

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

DANIEL FREDERICO MAZARI

**PROJETO ÓTIMO DE MANIPULADORES PARALELOS EM UM  
ESPAÇO DE TRABALHO DETERMINADO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2015

DANIEL FREDERICO MAZARI

**PROJETO ÓTIMO DE MANIPULADORES PARALELOS EM UM  
ESPAÇO DE TRABALHO DETERMINADO**

Trabalho de Conclusão de Curso,  
apresentado à Coordenação de Engenharia  
Mecânica (DAMEC), da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Orientador: Prof. Dr. Fabian Andres Lara Molina.

CORNÉLIO PROCÓPIO  
2015



**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
**Campus Cornélio Procópio**  
**Departamento Acadêmico de Mecânica**  
**Curso de Engenharia Mecânica**



## **FOLHA DE APROVAÇÃO**

**Daniel Frederico Mazari**

**Projeto ótimo de manipuladores paralelos em um espaço de trabalho determinado**

Trabalho de conclusão de curso apresentado às 18:40hs do dia 01/06/2015 como requisito parcial para a obtenção do título de Engenheiro Mecânico no programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. O candidato foi arguido pela Banca Avaliadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Avaliadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof(a). Dr(a). Fabian Andres Lara Molina - Presidente (Orientador)

---

Prof(a). Dr(a). Adailton Silva Borges - (Membro)

---

Prof(a). Dr(a). Edson Hideki Koroishi - (Membro)

## AGRADECIMENTO

Primeiramente, gostaria de agradecer a todas as pessoas que me apoiaram e me deram suporte para a conclusão da minha graduação.

A Deus que guia meus passos e minha vida.

Ao professor, Dr. Fabian Andres Lara Molina pela atenção, paciência e pela oportunidade que ele proporcionou, me orientando no decorrer de todo o trabalho.

Aos meus pais Etelvino Mazari e Rosângela Maria Frederico Mazari os grandes merecedores dessa vitória. Minha irmã Daniela Frederico Mazari e minha querida Vó Materna Laura Silveira que mesmo não me ajudando diretamente sei que sempre estiveram torcendo para o meu sucesso.

E a fundamental presença de minha família sempre acreditando, orientando e me dando forças.

Agradeço a minha amada noiva Roberta Cordeiro Garcia pelo incentivo, companheirismo e o amor incondicional em todos os momentos, deixando minha vida completa quando estou ao seu lado e pelo apoio no decorrer de todo o trabalho.

Aos meus amigos de faculdade, especialmente Rodolpho Cordeiro Garcia e Fabio Pacholok dos Santos, por permitir que esses anos de faculdade se tornassem mais alegres, e a todos os professores que participaram do meu trajeto.

Meus sinceros agradecimentos a todos que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento acadêmico e a construir os grandes momentos de minha vida.

## RESUMO

Mazari, Daniel Frederico. **Projeto ótimo de manipuladores paralelos em um espaço de trabalho determinado**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

O presente trabalho tem como objetivo estabelecer uma metodologia de projeto para determinar os parâmetros geométricos de um manipulador paralelo de seis graus de liberdade através da utilização de algoritmos genéticos para maximizar a destreza cinemática do manipulador em um volume de trabalho determinado. Com esta finalidade, o modelo cinemático inverso é estabelecido através da descrição vetorial das cadeias cinemáticas do manipulador e o modelo da matriz Jacobiana que relacionará a velocidade nos atuadores com a velocidade da plataforma móvel. A destreza cinemática é baseada no número de condição da matriz Jacobiana. As simulações realizadas mostraram que solucionando o problema de otimização proposto foram obtidos simultaneamente os cinco parâmetros que definem a geometria do mecanismo. Adicionalmente, os resultados mostraram que a metodologia implementada neste trabalho tem um custo computacional que permite a resolução do problema de otimização em um tempo razoável.

**Palavras-chave:** Manipulador Plataforma Stewart, Projeto ótimo e Algoritmos Genéticos.

## ABSTRACT

Mazari, Daniel Frederico. **Projeto ótimo de manipuladores paralelos em um espaço de trabalho determinado**. 2015. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Engenharia Mecânica. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2015.

This work aims at introducing an optimal design procedure to determine the structural parameters of the full parallel manipulator by using genetic algorithms in order to maximize the kinematic dexterity of the manipulator over a desired workspace. With this purpose, the inverse kinematic model was established by the vector description of the kinematic chains, the model of the Jacobian matrix. The kinematic dexterity is based on the condition number of the Jacobian matrix. The simulation results of this design methodology indicate that the Genetic Algorithm allows to determine simultaneously the parameters that define the structure of the mechanism. Additionally, the methodology implemented in this work has a low computational cost that allows the resolution of the optimization problem in a reasonable time.

**Keywords:** Stewart Platform Manipulator, optimal design, Genetic Algorithm.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Primeira Plataforma de Stewart. ....	11
Figura 2: Simulador de Vôo Simona. ....	12
Figura 3: Plataforma de Stewart para neuroendoscopia. ....	13
Figura 4: Sistema de Locomoção Bípede. ....	14
Figura 5: Plataforma Stewart acionada por cabos. ....	15
Figura 6: 6-E-P-E .....	16
Figura 7: 6-E-P-U.....	17
Figura 8: Geometria do Manipulador .....	19
Figura 9: Coordenadas do Manipulador.....	19
Figura 10: Geometria da Plataforma Stewart.....	20
Figura 11: Esquema de um Algoritmo Genético Clássico.....	29
Figura 12: Paralelepípedo no espaço de trabalho necessário.....	32
Figura 13: Volume de Trabalho $w$ . ....	35
Figura 14: Evolução dos parâmetros de projeto para otimização ICG. ....	36
Figura 15: Variação ICG. ....	37

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros da Geometria do Manipulador .....	20
Tabela 2 - Parâmetros para executar o AG .....	35



# Sumário

1	INTRODUÇÃO .....	9
1.1	OBJETIVOS .....	10
1.2	PROCEDIMENTO .....	10
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	11
1.4	PROJETO ÓTIMO DE MECANISMOS PARALELOS .....	14
2	MODELAGEM CINEMÁTICA .....	16
2.1	GRAUS DE LIBERDADE .....	17
2.2	GEOMETRIA DO MANIPULADOR .....	18
2.3	CINEMÁTICA INVERSA .....	21
2.4	MATRIZ JACOBIANA .....	23
2.5	MODELO ESTÁTICO .....	25
3	OTIMIZAÇÃO DA PLATAFORMA STEWART-GOUGH .....	27
3.1	ALGORITMOS GENÉTICOS .....	27
3.1.1	História dos Algoritmos Genéticos .....	27
3.1.2	Descrição do Algoritmo Genético .....	28
3.2	NÚMERO DE CONDICIONAMENTO DE UMA MATRIZ .....	29
3.3	FUNÇÃO OBJETIVO .....	30
3.4	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO .....	31
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	34
4.1	OTIMIZAÇÃO DO ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO GLOBAL ....	34
5	CONCLUSÕES .....	38
6	REFERÊNCIAS .....	39

## 1 INTRODUÇÃO

O estudo de manipuladores vem aumentando com o passar do tempo devido a ampla área de atuação dos mesmos. Os manipuladores paralelos têm sido usados nas áreas: médica, industrial, aeronáutica (em simuladores de voo). Os manipuladores paralelos são usados em aplicações que requerem tarefas repetitivas com alta precisão nos movimentos. Neste trabalho especificamente é estudado o Manipulador Plataforma Stewart – Gough (MPS), com a finalidade de determinar os parâmetros que maximizam a destreza cinemática para um espaço de trabalho determinado.

O projeto ótimo dos manipuladores paralelos consiste em maximizar algumas características de desempenho na execução de uma tarefa determinada. A otimização de projetos ótimos vem ganhando destaque nos últimos anos devido à grande importância para que se possa aumentar a performance de manipuladores seja eles quais forem, assim conseguindo melhorar a utilização dos mesmos em vários tipos de operações.

Neste trabalho a função objetivo que será maximizada é a destreza cinemática em um determinado espaço de trabalho do manipulador. Para realizar a otimização do manipulador Plataforma Stewart-Gough é necessário formular a modelagem cinemática que abrange o modelo cinemático inverso baseado na descrição vetorial das cadeias cinemáticas do manipulador e a Matriz Jacobiana. O modelo cinemático inverso é utilizado para formular a função objetivo a ser maximizada, esta função consiste no Índice de Condicionamento Global (ICG) que quantifica a destreza cinemática em um volume determinado. O problema de otimização para determinar os parâmetros geométricos será solucionado através de uma técnica de otimização heurística denominada Algoritmos Genéticos (AG).

