



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS DE CURITIBA
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
E DE MATERIAIS – PPGEM

GABRIEL MERHY DE OLIVEIRA

MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO NO
REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE
PERFURAÇÃO NÃO GELIFICADOS

CURITIBA

SETEMBRO – 2011

GABRIEL MERHY DE OLIVEIRA

**MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO NO
REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE
PERFURAÇÃO NÃO GELIFICADOS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD.

Co-orientador: Prof. Admilson T. Franco, Dr.

CURITIBA

SETEMBRO – 2011

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

- O48 Oliveira, Gabriel Merhy de
Modelagem da propagação de pressão no reinício do escoamento de fluidos de perfuração não gelificados / Gabriel Merhy de Oliveira. — 2011.
130 f. : il. ; 30 cm
- Orientador: Cezar Otaviano Ribeiro Negrão
Co-orientador: Admilson Teixeira Franco
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Curitiba, 2011.
Bibliografia: f. 119-121.
1. Poços de petróleo – Fluidos de perfuração. 2. Poços de petróleo – Perfuração. 3. Poços de petróleo – Modelos matemáticos. 4. Engenharia do petróleo. 5. Engenharia mecânica – Dissertações. I. Negrão, Cezar Otaviano Ribeiro, orient. II. Franco, Admilson Teixeira, co-orient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. III. Título.

CDD (22. ed.) 620.1

Biblioteca Central da UTFPR, Campus Curitiba

TERMO DE APROVAÇÃO

GABRIEL MERHY DE OLIVEIRA

MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO NÃO GELIFICADOS

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em engenharia de ciências térmicas, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Giuseppe Pintaúde, Dr.
Coordenador do Programa

Banca Examinadora

Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD.
UTFPR

Prof. José V. Coelho Vargas, PhD.
UFPR

Prof. Rigoberto E. M. Morales, Dr.
UTFPR

Prof. Hilbeth P. Azikri de Deus, Dr.
UTFPR

Curitiba, 30 de setembro de 2011

Aos meus pais, Vilmar e Carla, que me ensinaram a viver e mostraram que respeito, responsabilidade e honestidade devem nos acompanhar sempre. Vocês provaram que vale a pena lutar em prol da realização dos sonhos e sempre me incentivaram, encorajaram e apoiaram nos momentos difíceis.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por sua benção, proteção e por dar-me forças para superar este desafio.

Aos meus pais, Vilmar e Carla, a minha irmã, Raisia, pelo amor, carinho, compreensão, dedicação, paciência e apoio durante toda minha vida.

Aos meus orientadores, Cezar Negrão e Admilson Franco, pelos ensinamentos transmitidos, pelo incentivo constante, pela oportunidade, orientação, confiança, amizade, dedicação e disposição.

Aos pesquisadores e professores da banca examinadora, pela atenção e contribuições dedicadas a esta dissertação.

Aos amigos, pelos momentos de descontração, amizade e solidariedade muitas vezes prestada.

Aos meus amigos e colegas do Laboratório de Ciências Térmicas - LACIT, pelo companheirismo e apoio na solução de diversos problemas.

A todos aqueles que de alguma forma, direta ou indiretamente, me apoiaram neste projeto.

Aos membros do Centro de Pesquisas da PETROBRAS (CENPES), o Químico de Petróleo Roni Abensur Gandelman, o Consultor Sênior André Leibsohn Martins, e em especial ao Engenheiro Rodrigo Azevedo Silva, que colaboraram fornecendo informações e dados experimentais para a validação do modelo e entendimento do problema.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná e seus professores pela estrutura e formação de qualidade proporcionada.

Ao Prêmio PETROBRAS de Tecnologia em conjunto com CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e TEP/CENPES/PETROBRAS pelo incentivo à pesquisa e apoio financeiro destinados ao projeto.

À Agência Nacional do Petróleo – ANP – à Financiadora de Estudos e Projetos – FINEP – por meio do Programa de Recursos Humanos para o Setor Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - PRH-ANP/MCT – (PRH10/UTFPR) por terem incentivado e apoiado a realização da pesquisa durante a minha graduação, sem este incentivo certamente não teria seguido este caminho.

“Não temos em nossas mãos as soluções para todos os problemas do mundo, mas diante de todos os problemas do mundo temos nossas mãos.”

Friedrich von Schiller

OLIVEIRA, Gabriel Merhy, **MODELAGEM DA PROPAGAÇÃO DE PRESSÃO NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO NÃO GELIFICADOS**, 2011, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 130 p.

RESUMO

O reinício do escoamento do fluido de perfuração é um grande problema em águas profundas e em poços de grande extensão como os do pré-sal. Dependendo da geometria do poço e de propriedades do fluido, picos de pressão significativos podem ocorrer comprometendo a estrutura do poço. O presente trabalho apresenta um modelo matemático para o escoamento compressível e transitório com o objetivo de prever a transmissão de pressão ao longo do poço e os picos de pressão durante o reinício do escoamento. O modelo baseia-se nas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento que são resolvidas pelo método das características. Fluidos de perfuração são tratados como fluidos não newtonianos de Bingham e os efeitos viscosos são considerados através do conceito de fator de atrito. Os resultados do modelo são corroborados com alguns valores experimentais para o escoamento de um fluido newtoniano (água) e dois fluidos de perfuração. Estudos de casos são realizados com o propósito de verificar quais os efeitos das propriedades do fluido e da geometria na intensidade dos picos de pressão. A intensidade dos picos de pressão está relacionada ao fenômeno de superposição de ondas de pressão que se refletem nas extremidades da geometria. Aumentando o comprimento do poço, a viscosidade, a tensão limite de escoamento e a compressibilidade do fluido, ou diminuindo a massa específica e a área de uma das geometrias, proporciona-se uma dissipação mais rápida da onda de pressão. Quanto menor é a dissipação da onda de pressão por atrito viscoso, maior é a intensidade dos picos de pressão no fundo do poço. Para o caso com vazão constante na entrada como condição de contorno, a intensidade dos picos decresce com o aumento da razão de áreas, enquanto que para o caso com pressão constante, pode apresentar um valor mínimo.

Palavras-chave: Escoamento transitório e compressível, Fluido de Bingham, Transmissão de Pressão, Picos de Pressão, Método das Características.

OLIVEIRA, Gabriel Merhy, **MODELING OF PRESSURE TRANSMISSION DURING THE START-UP OF NON-GELLED DRILLING FLUIDS**, 2011, MSc Thesis - Postgraduate Program in Mechanical and Materials Engineering, Federal University of Technology - Paraná, Curitiba, 130 p.

ABSTRACT

The fluid flow start-up is a significant problem in deepwater and in long wells such as those of the Brazilian subsalt layers. Depending on the well geometry and fluid properties, significant pressure peaks may take place affecting the wellbore structure. This work presents a mathematical model to simulate the transient and compressible flow start-up of drilling fluids so as to predict the pressure transmission along the well and the pressure peak during the flow start-up. The model is based on the conservation equations of mass and momentum which are solved by the method of characteristics. Drilling fluids are treated as non-newtonian Bingham fluids and viscous effects are considered by using the friction factor approach. The model results are corroborated with some experimental values for a Newtonian (water) and two drilling fluids. Case studies are conducted to verifying how the magnitudes of the pressures peaks are affected by the fluid properties and the well geometry. The magnitude of the pressure peak is related to the phenomenon of superposition of pressure waves that are reflected in the ends of the drillpipe-well geometry. Either increasing the well length, viscosity, yield stress and fluid compressibility, or decreasing the fluid density and the cross-sectional area, the pressure wave is faster dissipated. The lower the pressure wave dissipation by viscous friction larger is the magnitude of the pressure peak in the borehole. For constant inlet flow rates as boundary condition, the magnitude of the peaks decreases as the ratio of the pipe and well cross-sectional areas increases, whereas for constant inlet pressure cases, this peak reaches a minimum value.

Keywords: Transient Compressible Flow, Bingham Fluid, Pressure Transmission, Pressure Peaks, Method of Characteristics.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xiv
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xv
LISTA DE SÍMBOLOS	xvi
1 INTRODUÇÃO	19
1.1 Cenário Atual da Perfuração de Poços de Petróleo	19
1.2 O Processo de Perfuração	20
1.3 Descrição do Problema	23
1.4 Objetivos	24
1.5 Estrutura do Trabalho	24
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.1 Conceitos Fundamentais	26
2.1.1 Escoamento Compressível	26
2.1.2 Fluidos Não Newtonianos	27
2.2 Estudos Anteriores	31
2.3 Síntese do Capítulo	34
3 MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODO NUMÉRICO	37
3.1 Formulação do Problema	37
3.2 Equações Governantes	39
3.2.1 Equação da Conservação da Massa	39
3.2.2 Equação da Quantidade de Movimento	40
3.2.3 Equação Constitutiva e Fator de Atrito	41
3.3 Adimensionalização das Equações	43
3.4 Condições Iniciais e de Contorno	44
3.5 Parâmetros do Escoamento	45
3.5.1 Caso de Pressão Constante	45
3.5.2 Caso de Vazão Constante	50
3.6 Metodologia de Solução Através do Método das Características	50
3.7 Procedimento de Cálculo	55
3.8 Síntese do Capítulo	59
4 VERIFICAÇÃO DO MODELO	60
4.1 Comparação com a Solução Analítica	60
4.1.1 Escoamento com Pressão Constante	60
4.1.2 Escoamento com Vazão Constante	64

4.2	Análise do Critério de Convergência – Fluido de Bingham	66
4.3	Análise de Sensibilidade da Malha	69
4.4	Comparação com Resultados Experimentais	73
4.4.1	Descrição da Sonda Experimental	73
4.4.2	Procedimento dos Testes	75
4.4.3	Resultados Experimentais	77
4.5	Síntese do Capítulo	82
5	RESULTADOS	84
5.1	Escoamento com Pressão Constante	85
5.1.1	Efeito dos Parâmetros	88
5.1.2	Intensidade do Pico de Pressão no Fundo do Poço	99
5.2	Escoamento com Vazão Constante	103
5.2.1	Efeito dos Parâmetros	106
5.2.2	Intensidade do Pico no Fundo do Poço	113
5.3	Síntese do Capítulo	115
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	116
6.1	Conclusões	116
6.2	Sugestões	118
	REFERÊNCIAS	119
	APÊNDICE A – SOLUÇÕES ANALÍTICAS	122

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Recordes de profundidade na exploração de poços marítimos.....	20
Figura 1.2 – Esquema de perfuração de um poço.....	21
Figura 1.3 – Janela operacional demonstrativa da pressão de poros e a de fratura da formação em função da profundidade da lâmina d'água.....	22
Figura 2.1 – Viscosidade do fluido (η) em função da taxa de deformação ($\dot{\gamma}$) para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido.....	28
Figura 2.2 – Tensão de cisalhamento (τ) em função da taxa de deformação por cisalhamento ($\dot{\gamma}$) para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido.....	29
Figura 2.3 – Comportamento da tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento para cinco fluidos de perfuração diferentes.....	30
Figura 3.1 – Esquema do fundo do poço (a) e Geometria-Domínio do problema: vista longitudinal (b) e vista superior (c).....	38
Figura 3.2 – Condição de contorno na entrada da tubulação. (a) condição 1 – Pressão constante. (b) condição 2 – Vazão constante.....	45
Figura 3.3 – Malhas espacial e temporal adotadas.....	52
Figura 3.4 – Distribuição dos volumes da malha ao longo da coluna e do espaço anular.....	55
Figura 3.5 – Fluxograma do procedimento de cálculo.....	58
Figura 4.1 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Oliveira <i>et al.</i> (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da pressão. Caso com pressão constante na entrada.....	62
Figura 4.2 – Campo de pressão obtido com o presente modelo em diferentes instantes de tempo. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,0; 1,2; \dots; 2,0$ e $15,0$. Caso com pressão constante na entrada.....	63
Figura 4.3 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Oliveira <i>et al.</i> (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da vazão na entrada da tubulação. Caso com pressão constante na entrada.....	63
Figura 4.4 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Negrão <i>et al.</i> (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da pressão na entrada e no meio da tubulação. Caso com vazão constante na entrada.....	65
Figura 4.5 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Negrão <i>et al.</i> (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da vazão no meio da tubulação. Caso com vazão constante na entrada.....	65

Figura 4.6 – Evolução temporal da pressão ao longo da tubulação. Comparação entre malhas e número de iterações. Caso com pressão constante na entrada.	67
Figura 4.7 – Efeito temporal do número de iterações na soma total dos resíduos locais (a) e no resíduo máximo local (b) para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células.	68
Figura 4.8 – Efeito do número de iterações, para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células, (a) na soma total dos resíduos locais e no resíduo máximo local no instante de tempo $t^* = 2,4$, e (b) no tempo computacional necessário para a simulação.	68
Figura 4.9 – Efeito temporal do número de iterações nos campos de pressão (a) e vazão (b) no instante de tempo $t^* = 2,4$ para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células.	69
Figura 4.10 – Análise da malha na evolução temporal da pressão em três posições ao longo da tubulação.	70
Figura 4.11 – Análise da malha na evolução temporal da vazão na entrada e na saída da tubulação.	71
Figura 4.12 – Efeito da malha no campo de vazão no instante $t^* = 5,8$	72
Figura 4.13 – Representação esquemática da sonda experimental.	73
Figura 4.14 – Comportamento da vazão e da pressão na entrada do poço durante a realização dos testes experimentais.	76
Figura 4.15 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S1 para a vazão volumétrica de 1,122 l/s.	78
Figura 4.16 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S3 para a vazão volumétrica de 1,122 l/s.	79
Figura 4.17 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S1 para a vazão volumétrica de 8,7 l/s.	79
Figura 4.18 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S3 para a vazão volumétrica de 8,7 l/s.	80
Figura 4.19 – Evolução temporal da pressão medida e calculada para o fluido A (a) S1, (b) S2 e (c) S3.	81
Figura 4.20 – Evolução temporal da pressão medida e calculada para o fluido B.	82
Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão em várias posições da tubulação para o caso da Tabela 5.2.	85
Figura 5.2 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,2; 1,5; 1,6$ e $20,0$	87
Figura 5.3 – Evolução temporal da vazão na entrada ($z^* = 0$), no meio ($z^* = 0,5$) e na saída da tubulação, ($z^* = 1,0$) para o caso da Tabela 5.2 com pressão constante na entrada.	88
Figura 5.4 – Efeito do tempo de subida na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	89
Figura 5.5 – Efeito do parâmetro λ na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$. $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	91

Figura 5.6 – Comparação dos campos de pressão em $t^* = 0,3; 0,5; 0,6$ e $1,0$ para o caso da Tabela 5.2. a) com $\lambda = 0,5$. b) $\lambda = 10,0$	92
Figura 5.7 – Comparação dos campos de pressão em $t^* = 1,0; 1,3; 1,5$ e $1,6$ para o caso da Tabela 5.2. a) com $\lambda = 0,5$. b) $\lambda = 10,0$	92
Figura 5.8 – Número de Bingham Bi máximo para que haja escoamento em função da razão de áreas RA e do espaçamento anular ε_2 para o caso com pressão constante na entrada da tubulação	93
Figura 5.9 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$, $z^* = 0,5$ e $z^* = 0,9$. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	94
Figura 5.10 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da vazão na saída da tubulação. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	96
Figura 5.11 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	97
Figura 5.12 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2 com $RA = 2,0$. a) Em $t^* = 0,3; 0,5; 0,6$ e $0,9$. b) Em $t^* = 1,0; 1,3$ e $1,6$	98
Figura 5.13 – Efeito do espaçamento anular ε_2 na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	99
Figura 5.14 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço em função do parâmetro λ ($\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$). a) $Bi = 0,0$ b) $Bi = 0,2$ c) $Bi = 0,5$ e d) $Bi = 0,7$	101
Figura 5.15 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço em função do número de Bingham Bi . $\lambda = 1,0$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	102
Figura 5.16 – Efeito do espaçamento anular na intensidade do pico de pressão no fundo do poço ($\lambda = 1,0$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$).	103
Figura 5.17 – Evolução temporal da pressão em várias posições da tubulação para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada	104
Figura 5.18 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,2; 1,5$ e $20,0$	105
Figura 5.19 – Evolução temporal da vazão em $z^* = 0,1$, $z^* = 0,5$ e em $z^* = 1,0$ para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada	106
Figura 5.20 – Efeito do parâmetro λ na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,0$ e em $z^* = 0,5$. $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	107
Figura 5.21 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão na entrada da tubulação com a condição de contorno de vazão volumétrica constante na entrada. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$	108

- Figura 5.22 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão no fundo do poço com a condição de contorno de vazão volumétrica constante na entrada. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 109
- Figura 5.23 – Efeito do número de Bingham no campo de pressão nos instantes $t^* = 1,0$; $1,2$ e $1,4$. a) $Bi = 0,2$.
b) $Bi = 0,7$. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 110
- Figura 5.24 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão na entrada do poço. $\lambda = 1,0$;
 $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 111
- Figura 5.25 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$;
 $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 111
- Figura 5.26 – Efeito do espaçamento anular ε_2 na evolução temporal da pressão na entrada e no fundo do poço. Escoamento com vazão constante. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 112
- Figura 5.27 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço para o caso com vazão constante em função do número de Bingham Bi e λ . $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 114
- Figura 5.28 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço para o caso com vazão constante em função do número de Bingham Bi e ε_2 . $\lambda = 1,0$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$ 114

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades de cinco fluidos de perfuração (Fonte: PETROBRAS).....	30
Tabela 2.2 – Características principais dos modelos matemáticos revisados (1987 – 2006).....	35
Tabela 2.3 – Características principais dos modelos matemáticos revisados (2007 – 2010).....	36
Tabela 3.1 – Condições de Contorno Estudadas.	45
Tabela 3.2 – Equações e parâmetros governantes.	59
Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para comparação com a solução analítica.....	61
Tabela 4.2 – Parâmetros utilizados para análise do critério de convergência e da sensibilidade da malha.	66
Tabela 4.3 – Efeito do refino da malha no número de iterações e no tempo computacional.....	72
Tabela 4.4 – Propriedades dos fluidos.....	75
Tabela 4.5 – Parâmetros do escoamento.....	77
Tabela 5.1 – Parâmetros da perfuração.	84
Tabela 5.2 – Parâmetros utilizados para a análise de sensibilidade.....	85
Tabela 5.3 – Efeito de Bi na pressão de regime permanente, no pico de pressão, na intensidade do pico e na vazão de regime permanente.....	95

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FORTRAN	Linguagem de Programação
LACIT	Laboratório de Ciências Térmicas
M.O.C	Método das Características
M.V.F	Método dos Volumes Finitos
NUEX	Núcleo Experimental
PETROBRAS	Petróleo Brasileiro S.A.
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos:

A_s	Área da seção transversal da tubulação s (coluna ou anular)	$[m^2]$
B^+, B^-	Coefficientes das linhas características	$[-]$
B_T	Número de Bingham total do escoamento	$[-]$
Bi	Número de Bingham global do escoamento	$[-]$
$Bi_{z,t}$	Número de Bingham local	$[-]$
C^+, C^-	Linhas características	$[-]$
c	Velocidade de propagação da onda de pressão	$[ms^{-1}]$
D	Diâmetro da tubulação	$[m]$
D_h	Diâmetro hidráulico da tubulação	$[m]$
f	Fator de atrito de Fanning	$[-]$
f	Indicativo de uma função	$[-]$
F^+, F^-	Coefficientes das linhas características	$[-]$
F_v	Fator relativo à variação da forma da geometria coluna-poço	$[-]$
g	Aceleração da gravidade	$[ms^{-2}]$
K_s	Impedância característica da tubulação s	$[-]$
k	Contador do processo iterativo temporal	$[-]$
L	Comprimento da tubulação	$[m]$
Ma_s	Número de Mach na tubulação s	$[-]$
N	Número de células total	$[-]$
n	Contador do processo iterativo da vazão	$[-]$
P	Pressão	$[Pa]$
Q	Vazão volumétrica	$[m^3 s^{-1}]$
R^2	Coefficiente de correlação entre duas variáveis	$[-]$
R_s	Resistência característica do escoamento na tubulação s	$[-]$
r	Direção radial	$[m]$
RA	Razão de Áreas	$[-]$
Re_s	Número de Reynolds característico do escoamento na tubulação s	$[-]$
$Re_{z,t}$	Número de Reynolds local	$[-]$
Res	Resíduo do processo iterativo da vazão	$[-]$
T	Temperatura	$[K]$

t	Tempo	[s]
V	Velocidade média do escoamento	[$m s^{-1}$]
z	Direção axial	[m]

