

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**PATRICIA BRAGATO**

**DESENVOLVIMENTO DE ÁBACOS PARA PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES  
ALVEOLARES PROTENDIDAS**

**PATO BRANCO**

**2022**

**PATRICIA BRAGATO**

**DESENVOLVIMENTO DE ÁBACOS PARA PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES  
ALVEOLARES PROTENDIDAS**

**Development of abacus for prestressed hollow core slabs pre-sizing**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentada como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientador(a): Prof. Dra. Heloiza Aparecida Piassa Benetti

**PATO BRANCO**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**PATRICIA BRAGATO**

**DESENVOLVIMENTO DE ÁBACOS PARA PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES  
ALVEOLARES PROTENDIDAS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação  
apresentada como requisito para obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia Civil da Universidade  
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Data de aprovação: 24/junho/2022

---

Heloiza Aparecida Piassa Benetti Brasil  
Doutorado em Engenharia de Produção  
Professor titular da Universidade Tecnológica Federal do Paraná , Brasil

---

Paola Regina Dalcanal Brasil  
Doutorado em Engenharia Civil  
Professor Associado da Universidade Tecnológica Federal do Paraná , Brasil

---

Tobias Jun Shimosaka Brasil  
Mestrado em Engenharia de Materiais  
Coordenador do curso de Engenharia Civil do Centro Universitário de Pato Branco , Brasil

**PATO BRANCO**

**2022**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a minha orientadora Prof. Dra. Heloiza Aparecida Piassa Benetti por me inspirar e guiar nesse processo. Agradeço também o meu grupo de estudos onde encontrei amizades especiais que me acompanharam em toda a trajetória na universidade.

Meu reconhecimento vai especialmete à minha família, que sempre esteve junto a mim, me apoiando e incentivando mesmo nos momentos difíceis, minha eterna gratidão.

E por fim, agradeço a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

## RESUMO

Os elementos pré-fabricados tem se destacado cada vez mais no mercado devido a grandes vantagens, dentre elas sua produção em ambiente industrial. A laje alveolar protendida, sendo um elemento bastante utilizado nesse contexto, se sobressai devido ao seu excelente desempenho e adequação às exigências de qualidade atuais. Porém é notado uma defasagem sobre seu estudo no Brasil, marcando a importância do estudo e produção de ábacos para pré-dimensionamento das lajes alveolares protendidas, avaliando a relação entre o vão teórico e a capacidade de carga. Esse trabalho busca apresentar um roteiro para produção desse ábaco de lajes com altura de 16, 20 e 32 centímetros, partindo de uma área de protensão pré-definida e explorando o dimensionamento no Estado Limite de Serviço de Descompressão (ELS-D) assim como as verificações para o Estado Limite Último no Ato da Protensão (ELU-ATO), de Deslocamentos, Flexão, Esforço cortante, Fendilhamento e Chavetas. Os valores aceitos resultam em um gráfico que mostra que maiores espessuras de laje suportam maiores vãos e também que a protensão completa apresenta resistência superior à sobrecargas, para um mesmo vão, que a protensão limitada. Conclui-se então que o roteiro, focado em expor os critérios normativos, apresentou um caminho, partindo da fixação da área de protensão, que pode divergir do apresentado caso seja fixado um parâmetro diferente.

Palavras-chave: pré-moldado; laje alveolar; protensão; ábaco

## **ABSTRACT**

Prefabricated elements have increasingly stood out in the market due to great advantages, among them their production in an industrial environment. The prestressed hollow core slab, being a widely used element in this context, stands out due to its excellent performance and suitability for current quality requirements. However, there is a lag regarding its study in Brazil, highlighting the importance of the study and production of abacus for prestressed hollow core slabs pre-sizing, evaluating the relationship between the theoretical span and the load capacity. This work seeks to present a script for the production of these abacus with slab heights of 16, 20 and 32 centimeters, starting from a pre-defined prestressing area and exploring the dimensioning in the Limit State of Decompression Service as well as the verifications for the Ultimate Limit State in the Act of Prestressing, Displacements, Bending, Shearing Force, Splitting and Keys. The accepted values result in a graph that shows that greater slab thicknesses support greater spans and also that complete prestressing presents greater resistance to overload, for the same span, than limited prestressing. It is then concluded that the script, focused on exposing the normative criteria, presented a path, starting from the setting of the prestressing area, which may differ if a different parameter is set.

Keywords: precast; hollow core slab; prestressing; abacus

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Colocação da armadura na pista de protensão.....	16
Figura 2: estiramento da armadura de protensão.....	16
Figura 3: lançamento do concreto na peça.....	16
Figura 4: retirada da ancoragem.....	16
Figura 5: Tensão de protensão.....	18
Figura 6: Perdas da força de protensão com o tempo na pré-tração.....	19
Figura 7: Laje alveolar protendida.....	26
Figura 8: Diagrama das etapas do estudo.....	30
Figura 10: Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	33
Figura 9: Diagrama tensão-deformação idealizado.....	33
Figura 11: Estado Limite de Serviço de Descompressão.....	43
Figura 12: Seção crítica ao longo da linha de ruptura de lajes.....	47
Figura 13: Ilustração da obtenção do momento estático para as seção da laje alveolar.....	48
Figura 14: Força cortante nas chavetas.....	51
Figura 15: Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido.....	54
Figura 16: Laje alveolar de 16cm.....	55
Figura 17: Laje alveolar de 20cm.....	55
Figura 18: Laje alveolar de 32cm.....	56
Figura 19: Esquema estruturas da laje.....	57

## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental .....</b>	<b>17</b>
<b>Quadro 2: Classes de agressividade ambiental (CAA) .....</b>	<b>17</b>
<b>Quadro 3: Valores da fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento.....</b>	<b>22</b>
<b>Quadro 4: Macroroteiro para produção do ábaco .....</b>	<b>31</b>
<b>Quadro 5: Combinações de serviço .....</b>	<b>42</b>
<b>Quadro 6: Coeficientes combinações .....</b>	<b>42</b>



## LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Ábaco da laje alveolar com altura de 16cm para protensão limitada e completa.....	85
Gráfico 2: Ábaco da laje alveolar com altura de 20cm para protensão limitada e completa.....	86
Gráfico 3: Ábaco da laje alveolar com altura de 32cm para protensão limitada e completa.....	86
Gráfico 4: Ábaco da laje alveolar para a protensão completa.....	87
Gráfico 5: Ábaco da laje alveolar para a protensão limitada.....	88

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de $\Psi_{1000}$ em porcentagem .....	20
Tabela 2: Valores numéricos usuais para a determinação da fluência .....	24
Tabela 3: Classe de agressividade e qualidade do concreto para protensão ...	34
Tabela 4: Correspondência entre a classe ambiental e o cobrimento nominal.	35
Tabela 5: Propriedades geométricas da laje alveolar de 16cm .....	55
Tabela 6: Propriedades geométricas da laje alveolar de 20cm .....	55
Tabela 7: Propriedades geométricas da laje alveolar de 32cm .....	56
Tabela 8: Carga de utilização para vãos da laje H16 .....	66
Tabela 9: Carga de utilização para vãos da laje H20 .....	66
Tabela 10: Carga de utilização para vãos da laje H32 .....	67
Tabela 11: Verificação do ELU-ATO na laje H16 .....	68
Tabela 12: Verificação do ELU-ATO na laje H20 .....	69
Tabela 13: Verificação do ELU-ATO na laje H32 .....	69
Tabela 14: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H16 .....	70
Tabela 15: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H16	71
Tabela 16: Tabela 10: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H20 .....	71
Tabela 17: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H20	72
Tabela 18: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H32 .....	72
Tabela 19: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H32	72
Tabela 20: Verificação da flexão da laje H16 .....	73
Tabela 21: Verificação da flexão da laje H20 .....	74
Tabela 22: Verificação da flexão da laje H32 .....	74
Tabela 23: Verificação do esforço cortante na laje H16 para protensão completa .....	76
Tabela 24: Verificação do esforço cortante na laje H20 para protensão completa .....	76
Tabela 25: Verificação do esforço cortante na laje H32 para protensão completa .....	77
Tabela 26: Verificação do esforço cortante na laje H16 para protensão limitada .....	79
Tabela 27: Verificação do esforço cortante na laje H20 para protensão limitada .....	80
Tabela 28: Verificação do esforço cortante na laje H32 para protensão limitada .....	80
Tabela 29: Verificação do fendilhamento na laje H16 .....	81
Tabela 30: Verificação do fendilhamento na laje H20 .....	81
Tabela 31: Verificação do fendilhamento na laje H32 .....	82
Tabela 32: Verificação das chavetas da laje H16 .....	83
Tabela 33: Verificação das chavetas da laje H20 .....	83
Tabela 34: Verificação das chavetas da laje H32 .....	84

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>13</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>13</b>
1.1.1	Objetivo Geral	13
1.1.2	Objetivos Específicos	13
<b>1.2</b>	<b>Justificativa</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>Concreto Protendido</b>	<b>15</b>
2.1.1	Força e tensão de protensão	18
2.1.2	Perdas de protensão	19
<u>2.1.2.1</u>	<u>Perdas iniciais</u>	<u>19</u>
2.1.2.1.1	<i>Acomodação da ancoragem</i>	19
2.1.2.1.2	<i>Relaxação inicial da aradura</i>	20
<u>2.1.2.2</u>	<u>Perdas imediatas</u>	<u>21</u>
2.1.2.2.1	<i>Retração imediata do concreto</i>	21
<u>2.1.2.3</u>	<u>Perdas progressivas</u>	<u>22</u>
2.1.2.3.1	<i>Retração posterior do concreto</i>	23
2.1.2.3.2	<i>Fluência do concreto</i>	23
2.1.2.3.3	<i>Relaxação posterior do aço</i>	25
<b>2.2</b>	<b>Laje Alveolar Protendida</b>	<b>26</b>
<b>2.3</b>	<b>Projeto</b>	<b>27</b>
2.3.1	Estados Limites de Serviço	28
<u>2.3.1.1</u>	<u>Estado Limite de formação de Fissuras (ELS-F)</u>	<u>28</u>
<u>2.3.1.2</u>	<u>Estado Limite de abertura de Fissuras (ELS-W)</u>	<u>28</u>
<u>2.3.1.3</u>	<u>Estado Limite de Descompressão (ELS-D)</u>	<u>28</u>
2.3.2	Estado Limite Último	29
<b>3</b>	<b>MÉTODO DE TRABALHO</b>	<b>30</b>
<b>3.1</b>	<b>Estrutura</b>	<b>30</b>
<b>3.2</b>	<b>Roteiro de produção do ábaco</b>	<b>31</b>
<b>3.3</b>	<b>Hipóteses básicas</b>	<b>32</b>
<b>3.4</b>	<b>Etapas de cálculo</b>	<b>33</b>
3.4.1	Materiais e Características geométricas	34
3.4.2	Definição dos carregamentos permanentes	35
3.4.3	Análise estrutural e esforços solicitantes	36

3.4.4	Fixação de parâmetros.....	37
3.4.5	Perdas de protensão .....	37
<u>3.4.5.1</u>	<u>Perdas iniciais .....</u>	<u>37</u>
<u>3.4.5.2</u>	<u>Perdas imediatas.....</u>	<u>38</u>
<u>3.4.5.3</u>	<u>Perdas progressivas.....</u>	<u>38</u>
3.4.6	Dimensionamento para o ELS-D.....	41
3.4.7	Verificações.....	44
3.4.8	Gráfico.....	52
<b>4</b>	<b>MONTAGEM DO ÁBACO.....</b>	<b>53</b>
4.1.1	Materiais e Características geométricas.....	53
4.1.2	Definição dos carregamentos permanentes .....	56
4.1.3	Análise estrutural e esforços solicitantes.....	57
4.1.4	Fixação de parâmetros.....	58
4.1.5	Perdas de protensão .....	58
<u>4.1.5.1</u>	<u>Perdas iniciais .....</u>	<u>58</u>
<u>4.1.5.2</u>	<u>Perdas imediatas.....</u>	<u>59</u>
<u>4.1.5.3</u>	<u>Perdas progressivas.....</u>	<u>59</u>
4.1.6	Dimensionamento para o ELS-D.....	64
4.1.7	Verificações.....	67
4.1.8	Gráfico.....	85
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>89</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os painéis alveolares protendidos pré-fabricados representam uma das soluções estruturais mais avançadas para a execução de pisos e seu emprego pode ser observado no mundo todo. Sendo o concreto pré-moldado originário da Alemanha, sua técnica de execução, utilizando maquinários em larga escala representa a valorização da mão de obra, a redução do tempo de construção e de desperdícios na construção (EL DEBS, 2017, p. 17).

No Brasil, segundo Inês Battagin (2011), a busca por cronogramas otimizados, a racionalização nos canteiros e a durabilidade da estrutura são os fatores que mais contribuíram para o crescimento da industrialização do país. Para atender a essa demanda o estudo de estruturas pré fabricadas torna-se cada vez mais importante.

O desenvolvimento de um roteiro para produção de um ábaco para pré-dimensionamento dos painéis alveolares protendidos vem de encontro com essa necessidade, contribuindo para a evolução do estudo nesse campo e auxiliando profissionais da área na concepção inicial para dimensionamento dessa estrutura, além de facilitar a elaboração de orçamentos.

A primeira parte do trabalho consiste na apresentação da revisão bibliográfica do assunto, com ênfase nos critérios de dimensionamento e ideias importantes para entender a laje alveolar. Em seguida, a apresentação da metodologia de estudo é realizada, evidenciando os passos a serem seguidos a fim de produzir o ábaco. Por fim, o processo de produção e o resultado final são apresentados juntamente com a interpretação.

### 1.1 Objetivos

#### 1.1.1 Objetivo Geral

- Desenvolver ábacos para pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas avaliando a relação entre o vão teórico e a capacidade de carga.

#### 1.1.2 Objetivos Específicos

- Fixação de parâmetros para determinar a relação entre o vão teórico das lajes alveolares protendidas e sua capacidade de carga;

- Desenvolver roteiro para pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas, tomando como principais bases as normas ABNT NBR 14861:2022 e ABNT NBR 6118:2014;
- Produzir ábaco para pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas para as alturas de 16cm, 20cm e 32cm com protensão completa e limitada.

## 1.2 Justificativa

Representando uma alternativa para a construção civil, os elementos pré-fabricados têm se destacado cada vez mais no mercado por serem produzidos em ambiente industrial, possuindo um uso otimizado de materiais, menor tempo de construção, eficiência, qualidade e precisão, além de apresentar uma grande versatilidade arquitetônica. Dessa forma, a laje alveolar protendida, como elemento pré-fabricado, destaca-se por seu excelente desempenho e adequação às exigências de qualidade atuais.

Apesar de suas vantagens, o estudo das lajes alveolares protendidas no Brasil encontra-se ainda defasado com relação a outros países. Isso pode ser notado ao avaliar a data de publicação das normas que norteiam esse estudo. No Brasil, a *ABNT NBR 14861– Lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido – Requisitos e procedimentos*, teve sua primeira publicação viabilizada apenas em 2011, enquanto a *DIN EN 1168 – Precast concrete products – Hollow core Slabs*, norma regulamentadora dos países da união europeia, já havia sido publicada em 2005.

Assim, o estudo e produção de ábacos para pré-dimensionamento das lajes alveolares protendidas tem sua importância devido a falta de estudo e difusão de material similar no âmbito acadêmico, marcando aqui sua originalidade. Sua relevância se apresenta na contribuição para estudantes, engenheiros e projetistas que poderão utilizar o resultado desse trabalho como base para elaboração de orçamentos e dimensionamento de lajes alveolares protendidas com alturas de 16, 20 e 32 cm.

Esse estudo, que se apoia em revisões bibliográficas existentes, tem como principal norteador a norma brasileira de lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido, ABNT NBR 14861:2022, disponibilizada pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Pato Branco, garantindo assim a viabilidade desse trabalho.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

O concreto pré-moldado, segundo El Debs (2017), corresponde “ao emprego de elementos de concreto moldados fora de sua posição definitiva de utilização na construção”. Essa técnica pode ser aplicada em diversos tipos de estruturas, sendo elas industriais, comerciais ou habitacionais. Enquanto isso, o concreto pré-fabricado, terminação adotada nesse trabalho, é definido pela ABNT NBR 9062 (2017, pg. 4) como “elemento pré-moldado executado industrialmente”.

Dentre os elementos pré-fabricados, os painéis alveolares, elementos de concreto protendido caracterizados pela presença de espaços ociosos e contínuos (alvéolos), representam um dos itens de uso mais comum no Brasil (El DEBS, 2017).

### **2.1 Concreto Protendido**

Elementos de concreto protendido são aqueles os quais têm parte da sua armadura previamente alongada por equipamentos com a finalidade de impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado limite último (ABNT NBR 6118:2014, pg. 3).

Segundo Carvalho (2012), a armadura de protensão, também chamada de armadura ativa, pode apresentar diferentes mecanismos de aderência, sendo eles sem aderência, com aderência posterior (pós-tração) ou ainda com aderência inicial (pré-tração), método adotado neste trabalho.

Utilizada geralmente em peças pré-moldadas, na pré-tração o estiramento da armadura de protensão acontece anteriormente ao lançamento do concreto. Carvalho (2012) cita que para sua execução são necessários um berço e apoios rígidos, independentes do elemento estrutural, que sustentarão a força de protensão até o concreto atingir a resistência suficiente para a liberação. O processo acontece nas etapas apresentadas nas Figuras 1,2,3 e 4.

### 1. Colocação da armadura

**Figura 1: Colocação da armadura na pista de protensão**



Fonte: Roberto Chust Carvalho, 2012

### 2. Estiramento da armadura com um macaco de protensão

**Figura 2: estiramento da armadura de protensão**

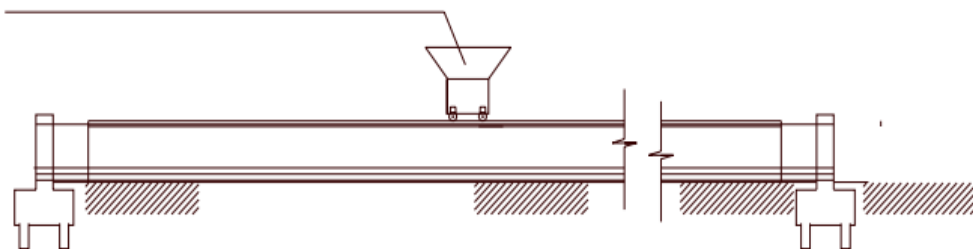


Fonte: Roberto Chust Carvalho, 2012

### 3. Lançamento do concreto

**Figura 3: lançamento do concreto na peça**

CARRO QUE LANÇA, ADENSA O CONCRETO E FORMA A SUPERFÍCIE SUPERIOR DA PEÇA



Fonte: Roberto Chust Carvalho, 2012

### 4. Retirada da ancoragem

**Figura 4: retirada da ancoragem**



Fonte: Roberto Chust Carvalho, 2012

Além do mecanismo de aderência a protensão ainda é classificada pela intensidade da protensão, que está diretamente relacionada a durabilidade da peça pois diferentes intensidades permitem diferentes níveis de fissuração no concreto (CARVALHO, 2012, pg.10).



Os tipos de protensão, definidos pela ABNT NBR 6118:2014, são protensão completa, onde a peça deve se apresentar livre de fissuras decorrentes da flexão, protensão limitada, onde a peça apresenta pequenas fissurações e a protensão parcial, em que a peça apresenta fissurações controladas e limitadas. A escolha do tipo de protensão a ser empregada depende do tipo de construção e da agressividade do meio ambiente (Quadro 2), conforme observado no Quadro 1.

**Quadro 1: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental**

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELA-W $w_k \leq 0,2\text{mm}$	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinação frequente

Fonte: Tabela 13.4, ABNT NBR 6118,2014.

**Quadro 2: Classes de agressividade ambiental (CAA)**

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana	Pequeno
III	Forte	Marinha	Grande
		Industrial	
IV	Muito forte	Industrial (ambientes quimicamente agrssivos)	Elevado
		Respingos de maré	

Fonte: Tabela 6.1, ABNT NBR 6118,2014.

Cada nível de protensão exige a verificação relativas à fissuração de diferentes maneira. Essas verificações, assim como as combinações serão explicadas mais á frente desta seção.

### 2.1.1 Força e tensão de protensão

A força de protensão indica quanto o cabo deverá ser tracionado para obter o resultado esperado. Essa força, buscando o maior aproveitamento do aço utilizado, pode ser obtida multiplicando a tensão de operação do aço pela área de protensão como na Equação 01 descrita por Cholfe (2018).

$$P_i = \sigma_{pi} \times A_p \quad (01)$$

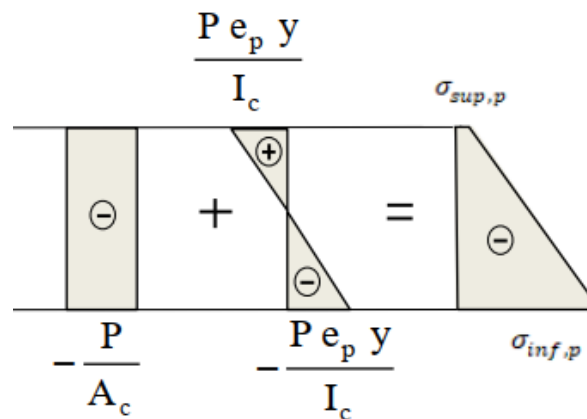
A tensão de operação do aço,  $\sigma_{pi}$ , é especificada no item 9.6.1.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 que determina os valores limites da operação de protensão sendo utilizada a relação do item a para situação de pré-tração e relaxação baixa (RB), características adotadas nesse trabalho (Equação 02).

$$\sigma_{pi} > \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,85f_{pyk} \end{cases} \quad (02)$$

Já, a tensão de protensão (Figura 5), esforço gerado pela força de protensão, é composta pela parcela de compressão gerada pela força de protensão  $\left(\frac{P}{A_c}\right)$  somada ao esforço causado pela excentricidade (ep) da armadura  $\left(\frac{P \times ep \times y_{sup}}{I_c}\right)$  (BASTOS, 2019, pg. 37-39).