O Manipulador Plataforma Stewart-Gough possui seis graus de liberdade: três graus de rotação e três graus de translação. Como característica principal é do tipo paralelo possuindo uma alta rigidez, precisão nos movimentos e sua razão capacidade de carga no efetuador final – peso do manipulador elevada, devido ao fato de que a carga é distribuída nas diferentes cadeias cinemáticas que ligam o efetuador final a sua base fixa.

A Plataforma Stewart-Gough não se limita a aplicações no campo da robótica. Nos últimos anos este mecanismo tem sido aplicado em máquinas ferramentas de controle numérico computadorizado, simuladores de voo, dispositivos hápticos. Portanto a otimização dos parâmetros geométricos do mecanismo é de extrema importância para maximizar a destreza cinemática tornando o manipulador mais eficiente e competitivo nas diversas aplicações mencionadas anteriormente.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é determinar os parâmetros geométricos do Manipulador Plataforma Stewart – Gough com seis graus de liberdade em um espaço de trabalho determinado afim de maximizar a destreza cinemática.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- Revisão bibliográfica relacionada ao tema;
- Estabelecer o modelo cinemático do MPS;
- Implementar a simulação do modelo cinemático da Plataforma Stewart–Gough no Software Matlab®;
- Realizar a otimização para determinar os parâmetros geométricos ótimos utilizando Algoritmos Genéticos.

## 1.2 PROCEDIMENTO

O procedimento metodológico utilizado neste projeto compõe-se das seguintes etapas:

1. Revisão bibliográfica: estudar os principais trabalhos sobre Plataforma de Stewart e otimização de parâmetros geométricos.
2. Modelagem do Manipulador Plataforma Stewart–Gough: Estabelecer o modelo cinemático inverso, modelo da matriz Jacobiana e Índice de Condicionamento Global.

3. Simulações numéricas: Utilizando o programa Matlab, implementar o modelo cinemático da Plataforma Stewart - Gough no mesmo realizando várias simulações numéricas.

4. Otimização: Solucionar o problema de otimização para achar os parâmetros geométricos utilizando Algoritmos Genéticos, para isto, será maximizado o Índice de Condicionamento Global num determinado volume de trabalho.

5. Avaliação dos Resultados: Os resultados obtidos serão avaliados através da verificação dos critérios de desempenho.

### 1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A primeira plataforma baseada em um mecanismo paralelo foi desenvolvida em 1928 para a indústria do entretenimento por James E. Gwinnett (GWINNETT, 1931) ilustrado na Figura 1, utilizada em cadeiras que se moviam conforme o filme.

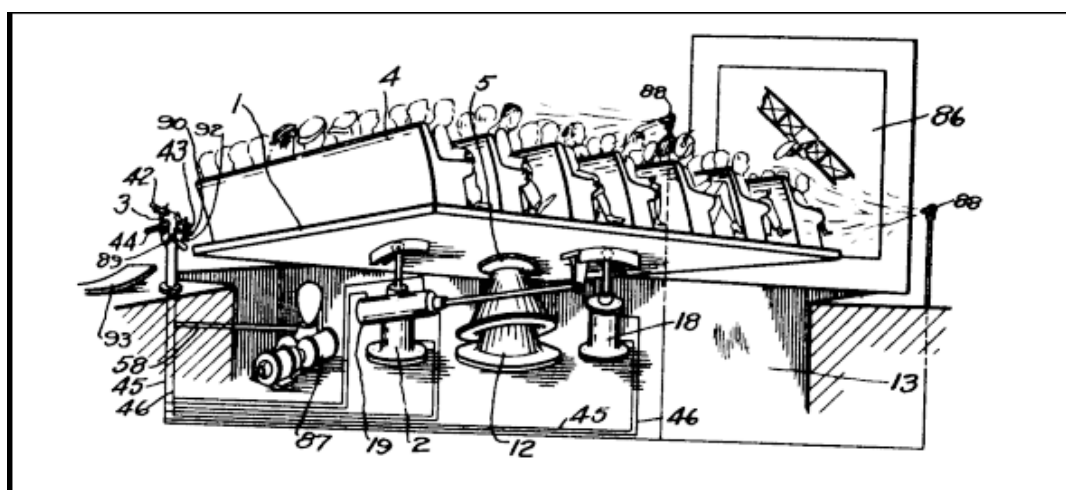


Figura 1: Primeira Plataforma de Stewart.

Fonte: GWINNETT, 1931

Em 1940 Willarf L. V. Pollard desenvolveu um robô com 5 graus de liberdade para a pintura de peças. Em 1947 Gough projetou um mecanismo paralelo com geometria de octaedro hexápode, sendo um poliedro de 8 faces com 6 atuadores, para testar pneus de avião durante o pouso (GOUGH, 1962). Em 1965 Stewart desenvolveu uma plataforma com 6 graus de liberdade para ser utilizada em simuladores de vôo (STEWART, 1965).

Existem diversas aplicações para os manipuladores Plataforma Stewart entre elas pode-se destacar os que representam maior importância: sistemas de locomoção, simuladores de voo e manipuladores cirúrgicos.

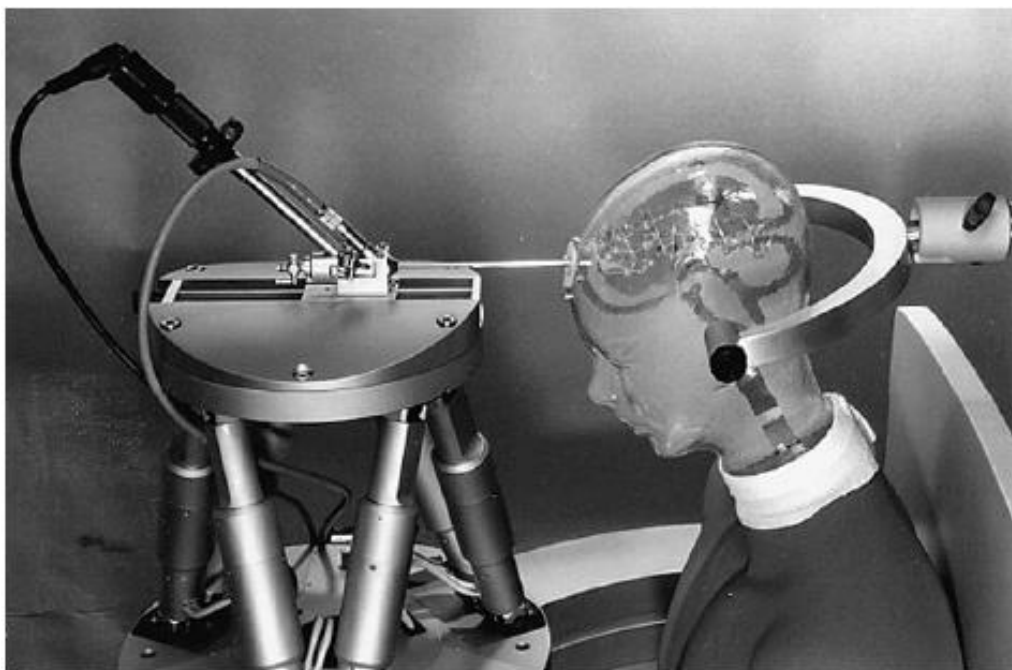
Na indústria aeronáutica o simulador de voo Simona, apresentado na Figura 2, utiliza a plataforma Stewart acionada por atuadores hidráulicos que são controlados através de um sistema de controle multi-variável podendo atingir a aceleração máxima vertical de 1.5g (DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2008).



**Figura 2: Simulador de Vôo Simona.**

**Fonte: DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY, 2008.**

Outra aplicação na área da medicina foi proposta por Wapler (2003), sendo um mecanismo para neuroendoscopia ilustrada na Figura 3. Especificamente, nesta aplicação são necessários procedimentos precisos para atingir um posicionamento exato e repetitivo com alta precisão.