Símbolos Gregos:

α	Compressibilidade do fluido	[Pa^{-1}]
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	[s^{-1}]
ΔP	Diferença de Pressão	[Pa]
Δt	Intervalo de tempo	[s]
Δz	Comprimento de cada célula	[m]
δ_s	Razão de aspecto da tubulação s	[-]
ε	Espaçamento da tubulação	[-]
ζ	Fator de forma da geometria	[-]
H	Razão dos diâmetros hidráulicos	[-]
η	Viscosidade aparente do fluido	[$Pa s$]
θ	Direção angular	[rad]
λ	Parâmetro característico do problema (dissipação viscosa)	[-]
μ_p	Viscosidade plástica do Fluido de Bingham	[$Pa s$]
ν	Volume específico do fluido	[$kg^{-1} m^3$]
ρ	Massa específica do fluido	[$kg m^{-3}$]
τ	Tensão de cisalhamento	[Pa]
τ_0	Tensão limite de escoamento	[Pa]
φ	Razão de comprimentos (coluna/total)	[-]
χ	Multiplicador do método das características	[-]
ψ	Condutância do fluido	[-]

Subscritos:

1	Referente à tubulação de entrada (coluna de perfuração)
2	Referente ao espaço anular
B	Relativo à Bomba

<i>e</i>	Referente à parede externa do espaço anular
<i>i</i>	Referente à parede interna do espaço anular
<i>i</i>	Referente à posição na coluna
<i>in</i>	Referente à entrada da coluna
<i>j</i>	Referente à posição no espaço anular
<i>lam</i>	Relativo ao escoamento laminar
<i>max</i>	Relativo ao valor máximo da propriedade
<i>min</i>	Relativo ao valor mínimo da propriedade
<i>out</i>	Referente à saída do espaço anular
<i>pico</i>	Relativo à máxima pressão observada
<i>R</i>	Valor de referência
<i>r</i>	Referente à direção radial
<i>RP</i>	Relativo à condição de regime permanente
<i>s</i>	Referente a alguma tubulação ($s = 1$ para coluna e $s = 2$ para o espaço anular)
<i>set</i>	Referente ao instante que ocorre a mudança da condição de contorno
<i>sub</i>	Referente ao tempo necessário para atingir ao máximo valor da pressão
<i>T</i>	Referente ao total
<i>turb</i>	Relativo ao escoamento turbulento
<i>z</i>	Referente à direção axial

Sobrescritos:

*	Propriedade adimensional
+	Referente à linha característica C^+
-	Referente à linha característica C^-
'	Indicativo de correção do parâmetro

1 INTRODUÇÃO

1.1 Cenário Atual da Perfuração de Poços de Petróleo

Apesar dos investimentos no desenvolvimento de novas fontes energéticas, o petróleo e o gás natural continuarão a desempenhar um papel importante no cenário energético mundial nos próximos anos. A crescente demanda por energia, em decorrência do desenvolvimento da sociedade e do processo de industrialização, aliada a extrema dependência do petróleo, faz com que sua exploração continue aumentando. Como se trata de um combustível fóssil e, portanto, de uma fonte de energia não renovável, as reservas petrolíferas convencionais vêm sendo esgotadas gradativamente (LARSON, 2004).

Diante da escassez de oferta de petróleo e gás natural nas áreas de produção convencionais, torna-se necessário o avanço para a exploração em águas cada vez mais profundas. Porém, o aumento da profundidade da lâmina d'água e da extensão do poço, impõe uma série de obstáculos às etapas de exploração, perfuração e produção. Desta forma, para que se torne possível e viável as explorações desses campos petrolíferos, são necessários investimentos significativos em novas tecnologias que possibilitem um processo de perfuração adequado e com segurança. Nesse cenário, verifica-se que os gastos com a perfuração de poços submarinos vão dominar os investimentos da indústria petrolífera mundial nos próximos anos (WESTWOOD, 2005).

Revelando esta tendência, verifica-se no Brasil a atuação da PETROBRAS, que atualmente possui cerca de 65% de seus blocos exploratórios marítimos em lâminas d'água com mais de 400 metros de profundidade. Buscando garantir a demanda atual e futura por petróleo, tem-se verificado ao longo dos últimos anos que a PETROBRAS vem realizando suas atividades de perfuração exploratória em águas mais profundas, com poços cada vez mais extensos. A Figura 1.1 ilustra os recordes de profundidade atingidos na perfuração. Nota-se que em 2007 para a exploração do campo de Tupi na Bacia de Santos foram ultrapassados mais de 2 km de lâmina d'água, 1 km de camada de rocha na camada chamada de pós-sal, mais 2 km de espessura de uma camada de sal, para por fim atingir os reservatórios da camada pré-sal (PETROBRAS, 2009).

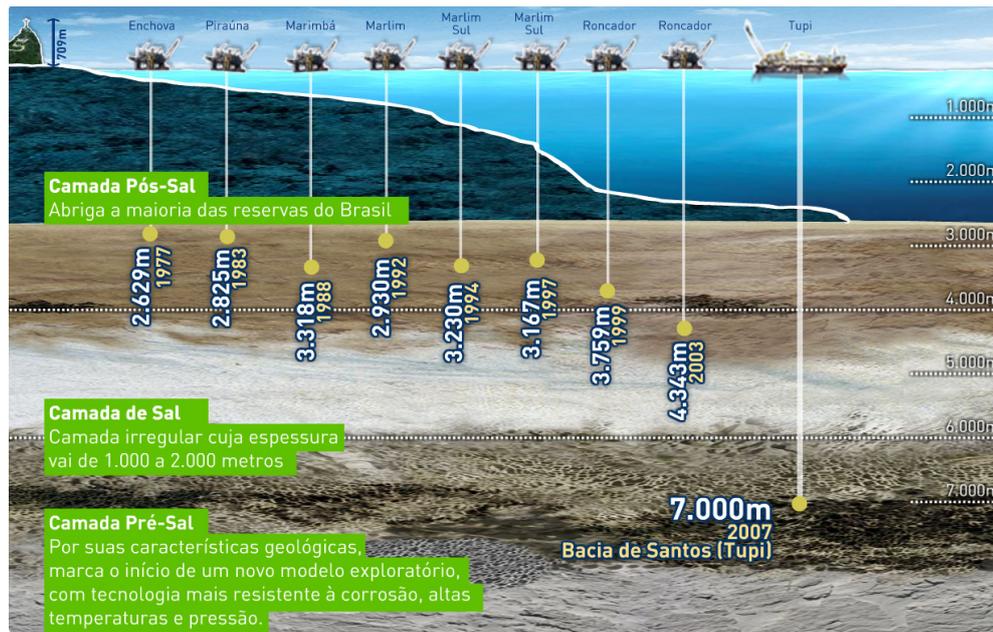


Figura 1.1 – Recordes de profundidade na exploração de poços marítimos.
(Fonte: PETROBRAS, 2009)

A perspectiva de novas descobertas de reservas petrolíferas em lâminas d'água cada vez mais profundas e em outros ambientes adversos, como as descobertas dos campos de Tupi e Júpiter pela PETROBRAS recentemente, com mais de dois mil metros de lâmina d'água, tem imposto um grande desafio tecnológico a projetistas e engenheiros de poços. É fundamental desenvolver tecnologias para a perfuração e o controle do processo que tornem seguro e economicamente viável a exploração desses reservatórios, onde a alta pressão e o elevado gradiente de temperatura exigem equipamentos e técnicas especiais (PETROBRAS, 2009).

Analisando este cenário, nota-se que para suprir o aumento da demanda por petróleo previsto para os próximos anos, é necessário investir em pesquisas visando o desenvolvimento tecnológico das diversas etapas do processo de perfuração, tornando acessíveis novos recursos petrolíferos a custos competitivos e com segurança.

1.2 O Processo de Perfuração

O processo de perfuração de um poço basicamente ocorre devido à ação de rotação e aplicação de força sobre uma broca disposta na extremidade da coluna de perfuração, formada

pela união de vários tubos. A Figura 1.2 apresenta de forma esquemática os principais componentes de um processo de perfuração.

O controle da força sobre a broca, bem como a movimentação da coluna de perfuração, ocorre através de um sistema de cabos e polias, posicionados no alto da torre. A rotação da broca pode ocorrer de diferentes maneiras. Em poços verticais, é comum a utilização de um sistema localizado na superfície do poço, que proporciona a rotação tanto da coluna quanto da broca. Na perfuração de poços direcionais, utilizam-se sistemas localizados no fundo do poço que aproveitam a circulação do fluido de perfuração para proporcionar a rotação da broca (THOMAS *et al.*, 2001).

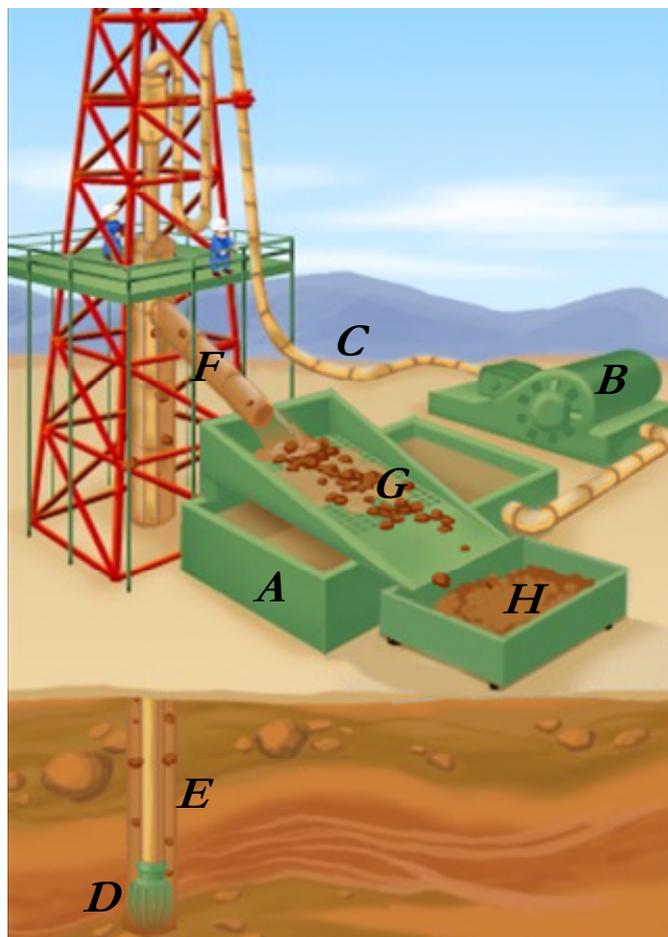


Figura 1.2 – Esquema de perfuração de um poço.
(Adaptado de: SCHLUMBERGER, 2007)

Para que a perfuração ocorra, os cascalhos produzidos pela broca devem ser retirados do poço pelo fluido de perfuração. A Figura 1.2 ilustra parte do processo de perfuração. O fluido de perfuração é succionado dos tanques reservatórios (A) pela ação de bombas (B) e é injetado na coluna de perfuração (C) até passar através de orifícios localizados na broca (D).

Os cascalhos originados na perfuração são transportados pelo fluido, através do espaço anular formado entre a parede da formação e a coluna (E) até a linha de retorno (F). Os cascalhos são então separados do fluido (G) para serem analisados e descartados (H). Em seguida, o fluido é submetido a um processo de filtragem e, caso necessário, sofre uma correção de propriedades através da adição de agentes químicos. Após a análise e tratamento do fluido, ele é reaproveitado e volta para os tanques, reiniciando o ciclo.

Entre as funções do fluido de perfuração estão: o controle das pressões no interior do poço, a sustentação de parte do peso da coluna através do empuxo, a remoção de cascalhos resultantes da perfuração, a refrigeração e a lubrificação da broca. Pressões excessivas podem fraturar a estrutura do poço e permitir que o fluido invada a formação, contaminando-a e danificando-a. Por outro lado, pressões insuficientes, abaixo da pressão de poros (pressão do fluido contido no meio poroso da formação), podem permitir o influxo do fluido da formação para o interior do poço, provocando o chamado *kick*. Caso este influxo não seja controlado a tempo, pode ocorrer um *blowout*; fluxo descontrolado de fluidos da formação para a superfície. Essa faixa entre a pressão de fratura e a pressão de poros define o limite (janela) operacional da pressão no poço durante perfuração. A Figura 1.3 ilustra esta janela operacional, note que à medida que a profundidade de lâmina d'água aumenta, ocorre o estreitamento dessa faixa de pressão. Visando manter a pressão dentro dessa janela operacional, normalmente, ajusta-se a massa específica do fluido de perfuração, adicionando agentes químicos, e controlam-se as vazões e pressões de bombeio (SANTOS, 2006).

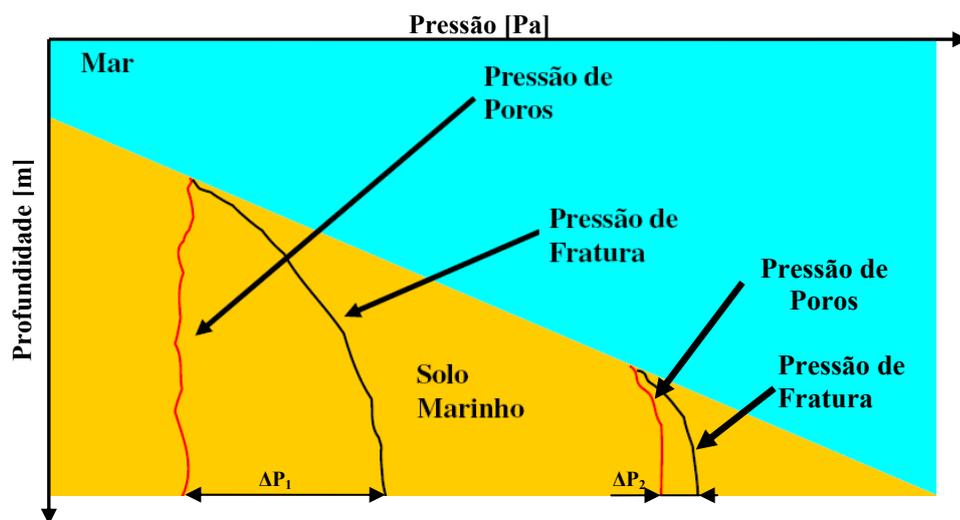


Figura 1.3 – Janela operacional demonstrativa da pressão de poros e a de fratura da formação em função da profundidade da lâmina d'água.

(Adaptado de: SANTOS, 2006)

A perfuração de cada poço demanda características especiais ao fluido. Assim, vários tipos de fluido são empregados, sendo que na sua maioria apresentam comportamento não newtoniano. Uma classe importante de materiais não newtonianos são os fluidos viscoplásticos. Segundo Souza Mendes e Dutra (2004) fluidos viscoplásticos são materiais com elevada viscosidade quando submetidos a baixas taxas de deformação e baixa viscosidade, em altas taxas de deformação. Além dessa característica reológica dos fluidos, alguns também são tixotrópicos, isto é, suas propriedades variam com o tempo e com a condição do escoamento, adquirem um estado semi-rígido quando estão em repouso e voltam a adquirir um estado de fluidez quando estão novamente em movimento. Este fenômeno é conhecido como gelificação do fluido, e está relacionado à capacidade do fluido manter os cascalhos em suspensão durante um período de parada do bombeamento.

Para que o processo de perfuração possa ser realizado de forma segura é fundamental conhecer o comportamento do fluido, as perdas de carga envolvidas em todas as etapas do processo, a velocidade de transporte dos cascalhos e a faixa de pressão em que está ocorrendo a perfuração.

A fim de evitar que a pressão ultrapasse a pressão de fratura do poço, o processo de perfuração é realizado em diversas fases. As fases podem possuir diferentes diâmetros, cada fase, depois de concluída, é revestida e cimentada, isolando assim o poço perfurado da formação vizinha. Comumente, empregam-se os diâmetros nominais de 20", 13 $\frac{3}{8}$ " , 9 $\frac{5}{8}$ " e 7" para o revestimento (THOMAS *et al.*, 2001).

1.3 Descrição do Problema

Durante a operação de perfuração de poços, é desejável manter o escoamento de fluido sem interrupção. Entretanto, períodos de parada são passíveis de acontecer em virtude da troca da coluna de perfuração, para realização da operação de revestimento, por questões de manutenção e segurança. O reinício do escoamento, por sua vez, requer certos cuidados, pois a propagação da pressão pode gerar uma pressão muito maior que a usual de operação contínua, e dessa forma pode proporcionar a fratura da estrutura do poço, ou a danificação da coluna de perfuração, prejudicando, ou até mesmo, inviabilizando a atividade de perfuração (BJØRKEVOLL *et al.*, 2003).

Considerando as elevadas pressões envolvidas em águas profundas e a estreita janela operacional existente entre a pressão de poros e a de fratura da formação (Figura 1.3), verifica-se que é fundamental conhecer a maneira como ocorre a propagação de pressão durante o reinício da circulação do fluido de perfuração. Sabendo previamente que a retomada da circulação pode ultrapassar a janela operacional, podem-se traçar alternativas para a realização da perfuração de forma segura e eficaz. Uma maneira de se estimar os picos de pressão que podem ocorrer durante o reinício é através da simulação numérica do escoamento por meio da modelagem matemática do problema.

Grande parte da complexidade envolvida na modelagem deve-se ao fluido de perfuração se compressível e viscoplástico, e da transitoriedade do processo. Além disso, a solução analítica das equações envolvidas no escoamento de fluidos é extremamente difícil, ou até mesmo impossível, em alguns casos, o que torna necessário o uso de métodos numéricos adequados.

1.4 Objetivos

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo matemático para simular o escoamento compressível e transitório característico do reinício da circulação de fluidos de perfuração não gelificados. Este modelo deve contemplar tanto o escoamento no interior da coluna de perfuração bem como a região anular formada entre a coluna e a parede do poço. Com base neste modelo pretende-se analisar a propagação da onda de pressão durante o reinício e verificar os efeitos de diferentes fluidos, geometrias e condições de contorno na intensidade do pico de pressão observado no fundo do poço.

1.5 Estrutura do Trabalho

O conteúdo do trabalho está estruturado em seis capítulos e um apêndice. No primeiro capítulo, faz-se a abordagem do tema, apresenta-se e contextualiza-se o problema e os objetivos são traçados.

No Capítulo 2, são apresentados as definições, conceitos e informações da bibliografia relevantes ao projeto e também os principais estudos anteriores relacionados à modelagem do reinício do escoamento e avaliação dos picos de pressão.

O terceiro capítulo apresenta a modelagem matemática e o método numérico utilizado para solução das equações. Além das considerações empregadas na simplificação das equações principais e as condições iniciais e de contorno, também se apresenta neste capítulo a adimensionalização das equações em função dos parâmetros principais do problema. Finalizando o capítulo detalhes da discretização das equações através do método das características e o procedimento de cálculo com o fluxograma de solução do modelo matemático são mostrados.

Comparações com soluções analíticas, análise do critério de convergência e de malha, bem como a validação com base nos dados experimentais são verificadas no decorrer do Capítulo 4.