Assim, tem-se:

**Figura 5: Tensão de protensão**



**Fonte: Paulo Sérgio Bastos, 2019.**

$$\sigma_{sup,p} = \frac{P}{A_c} - \frac{P \times ep \times y_{topo}}{I_c} \quad (03)$$

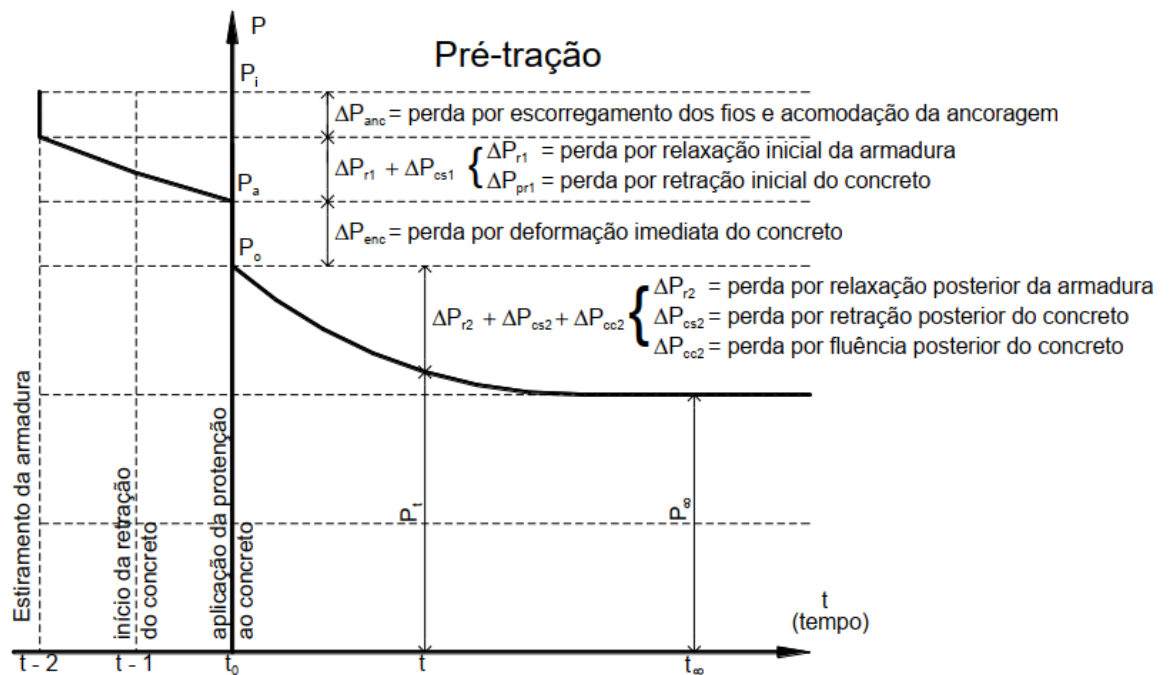
$$\sigma_{inf,p} = \frac{P}{A_c} + \frac{P \times ep \times y_{base}}{I_c} \quad (04)$$

### 2.1.2 Perdas de protensão

Como Bastos (2019) comenta, durante a vida útil da peça, a tensão na armadura de protensão decresce continuamente, inicialmente de maneira mais rápida e depois mais lentamente (Figura 6). Esse efeito se deve à diminuição do alongamento da armadura, por diversas causas, sendo as principais delas a retração e fluência do concreto, a acomodação da ancoragem e a relaxação da armadura.

Essa redução leva à diminuição da força de protensão e deve ser considerada no dimensionamento de peças protendidas.

**Figura 6: Perdas da força de protensão com o tempo na pré-tração**



Fonte: Paulo Sérgio Bastos, 2019.

#### 2.1.2.1 Perdas iniciais

As perdas iniciais, sendo o processo analisado a pré-tensão, são as que ocorrem antes mesmo da concretagem, logo após o estiramento da armadura com a força de protensão determinada (CHOLFE, 2018, pg 133).

##### 2.1.2.1.1 Acomodação da ancoragem

No momento do estiramento da armadura, após o cilindro hidráulico soltar o aço, ele escorrega alguns poucos milímetros, segundo Bastos (2019) na ordem de 4 a 10mm, e acaba por arrastar a cunha para dentro do furo da peça porta-cunha até a sua completa cravação (BASTOS, 2019, pg. 173).

Esse movimento que segundo Bastos (2019) depende dos dispositivos de ancoragem, do tipo de armadura de protensão e das características do equipamento de tracionamento da armadura, sendo geralmente fornecido pelo fabricante dos dispositivos.

A perda de protensão gerada pela acomodação da ancoragem é então calculada dividindo os poucos milímetros que o aço escorrega pelo comprimento da pista e multiplicando essa relação pelo módulo de elasticidade do aço como pode ser observado na equação 05 (INFORSATO, 2018).

$$\Delta\sigma_{anc} = Ep \frac{\Delta l}{l} \quad (05)$$

#### 2.1.2.1.2 Relaxação inicial da armadura

Estando o aço tracionado é esperado que a armadura sofra uma relaxação, causando uma perda de protensão estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times (\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc})$  (BASTOS, 2019).

Sendo  $\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left(\frac{t-t_0}{1000}\right)^{0,15}$ , considera-se  $t_0$ , momento de estiramento da peça, como 0 e  $t$  como 24 horas, momento previsto para liberação da ancoragem. Para determinação do  $\Psi_{1000}$ , utiliza-se o Tabela 1, presente no item 8.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 sobre relaxação do aço.

**Tabela 1: Valores de  $\Psi_{1000}$  em porcentagem**

$\sigma_{p0}$	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
0,5 $f_{ptk}$	0	0	0	0	0
0,6 $f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
0,7 $f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
0,8 $f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0

Fonte: Tabela 8.4, ABNT NBR 6118,2014.

Bastos (2019) ainda cita que para tensões menores que  $0,5f_{ck}$  pode-se admitir que não exista perda por relaxação, podendo aproximar  $\Psi_{(t,t_0)}$  pela equação 06 para o tempo infinito:

$$\Psi_{(t,t_0)} \approx 2,5 \times \Psi_{1000} \quad (06)$$

### 2.1.2.2 Perdas imediatas

As perdas imediatas, segundo Cholfe (2018) acontecem logo após a concretagem da peça, antes mesmo da liberação da ancoragem, portanto durante o processo de produção, sendo a tensão considerada a  $\sigma_{pa}$ , descontando as perdas iniciais  $\sigma_{pa} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{ini}$ .

#### 2.1.2.2.1 Retração imediata do concreto

A retração inicial do concreto leva a uma perda de tensão na armadura. No ambiente de fábrica (ambiente úmido), com cura iniciada logo após o adensamento, pode-se desprezar o efeito da retração inicial do concreto, mesmo porque o intervalo de tempo entre a concretagem e a transferência da protensão é pequeno. (Bastos, Paulo Sérgio dos Santos, 2019, pg. 32).

Entretanto, Inforsato (2018) descreve que, sendo os cabos na pre-tração tracionados simultaneamente, a perda por retração imediata do concreto que acontece no momento da liberação da ancoragem, pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\Delta\sigma_{ri} = \frac{E_p}{E_{ci}} \left[ \frac{N_{pa}}{A_c} + \frac{N_{pa} \times e_p^2}{I_c} - \frac{M_{g1} \times e_p}{I_c} \right] \quad (07)$$

Sendo:

$E_p$  - modulo de elasticidade do aço

$E_{ci}$  - modulo de elasticidade inicial do concreto dado por:

$$\text{- até 50MPa } E_{ci} = \alpha e 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (08)$$

$$\text{- entre 50MPa até 90MPa } E_{ci} = 21500 \alpha e \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (09)$$

Onde:

$\alpha e = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha e = 1,0$  para granito e gnaiss;

$\alpha e = 0,9$  calcário;

$\alpha e = 1,7$  arenito.

$N_{pa}$  - força de protensão no momento da liberação da ancoragem dado por:

$$N_{pa} = \sigma_{pa} \times A_p \quad (10)$$

$A_c$  - área de concreto da seção

Ic - momento de inércia da seção

ep - excentricidade da armadura

Mg1 - momento gerado pelo peso próprio

### 2.1.2.3 Perdas progressivas

As perdas progressivas de protensão são aquelas que ocorrem mais lentamente durante toda a vida útil da peça e devem ser estimadas através da tensão de protensão após as perdas iniciais e imediatas, portanto:

$$\sigma_{pOPT} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{pini} - \Delta\sigma_{pime} \quad (11)$$

Para determinar essa perdas alguns parâmetros são necessários, como a idade e a altura fictícia da peça, determinados pelas ABNT NBR 6118:2014.

A altura fictícia da peça é determinada através da Equação 12.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2Ac}{\mu_{ar}} \quad (12)$$

Sendo

Ac - área de concreto da seção

$\mu_{ar}$  - perímetro da seção em contato com o ar

$\gamma = 1 + e^{(-7.8+0.1U)}$  com U sendo a umidade relativa do ar em %

Enquanto que a idade fictícia é determinada pela Equação 13:

$$t = \alpha \frac{Ti+10}{30} t \quad (13)$$

Sendo

$\alpha$  determinado pela tabela A.2 da ABNT NBR 6118:2014 (Quadro 3) dependendo da velocidade de endurecimento do cimento para os casos de retração e fluência

**Quadro 3: Valores da fluência e retração em função da velocidade de endurecimento do cimento**

Cimento Portland (CP)	$\alpha$	
	Fluência	Retração
De endurecimento lento (C PIII e CP IV)	1	1
De endurecimento normal (CP I e CP II)	2	
De endurecimento rápido (CP V-ARI)	3	

**Fonte: Tabela A.2, ABNT NBR 6118,2014**

Ti - temperatura média diária, em °C

t - período em dias considerado

### 2.1.2.3.1 Retração posterior do concreto

Segundo Cholfe (2018), a retração é entendida como uma deformação normal de encurtamento e provoca um afrouxamento da armadura e conseqüente perda da força de protensão. Bastos (2019) determina essa perda através da relação:

$$\Delta\sigma_{rc} = \varepsilon_{cs} \times Ep \quad (14)$$

A deformação específica de retração ( $\varepsilon_{cs}$ ), seguindo o Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 é definido por:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs00}(\beta_s(t) - \beta_s(t_0)) \quad (15)$$

Sendo

$$\varepsilon_{cs00} = \varepsilon_{cs1} \cdot \varepsilon_{cs2} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{cs1} = -8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150} \quad (17)$$

$$\varepsilon_{cs2} = \frac{33+2h_{fic}}{20,8+3h_{fic}} \quad (18)$$

Com U representando umidade relativa do ar em % e  $h_{fic}$  a altura fictícia do concreto em metros, devendo ser entre 0,05 e 1,6.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{fic}}{100}\right) + E} \quad (19)$$

Sendo

$$A = 10$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

$t_{fic}$  - idade fictícia do concreto para a retração

$h$  - altura fictícia [m]

### 2.1.2.3.2 Fluência do concreto

Cholfe (2018) relata que quando o concreto é submetido a um estado de tensão, ele sofre uma deformação imediata ( $\varepsilon_c$ ) e, mantido este estado, o concreto continua se deformando, lentamente, ao longo do tempo e esse aumento da deformação sob tensão permanente ao longo do tempo ( $\varepsilon_{cc}$ ) é denominado

deformação de fluência do concreto e segundo a ABNT NBR 6118:2014, Anexo A, é dado por:

$$\varepsilon_{cc}(t,t_0) = \frac{\sigma_{p0PT}}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (20)$$

Sendo

$\sigma_{p0PT}$  - tensão de protensão inicial após as perdas iniciais e imediatas (Equação 11)

$E_{ci}$  - módulo de deformação tangente inicial para 28 dias dado por

$$E_{ci} = \alpha e 5600 \sqrt{f_{ck}} \text{ com}$$

$\alpha e = 1,2$  para basalto e diabásio

$\alpha e = 1,0$  para granito e gnaiss

$\alpha e = 0,9$  para calcário

$\alpha e = 0,8$  para arenito

$$\varphi(t, t_0) = \varphi a + \varphi f_{\infty} [\beta f(t) - \beta f(t_0)] + \varphi d_{\infty} \beta d \quad (21)$$

Sendo

$\varphi a$  - coeficiente de deformação rápida irreversível

$$\text{-Entre C20 e C45} \quad \varphi a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_{\infty})} \right] \quad (22)$$

$$\text{-Entre C50 e C90} \quad \varphi a = 1,4 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_{\infty})} \right] \quad (23)$$

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_{\infty})} = \frac{9t(t+42)}{(9t+40)(t+61)} \quad (24)$$

$t$  - idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias

$\varphi f_{\infty}$  - coeficiente de deformação lenta irreversível;

$$\text{-Entre C20 e C45} \quad \varphi f_{\infty} = \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (25)$$

$$\text{-Entre C50 e C90} \quad \varphi f_{\infty} = 0,45 \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (26)$$

$\varphi_{1c}$  - coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$  (%) (Tabela 2)

**Tabela 2: Valores numéricos usuais para a determinação da fluência**

Umidade $U$ (%)	$\phi_{1c}^*$		
	Abatimento (cm)		
	0 - 4	5 - 9	10 -15
Na água	0,6	0,8	1,0
90	1,0	1,3	1,6
70	1,5	2,0	2,5
40	2,3	3,0	3,8

\* $\phi_{1c} = 4,45 - 0,035U$  para abatimento entre 5 e 9cm e  $U \leq 90\%$

Fonte: Tabela A.1, ABNT NBR 6118,2014



\*  $\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035U$  para abatimento entre 5 e 9cm e  $U \leq 90\%$

$\varphi_{2c}$  - coeficiente dependente da espessura fictícia da peça

$$\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}} \quad (27)$$

$\varphi d_{\infty}$  - valor final do coeficiente de deformação lenta reversível (0,4)

$$\beta d(t) = \frac{t-t_0+20}{t-t_0+70} \quad (28)$$

$$\beta f(t) = \frac{t^2+At+B}{t^2+Ct+D} \quad (29)$$

Sendo

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

t - o tempo, expresso em dias (deve ser superior a 3)

A perda então gerada pela fluência, segundo Bastos(2019) é dada por:

$$\Delta\sigma_{fl} = \frac{E_p}{E_{ci}} \times \varphi \times \left[ \frac{Np}{Ac} + \frac{Np \times ep^2}{Ic} - \frac{Mg_1 \times ep}{Ic} \right] \quad (30)$$

Sendo

$E_p$  - módulo de elasticidade do aço

$E_{ci}$  - módulo de elasticidade inicial do concreto

$Np$  - força de protensão no momento da liberação da ancoragem dado por

$$Np = \sigma_{p0PT} \times Ap \quad (31)$$

$Ac$  - área de concreto da seção

$Ap$  - área de protensão

$Ic$  - momento de inércia da seção

$ep$  - excentricidade da armadura

$Mg_1$  - momento gerado pelo peso próprio

### 2.1.2.3.3 Relaxação posterior do aço

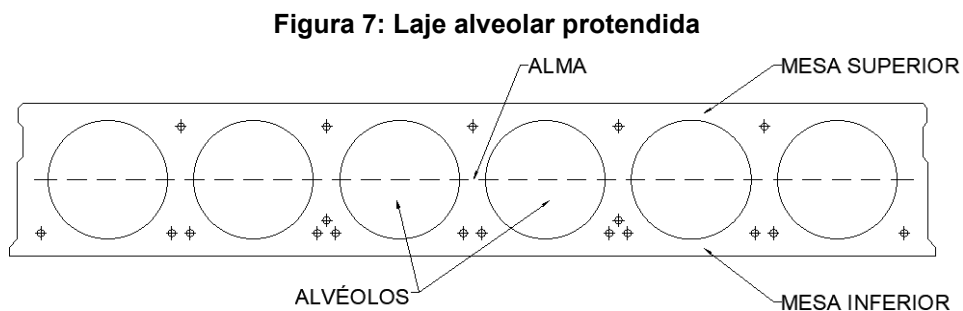
De modo similar á relaxação inicial, a perda por relaxação posterior é estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times \sigma_{p0PT}$ .

Sendo  $\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left( \frac{t-t_0}{1000} \right)^{0,15}$ , em que considera-se  $t_0$ , momento de estiramento da peça, como 0 e  $t$  o tempo considerado, com a determinação do  $\Psi_{1000}$ , utilizando o Quadro 3, já apresentado.

## 2.2 Laje Alveolar Protendida

Como descreve Pinheiro (2007), as lajes são elementos planos, em geral horizontais, com duas dimensões muito maiores que a terceira, sendo esta denominada espessura cuja principal função é receber os carregamentos atuantes no andar e transferi-los para os apoios.

A laje alveolar protendida, sendo uma das aplicações do painel alveolar, é hoje amplamente conhecida por fornecer sistemas eficientes de laje e cobertura (PCI, 1998). Os painéis alveolares utilizados nas lajes apresentam um elevado rendimento mecânico, sendo formado por mesa inferior, mesa superior e alma, como indicado na Figura 7, e descrito pela ABNT NBR 14861:2022. A armadura é composta apenas por cordoalhas de protensão, armadura ativa, que estão presente predominantemente na mesa inferior, com possível presença na mesa superior.



**Fonte: Autor, 2022**

Além disso, os painéis alveolares não possuem armadura para resistir aos esforços cortantes, com o próprio concreto responsável por resistir á essas solicitações, sendo possível o preenchimento parcial dos alvéolos para aumentar a sua resistência, conforme estabelecido na ABNT NBR 14861:2022.

A produção desses painéis ocorre comumente pelo processo de extrusão, utilizando um concreto com baixo teor água-cimento que é forçado por uma máquina, formando os alvéolos com trados ou tubos nos quais o concreto é compactado ao redor (PCI, 1998, pg. 1-1). Os painéis também podem ser produzidos por formas fixas,

método que utiliza concreto com alta trabalhabilidade, muitas vezes autoadensável, passando pelas etapas, já descritas na página 16.

Para o acabamento e nivelamento dos painéis alveolares, é geralmente executada uma capa de concreto moldado in loco que acaba por ampliar a seção resistente e ainda solidarizar os esforços entre os painéis (PCI, 1998, pg. 1-3). Petrucelli (2009) também defende que a capa tem finalidade de garantir a transmissão dos esforços entre painéis.

Com essas características é possível compreender que as lajes alveolares possuem diversas vantagens, dentre elas a sua elevada capacidade de carga, o potencial para vencer grandes vãos, seu eficiente controle de deflexão, a possibilidade de embutir instalações elétricas e mecânicas, a resistência ao fogo e ainda o isolamento acústico (PCI, 1998, pg. 1-3).

Em contrapartida, Petrucelli (2009) levanta algumas desvantagens da laje alveolar protendida. A primeira delas é a resistência à flexão transversal limitada devido a inexistência de armadura nesse sentido, visto que a laje é composta apenas de armadura ativa no sentido longitudinal. Outro ponto citado é que sua produção e manuseio exige equipamentos especiais, o que pode dificultar sua utilização.

### **2.3 Projeto**

Seguindo a ABNT NBR 6118:2014, para dimensionar um elemento de concreto armado ou protendido, é necessário considerar a ação na peça em diferentes estados. Diferentemente do concreto armado convencional, projetado no estado limite último e verificado para o estados limites de serviço, o concreto protendido é inicialmente projetado no estado limite de serviço, verificando a ruptura (Petrucelli, 2009, pg. 41).

Ele deve ser projetado para que quando ocorrer o máximo momento fletor positivo a força de protensão neutralize ou limite as tensões de tração na borda inferior da seção. Além disso, deve-se garantir que quando atuar o momento fletor positivo mínimo não sejam produzidas tensões normais de tração na borda superior da seção, ou que essas tensões sejam limitadas (EL DEBS, 2017, pg 411).

### 2.3.1 Estados Limites de Serviço

A ABNT NBR 6118:2014 define que o estado limite de serviço está relacionado ao conforto do usuário e à durabilidade, aparência e boa utilização das estruturas.

#### 2.3.1.1 Estado Limite de formação de Fissuras (ELS-F)

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, esse é o estado em que se inicia a formação de fissuras. Aqui é admitido que esse estado-limite é atingido quando a tensão máxima na seção transversal for igual  $\alpha f_{ctk,inf}$ , ou seja, a tensão de protensão somada a tensão de utilização da peça deve ser no máximo  $\alpha f_{ctk,inf}$ , sendo  $\alpha$  um coeficiente dependente da forma da seção analisada e  $f_{ctk,inf}$  referente à resistência à tração do concreto.

$$\sigma_{inf,P\infty} + \sigma_{t,comb} = \alpha f_{ctk,inf} \quad (32)$$

Sendo  $\sigma_{inf,P\infty}$  a tensão de protensão no tempo infinito, após as perdas, dado por  $\sigma_{inf,P\infty} = \frac{P_{\infty}}{Ac} + \frac{P_{\infty} \times ep \times y_{base}}{Ic}$  e  $\sigma_{t,comb}$  a tensão de utilização, dada por  $\sigma_{t,comb} = \frac{M_{comb} \times y_{base}}{Ic}$ , que dependerá da combinação referente à protensão analisada,

#### 2.3.1.2 Estado Limite de abertura de Fissuras (ELS-W)

A ABNT NBR 6118:2014 cita que, esse é o estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais ao máximo especificado no Quadro 1, verificado na ocorrência de protensão parcial.

#### 2.3.1.3 Estado Limite de Descompressão (ELS-D)

Segundo a ABNT NBR 6118:2014, esse é o estado no qual, em um ou mais pontos da seção transversal, a tensão normal é nula (geralmente a face inferior), não havendo tração no restante da seção.

El Debs (2017) ressalta também a importância em se atentar a verificação a compressão excessiva do concreto, que segundo a ABNT NBR 6118:2014 não deve ser superior a  $0,5f_{ck}$ .

$$\sigma_{inf,P\infty} + \sigma_{t,comb} = 0 \quad (33)$$

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,sup} < 0,5f_{ck} \quad (34)$$

Sendo  $\sigma_{inf,p\infty}$  a tensão de protensão no tempo infinito, após as perdas, dado por  $\sigma_{inf,p\infty} = \frac{P_{\infty}}{Ac} + \frac{P_{\infty} \times e_p \times y_{base}}{I_c}$  e  $\sigma_{t,comb}$  a tensão de utilização, dada por  $\sigma_{t,comb} = \frac{M_{comb} \times y_{base}}{I_c}$ , que dependerá da combinação referente á protensão analisada.

### 2.3.2 Estado Limite Último

Enquanto isso, o estado limite último está relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural que determine a paralisação do uso da estrutura e deve ser verificado (ABNT NBR 6118:2014), especialmente no ato da protensão, momento em que segundo Petrucelli (2009) a força de protensão é máxima e o concreto ainda não apresenta sua máxima resistência, devendo possuir, seguindo a ANBT NBR 9062:2017 uma resistência mínima de 21 MPa para que ocorra a desprotensão.