**Figura 3: Plataforma de Stewart para neuroendoscopia.**

**Fonte: WAPLER et. al., 2003.**

Sugahara et al. (2005) desenvolveu o sistema de locomoção bípede WL-16RII a partir da utilização de um mecanismo de pernas composto de duas Plataformas de Stewart invertidas conforme Figura 4. Esse sistema reproduz o movimento das pernas humanas permitindo a locomoção em diferentes tipos de terreno. Cada perna do sistema tem um mecanismo de redução de torque constituído de uma mola de gás comprimido, cuja principal finalidade é suportar as cargas axiais, para que mesmas não sejam transmitidas para os atuadores.



**Figura 4: Sistema de Locomoção Bípede.**

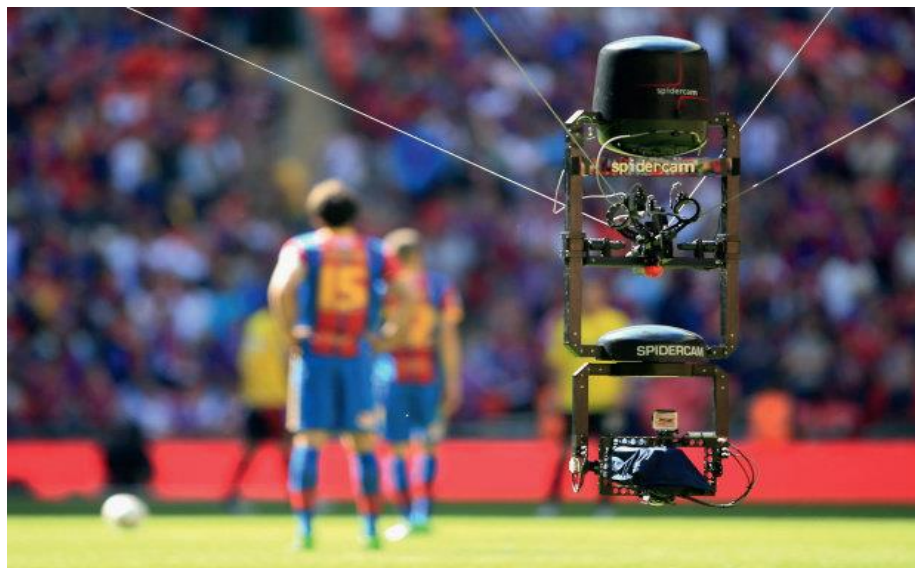
**Fonte: SUGAHARA et al., 2005.**

#### 1.4 PROJETO ÓTIMO DE MECANISMOS PARALELOS

A Plataforma de Stewart-Gough não está limitada apenas a aplicações mencionadas neste trabalho. Há uma infinidade de modelos e aplicações da mesma, um exemplo é a Plataforma de Stewart acionada através de cabos, esta configuração baseada no mecanismo da plataforma Stewart-Gough tem sido utilizada em várias áreas inclusive a de televisão e entretenimento devido a sua utilização em filmagens como será mostrado a seguir.

A utilização desse tipo de plataforma é um tanto quanto difícil, devido a necessitar de um amplo espaço para a sua utilização, devido aos cabos terem que ser tracionados, sendo portanto o espaço de trabalho umas das principais condições para a sua implementação. Existem vários trabalhos relacionados a esses manipuladores como na dissertação de mestrado de Alexandre Back e Travi.

A Figura 5 mostra um exemplo da utilização desse tipo de plataforma que é utilizada para a movimentação de câmeras em jogos de futebol.



**Figura 5: Plataforma Stewart acionada por cabos.**

Fonte: <http://msalx.placar.abril.com.br/2014/01/10/1044/hrWu2/camera.jpeg?>

1389358499



## 2 MODELAGEM CINEMÁTICA

A Plataforma Stewart–Gough é composta por uma base fixa e uma plataforma móvel. Estas são conectadas através de seis pernas extensíveis com juntas prismáticas e juntas passivas em suas extremidades, estas juntas passivas que ligam a plataforma móvel e as pernas podem ser de dois tipos: Universais (U) ou Esféricas (E).

A configuração de plataforma de Stewart-Gough com juntas passivas esféricas nas duas extremidades das pernas é denominada 6-E-P-E (Esférica-Prismática-Esférica) conforme a Figura 6. A configuração com juntas passivas Esféricas e Universais nas extremidades das pernas é denominada 6-E-P-U (Esférica-Prismática-Universal) conforme Figura 7.

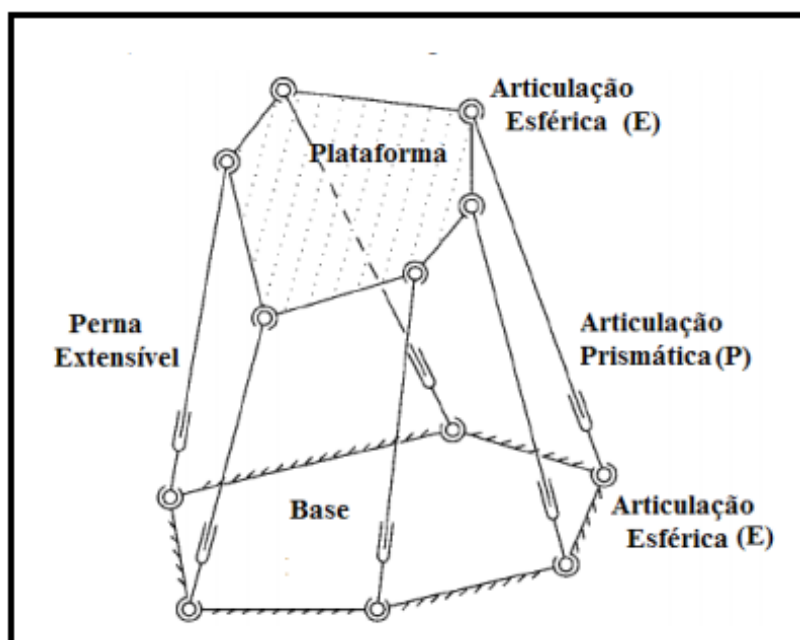


Figura 6: 6-E-P-E

Fonte: MOLINA, 2008.

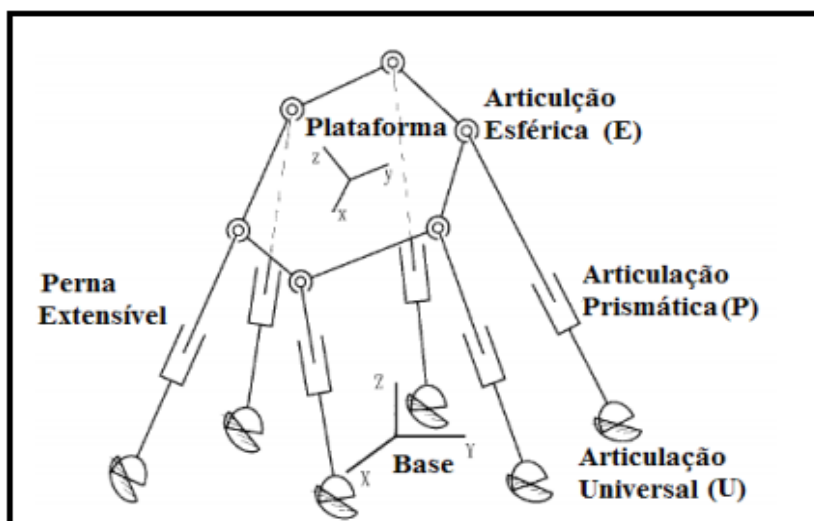


Figura 7: 6-E-P-U

Fonte: MOLINA, 2008.

Para desenvolver o modelo cinemático do manipulador é necessário resolver o modelo cinemático inverso, para isso é necessário definir a geometria do manipulador sendo esse direto e o equacionamento é formulado através da observação das cadeias cinemáticas fechadas. O modelo cinemático diferencial que relacionará a velocidade nas variáveis articulares das pernas com a velocidade da plataforma móvel será determinado através a matriz jacobiana. Adicionalmente, nesta seção é apresentada a matriz Jacobiana para o cálculo das forças estáticas nas pernas e o cálculo do número de graus de liberdade do mecanismo.