No quinto capítulo apresentam-se os resultados do modelo em função dos parâmetros adimensionais característicos e analisa-se a intensidade dos picos de pressão no fundo do poço para vários casos.

Já no último capítulo faz-se um apanhado geral do trabalho, discutem-se os resultados obtidos, apresentam-se as principais conclusões e apontam-se algumas sugestões para trabalhos futuros.

No apêndice é apresentada a metodologia para obtenção das soluções analíticas utilizadas no Capítulo 4 para a validação do modelo matemático desenvolvido.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo, são apresentados alguns conceitos e definições relevantes para a compreensão e desenvolvimento do modelo matemático, e também são discutidos alguns trabalhos obtidos da literatura e que são relacionados ao tema. Na Seção 2.1 apresentam-se os conceitos fundamentais, como compressibilidade e tensão limite de escoamento. A Seção 2.2 traz uma revisão bibliográfica realizada sobre o reinício do escoamento de fluidos.

2.1 Conceitos Fundamentais

2.1.1 Escoamento Compressível

Segundo Anderson (1990), os escoamentos compressíveis são aqueles que possuem variações da massa específica devido à variação de pressão e temperatura. Deve-se observar que todos os escoamentos são compressíveis. Contudo, para alguns fluidos, essa variação é tão pequena que pode ser desconsiderada. Uma maneira de considerar o efeito da variação da massa específica é através de uma grandeza denominada compressibilidade isotérmica do fluido. Esta propriedade é definida como a variação relativa do volume específico do fluido em relação à de pressão, considerando a temperatura constante (ANDERSON, 1990):

$$\alpha = -\frac{1}{\nu} \left(\frac{\partial \nu}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dP} \right)_T \quad (2.1)$$

em que α e ν são, respectivamente, a compressibilidade e o volume específico do fluido, P é a pressão aplicada, T a temperatura e ρ a massa específica.

A compressibilidade do fluido pode ser relacionada também com a velocidade de propagação da onda de pressão, c (ANDERSON, 1990):

$$\alpha = \frac{1}{\rho c^2} \quad (2.2)$$

2.1.2 Fluidos Não Newtonianos

Para fluidos de trabalho comumente utilizados em problemas de engenharia, a sua viscosidade independe da taxa de deformação. Estes fluidos, tal como a água, são ditos newtonianos. Na área de petróleo, sabe-se a viscosidade de muitos fluidos utilizados durante o processo de perfuração, completação, cimentação e até mesmo alguns óleos é dependente da taxa de deformação aplicada. Estes fluidos são chamados de não newtonianos (DARLEY E GRAY, 1988).

Os fluidos não newtonianos são aqueles que não obedecem à lei da viscosidade de Newton, ou seja, a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação. Existem diversos modelos disponíveis na literatura que relacionam a viscosidade em função da taxa de deformação. Bird *et al.* (1987) apresentam desde formulações mais simples, como os modelos baseados na aproximação de fluido newtoniano generalizado, até modelos mais elaborados, que consideram inclusive as características moleculares do material e são capazes de reproduzir com maiores detalhes o escoamento.

A forma mais simples de se modelar um fluido não newtoniano é através de uma relação similar àquela empregada para fluidos newtonianos, que é o modelo de fluido newtoniano generalizado. Essa formulação é derivada da relação entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação proposta por Newton. Porém, neste caso, a viscosidade é uma função da taxa de deformação. Para a direção axial do escoamento, Bird *et al.* (1987) apresentam esse modelo da seguinte forma:

$$\tau_{rz} = \eta \dot{\gamma}_{rz} \quad (2.3)$$

em que τ_{rz} é a tensão de cisalhamento na direção axial, $\dot{\gamma}_{rz}$ a taxa de deformação nesta direção e η é a viscosidade não newtoniana do fluido, ou viscosidade aparente. A partir desse modelo podem ser derivadas várias outras formulações como as expressões de Lei de Potência, Bingham e Herschel-Bulkley utilizadas para representar o comportamento da viscosidade para fluidos não newtonianos.

A Figura 2.1 ilustra este comportamento da viscosidade para os fluidos newtoniano, plástico de Bingham, dilatante e pseudoplástico. Observa-se nesta figura que a viscosidade de um fluido newtoniano é constante com a taxa de deformação, enquanto que para um fluido de Bingham a viscosidade decresce com o aumento da taxa, para elevadas taxas, o

comportamento é similar ao newtoniano. Comportamento oposto é verificado para os fluidos dilatantes e pseudoplásticos, para baixas taxas de deformação a viscosidade desses fluidos é praticamente constante, com o aumento da taxa de deformação, a viscosidade tende a aumentar nos fluidos ditos dilatantes, enquanto se reduz nos pseudoplásticos.

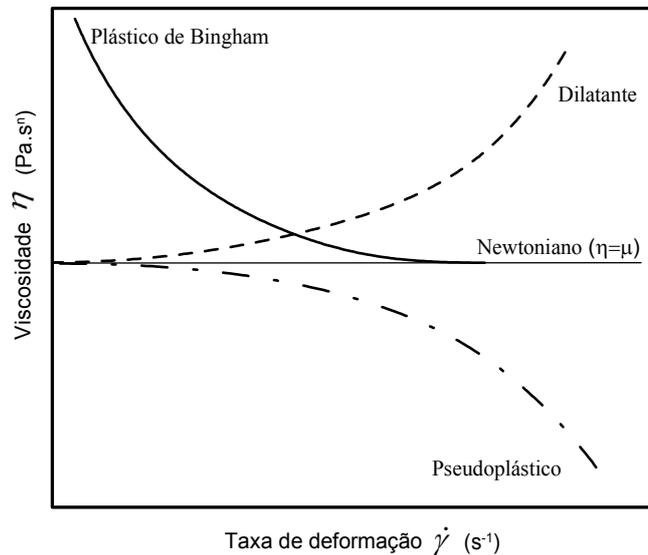


Figura 2.1 – Viscosidade do fluido (η) em função da taxa de deformação ($\dot{\gamma}$) para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido.

As expressões para fluido de Bingham representam de forma simples um conjunto de modelos chamados viscoplásticos. Esses modelos introduzem a característica de plasticidade ao material a partir de uma tensão mínima, chamada de tensão limite de escoamento (τ_0), abaixo da qual o fluido não escoa. Quando a tensão de cisalhamento é maior do que τ_0 , a relação entre tensão e taxa de deformação é linear, como ocorre com os fluidos newtonianos (TANNER, 2002):

$$\tau_{rz} = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}_{rz} \quad \text{se } |\tau_{rz}| > \tau_0 \quad (2.4)$$

em que μ_p é a viscosidade plástica do fluido e representa a inclinação da curva tensão versus taxa de deformação (cisalhamento).

Se a tensão de cisalhamento é menor do que τ_0 , considera-se que o fluido não apresenta deformação (TANNER, 2002):

$$\dot{\gamma}_{rz} = 0 \quad \text{se } |\tau_{rz}| \leq \tau_0 \quad (2.5)$$

O fluido de Lei de Potência, por sua vez, é caracterizado pelo fato de sua tensão de cisalhamento variar de maneira não linear com o aumento da taxa de deformação. Já o fluido de Herschel-Bulkley, outro fluido viscoplástico, apresenta tensão limite de escoamento, como o fluido de Bingham, mas acima deste limite a tensão de cisalhamento varia com uma lei de potência. A Figura 2.2 apresenta o modo como ocorre a variação da tensão de cisalhamento para alguns fluidos. Note que o fluido de Bingham tem um comportamento similar a um fluido newtoniano após a tensão limite de escoamento (τ_0).

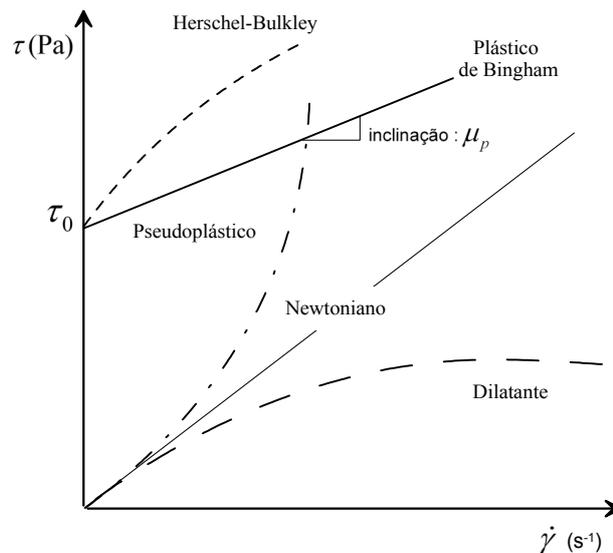


Figura 2.2 – Tensão de cisalhamento (τ) em função da taxa de deformação por cisalhamento ($\dot{\gamma}$) para diferentes comportamentos da viscosidade de fluido.
(Adaptado de: WHITE, 2003)

Há vários outros modelos para representar a relação entre a viscosidade e a tensão de cisalhamento disponíveis na literatura e que podem ser encontrados em Bird *et al.* (1987).

A formulação dos fluidos de perfuração é muito complexa, sendo ajustada conforme as características desejadas para o processo de perfuração. Desta forma, o comportamento reológico dos fluidos de perfuração pode variar significativamente. Segundo Bourgoyne *et al.* (1986) e Darley e Gray (1988) grande parte dos fluidos de perfuração podem ser aproximados como fluidos de Bingham em virtude da presença da tensão limite de escoamento e o comportamento próximo ao newtoniano a altas taxas de deformação. Visando verificar esta informação, cinco fluidos de perfuração utilizados pela PETROBRAS, com características diferentes, foram submetidos a testes reológicos com o viscosímetro Fann 35. A Figura 2.3 apresenta a curva de tensão por taxa de deformação obtida para cada um destes fluidos.

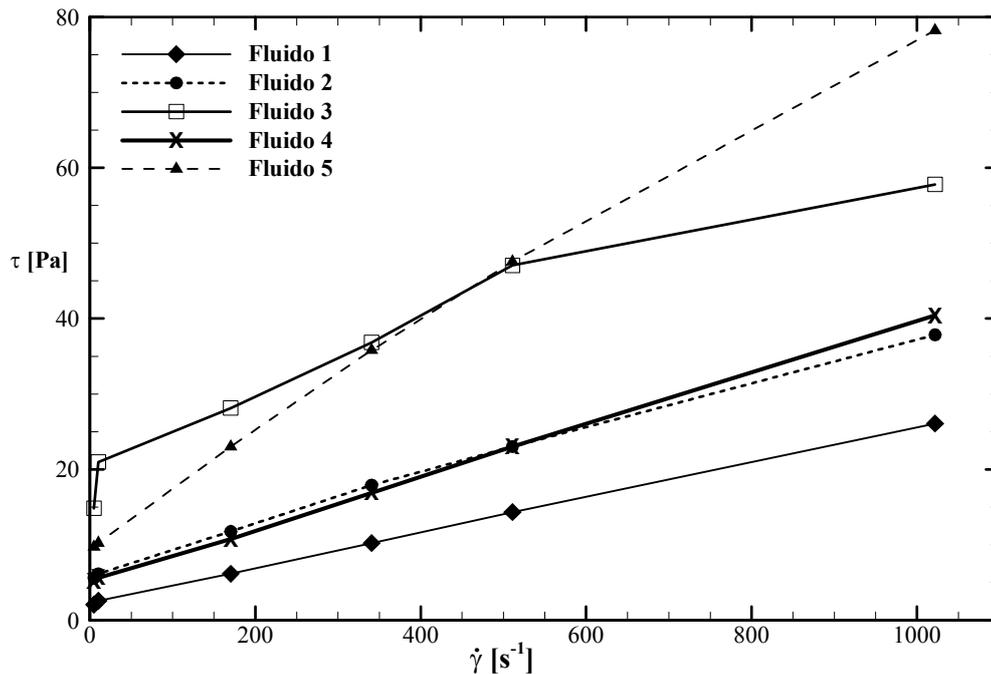


Figura 2.3 – Comportamento da tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento para cinco fluidos de perfuração diferentes.

Analisando a Figura 2.3 pode-se verificar claramente a presença da tensão limite de escoamento para todos os fluidos, nota-se ainda que o comportamento para quase todos os fluidos é similar ao verificado para um fluido de Bingham, com exceção do Fluido 3 que é mais próximo ao comportamento de um fluido de Herschel-Bulkley. Realizando o ajuste das curvas para fluido de Bingham, verifica-se através coeficiente de ajuste R^2 , apresentado na Tabela 2.1, que quase todos os fluidos podem ser realmente aproximados como de Bingham. Nesta tabela apresenta-se ainda a tensão limite de escoamento e a viscosidade plástica obtida através do ajuste, e também, como efeito ilustrativo, a massa específica e a velocidade de propagação da onda de pressão nos cinco fluidos testados.

Tabela 2.1 – Propriedades de cinco fluidos de perfuração (Fonte: PETROBRAS).

Propriedades	Fluido 1	Fluido 2	Fluido 3	Fluido 4	Fluido 5
ρ [kg/m ³]	1.150	1.150	1.150	1.426	1.929
c [m/s]	1.000	1.020	937	973	1.011
τ_0 [Pa]	2,17	6,20	20,35	5,07	10,88
μ_p [Pa.s]	0,0235	0,0316	0,0406	0,0347	0,0677
R^2 [-]	0,9997	0,9967	0,9297	0,9998	0,9954

Com base neste ajuste realizado, verifica-se que é possível aproximar alguns fluidos de perfuração como fluido de Bingham. Desta forma, o modelo a ser desenvolvido, bem como a revisão bibliográfica a ser realizada deve focar no comportamento reológico deste tipo de fluido.

2.2 Estudos Anteriores

Alguns trabalhos de modelagem do reinício da circulação têm sido realizados com o objetivo de compreender melhor o fenômeno e principalmente para prever picos de pressão. A maioria destes trabalhos é voltada para o estudo do reinício da circulação de óleos parafínicos em tubulações submetidos à baixa temperatura, como ocorre na produção de petróleo no mar do norte. Verifica-se que alguns modelos contemplam o fenômeno da gelificação, enquanto outros acabam desprezando este efeito devido a elevada complexidade envolvida na quebra do gel e reestruturação do fluido.

Os trabalhos de Sestak *et al.* (1987), Cawkwell & Charles (1987), Chang *et al.* (1999) e Davidson *et al.* (2004) consideram o problema no qual um óleo gelificado preenche inicialmente uma tubulação e é deslocado por um óleo não gelificado. A interface entre os fluidos, nestes trabalhos, é considerada plana e impermeável, não permitindo assim mistura entre os fluidos. Os trabalhos de Chang *et al.* (1999) e Sestak *et al.* (1987) desprezam os efeitos de inércia na equação da conservação da quantidade de movimento, sendo que um equilíbrio entre as forças de pressão e de cisalhamento é verificado em qualquer instante de tempo. A variação temporal do escoamento é somente estabelecida pelas mudanças das propriedades reológicas, as quais são dependentes do tempo.

Em Bjørkevoll *et al.* (2003) são analisados picos de pressão no reinício da circulação de fluidos de perfuração gelificados. As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento são resolvidas iterativamente, impondo a vazão do fluido de entrada como condição de contorno. Utilizam-se das relações de Herschel-Bulkley para modelar o comportamento do fluido de perfuração. O modelo descreve um escoamento transiente em espaço anular estreito, no qual a tensão e a taxa cisalhamentos são dependentes do tempo. Os autores sugerem uma relação logarítmica obtida experimentalmente entre a tensão de quebra do gel e o tempo de gelificação.

Davidson *et al.* (2004) mostra uma evolução em relação ao trabalho de Chang *et al.* (1999), incluindo o efeito da compressibilidade do fluido gelificado, mas não consideram os termos de inércia na conservação da quantidade de movimento. Cawkwell & Charles (1987), por sua vez, consideram o escoamento como sendo transitório e compressível, apesar de desprezarem os termos advectivos da equação da conservação da quantidade de movimento. Seus resultados, no entanto, parecem pouco precisos, uma vez que as malhas utilizadas para solução das equações são grosseiras.

Vinay *et al.* (2006) apresentam um modelo bidimensional em regime transitório para simular o reinício do escoamento compressível de um óleo gelificado com comportamento de fluido de Bingham. Em um segundo trabalho, Vinay *et al.* (2007) apresentam um modelo unidimensional e comparam com o seu modelo bidimensional, mostrando uma boa concordância. Entretanto, Vinay *et al.* (2007) mostram que a solução do seu modelo unidimensional é bem mais rápida que a do bidimensional, sendo que o tempo computacional é diminuído da ordem de horas e dias para a ordem de segundos e minutos. Em um trabalho mais recente (Wachs *et al.*, 2009), visando reduzir o tempo computacional, os mesmos autores desenvolveram um modelo que combina o modelo bidimensional com o unidimensional e o denominaram de modelo 1,5D. Neste último trabalho, os autores ainda avaliaram os efeitos da compressibilidade e das características tixotrópicas do fluido no reinício do escoamento.

Somente alguns dos artigos estudados (Cawkwell & Charles, 1987; Chang *et al.*, 1999; Davidson *et al.*, 2004; Wachs *et al.*, 2009) incluem em seus modelos uma equação constitutiva para a tixotropia para representar a quebra do gel. Mudanças microestruturais nos materiais tixotrópicos são freqüentemente complexas e ainda pouco compreendidas.

Dos estudos do reinício do escoamento de fluidos de perfuração realizados pelo Laboratório de Ciências Térmicas da UTFPR (LACIT) nos últimos anos, é possível destacar quatro modelos matemáticos. O primeiro modelo, apresentado por Oliveira *et al.* (2007), contempla o gradual deslocamento de um fluido gelificado por um não gelificado através de um tubo acoplado a um espaço anular. Ambos os fluidos são considerados incompressíveis e são modelados como fluido de Bingham. O fluido de entrada (não gelificado) apresenta sua tensão limite de escoamento constante, enquanto no gelificado esta tensão é variável somente com o tempo segundo uma equação proposta por Chang *et al.* (1999). Com este modelo acompanha-se o deslocamento da interface, calcula-se o tempo necessário para que o fluido gelificado seja totalmente expulso, a pressão em um determinado ponto da tubulação e a

variação da vazão volumétrica com o tempo. O escoamento é unidimensional, quase estacionário e não há mudança na direção do escoamento.

No segundo modelo desenvolvido pelo LACIT, Rocha (2007) estuda o reinício da circulação de fluidos de perfuração para um escoamento unidimensional, compressível e transitório de um fluido de Bingham no interior de um tubo disposto na horizontal. Na modelagem, os termos não lineares da equação da quantidade de movimento e a da conservação da massa são desprezados. Efeitos da quebra do gel são considerados da mesma forma que no modelo anterior, com a tensão limite de escoamento variável com o tempo. Os resultados obtidos se mostraram satisfatoriamente semelhantes aos resultados de Vinay *et al.* (2007) para baixas compressibilidades. Neste modelo considera-se que as propriedades do fluido que está sendo injetado na tubulação pela ação da bomba são iguais às propriedades do fluido gelificado que está sendo fraturado e expulso do interior da tubulação, desta forma, o acompanhamento da interface entre os fluidos não é previsto por esse modelo.

O modelo de Oliveira *et al.* (2010), terceiro desenvolvido pelo Laboratório, é semelhante ao anterior, entretanto este inclui os termos negligenciados por Rocha (2007). O modelo considera também os efeitos gravitacionais e foi desenvolvido com base no escoamento através de um espaço anular. Ressalta-se que fazendo o raio interno deste espaço anular nulo, é possível simular o escoamento no interior de um tubo. Resultados obtidos com este modelo mostram grande concordância com outros da literatura para escoamento de fluido newtoniano e de Bingham e uma faixa de compressibilidade maior que a do modelo anterior. Outro fato interessante observado com este modelo é que os resultados para o escoamento de um fluido com tensão limite de escoamento variável com o tempo, utilizando a equação apresentada por Chang *et al.* (1999), são muito similares àqueles obtidos por Wachs *et al.* (2009) empregando outro modelo tixotrópico complexo.