### 3 MÉTODO DE TRABALHO

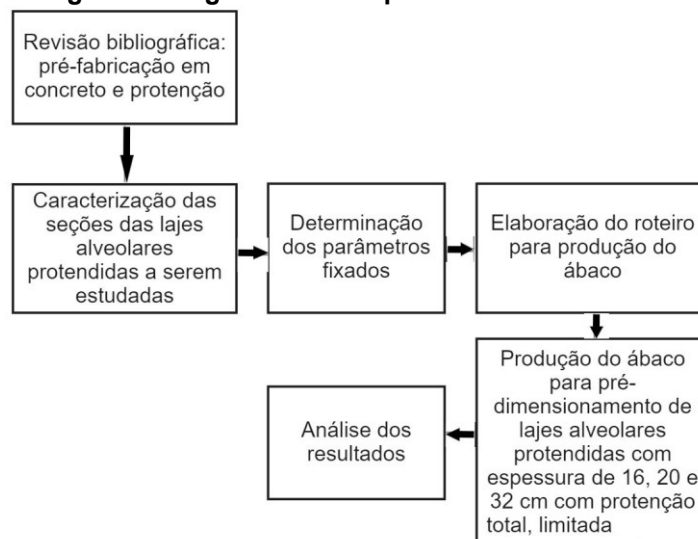
O trabalho investiga quais os critérios de dimensionamento da laje alveolar protendida, avaliando a relação entre o vão teórico e a capacidade de carga da laje. Assim, classificam-se os objetivos como sendo de natureza exploratória por buscar “proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou construir hipóteses” (GIL, 2002, p. 41) e também descritiva, ou seja, “visam descobrir a existência de associação entre variáveis” (GIL, 2002, p. 42).

Se tratando de uma pesquisa quantitativa e qualitativa, é estudado quais parâmetros devem ser fixados para encontrar a relação desejada e assim desenvolver um roteiro para produção de ábacos para pré-dimensionamento para lajes alveolares protendidas, além de buscar gerar medidas precisas e confiáveis que permitam uma análise estatística. Dessa forma, o trabalho estimula a compreensão do problema e é sustentado por uma pesquisa bibliográfica.

#### 3.1 Estrutura do Trabalho

A estrutura do trabalho, aqui realizado, segue a estrutura representada no diagrama da Figura 8, iniciando a execução do projeto caracterizando a seção a ser estudada, partindo para a determinação dos parâmetros que foram fixados para então concluir com a produção do ábaco de dimensionamento.

**Figura 8: Diagrama das etapas do estudo**



**Fonte: Autor, 2022**

Como apresentado na figura o ábaco a ser produzido considerará lajes com espessuras de 16, 20 e 32cm, realizando o processo para os níveis de protensão completa e limitada.

### 3.2 Roteiro de produção do ábaco

Para a produção de ábacos de dimensionamento deve se ter em mente que, muitos parâmetros são fixados partindo de hipóteses arbitradas por quem o produz. No caso desse trabalho, além das hipóteses básicas de dimensionamento de elementos de concreto armado pré-moldado, foi adotado que a armadura ativa será constante e, portanto, também a força de protensão aplicada à esses cabos.

Com isso, relaciona-se a carga de utilização (sobrecarga) com diferentes vãos em situações de protensão limitada e protensão completa, seguindo o macroroteiro descrito no Quadro 4.

<b>Quadro 4: Macroroteiro para produção do ábaco</b>	
<b>Materiais e características geométricas</b>	1 Concreto
	2 Aço
	3 Seção
<b>Definição dos carregamentos permanentes</b>	4 Peso próprio
	5 Capa
<b>Análise estrutural e esforços solicitantes</b>	6 Definir esquema estrutural da laje
	7 Identificar as seções mais solicitadas
<b>Fixação de parâmetros</b>	8 Força e tensão de protensão
	9 Acomodação da ancoragem
	10 Relaxação inicial da armadura
	11 Retração imediata do concreto
	12 Retração posterior do concreto
	13 Fluência do concreto
	14 Relaxação do aço
<b>Dimensionamento para o ELS-D</b>	15 Realizar a combinação de esforços conforme o tipo de protensão
	16 Calcular a carga de utilização para vãos arbitrados
<b>Verificações</b>	17 ELU-ATO
	18 Deslocamentos (flechas)
	19 Flexão
	20 Esforço Cortante
	21 Fendilhamento
	22 Chavetas
23 Punção	
<b>Gráfico</b>	24 Produção do ábaco com os valores aceitos

Fonte: Autor, 2022

### 3.3 Hipóteses básicas

Segundo a ABNT NBR 14861:2022 as lajes alveolares protendidas podem ser dimensionadas como elementos isolados e isostáticos, ou seja, é possível representar um pavimento através de um único painel alveolar determinado por um modelo de cálculo associado à uma viga apoiada em elementos indeslocáveis verticalmente, mas livres para rotação e movimentação horizontal. Este trabalho utiliza a análise descrita, não sendo discutidas verificações de torção, içamento, armazenamento e transporte.

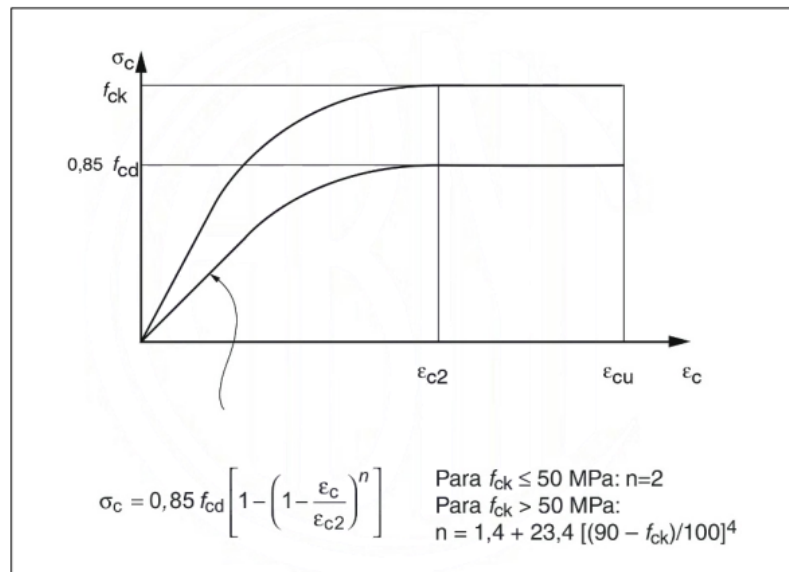
Além disso, é considerado que o dimensionamento das armaduras longitudinais da laje alveolar protendida deve conduzir a um conjunto de esforços resistentes superiores à envoltória dos esforços solicitantes determinados na análise estrutural (ABNT NBR 14861: 2022, p. 11).

Ainda, considerando o dimensionamento no estado limite último para flexão em elementos, adotam-se as limitações descritas pelo item 17.2.2 da ABNT NBR 6118:2014, aplicadas exclusivamente à pré-tração:

- a. as seções transversais se mantêm planas após a deformação;
- b. o acréscimo de deformação das barras ativas aderentes em tração ou compressão deve ser o mesmo o do concreto em seu entorno;
- c. as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas no ELU;
- d. a distribuição de tensões no concreto é feita de acordo com o diagrama parábola-retângulo (Figura 9), com tensão de pico igual a  $0,85 f_{cd}$ , com  $f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$ . Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de profundidade  $y = \lambda x$  e tensão constante atuante até a profundidade  $y$ . As diferenças de resultados obtidos com esses dois diagramas são pequenas e aceitáveis, sem necessidade de coeficiente de correção adicional.
- e. a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos seus diagramas tensão-deformação;
- f. o estado-limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios definidos na ABNT NBR 6118:2014 ilustrado na Figura 10.

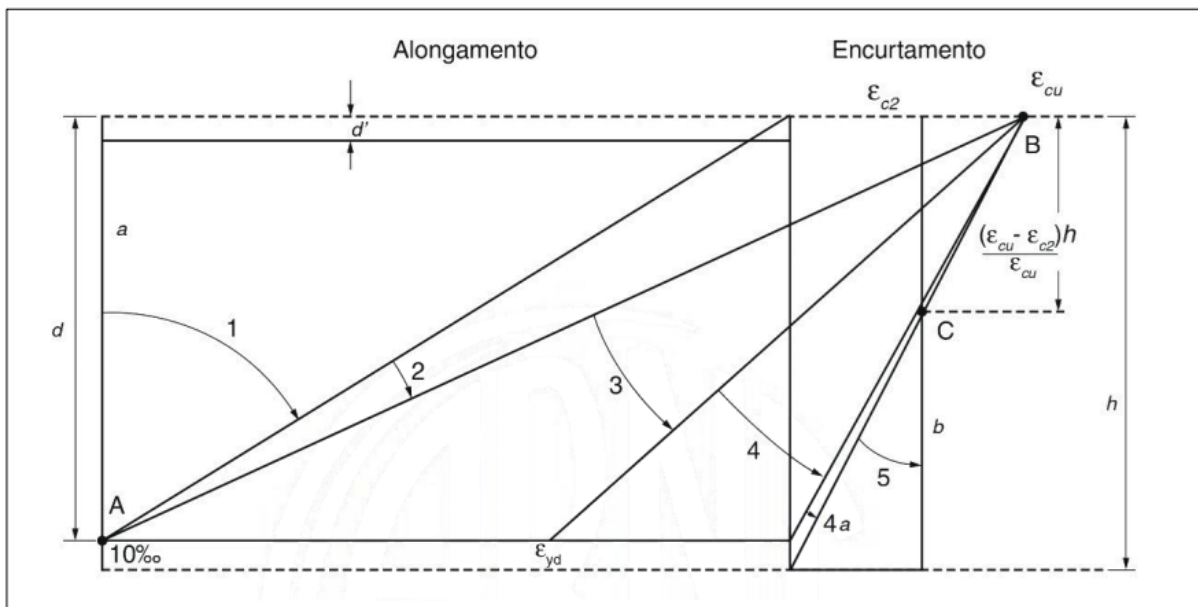


**Figura 10: Diagrama tensão-deformação idealizado**



Fonte: Figura 8.2, ABNT NBR 6118, 2014

**Figura 9: Domínios de estado-limite último de uma seção transversal**



Fonte: Figura 17.1, ABNT NBR 6118, 2014

### 3.4 Etapas de cálculo

As etapas de cálculo descritas a seguir apresentam as ações a serem feitas para a produção de um ábaco de pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas. Ele é apresentado através de itens sequenciais correspondentes ao apresentado no Quadro 4.

O modelo busca ser prático e objetivo, apresentando o embasamento para cada equacionamento e valor adotado.

### 3.4.1 Materiais e Características geométricas

O conhecimento dos materiais empregados é importante para o dimensionamento de qualquer elemento estrutural, pois seu dimensionamento depende diretamente das características dos materiais empregados.

#### 1. Concreto

O tipo de concreto estrutural é definido a partir da classe de agressividade ambiental que, por sua vez, depende diretamente do tipo de ambiente onde o projeto será implantado. A classe de agressividade é definida por meio do Quadro 2, já apresentado, enquanto que a qualidade do concreto pode ser definida por meio da Tabela 3, que sugere a relação água/cimento e resistência à compressão adequadas.

**Tabela 3: Classe de agressividade e qualidade do concreto para protensão**

Concreto	Classe de agressividade			
	I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

Fonte: Tabela 7.1, ABNT NBR 6118, 2014

Além disso a ABNT NBR 14861:2022 especifica no item 4.1.1 que os painéis alveolares de concreto protendido não devem ter concreto com resistência inferior a 25 MPa, enquanto a capa deve ter resistência superior a 20 MPa

Na pré-tração deve-se considerar a resistência do concreto no momento de desprotensão da peça e seguindo o item 9.2.5.3 da ABNT NBR 9062:2017 o valor da resistência à compressão do concreto nesse momento não deve ser inferior a 21 MPa.

#### 2. Aço

Para lajes alveolares protendidas utiliza-se comumente cordoalhas de 3 ou 7 fios com resistências à tração iguais a 190 ou 210 kgf/mm<sup>2</sup> (classes CP-190 e CP-210), na condição de relaxação baixa (RB), sendo que os diâmetros mais usuais são os de 9,5 mm e 12,7 mm. A resistência a ser elegida depende da exigência dos

carregamentos. Já o diâmetro das cordoalhas é função da área de armadura ativa, no caso deste trabalho fixada em um valor usual.

### 3. Seção

No dimensionamento de uma laje alveolar protendida, sua seção transversal pode ser definida partindo de relações que avaliam seu vão. Porém, na construção de um ábaco os vãos a serem considerados são variáveis, portanto, as seções serão elegidas para esse estudo com base na disponibilidade de mercado.

Nesse momento também é importante o levantamento das características geométricas da seção adotada, podendo dispor-se da ajuda de *softwares* como o Auto CAD para essa determinação. Para delimitar o cobrimento da armadura, considera-se, assim como para a resistência do concreto, a classe de agressividade ambiental, especificado na Tabela 4.

**Tabela 4: Correspondência entre a classe ambiental e o cobrimento nominal**

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	CAA			
		I	II	III	IV
		Cobrimento nominal (mm)			
Concreto protendido	Laje	25	30	40	50

Fonte: Tabela 7.2, ABNT NBR 6118, 2014

#### 3.4.2 Definição dos carregamentos permanentes

### 4. Peso próprio

O peso próprio de uma estrutura é definido multiplicando a área da seção da peça pela densidade do material. Como mostra a Equação 35.

$$Pp = Ac [cm^2] \times \rho c \left[ \frac{kN}{cm^3} \right] \quad (35)$$

Sendo

$Pp$  - peso próprio da laje

$Ac$  - área de concreto

$\rho c$  - densidade do concreto [kN/cm<sup>3</sup>]

### 5. Capa estrutural

A capa, considerada como um peso permanente, é determinado da mesma maneira que a laje:

$$Pp_{capa} = A_{capa} [cm^2] \times \rho_c \left[ \frac{kN}{cm^3} \right] \quad (36)$$

Sendo

$Pp_{capa}$  - peso próprio da capa estrutural

$A_{capa}$  - área de concreto da capa

$\rho_c$  - densidade do concreto [kN/cm<sup>3</sup>]

### 3.4.3 Análise estrutural e esforços solicitantes

## 6. Esquema estrutural da laje

Segundo a ABNT NBR 14861:2022, a laje alveolar protendida pode ser dimensionada como um elemento isolado e isostático, assim a peça utiliza como modelo matemático uma viga que se apoia em elementos que não se deslocam verticalmente, sendo o pavimento representado por um único um painel alveolar.

Ainda, é necessário considerar que a seção, ao trabalhar no tempo infinito, torna-se composta pela capa estrutural, que não deve ser desconsiderada.

## 7. Seções mais solicitadas

No dimensionamento de um elemento isolado e isostático, como é o caso da laje alveolar protendida, os esforços externos a serem considerados são os momentos fletores (M) no meio do vão (Equação 37) e na região dos apoios durante a liberação da protensão (Equação 38) e também as forças cortantes (V) na área junto aos apoios (Equação 39), sendo essas as regiões mais solicitadas para cada esforço.

$$M_{meio,v\tilde{a}o} = \frac{ql^2}{8} \quad (37)$$

$$M_{apoio} = \frac{q \times l}{2} l_{pt1} - \frac{q \times l_{pt1}^2}{2} \quad (38)$$

$$V = \frac{ql}{2} \quad (39)$$

Sendo

q – carga distribuída atuando na estrutura [kN/m]

l – vão da peça [m]

$l_{pt1}$  - valor inferior de projeto para o comprimento de transferência dado por

$$0,8l_{bpt} \text{ sendo } l_{bpt} = \frac{0,19\phi\sigma_{p0}}{fbpt} \text{ e } fbpt = 3,2 \times 2 \times \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

### 3.4.4 Fixação de parâmetros

Devido a padronização comum adotada em fábricas de pré-moldado, o parâmetro escolhido para ser fixado nesse estudo será o valor da armadura ativa.

## 8. Força e tensão de protensão

Como já apresentado anteriormente a força de protensão inicial é o resultado a multiplicação da tensão de operação do aço ( $\sigma_{pi}$ ) pela a armadura ativa.

$$P_i = \sigma_{pi} \times A_p \quad (01)$$

Sendo a tensão de operação do aço determinada através da Equação 02, ao multiplicar pela área de protensão, obtêm-se o valor da protensão inicial.

$$\sigma_{pi} > \begin{cases} 0,77f_{ptk} \\ 0,85f_{pyk} \end{cases} \quad (02)$$

Então, dividindo o valor da protensão pela área de concreto de cada seção, tem-se a tensão de protensão inicial.

$$\sigma_{p0} = \frac{P_i}{A_c} \quad (40)$$

### 3.4.5 Perdas de protensão

Durante a vida útil da peça, a tensão na armadura de protensão decresce continuamente devido á diminuição do alongamento da armadura, levando á diminuição da força de protensão.

#### 3.4.5.1 Perdas iniciais

As perdas iniciais são as que ocorrem antes mesmo da concretagem, logo após o estiramento da armadura.

## 9. Acomodação da ancoragem

No momento do estiramento da armadura, após o cilindro hidráulico soltar o aço, ele escorrega alguns poucos milímetros. Para esse trabalho será considerado, como estipulado por Bastos (2019), que esse escorregamento será de 6mm. Além disso, como dito anteriormente será considerado uma pista de protensão de 60 metros. Aplica-se então a Equação 05 para determinação da perda de protensão devido a acomodação da ancoragem.

$$\Delta\sigma_{anc} = E_p \frac{\Delta l}{l} \quad (05)$$

## 10. Relaxação inicial da armadura

Estando o aço tracionado é esperado que a armadura sofra uma relação, causando uma perda de protensão estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times (\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc})$ .

Inicialmente deve-se determinar  $\Psi_{1000}$  par utilização do Quadro 3. Divide-se então  $\sigma_{p0}$  pelo  $f_{ptk}$  do aço e encontra-se o valor correspondente interpolando os valores da Tabela 1. Em seguida, aplica-se a equação  $\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left(\frac{t-t_0}{1000}\right)^{0,15}$  considera-se  $t_0$ , momento de estiramento da peça, como 0 e  $t$  como 24 horas, momento previsto para liberação da ancoragem.

Por fim, aplica-se a equação da perda de protensão por relaxação inicial da armadura, desconsiderando a perda devido à acomodação da ancoragem.

### 3.4.5.2 Perdas imediatas

As perdas imediatas acontecem logo após a concretagem da peça, antes mesmo da liberação da ancoragem, com a tensão de protensão sendo descontada as perdas iniciais  $\sigma_{pa} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{ini}$

## 11. Retração imediata do concreto

Por estar considerando um ambiente de fábrica (úmido), com a cura do concreto iniciada logo após o adensamento e com o intervalo de tempo entre a concretagem e a transferência de protensão pequeno, esse trabalho irá desprezar o efeito da retração inicial do concreto, seguindo o exposto por Bastos em 2019.

### 3.4.5.3 Perdas progressivas

As perdas progressivas de protensão são aquelas que ocorrem mais lentamente durante toda a vida útil da peça e devem ser estimadas através da tensão de protensão após as perdas iniciais e imediatas, portanto:

$$\sigma_{pOPT} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{pini} - \Delta\sigma_{pime} \quad (11)$$

Para determinar essa perdas alguns parâmetros são necessários, como a idade e a altura fictícia da peça, determinados pelas ABNT NBR 6118:2014, determinados pelas equações 12 e 13.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2Ac}{\mu_{ar}} \quad (12)$$

Sendo

$A_c$  - área de concreto da seção

$\mu_{ar}$  - perímetro da seção em contato com o ar

$\gamma = 1 + e^{(-7.8+0.1U)}$  com U sendo a umidade relativa do ar [%]

$$t = \alpha \frac{Ti+10}{30} t \quad (13)$$

Sendo

$\alpha$  determinado pelo Quadro 4 já apresentado

Ti - temperatura média diária [°C]

t - período em dias considerado

## 12. Retração posterior do concreto

Como já descrito anteriormente, a perda posterior do concreto é determinado através da relação:

$$\Delta\sigma_{rc} = \varepsilon_{cs} \times E_p \quad (14)$$

Inicia-se determinando a deformação específica de retração ( $\varepsilon_{cs}$ ), seguindo o Anexo A da ABNT NBR 6118:2014 é definido por:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs00}(\beta_s(t) - \beta_s(t_0)) \quad (15)$$

Sendo

$$\varepsilon_{cs00} = \varepsilon_{cs1} \cdot \varepsilon_{cs2} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{cs1} = -8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150} \quad (17)$$

$$\varepsilon_{cs2} = \frac{33+2h_{fic}}{20,8+3h_{fic}} \quad (18)$$

Com U representando umidade relativa do ar em % e  $h_{fic}$  a altura fictícia do concreto em metros, devendo ser entre 0,05 e 1,6.

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{fic}}{100}\right) + E} \quad (19)$$

Sendo

$$A = 10$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

$t_{fic}$  - idade fictícia do concreto para a retração

$h$  - altura fictícia [m]

### 13. Fluência do concreto

Para a determinação da fluência, é determinado primeiramente a deformação sob tensão permanente ao longo do tempo ( $\varepsilon_{cc}$ ) que segundo a ABNT NBR 6118:2014, Anexo A, é dado por:

$$\varepsilon_{cc}(t,t_0) = \frac{\sigma_{p0PT}}{E_{ci}} \varphi(t,t_0) \quad (20)$$

Sendo

$\sigma_{p0PT}$  - tensão de protensão inicial após as perdas iniciais e imediatas (Equação 11)

$E_{ci}$  - módulo de deformação tangente inicial para 28 dias dado pelo Quadro 5

$$\varphi(t,t_0) = \varphi a + \varphi f^\infty [\beta f(t) - \beta f(t_0)] + \varphi d_\infty \beta d \quad (21)$$

Sendo

$\varphi a$  - coeficiente de deformação rápida irreversível

$$\text{-Entre C20 e C45} \quad \varphi a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (22)$$

$$\text{-Entre C50 e C90} \quad \varphi a = 1,4 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (23)$$

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \frac{9t(t+42)}{(9t+40)(t+61)} \quad (24)$$

$t$  - idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias

$\varphi f^\infty$  - coeficiente de deformação lenta irreversível;

$$\text{-Entre C20 e C45} \quad \varphi f^\infty = \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (25)$$

$$\text{-Entre C50 e C90} \quad \varphi f^\infty = 0,45 \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (26)$$

$\varphi_{1c}$  - coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente U (%) (Quadro 6)

$\varphi_{2c}$  - coeficiente dependente da espessura fictícia da peça

$$\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}} \quad (27)$$

$\varphi d_\infty$  - valor final do coeficiente de deformação lenta reversível (0,4)

$$\beta d(t) = \frac{t-t_0+20}{t-t_0+70} \quad (28)$$

$$\beta f(t) = \frac{t^2+At+B}{t^2+Ct+D} \quad (29)$$

Sendo

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$



$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

t - o tempo, expresso em dias (deve ser superior a 3)

A perda então gerada pela fluência é dada por:

$$\Delta\sigma_{fl} = \frac{E_p}{E_{ci}} \times \varphi \times \left[ \frac{Np}{Ac} + \frac{Np \times ep^2}{Ic} - \frac{Mg1 \times ep}{Ic} \right] \quad (30)$$

Sendo

$E_p$  - modulo de elasticidade do aço

$E_{ci}$  - modulo de elasticidade inicial do concreto

$Np$  - força de protensão no momento da liberação da ancoragem dado por

$$Np = \sigma_{p0PT} \times Ap \quad (31)$$

$Ac$  - área de concreto da seção

$Ap$  - área de protensão

$Ic$  - momento de inércia da seção

$ep$  - excentricidade da armadura

$Mg1$  - momento gerado pelo peso próprio

#### 14. Relaxação do aço

De modo similar á relaxação inicial, a perda por relaxação posterior é estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times \sigma_{p0PT}$ . Determina-se então o  $\Psi_{1000}$  utilizando o Quadro 3, aplicando o valor na equação  $\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left( \frac{t-t_0}{1000} \right)^{0,15}$ , considera-se  $t_0$ , momento de estiramento da peça, como 0 e t o tempo adotado de 90 dias.