## 2.1 GRAUS DE LIBERDADE

O número de graus de liberdade também conhecido como mobilidade é o número de coordenadas independentes do mecanismo. Os graus de liberdade de um mecanismo de cadeia cinemática podem ser obtidos através do critério de Grubler (TSAI, 1990), onde são considerados os graus de liberdade passivos do mecanismo, dado pela equação (1) abaixo.

$$G = \lambda(\eta - j - 1) + \sum_i gi - gp \quad (1)$$

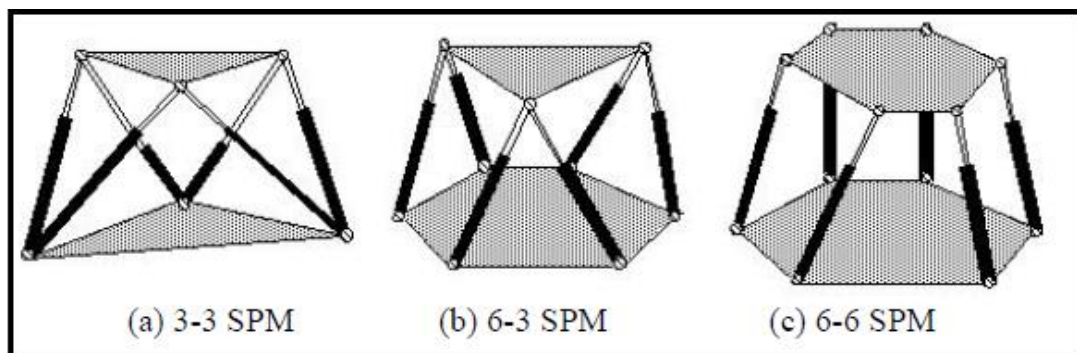
Ao substituir essa formula para o Manipulador Plataforma Stewart – Gough com cadeias cinemáticas E-P-E. Assim,  $\lambda = 6$ , por ser um mecanismo espacial;  $\eta = 14$  os dois extremos das seis pernas, mais a plataforma móvel e a fixa;  $j_1 = 6$ , das seis pernas extensíveis;  $j_3 = 12$ , doze articulações esféricas de três graus de liberdade E;  $j = 18$ , total de articulações;  $gp = 6$ , devido a 2 articulações esféricas nas cadeias cinemáticas, assim aplicando os valores na equação (1), obtemos o número de graus de liberdade  $G$ :

$$G = 6(14 - 18 - 1) + (6 + 12 \times 3) - 6 = 6$$

O mesmo resultados obtém-se para a configuração E-P-U, logo aplicando-se o critério de Grubler é comprovado que o Manipulador Plataforma Stewart –Gough possui 6 graus de liberdade.

## 2.2 GEOMETRIA DO MANIPULADOR

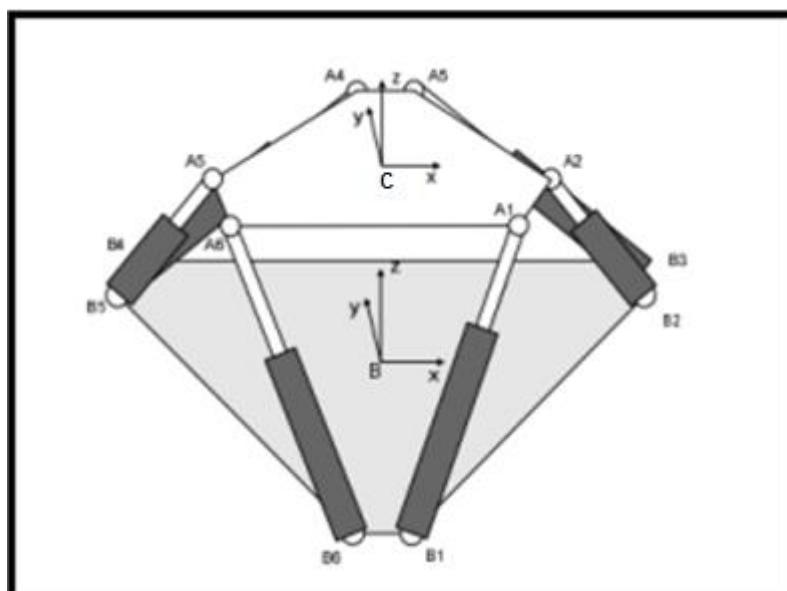
A geometria do Manipulador Plataforma Stewart–Gough é classificada segundo a distribuição das articulações nos seguinte tipos: 3-3 MPS, 6-3 MPS, 6-6 MPS (KIM et al., 1998). Na Figura 8 é apresentada a classificação geométrica do manipulador.



**Figura 8: Geometria do Manipulador**

Fonte: MOLINA, 2008.

Para o modelo apresentado a seguir são utilizados dois sistemas de coordenadas. O sistema local e inercial estão localizados, respectivamente no centroide da plataforma móvel e no centroide da base fixa. Os sistemas de referência são mostrados na Figura 9 e nominados por B e C.



**Figura 9: Coordenadas do Manipulador.**

Fonte: GONZALEZ, 2008.

A geometria da base fixa e da plataforma móvel é definida mediante polígonos inscritos em uma circunferência com raio  $r_a$  e raio  $r_b$  respectivamente, estes são

mostrados na Figura 10. Os parâmetros que os definem a geometria do manipulador estão relacionados na Tabela 1.

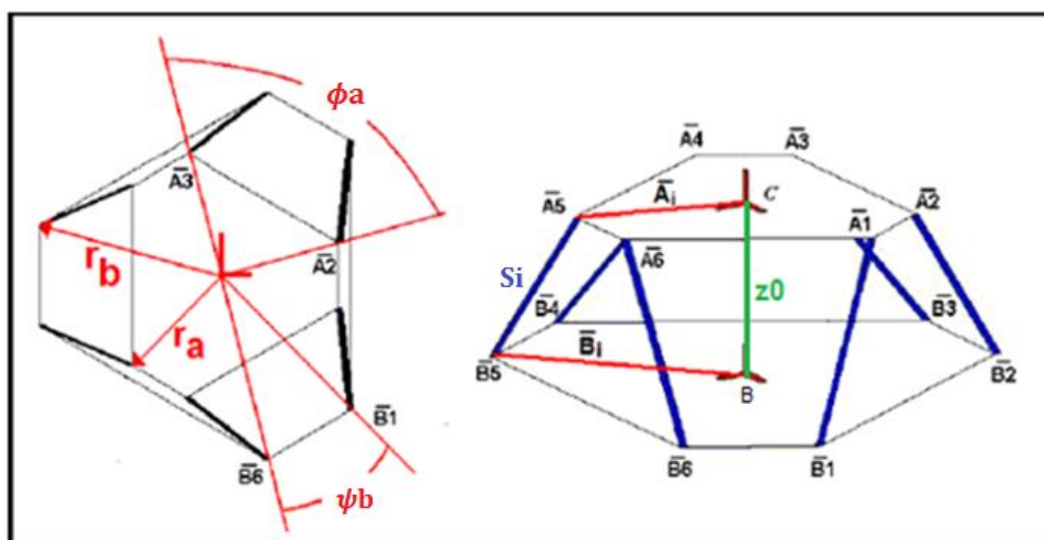


Figura 10: Geometria da Plataforma Stewart

Fonte: MOLINA, 2008.

Tabela 1: Parâmetros da geometria do manipulador

Símbolos	Parâmetros
$r_a$	Raio da placa Móvel
$\phi_a$	Ângulo entre vértices da placa móvel
$r_b$	Raio da base
$\psi_b$	Ângulo entre vértices da base
$z_0$	Distancia entre base fixa e plataforma móvel
$\vec{A}_i$	Vetor da plataforma móvel
$\vec{B}_i$	Vetor da base fixa

Fonte: Autoria própria

Os vetores da plataforma móvel  $\vec{A}_i$ , para  $i = 1 \dots 6$ , definidos a respeito ao sistema de referência fixo na plataforma A  $(X_a, Y_a, Z_a)$ , estes são definidos na equação

(2). Os vetores da base  $\vec{B}_i$ , para  $i = 1 \dots 6$ , são definidos com relação ao sistema de referência fixo na base B, estes são definidos na equação (3).

$$\vec{A}_i = \begin{bmatrix} r_a \cos(\phi_i) \\ r_a \sin(\phi_i) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ix} \\ A_{iy} \\ A_{iz} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\phi_i = \frac{i\pi}{3} - \frac{ap}{2} \quad i = 1,3,5$$

$$\phi_i = \phi_{i-1} + ap \quad i = 2,4,6$$

$$\vec{B}_i = \begin{bmatrix} r_b \cos(\psi_i) \\ r_b \sin(\psi_i) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{ix} \\ B_{iy} \\ B_{iz} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\psi_i = \frac{i\pi}{3} - \frac{ab}{2} \quad i = 1,3,5$$

$$\psi_i = \psi_{i-1} + ab \quad i = 2,4,6$$

A geometria do manipulador é definida pelo vetor  $\lambda = [r_a \ r_b \ \phi \ \psi \ z_0]$ .