O quarto modelo, Negrão *et al.* (2011), aprimora ainda mais o modelo anterior de Oliveira *et al.* (2010), empregando um modelo tixotrópico que contempla os efeitos elásticos na quebra do gel. Os resultados mostram que os efeitos elásticos têm pouca importância na quebra do gel. Um inconveniente deste modelo é a demanda por malhas temporais e espaciais muito refinadas, o que acaba tornando lento o processo iterativo. Além disso, o modelo tixotrópico utilizado necessita de muitos parâmetros para representar o fenômeno.

Em quase todos os modelos revisados, os autores utilizam-se métodos de discretização similares ao dos volumes finitos com diferentes esquemas de interpolação, o que

acaba tornando o processo iterativo lento, até mesmo para solução unidimensional, devido à necessidade de malhas muito refinadas para atender o critério de estabilidade. Wylie *et al.* (1993) sugere em seus trabalhos que uma maneira de reduzir o tempo computacional é transformar as equações diferenciais parciais que regem o escoamento em tubulações em diferenciais totais através do método das características.

2.3 Síntese do Capítulo

Apresentou-se neste capítulo, uma breve revisão bibliográfica com alguns trabalhos que tratam do reinício do escoamento de fluidos em tubulações. As Tabelas 2.2 e 2.3 mostram, de forma resumida, as características principais dos modelos matemáticos propostos nestes trabalhos.

Com a revisão bibliográfica realizada, foram encontrados alguns modelos matemáticos que contemplam a propagação da pressão durante o reinício do escoamento de fluidos. Pela sequência dos trabalhos, observa-se que, apesar da evolução dos modelos, ainda não foi desenvolvido um que contemple o escoamento compressível e transitório do fluido em uma geometria próxima àquela verificada nas atividades de perfuração de poços. Nota-se assim, que antes de focar em um modelo que contemple a quebra do gel, é necessário desenvolver um modelo matemático que considere a geometria da coluna-poço. Outro fato verificado na revisão, é que a maioria dos modelos estudados acaba demandando malhas muito refinadas, que acarretam elevado tempo computacional.

Assim, a sequência do trabalho será conduzida de forma a desenvolver um modelo matemático que contemple as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento e que permita a avaliação da propagação da pressão ao longo da geometria poço-coluna, em um tempo computacional relativamente curto. Para isso será empregado o método das características e os fluidos de perfuração serão tratados como fluidos viscoplásticos de Bingham. Os efeitos viscosos serão considerados através do conceito de fator de atrito.

Tabela 2.2 – Características principais dos modelos matemáticos revisados (1987 – 2006).

Modelo	Objetivo	Variação da Pressão	Configuração	Fluido	Limitações
Sestak <i>et al.</i> (1987)	- Tempo para reinício do escoamento e expulsão do fluido gelificado	- Equilíbrio de forças de pressão e cisalhamento	- Tubo horizontal - Modelo unidimensional	- Incompressível - Entrada: newtoniano - Gelificado: propriedades reológicas dependente do tempo e da taxa	- Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento, e a compressibilidade do fluido
Cawkwell & Charles (1987)	- Tempo para reinício do escoamento e expulsão do fluido gelificado	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo horizontal Modelo unidimensional para fluido de entrada e bidimensional para o gelificado	- Entrada: newtoniano incompressível - Gelificado: compressível com propriedades reológicas dependente do tempo e da taxa	- Considera a massa específica constante - Despreza-se o termo advectivo da Eq. da QM
Chang <i>et al.</i> (1999)	- Tempo para reinício do escoamento e expulsão do fluido gelificado	- Equilíbrio de forças de pressão e cisalhamento	- Tubo horizontal Modelo unidimensional	- Incompressível - Entrada: Bingham - Gelificado: Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento, e a compressibilidade do fluido
Bjørkevoll <i>et al.</i> (2003)	- Prever picos de pressão no reinício do escoamento	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Espaço anular estreito com inclinação variável - Modelo unidimensional	- Propriedades obtidas através de experimentos. - Herschel-Bulkley com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Despreza os efeitos da taxa de cisalhamento na quebra do gel - Válido para o escoamento em um espaço anular estreito
Davidson <i>et al.</i> (2004)	- Tempo para reinício do escoamento e expulsão do fluido gelificado	Equilíbrio de forças de pressão e cisalhamento	- Tubo horizontal - Modelo unidimensional	Compressível Entrada: Bingham Gelificado: Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento
Vinay <i>et al.</i> (2006)	- Tempo para reinício do escoamento - Efeitos dos parâmetros característicos	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo horizontal - Modelo bidimensional	- Compressível - Bingham com propriedades constantes	- Não considera a variação da massa específica ao longo da direção axial - Demanda elevado tempo computacional

Tabela 2.3 – Características principais dos modelos matemáticos revisados (2007 – 2010).

Modelo	Objetivo	Variação da Pressão	Configuração	Fluido	Limitações
Vinay <i>et al.</i> (2007)	- Tempo para reinício do escoamento - Efeitos dos parâmetros característicos	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo horizontal - Modelo unidimensional	- Compressível - Bingham com propriedades constantes	- Não considera o termo $(\rho V \partial V / \partial z)$ - despreza os efeitos da quebra do gel
Oliveira <i>et al.</i> (2007)	- Tempo para reinício do escoamento e expulsão do fluido gelificado	- Equilíbrio de forças de pressão e cisalhamento	- Tubo acoplado a um espaço anular horizontal - Modelo unidimensional	- Incompressível - Entrada: Bingham - Gelificado: Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento, e a compressibilidade do fluido
Rocha (2007)	- Avaliação dos picos de pressão no reinício da circulação de fluidos de perfuração	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo horizontal - Modelo unidimensional	- Compressível - Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Não considera o termo inercial não-linear na Eq. da QM $(\rho V \partial V / \partial z)$
Wachs <i>et al.</i> (2009)	- Tempo para reinício do escoamento - Efeitos dos parâmetros característicos	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo horizontal - Modelo misto entre o unidimensional e o bidimensional (1,5D)	- Compressível - Propriedades reológicas dependente do tempo e da taxa de cisalhamento	- Não considera o termo não-linear na Eq. da QM $(\rho V \partial V / \partial z)$ - Escoamento através de um tubo
Oliveira <i>et al.</i> (2010)	- Avaliação dos picos de pressão no reinício da circulação de fluidos de perfuração	- Eqs. da Conservação da Massa (CM) e Quantidade de Movimento (QM)	- Tubo ou Espaço anular com inclinação variável Modelo unidimensional	- Compressível - Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo	- Não contempla o escoamento através do tubo acoplado ao espaço anular - Modelo tixotrópico relativamente simples

3 MODELAGEM MATEMÁTICA E MÉTODO NUMÉRICO

Neste capítulo, o problema é formulado, seguindo as principais ideias obtidas com a revisão, visando o desenvolvimento de um modelo matemático para simular o escoamento compressível e transitório em uma geometria similar àquela observada durante a perfuração de um poço para a exploração de petróleo. As equações governantes do problema são simplificadas e as condições de contorno para a resolução das equações são apresentadas. Com o propósito de diminuir o número de variáveis influentes no problema, realizou-se uma parametrização das equações, expressando-as em termos de grupos adimensionais. As equações parametrizadas são então resolvidas através do método das características.

3.1 Formulação do Problema

Durante a perfuração de um poço, o fluido de perfuração é bombeado pelo interior da coluna, passa pela broca e retorna até a superfície, através do espaço anular, carregando os cascalhos provenientes da perfuração. Um esquema simplificado do fundo do poço é mostrado na Figura 3.1(a). Apesar das variações de seção transversal que ocorrem tanto na coluna de perfuração, quanto ao longo do espaço anular, a geometria será considerada como um tubo, de diâmetro D_1 e comprimento L_1 , conectado a um espaço anular concêntrico de comprimento L_2 com seção transversal constante, com diâmetros interno $D_{2,i}$ e externo $D_{2,e}$ (Figura 3.1b e c). Na Figura 3.1b, apresenta-se também as coordenadas do problema. z , r e θ são respectivamente as coordenadas axial, radial e angular. V_{1z} representa a componente da velocidade na direção axial do fluido no interior do tubo enquanto V_{2z} , a do fluido no espaço anular.

O domínio de análise é definido como a região que engloba o interior da coluna e o espaço anular desde a superfície até a extremidade inferior da coluna, assim o comprimento total do domínio é $L_T = L_1 + L_2$. Assume-se que a coluna de perfuração está posicionada concentricamente em relação ao poço e que ambos são corpos perfeitamente rígidos. A região do fundo do poço é desprezada, sendo que há somente uma mudança de seção transversal entre as duas geometrias e a inversão no sentido de escoamento do fluido. É importante

observar que na realidade existe uma broca na extremidade da coluna que apresenta uma grande perda de carga localizada nos orifícios e também há perdas de cargas localizadas nos acoplamentos ao longo da tubulação. Estas perdas não serão consideradas nesse momento no modelo matemático. Além disso, a presença de cascalhos será desprezada na modelagem.

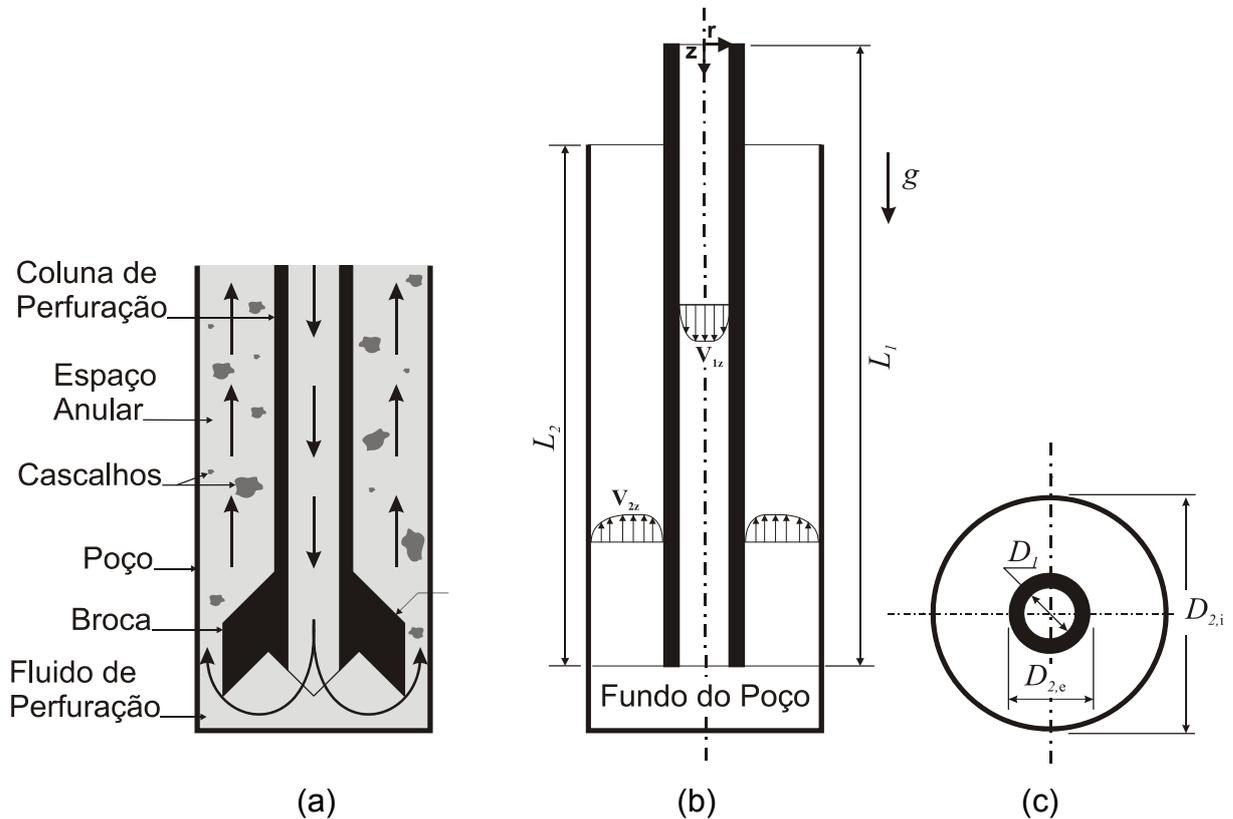


Figura 3.1 – Esquema do fundo do poço (a) e Geometria-Domínio do problema: vista longitudinal (b) e vista superior (c).

Se a taxa de variação das propriedades na direção normal (r, θ) à linha do escoamento principal é desprezível comparando com a variação das propriedades na direção do escoamento principal, z , o escoamento pode ser então considerado unidimensional. Desta forma, utilizam-se valores médios, para as propriedades na seção transversal tanto do interior da coluna quanto do espaço anular.

Como hipótese simplificadora do problema considera-se que o escoamento é isotérmico e unidimensional. Pondera-se, em virtude da elevada viscosidade dos fluidos de perfuração e das baixas vazões empregadas no reinício da circulação, que o escoamento é laminar. Admite-se que o fluido de perfuração se comporta como um plástico de Bingham, com compressibilidade, viscosidade plástica e tensão limite de escoamento constantes. O

tempo de repouso do fluido será considerado pequeno, portanto, a gelificação do fluido será desprezada.

3.2 Equações Governantes

3.2.1 Equação da Conservação da Massa

Adotando a hipótese de escoamento unidimensional, a equação da conservação da massa assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

em que ρ e V são, respectivamente, valores médios da massa específica e da velocidade na seção transversal.

Analisando o trabalho de Oliveira *et al.* (2010), verifica-se que quando a compressibilidade do fluido é relativamente baixa, como as observadas para alguns fluidos de perfuração, a variação da massa específica ao longo da direção axial pode ser desprezada $\partial \rho / \partial z \approx 0$. Adotando esta consideração a equação da conservação da massa simplifica-se para:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

Para o caso do escoamento isotérmico, tem-se pela equação de estado, Eq. (2.1), que a variação da massa específica com a pressão ocorre segundo $\partial \rho / \partial P = \rho \alpha$. Substituindo esta relação na equação da conservação da massa tem-se uma equação entre pressão e velocidade:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

Como a área da seção transversal do tubo ou do espaço anular, A_s , é considerada constante, a Eq. (3.3) pode ser reescrita em termos da vazão volumétrica Q :

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\alpha A_s} \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

3.2.2 Equação da Quantidade de Movimento

Aplicando um balanço de quantidade de movimento a um volume de controle anular em um escoamento unidimensional com difusão axial desprezível, considerando o escoamento simétrico ao longo da direção angular, tem-se:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VV)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\pi}{A_s}(D_e\tau_e - D_i\tau_i) + \rho g_z \quad (3.5)$$

As tensões τ_i e τ_e representam as tensões de cisalhamento nas paredes interna e externa do espaço anular, respectivamente. D_i é diâmetros interno e D_e o diâmetro externo do espaço anular. Para o escoamento no interior da coluna, assume-se a inexistência da parede interna. A_s é a área da seção transversal do tubo ou do espaço anular.

Expandindo a Eq. (3.5) e substituindo a equação da conservação da massa, obtém-se:

$$\rho \left(\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\pi}{A_s}(D_e\tau_e - D_i\tau_i) + \rho g_z \quad (3.6)$$

O efeito da variação da massa específica no termo gravitacional é pequeno para baixas compressibilidades conforme demonstrado por Oliveira *et al.* (2010). Portanto, a fim de simplificar a equação é conveniente desprezar o efeito gravitacional na solução do problema ($g_z = 0$). Desta forma, a pressão envolvida no problema expressa somente o diferencial de pressão a que o fluido é submetido durante o reinício do escoamento. O efeito do termo $\rho V \partial V / \partial z$, também foi analisado por Oliveira *et al.* (2010), e foi observado novamente que para fluidos com baixa compressibilidade este termo pode ser negligenciado. Com estas considerações, a Eq. (3.6) toma a seguinte forma:

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\pi}{A_s}(D_e\tau_e - D_i\tau_i) = 0 \quad (3.7)$$

Para avaliar o termo da tensão de cisalhamento médio considera-se que a tensão de cisalhamento local depende da velocidade instantânea, e equivale à tensão que ocorreria para as mesmas condições de escoamento plenamente desenvolvido. White (2003) sugere avaliar o termo de cisalhamento através do conceito de fator de atrito de Fanning, por meio da seguinte correlação:

$$\frac{\pi}{A_s}(D_e\tau_e - D_i\tau_i) = -\frac{2f\rho V|V|}{D_h} \quad (3.8)$$

em que f é o fator de atrito de Fanning, avaliado conforme as propriedades do fluido e do domínio sob análise. D_h é o diâmetro hidráulico da tubulação, definido como $D_{2,e} - D_{2,i}$ para o espaço anular e como D_1 para o tubo (interior da coluna). O módulo da velocidade é empregado nesta equação a fim de computar os efeitos da tensão de cisalhamento conforme a direção do escoamento. Substituindo esta relação, rearranjando a equação do balanço de quantidade de movimento e escrevendo em termos da vazão volumétrica, tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{A_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{2fQ|Q|}{A_s^2 D_h} = 0 \quad (3.9)$$

3.2.3 Equação Constitutiva e Fator de Atrito

Para representar o escoamento de um fluido de perfuração, como visto na seção 2.1.2, considera-se que o fluido comporta-se como um plástico de Bingham:

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma} \quad (3.10)$$

sendo τ a tensão de cisalhamento, $\dot{\gamma}$ a taxa de cisalhamento, τ_0 a tensão limite de escoamento e μ_p é a viscosidade plástica do fluido. Esta equação constitutiva é implicitamente levada em consideração durante o cálculo do fator de atrito.

Devido às baixas vazões empregadas no reinício do escoamento, e também em função da elevada viscosidade dos fluidos de perfuração, no presente trabalho, será considerado que o escoamento do fluido ocorre somente em regime laminar. Para esta situação o fator de atrito de Fanning pode ser escrito como (FONTENOT E CLARK, 1974):

$$f = \frac{16\zeta}{\psi \text{Re}_{z,t}} \quad (3.11)$$

$$\zeta = \frac{(1-\varepsilon)^2}{1+\varepsilon^2 - (1-\varepsilon^2)/\ln(1/\varepsilon)}, \text{ com } \varepsilon = \frac{D_i}{D_e} \quad (3.12)$$

em que ζ é o fator de forma da geometria ($\zeta = 1,0$ para o escoamento no interior de um tubo $\zeta \cong 1,5$ para o escoamento em um espaço anular estreito, $\varepsilon \geq 0,5$), ψ é a condutância do

fluido de Bingham e $Re_{z,t}$ é o número de Reynolds local dependente da posição e do tempo ($Re_{z,t} = \rho Q D_h / \mu_p A_s$). Segundo Fontenot e Clark (1974), o escoamento pode ser considerado laminar quanto $\psi Re_{z,t} \leq 2000$. As Eqs. (3.13) e (3.14) apresentam as relações empregadas para o cálculo da condutância do fluido em um tubo e em um espaço anular, respectivamente.

$$\psi_1 = 1 - \frac{\psi_1}{6} Bi_{z,t} + \frac{1}{3} \left(\frac{\psi_1}{8} Bi_{z,t} \right)^4 \quad (3.13)$$

$$\psi_2 = 1 - \frac{\psi_2}{8} Bi_{z,t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\psi_2}{12} Bi_{z,t} \right)^3 \quad (3.14)$$

nas quais $Bi_{z,t}$ é número de Bingham local ($Bi_{z,t} = \tau_0 D_h A_s / Q \mu_p$). O subscrito 1 denota que a condutância é calculada para o escoamento no interior de um tubo circular, enquanto 2 para o escoamento no espaço anular. Na definição dos números de Reynolds e Bingham, os índices t e z indicam que estes parâmetros são dependentes do tempo e da posição axial, respectivamente. A Eq. (3.11) é simplificada para o fator de atrito laminar para o escoamento de fluido newtoniano quando o número de Bingham, ou a tensão limite de escoamento, aproxima-se de zero ($Bi_{z,t} \leq 10^{-6}$).

