável simbólica

fprintf('Dados de entrada para Vtopo com pdf Gumbel \n');
u_Vtopo=36.35;
e_Vtopo=3.23;
M_Vtopo=u_Vtopo+(0.5772/e_Vtopo);
DP_Vtopo=pi()/(e_Vtopo*sqrt(6));
fprintf('Parâmetro de Localização = % f \n',u_Vtopo);
fprintf('Parâmetro de Escala = % f \n',e_Vtopo);
fprintf('Média Vtopo = % f \n',M_Vtopo);
fprintf('Desvio Padrão Vtopo = % f \n \n',DP_Vtopo);

fprintf('Dados de entrada para E com pdf Normal \n');
M_E=29000000;
DP_E=2900000;
fprintf('Média E = % f \n',M_E);
fprintf('Desvio Padrão E = % f \n \n',DP_E);

fprintf('1. Estado limite de deformação excessiva \n');
g_1=3-(765656.071*(Vtopo^2))/E; % equação de estado limite (deformação
excessiva) para cálculo de derivadas parciais
AVtopo_comp=-diff(g_1,Vtopo); % Derivadas parciais AVtopo e AE
AE_comp=-diff(g_1,E);
fprintf('g_1(Vtopo, E) = ');
disp(g_1);

fprintf('Ponto de Projeto inicial: ');
x1=M_Vtopo; % Assume ponto de projeto x1* igual a média
g=3-(765656.071*(x1^2))/x_2; % equação de estado limite
x2=double(solve(g)); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre a equação de
estado limite
fprintf('x* = (% f, % f)\n \n',x1,x2); % imprime 1º ponto de projeto

fprintf('Parâmetros equivalentes normais x1* \n'); % Parâmetros equivalentes x1*
(Gumbel) - Rackwitz e Fiessler
f_Vtopo=e_Vtopo*(exp(-exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo))))*(exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo)));
% Calcula a função densidade de probabilidade para Gumbel
F_Vtopo=exp(-exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo))); % Calcula a função de distribuição
acumulada para Gumbel
fprintf('Função densidade de probabilidade Vtopo = % f \n',double(f_Vtopo));
fprintf('Função distribuição acumulada Vtopo = % f \n',double(F_Vtopo));
eq_1=norminv(double(F_Vtopo),0,1); % Calcula a inversa da FDA
DPeq_Vtopo=(1/f_Vtopo)*normpdf(eq_1); % Calcula DP equivalente x1*

```

```

Meq_Vtopo=x1-(DPeq_Vtopo*eq_1); % Calcula Média equivalente x1*
fprintf('Desvio Padrão equivalente Vtopo = % f \n',double(DPeq_Vtopo));
fprintf('Média equivalente Vtopo = % f \n \n',double(Meq_Vtopo));

fprintf('Transformação x* para y* no espaço normalizado \n \n'); % Hasofer e Lind
n=1;
fprintf('ITERAÇÃO % f \n', n);
y1=double((x1-Meq_Vtopo)/DPeq_Vtopo);
y2=double((x2-M_E)/DP_E);
y=[y1;y2];
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,x2);
fprintf('y* = (% f, % f) \n',y1,y2);

% matriz A
A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais
A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão A1
A2=AE_comp*DP_E;
A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
fprintf('A = \n');
disp(A);

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=double((B*y)/sqrt(B*A)); % Índice de Confiabilidade
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f \n',IC);
Vdiretores=double(A/sqrt(B*A)); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);

% Novos valores de variáveis
ICdif=1;

while ICdif > 0.0001
    n=n+1;
    fprintf('ITERAÇÃO % f \n', n);
    IC_2=IC;

    % Novos valores de variáveis
    y1=Vdiretores(1,1)*IC_2; % Novo valor de y1*
    eq_2=Meq_Vtopo+(y1*DPeq_Vtopo)-x_1;
    x1=double(solve(eq_2)); % Resolve eq_2=0. Novo valor de x1*
    g=3-(765656.071*(x1^2))/x_2;
    x2=double(solve(g)); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre a equação
de estado limite
    fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,x2);
    y2=double((x2-M_E)/DP_E); % Novo valor y2*
    y=[y1;y2];
    fprintf('y* = (% f, % f) \n',y1,y2);

```

```

% matriz A
A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais
A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão
A1
A2=AE_comp*DP_E;
A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
fprintf('A = \n');
disp(A);