#### 3.4.6 Dimensionamento para o ELS-D

#### 15. Combinação de esforços conforme o tipo de protensão

Para os Estados Limites de Serviço as combinações de esforços podem ser raras, frequentes ou quase-permanentes, seguindo o cálculo conforme mostrado no Quadro 4 sendo os coeficientes explicitados no Quadro 5.

**Quadro 5: Combinações de serviço**

<b>Combinação de Serviço (ELS)</b>	<b>Cálculo das solicitações</b>
Combinação quase permanente	$Fd, ser = \sum Fgi, k + \sum \Psi 2j Fqj, k$
Combinação frequente	$Fd, ser = \sum Fgi, k + \Psi 1 Fq1k + \sum \Psi 2j Fqj, k$
Combinação rara	$Fd, ser = \sum Fgi, k + Fq1k + \sum \Psi 1j Fqj, k$

Fonte: Tabela 11.4, ABNT NBR 6118, 2014

**Quadro 6: Coeficientes combinações**

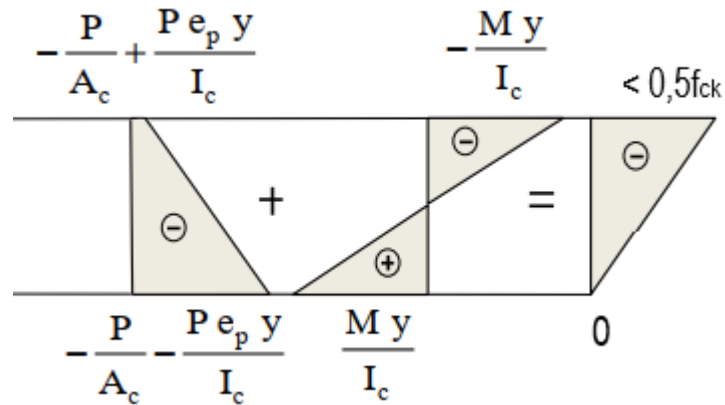
<b>Ações</b>		<b><math>\Psi 0</math></b>	<b><math>\Psi 1</math></b>	<b><math>\Psi 2</math></b>
<b>Cargas acidentais edifícios</b>	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações nem de elevadas concentrações de pessoas*	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas**	0,7	0,6	0,4
*Edifícios residenciais				
** Edifícios comerciais, de escritório, estações e edifícios públicos				

Fonte: Tabela 11.2, ABNT NBR 6118, 2014

## 16. Carga de utilização para vãos arbitrados

Para o Estados Limites de Serviço de Descompressão (Figura 11) deve-se garantir que a peça não tenha tração e para isso a força de protensão somada á força das ações atuantes resulte em zero em uma das bordas e também que a compressão não seja superior a  $0,5f_{ck}$ .

Figura 11: Estado Limite de Serviço de Descompressão



Fonte: Paulo Sérgio Bastos, 2019.

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,inf} = 0 \quad (33)$$

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,sup} < 0,50f_{ck} \quad (34)$$

Como mostrado no Quadro 1, para o caso de protensão limitada para o ELS-D deve ser utilizada a combinação quase permanente identificada no Quadro 5. Assim tem-se:

$$\sigma_{t,comb} = \sigma_{t,qperm} = \frac{M_{qperm} \times y_{base}}{I_c} = \frac{(g1+g2+g3+\psi_2q)L^2 \times y_{base}}{8 I_c} \quad (41)$$

Sendo  $g_1$  o peso próprio da laje,  $g_2$  o peso a laje e  $g_3$  o peso gerado por eventuais revestimentos.

Com o esforço de protensão já identificado de:

$$\sigma_{P00,sup} = \frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{topo}}{I_c} \quad (03)$$

$$\sigma_{P00,inf} = -\frac{P_{00}}{A_c} - \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c} \quad (04)$$

Tem-se:

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,inf} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{(g1 + g2 + g3 + \psi_2q)L^2 \times y_{base}}{8 I_c} - \frac{P_{00}}{A_c} - \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c} = 0$$

$$\frac{(g1 + g2 + g3 + \psi_2q)L^2 \times y_{base}}{8 I_c} = \frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c}$$

$$(g1 + g2 + g3 + \psi_2q) = \left( \frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c} \right) \frac{8 I_c}{L^2 \times y_{base}}$$

$$q = \frac{\left(\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic}\right) \frac{8Ic}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_2} \quad (42)$$

Para o caso da protensão completa a combinação a se utilizar é a frequente, então tem-se que:

$$\begin{aligned} \sigma_{t,comb} = \sigma_{t,freq} &= \frac{M_{freq} \times y_{base}}{Ic} = \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + \psi_1 q)L^2 \times y_{base}}{8Ic} \\ \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + \psi_1 q)L^2 \times y_{base}}{8Ic} - \frac{P_{00}}{Ac} - \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic} &= 0 \\ \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + \psi_1 q)L^2 \times y_{base}}{8Ic} &= \frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic} \\ (g_1 + g_2 + g_3 + \psi_1 q) &= \left(\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic}\right) \frac{8Ic}{L^2 \times y_{base}} \\ q &= \frac{\left(\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic}\right) \frac{8Ic}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_1} \quad (43) \end{aligned}$$

### 3.4.7 Verificações

#### 17. Estado Limite Último no Ato da protensão

Segundo Carvalho (2017) uma situação importante de ser verificada é a segurança da peça ao atuar a protensão no tempo “zero”, sem perdas e com atuação apenas das cargas permanentes.

Segundo a recomendação do item 17.2.4.3 da ABNT NBR 6118:2014 a resistência à compressão característica do concreto  $f_{ckj}$  a ser considerada deve ser aquela correspondente a idade fictícia  $j$ . Além disso, os seguintes coeficientes podem ser considerados:

$$\gamma_c = 1,2$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$\gamma_p = 1,0 \text{ na pré - tração}$$

$$\gamma_f = 1,0 \text{ para ações desfavoráveis}$$

$$\gamma_f = 0,9 \text{ para ações favoráveis}$$

Assim, realizando a verificação simplificada presente no mesmo item deve-se verificar que:

$$\sigma_{ct,j} \leq 1,2f_{ctm,j} \quad (44)$$

$$\sigma_{c,j} \leq 0,7f_{cj} \quad (45)$$

Sendo

$\sigma_{ct,j}$  - tensão de tração no concreto

$\sigma_{c,j}$  - tensão de compressão no concreto

$f_{ctm,j} = 0,3f_{cj}^{2/3}$  - resistência média á compressão do concreto aos j dias

$f_{cj}$  - resistência á compressão do concreto aos j dias

A tensão no concreto deve ser calculada conforme as Equações 46 e 47, utilizando a força de protensão inicial, antes das perdas, para sua determinação.

- na borda superior:

$$\sigma_{sup} = -\frac{P_0}{Ac} + \frac{P_0 \times e_p \times y_{topo}}{Ic} - \frac{M \times y_{topo}}{Ic} \quad (46)$$

- na borda inferior:

$$\sigma_{inf} = -\frac{P_0}{Ac} - \frac{P_0 \times e_p \times y_{base}}{Ic} + \frac{M \times y_{base}}{Ic} \quad (47)$$

Sendo que, para o meio do vão  $M = M_{g1} = \frac{g1 \times l^2}{8}$ , enquanto que para a região próxima aos apoios  $M = M_{g1,apoiio} = \frac{g1 \times l}{2} l_{pt1} - \frac{g1 \times l_{pt1}^2}{2}$ .

Além disso a ABNT NBR 14861 (2022, p.14), na fase de liberação da protensão, e também nas de manuseio, construção e demais situações transitórias, expões a seguinte verificação das tensões admissíveis:

$$\sigma_{ct,j} \leq \frac{f_{ctm,j}}{1,2} \quad (48)$$

$$\sigma_{c,j} \leq 0,85f_{cj} \quad (49)$$

## 18. Deslocamentos (flecha)

Os deslocamentos existentes na estrutura analisados são a flecha final, gerada pela presença dos carregamentos externos e a flecha inicial ocasionada pelo efeito da protensão (contra-flecha).

Segundo a ABNT NBR 6118 (2014, p. 126-127), as flechas imediatas devem ser analisadas por meio de uma avaliação aproximada utilizando a rigidez à flexão equivalente (EI)eq do elemento que, para vigas com armaduras ativas, é dada pela

Equação (50), desde que não seja ultrapassado o estado-limite de formação de fissuras.

$$(EI)_{eq} = E_{cs}Ix \quad (50)$$

Sendo

$Ix$  - Inércia à flexão em relação ao eixo  $x$

$E_{cs}$  - Módulo de elasticidade secante do concreto  $E_{cs} = \alpha i E_{ci}$

$$\alpha i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,00$$

$$E_{ci} = \alpha e 5600 \sqrt{f_{ck}}$$

A determinação das flechas são obtidas pela equação 51 para a flecha inicial (contra-flecha) ( $s_p$ ) e pela equação 52 para a flecha devido aos carregamentos externos ( $s_v$ ).

$$s_p = \frac{Mpl^2}{8(EI)_{eq}} \quad (51)$$

$$s_v = \frac{5ql^4}{384(EI)_{eq}} \quad (52)$$

Sendo

$M_p$  - momento de protensão dado por  $M_p = \sigma_p \times A_p \times e_p$

$l$  – comprimento do vão

$q$  – carga distribuída atribuídas às forças externas

## 19. Flexão

A ABNT NBR 14861 (2022, p. 14), apresenta duas verificações para tensões admissíveis de forma a atender aos requisitos de flexão e durabilidade, sendo a primeira relacionada à fase de liberação da protensão, manuseio, construção e demais situações transitórias antes da consolidação do capeamento estrutural já verificada na etapa 17, e outra para a construção final que é determinada conforme as equações abaixo para tração (53) e compressão (54).

$$\sigma_{ct} \leq f_{ctk,inf} \quad (53)$$

$$\sigma_c \leq \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} \quad (54)$$

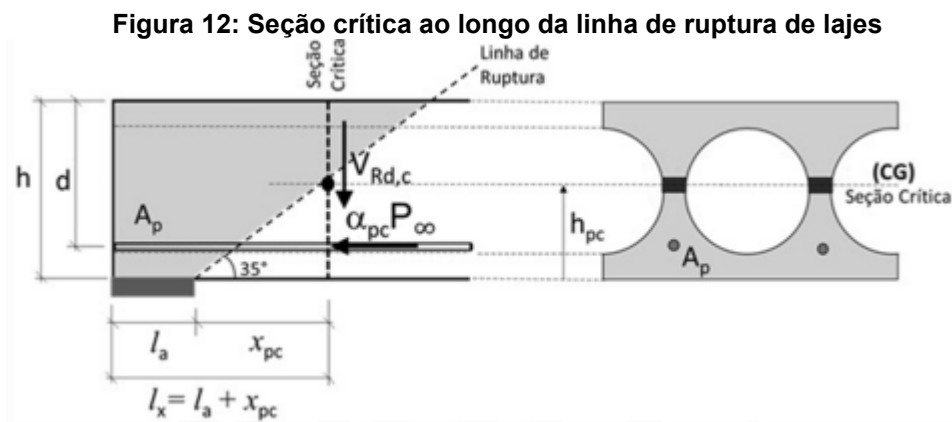
## 20. Esforço cortante

Segundo a ABNT NBR 14861 (2022, p. 15) os mecanismos de ruptura de uma laje alveolar em relação ao cisalhamento podem ocorrer quando a a tensão de

cisalhamento supera a resistência à tração diagonal do concreto na nervura do alvéolo ou ainda quando a tensão de cisalhamento na nervura interage com as tensões de tração da flexão do elemento.

#### a. Protensão completa

Para a protensão completa, onde não existe fissuração, a mesma norma indica que a verificação deve ocorrer na seção crítica definida pelo comprimento  $l_x$  que é a soma da largura do apoio ( $l_a$ ) com a posição do ponto crítico em uma linha de ruptura com  $35^\circ$  (Figura 12):



Fonte: Figura 13, ABNT NBR 14861, 2022.

Então, a resistência à força cortante sem a capa estrutural ( $V_{Rd,c}$ ) pode ser determinada com as seguintes equações:

- a) Para lajes com alveolos circulares ( $250 \leq h \leq 320$ )

$$V_{Rd,c} = 0,95 \frac{I b_w}{s} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_{pc} \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad (55)$$

- b) Para lajes com alveolos não circulares ( $250 \leq h \leq 400$ )

$$V_{Rd,c} = \beta_{pc} \frac{I b_w}{s} \sqrt{f_{ctd}^2 + 0,9 \alpha_{pc} \sigma_{cp} f_{ctd}} \quad (56)$$

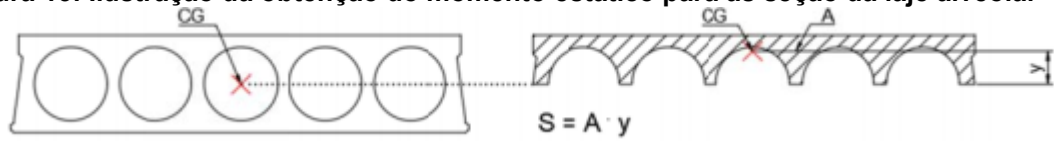
Sendo

$I$  – momento de inércia da seção bruta

$b_w$  – somatório das nervuras internas e externas

$S$  – momento estático com base no centroide ( $S=Ay$ ) (Figura 13)

Figura 13: Ilustração da obtenção do momento estático para as seção da laje alveolar



Fonte: Figura 15, ABNT NBR 14861, 2022.

$f_{ctd}$  – valor de projeto da resistência do concreto à tração

$\sigma_{cp}$  – tensão de compressão devido à formação de protensão

$\alpha_{pc}$  – fator de redução de protensão na posição longitudinal

$$\alpha_{pc} = \frac{l_x}{l_{pt2}} \quad (57) \quad l_{pt2} = 1,2l_{bpt} \quad (58)$$

$\beta_{pc}$  – coeficiente de ajuste  $\beta_{pc} = 0,5 + \frac{h_{pc}}{h} \leq 1,00 \quad (59)$

## b. Protensão limitada

Para peças fissuradas por flexão, situação que pode ocorrer na protensão limitada, a verificação do cortante deve ser feita na seção transversal mais crítica ao longo do vão do elemento, a partir da distância de  $0,5h$  da extremidade do seu apoio, sendo  $h$  a altura da laje.

$$V_{sd} \leq V_{Rd,fl} \quad (60)$$

$$V_{sd} \leq V_{Rd,dc} \quad (61)$$

Onde

$V_{sd}$  – força cortante solicitante

$V_{Rd,dc}$  – força cortante resistente das diagonais comprimidas

$$V_{Rd,dc} = \frac{1}{2} \vartheta f_{cd} 0,9d \sum b_{w,1} \quad (62)$$

$$\vartheta = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \geq 0,5 \quad (63)$$

$\sum b_{w,1}$  – somatório das nervuras internas e externas da laje alveolar

$V_{Rd,fl}$  – força cortante resistente a flexo-cortante

$$V_{Rd,fl} = V_{c1} + V_{p1} \quad (64)$$

$$V_{c1} = 0,25 f_{ctd} k (1,2 + 40p1) \sum b_{w,1} d \quad (65)$$

$$V_{p1} = 0,15 \sigma_{cp,1} \sum b_{w,1} d \quad (66)$$

Sendo

$f_{ctd}$  – resistência de cálculo pa tração

$p1$  – taxa de armadura  $p1 = \frac{A_s}{\sum b_{w,1} d} \quad (67)$



$$k = 1,6 - d \geq 1 \text{ (d em metros)} \quad (68)$$

d – altura útil total da seção transversal

$\sigma_{cp,1}$  – tensão de compressão do concreto devido á força de protensão

$$\sigma_{cp,1} = \frac{Np}{Ac} \quad (69)$$

A ABNT NBR 14861 (2022, p. 20) ainda prevê que a resistência à força cortante nas lajes alveolares pode ser aumentada com a especificação de capa estrutural (elemento não considerado nesse trabalho) e/ou o preenchimento de alveolos com comprimento longitudinal maior que o comprimento de transferência ( $l_{bpt}$ ) utilizando um concreto com mesma resistência e durabilidade do concreto do elemento.

Com essa consideração a força cortante resistente a flexo-cortante ( $V_{Rd,fl}$ ) pode ser calculada como  $V_{Rd,fl(a1)}$ .

- Para o preenchimento dos alveolos antes da liberação da protensão

$$V_{Rd,fl(a1)} = V_{c2} + V_{p2} \quad (70)$$

$$V_{c2} = 0,25f_{ctd}k(1,2 + 40p2)\sum b_{w,2}d \quad (71)$$

$$V_{p1} = 0,15\sigma_{cp,2}\sum b_{w,2}d \quad (72)$$

Sendo

$f_{ctd}$  – resistência de cálculo pa tração

$$p2 \text{ – taxa de armadura } p2 = \frac{As}{\sum b_{w,2}d} \quad (73)$$

$$k = 1,6 - d \geq 1 \text{ (d em metros)} \quad (74)$$

d – altura útil total da seção transversal

$\sigma_{cp,2}$  – tensão de compressão do concreto devido á força de protensão para

o caso de alvéolos preenchidos antes da liberação da protensão  $\sigma_{cp,2} = \frac{Np}{Ac,2} \quad (75)$

$$A_{c,2} = Ac + nA_{alv} \quad (76)$$

$A_{alv}$  – área do alvéolo

n – quantidade de alvéolos preenchidos

$\sum b_{w,2}$  – somatório das nervuras internas e externas da laje alveolar e da parcela dos alveolos preenchidos  $\sum b_{w,2} = \sum b_{w,ext} + \sum b_{w,int} + 0,5nb_{alv} \frac{Ec}{Ep} \quad (77)$

$b_{alv}$  – largura horizontal do alvéolo preenchido

$\frac{E_c}{E_p}$  – relação entre o módulo de elasticidade do concreto moldado no local ( $E_c$ )

e do concreto pré-moldado ( $E_p$ )

- Para o preenchimento dos alvéolos após da liberação da protensão

$$V_{Rd,fl(a1)} = V_{c2} + V_{p1} \quad (78)$$

## 21. Fendilhamento

De acordo com a ABNT NBR 14861 (2022, p. 30), durante o processo produtivo, na liberação das cordoalhas de protensão, nenhum tipo de fissuração longitudinal nas nervuras é permitido. Logo, deve ser garantido que a tensão na nervura mais solicitada ( $\sigma_{sp}$ ) seja inferior à tensão de tração do concreto ( $f_{ctkj,inf}$ ).

$$\sigma_{sp} \leq f_{ctkj,inf} \quad (79)$$

Sendo

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{b_w \times e_p} \frac{15\alpha e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{pt1}}{e_p}\right)^{1,5} (1,3\alpha e + 0,1)} \quad (80)$$

$$\alpha e = \frac{e_p - k}{h} \quad (81)$$

$f_{ctkj,inf}$  - resistência á tração característica inferior do concreto no dia j (liberação da protensão) [MPa]

$P_0$  - força de protensão inicial, antes das perdas [N]

$b_w$  - largura da nervura individual [mm]

$e_p$  - excentricidade da força de protensão [mm]

$l_{pt1}$  - valor inferior de projeto para o comprimento de transferência

$h$  - altura da nervura da seção transversal [mm]

$k = \frac{I_c}{A_{c,nerv} \times y_{base}}$  (76) meia altura do núcleo de rigidez da nervura

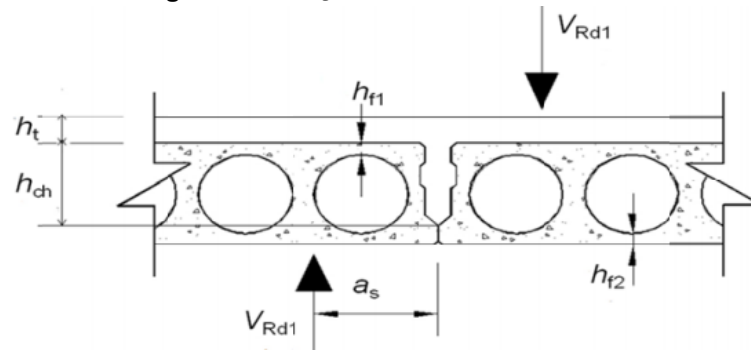
$A_{c,nerv}$  - área da seção transversal de concreto da nervura

$I_c$  - momento de inércia do concreto

## 22. Chavetas

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014 as ações distribuídas de um elemento de laje para outro adjacente podem provocar esforços cortantes na direção vertical na chaveta, conforme mostrado na Figura 14.

Figura 14: Força cortante nas chavetas



Fonte: Figura 19, ABNT NBR 6118, 2014

A norma então indica que a resistência ao esforço cortante na chaveta,  $V_{Rd1}$ , é expressa como uma resistência linear e é o menor valor encontrado a partir das Equações (82) e (83).

$$V_{Rd1} = 0,25 \times f_{ctd} \times \sum ht \quad (82)$$

$$V_{Rd1} = 0,15 \times (f_{ctd,ch} \times hch + f_{ctd,t} \times ht) \quad (83)$$

Sendo

$f_{ctd}$  - valor de cálculo da resistência à tração do concreto;

$f_{ctd,ch}$  - valor de cálculo da resistência à tração do concreto da Chaveta;

$f_{ctd,t}$  - valor de cálculo da resistência à tração do concreto da capa estrutural;

$\sum ht$  - soma das menores espessuras das flanges da face inferior e da face superior com a espessura da capa estrutural ( $hf1 + hf2 + ht$ )

$ht$  - altura da capa estrutural;

$hch$  - altura da chaveta.

Além disso, a ABNT NBR 14861 (2022, p. 33) diz que a força cortante solicitante ( $V_{Sd}$ ) nas chavetas pode ser determinada por meio de literatura técnica recomendada ou normas internacionais sendo que, na ausência de critérios mais rigorosos, pode ser calculada conforme especificado os seguintes itens:

a) nas lajes de borda (com apenas um dos lados ligado a outro elemento), considera-se que 80% do carregamento que atua sobre a laje é transferido para o

elemento da laje adjacente, desde que a carga aplicada esteja localizada entre o meio da laje e a chaveta solicitada, para o caso de carga concentrada.

b) nas lajes centrais (com os dois lados ligados a outros elementos), considera-se que 40% do carregamento que atua sobre a laje é transferido para cada elemento da laje adjacente.