Analisando a definição do número de Bingham, verifica-se que este parâmetro torna-se indeterminado quando a vazão é nula. Desta forma é necessário evitar o cálculo do fator de atrito quando isto ocorrer. Quando este parâmetro é muito elevado $Bi_{z,t} \geq 10^6$ o valor da condutância no tubo pode ser aproximado como $\psi_1 = 8/Bi_{z,t}$ e no anular como $\psi_2 = 12/Bi_{z,t}$.

Para os demais casos, o cálculo da condutância ocorre de maneira iterativa, através do método de Newton-Raphson, conforme apresentado por Stoecker (1989). Como valor inicial, estima-se que o valor da condutância é nulo, tanto para o caso do tubo quanto para o espaço anular. O número de iterações máximo permitido para este processo é de 50 iterações e a tolerância é de 0,001%. Em geral a convergência ocorre de maneira relativamente rápida sendo necessário em média menos de 10 iterações.

3.3 Adimensionalização das Equações

Antes de adimensionalizar as equações governantes do problema, substitui-se o fator de atrito na Eq. (3.9) pela Eq. (3.11), e obtém-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{A_s} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{32\zeta_s \mu_p}{A_s \rho D_{hs}^2} \frac{Q}{\psi_s} = 0 \quad (3.15)$$

em que o subscrito s depende para qual região da tubulação esta se analisando, sendo 1 para o interior da coluna e 2 para o espaço anular.

As variáveis do problema são então, adimensionalizadas com base em valores de referência: o comprimento total da tubulação, o tempo necessário para onda de pressão percorrer a tubulação L_T/c , uma pressão e uma vazão de referência, P_R e Q_R , respectivamente, que dependem das condições de contorno adotadas. Desta forma tem-se:

$$P^* = \frac{P}{P_R}, \quad Q^* = \frac{Q}{Q_R}, \quad z^* = \frac{z}{L_T} \quad \text{e} \quad t^* = t \frac{c}{L_T} \quad (3.16)$$

Escrevendo as equações de conservação da massa (Eq. (3.4)) e da quantidade de movimento (Eq. (3.15)) em função dos parâmetros adimensionais, têm-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.17)$$

$$\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s} \right) \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + 32\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s} \right) \frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \quad (3.18)$$

sendo $\alpha^* = P_R / \rho c^2 = P_R \alpha$, a compressibilidade adimensional, $Ma_s = Q_R / A_s c$, o número de Mach local, expresso em termos da vazão volumétrica de referência e $Re_s \delta_s = \rho Q_R D_{hs}^2 / \mu_p A_s L_T$ é o número de Reynolds característico do escoamento do fluido multiplicado pela razão de aspecto D_{hs} / L_T . Note que o número de Reynolds característico e o número de Mach dependem da geometria (interior do tubo ou anular), enquanto a compressibilidade adimensional depende somente da pressão de referência e de propriedades do fluido. Uma análise melhor desses termos é apresentada na sequência, com a definição das condições de contorno.

3.4 Condições Iniciais e de Contorno

Como condição inicial considera-se que o fluido de perfuração, sem cascalhos, encontra-se em repouso ($Q^*(z^*, t^* = 0) = 0$) e distribuído uniformemente por todo o domínio. Uma vez que os efeitos gravitacionais estão sendo desprezados no presente trabalho, considera-se que inicialmente a pressão manométrica ao longo de toda a tubulação é nula ($P^*(z^*, t^* = 0) = 0$). Para iniciar a circulação, uma bomba é acionada e impulsiona o fluido pelo interior do tubo. Assim, o fluido de perfuração presente no interior do tubo e do espaço anular começa a ser deslocado gradativamente. Devido à compressibilidade do fluido, a propagação da onda de pressão ocorre com velocidade finita. Desta forma, uma mudança da condição de contorno na entrada da tubulação demanda certo tempo até que esta condição seja percebida ao longo de toda a tubulação.

Por conveniência, a posição é definida em relação ao comprimento total da tubulação. De acordo com o sistema de coordenadas definido, valores de $z^* \leq L_1/L_T$ referem-se à posição no interior da coluna, enquanto que $L_1/L_T \leq z^* \leq (L_1 + L_2)/L_T$ uma posição no espaço anular.

Duas condições de contorno são analisadas no presente trabalho. A Tabela 3.1 sintetiza estes casos. A primeira delas implica que após o acionamento da bomba em $t^* = 0$ a pressão manométrica dimensional na entrada da tubulação é mantida constante e igual à P_B . Na segunda condição, a vazão volumétrica na entrada é mantida constante, com magnitude Q_{in} . Para estas duas condições considera-se que a pressão manométrica na saída da tubulação é sempre nula.

Estas condições de contorno devem ser utilizadas para determinar os parâmetros de referência comentados na Seção 3.3. Para o primeiro caso, a pressão de referência é tomada como sendo a pressão da bomba $P_R = P_B$, e a vazão de referência acaba sendo uma função da pressão de referência ($Q_R = f(P_B)$). No segundo caso o oposto ocorre, com $Q_R = Q_{in}$ e $P_R = f(Q_{in})$. O emprego desses parâmetros implica nas condições de contorno adimensionais mostradas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Condições de Contorno Estudadas.

	Entrada	Saída
Condição 1 (Pressão Constante)	$P(z = 0, t) = P_B$ $P^*(z^* = 0, t^*) = 1$	$P(z = L_T, t) = 0$ $P^*(z^* = 1, t^*) = 0$
Condição 2 (Vazão Constante)	$Q(z = 0, t) = Q_{in}$ $Q^*(z^* = 0, t^*) = 1$	$P(z = L_T, t) = 0$ $P^*(z^* = 1, t^*) = 0$

A Figura 3.2 apresenta graficamente estas condições de contorno para a entrada da tubulação. Note que no instante inicial, $t^* = 0$, a pressão Figura 3.2a ou a vazão Figura 3.2b subitamente saltam para o valor de referência.

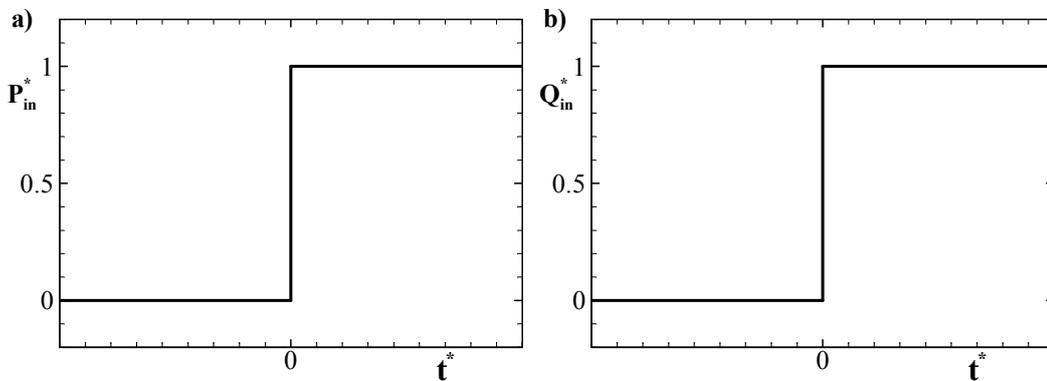


Figura 3.2 – Condição de contorno na entrada da tubulação. (a) condição 1 – Pressão constante. (b) condição 2 – Vazão constante.

3.5 Parâmetros do Escoamento

Com as condições de contorno definidas verifica-se que é necessário, para o caso com pressão constante, determinar a vazão de referência em função da pressão de referência ($Q_R = f(P_B)$), e para o caso com vazão constante determinar a pressão de referência $P_R = f(Q_{in})$.

3.5.1 Caso de Pressão Constante

No caso de a pressão constante na entrada a vazão de referência Q_R é tomada como sendo a vazão volumétrica obtida para o escoamento de fluido newtoniano em regime permanente. Nesta condição a Eq. (3.15) torna-se:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{32\zeta\mu_p Q}{A_s D_h^2 \psi} \quad (3.19)$$

O gradiente de pressão pode ser escrito em função da queda de pressão (ΔP) ao longo de um comprimento L ($\partial P/\partial z = -\Delta P/L$), assim:

$$\frac{\Delta P}{L} = \frac{32\mu_p\zeta Q}{A_s D_h^2 \psi} \quad (3.20)$$

Nota-se na Eq. (3.20) que a queda de pressão depende da geometria da tubulação. Uma vez que o presente problema é composto pelo acoplamento de duas geometrias, é necessário definir a queda de pressão em cada uma. A queda de pressão total é então dada pela soma das quedas de pressão:

$$\Delta P_T = \Delta P_1 + \Delta P_2 = \frac{32Q_1\mu_p\zeta_1 L_1}{\psi_1 A_1 D_{h1}^2} + \frac{32Q_2\mu_p\zeta_2 L_2}{\psi_2 A_2 D_{h2}^2} \quad (3.21)$$

Considerando que a vazão mássica é constante na condição de regime permanente conclui-se que a vazão volumétrica é a mesma nas duas tubulações ($Q_1 = Q_2 = Q_R$). Para o escoamento de fluido newtoniano ($\psi_1 = \psi_2 = 1$), obtém-se a seguinte expressão para a queda de pressão total em função da vazão de referência:

$$\Delta P_T = \frac{32Q_R\mu_p\zeta_1 L_T}{A_1 D_{h1}^2} F_v \quad (3.22)$$

sendo $F_v = \frac{L_1}{L_T} + \frac{L_2}{L_T} \frac{\zeta_2}{\zeta_1} \frac{A_1}{A_2} \left(\frac{D_{h1}}{D_{h2}}\right)^2$ um fator relativo à variação da forma da tubulação que

determina a proporção de perda de carga em cada trecho da tubulação. Uma vez que a condição de contorno impõe que a pressão na saída da tubulação é nula, pode-se relacionar a queda de pressão total com a pressão proporcionada pela bomba ($\Delta P_T = P(z=0) - P(z=L_T) = P_B$). Assim, a vazão de referência para os casos com condição de contorno de pressão constante será:

$$Q_R = \frac{P_B D_{h1}^2 A_1}{32\mu_p L_T \zeta_1} \frac{1}{F_v} \quad (3.23)$$

Uma vez definida a vazão de referência em função da pressão, é possível escrever o número de Mach em uma determinada seção, tubo ($s = 1$) ou espaço anular ($s = 2$), como:

$$Ma_s = \frac{Q_R}{A_s c} = \left(\frac{Q_R}{A_s c} \frac{P_B D_{h1}^2 A_1}{A_s c 32 \mu_p L_T \zeta_1} \frac{1}{F_v} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \left(\frac{\alpha^* Re_1 \delta_1}{32 \zeta_1 F_v} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.24)$$

em que:

$$Re_1 \delta_1 = \left(\frac{\rho Q_R D_{h1}}{\mu_p A_1} \right) \left(\frac{D_{h1}}{L_T} \right) \quad (3.25)$$

Com base na vazão de referência definida na Eq. (3.23) é possível escrever os parâmetros adimensionais das Eqs. (3.17) e (3.18) como:

$$\frac{Ma_s}{\alpha^*} = \left(\frac{1}{P_B \alpha} \right) \left(\frac{Q_R}{A_s c} \right) = \left(\frac{\rho c^2}{P_B} \right) \left(\frac{P_B D_{h1}^2 A_1}{A_s c 32 \mu_p L_T \zeta_1} \frac{1}{F_v} \right) = \left(\frac{\lambda}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \quad (3.26)$$

$$32 \zeta_s \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s} \right) = \left(\frac{32 \zeta_1 \mu_p L_T}{\rho c D_{h1}^2} \right) \left(\frac{D_{h1}}{D_{hs}} \right)^2 \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) = \left(\frac{1}{\lambda} \right) \left(\frac{D_{h1}}{D_{hs}} \right)^2 \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) \quad (3.27)$$

Sendo que λ é dado por:

$$\lambda = \left(\frac{Re_1 \delta_1 F_v}{\alpha^* 32 \zeta_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\rho c D_{h1}^2}{32 \zeta_1 \mu_p L_T} \quad (3.28)$$

Rearranjando as Eqs. (3.17) e (3.18), e substituindo os parâmetros definidos pelas Eqs. (3.26) e (3.27) obtém-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \left(\frac{\lambda}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \left(\frac{\lambda}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \left(\frac{1}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \left(\frac{D_{h1}}{D_{hs}} \right)^2 \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) \frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \quad (3.30)$$

Para o caso do escoamento ser somente através de uma tubulação única (tubo de seção circular ou anular constante), as Eqs. (3.29) e (3.30) são aplicadas somente a seção 1 ($s = 1$). Com $L_1 = L_T$ e $L_2 = 0$, tem-se que $F_v = 1$. Desta forma, verifica-se que somente o parâmetro λ e a condutância ψ governam o problema.

Entretanto, para o caso com a presença de duas tubulações acopladas, verifica-se, além dos parâmetros λ e da condutância, a necessidade de uma série de parâmetros geométricos. Para a região do espaço anular, $s = 2$, verifica-se o parâmetro de variação da forma, F_v ; a razão de área, A_1/A_2 ; a diametral, D_{h1}/D_{h2} , e os fatores de forma geométrica ζ_2/ζ_1 . Lembrando da definição dos fatores de forma geométricos (Eq. (3.12)) e considerando que a tubulação de entrada é um tubo com seção circular constante ($\zeta_1 = 1$) a relação dos fatores de forma geométrica é:

$$\frac{\zeta_2}{\zeta_1} = \frac{(1 - \varepsilon_2)^2}{1 + \varepsilon_2^2 - (1 - \varepsilon_2^2)/\ln(1/\varepsilon_2)} \quad (3.31)$$

sendo ε_2 um parâmetro que define o espaçamento anular dado por:

$$\varepsilon_2 = \frac{D_{2,i}}{D_{2,e}} \quad (3.32)$$

A razão de áreas é definida como:

$$RA = \frac{A_1}{A_2} \quad (3.33)$$

Lembrando que a tubulação de entrada é um tubo, $\varepsilon_1 = 0$, a razão de diâmetros hidráulicos pode ser escrita em função de RA e ε_2 :

$$H = \frac{D_{h1}}{D_{h2}} = \frac{D_1}{D_{2,e} - D_{2,i}} = \left[RA \left(\frac{1 + \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.34)$$

Escrevendo o fator de variação de forma, F_v (Eq. (3.22)) em função dos parâmetros geométricos tem-se:

$$F_v = \varphi + (1 - \varphi) \frac{\zeta_2}{\zeta_1} RA H^2 \quad (3.35)$$

em que φ é a razão entre o comprimento do tubo em relação ao comprimento total:

$$\varphi = \frac{L_1}{L_T} \quad (3.36)$$

Número de Bingham:

A característica não newtoniana do fluido de perfuração é incorporada ao modelo através da condutância (Eqs. (3.13) e (3.14)), que por sua vez está relacionada com o número de Bingham. Para que o escoamento do fluido ocorra, é necessário que o gradiente de pressão proporcionado pela bomba consiga vencer a tensão limite de escoamento ao longo de toda a tubulação. Fazendo um balanço de forças nas paredes de cada uma das seções da tubulação tem-se que a mínima diferença de pressão necessária para superar a tensão limite de escoamento em cada uma das seções é:

$$\Delta P_{1,min} = \frac{4\tau_0 L_1}{D_{h1}} \quad \text{e} \quad \Delta P_{2,min} = \frac{4\tau_0 L_2}{D_{h2}} \quad (3.37)$$

Definindo que o número de Bingham total é a razão entre a mínima diferença de pressão total necessária para inicializar o escoamento e a diferença de pressão proporcionada pela bomba tem-se:

$$B_T = \frac{\Delta P_{1,min} + \Delta P_{2,min}}{\Delta P_T} = \frac{4\tau_0 L_T}{P_B D_{h1}} \left(\frac{L_1}{L_T} + \frac{L_2}{L_T} \frac{D_{h1}}{D_{h2}} \right) = \frac{4\tau_0 L_T}{P_B D_{h1}} [\varphi + (1-\varphi)H] \quad (3.38)$$

Baseado nesta definição, se $B_T \geq 1$ a pressão P_B é insuficiente para inicializar o escoamento. Observando a Eq. (3.38) nota-se que o número de Bingham total depende dos parâmetros geométricos φ e H . A fim de avaliar o efeito da característica não newtoniana de forma independente da geometria, define-se um número de Bingham global Bi :

$$Bi = \frac{4\tau_0 L_T}{P_B D_{h1}} \quad (3.39)$$

Assim, o número de Bingham total é reescrito como:

$$B_T = Bi [\varphi + (1-\varphi)H] \quad (3.40)$$

e o parâmetro que caracteriza o escoamento do fluido não newtoniano é o número de Bingham global Bi .

Desta forma, para a condição de contorno com pressão constante na entrada da tubulação, verifica-se que λ , Bi , RA , ε_2 e φ são os parâmetros característicos do problema. Os outros parâmetros são funções derivadas destes.

Para o cálculo da condutância, (Eqs. (3.13) e (3.14)), é necessário expressar os números de Bingham locais em cada uma das seções em função do número de Bingham global e dos outros parâmetros característicos:

$$Bi_{1z,t} = \frac{\tau_0 D_{h1} A_1}{\mu_p Q} = 8\zeta_1 Bi F_v \frac{1}{Q^*} \quad (3.41)$$

$$Bi_{2z,t} = \frac{\tau_0 D_{h1} A_1}{\mu_p Q} \frac{A_2}{A_1} \frac{D_{h2}}{D_{h1}} = \left[\frac{8\zeta_1 Bi F_v}{HRA} \right] \frac{1}{Q^*} \quad (3.42)$$

3.5.2 Caso de Vazão Constante

Para esta condição de contorno, a vazão de referência é tomada como a própria vazão de entrada ($Q_R = Q_{in}$). Para a pressão de referência utiliza-se a queda de pressão total que um fluido newtoniano sofre ao escoar com a vazão volumétrica imposta (Eq. (3.22)):

$$P_R = \Delta P_T = \frac{32\mu_p L_T \zeta_1 F_v}{D_{h1}^2 A_1} Q_{in} \quad (3.43)$$

Escrevendo o número de Bingham total em função da vazão de referência:

$$B_T = Bi \left[\varphi + (1 - \varphi) H \right] \quad (3.44).$$

em que o número de Bingham global é dado por:

$$Bi = \frac{4\tau_0 L_T}{P_R D_{h1}} = \frac{\tau_0 D_{h1} A_1}{8Q_{in} \mu_p \zeta_1 F_v} \quad (3.45).$$

Substituindo a pressão de referência nas equações governantes, os mesmos parâmetros definidos para o caso com pressão constante são obtidos (λ , Bi , RA , ε_2 e φ). Assim, as relações entre os números de Bingham locais apresentados pelas Eqs. (3.41) e (3.42) continuam válidas.

3.6 Metodologia de Solução Através do Método das Características

As equações adimensionais de conservação da massa (Eq. (3.17)) e da quantidade de movimento (Eq. (3.18)) formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas, tendo como incógnitas a pressão e a vazão e como variáveis independentes a posição z^* e o

tempo t^* . Para resolver o problema, estas equações parciais são convertidas em equações diferenciais totais através do método das características. As equações resultantes são então integradas pelo método das diferenças finitas (WYLIE *et al.*, 1993).