### 2.3 CINEMÁTICA INVERSA

A cinemática inversa calcula a posição do efetuador final (sistema de coordenadas A). Este modelo é bastante utilizado em aplicação de controle e geração de trajetórias. Portanto o problema se resume em determinar os valores das variáveis articulares lineares que corresponderá ao cumprimento de cada uma das seis pernas extensíveis  $l_i$  através da descrição vetorial das cadeias cinemáticas do manipulador.

Para fazer a transformação da plataforma móvel à base fixa é considerado o vetor de posição  $\vec{p}$  e a matriz de orientação  $R$ . O vetor  $\vec{p} = [x \ \gamma \ z]$  é definido desde o

centroide da plataforma móvel  $C = (X_a, Y_a, Z_a)$  até o sistema de referência fixo da base  $B = (X_b, Y_b, Z_b)$ . A matriz de orientação é obtida a partir de sucessivas rotações nos eixos  $x, y, z$ , que correspondem aos ângulos RPY:  $\gamma, \beta$  e  $\alpha$  respectivamente,  $R = R(\alpha, \beta, \gamma) = R(z, \alpha)R(y, \beta)R(x, \gamma)$ , a matriz de rotação  $R$  é definida na equação (4).

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

O termos da matriz  $R$  da equação (4) correspondem aos apresentados na equação (5).

$$R = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ \sin\alpha\cos\beta & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma + \cos\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma \\ -\sin\beta & \cos\beta\cos\gamma & \cos\beta\sin\gamma \end{bmatrix} \quad (5)$$

O laço vetorial para cada cadeia cinemática do manipulador é dada na equação (6).

$$\vec{l} = R \cdot \vec{A}_i^T + \vec{p}^T - \vec{B}_i^T \quad (6)$$

Onde,

$\vec{l} = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ l_5 \ l_6]^T$ , corresponde ao comprimento dos atuadores.

Como a finalidade é determinar o comprimento dos atuadores e sua direção, basta calcular a distância euclidiana entre os vetores na equação (7). Este cálculo é realizado seis vezes um para cada atuador.

$$l^2 = x^2 + y^2 + z^2 + r_a^2 + r_b^2 + 2(r_{11}A_{ix} + r_{12}A_{iy})(x - B_{ix}) + 2(r_{21}A_{ix} + r_{22}A_{iy})(y - B_{iy}) + 2(r_{31}A_{ix} + r_{23}A_{iy})(y - B_{iy}) + 2z(r_{31}A_{ix} + r_{23}A_{iy}) - 2(xB_{ix} + B_{iy}), \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (7)$$

## 2.4 MATRIZ JACOBIANA

A matriz Jacobiana relaciona a velocidade nos atuadores  $\dot{l}_i$  em função da velocidade na plataforma móvel  $\dot{P}$ . Para o Manipulador Plataforma Stewart–Gough, a matriz Jacobiana [J] se expressa da seguinte relação conforme equação (8).

$$\dot{l} = [J]\dot{P} \quad (8)$$

Onde,

$\dot{l} = [\dot{l}_1 \ \dot{l}_2 \ \dot{l}_3 \ \dot{l}_4 \ \dot{l}_5 \ \dot{l}_6]^T$  - velocidade linear nos atuadores.

$\dot{P} = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z} \ \dot{\gamma} \ \dot{\beta} \ \dot{\alpha}]$  - velocidade no centroide da plataforma móvel C.

Outra forma de expressar a velocidade de saída  $\dot{P}$  é dada pela equação (9):

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} V_c \\ W_c \end{bmatrix} \quad (9)$$



Onde,

$V_c = [\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}]^T$  : velocidade linear da plataforma.

$W_c = [\dot{\gamma} \ \dot{\beta} \ \dot{\alpha}]^T$  : velocidade angular da plataforma móvel.

A matriz jacobiana pode ser derivada da descrição vetorial das cadeias cinemáticas de cada perna extensível e derivando esta expressão, assim:

$$\vec{p} + R\vec{A}_i = \vec{B}_i + \vec{B}_i\vec{A}_i \quad (10)$$

Onde,

$\vec{p}$  : posição da plataforma móvel

$\vec{B}_i\vec{A}_i$  : vetor correspondente à perna extensível do manipulador, sendo a norma do vetor  $l_i$ .

Diferenciando a equação anterior, tem-se pela equação (11):

$$V_c + W_c \times \vec{A}_i = l_i w_i \times s_i + l_i s_i, \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (11)$$

Onde,

$s_i$ : vetor unitário na direção de  $l_i$

$w_i$ : velocidade angular de cada perna respeito ao sistema de coordenadas B.

Para eliminar  $w_i$  efetua-se o produto escalar nos dois membros da equação por  $s_i$ , conforme equação (12).

$$S_i \cdot V_c + (\vec{B}_i \times S_i) \omega_c = l_i, \text{ para } i = 1, \dots, 6 \quad (12)$$

Podendo escrever a fórmula anterior da seguinte forma, representada pela equação (13):

$$[J]\vec{P} = \vec{l} \quad (13)$$

Assim escrevendo a equação (13) para cada perna do manipulador na forma matricial encontra-se a seguinte expressão (14).

$$[J] = \begin{bmatrix} s1^T & \cdots & (B1xS1)^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s6^T & \cdots & (B6xS6)^T \end{bmatrix} \quad (14)$$

## 2.5 MODELO ESTÁTICO

A força  $F$ , e o momento total resultante  $M$  na plataforma em função das forças de cada um das seis pernas extensíveis  $F_i$  são definidos pelas equações (15) e (16) respectivamente.

$$F = \sum_{i=1}^6 s_i F_i \quad (15)$$

$$M = \sum_{i=1}^6 (b_i \times s_i) F_i \quad (16)$$

A relação que existe entre as forças de saída  $F$  e  $M$  na plataforma móvel e as forças de entrada nos atuadores  $F_i$  pode ser expressa pela equação (17).

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = \tau = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^6 s_i F_i \\ \sum_{i=1}^6 (B_i \times S_i) F_i \end{bmatrix} \quad (17)$$

Ou,

$$\tau = H F_i \quad (18)$$

$$F_i = H^{-1} \tau \quad (19)$$

Onde,

$$H = \begin{bmatrix} S_1 & \cdots & S_6 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ B_1 X S_1 & \cdots & B_6 X S_6 \end{bmatrix} = J^T \quad (20)$$

### 3 OTIMIZAÇÃO DA PLATAFORMA STEWART-GOUGH

A otimização do manipulador Plataforma Stewart-Gough visa maximizar a destreza cinemática. A seguir é apresentado o problema de otimização para determinar os parâmetros geométricos utilizando Algoritmos Genéticos.

#### 3.1 ALGORITMOS GENÉTICOS

São técnicas heurísticas de otimização global baseados em mecanismos de seleção natural e genética. Eles combinam a sobrevivência entre os melhores indivíduos com uma forma estruturada de troca de informações genéticas entre dois indivíduos para formar uma estrutura heurística de busca. Os Algoritmos Genéticos (AG) não ficam estagnados simplesmente pelo fato de terem encontrado um máximo local, ou seja, ao encontrar um indivíduo que é instantaneamente o melhor de um certo grupo ele não para de procurar outros indivíduos ainda melhores. Os algoritmos genéticos são extremamente eficazes em varrer o espaço de soluções e encontrar próximas soluções ótimas (LINDEN, RICARDO 1972).

##### 3.1.1 História dos Algoritmos Genéticos

O desenvolvimento dos Algoritmos Genéticos iniciou na década de 40 quando cientistas começaram a tentar se inspirar na natureza para criar a inteligência artificial. Uma das primeiras tentativas de associar problemas de otimização a evolução natural foi em 1957, quando Box apresentou seu esquema de operações evolucionárias perturbando de forma sistemática duas ou três variáveis de controle de uma instalação.