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=double((B*y)/sqrt(B*A)); % Índice de confiabilidade novo
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f \n',IC);
Vdiretores=A/sqrt(B*A); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);
ICdif=IC_2-IC;
end

fprintf('DADOS FINAIS G1 \n');
x1_1=x1;
x1_2=x2;
y1_1=y1;
y1_2=y2;
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1_1,x1_2);
fprintf('y* = (% f, % f)\n',y1_1,y1_2);
ICg_1=IC; % Índice de confiabilidade Final para g_1
fprintf('Índice de Confiabilidade g1 = % f \n',ICg_1);
Pfg_1=normcdf(-ICg_1); % Encontra a probabilidade de falha pelo índice de
confiabilidade
fprintf('Probabilidade de falha g1 = % f \n', Pfg_1);
Vdiretores_1=Vdiretores;
fprintf('Vetor de cossenos diretores g1 = \n');
disp(Vdiretores_1);

fprintf('2. Estado limite de aceleração máxima \n');
g_2=0.1-(25031551.9*(Vtopo^4))/(E^2); % equação de estado limite (aceleração
máxima) para cálculo de derivadas parciais
AVtopo_comp=-diff(g_2,Vtopo); % Derivadas parciais AVtopo e AE
AE_comp=-diff(g_2,E);
fprintf('g_2(Vtopo, E) = ');
disp(g_2);

fprintf('Ponto de Projeto inicial: ');
x1=M_Vtopo; % Assume ponto de projeto x1* igual a média
x2=sqrt((25031551.9*(x1^4))/0.1); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre a
equação de estado limite

```

```

fprintf('x* = (% f, % f)\n\n',x1,double(x2)); % imprime 1° ponto de projeto

n=1;
fprintf('ITERAÇÃO % f\n', n);
y1=double((x1-Meq_Vtopo)/DPeq_Vtopo);
y2=double((x2-M_E)/DP_E);
y=[y1;y2];
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,x2);
fprintf('y* = (% f, % f)\n',y1,y2);

% matriz A
A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais
A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão A1
A2=AE_comp*DP_E;
A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
fprintf('A = \n');
disp(A);

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=double((B*y)/sqrt(B*A)); % Índice de Confiabilidade
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f\n',IC);
Vdiretores=double(A/sqrt(B*A)); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);

% Novos valores de variáveis
ICdif=1;

while ICdif > 0.0001
    n=n+1;
    fprintf('ITERAÇÃO % f\n', n);
    IC_2=IC;

    % Novos valores de variáveis
    y1=Vdiretores(1,1)*IC_2; % Novo valor de y1*
    eq_3=Meq_Vtopo+(y1*DPeq_Vtopo)-x_1;
    x1=double(solve(eq_3)); % Resolve eq_3=0. Novo valor de x1*
    x2=sqrt((25031551.9*(x1^4))/0.1); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre
a equação de estado limite
    fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,double(x2));
    y2=double((x2-M_E)/DP_E); % Novo valor y2*
    y=[y1;y2];
    fprintf('y* = (% f, % f)\n',y1,y2);

    % matriz A
    A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais

```

```

A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão
A1
A2=AE_comp*DP_E;
A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
fprintf('A = \n');
disp(A);

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=(B*y)/sqrt(B*A); % Índice de confiabilidade novo
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f \n',IC);
Vdiretores=A/sqrt(B*A); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);
ICdif=IC_2-IC;
end

fprintf('DADOS FINAIS G2 \n');
x2_1=x1;
x2_2=x2;
y2_1=y1;
y2_2=y2;
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x2_1,x2_2);
fprintf('y* = (% f, % f)\n',y2_1,y2_2);
ICg_2=IC; % Índice de confiabilidade Final para g_2
fprintf('Índice de Confiabilidade g2 = % f \n',ICg_2);
Pfg_2=normcdf(-ICg_2); % Encontra a probabilidade de falha pelo índice de
confiabilidade
fprintf('Probabilidade de falha g2 = % f \n ', Pfg_2);
Vdiretores_2=Vdiretores;
fprintf('Vetor de cossenos diretores g2 = \n');
disp(Vdiretores_2);

fprintf('EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE EM SÉRIE \n ');
Cor12=(Vdiretores_1*Vdiretores_2)/(norm(Vdiretores_1)*norm(Vdiretores_2)); %
Calcula a correlação entre as equações de estado limite
fprintf('Correlação entre equações de estado limite g1 e g2 = % f \n ', Cor12);