A primeira etapa do processo consiste em combinar linearmente as Eqs. (3.17) e (3.18) usando o multiplicador χ :

$$\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right)\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + 32\zeta_s\left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right)\frac{Q^*}{\psi_s} + \chi\left[\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*}\right)\frac{\partial Q^*}{\partial z^*}\right] = 0 \quad (3.46)$$

Rearranjando os termos tem-se:

$$\chi\left[\frac{1}{\chi}\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right)\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{\partial P^*}{\partial t^*}\right] + \left[\chi\left(\frac{Ma_s}{\alpha^*}\right)\frac{\partial Q^*}{\partial z^*} + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*}\right] + 32\zeta_s\left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right)\frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \quad (3.47)$$

Sabendo que $P^* = P^*(z^*, t^*)$ e $Q^* = Q^*(z^*, t^*)$ pode-se escrever:

$$\frac{dP^*}{dt^*} = \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \frac{dz^*}{dt^*} + \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \quad \text{e} \quad \frac{dQ^*}{dt^*} = \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \frac{dz^*}{dt^*} + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} \quad (3.48)$$

Examinando a Eq. (3.47) tendo em mente a Eq. (3.48), nota-se que:

$$\frac{dz^*}{dt^*} = \frac{1}{\chi}\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right) = \chi\left(\frac{Ma_s}{\alpha^*}\right) \rightarrow \chi = \pm \frac{\alpha^*}{Ma_s} \quad (3.49)$$

Com base nos diferenciais totais apresentados na Eq. (3.48), a Eq. (3.47) pode ser reescrita como:

$$\chi \frac{dP^*}{dt^*} + \frac{dQ^*}{dt^*} + 32\zeta_s\left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right)\frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \quad (3.50)$$

Das relações da Eq. (3.49) tem-se que a variação da posição da onda de pressão com o tempo ocorre segundo:

$$\frac{dz^*}{dt^*} = \pm 1 \quad (3.51)$$

A substituição de χ na Eq. (3.50) resulta em dois pares de equações:

$$C^+ : \begin{cases} \left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right)\frac{dP^*}{dt^*} + \frac{dQ^*}{dt^*} + 32\zeta_s\left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right)\frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \\ dz^* = dt^* \end{cases} \quad (3.52)$$

$$C^- : \begin{cases} -\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right) \frac{dP^*}{dt^*} + \frac{dQ^*}{dt^*} + 32\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right) \frac{Q^*}{\psi_s} = 0 \\ dz^* = -dt^* \end{cases} \quad (3.53)$$

Com as equações governantes convertidas em equações diferenciais totais, integram-se estas equações ao longo das linhas características C^+ e C^- dentro de um intervalo dt^* . Conhecendo-se a vazão e a pressão em todo o domínio em um instante inicial $t^* = 0$ é possível determinar estas variáveis em um instante de tempo futuro. Utiliza-se uma malha uniforme, com um número par de células em cada região do domínio, N_1 para região do tubo e N_2 para o espaço anular, totalizando $N = N_1 + N_2$ células. Cada célula possui um comprimento $\Delta z^* = 1/N$. A Figura 3.3 ilustra de uma malha empregada para solução em um tubo. Para a realização do acoplamento, são necessárias duas malhas. A integração da Eq. (3.51) indica que a malha espacial e temporal devem manter a relação $\Delta z^* = \Delta t^*$.

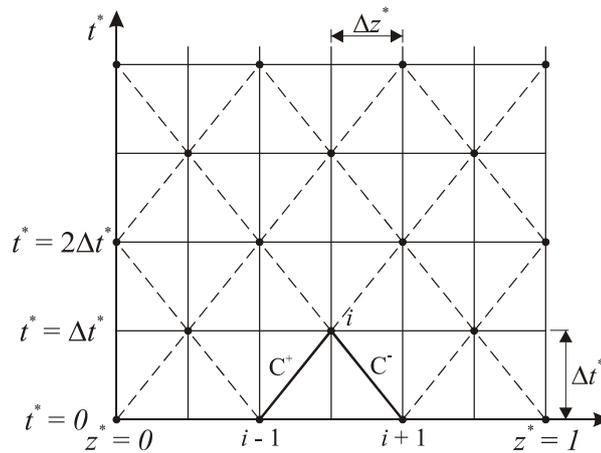


Figura 3.3 – Malhas espacial e temporal adotadas.

A integração da Eq. (3.52), linha característica C^+ , entre pontos $i-1$ e i resulta na seguinte equação:

$$\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right) \int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{dP^*}{dt^*} dt^* + \int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{dQ^*}{dt^*} dt^* + 32\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right) \int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{Q^*}{\psi_s} dt^* = 0 \quad (3.54)$$

$$\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right) \int_{P_{i-1}^*}^{P_i^*} dP^* + \int_{Q_{i-1}^*}^{Q_i^*} dQ^* + 32\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*}\right) \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right) \int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{Q^*}{\psi_s} dt^* = 0 \quad (3.55)$$

$$\left(\frac{\alpha^*}{Ma_s}\right)(P_i^* - P_{i-1}^*) + (Q_i^* - Q_{i-1}^*) + 32\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s}\right) \int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{Q}{\psi_s} dt^* = 0 \quad (3.56)$$

Uma maneira de resolver a integração da Eq. (3.56) é através da consideração das propriedades médias no intervalo Δt^* . Lembrando da Eq. (3.51), tem-se, para linha característica C^+ , que $dz^* = dt^*$. Assim,

$$\int_{t_{i-1}^*}^{t_i^*} \frac{Q}{\psi_s} dt^* = \int_{z_{i-1}^*}^{z_i^*} \frac{Q}{\psi_s} dz^* \approx \frac{1}{2} \left(\frac{Q_i^*}{\psi_{s_i}} + \frac{Q_{i-1}^*}{\psi_{s_{i-1}}} \right) (z_i^* - z_{i-1}^*) = \frac{\Delta z^*}{2} \left(\frac{Q_i^*}{\psi_{s_i}} + \frac{Q_{i-1}^*}{\psi_{s_{i-1}}} \right) \quad (3.57)$$

Substituindo o resultado da integração e rearranjando a Eq. (3.56) para a pressão na posição i , tem-se:

$$C^+ : \quad P_i^* = P_{i-1}^* + \left(K_s - \frac{R_s}{\psi_{s_{i-1}}} \right) Q_{i-1}^* - \left(K_s + \frac{R_s}{\psi_{s_i}} \right) Q_i^* \quad (3.58)$$

sendo K_s e R_s , respectivamente, a impedância característica do problema e o coeficiente de resistência ao escoamento. Note que para a aplicação destes parâmetros as propriedades do fluido e características geométricas devem ser ajustadas para cada seção da tubulação, ou seja, tubo ou anular. Estes parâmetros são dados por:

$$K_s = \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*} \right) \quad (3.59)$$

$$R_s = 16\zeta_s \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*} \right) \left(\frac{Ma_s}{Re_s \delta_s} \right) \Delta z^* \quad (3.60)$$

Procedendo de maneira semelhante para a equação característica C^- , ou seja, integrando a Eq. (3.53) entre as posições $i+1$ e i chega-se em:

$$P_{i+1}^* - P_i^* + K_s (Q_i^* - Q_{i+1}^*) + R_s \left(\frac{Q_i^*}{\psi_{s_i}} + \frac{Q_{i+1}^*}{\psi_{s_{i+1}}} \right) = 0 \quad (3.61)$$

Rearranjando em termos da pressão na posição i :

$$C^- : \quad P_i^* = P_{i+1}^* - \left(K_s - \frac{R_s}{\psi_{s_{i+1}}} \right) Q_{i+1}^* + \left(K_s + \frac{R_s}{\psi_{s_i}} \right) Q_i^* \quad (3.62)$$

Note que as incógnitas das Eqs. (3.58) e (3.62) são P_i^* e Q_i^* . Os valores nas posições $i-1$ e $i+1$ já são conhecidos. Resolvendo o sistema de equações formado pelas Eqs. (3.58) e (3.62) tem-se:

$$P_i^* = \frac{F^+ B^- + F^- B^+}{B^+ + B^-} \quad (3.63)$$

$$Q_i^* = \frac{F^+ - F^-}{B^+ + B^-} \quad (3.64)$$

nas quais os coeficientes F^+ e B^+ são dados por:

$$F^+ = P_{i-1}^* + \left(K_s - \frac{R_s}{\psi_{s_{i-1}}} \right) Q_{i-1}^* \quad \text{e} \quad B^+ = \left(K_s + \frac{R_s}{\psi_{s_i}} \right) \quad (3.65)$$

$$F^- = P_{i+1}^* - \left(K_s - \frac{R_s}{\psi_{s_{i+1}}} \right) Q_{i+1}^* \quad \text{e} \quad B^- = \left(K_s + \frac{R_s}{\psi_{s_i}} \right) \quad (3.66)$$

Uma vez que a condutância ψ_{s_i} depende da vazão Q_i^* a ser calculada no instante de tempo futuro, os coeficientes B^+ e B^- devem ser calculados de maneira iterativa. O processo iterativo inicia-se considerando o escoamento do fluido como newtoniano ($\psi = 1$) e segue até que a diferença relativa entre as vazões calculadas entre duas iterações consecutivas seja inferior a um resíduo pré-determinado. O valor definido para este resíduo é discutido no próximo capítulo.

Substituindo os parâmetros do escoamento obtidos na seção anterior (Eqs. (3.26) e (3.27)) a impedância K_s e a resistência ao escoamento R_s tornam-se:

$$K_s = \left(\frac{Ma_s}{\alpha^*} \right) = \left(\frac{1}{\alpha^*} \frac{Re_1^*}{32\zeta_1} \frac{1}{F_v} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{F_v} \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \quad (3.67)$$

$$R_s = 32\zeta_1 \left(\frac{Ma_s^2}{\alpha^* Re_s^*} \right) \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) \frac{\Delta z^*}{2} = \frac{1}{F_v} \left(\frac{A_1}{A_s} \right) H_s^2 \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) \frac{\Delta z^*}{2} \quad (3.68)$$

Como comentado anteriormente, o domínio do problema em questão exige a presença de duas malhas, sendo uma ao longo da região do tubo e a outra ao longo do espaço anular. Por conveniência adota-se que o comprimento de cada célula é o mesmo,

independente da região da tubulação. O comprimento de cada célula é $\Delta z^* = 1/(N_1 + N_2)$. A Figura 3.4 apresenta as malhas espaciais empregadas para solucionar o problema. Nota-se nessa figura que para a região do tubo a coordenada axial cresce em direção ao fundo do poço, enquanto que para a região do espaço anular ocorre o contrário. Por serem dependentes dos parâmetros K_s e R_s os coeficientes F^+ , F^- , B^+ e B^- necessitam ser calculados para cada uma das geometrias.

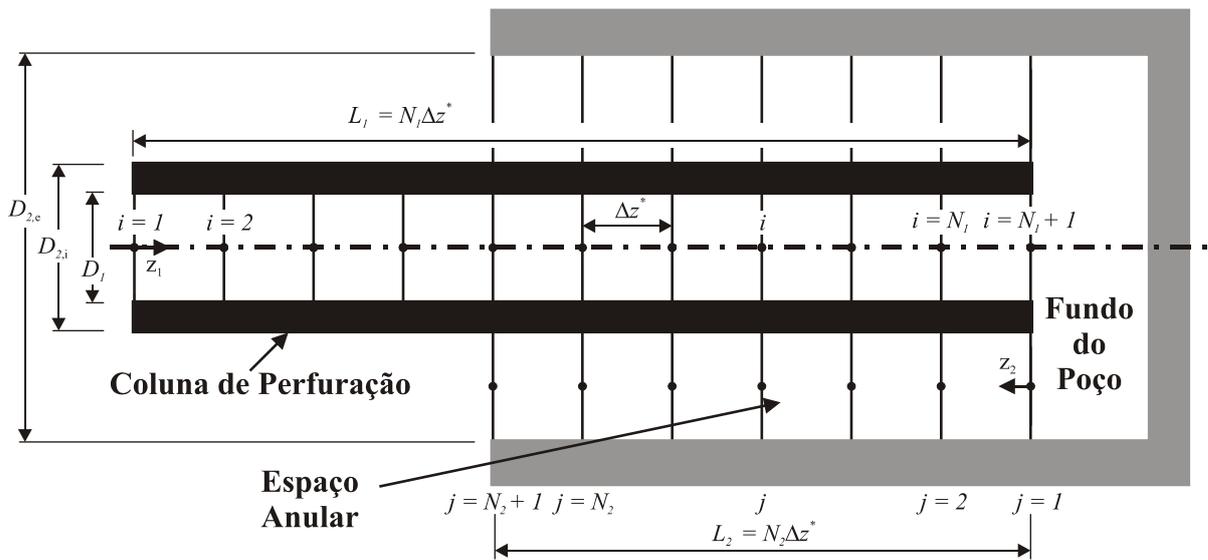


Figura 3.4 – Distribuição dos volumes da malha ao longo da coluna e do espaço anular.

3.7 Procedimento de Cálculo

Para obter o campo de vazão e pressão ao longo do domínio do problema, um programa em linguagem FORTRAN foi desenvolvido a fim de resolver as equações governantes do problema (Eqs. (3.63) e (3.64)), considerando as respectivas condições de contorno. A sequência a seguir descreve o procedimento para determinar os campos de pressão e vazão a cada instante de tempo.

1. Primeiramente, realiza-se a leitura dos dados do problema, λ , Bi , RA , ε_2 , φ .
Uma vez que no presente modelo impõe-se que a primeira tubulação é um tubo, atribui-se $\varepsilon_1 = 0$ e $\zeta_1 = 1$. Nesta etapa também devem ser lidos qual condição de contorno será utilizada no problema, o número de células em cada uma das

tubulações (N_1 e N_2) e o tempo máximo para realização da simulação. Com base no tempo máximo, calcula-se o número máximo de instantes de tempo k . Lembrando que a cada iteração avançam-se dois passos de tempo, $k_{\max} = t_{\max}^* / 2\Delta t^* + 1$;

2. Conforme estabelecido nas condições iniciais, fazem-se os campos iniciais de pressão e de vazão iguais a zero ($t^* = 0$) e $k = 1$;
3. Calcula-se a pressão e a vazão nas fronteiras pares da malha da tubulação de entrada ($s = 1$) (ver Figura 3.4) através das Eqs. (3.63) e (3.64), respectivamente. A pressão e a vazão calculadas neste estágio correspondem a uma etapa intermediária, $t^* = (2k - 1)\Delta t^*$. Caso o fluido seja newtoniano a aplicação das equações já soluciona o problema. Entretanto, se o fluido é de Bingham, uma vez que a condutância $\psi_1(i)$ (obtida através da Eq. (3.13)) depende da vazão $Q_1^*(i)$ o processo é realizado iterativamente. Como estimativa inicial utiliza-se a vazão obtida para o escoamento de fluido newtoniano e estima-se o valor da condutância. Com este valor, calcula-se uma nova vazão. Este processo se repete enquanto o resíduo ($Res(i) = |Q_1^*(i) - Q_1^{*n}(i)|$) for superior a um resíduo máximo Res_{\max} ou se um número máximo de iterações n_{\max} for atingido (estes valores são definidos na Seção 4.2);
4. Com os campos de pressão e vazão determinados em toda a malha de entrada passa-se para a determinação desses campos no próximo passo de tempo ($t^* = 2k\Delta t^*$). O processo é semelhante ao realizado no passo anterior, com a diferença de que o cálculo ocorre nas células ímpares, começando pela fronteira 3 e indo até a $N_1 - 1$. Nas faces $i = 1$ e $i = N_1 + 1$, o cálculo depende da condição de contorno e é realizado posteriormente;
5. Repetem-se os procedimentos 3 e 4 para a malha da segunda tubulação;
6. Passa-se para a determinação das pressões e vazões nos contornos. Este passo depende da condição de contorno que é imposta ao problema. Para a fronteira esquerda, $i = 1$, conhecendo-se uma das incógnitas, pressão ou vazão, é possível determinar a outra, através da linha característica C^- (Eq. (3.62)), uma vez que os

valores de pressão e vazão no passo de tempo anterior, em $i = 2$ são conhecidos. Para a fronteira da direita, $j = N_2 + 1$, o procedimento é similar ao longo da linha característica C^+ (Eq. (3.58)). O acoplamento entre as duas malhas é que demanda maior cuidado. Nesta região um sistema com as equações C^+ da primeira malha e C^- da segunda deve ser resolvido. Assim:

$$C^+ : P_{1,i=N_1+1}^* = P_{1,i=N_1}^* + \left(K_1 - \frac{R_1}{\psi_{1,i=N_1}} \right) Q_{1,i=N_1}^* - \left(K_1 + \frac{R_1}{\psi_{1,i=N_1+1}} \right) Q_{1,i=N_1+1}^* \quad (3.69)$$

$$C^- : P_{2,j=1}^* = P_{2,j=2}^* - \left(K_2 - \frac{R_2}{\psi_{2,j=2}} \right) Q_{2,j=2}^* + \left(K_2 + \frac{R_2}{\psi_{2,j=1}} \right) Q_{2,j=1}^* \quad (3.70)$$

Para resolver este sistema, considera-se que não há perda de carga localizada devido à mudança de área da seção transversal ou a presença da broca e que a vazão mássica que entra no espaço anular é a mesma que sai do interior da coluna, ou seja,

$$P_{2,j=1}^* = P_{1,i=N_1}^* \quad \text{e} \quad Q_{2,j=1}^* = Q_{1,i=N_1+1}^* \quad (3.71)$$

Assim, chega-se que:

$$P_{2,j=1}^* = P_{1,i=N_1}^* = \frac{F_1^+ B_2^- + F_2^- B_1^+}{B_1^+ + B_2^-} \quad \text{e} \quad Q_{2,j=1}^* = Q_{1,i=N_1+1}^* = \frac{F_1^+ - F_2^-}{B_1^+ + B_2^-} \quad (3.72)$$

7. Armazenam-se então os campos de pressão e de vazão no instante de tempo atual, $t^* = 2k\Delta t^*$;
8. Verifica-se se o tempo máximo estipulado foi alcançado, caso positivo, encerra-se o problema, caso negativo, avança-se uma iteração e retoma-se ao passo 3.

A fim de facilitar a implementação do modelo, foi construído um fluxograma para o procedimento descrito acima, representando de maneira estruturada o algoritmo do código. O fluxograma é apresentado na Figura 3.5.