Na década de 60, John Holland estudou fortemente a evolução das espécies propondo um modelo heurístico computacional que poderia oferecer ótimas soluções

para problemas extremamente difíceis. Em seu trabalho Holland apresenta Algoritmos Genéticos como uma metáfora para processos evolutivos, entretanto os Algoritmos Genéticos ultrapassaram o papel originalmente pensado por Holland se transformando em uma ferramenta de bastante uso pelos cientistas da computação.

Hoje em dia, os Algoritmos Genéticos têm sido constantemente utilizados de forma a se tornar mais eficientes e inteligentes na resolução de problemas de alta complexidade (LINDEN, RICARDO 1972). Os Algoritmos Genéticos têm sido utilizados em diferentes aplicações, como exemplo, detecção de danos em estruturas.

Villalba (2009), aplicou em seu trabalho que detecta danos em estruturas, três diferentes tipos de Algoritmos Genéticos, os quais apresentaram um ótimo comportamento para detectar os danos dos diversos casos abordados no estudo, sendo que os resultados obtidos eram exatos quando realizada a medição completa da estrutura e quando eram livres de ruídos. Desta forma foi verificada a capacidade dos Algoritmos Genéticos para avaliar o dano nas estruturas.

### 3.1.2 Descrição do Algoritmo Genético

O algoritmo proposto por Holland deve seguir como o passo descrito a seguir, primeiramente, deve ser definido uma população de indivíduos seja ela na forma real ou binária, os quais iram corresponder as possíveis soluções do problema. Depois serão observados se eles adaptaram ao ambiente no qual vivem, sendo os melhores indivíduos escolhidos e permitidos de se multiplicar. A partir daí nasceram novos indivíduos, os quais terão algumas características dos pais, podendo haver mutação gerando assim melhoria nas características anteriores. O procedimento anterior é repetido até encontrar uma igualdade da população ao indivíduo mais apto ou quando é atingido um número predeterminado de gerações. Na Figura 11, é mostrado o esquema de um AG clássico.

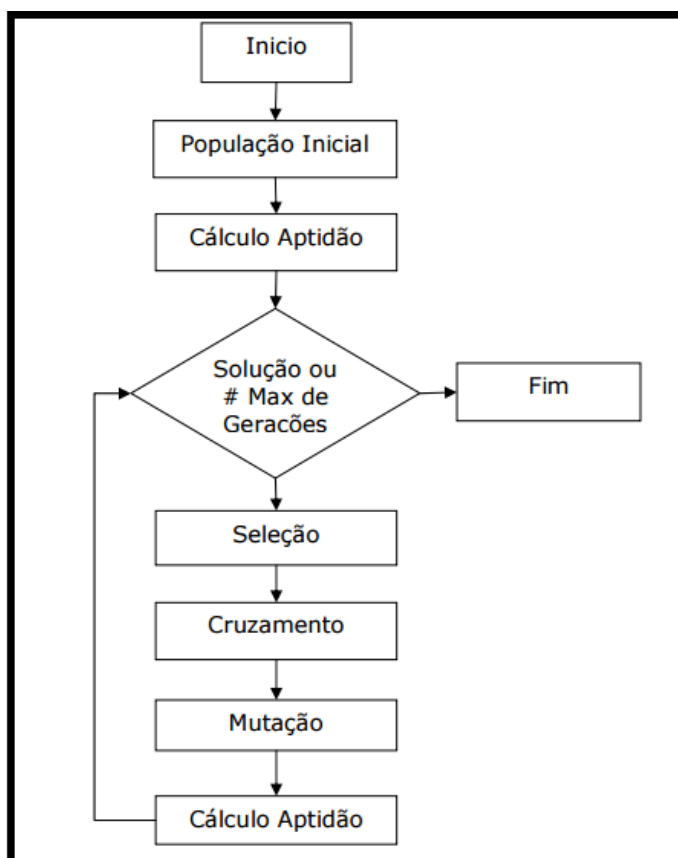


Figura 11: Esquema de um Algoritmo Genético Clássico.

Fonte: Autoria própria.

### 3.2 NÚMERO DE CONDICIONAMENTO DE UMA MATRIZ

O número de condicionamento de uma matriz é uma medida que indica se o problema em questão tem boas condições para ser tratado numericamente. A matriz é bem condicionada se esta apresentar um número de condição próximo de um. A matriz é mal condicionada se esta apresenta um número de condição grande.

O número condição é fundamentado na decomposição do valor singular da matriz.

Para uma matriz  $A$   $m \times n$ , com rank  $r$ , existe uma matriz diagonal  $m \times n$   $\Sigma$ , onde os elementos da diagonal da matriz  $D$  são os primeiros  $r$  valores singulares de  $A$ ,  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \dots \geq \sigma_r \geq 0$ , e existe uma matriz  $U$  ortogonal  $m \times n$  e uma matriz  $V$  ortogonal  $m \times n$ , de acordo com equação (23).

$$A = U\Sigma V^T \quad (23)$$

A matriz  $\Sigma$  é  $m \times n$  diagonal, da forma:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} D & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Onde  $m-r$  são as colunas e  $n-r$  são as fila.  $D$  é uma matriz diagonal  $r \times r$  para um  $r$  que não exceda o menor valor de  $m$  e  $n$ . Se  $r$  é igual a  $m$  ou a  $n$  ou ambos, alguns ou todas as matrizes de zeros não apareceram.

A fatoração, da equação (23), com  $U$  e  $V$  ortogonais é chamada de decomposição de valor singular de  $A$ . As matrizes  $U$  e  $V$  não são únicas, mas os elementos da diagonal de  $\Sigma$  são necessariamente valores singulares de  $A$ .

Portanto, o número de condição é definido como pela equação (25) a seguir.

$$k(J) = \sigma_1/\sigma_r \quad (25)$$

### 3.3 FUNÇÃO OBJETIVO

Na otimização da Plataforma Stewart foi utilizado o Índice de Condicionamento Global (ICG), da matriz Jacobiana. Este critério se fundamenta no número de condição da matriz Jacobiana do manipulador. O Índice de Condicionamento Global é utilizado para avaliar a destreza cinemática. O número de condição é utilizado como medida local da destreza, assim  $1/k(J)$  varia de 0 (condição singular) para 1 (estado isotrópico). Definindo o Índice de Condicionamento Global para um espaço de trabalho determinado, utilizamos a equação (26) abaixo.

$$ICG = \frac{\int_w 1/k(J)dw}{\int_w dw} \quad (26)$$

Onde  $w$  é um espaço de trabalho do manipulador, ou seja o ICG consiste em calcular a média do número de condição em um espaço de trabalho  $w$ . Porém na prática, o ICG é aproximado por uma soma discreta como demonstrado na equação (27), sendo o espaço de trabalho discretizado em pontos  $N_w$  considerado no cálculo numérico discreto da equação.

$$ICG = \frac{1}{N_w} \sum_{i=1}^{N_w} 1/k_i(J) \quad (27)$$

Onde  $i$  é o ponto de discretização do espaço de trabalho, portanto quanto maior o índice de condicionamento global, maior será a destreza ao longo do espaço de trabalho, por isso é importante maximizar o índice de condicionamento global.

### 3.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

O projeto de otimização de um manipulador paralelo visa atingir a configuração geométrica ideal de acordo com as funções objetivo e restrições geométricas. A otimização consiste na maximização da destreza cinemática em um espaço de trabalho determinado. Uma vez que os critérios de desempenho são formulados, o problema de otimização é considerado (MOLINA, 2010).

Com isso, o problema do projeto ótimo torna-se um problema de otimização no qual a função objetivo deve ser maximizada sujeito a certas restrições. Com base em índices de desempenho cinemático, o desempenho cinemático ideal é alcançado quando a destreza é maximizada.



O espaço de trabalho  $w$  necessário é “*hiper-parallelepiped*” com orientação constante; o espaço de trabalho é mostrado na Figura 12, onde  $x_w = y_w = 2z_w$ .

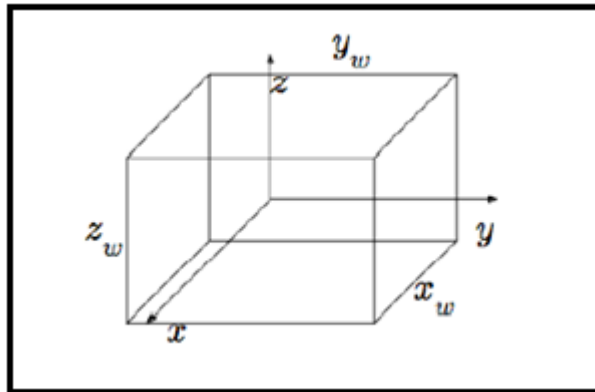


Figura 12: Paralelepípedo no espaço de trabalho necessário.