### 23. Punção

Segundo a ABNT NBR 14861 (2022, p. 33), na ausência de justificativa para a desconsideração do cálculo da resistência à punção da nervura, deve ser utilizada a Equação 84.

$$V_{Rd} = b_{ef} \times h \times f_{ctd} \times \left(1 + 0,3 \times \alpha \times \frac{\sigma_{cp}}{f_{ctd}}\right) \quad (84)$$

$$\alpha = \frac{lx}{l_{pt2}} \leq 1 \quad (85)$$

Onde

$b_{ef}$  - espessura efetiva das nervuras

$h$  - altura total da laje sem capa

$f_{ctd}$  - resistência de cálculo à tração do concreto da nervura da laje

$lx$  - distância da seção  $x$  a partir do final da laje

$l_{pt2}$  - valor superior de projeto para o comprimento de transmissão (fixado em  $85\phi$ )

$\sigma_{cp}$  - tensão de compressão do concreto no centro de gravidade da peça devido à força de protensão dada por

$$\sigma_{cp} = \frac{P_{\infty}}{A_c} + \frac{P_{\infty inf} \times e_p^2}{I_c} - \frac{P_{\infty sup} \times e_p^2}{I_c} \quad (86)$$

#### 3.4.8 Gráfico

A resultante das análises e verificações realizadas será um ábaco de cálculo para lajes alveolares nas situações determinadas, relacionando o vão e a sobrecarga permitida para a quantidade de cabos de protensão escolhidos.

### 24. Produção do ábaco com os valores aceitos

Nesse momento os valores aceitos pelas verificações formarão gráficos relacionando a sobrecarga permitida com seu respectivo vão.

## 4 MONTAGEM DO ÁBACO

Essa seção é a aplicação do roteiro definido anteriormente.

### 4.1.1 Materiais e Características geométricas

#### 1. Concreto

Por se tratarem de peças comumente utilizadas em ambientes industriais, ambiente com agressividade forte, e também a crescente utilização na construção de edifícios residenciais e comerciais, com agressividade moderada, ambos os casos serão utilizados para dimensionamento das lajes, considerando as classes de agressividade III e II, seguindo o Quadro 2 exposto anteriormente que se baseia na Tabela 6.1 da NBR 6118:2014.

O concreto utilizado, buscando uma resistência superior nas idades iniciais e também um maior aproveitamento da seção, será composto de CPV-ARI e terá  $f_{ck}$  de 50MPa, satisfazendo a recomendação de 30 e 35MPa dada pela ABNT NBR 6118:2014 para as classes II e III respectivamente e também o mínimo estabelecido pela ABNT NBR 14861:2022 de 25 MPa para painéis alveolares protendidos.

A classe de agressividade, juntamente á determinação de que a armadura será pré-tracionada, determina o nível de protensão a ser empregado, seguindo o Quadro 1, já exposto, ela trabalhará com protensão limitada no ambiente de classe II, verificando a fissuração com a combinação frequente e a descompressão com a combinação quase permanente de esforços e com protensão completa no ambiente de classe III, verificando a fissuração com a combinação rara e a descompressão com a combinação frequente.

#### 2. Aço

O aço utilizado foi escolhido dentro do catálogo da empresa Arcelor Mittal® (Figura 14), sendo a cordoalha com relaxação baixa CP190RB de 9,5mm com 7 fios, que possui área aproximada de 56mm<sup>2</sup> e módulo de elasticidade de 200GPa.

**Figura 15: Fios e Cordoalhas para Concreto Protendido**

ESPECIFICAÇÕES DOS PRODUTOS - CORDOALHAS NUAS PARA PROTENSÃO						
Produto	Diâmetro nominal (mm)	Área aprox. (mm <sup>2</sup> )	Massa aprox. (kg/1.000m)	Carga mínima de ruptura (kN)	Carga mínima a 1% de deformação (kN)	Alongamento após ruptura (%)
<b>Cordoalha 3 fios CP 190</b>						
Cord. CP 190 RB 3 X 3,0	6,5	22	171	40	36	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 3,5	7,6	30	238	56	50	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 4,0	8,8	39	304	70	63	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 4,5	9,6	47	366	86	78	3,5
Cord. CP 190 RB 3 X 5,0	11,1	66	520	122	110	3,5
<b>Cordoalha 7 fios CP 190</b>						
Cord. CP 190 RB 9,5	9,5	56	441	102	92	3,5
Cord. CP 190 RB 12,7	12,7	101	792	184	165	3,5
Cord. CP 190 RB 15,20	15,2	143	1126	261	235	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70	15,7	150	1180	274	247	3,5
Cord. CP 190 RB 15,20 Entalhada*	15,2	143	1126	261	235	3,5
Cord. CP 190 RB 15,70 Entalhada*	15,7	150	1180	274	247	3,5
*Fabricação sob consulta.						
<b>Cordoalha 7 fios CP 210</b>						
Cord. CP 210 RB 9,50*	9,5	56	441	113	102	3,5
Cord. CP 210 RB 12,70	12,7	101	792	203	183	3,5
Cord. CP 210 RB 15,20	15,2	143	1126	288	259	3,5
Cord. CP 210 RB 15,70	15,7	150	1180	303	273	3,5
*Fabricação sob consulta.						

Fonte: Arcellor Mittal, 2021

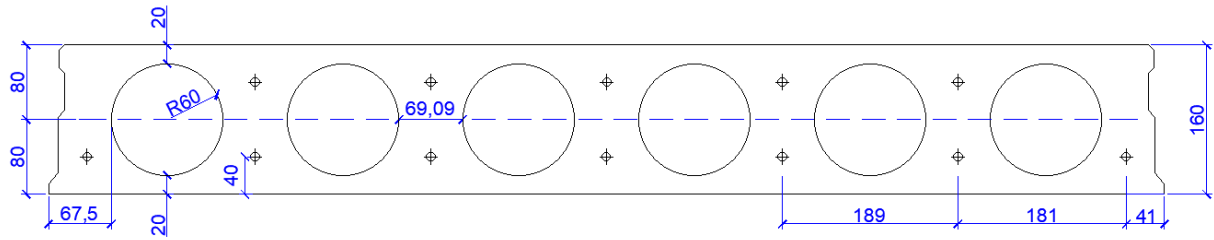
### 3. Seção

A seção determinada para a produção do ábaco é limitada às alturas comumente encontradas no mercado de 16, 20 e 32 centímetros, e o cobrimento utilizado será de 40mm para ambas as classes de agressividade estudadas, superior à recomendação mínima exposta no Quadro 3.

As seções, juntamente com suas características geométricas, levantadas com auxílio do *software* AutoCAD, estão expostas nas Figuras 16, 17 e 18 e Tabelas 5, 6 e 7, respectivamente.

## H16

Figura 16: Laje alveolar de 16cm



Fonte: Autor, 2022

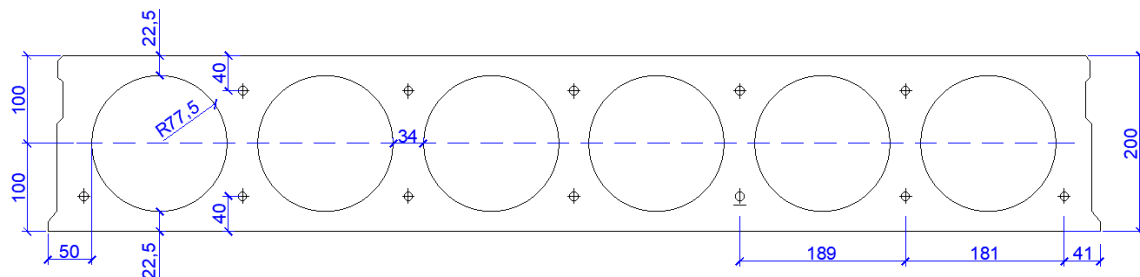
Tabela 5: Propriedades geométricas da laje alveolar de 16cm

Propriedade		Valor	Unidade
Largura	b	125	cm
Altura	h	16	cm
Número de alvéolos	Nalv	6	
Diâmetro do alvéolos	Dalv	12	cm
Área de concreto	Ac	1202,97	cm <sup>2</sup>
Momento de inércia	Ic	34109,17	cm <sup>4</sup>
alfa	α	1,20	
Perímetro	μar	508,19	cm
Cobrimento	c	4	cm
Excentricidade	ep	4	cm

Fonte: Autor, 2022

## H20

Figura 17: Laje alveolar de 20cm



Fonte: Autor, 2022

Tabela 6: Propriedades geométricas da laje alveolar de 20cm (continua)

Propriedade		Valor	Unidade
Largura	b	125	cm
Altura	h	20	cm
Número de alvéolos	Nalv	6	
Diâmetro do alvéolos	Dalv	15,50	cm
Área de concreto	Ac	1221,10	cm <sup>2</sup>
Momento de inércia	Ic	61487,47	cm <sup>4</sup>
alfa	α	1,20	

Fonte: Autor, 2022

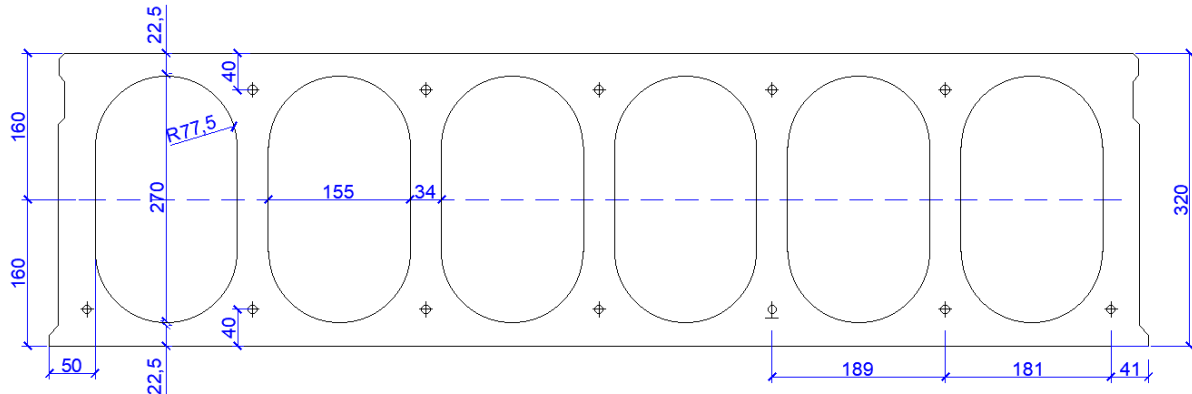
Tabela 7: Propriedades geométricas da laje alveolar de 20cm (continuação)

Propriedade		Valor	Unidade
Perímetro	$\mu_{ar}$	582,17	cm
Cobrimento	c	4	cm
Excentricidade	ep	6	cm

Fonte: Autor, 2022

**H32**

Figura 18: Laje alveolar de 32cm



Fonte: Autor, 2022

Tabela 8: Propriedades geométricas da laje alveolar de 32cm

Propriedade		Valor	Unidade
Largura	b	125	cm
Altura	h	32	cm
Número de alvéolos	N <sub>alv</sub>	6	
Área do alvéolo	A <sub>alv</sub>	37,82	cm <sup>2</sup>
Área de concreto	A <sub>c</sub>	1567,30	cm <sup>2</sup>
Momento de inércia	I <sub>c</sub>	212293,9	cm <sup>4</sup>
alfa	$\alpha$	1,20	
Perímetro	$\mu_{ar}$	744,17	cm
Cobrimento	c	4	cm
Excentricidade	ep	12	cm

Fonte: Autor, 2022

## 4.1.2 Definição dos carregamentos permanentes

**4. Peso próprio**

Sendo a densidade do concreto ( $\rho_c$ ) igual a 25 kN/m<sup>3</sup> o peso próprio de cada altura de laje é:

$$P_{pH16} = A_c \times \rho_c = 1202,97[\text{cm}^2] \times 25 \times 10^{-6} \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^3} \right] = 30,07 \left[ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \right]$$

$$P_{pH20} = A_c \times \rho_c = 1221,10[\text{cm}^2] \times 25 \times 10^{-6} \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] = 30,53 \left[ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \right]$$



$$Pp_{H32} = A_c \times \rho_c = 1567,30[\text{cm}^2] \times 25000 \times 10^{-6} \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] = 38,93 \left[ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \right]$$

## 5. Capa estrutural

O peso da capa estrutural, como a base de todas as lajes é igual a 125cm, é padrão. Considerando então uma capa com altura de 5cm, tem-se:

$$A_{\text{capa}} = 125[\text{cm}] \times 5[\text{cm}] = 625[\text{cm}^2]$$

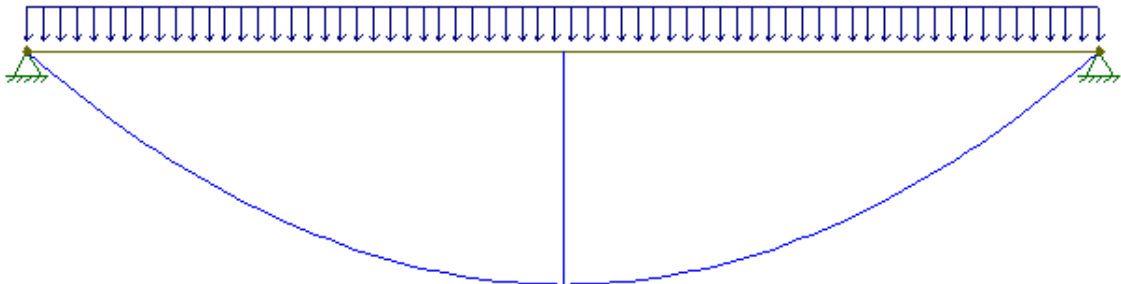
$$Pp_{\text{capa}} = A_{\text{capa}} \times \rho_c = 625[\text{cm}^2] \times 25 \times 10^{-6} \left[ \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \right] = 15,62 \left[ \frac{\text{N}}{\text{cm}} \right]$$

### 4.1.3 Análise estrutural e esforços solicitantes

## 6. Esquema estrutural da laje

Para esse dimensionamento, será adotado o painel alveolar como um elemento isolado e isostático, seguindo a prescrição da norma ABNT NBR 14861:2022. A representação do esquema estrutural da laje foi gerado com auxílio do *software* Ftool e está representado na Figura 18.

Figura 19: Esquema estruturas da laje



Fonte: Autor, 2022

## 7. Seções mais solicitadas

Para determinação dos esforços solicitantes, inicia-se determinando o valor inferior de projeto para o comprimento de transferência ( $l_{pt1}$ )

$$f_{bpt} = 3,2 \times 2 \times \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = 3,2 \times 2 \times \frac{2,85}{1,4} = 13,03$$

$$l_{bpt} = \frac{0,19 \times 9,5 \times \sigma_{p0}}{13,03} \rightarrow l_{pt1} = 0,8l_{bpt}$$

O valor é aplicado na equação 38, determinando o momento das regiões de apoio, utilizado para posterior verificação do ELU-ATO.

$$M_{apoio} = \frac{q \times l}{2} l_{pt1} - \frac{q \times l_{pt1}^2}{2} \quad (38)$$

Os demais esforços são determinados utilizando as equações 37 e 39.

$$M_{meio,v\tilde{a}o} = \frac{ql^2}{8} \quad (37)$$

$$V = \frac{ql}{2} \quad (39)$$

Sendo

q – carga distribuída atuando na estrutura [kN/m]

l – vão da peça [m]

#### 4.1.4 Fixação de parâmetros

Devido a padronização comum adotada em fábricas de pré-moldado, o parâmetro escolhido para ser fixado nesse estudo será o valor da armadura ativa.

### 8. Força e tensão de protensão

Considerando o aço escolhido CP190RB de 9,5mm com 7 fios, tem-se a tensão de operação:

$$\sigma_{pi} \leq \left\{ \begin{array}{l} 0,77f_{ptk} \\ 0,85f_{pyk} \end{array} \right\} \leq \left\{ \begin{array}{l} 0,77 \times 1900MPa = 1463MPa \\ 0,85 \times 0,9 \times 1900MPa = 1453,5MPa \end{array} \right\}$$

$$\sigma_{pi} = 1453,5MPa$$

Como já apresentado anteriormente a força de protensão inicial é o resultado a multiplicação da tensão de operação do aço ( $\sigma_{pi}$ ) pela a armadura ativa que será fixada em 8 cordoalhas, totalizando uma área de protensão ( $A_p$ ) de 448mm<sup>2</sup>. Assim:

$$P_i = \sigma_{pi} \times A_p = 1453,5[MPa] \times 448[mm^2] = 651,168[kN] \approx 652[kN]$$

#### 4.1.5 Perdas de protensão

##### 4.1.5.1 Perdas iniciais

### 9. Acomodação da ancoragem

No momento do estiramento da armadura, após o cilindro hidráulico soltar o aço, ele escorrega alguns poucos milímetros. Para esse trabalho será considerado, como estipulado por Bastos (2019), que esse escorregamento será de 6mm. Além disso, como dito anteriormente será considerado uma pista de protensão de 60 metros, assum tem-se que a perda de protensão por acomodação da ancoragem é:

$$\Delta\sigma_{anc} = Ep \frac{\Delta l}{l} = 200000[MPa] \frac{6[mm]}{60000[mm]} = 20MPa$$

## 10. Relaxação inicial da armadura

Estando o aço tracionado é esperado que a armadura sofra uma relaxação, causando uma perda de protensão estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times (\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc})$ .

Sendo  $\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left(\frac{t-t_0}{1000}\right)^{0,15}$ , considera-se  $t_0$ , momento de estiramento da peça, como 0 e  $t$  como 24 horas, momento previsto para liberação da ancoragem. Para determinação do  $\Psi_{1000}$ , utiliza-se a Tabela 1 presente no item 8.4.2 da ABNT NBR 6118:2014 sobre relaxação do aço.

Para encontrar  $\Psi_{1000}$  o Quadro 3, primeiramente divide-se  $\sigma_{p0}$  pelo  $f_{ptk}$  do aço e encontra-se o valor correspondente interpolando os valores da Tabela 1.

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{1453,5 [MPa]}{1900[MPa]} = 0,765 \rightarrow \Psi_{1000} \approx 3$$

Assim, considerando que a desprotensão ocorreu 24 horas ( $t$ ) após a concretagem tem-se:

$$\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left(\frac{t-t_0}{1000}\right)^{0,15} = 3 \left(\frac{24-0}{1000}\right)^{0,15} = 1,715$$

$$\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times (\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc}) = 1,715[\%] \times (1453,5 - 20)[MPa] = 24,58MPa$$

### 4.1.5.2 Perdas imediatas

## 11. Retração imediata do concreto

Considerando que o ambiente estudado é uma fábrica que pratica a cura do concreto logo após o adensamento/lançamento do concreto, o efeito da retração inicial do concreto será desprezado, conforme defende Bastos (2019).

### 4.1.5.3 Perdas progressivas

As perdas progressivas de protensão, acontecendo ao longo da vida útil da peça são estimadas através da tensão de protensão após as perdas iniciais e imediatas, portanto:

$$\sigma_{pOPT} = \sigma_{pi} - \Delta\sigma_{pini} - \Delta\sigma_{pime} = 1553,5 - (20 + 24,58) - 0 = 1408,92MPa$$

Inicialmente determinando os parâmetros necessários, segue:

$$\gamma = 1 + e^{(-7.8+0,1U)} = 1 + e^{(-7.8+0,1 \times 70)} = 1,45$$

$$h_{fic\ H16} = \gamma \frac{2Ac}{\mu_{ar}} = 1,45 \frac{2 \times 1321,42}{508,19} = 7,54\text{cm}$$

$$h_{fic\ H20} = \gamma \frac{2Ac}{\mu_{ar}} = 1,45 \frac{2 \times 1367,85}{582,17} = 6,81\text{cm}$$

$$h_{fic\ H32} = \gamma \frac{2Ac}{\mu_{ar}} = 1,45 \frac{2 \times 3773,06}{744,17} = 14,70\text{cm}$$

$$t0_{retr} = \alpha \frac{Ti+10}{30} t_0 = 1 \frac{30+10}{30} 1 = 1\text{ dia}$$

$$t_{retr} = \alpha \frac{Ti+10}{30} t_f = 1 \frac{30+10}{30} 90 = 120\text{ dias}$$

$$t0_{flu} = \alpha \frac{Ti+10}{30} t_0 = 3 \frac{30+10}{30} 1 = 4\text{ dias}$$

$$t_{flu} = \alpha \frac{Ti+10}{30} t_f = 3 \frac{30+10}{30} 90 = 360\text{ dias}$$

## 12. Retração posterior do concreto

A perda posterior do concreto por retração é determinado através da relação:

$$\Delta\sigma_{rc} = \varepsilon_{cs} \times E_p \quad (14)$$

Determinado os coeficientes:

$$\varepsilon_{cs1} = -8,09 + \frac{U}{15} - \frac{U^2}{2284} - \frac{U^3}{133765} + \frac{U^4}{7608150} = -8,09 + \frac{70}{15} - \frac{70^2}{2284} - \frac{70^3}{133765} + \frac{70^4}{7608150}$$

$$\varepsilon_{cs1} = -4,977 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs2\ H16} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \times 7,54}{20,8 + 3 \times 7,54} = 1,11$$

$$\varepsilon_{cs2\ H16} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \times 6,81}{20,8 + 3 \times 6,81} = 1,13$$

$$\varepsilon_{cs2\ H16} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}} = \frac{33 + 2 \times 14,7}{20,8 + 3 \times 14,7} = 0,961$$

$$\varepsilon_{cs00\ H16} = \varepsilon_{cs1} \cdot \varepsilon_{cs2} = -4,977 \times 10^{-4} \times 1,11 = -5,52 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs00\ H20} = \varepsilon_{cs1} \cdot \varepsilon_{cs2} = -4,977 \times 10^{-4} \times 1,13 = -5,62 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs00\ H32} = \varepsilon_{cs1} \cdot \varepsilon_{cs2} = -4,977 \times 10^{-4} \times 0,961 = -4,78 \times 10^{-4}$$

$$\beta s(t_0) = 0$$

$$\beta_{s0}(t)_{H16} = \frac{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right) + E} = 0,08278$$

$$\beta_s(t)_{H16} = \frac{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{fic}}{100}\right) + E} = 0,2805$$

$$\beta_{s0}(t)_{H20} = \frac{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right) + E} = 0,0942$$

$$\beta_s(t)_{H20} = \frac{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{fic}}{100}\right) + E} = 0,2795$$

$$\beta_{s0}(t)_{H32} = \frac{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{0fic}}{100}\right) + E} = 0,03274$$

$$\beta_s(t)_{H32} = \frac{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)}{\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t_{fic}}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t_{fic}}{100}\right) + E} = 0,2634$$