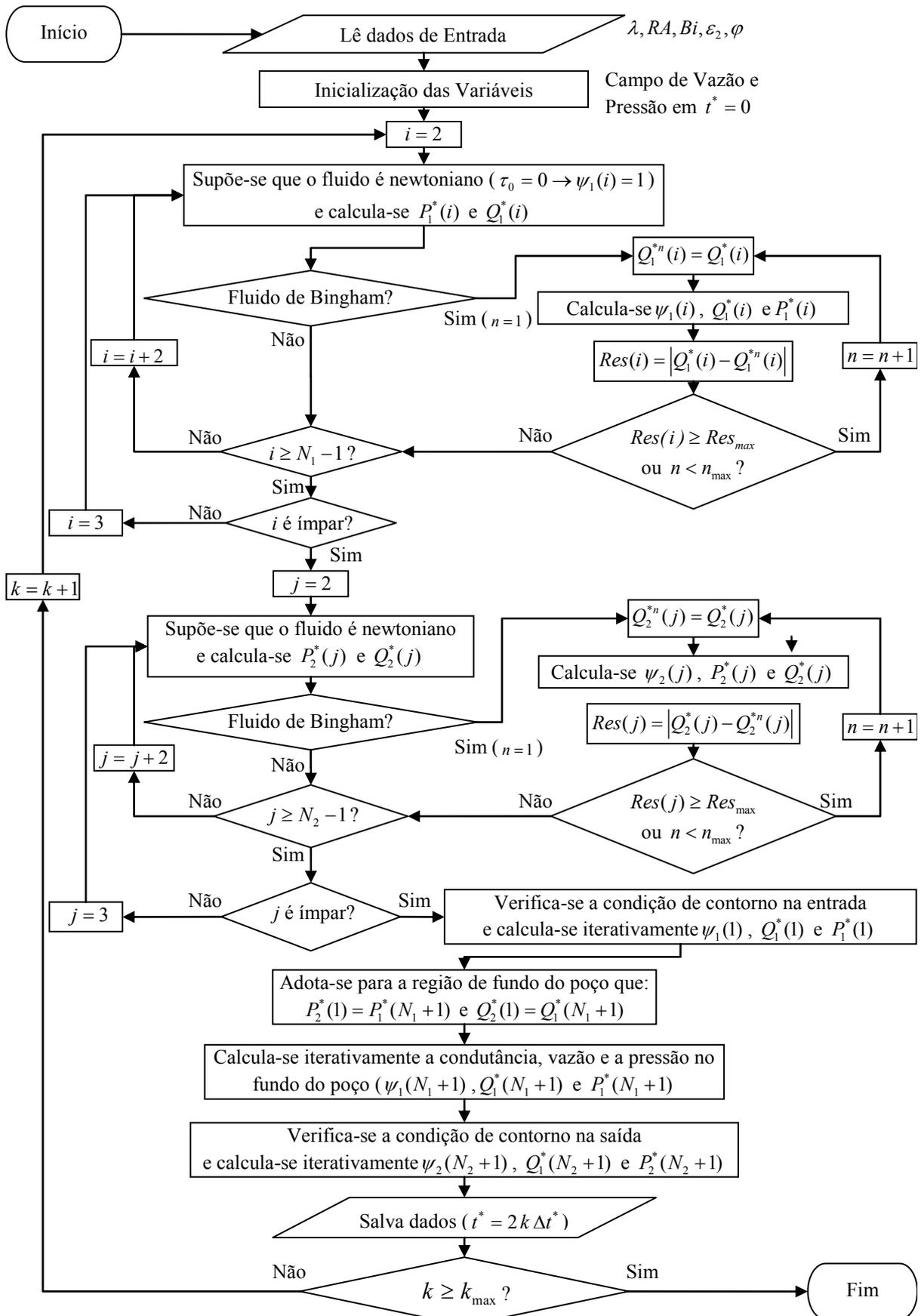


Figura 3.5 – Fluxograma do procedimento de cálculo.

3.8 Síntese do Capítulo

No presente capítulo foi apresentada a modelagem matemática do problema com as simplificações nas equações através de adoção de uma série de hipóteses. Após as simplificações, as equações diferenciais parciais foram adimensionalizadas e visando a solução aplicou-se o método das características para transformar estas equações em diferenciais totais. Na seqüência aplicou-se o método das diferenças finitas na integração das equações diferenciais totais. Um processo iterativo ao longo do tempo deve ser realizado para o cálculo da pressão e vazão no domínio do problema.

Duas condições de contorno foram discutidas no presente trabalho e parâmetros adimensionais foram obtidos para cada caso. A Tabela 3.2 apresenta as equações adimensionais da conservação da massa e da quantidade de movimento finais. Uma vez que as condições de contorno de pressão e vazão constante se relacionam as equações governantes e os parâmetros do escoamento são os mesmos.

Tabela 3.2 – Equações e parâmetros governantes.

Equações ($s = 1$ ou 2):	Parâmetros:
$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \left(\frac{\lambda}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0$ $\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \left(\frac{\lambda}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \left(\frac{1}{F_v} \right) \left(\frac{A_1}{A_s} \right) \left(\frac{D_{h1}}{D_{hs}} \right)^2 \left(\frac{\zeta_s}{\zeta_1} \right) \frac{Q^*}{\psi_s} = 0$	$\lambda = \left(\frac{\text{Re}_1^* F_v}{\alpha^* 32 \zeta_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\rho c D_{h1}^2}{32 \zeta_1 \mu_p L_T};$ $Bi = \frac{4 \tau_0 L_T}{P_R D_{h1}};$ $RA = \frac{A_1}{A_2}; \quad \varepsilon_2 = \frac{D_{2,i}}{D_{2,e}};$ $\varphi = \frac{L_1}{L_T}$ $H^2 = RA \left(\frac{1 + \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \right); \quad \varepsilon_1 = 0;$ $\zeta_1 = 1, 0;$ $B_T = Bi [\varphi + (1 - \varphi) H];$ $F_v = \varphi + (1 - \varphi) \frac{\zeta_2}{\zeta_1} H^2 RA;$ $P_R = \frac{32 Q_R \eta \zeta_1 L_T F_v}{A_1 D_{h1}^2}$

4 VERIFICAÇÃO DO MODELO

Neste capítulo, o modelo matemático desenvolvido no Capítulo 3 e implementado através de um código computacional em linguagem FORTRAN é verificado. Primeiramente, a verificação ocorre através da comparação com a solução analítica para o escoamento de fluido newtoniano em uma tubulação única (tubo de seção circular ou anular constante) submetido às condições de contorno 1 e 2 (pressão e vazão constante na entrada da tubulação e pressão nula na saída). Nota-se que por se tratar de fluido newtoniano, o processo iterativo para o cálculo da condutância não é necessário ($\psi = 1$ ver fluxograma da Figura 3.5). Em seguida, verifica-se o escoamento de fluido de Bingham na geometria do problema, tubo acoplado a um espaço anular. Analisa-se nesta etapa o critério de convergência para o cálculo da condutância e a sensibilidade da malha. Finalizando a verificação é realizada uma comparação entre os resultados do modelo desenvolvido e os dados experimentais obtidos em um poço de testes da PETROBRAS para o escoamento de água e dois fluidos de perfuração.

4.1 Comparação com a Solução Analítica

Como comentado no capítulo anterior, para o escoamento de fluido newtoniano não é necessário o processo iterativo para o cálculo da condutância. Desta forma, é possível utilizar o modelo desenvolvido sem fazer uma análise dos resíduos e número de iterações necessárias para convergência da vazão. Para o escoamento de fluidos newtonianos em um tubo de seção circular ou em um anular constante, sob as condições de contorno de pressão ou vazão constante na entrada, e pressão nula na saída, as soluções analíticas para determinação dos campos de pressão e vazão são conhecidas. O procedimento para a obtenção dessas soluções analíticas é descrito no Apêndice A.

4.1.1 Escoamento com Pressão Constante

As soluções analíticas para os campos de pressão e de vazão, em um escoamento com pressão constante na entrada da tubulação são dadas, respectivamente, por:

$$P^*(z^*, t^*) = (1 - z^*) - 2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\Omega_l} \sin \Omega_l z^* \left(\cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (4.1)$$

$$Q^*(z^*, t^*) = \frac{2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}}}{\lambda} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\omega_l} \cos \Omega_l z^* \sin \omega_l t^* \right) + \left(1 - e^{-\frac{t^*}{\lambda}} \right) \quad (4.2)$$

sendo $\Omega_l = l\pi$, $\omega_l^2 = \Omega_l^2 - 1/4\lambda^2$ e l um número inteiro. A validade destas soluções ocorre quando $\lambda \geq 1/2\pi \approx 0,16$.

Visando comparar os resultados do presente modelo com a solução analítica adotou-se os parâmetros da Tabela 4.1. Nota-se que para uma tubulação única, tubo de seção circular ou anular constante, a razão de aspecto (RA), o fator de variação da forma (F_v) e a razão diametral (H) assumem valores unitários.

Tabela 4.1 – Parâmetros utilizados para comparação com a solução analítica.

λ	Bi	RA	ε_2	φ	ε_1	Parâmetros Calculados		
						B_r	F_v	H
1	0	1	0	1	0	1	1	1

Além da solução analítica, compararam-se também os resultados do presente modelo com os obtidos através do método dos volumes finitos utilizando o esquema *upwind* de primeira ordem de Oliveira *et al.* (2010). Para estas simulações empregou-se uma malha com 100 volumes, o que gerou um passo de tempo dimensional de 0,005 para o método dos volumes finitos e de 0,01 para o método das características. Para a solução analítica foi realizado o somatório de 200.000 termos, e utilizou-se um passo de tempo de 0,0005.

A Figura 4.1 ilustra a evolução temporal da pressão em duas posições da tubulação ($z^* = 0,5$ e $z^* = 0,9$) para as três soluções. Verifica-se que os resultados obtidos com o método das características estão em excelência concordância com a solução analítica, enquanto os obtidos com o método dos volumes finitos, com a aproximação através do esquema *upwind* de primeira ordem, apresentam uma discrepância maior. Nota-se que em $t^* = 1$ o valor do pico de pressão observado em $z^* = 0,9$ com o método das características é somente cerca de 0,1% inferior ao valor obtido com a solução analítica, enquanto com o método dos volumes finitos é aproximadamente 15% inferior. Observando esta diferença verifica-se que o método dos volumes finitos, devido à maior difusão numérica relacionada ao esquema utilizado, para uma aproximação melhor, necessita de uma malha muito mais

refinada em relação ao método das características, o que acarreta um tempo computacional muito maior, sob as mesmas condições de processamento.

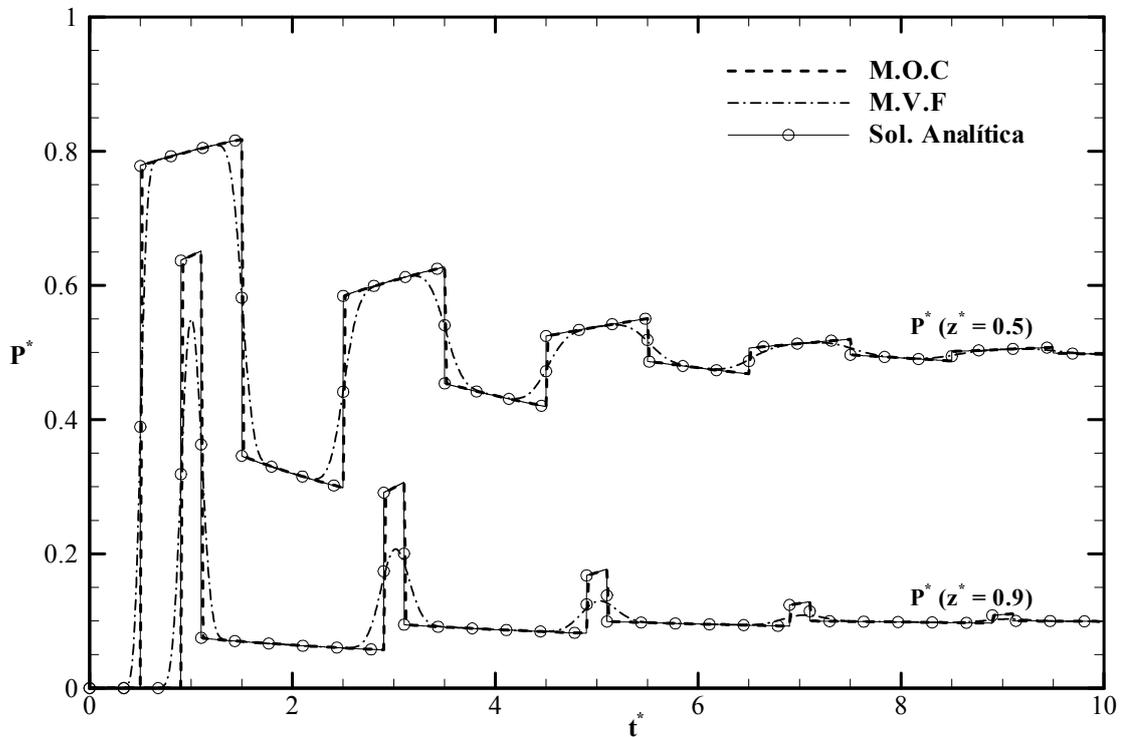


Figura 4.1 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Oliveira *et al.* (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da pressão. Caso com pressão constante na entrada.

O comportamento oscilatório da pressão observado na Figura 4.1 pode ser explicado através da propagação e reflexão da onda de pressão. Ao se impor subitamente um gradiente de pressão na tubulação, o fluido que se encontrava em repouso no interior da tubulação começa a ser submetido gradativamente ao gradiente de pressão, e conseqüentemente começa a escoar. Quando a onda de pressão atinge a extremidade da tubulação em $t^* = 1$, ocorre a reflexão, e desta forma a onda volta reduzindo a pressão ao longo da tubulação. Em $t^* = 2$, esta onda reflete novamente na entrada da tubulação e volta a se propagar no sentido da saída da tubulação. Este fenômeno de propagação e reflexão continua ocorrendo até a sua dissipação por conta do atrito viscoso. Propriedades do fluido como viscosidade e compressibilidade afetam diretamente a absorção desta onda de pressão. A Figura 4.2 ilustra o campo de pressão em diferentes instantes de tempo. Analisando a seqüência temporal é possível verificar a propagação da onda de pressão até que a condição de regime permanente seja alcançada.

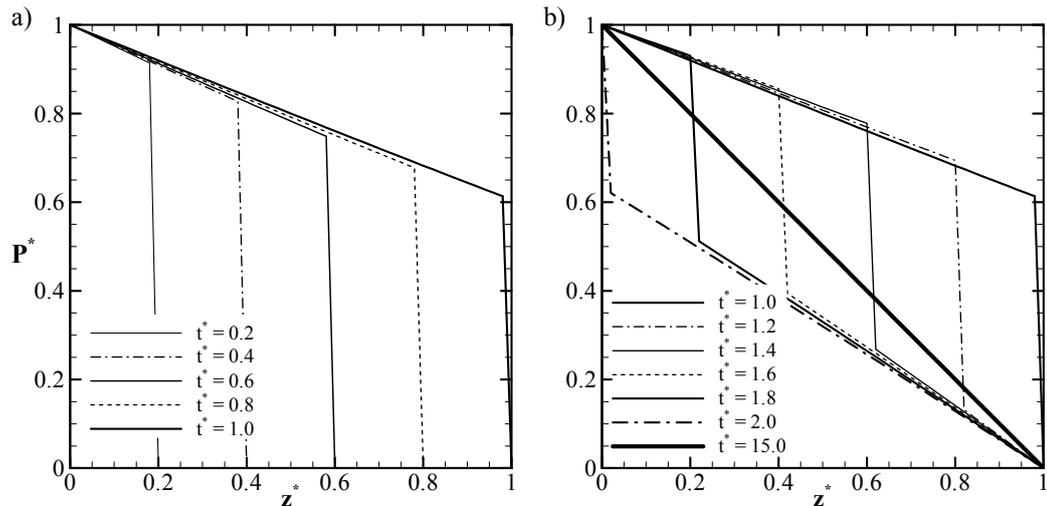


Figura 4.2 – Campo de pressão obtido com o presente modelo em diferentes instantes de tempo. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,0; 1,2; \dots; 2,0$ e $15,0$. Caso com pressão constante na entrada.

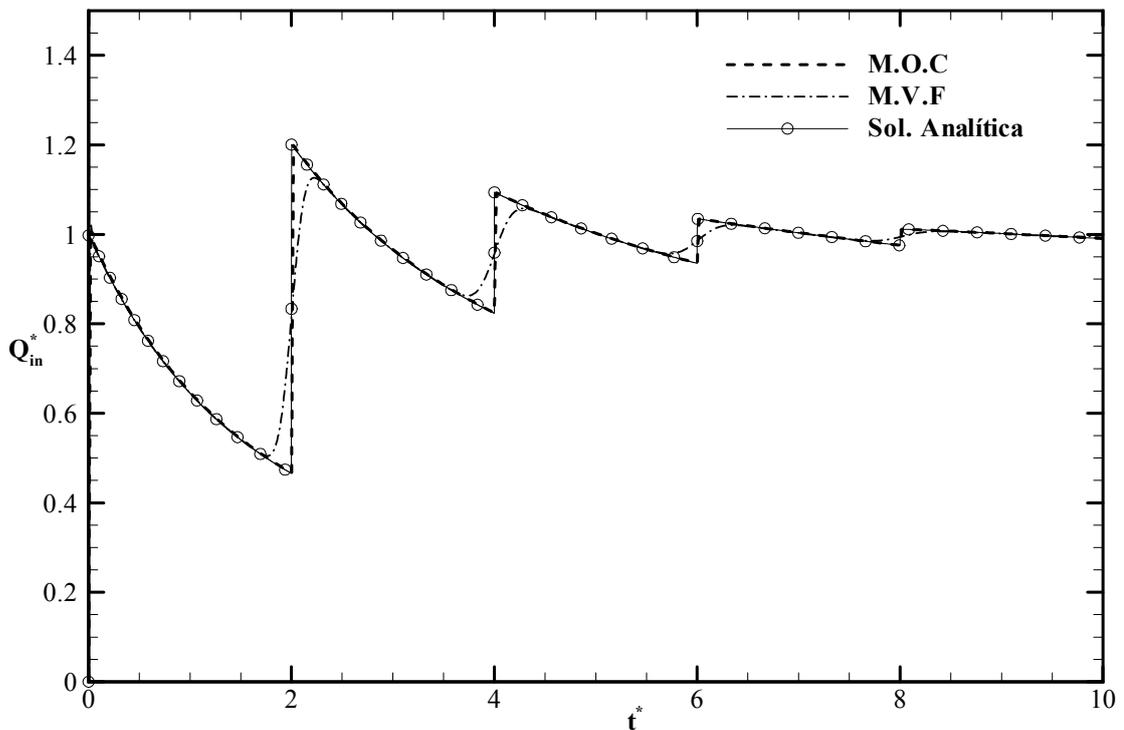


Figura 4.3 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Oliveira *et al.* (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da vazão na entrada da tubulação. Caso com pressão constante na entrada.

Na Figura 4.3 a evolução temporal da vazão na entrada da tubulação é analisada para os três casos. Mais uma vez observa-se excelente concordância do método das características com a solução analítica e a necessidade de uma malha mais refinada para a solução com o método dos volumes finitos. As oscilações da vazão, assim como observado para a pressão, também ocorrem devido à propagação da onda de pressão. Ao se aplicar o gradiente de

pressão constante na entrada, a vazão tem um súbito aumento, e depois começa a decrescer, até que a onda de pressão retorne à entrada, quando ocorre novamente um súbito aumento, para depois decrescer mais lentamente. Este processo ocorre até que a onda seja completamente absorvida, quando a condição de regime permanente é atingida.

4.1.2 Escoamento com Vazão Constante

As expressões analíticas para os campos de pressão e vazão para este caso são, respectivamente:

$$P^*(z^*, t^*) = 1 - z^* + 2\lambda e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega_l^2} \cos \Omega_l z^* \left[\left(\omega_l - \frac{1}{4\lambda^2 \omega_l} \right) \sin \omega_l t^* - \frac{1}{\lambda} \cos \omega_l t^* \right] \right\} \quad (4.3)$$

$$Q^*(z^*, t^*) = 1 - 2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\Omega_l} \sin \Omega_l z^* \left(\cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (4.4)$$

sendo $\Omega_l = (2l-1)\pi/2$ e $\omega_l^2 = \Omega_l^2 - 1/4\lambda^2$ e l um número inteiro. Esta solução analítica é válida para $\lambda \geq 1/\pi \approx 0,318$.

Para as comparações com esta condição de contorno utilizaram-se os mesmos parâmetros anteriores (Tabela 4.1). A solução com o método dos volumes finitos é apresentada em Negrão *et al.* (2010) e também emprega o esquema de aproximação *upwind* de primeira ordem.

A evolução temporal da pressão na entrada e no meio da tubulação, $z^* = 0,5$ é apresentada na Figura 4.4. Verifica-se novamente que os resultados obtidos com o método das características estão muito próximos aos obtidos com a solução analítica, enquanto os obtidos com o método dos volumes finitos apresentam uma pequena discrepância. A máxima pressão verificada na entrada da tubulação com a solução analítica é 1,812 superior à pressão de regime permanente. Com o método das características este valor é 0,15% inferior. Já com o método dos volumes finitos, com o esquema de aproximação adotado, a máxima pressão observada chega a ser 4,6% inferior.