Fonte: Autoria Própria.

Então,  $w = [-x_w/2, x_w/2] \times [-y_w/2, y_w/2] \times [-z_w/2, z_w/2] \times [\emptyset] \times [\emptyset] \times [\emptyset]$

O limite de comprimento máximo e mínimo das pernas, para o espaço de trabalho necessário, é dada pela equação (28):

$$v_i^{min}(x, \lambda) \leq l_i \leq v_i^{max}(x, \lambda) \quad (28)$$

No qual,  $v_i$  é a cinemática inversa da equação (7). Além disso, são consideradas restrições nos parâmetros geométricos como funções das dimensões do espaço de trabalho necessário dada pela seguinte igualdade mostrada na equação (29).

$$\sum_{i=2}^m \lambda_i = x_w \quad (29)$$

Com isso, o problema de otimização para determinar os parâmetros geométricos do manipulador é dada pela equação (30).

$$\max\{ICG(\lambda)\} \quad (30)$$

Sujeito a,

$$\sum_{i=2}^m \lambda_i = x_m$$

$$r_a, r_b \in [r_{min}, r_{max}], \varphi_a, \varphi_b \in [\varphi_{min}, \varphi_{max}]$$

$$z_o \in [z_{min}, z_{max}]$$

$$\forall X \in w$$

$$w = \left[-\frac{x_w}{2}, \frac{x_w}{2}\right] \times \left[-\frac{y_w}{2}, \frac{y_w}{2}\right] \times \left[-\frac{z_w}{2}, \frac{z_w}{2}\right] \times [\emptyset] \times [\emptyset] \times [\emptyset]$$

A otimização dos parâmetros estruturais do manipulador será feita com o uso de Algoritmos Genéticos, maximizando o Índice de Condicionamento Global da matriz Jacobiana.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A metodologia de projeto ótimo foi implementada no software Matlab®. A solução da otimização tem como objetivo maximizar o ICG.

### 4.1 OTIMIZAÇÃO DO ÍNDICE DE CONDICIONAMENTO GLOBAL

Os cinco parâmetros do vetor  $\lambda = [r_a \ r_b \ \phi \ \psi \ z_0]$  são otimizados para maximizar o ICG. O problema de otimização é formulado a seguir.

$$\max_{\lambda} \{ICG(\lambda)\}$$

Sujeito a:

$$-r_a + r_b = 0.1m$$

$$r_a, r_b \in [0.05m, 0.2m], \phi, \psi \in [3, 117]$$

$$z_0 \in [0.05m, 0.25m]$$

$$\forall \mathbf{x} \in w$$

$$w = [-0.05m, 0.05m] \times [-0.05m, 0.05m] \times [-0.025m, 0.025m] \times [0] \times [0] \times [0]$$

A figura 13 mostra o volume de trabalho  $w$  determinado para a obtenção dos parâmetros geométricos do manipulador.

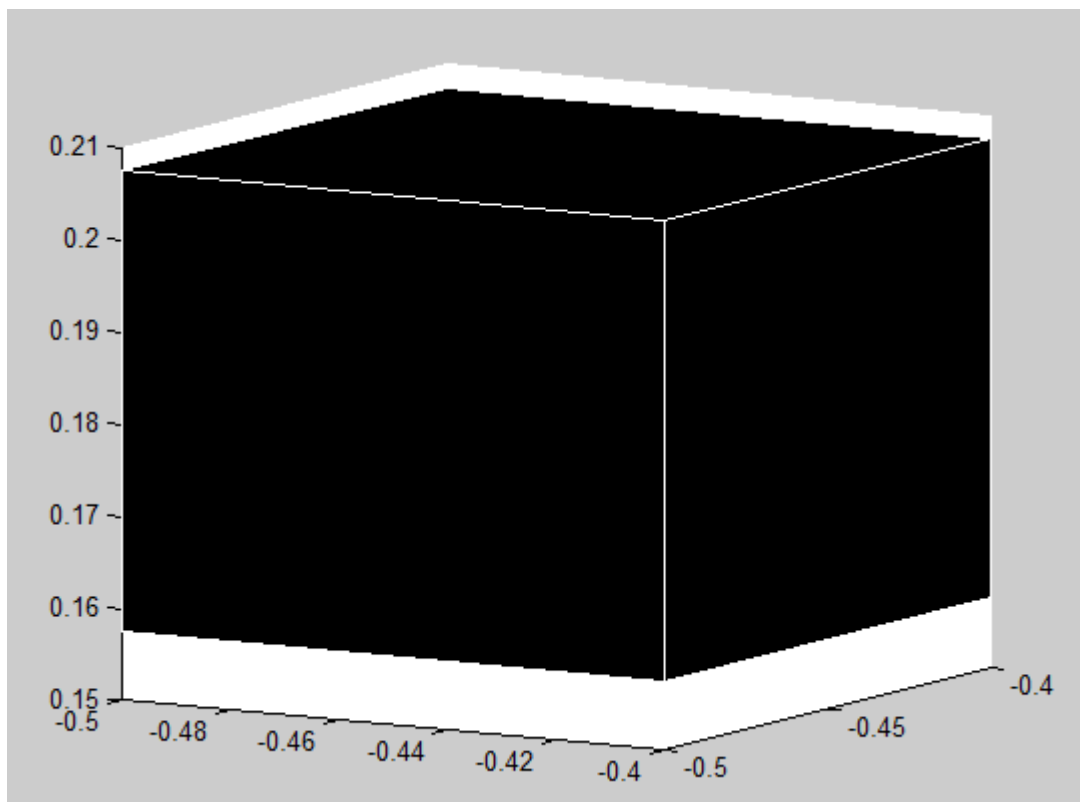


Figura 13: Volume de Trabalho  $w$ .

Fonte: Autoria Própria.

Após algumas simulações preliminares, utilizamos os parâmetros da Tabela 2 para executar o Algoritmo Genético utilizando a “*Optimization toolbox*” do Matlab.

Tabela 2: Parâmetros para executar AG

Parâmetros	Cenário
Tamanho da População	50
Máximo de Gerações	62
Tipo de Codificação	Real
Estratégia de Seleção	Amostragem Estocástica
Tipo de Crossover	Disperso
Tipo de Mutação	Adaptativo

Fonte: Autoria própria

A evolução das variáveis de projeto (que são os parâmetros geométricos do manipulador) para a solução ótima é mostrada na Figura 14. Através de um ajuste simultâneo dos cinco parâmetros que convergem  $\lambda$  após 60 gerações, onde:

$$\lambda = [ 0.084m \ 0.1887m \ 116,9745 \ 4,8245 \ 0.1576m ]$$

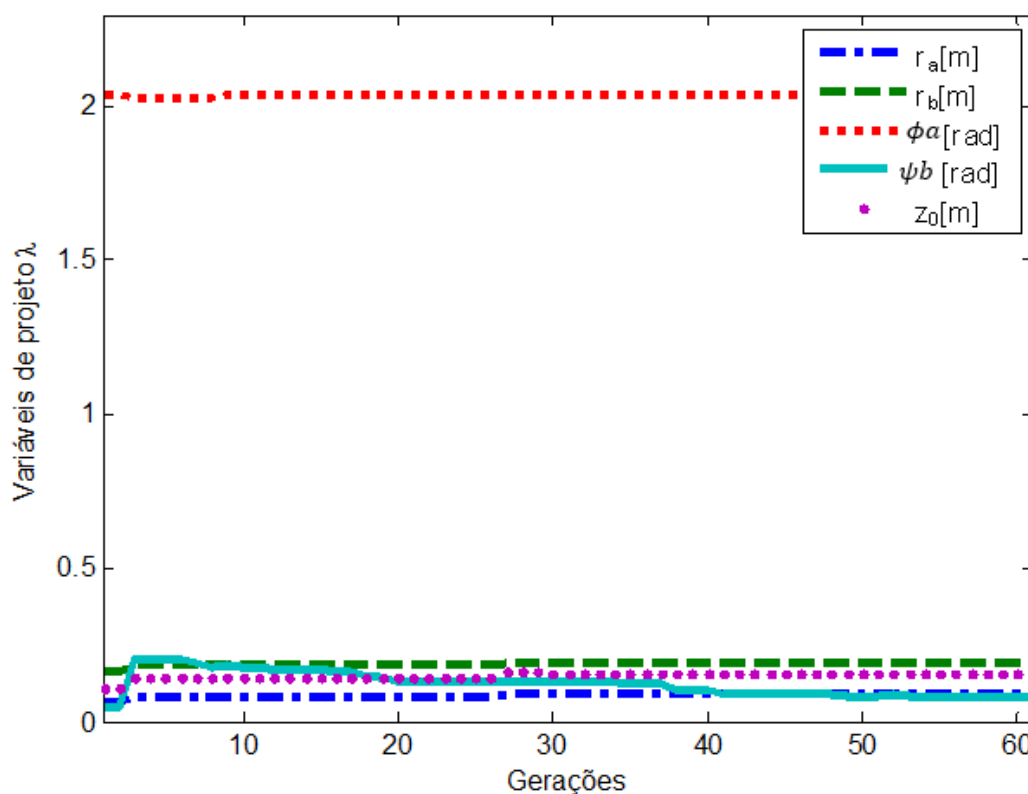
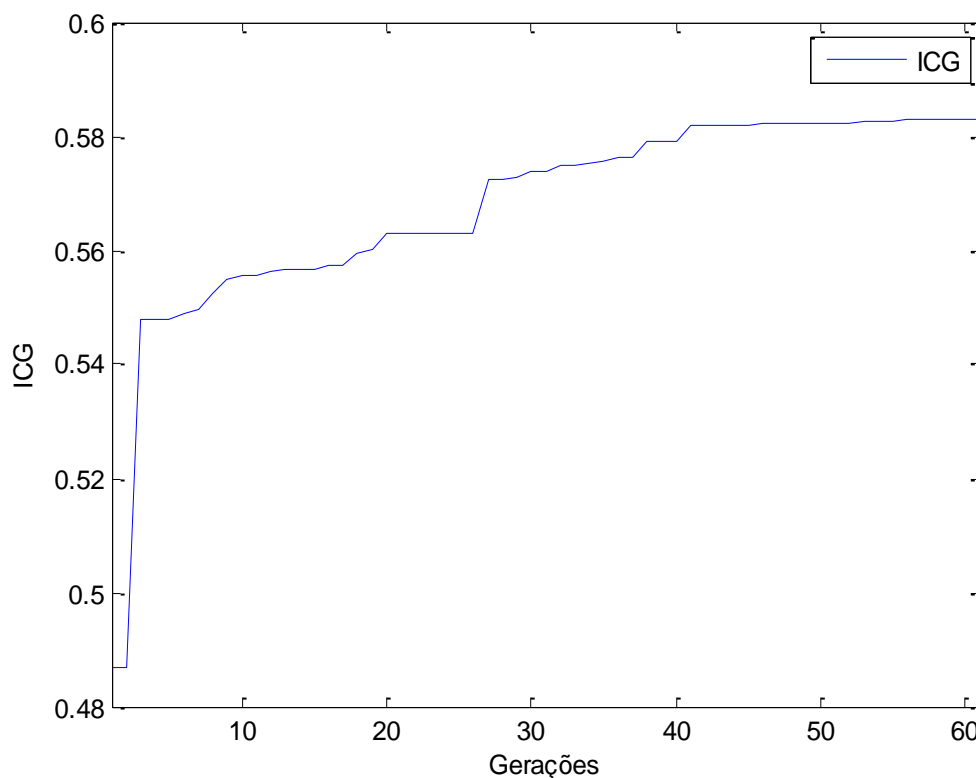


Figura 14: Evolução dos parâmetros de projeto para otimização ICG.

Fonte: Autoria Própria.

A Figura 14 mostra como são ajustadas as variáveis de projeto para maximizar o ICG ao longo das gerações. Os resultados indicam que após 40 gerações não há mudanças significativas nas variáveis de projeto. Isto indica que para os valores de  $\lambda$  maximizam a destreza cinemática do manipulador no volume de trabalho considerado na Figura 13.

A evolução ICG, que é a função que deve ser maximizada, é apresentado na Figura 15. O valor máximo do ICG é 0,583. Os resultados indicam que o ICG aumenta longo da evolução da otimização, quando o ICG é maximizado, aproximadamente após 40 gerações ele convergiu e se manteve constante ao longo da simulação.



**Figura 15: Variação ICG.**

**Fonte: Autoria Própria.**

O tempo de execução da simulação foi em média de 15 minutos rodando em um computador Intel® Core i7 – 3517U, 1,9 GHz e utilizando a versão 2013 do Software MatLab®. A quantidade de vezes que foi executada a função objetivo que é o ICG foi de 3099 vezes. Isto mostra que a metodologia implementada neste trabalho tem um custo computacional que permite a resolução do problema de otimização em um tempo razoável.

## 5 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou uma metodologia de projeto ótimo para determinar os parâmetros geométricos do manipulador através da utilização de algoritmos genéticos para maximizar a destreza cinemática em um volume de trabalho determinado. Para isto foi formulada a modelagem cinemática do manipulador.

A metodologia implementada neste trabalho teve um custo computacional que permite a resolução do problema de otimização em um tempo razoável, as simulações realizadas mostraram a evolução das variáveis de projeto para a solução ótima através de um ajuste simultâneo dos cinco parâmetros que convergem após 60 gerações.

O Algoritmo Genético mostrou ser uma ferramenta adequada para otimizar o projeto de um manipulador paralelo o que permitiu o melhoramento das características cinemáticas do mecanismo.

## 6 REFERÊNCIAS

ALEXANDRE BACK E TRAVI. (Plataforma de Stewart Acionada por Cabos / Alexandre Back e Travi. - Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2009).

DASGUPTA, B. & Mruthyunjaya, T. (1998), 'Newton-Euler formulation for the inverse dynamics of the Stewart platform manipulator', *Mechanism and Machine Theory* 33(8), 135-1152.

DELFT UNIVERSITY OF TECHNOLOGY. (2008), 'SIMONA'.

GWINNETT, J. (1931), 'US Patent No. 1,789,680', Amusement devices.

GOUGH V.E. e Whitehall, S. (1962), 'Universal tyre test machine', *Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress*, 117-137.

KANG, J.; Kim, D. & Lee, K. (1996), 'Robust Tracking Control of Stewart Platform', *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control* 3.

KIM, D.; Chung, W. & Youm, Y. (1998), 'Analytic Singularity Expression for 6-DOF Stewart Platform-Type Parallel Manipulators' "Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems Victoria, B.C., Canada October 1998", 1015-1020.

LINDEN, Ricardo. *Algoritmos Genéticos*. 3. ed. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna, 2012. xx, 475 p. ISBN 9788539901951.

MOLINA, Fabian A. Lara. *Modelagem do Manipulador Plataforma de Stewart. Ambiente de Simulação de Manipuladores Paralelos: Modelagem, Simulação e Controle de uma Plataforma Stewart*, 1. 2008. Campinas: UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas, 2008 p. 55.



MOLINA, Fabian A. Lara. Multi-Objective Design of Parallel Manipulator Using Global Indices. *The Open Mechanical Engineering Journal*, Campinas, p. 37-47, Março 2010.

SUGAHARA, Y.; Ohta, A.; Hashimoto, K.; Sunazuka, H.; Kawase, M.; Tanaka, C.; Lim, H. & Takanishi, A. (2005), 'Walking Up and Down Stairs Carrying a Human by a Biped Locomotor with Parallel Mechanism', *Intelligent Robots and Systems International Conference on Volume*, 1489 – 1494.

STEWART, D. (1965), 'A platform with six degrees of freedom', *Proceedings of the IMechE* 180(15), 371-385.

VILLALBA MORALES, J. D. (2009). Detecção de Dano em Estruturas Utilizando Algoritmos Genéticos e Parâmetros Dinâmicos. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

WAPLER, M.; Urban, V.; Weisener, T.; Stallkamp, J.; Durr, M. & Hiller, A. (2003), 'A Stewart platform for precision surgery', *Transactions of the Institute of Measurement and Control* 25(4), 329–334.

WENDLANDT, J. M. & Sastry, S. S. (1994), 'Design and Control of a Simplified Stewart Platform for Endoscopy', *Proceedings of the 33rd conference on Decision and Control* 1, 357-362.