Sendo:

$$A = 10$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8$$

$$B_{H16} = 10,23$$

$$B_{H20} = 8,91$$

$$B_{H32} = 21,81$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7$$

$$C_{H16} = 40,04$$

$$C_{H20} = 40,10$$

$$C_{H32} = 39,41$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8$$

$$D_{H16} = 33,87$$

$$D_{H20} = 29,67$$

$$D_{H32} = 78,49$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8$$

$$E_{H16} = 1,21$$

$$E_{H20} = 0,88$$

$$E_{H32} = 0,080$$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs00}(\beta s(t) - \beta s(t_0)) \quad (15)$$

$$\varepsilon_{cs H16} = -5,52 \times 10^{-4}(0,2805 - 0,08278) = -1,1 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs H20} = -5,62 \times 10^{-4}(0,2795 - 0,09452) = -1,0 \times 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{cs H32} = -4,78 \times 10^{-4}(0,263400,0374) = -1,1 \times 10^{-4}$$

Finalmente tem-se a perda:

$$\Delta\sigma_{rc H16} = \varepsilon_{cs} \times Ep = 1,1 \times 10^{-4} \times 200000[MPa] = 21,8MPa$$

$$\Delta\sigma_{rc H20} = \varepsilon_{cs} \times Ep = 1,0 \times 10^{-4} \times 200000[MPa] = 20,85MPa$$

$$\Delta\sigma_{rc H32} = \varepsilon_{cs} \times Ep = 1,1 \times 10^{-4} \times 200000[MPa] = 22,08MPa$$

### 13. Fluência do concreto

Como já exposto anteriormente, a perda por fluência posterior do concreto está relacionada à deformação sob tensão permanente ao longo do tempo ( $\varepsilon_{cc}$ ) que é dado por:

$$\varepsilon_{cc(t,t_0)} = \frac{\sigma_{p0PT}}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (20)$$

Sendo

$$\varphi(t, t_0) = \varphi a + \varphi f_{\infty}[\beta f(t) - \beta f(t_0)] + \varphi d_{\infty} \beta d \quad (21)$$

$$\varphi a = 1,4 \left[ 1 - \frac{fc(t_0)}{fc(t_{\infty})} \right] = 1,4 \left[ 1 - \frac{9t(t+42)}{(9t+40)(t+61)} \right] = 1,4 \left[ 1 - \frac{9 \times 360(360+42)}{(9 \times 360+40)(360+61)} \right]$$

$$\varphi a = 1,398$$

$$\varphi_{1c} \rightarrow \text{Quadro 6} \rightarrow 2,5cm$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42+h_{fic}}{20+h_{fic}} \quad \varphi_{2c H16} = \frac{42+7,54}{20+7,54} = 1,80$$

$$\varphi_{2c H20} = \frac{42+6,81}{20+6,81} = 1,82$$

$$\varphi_{2c H32} = \frac{42+14,7}{20+14,7} = 1,63$$

$$\varphi f^\infty H16 = 0,45\varphi_{1c}\varphi_{2c} = 0,45 \times 2,5 \times 1,80 = 2,024$$

$$\varphi f^\infty H20 = 0,45\varphi_{1c}\varphi_{2c} = 0,45 \times 2,5 \times 1,82 = 2,048$$

$$\varphi f^\infty H32 = 0,45\varphi_{1c}\varphi_{2c} = 0,45 \times 2,5 \times 1,63 = 1,838$$

$$\varphi d_\infty = 0,4$$

$$\beta d(t) = \frac{t-t_0+20}{t-t_0+70} = \frac{360-4+20}{360-4+70} = 0,883$$

$$\beta f(t)H16 = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = 0,809$$

$$\beta f(t_0)H16 = \frac{t_0^2 + At_0 + B}{t_0^2 + Ct_0 + D} = 0,153$$

$$\beta f(t)H20 = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = 0,814$$

$$\beta f(t_0)H20 = \frac{t_0^2 + At_0 + B}{t_0^2 + Ct_0 + D} = 0,154$$

$$\beta f(t)H32 = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} = 0,767$$

$$\beta f(t_0)H32 = \frac{t_0^2 + At_0 + B}{t_0^2 + Ct_0 + D} = 0,149$$

Sendo

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113$$

$$A_{H16} = 155,34$$

$$A_{H20} = 151,44$$

$$A_{H32} = 191,99$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23$$

$$B_{H16} = 203,70$$

$$B_{H20} = 183,30$$

$$B_{H32} = 388,63$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183$$

$$C_{H16} = 265,14$$

$$C_{H20} = 257,23$$

$$C_{H32} = 342,84$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

$$D_{H16} = 4416,79$$

$$D_{H20} = 4192,43$$

$$D_{H32} = 6459,95$$

Assim tem-se:

$$\varphi(t, t_0)_{H16} = 1,398 + 2,024[0,809 - 0,153] + 0,4 \times 0,883 = 3,080$$

$$\varphi(t, t_0)_{H20} = 1,398 + 2,048[0,814 - 0,154] + 0,4 \times 0,883 = 3,104$$

$$\varphi(t, t_0)_{H32} = 1,398 + 1,838[0,767 - 0,149] + 0,4 \times 0,883 = 2,887$$

Tendo  $Np = \sigma_{p0PT} \times Ap = (1453,5 - 44,58)[MPa] \times 4,48[cm^2] = 631,2 kN$ , a perda então gerada pela fluência é dada por:

$$\Delta\sigma_{fl} = \frac{E_p}{E_{ci}} \times \varphi \times \left[ \frac{Np}{Ac} + \frac{Np \times ep^2}{I_c} - \frac{Mg \times ep}{I_c} \right] \quad (30)$$

$$\Delta\sigma_{fl H16} = 96,36 MPa$$

$$\Delta\sigma_{fl H20} = 118,57 MPa$$

$$\Delta\sigma_{fl H32} = 84,52 MPa$$

#### 14. Relaxação do aço

De modo similar á relaxação inicial, a perda por relaxação posterior é estimada por  $\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times \sigma_{p0PT}$ . Estimando primeiramente  $\Psi_{1000}$  tem-se:

$$\frac{\sigma_{p0}}{f_{ptk}} = \frac{(1453,5 - 44,58)[MPa]}{1900[MPa]} = 0,74 \rightarrow \Psi_{1000} \approx 3$$

Assim, ao considerar a influência após 90 dias da concretagem (2160 horas) tem-se:

$$\Psi_{(t,t_0)} = \Psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{1000} \right)^{0,15} = 3 \left( \frac{2160 - 0}{1000} \right)^{0,15} = 3,367$$

$$\Delta\sigma_{rp} = \Psi_{(t,t_0)} \times (\sigma_{pi} - \Delta\sigma_{anc}) = 3,367[\%] \times (1453,5 - 44,58)[MPa] = 47,44 MPa$$

#### 4.1.6 Dimensionamento para o ELS-D

#### 15. Combinação de esforços conforme o tipo de protensão

Como já apresentado no Quadro 1, a combinação especificada por norma para o Estado Limite de Serviço de Descompressão para a protensão limitada é combinação quase permanente enquanto que na protensão completa a combinação utilizada deve ser a frequente.



O Quadro 4 mostra que a estrutura das combinações são a seguinte:

$$Fd, qperm = \sum Fgi, k + \sum \Psi_2 j Fqj, k$$

$$Fd, freq = \sum Fgi, k + \Psi_1 Fq1k + \sum \Psi_2 j Fqj, k$$

Sendo adotado os coeficientes para “Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas” sendo  $\psi_0$ ,  $\psi_2$  e  $\psi_2$  0,7, 0,6 e 0,4, respectivamente (Quadro 5).

## 16. Carga de utilização para vãos arbitrados

Estando dimensionando a peça no Estados Limites de Serviço de Descompressão, deve-se garantir que a peça não tenha tração e para isso a força de protensão somada á força das ações atuantes resulte em zero em uma das bordas e também que a compressão não seja superior a  $0,5f_{ck}$ , como mostra as equações abaixo:

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,inf} = 0 \quad (33)$$

$$\sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,sup} < 0,50f_{ck} \quad (34)$$

Para a protensão limitada utiliza-se então a combinação quase permanente:

$$\sigma_{t,comb} = \sigma_{t,qperm} = \frac{M_{qperm} \times y_{base}}{I_c} = \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + \psi_2 q) L^2 \times y_{base}}{8 I_c} \quad (37)$$

Com o esforço de protensão já identificado de:

$$\sigma_{P00,inf} = -\frac{P_{00}}{A_c} - \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c} \quad (39)$$

Tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma_{t,comb} + \sigma_{P00,inf} &= 0 \quad (33) \\ q &= \frac{\left(\frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c}\right) \frac{8 I_c}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_2} \quad (38) \end{aligned}$$

Para o caso da protensão completa a combinação a se utilizar é a frequente, então tem-se que:

$$\begin{aligned} \sigma_{t,comb} = \sigma_{t,freq} &= \frac{M_{freq} \times y_{base}}{I_c} = \frac{(g_1 + g_2 + g_3 + \psi_1 q) L^2 \times y_{base}}{8 I_c} \\ q &= \frac{\left(\frac{P_{00}}{A_c} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c}\right) \frac{8 I_c}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_1} \quad (39) \end{aligned}$$

Os resultados extão expostos nas Tabelas 8, 9 e 10.

**Tabela 9: Carga de utilização para vãos da laje H16**

**H16**

**PROTENSÃO COMPLETA**

L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )
100	8,34	66732,13
200	2,00	15997,54
300	0,83	6602,25
400	0,41	3313,90
500	0,22	1791,86
600	0,12	965,07
700	0,06	466,55
800	0,02	142,99
900	0,00	0,00
1000	0,00	0,00
1100	0,00	0,00
1200	0,00	0,00
1300	0,00	0,00
1400	0,00	0,00

**PROTENSÃO LIMITADA**

L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )
100	5,56	44488,09
200	1,33	10665,03
300	0,55	4401,50
400	0,28	2209,26
500	0,15	1194,57
600	0,08	643,38
700	0,04	311,03
800	0,01	95,32
900	0,00	0,00
1000	0,00	0,00
1100	0,00	0,00
1200	0,00	0,00
1300	0,00	0,00
1400	0,00	0,00

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 10: Carga de utilização para vãos da laje H20**

**H20**

**PROTENSÃO COMPLETA**

L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )
100	12,01	96071,03
200	2,92	23325,47
300	1,23	9854,07
400	0,64	5139,08
500	0,37	2956,71
600	0,22	1771,23
700	0,13	1056,42
800	0,07	592,48
900	0,03	274,41
1000	0,01	46,89
1100	0,00	0,00
1200	0,00	0,00
1300	0,00	0,00
1400	0,00	0,00

**PROTENSÃO LIMITADA**

L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )
100	8,01	64047,35
200	1,94	15550,31
300	0,82	6569,38
400	0,43	3426,05
500	0,25	1971,14
600	0,15	1180,82
700	0,09	704,28
800	0,05	394,99
900	0,02	182,94
1000	0,00	31,26
1100	0,00	0,00
1200	0,00	0,00
1300	0,00	0,00
1400	0,00	0,00

Fonte: Autor, 2022

Tabela 11: Carga de utilização para vãos da laje H32

H32			H32		
PROTENSÃO COMPLETA			PROTENSÃO LIMITADA		
L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )	L(cm)	q(kN/cm)	q(kgf/m <sup>2</sup> )
100	23,76	190052,52	100	15,84	126701,68
200	5,84	46691,02	200	3,89	31127,34
300	2,52	20142,59	300	1,68	13428,39
400	1,36	10850,64	400	0,90	7233,76
500	0,82	6549,80	500	0,55	4366,53
600	0,53	4213,54	600	0,35	2809,02
700	0,35	2804,84	700	0,23	1869,90
800	0,24	1890,55	800	0,16	1260,37
900	0,16	1263,71	900	0,11	842,47
1000	0,10	815,34	1000	0,07	543,56
1100	0,06	483,59	1100	0,04	322,39
1200	0,03	231,27	1200	0,02	154,18
1300	0,00	34,91	1300	0,00	23,27
1400	0,00	0,00	1400	0,00	0,00

Fonte: Autor, 2022

## 4.1.7 Verificações

## 17. Estado Limite Último no Ato da protensão

O primeiro passo para a verificação do ELU no ato da protensão é garantir que:

$$\sigma_{ct,j} \leq 1,2f_{ctm,j} = 1,2 \times 0,3f_{cj}^{\frac{2}{3}} = 1,2 \times 0,3 \times 21^{\frac{2}{3}} = 2,74MPa$$

$$\sigma_{c,j} \leq 0,7f_{cj} = 0,7 \times 21 = 14,7MPa$$

e

$$\sigma_{ct,j} \leq \frac{f_{ctm,j}}{1,2} = \frac{0,3 \times 21^{\frac{2}{3}}}{1,2} = 1,90MPa$$

$$\sigma_{c,j} \leq 0,85f_{cj} = 17,85MPa$$

A tensão no concreto deve ser calculado conforme as expressões abaixo, utilizando a força de protensão inicial, antes das perdas, para sua determinação.

- na borda superior:

$$\sigma_{sup} = -\frac{P_0}{Ac} + \frac{P_0 \times e_p \times y_{topo}}{Ic} - \frac{M \times y_{topo}}{Ic} \quad (42)$$

$$\sigma_{sup H16} = -\frac{557[kN]}{1321,42[cm^2]} + \frac{557[kN] \times 4[cm] \times 8[cm]}{36559,41[cm^4]} - \frac{M \times 8[cm]}{36559,41[cm^4]}$$

$$\sigma_{\text{sup}H20} = -\frac{547,48[kN]}{1321,42[cm^2]} + \frac{547,48[kN] \times 6[cm] \times 10[cm]}{36559,41[cm^4]} - \frac{M \times 10[cm]}{36559,41[cm^4]}$$

$$\sigma_{\text{sup}H32} = -\frac{562,19[kN]}{3773,06[cm^2]} + \frac{562,19[kN] \times 12[cm] \times 16[cm]}{336120,2[cm^4]} - \frac{M \times 16[cm]}{336120,2[cm^4]}$$

- na borda inferior:

$$\sigma_{\text{inf}} = -\frac{P_0}{Ac} - \frac{P_0 \times e_p \times y_{\text{base}}}{Ic} + \frac{M \times y_{\text{base}}}{Ic} \quad (43)$$

$$\sigma_{\text{sup}H16} = -\frac{557[kN]}{1321,42[cm^2]} - \frac{557[kN] \times 4[cm] \times 8[cm]}{36559,41[cm^4]} + \frac{M \times 8[cm]}{36559,41[cm^4]}$$

$$\sigma_{\text{sup}H20} = -\frac{547,48[kN]}{1321,42[cm^2]} - \frac{547,48[kN] \times 6[cm] \times 10[cm]}{36559,41[cm^4]} + \frac{M \times 10[cm]}{36559,41[cm^4]}$$

$$\sigma_{\text{sup}H32} = -\frac{562,19[kN]}{3773,06[cm^2]} - \frac{562,19[kN] \times 12[cm] \times 16[cm]}{336120,2[cm^4]} + \frac{M \times 16[cm]}{336120,2[cm^4]}$$

Para o meio do vão  $M = M_{g1} = \frac{g1 \times l^2}{8}$ , enquanto que para a região próxima aos apoios  $M = M_{g1,apoio} = \frac{g1 \times l}{2} l_{pt1} - \frac{g1 \times l_{pt1}^2}{2}$ , sendo  $l_{pt1} = 85\phi = 85 \times 0,95cm \approx 81cm$ .

Os resultados das análises estão expressos nas tabelas 11, 12 e 13 a seguir:

**Tabela 12: Verificação do ELU-ATO na laje H16**

H16 L(cm)	Meio do vão				Próx aos apoios			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	0,06	OK	-1,14	OK	0,06	OK	-1,15	OK
200	0,03	OK	-1,12	OK	0,04	OK	-1,12	OK
300	-0,01	OK	-1,07	OK	0,01	OK	-1,09	OK
400	-0,07	OK	-1,01	OK	-0,02	OK	-1,06	OK
500	-0,15	OK	-0,93	OK	-0,05	OK	-1,03	OK
600	-0,25	OK	-0,84	OK	-0,08	OK	-1,01	OK
700	-0,36	OK	-0,72	OK	-0,11	OK	-0,98	OK
800	-0,49	OK	-0,59	OK	-0,14	OK	-0,95	OK
900	-0,64	OK	-0,44	OK	-0,16	OK	-0,92	OK
1000	-0,81	OK	-0,27	OK	-0,19	OK	-0,89	OK
1100	-1,00	OK	-0,09	OK	-0,22	OK	-0,86	OK
1200	-1,20	OK	0,12	OK	-0,25	OK	-0,83	OK
1300	-1,42	OK	0,34	OK	-0,28	OK	-0,81	OK
1400	-1,66	OK	0,57	OK	-0,31	OK	-0,78	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 13: Verificação do ELU-ATO na laje H20

H20 L(cm)	Meio do vão				Próx aos apoios			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	0,10	OK	-1,16	OK	0,10	OK	-1,17	OK
200	0,08	OK	-1,15	OK	0,08	OK	-1,15	OK
300	0,05	OK	-1,11	OK	0,06	OK	-1,13	OK
400	0,00	OK	-1,07	OK	0,04	OK	-1,11	OK
500	-0,05	OK	-1,02	OK	0,02	OK	-1,09	OK
600	-0,12	OK	-0,95	OK	0,00	OK	-1,07	OK
700	-0,20	OK	-0,87	OK	-0,02	OK	-1,05	OK
800	-0,29	OK	-0,77	OK	-0,04	OK	-1,03	OK
900	-0,40	OK	-0,67	OK	-0,06	OK	-1,01	OK
1000	-0,52	OK	-0,55	OK	-0,08	OK	-0,99	OK
1100	-0,65	OK	-0,42	OK	-0,10	OK	-0,97	OK
1200	-0,79	OK	-0,28	OK	-0,12	OK	-0,95	OK
1300	-0,95	OK	-0,12	OK	-0,14	OK	-0,93	OK
1400	-1,11	OK	0,05	OK	-0,16	OK	-0,90	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 14: Verificação do ELU-ATO na laje H32

H32 L(m)	Meio do vão				Próx aos apoios			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	0,17	OK	-1,00	OK	0,17	OK	-1,00	OK
200	0,16	OK	-0,99	OK	0,16	OK	-0,99	OK
300	0,14	OK	-0,97	OK	0,15	OK	-0,98	OK
400	0,11	OK	-0,95	OK	0,14	OK	-0,97	OK
500	0,08	OK	-0,91	OK	0,12	OK	-0,96	OK
600	0,04	OK	-0,87	OK	0,11	OK	-0,94	OK
700	-0,01	OK	-0,82	OK	0,10	OK	-0,93	OK
800	-0,06	OK	-0,77	OK	0,09	OK	-0,92	OK
900	-0,13	OK	-0,71	OK	0,08	OK	-0,91	OK
1000	-0,20	OK	-0,64	OK	0,06	OK	-0,90	OK
1100	-0,27	OK	-0,56	OK	0,05	OK	-0,88	OK
1200	-0,36	OK	-0,47	OK	0,04	OK	-0,87	OK
1300	-0,45	OK	-0,38	OK	0,03	OK	-0,86	OK
1400	-0,55	OK	-0,28	OK	0,02	OK	-0,85	OK

Fonte: Autor, 2022

## 18. Deslocamentos (flecha)

Como já descrito anteriormente, o primeiro passo é a determinação da rigidez equivalente das seções.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{50}{80} = 0,925 \leq 1,00$$

$$E_{ci} = \alpha e 5600 \sqrt{f_{ck}} = 1,2 \times 5600 \times \sqrt{50} = 47517,58 \text{ MPa}$$

$$E_{cs} = aiE_{ci} = 0,925 \times 47517,58 = 43053,76 \text{ MPa}$$

$$(EI)_{eq \text{ H16}} = E_{cs}Ix = \frac{43053,76 \text{ kN}}{10 \text{ cm}^2} \times 36559,41 \text{ cm}^4 = 160692344,2 \text{ kNcm}^2$$

$$(EI)_{eq \text{ H20}} = E_{cs}Ix = \frac{43053,76 \text{ kN}}{10 \text{ cm}^2} \times 66333,37 \text{ cm}^4 = 291560093,4 \text{ kNcm}^2$$

$$(EI)_{eq \text{ H32}} = E_{cs}Ix = \frac{43053,76 \text{ kN}}{10 \text{ cm}^2} \times 336120,2 \text{ cm}^4 = 1477374357 \text{ kNcm}^2$$

A determinação das fechas então dependerá do vão, obtidas pelas Equações 47 e 48.

$$S_p = \frac{Mpl^2}{8(EI)_{eq}} \quad (47) \quad S_v = \frac{5ql^4}{384(EI)_{eq}} \quad (48)$$

A aceitabilidade dos deslocamentos são determinados pelo item 13.3 da ABNT NBR 6118 (2014, p. 77-78). Os deslocamentos visíveis em elementos estruturais são limitados pela relação  $l/250$  (onde  $l$  é o vão), enquanto que a atuação isolada da contraflecha não deve ocasionar um desvio maior que  $l/350$ .

Os valores calculados estão exoressos nas Tabelas 14 a 19.