if Cor12==0
fprintf('Correlação=0 Equações mutuamente excludentes \n ');
Pftotal=Pfg_1+Pfg_2; % Calcula a probabilidade de falha total para equações
mutuamente excludentes
fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pftotal: % f \n',Pfg_1,Pfg_2,Pftotal);

elseif Cor12>=1
fprintf('Correlação >= 1 Equações totalmente dependentes \n ');
Pf_comp=[Pfg_1;Pfg_2];
Pftotal=max(Pf_comp); % Calcula a probabilidade de falha total para equações
totalmente dependentes

```

```

fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pftotal: % f \n',Pfg_1,Pfg_2,Pftotal);

else
fprintf('0 < Correlação < 1 Equações independentes \n ');
eq_4=integral(@(z)(exp(-0.5*((ICg_1.^2)+(ICg_2.^2)-(2*z*ICg_1*ICg_2))./(1-
z.^2)))./((2*pi)*sqrt(1-z.^2))),0,Cor12); % Integral da função densidade de
probabilidades bidimensional normal padronizada
Pf_bi=(Pfg_1*Pfg_2)+eq_4;
Pftotal=Pfg_1+Pfg_2-Pf_bi; % Calcula a probabilidade de falha total para equações
independentes
fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pf_bi: % f, integral: % f, Pftotal: % f
\n',Pfg_1,Pfg_2,Pf_bi,eq_4,Pftotal);
end

fprintf('\n Segunda tentativa: Estado limite de deformação excessiva \n');
g_1=36.576-(765656.071*(Vtopo^2))/E; % equação de estado limite (deformação
excessiva) para cálculo de derivadas parciais
AVtopo_comp=-diff(g_1,Vtopo); % Derivadas parciais AVtopo e AE
AE_comp=-diff(g_1,E);
fprintf('g_1(Vtopo, E) = ');
disp(g_1);

fprintf('Ponto de Projeto inicial: ');
x1=M_Vtopo; % Assume-se ponto de projeto x1* igual a média
g=36.576-(765656.071*(x1^2))/x_2; % equação de estado limite
x2=double(solve(g)); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre a equação de
estado limite
fprintf('x* = (% f, % f)\n \n',x1,x2); % imprime 1° ponto de projeto

fprintf('Parâmetros equivalentes normais x1* \n'); % Parâmetros equivalentes x1*
(Gumbel) - Rackwitz e Fiessler
f_Vtopo=e_Vtopo*(exp(-exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo))))*(exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo)));
% Calcula a função densidade de probabilidade para Gumbel
F_Vtopo=exp(-exp(-e_Vtopo*(x1-u_Vtopo))); % Calcula a função de distribuição
acumulada para Gumbel
fprintf('Função densidade de probabilidade Vtopo = % f \n',double(f_Vtopo));
fprintf('Função distribuição acumulada Vtopo = % f \n',double(F_Vtopo));
eq_5=norminv(double(F_Vtopo),0,1); % Calcula a inversa da FDA
DPeq_Vtopo=(1/f_Vtopo)*normpdf(eq_5); % Calcula DP equivalente x1*
Meq_Vtopo=x1-(DPeq_Vtopo*eq_5); % Calcula Média equivalente x1*
fprintf('Desvio Padrão equivalente Vtopo = % f \n',double(DPeq_Vtopo));
fprintf('Média equivalente Vtopo = % f \n \n',double(Meq_Vtopo));

fprintf('Transformação x* para y* no espaço normalizado \n \n'); % Hasofer e Lind
n=1;
fprintf('ITERAÇÃO % f \n', n);
y1=double((x1-Meq_Vtopo)/DPeq_Vtopo);
y2=double((x2-M_E)/DP_E);
y=[y1;y2];
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,x2);

```



```

fprintf('y* = (% f, % f) \n',y1,y2);

% matriz A
A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais
A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão A1
A2=AE_comp*DP_E;
A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
fprintf('A = \n');
disp(A);

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=double((B*y)/sqrt(B*A)); % Índice de Confiabilidade
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f \n',IC);
Vdiretores=double(A/sqrt(B*A)); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);

% Novos valores de variáveis
ICdif=1;

while ICdif > 0.0001
    n=n+1;
    fprintf('ITERAÇÃO % f \n', n);
    IC_2=IC;

    % Novos valores de variáveis
    y1=Vdiretores(1,1)*IC_2; % Novo valor de y1*
    eq_6=Meq_Vtopo+(y1*DPeq_Vtopo)-x_1;
    x1=double(solve(eq_6)); % Resolve eq_6=0. Novo valor de x1*
    g=36.576-(765656.071*(x1^2))/x_2;
    x2=double(solve(g)); % resolve g=0 para ponto de projeto x2* sobre a equação de
estado limite
    fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1,x2);
    y2=double((x2-M_E)/DP_E); % Novo valor y2*
    y=[y1;y2];
    fprintf('y* = (% f, % f) \n',y1,y2);

    % matriz A
    A1=AVtopo_comp*DPeq_Vtopo; % Regra da cadeia para cálculo das derivadas
parciais
    A1=double(subs(A1,{Vtopo,E},{x1,x2})); % substituição dos valores na expressão
A1
    A2=AE_comp*DP_E;
    A2=double(subs(A2,{Vtopo,E},{x1,x2}));
    A=[A1;A2]; % Formação da matriz A
    fprintf('A = \n');
    disp(A);

```

```

% Índice de confiabilidade e vetor de cossenos diretores
B=A'; % Transposta de A
IC=double((B*y)/sqrt(B*A)); % Índice de confiabilidade novo
fprintf('Índice de Confiabilidade = % f \n',IC);
Vdiretores=A/sqrt(B*A); % Vetor de Cossenos diretores
fprintf('Vetor de cossenos diretores = \n');
disp(Vdiretores);
ICdif=IC_2-IC;
end

fprintf('Segunda tentativa DADOS FINAIS G1 \n');
x1_1=x1;
x1_2=x2;
y1_1=y1;
y1_2=y2;
fprintf('x* = (% f, % f)\n',x1_1,x1_2);
fprintf('y* = (% f, % f)\n',y1_1,y1_2);
ICg_1=IC; % Índice de confiabilidade Final para g_1
fprintf('Índice de Confiabilidade g1 = % f \n',ICg_1);
Pfg_1=normcdf(-ICg_1); % Encontra a probabilidade de falha pelo índice de
confiabilidade
fprintf('Probabilidade de falha g1 = % f \n', Pfg_1);
Vdiretores_1=Vdiretores;
fprintf('Vetor de cossenos diretores g1 = \n');
disp(Vdiretores_1);

fprintf('Segunda tentativa EQUAÇÕES DE ESTADO LIMITE EM SÉRIE \n ');
Cor12=(Vdiretores_1*Vdiretores_2)/(norm(Vdiretores_1)*norm(Vdiretores_2)); %
Calcula a correlação entre as equações de estado limite
fprintf('Correlação entre equações de estado limite g1 e g2 = % f \n ', Cor12);

if Cor12==0
fprintf('Correlação=0 Equações mutuamente excludentes \n ');
Pftotal=Pfg_1+Pfg_2; % Calcula a probabilidade de falha total para equações
mutualmente excludentes
fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pftotal: % f \n',Pfg_1,Pfg_2,Pftotal);

elseif Cor12>=1
fprintf('Correlação >= 1 Equações totalmente dependentes \n ');
Pf_comp=[Pfg_1;Pfg_2];
Pftotal=max(Pf_comp); % Calcula a probabilidade de falha total para equações
totalmente dependentes
fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pftotal: % f \n',Pfg_1,Pfg_2,Pftotal);

else
fprintf('0 < Correlação < 1 Equações independentes \n ');
eq_7=integral(@(z)(exp(-0.5*((ICg_1.^2)+(ICg_2.^2)-(2*z*ICg_1*ICg_2)))/(1-
z.^2)))/((2*pi)*sqrt(1-z.^2)),0,Cor12); % Integral da função densidade de
probabilidades bidimensional normal padronizada

```

```
Pf_bi=(Pfg_1*Pfg_2)+eq_7;  
Pftotal=Pfg_1+Pfg_2-Pf_bi; % Calcula a probabilidade de falha total para equações  
independentes  
fprintf('Pfg_1: % f, Pfg_2: % f, Pf_bi: % f, integral: % f, Pftotal: % f  
\n',Pfg_1,Pfg_2,Pf_bi,eq_4,Pftotal);  
end
```