**Tabela 15: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H16 H16 - PROTENSÃO COMPLETA**

L(cm)	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0187	0,286	OK	0,0724	0,4	OK
200	0,0748	0,571	OK	0,2779	0,8	OK
300	0,1682	0,857	OK	0,5806	1,2	OK
400	0,2990	1,143	OK	0,9210	1,6	OK
500	0,4672	1,429	OK	1,2158	2	OK
600	0,6728	1,714	OK	1,3578	2,4	OK
700	0,9158	2,000	OK	1,2161	2,8	OK
800	1,1962	2,286	OK	0,6358	3,2	OK
900	1,5139	2,571	OK	0,0000	3,6	OK
1000	1,8690	2,857	OK	0,0000	4	OK
1100	2,2615	3,143	OK	0,0000	4,4	OK
1200	2,6914	3,429	OK	0,0000	4,8	OK
1300	3,1586	3,714	OK	0,0000	5,2	OK
1400	3,6632	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 16: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H16

**H16 - PROTENSÃO LIMITADA**

<b>L(cm)</b>	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0187	0,286	OK	0,0483	0,4	OK
200	0,0748	0,571	OK	0,1853	0,8	OK
300	0,1682	0,857	OK	0,3871	1,2	OK
400	0,2990	1,143	OK	0,6140	1,6	OK
500	0,4672	1,429	OK	0,8105	2	OK
600	0,6728	1,714	OK	0,9052	2,4	OK
700	0,9158	2,000	OK	0,8107	2,8	OK
800	1,1962	2,286	OK	0,4239	3,2	OK
900	1,5139	2,571	OK	0,0000	3,6	OK
1000	1,8690	2,857	OK	0,0000	4	OK
1100	2,2615	3,143	OK	0,0000	4,4	OK
1200	2,6914	3,429	OK	0,0000	4,8	OK
1300	3,1586	3,714	OK	0,0000	5,2	OK
1400	3,6632	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 17: Tabela 10: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H20

**H20 - PROTENSÃO COMPLETA**

<b>L(cm)</b>	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0152	0,286	OK	0,0579	0,4	OK
200	0,0610	0,571	OK	0,2248	0,8	OK
300	0,1372	0,857	OK	0,4807	1,2	OK
400	0,2439	1,143	OK	0,7923	1,6	OK
500	0,3811	1,429	OK	1,1129	2	OK
600	0,5488	1,714	OK	1,3824	2,4	OK
700	0,7470	2,000	OK	1,5275	2,8	OK
800	0,9757	2,286	OK	1,4615	3,2	OK
900	1,2348	2,571	OK	1,0843	3,6	OK
1000	1,5245	2,857	OK	0,2824	4	OK
1100	1,8446	3,143	OK	0,0000	4,4	OK
1200	2,1952	3,429	OK	0,0000	4,8	OK
1300	2,5763	3,714	OK	0,0000	5,2	OK
1400	2,9879	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 18: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H20**  
**H20 - PROTENSÃO LIMITADA**

<b>L(cm)</b>	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0152	0,286	OK	0,0386	0,4	OK
200	0,0610	0,571	OK	0,1498	0,8	OK
300	0,1372	0,857	OK	0,3205	1,2	OK
400	0,2439	1,143	OK	0,5282	1,6	OK
500	0,3811	1,429	OK	0,7419	2	OK
600	0,5488	1,714	OK	0,9216	2,4	OK
700	0,7470	2,000	OK	1,0184	2,8	OK
800	0,9757	2,286	OK	0,9743	3,2	OK
900	1,2348	2,571	OK	0,7228	3,6	OK
1000	1,5245	2,857	OK	0,1883	4	OK
1100	1,8446	3,143	OK	0,0000	4,4	OK
1200	2,1952	3,429	OK	0,0000	4,8	OK
1300	2,5763	3,714	OK	0,0000	5,2	OK
1400	2,9879	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 19: Verificação de deslocamentos para protensão completa da laje H32**  
**H32 - PROTENSÃO COMPLETA**

<b>L(cm)</b>	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0094	0,286	OK	0,0332	0,4	OK
200	0,0375	0,571	OK	0,1303	0,8	OK
300	0,0845	0,857	OK	0,2846	1,2	OK
400	0,1501	1,143	OK	0,4845	1,6	OK
500	0,2346	1,429	OK	0,7140	2	OK
600	0,3378	1,714	OK	0,9525	2,4	OK
700	0,4598	2,000	OK	1,1747	2,8	OK
800	0,6006	2,286	OK	1,3507	3,2	OK
900	0,7601	2,571	OK	1,4462	3,6	OK
1000	0,9384	2,857	OK	1,4222	4	OK
1100	1,1354	3,143	OK	1,2350	4,4	OK
1200	1,3513	3,429	OK	0,8365	4,8	OK
1300	1,5859	3,714	OK	0,1739	5,2	OK
1400	1,8392	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 20: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H32 (continua)**  
**H32 - PROTENSÃO LIMITADA**

<b>L(cm)</b>	Contraflecha (cm)	Limite CF (cm)	Verificação CF	Flecha (cm)	Limite FL (cm)	Verificação FL
100	0,0094	0,286	OK	0,0221	0,4	OK
200	0,0375	0,571	OK	0,0869	0,8	OK
300	0,0845	0,857	OK	0,1897	1,2	OK

Fonte: Autor, 2022



**Tabela 21: Verificação de deslocamentos para protensão limitada da laje H32 (continuação)  
H32 - PROTENSÃO LIMITADA**

L(cm)	Contraflecha	Limite CF	Verificação CF	Flecha	Limite FL	Verificação FL
400	0,1501	1,143	OK	0,3230	1,6	OK
500	0,2346	1,429	OK	0,4760	2	OK
600	0,3378	1,714	OK	0,6350	2,4	OK
700	0,4598	2,000	OK	0,7831	2,8	OK
800	0,6006	2,286	OK	0,9005	3,2	OK
900	0,7601	2,571	OK	0,9641	3,6	OK
1000	0,9384	2,857	OK	0,9481	4	OK
1100	1,1354	3,143	OK	0,8233	4,4	OK
1200	1,3513	3,429	OK	0,5577	4,8	OK
1300	1,5859	3,714	OK	0,1159	5,2	OK
1400	1,8392	4,000	OK	0,0000	5,6	OK

Fonte: Autor, 2022

## 19. Flexão

A verificação, conforme a ABNT NBR 14861 (2011, p. 14) segue:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \times 0,3 f_{ck}^{2/3} = 0,7 \times 0,3 \times 50^{2/3} = 2,85 MPa$$

$$\sigma_{ct} \leq 2,85 MPa$$

$$\sigma_c \leq \frac{0,85 f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{0,85 \times 50}{1,4} = 30,36 MPa$$

Sendo

$$\sigma_{sup} = -\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{topo}}{Ic} - \frac{M \times y_{topo}}{Ic}$$

$$\sigma_{inf} = -\frac{P_{00}}{Ac} - \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{Ic} + \frac{M \times y_{base}}{Ic}$$

Os resultados estão inseridos na Tabela 20, 21 e 22.

**Tabela 22: Verificação da flexão da laje H16**

H16 L(cm)	PROTENSÃO COMPLETA				PROTENSÃO LIMITADA			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	-2,40	OK	1,47	OK	-1,58	OK	0,65	OK
200	-2,34	OK	1,41	OK	-1,56	OK	0,63	OK
300	-2,24	OK	1,31	OK	-1,51	OK	0,58	OK
400	-2,10	OK	1,17	OK	-1,45	OK	0,52	OK
500	-1,92	OK	0,98	OK	-1,37	OK	0,44	OK
600	-1,70	OK	0,76	OK	-1,27	OK	0,34	OK
700	-1,43	OK	0,50	OK	-1,16	OK	0,22	OK
800	-1,13	OK	0,20	OK	-1,02	OK	0,09	OK
900	-1,03	OK	0,09	OK	-1,03	OK	0,09	OK
1000	-1,28	OK	0,35	OK	-1,28	OK	0,35	OK
1100	-1,56	OK	0,63	OK	-1,56	OK	0,63	OK
1200	-1,87	OK	0,94	OK	-1,87	OK	0,94	OK

1300	-2,20	OK	1,27	OK	-2,20	OK	1,27	OK
1400	-2,57	OK	1,63	OK	-2,57	OK	1,63	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 23: Verificação da flexão da laje H20

H20 L(m)	PROTENSÃO COMPLETA				PROTENSÃO LIMITADA			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	-2,36	OK	1,46	OK	-1,55	OK	0,65	OK
200	-2,32	OK	1,42	OK	-1,53	OK	0,63	OK
300	-2,25	OK	1,35	OK	-1,50	OK	0,60	OK
400	-2,15	OK	1,25	OK	-1,46	OK	0,56	OK
500	-2,03	OK	1,13	OK	-1,40	OK	0,50	OK
600	-1,87	OK	0,97	OK	-1,33	OK	0,43	OK
700	-1,69	OK	0,79	OK	-1,25	OK	0,35	OK
800	-1,48	OK	0,58	OK	-1,16	OK	0,26	OK
900	-1,24	OK	0,34	OK	-1,05	OK	0,15	OK
1000	-0,97	OK	0,07	OK	-0,93	OK	0,03	OK
1100	-1,05	OK	0,15	OK	-1,05	OK	0,15	OK
1200	-1,26	OK	0,37	OK	-1,26	OK	0,37	OK
1300	-1,50	OK	0,60	OK	-1,50	OK	0,60	OK
1400	-1,75	OK	0,85	OK	-1,75	OK	0,85	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 24: Verificação da flexão da laje H32

H32 L(m)	PROTENSÃO COMPLETA				PROTENSÃO LIMITADA			
	Tensão sup		Tensão inf		Tensão sup		Tensão inf	
100	-2,08	OK	1,34	OK	-1,34	OK	0,60	OK
200	-2,04	OK	1,32	OK	-1,31	OK	0,59	OK
300	-1,98	OK	1,28	OK	-1,27	OK	0,57	OK
400	-1,89	OK	1,23	OK	-1,21	OK	0,55	OK
500	-1,77	OK	1,16	OK	-1,13	OK	0,51	OK
600	-1,63	OK	1,07	OK	-1,04	OK	0,48	OK
700	-1,46	OK	0,97	OK	-0,92	OK	0,43	OK
800	-1,27	OK	0,85	OK	-0,79	OK	0,38	OK
900	-1,05	OK	0,72	OK	-0,65	OK	0,32	OK
1000	-0,80	OK	0,58	OK	-0,48	OK	0,26	OK
1100	-0,53	OK	0,41	OK	-0,30	OK	0,18	OK
1200	-0,24	OK	0,24	OK	-0,11	OK	0,10	OK
1300	0,09	OK	0,04	OK	0,11	OK	0,02	OK
1400	0,16	OK	0,11	OK	0,16	OK	0,11	OK

Fonte: Autor, 2022

## 20. Esforço cortante

### a. Protensão completa

Como prevê a ABNT NBR 14861:2022, para a protensão completa, onde não existe fissuração, verifica-se o esforço na seção definida pelo comprimento  $L_x$ .

$$L_x = l_a + X_{px}$$

A largura do apoio será considerado a mínima determinada de metade da altura da seção ( $h/2$ ) enquanto  $X_{pc}$  para as seções com alvéolos circulares será aproximado para  $0,7h$  e para seção com alvéolos não circulares será dada por  $\frac{h_{pc}}{\text{tg}35^\circ}$ .

$$LxH16 = \frac{16}{2} + 0,7 \times 16 = 19,2 \text{ cm}$$

$$LxH20 = \frac{20}{2} + 0,7 \times 20 = 24 \text{ cm}$$

$$LxH32 = \frac{32}{2} + \frac{8,89}{\text{tg}35^\circ} = 28,7 \text{ cm}$$

Em seguida é determinado a resistência á força cortante:

a) Para lajes com alvéolos circulares ( $250 \leq h \leq 320$ )

$$V_{Rd,c} = 0,95 \frac{Ib_w}{s} \sqrt{f_{ctd}^2 + \alpha_{pc} \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

$$V_{Rd,c H16} = 0,95 \times \frac{36559,41(2 \times 57,5 + 5 \times 69)}{1321,42 \times 6}$$

$$\times 10^2 \sqrt{\left(\frac{2,85}{1,4}\right)^2 + \frac{192}{1,2 \times 3,2 \times 1 \times 2 \times \frac{2,85}{1,4}} \times 1243,31 \times \frac{2,85}{1,4}} = 6005,2 \text{ kN}$$

$$V_{Rd,c H20} = 0,95 \times \frac{66333,37(2 \times 4 + 5 \times 3,4)}{1367,85 \times 7,75}$$

$$\times 10^2 \sqrt{\left(\frac{2,85}{1,4}\right)^2 + \frac{240}{1,2 \times 3,2 \times 1 \times 2 \times \frac{2,85}{1,4}} \times 1222 \times \frac{2,85}{1,4}} = 4909 \text{ kN}$$

b) Para lajes com alvéolos não circulares ( $250 \leq h \leq 400$ )

$$\beta_{pc} = 0,5 + \frac{8,89}{32} = 0,778 \leq 1,00$$

$$V_{Rd,c} = \beta_{pc} \frac{Ib_w}{s} \sqrt{f_{ctd}^2 + 0,9 \alpha_{pc} \sigma_{cp} f_{ctd}}$$

$$V_{Rd,c H32} = 0,778 \times \frac{336120(2 \times 4 + 5 \times 3,4)}{3776 \times \frac{27}{2}}$$

$$\times 10^2 \sqrt{\left(\frac{2,85}{1,4}\right)^2 + 0,9 \frac{287}{1,2 \times 3,2 \times 1 \times 2 \times \frac{2,85}{1,4}} \times 1254,88 \times \frac{2,85}{1,4}}$$

$$V_{Rd,c H32} = 4455,9kN$$

Nas Tabelas 23, 24 e 25 estão os resultados da verificação do esforço cortante.

**Tabela 25: Verificação do esforço cortante na laje H16 para protensão completa**

<b>H16</b>		
<b>L(cm)</b>	<b>VSd(kN)</b>	<b>Verificação</b>
100	417,08	OK
200	199,97	OK
300	123,79	OK
400	82,85	OK
500	56,00	OK
600	36,19	OK
700	20,41	OK
800	7,15	OK
900	0,00	OK
1000	0,00	OK
1100	0,00	OK
1200	0,00	OK
1300	0,00	OK
1400	0,00	OK

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 26: Verificação do esforço cortante na laje H20 para protensão completa**

<b>H20</b>		
<b>L(cm)</b>	<b>VSd(kN)</b>	<b>Verificação</b>
100	600,44	OK
200	291,57	OK
300	184,76	OK
400	128,48	OK
500	92,40	OK
600	66,42	OK
700	46,22	OK
800	29,62	OK
900	15,44	OK
1000	2,93	OK
1100	0,00	OK
1200	0,00	OK
1300	0,00	OK
1400	0,00	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 27: Verificação do esforço cortante na laje H32 para protensão completa

H32		
L(cm)	VSd(kN)	Verificação
100	1187,83	OK
200	583,64	OK
300	377,67	OK
400	271,27	OK
500	204,68	OK
600	158,01	OK
700	122,71	OK
800	94,53	OK
900	71,08	OK
1000	50,96	OK
1100	33,25	OK
1200	17,35	OK
1300	2,84	OK
1400	0,00	OK

Fonte: Autor, 2022

### b. Protensão limitada

Para peças fissuradas por flexão, situação que pode ocorrer na protensão limitada, a verificação do cortante deve ser feita na seção transversal mais crítica ao longo do vão do elemento, a partir da distância de  $0,5h$  da extremidade do seu apoio, sendo  $h$  a altura da laje.

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,fl}$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd,dc}$$

Onde

$V_{Sd}$  – força cortante solicitante

$V_{Rd,dc}$  – força cortante resistente das diagonais comprimidas

$$\vartheta = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} = 0,7 - \frac{50}{200} = 0,45 \geq 0,5$$

$$V_{Rd,dc} = \frac{1}{2} \vartheta f_{cd} 0,9d \sum b_{w,1}$$

$$V_{Rd,dc H16} = \frac{1}{2} 0,45 \frac{5}{1,4} 0,9(16 - 4)(2 \times 5,75 + 5 \times 6,9) = 399,21[kN]$$

$$V_{Rd,dc H20} = \frac{1}{2} 0,45 \frac{5}{1,4} 0,9(20 - 4)(2 \times 4 + 5 \times 3,4) = 289,28[kN]$$

$$V_{Rd,dc H32} = \frac{1}{2} 0,45 \frac{5}{1,4} 0,9(32 - 4)(2 \times 4 + 5 \times 3,4) = 506,25[kN]$$

$\sum b_{w,1}$  – somatório das nervuras internas e externas da laje alveolar

$V_{Rd,fl}$  – força cortante resistente a flexo-cortante

$$V_{c1} = 0,25f_{ctd}k(1,2 + 40p1)\sum b_{w,1}d$$

$$V_{c1H16} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,16 - 0,04)) \times (1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 5,75 + 5 \times 6,9)(16 - 4)}) (2 \times 5,75 + 5 \times 6,9)(16 - 4)$$

$$V_{c1H16} = 63,39kN$$

$$V_{c1H20} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,2 - 0,04)) \times (1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 4 + 5 \times 3,4)(20 - 4)}) (2 \times 4 + 5 \times 3,4)(20 - 4)$$

$$V_{c1H20} = 48,31kN$$

$$V_{c1H32} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,32 - 0,04)) \times (1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 4 + 5 \times 3,4)(32 - 4)}) (2 \times 4 + 5 \times 3,4)(32 - 4)$$

$$V_{c1H32} = 68,47kN$$

$$V_{p1} = 0,15\sigma_{cp,1}\sum b_{w,1}d$$

$$V_{p1H16} = 0,15 \times 1243,31 \times (2 \times 57,5 + 5 \times 69) \times (160 - 40) = 10294,6kN$$

$$V_{p1H20} = 0,15 \times 1222 \times (2 \times 40 + 5 \times 34) \times (200 - 40) = 7332kN$$

$$V_{p1H32} = 0,15 \times 1254,88 \times (2 \times 40 + 5 \times 34) \times (320 - 40) = 13176,24kN$$

$$V_{Rd,fl} = V_{c1} + V_{p1}$$

$$V_{Rd,flH16} = 63,39 + 10294,6 = 10358kN$$

$$V_{Rd,flH20} = 48,31 + 7332 = 7380,6kN$$

$$V_{Rd,flH32} = 68,47 + 13176,24 = 13244,7kN$$

Considerando o preenchimento de 2 alvéolos no comprimento de  $1,2l_{bpt}$  após a liberação da protensão, seguindo a a ABNT NBR 14861:2022, calcula-se a força cortante resistente ( $V_{Rd,fl(a1)}$ ):

$$V_{c2} = 0,25f_{ctd}k(1,2 + 40p2)\sum b_{w,2}d$$

$$V_{c2H16} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,16 - 0,04)) \\ \times \left( 1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 5,75 + 5 \times 6,9 + 0,5 \times 2 \times 12)(16 - 4)} \right) \\ \times (2 \times 5,75 + 5 \times 6,9 + 0,5 \times 2 \times 12)(16 - 4) = 76,41kN$$

$$V_{c1H20} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,2 - 0,04)) \\ \times \left( 1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 4 + 5 \times 3,4 + 0,5 \times 2 \times 15,5)(20 - 4)} \right) (2 \times 4 + 5 \times 3,4 \\ + 0,5 \times 2 \times 15,5)(20 - 4) = 70,12kN$$

$$V_{c1H32} = 0,25 \frac{0,285}{1,4} (1,6 - (0,32 - 0,04)) \\ \times \left( 1,2 + 40 \frac{4,48}{(2 \times 4 + 5 \times 3,4 + 0,5 \times 2 \times 15,5)(32 - 4)} \right) (2 \times 4 + 5 \times 3,4 \\ + 0,5 \times 2 \times 15,5)(32 - 4) = 103,46kN$$

$$V_{Rd,fl} = V_{c1} + V_{p1}$$

$$V_{Rd,flH16} = 76,41 + 10294,6 = 10371kN$$

$$V_{Rd,flH20} = 70,12 + 7332 = 7402,4kN$$

$$V_{Rd,flH32} = 103,46 + 13176,24 = 13279,7kN$$

Então, verificando o esforço solicitante, determinado para um elemento isolado e isostático como já exposto anteriormente, tem-se:

$$V_{sd} = \frac{ql}{2}$$

Os resultados estão descritos na Tabela 26, 27 e 28.

**Tabela 28: Verificação do esforço cortante na laje H16 para protensão limitada (continua)**

<b>H16</b>			
<b>L(cm)</b>	<b>V<sub>Sd</sub>(kN)</b>	<b>Sem preench.</b>	<b>Com preench.</b>
100	278,05	OK	OK
200	133,31	OK	OK
300	82,53	OK	OK
400	55,23	OK	OK
500	37,33	OK	OK
600	24,13	OK	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 29: Verificação do esforço cortante na laje H16 para protensão limitada (continuação)

<b>H16</b>			
<b>L(cm)</b>	<b>VSd(kN)</b>	<b>Sem preench.</b>	<b>Com preench.</b>
700	13,61	OK	OK
800	4,77	OK	OK
900	0,00	OK	OK
1000	0,00	OK	OK
1100	0,00	OK	OK
1200	0,00	OK	OK
1300	0,00	OK	OK
1400	0,00	OK	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 30: Verificação do esforço cortante na laje H20 para protensão limitada

<b>H20</b>			
<b>L(cm)</b>	<b>VSd(kN)</b>	<b>Sem preench.</b>	<b>Com preench.</b>
100	400,30	NO	NO
200	194,38	OK	OK
300	123,18	OK	OK
400	85,65	OK	OK
500	61,60	OK	OK
600	44,28	OK	OK
700	30,81	OK	OK
800	19,75	OK	OK
900	10,29	OK	OK
1000	1,95	OK	OK
1100	0,00	OK	OK
1200	0,00	OK	OK
1300	0,00	OK	OK
1400	0,00	OK	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 31: Verificação do esforço cortante na laje H32 para protensão limitada (continua)

<b>H32</b>			
<b>L(cm)</b>	<b>VSd(kN)</b>	<b>Sem preench.</b>	<b>Com preench.</b>
100	791,89	NO	NO
200	389,09	OK	OK
300	251,78	OK	OK
400	180,84	OK	OK
500	136,45	OK	OK
600	105,34	OK	OK
700	81,81	OK	OK
800	63,02	OK	OK
900	47,39	OK	OK

Fonte: Autor, 2022



Tabela 32: Verificação do esforço cortante na laje H32 para protensão limitada (continuação)

H32			
L(cm)	VSd(kN)	Sem preench.	Com preench.
1000	33,97	OK	OK
1100	22,16	OK	OK
1200	11,56	OK	OK
1300	1,89	OK	OK
1400	0,00	OK	OK

Fonte: Autor, 2022

## 21. Fendilhamento

Como previsto na ABNT NBR 14861 (2022, p. 30), não permitido nenhum tipo de fissuração longitudinal na liberação da protensão, por isso deve-se verificar que a tensão na nervura mais solicitada ( $\sigma_{sp}$ ) seja inferior à tensão de tração do concreto ( $f_{ctkj,inf}$ ).

$$\sigma_{sp} \leq f_{ctkj,inf}$$

Sendo

$$\sigma_{sp} = \frac{P_0}{bw \times ep} \frac{15\alpha e^{2,3} + 0,07}{1 + \left(\frac{l_{pt1}}{ep}\right)^{1,5} (1,3\alpha e + 0,1)} \quad \alpha e = \frac{ep - k}{h}$$

A verificação de cada seção estão expressas nas Tabelas 29, 30 e 31.

Tabela 33: Verificação do fendilhamento na laje H16

H16	
Anerv	110,4 cm <sup>2</sup>
Inerv	2355,2 cm <sup>4</sup>
bw	6,9 cm
k	2,67
$\alpha e$	0,08
lpt1	57 cm
$\sigma_{sp}$	0,231
Verificação	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 34: Verificação do fendilhamento na laje H20

H20	
Anerv	68 cm <sup>2</sup>
Inerv	2266,667 cm <sup>4</sup>
bw	3,4 cm
k	3,33
$\alpha e$	0,13
lpt1	57 cm
$\sigma_{sp}$	0,766
Verificação	OK

Fonte: Autor, 2022

**Tabela 35: Verificação do fendilhamento na laje H32**

<b>H32</b>	
Anerv	108,8 cm <sup>2</sup>
Inerv	9284,27 cm <sup>4</sup>
bw	3,4 cm
k	5,33
αe	0,21
lpt1	57 cm
<i>σ<sub>sp</sub></i>	1,574
Verificação	OK

**Fonte: Autor, 2022**

## 22. Chavetas

Como expõe a ABNT NBR 6118:2014, as ações distribuídas de um elemento de laje para outro adjacente podem provocar esforços cortantes na direção vertical na chaveta e a resistência ao esforço ( $V_{Rd1}$ ) é o menor valor encontrado a partir das Equações (x) e (y).

$$V_{Rd1} = 0,25 \times f_{ctd} \times \sum ht$$

$$V_{Rd1} = 0,15 \times (f_{ctd,ch} \times hch + f_{ctd,t} \times ht)$$

Sendo

$f_{ctd}$  valor de cálculo da resistência à tração do concreto;

$f_{ctd,ch}$  valor de cálculo da resistência à tração do concreto da Chaveta;

$f_{ctd,t}$  valor de cálculo da resistência à tração do concreto da capa estrutural;

$\sum ht$  soma das menores espessuras das flanges da face inferior e da face superior com a espessura da capa estrutural ( $hf1 + hf2 + ht$ )

$ht$  altura da capa estrutural;

$hch$  altura da chaveta.

A força cortante solicitante ( $V_{Sd}$ ) nas chavetas será determinado, como diz a ABNT NBR 14861 (2022, p. 33) para as lajes centrais, considerando que 40% do carregamento que atua sobre a laje é transferido para cada elemento da laje adjacente. Assim tem-se que:

$$V_{Sd} = 0,4q$$

A verificação de cada seção estão expressas nas Tabelas 32, 33 e 34, abaixo.

Tabela 36: Verificação das chavetas da laje H16

<b>H16</b>				
Hf1=Hf2	2 cm			
Ht	9 cm			
Hch	14,87 cm			
Vrd1a	15,75 kN/cm			
Vrd1b	18,8181 kN/cm			
Vrd1	15,75 kN/cm			
	<b>PROTENSÃO COMPLETA</b>		<b>PROTENSÃO LIMITADA</b>	
L(cm)	Vsd	Verificação	Vsd	Verificação
100	3,337	OK	2,224	OK
200	0,800	OK	0,533	OK
300	0,330	OK	0,220	OK
400	0,166	OK	0,110	OK
500	0,090	OK	0,060	OK
600	0,048	OK	0,032	OK
700	0,023	OK	0,016	OK
800	0,007	OK	0,005	OK
900	0,000	OK	0,000	OK
1000	0,000	OK	0,000	OK
1100	0,000	OK	0,000	OK
1200	0,000	OK	0,000	OK
1300	0,000	OK	0,000	OK
1400	0,000	OK	0,000	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 37: Verificação das chavetas da laje H20 (continua)

<b>H20</b>				
Hf1=Hf2	2,25	cm		
Ht	9,5	cm		
Hch	18,87	cm		
Vrd1a	16,625	kN/cm		
Vrd1b	21,8631	kN/cm		
Vrd1	16,625	kN/cm		
	<b>PROTENSÃO COMPLETA</b>		<b>PROTENSÃO LIMITADA</b>	
L(cm)	Vsd	Verificação	Vsd	Verificação
100	4,804	OK	3,202	OK
200	1,166	OK	0,778	OK
300	0,493	OK	0,328	OK
400	0,257	OK	0,171	OK
500	0,148	OK	0,099	OK
600	0,089	OK	0,059	OK
700	0,053	OK	0,035	OK
800	0,030	OK	0,020	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 38: Verificação das chavetas da laje H20 (continuação)

L(cm)	PROTENSÃO COMPLETA		PROTENSÃO LIMITADA	
	Vsd	Verificação	Vsd	Verificação
900	0,014	OK	0,009	OK
1000	0,002	OK	0,002	OK
1100	0,000	OK	0,000	OK
1200	0,000	OK	0,000	OK
1300	0,000	OK	0,000	OK
1400	0,000	OK	0,000	OK

Fonte: Autor, 2022

Tabela 39: Verificação das chavetas da laje H32

**H32**

Hf1=Hf2	2,25 cm
Ht	9,5 cm
Hch	30,87 cm
Vrd1a	16,625 kN/cm
Vrd1b	29,4231 kN/cm
Vrd1	16,625 kN/cm

L(cm)	PROTENSÃO COMPLETA		PROTENSÃO LIMITADA	
	Vsd	Verificação	Vsd	Verificação
100	9,503	OK	6,335	OK
200	2,335	OK	1,556	OK
300	1,007	OK	0,671	OK
400	0,543	OK	0,362	OK
500	0,327	OK	0,218	OK
600	0,211	OK	0,140	OK
700	0,140	OK	0,093	OK
800	0,095	OK	0,063	OK
900	0,063	OK	0,042	OK
1000	0,041	OK	0,027	OK
1100	0,024	OK	0,016	OK
1200	0,012	OK	0,008	OK
1300	0,002	OK	0,001	OK
1400	0,000	OK	0,000	OK

Fonte: Autor, 2022

**23. Punção**

No trabalho não há previsão de ações concentradas, portanto a verificação quanto a punção não é necessária.

#### 4.1.8 Gráfico

### 24. Produção do ábaco com os valores aceitos

Sendo uma das características da laje alveolar protendida a utilização em grandes vão, decidiu-se por descartar valores para vãos inferiores a quatro metros (quatrocentos centímetros).

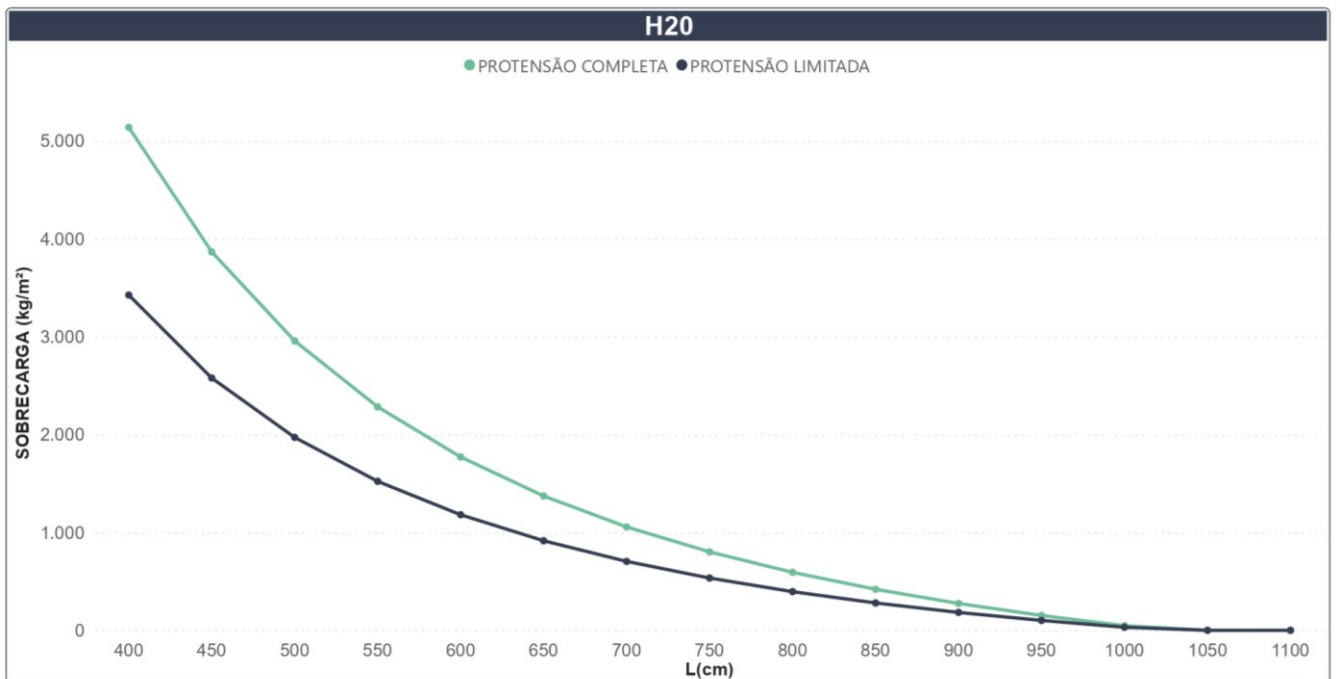
Com isso, verificou-se que todos os valores de sobrecarga correspondentes à vãos superiores ao determinado de quatro metros foram aceitos nas verificações anteriores, assim, foram produzidos os Gráficos 1, 2 e 3 relacionando a sobrecarga com o vão para cada seção analisada nos diferentes níveis de protensão.

**Gráfico 1: Ábaco da laje alveolar com altura de 16cm para protensão limitada e completa**



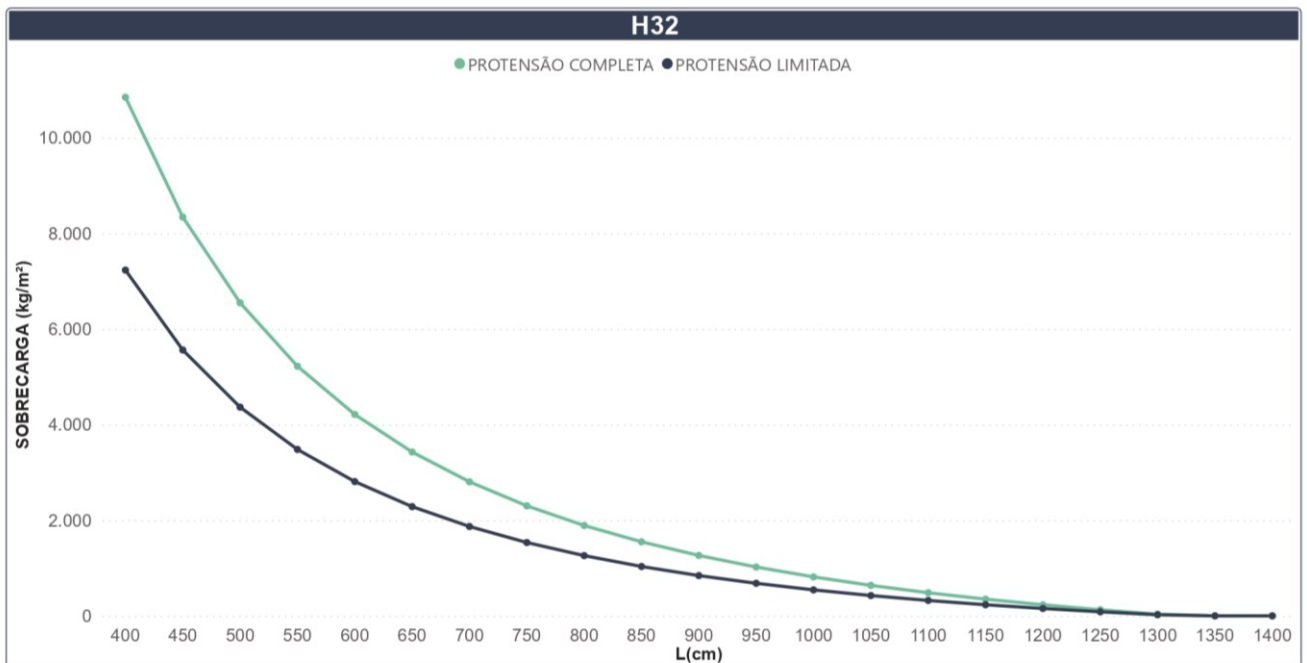
Fonte: Autor, 2022

**Gráfico 2: Ábaco da laje alveolar com altura de 20cm para protensão limitada e completa**



Fonte: Autor, 2022

**Gráfico 3: Ábaco da laje alveolar com altura de 32cm para protensão limitada e completa**



Fonte: Autor, 2022

Nota-se que nas três seções avaliadas a protensão completa apresentou uma maior capacidade resistente em relação ao mesmo vão submetido a protensão limitada. Isso se deve à combinação de ação utilizada para avaliar cada caso, podendo ser observado de modo direto e simplificado através das equações 38 e 39 utilizadas para o cálculo da sobrecarga ( $q$ ) em cada situação.

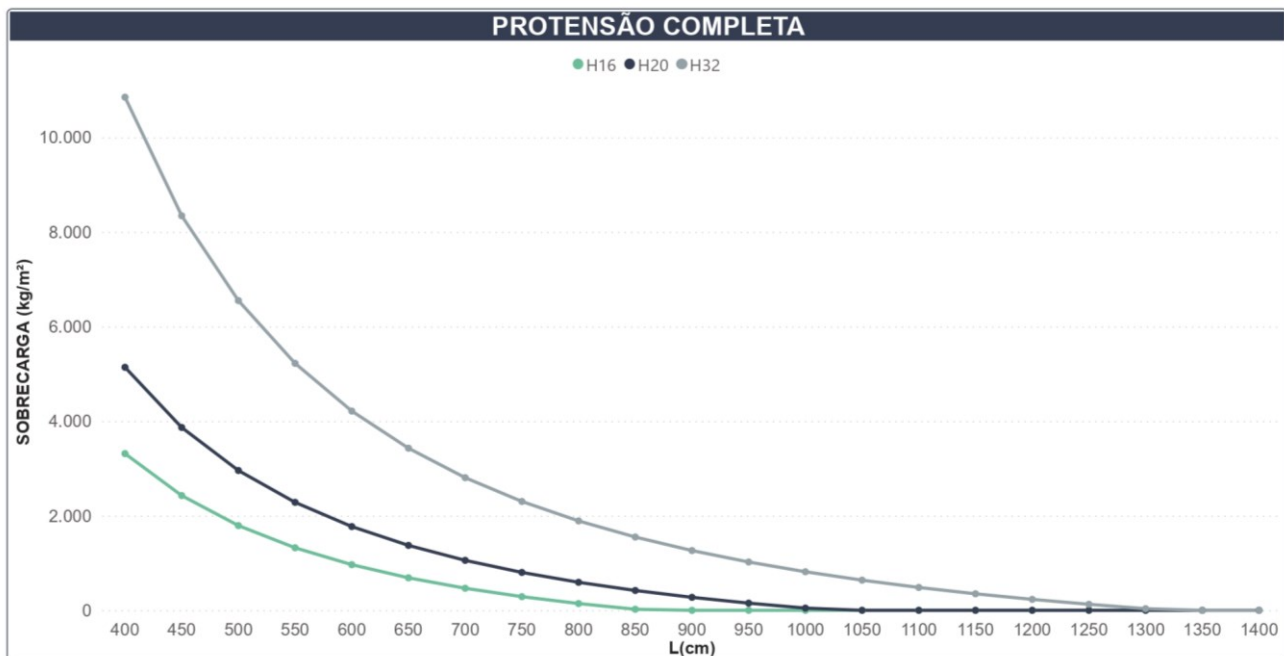
$$q = \frac{\left(\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c}\right) \frac{8I_c}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_2} \quad (38)$$

$$q = \frac{\left(\frac{P_{00}}{Ac} + \frac{P_{00} \times e_p \times y_{base}}{I_c}\right) \frac{8I_c}{L^2 \times y_{base}} - (g_1 + g_2 + g_3)}{\psi_1} \quad (39)$$

Como pode ser visto, ambas as equações diferem apenas pelo denominador e sendo  $\psi_2 < \psi_1$  o q para a protensão completa (Equação 38) será sempre superior ao q para a protensão limitada (Equação 39).

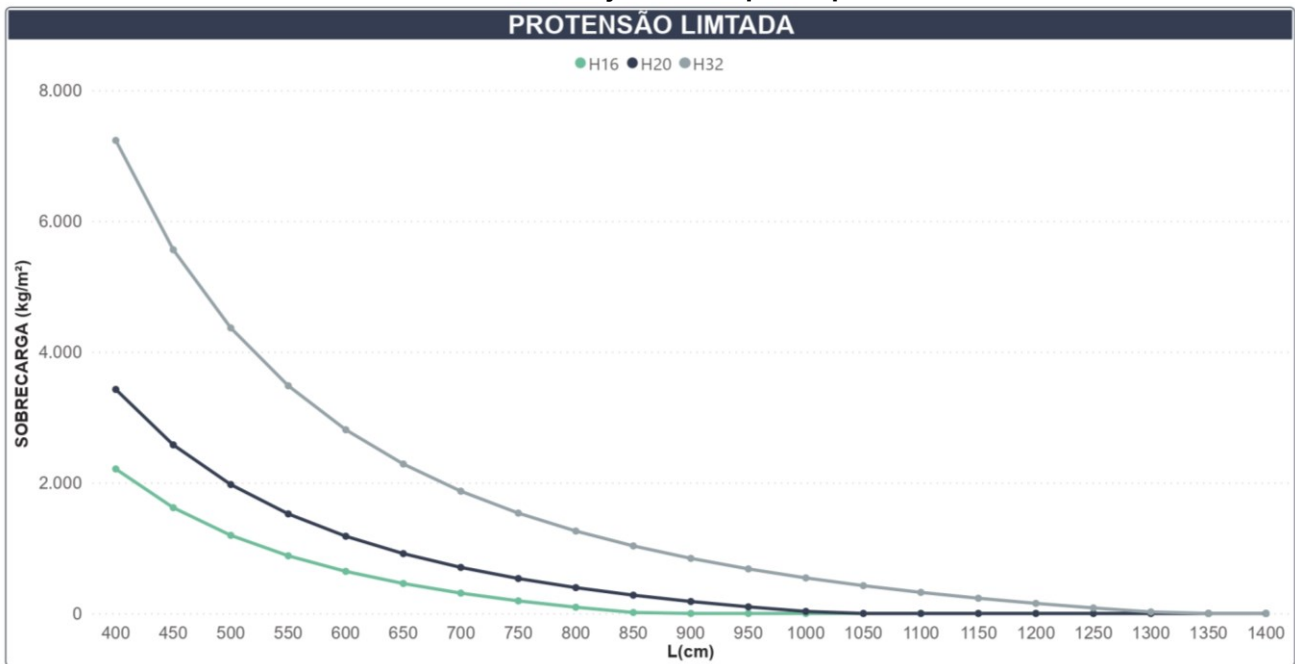
Outro ponto a ser observado é a progressão da resistência de cada seção, observada mais claramente nos Gráficos 4 e 5.

**Gráfico 4: Ábaco da laje alveolar para a protensão completa**



Fonte: Autor, 2022

Gráfico 5: Ábaco da laje alveolar para a protensão limitada



Fonte: Autor, 2022

Percebe-se aqui que, como esperado, a seção com 32 centímetros vence um maior vão que a seção com 20 centímetros, que, por sua vez, suporta um maior vão que a laje com altura de 16 centímetros. Isso pode ser observado durante todo o decorrer do trabalho, sendo a tensão inversamente relacionada a área de concreto ou então ao momento de inércia da peça. Ou seja, o comportamento observado está em concordância com o esperado.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como principal objetivo o desenvolvimento de ábacos para pré-dimensionamento de lajes alveolares protendidas avaliando a relação entre o vão teórico e a capacidade de carga, esse trabalho estudou a fixação de parâmetros para determinar essa relação e, partindo disso, foi desenvolvido um roteiro para produção dos ábacos.

A fixação da área de protensão delimitou um caminho para o desenvolvimento do roteiro, o qual pode divergir do apresentado caso seja fixado um parâmetro diferente como a seção ou o vão.

O roteiro de produção do ábaco elaborado neste trabalho teve o foco de expor os critérios normativos nacionais para o projeto de laje alveolares protendidas, principalmente apresentados na norma ABNT NBR 14861:2022 e amparados pela ABNT NBR 6118:2014.

O equacionamento descrito no roteiro possui considerações para concretos com classes de resistência iguais ou inferiores a C50. Isso porque os valores de altura e largura do diagrama retangular de distribuição das tensões no concreto variam para as classes superiores a C50, devendo o projetista, nesses casos, verificar diretamente as normas referenciadas.

Durante a elaboração das etapas da produção do ábaco, as perdas de protensão se mostraram importantes, uma vez que dependem não somente dos materiais como também das configurações geométricas dos elementos e da pista de protensão.

Uma grande diferença apresentada deveu-se aos níveis de protensão que são, por sua vez, dependentes da classe de agressividade adotada pelo projetista. Vale ressaltar que, embora a protensão completa se apresentou mais resistente, a protensão limitada mostra-se como uma boa opção, devendo sua condição ser considerada no momento do dimensionamento do elemento estrutural.

Como sugestões para trabalhos futuros, é possível realizar o aperfeiçoamento do roteiro de dimensionamento para casos de lajes alveolares protendidas com diferentes áreas de protensão e também para o caso da protensão parcial. Além disso, o estudo da contribuição da capa estrutural para a resistência da laje alveolar protendida pode ser bastante interessante.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 14861**: lajes alveolares pré-moldadas de concreto protendido - requisitos e procedimentos. Rio de Janeiro: ABNT, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 9062**: projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.
- BASTOS, Paulo Sérgio. **Fundamentos do Concreto Protendido**. Bauru/SP: Universidade Estadual Paulista–UNESP, 2019.
- BATTAGIN, Inês L. S. **Nova norma agrega qualidade às lajes alveolares**. Cimento Itambé – Massa Cinzenta. Entrevista concedida a Altair Santos. 16 dez. 2011. Disponível em: <http://www.cimentoitambe.com.br/nova-norma-agrega-qualidade-as-lajes-alveolares/>. Acesso em: 09 abr. 2016.
- CARVALHO, Roberto Chust. **Estruturas em concreto protendido: cálculo e datalhamento**. Volume 1. São Paulo: PINI, 2017.
- CHOLFE, Luiz. **Concreto protendido : teoria e prática** / Luiz Cholfe & Luciana Bonilha. — 2. ed. — São Paulo: Oficina de Textos, 2018.
- EI DEBS, Mounir K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Oficina de textos, 2017.
- GIL, Antonio Carlos et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- INFORSATO, T. B. **Análise de laje alveolar protendida moldada por fôrma fixa e usando placas de poliestireno expandido – Estudo teórico e experimental**. 224f. Tese (Doutorado em Estrutura e Construção civil) – Universidade Federal de São Carlos. São Carlos. 2018.
- PETRUCELLI, N. S. **Considerações sobre projeto e fabricação de lajes alveolares protendidas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de São Carlos, 2009.
- PINHEIRO, Libânio M. et al. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, maio de 2007.
- PRECAST/PRESTRESSED CONCRETE INSTITUTE - PCI. **Manual for the design of hollow core slabs**. 2th ed. Chicago: PCI, 1998.