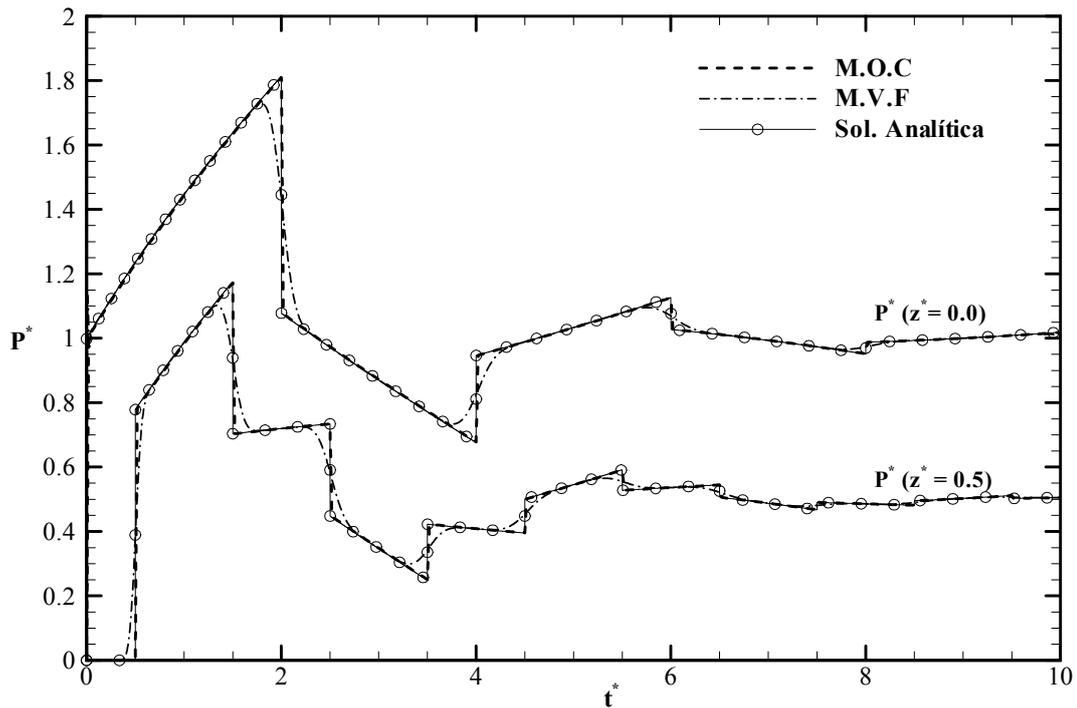


Figura 4.4 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Negrão *et al.* (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da pressão na entrada e no meio da tubulação. Caso com vazão constante na entrada.

A evolução temporal da vazão no meio da tubulação, $z^* = 0,5$, é apresentada na Figura 4.5. Os mesmos efeitos já comentados são observados.

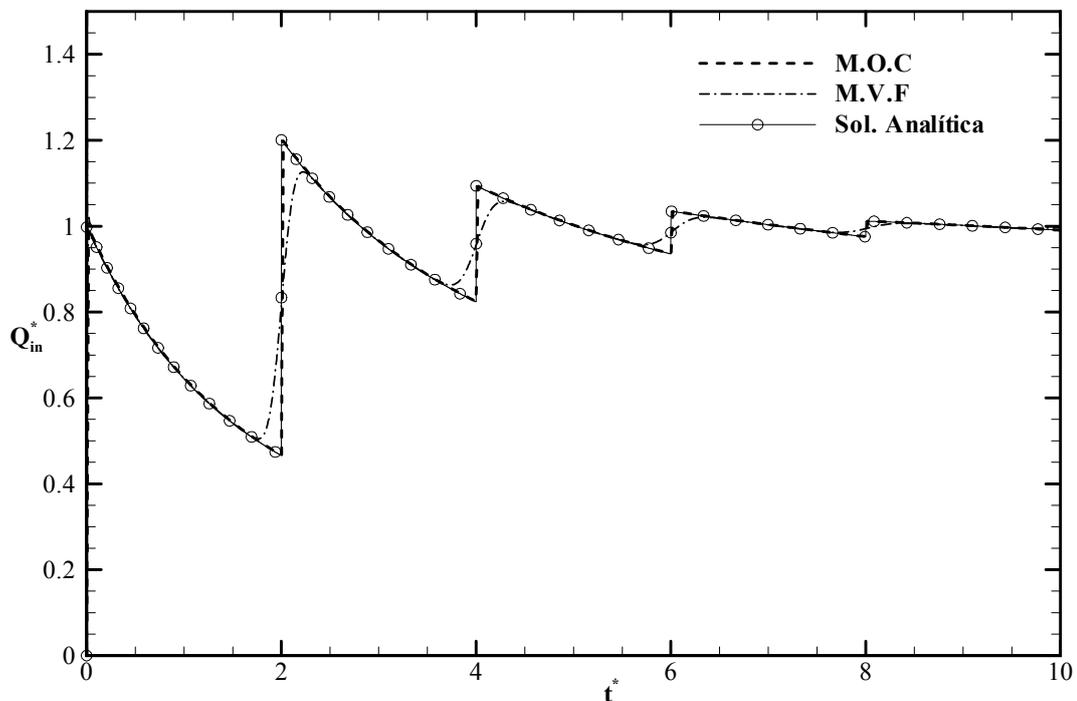


Figura 4.5 – Comparação dos métodos das características (M.O.C) e dos volumes finitos (M.V.F) de Negrão *et al.* (2010) com a solução analítica durante a evolução temporal da vazão no meio da tubulação. Caso com vazão constante na entrada.

4.2 Análise do Critério de Convergência – Fluido de Bingham

Quando o fluido é de Bingham há a necessidade de um processo iterativo para o cálculo da condutância. Dessa forma, nesta etapa analisa-se qual deve ser o critério de convergência, verificando qual o valor do resíduo e o número máximo de iterações que deve ser realizado.

À medida que a característica não newtoniana do fluido, definida pelo número de Bingham, aumenta, torna-se mais difícil o processo de convergência para o caso com pressão constante na entrada da tubulação. Isso ocorre devido à tendência de não inicializar o escoamento, devido à baixa pressão imposta na entrada da tubulação. Outro fator que interfere na convergência é a razão de áreas. Quanto maior a diferença, maior é a restrição ao escoamento em uma das tubulações. A Tabela 4.2 apresenta os parâmetros escolhidos para a análise do critério de convergência. A razão de áreas (RA) escolhida reflete a um caso crítico verificado na indústria petrolífera. A razão de comprimentos ($\varphi = 0,5$) indica que o comprimento do tubo é o mesmo da região anular. O fator de variação de forma (F_v), Eq. (3.22), indica que se o fluido fosse newtoniano, a perda de carga ao longo do tubo seria de $\varphi/F_v = 0,5/0,522 \approx 0,957$, ou seja, quase 96% da energia fornecida pela bomba seria gasta para escoar o fluido pelo interior do tubo. Entretanto, como o fluido apresenta elevado número de Bingham total, $B_T = 0,9$, a vazão volumétrica do escoamento é reduzida, proporcionando uma perda de carga diferenciada em cada seção da tubulação.

Tabela 4.2 – Parâmetros utilizados para análise do critério de convergência e da sensibilidade da malha.

λ	Bi	RA	ε_2	φ	ε_1	Parâmetros Calculados		
						B_T	F_v	H
1	1,16	0,1	0,5	0,5	0	0,9	0,52	0,55

A Figura 4.6 ilustra a evolução temporal da pressão ao longo das tubulações. Verifica-se nesta figura a diferença entre duas malhas e dois critérios de convergência. Nota-se que para uma malha grosseira ($N = 100$) com a realização somente de uma iteração para o cálculo da condutância ($n = 1$), a variação da pressão, próximo ao fim do espaço anular ($z^* = 0,9$), começa a ocorrer mais cedo (próximo de $t^* = 1,5$) e tende a estabilizar em valores menores, em comparação com os resultados para uma malha com 5.000 células e $n = 20$.

Tendo em vista esta diferença, e a fim de evitar que um número excessivo de iterações seja realizado inutilmente, verifica-se que um critério de convergência deve ser definido.

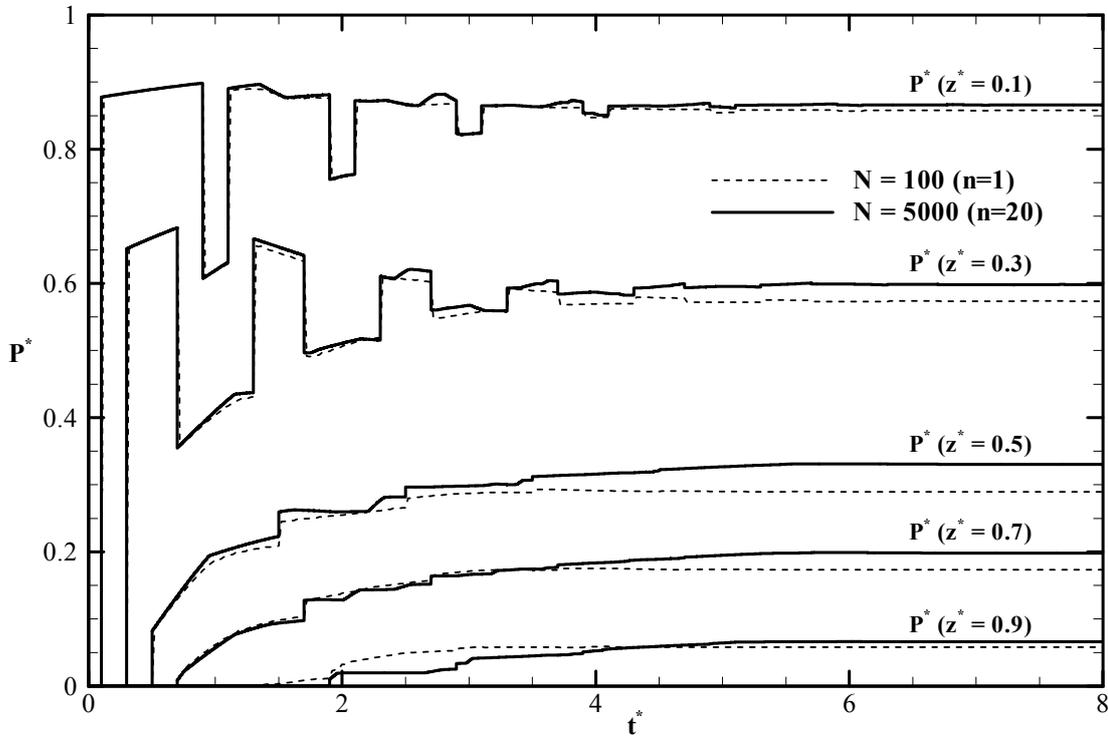


Figura 4.6 – Evolução temporal da pressão ao longo da tubulação. Comparação entre malhas e número de iterações. Caso com pressão constante na entrada.

Ainda na Figura 4.6, analisando o valor estabilizado da pressão em $z^* = 0,5$, para a malha mais refinada, observa-se que a perda de carga no espaço anular em regime permanente é aproximadamente de 33% da pressão imposta na entrada, enquanto na região do tubo é de cerca de 67%. Percebe-se com estas perdas, o quanto o escoamento de um fluido com elevado número de Bingham difere do escoamento newtoniano.

Fixando a malha para o caso mais grosseiro ($N = 100$), observa-se que o número de iterações para o cálculo da condutância interfere nos resultados. A Figura 4.7a ilustra a evolução temporal da soma de todos os resíduos ($Res(i) = |Q_s^*(i) - Q_s^{*n}(i)|$), enquanto a Figura 4.7b mostra a evolução temporal do resíduo máximo em cada instante de tempo após n iterações para o cálculo da condutância e da vazão volumétrica. Nota-se que após uma iteração ($n = 1$) o resíduo máximo é da ordem de 0,03 em $t^* = 2,5$, enquanto após 100 iterações este resíduo máximo cai para cerca de 10^{-6} . Pela soma dos resíduos verifica-se que a

soma máxima dos resíduos ocorre próximo a $t^* = 2,4$, e chega-se próximo a 1 com $n = 1$ e reduz-se para menos de 10^{-5} com $n = 100$.

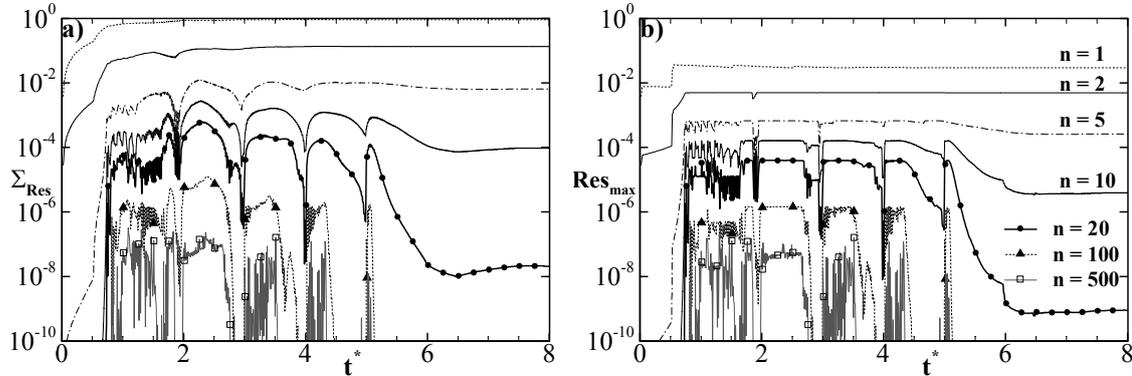


Figura 4.7 – Efeito temporal do número de iterações na soma total dos resíduos locais (a) e no resíduo máximo local (b) para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células.

A redução do resíduo máximo bem como da soma dos resíduos com o número de iterações para o instante de tempo $t^* = 2,4$ pode ser observada na Figura 4.8a. Nota-se que a redução ocorre de forma exponencial, entretanto, o tempo computacional aumenta de maneira exponencial também, como pode ser visto na Figura 4.8b. O tempo computacional é o tempo em segundos necessário para simular o escoamento em um processador *Intel Core 2 6400 @2,13GHz 2 GB*. Nota-se na Figura 4.8b que o tempo computacional necessário para simular $t^* = 8$ com $n = 500$ (31,75s) é quase 5 vezes superior ao caso com 100 iterações (6,45s). Assim, para evitar que o programa faça iterações desnecessárias, ocasionando um elevado tempo computacional é necessário delimitar o máximo resíduo, abaixo do qual ocorre a convergência (Res_{max}) e o número máximo de iterações a ser realizado (n_{max}), caso a convergência não ocorra.

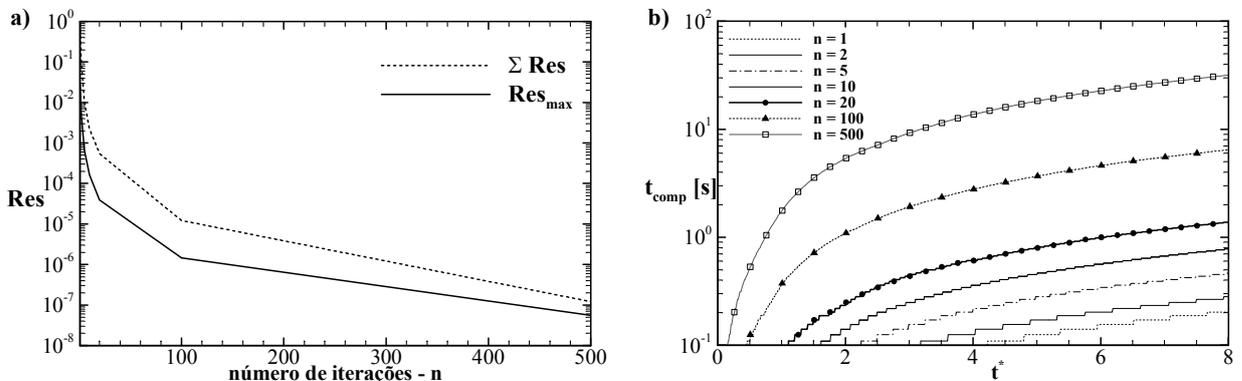


Figura 4.8 – Efeito do número de iterações, para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células, (a) na soma total dos resíduos locais e no resíduo máximo local no instante de tempo $t^* = 2,4$, e (b) no tempo computacional necessário para a simulação.

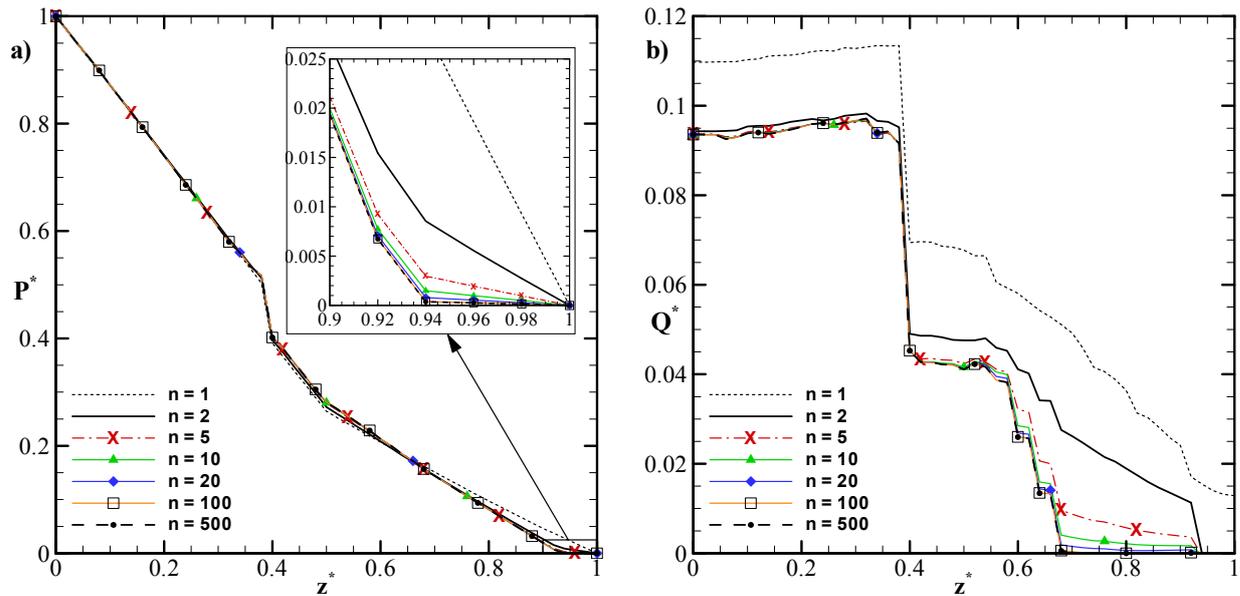


Figura 4.9 – Efeito temporal do número de iterações nos campos de pressão (a) e vazão (b) no instante de tempo $t^* = 2,4$ para o caso da Tabela 4.2 com uma malha com 100 células.

Analisando os campos de pressão e vazão em $t^* = 2,4$ (Figura 4.9a e b, respectivamente) pode-se verificar que o efeito do número máximo de iterações é mais perceptível no campo de vazão (Figura 4.9b). Observa-se ainda, que a diferença entre a solução com $n = 100$ e $n = 500$ é muito pequena. Dessa forma, define-se o número máximo de iterações como 100. Voltando à Figura 4.8a observa-se que com 100 iterações o resíduo máximo local é da ordem de 10^{-6} . Desta forma, define-se que a convergência do modelo desenvolvido ocorre quando o resíduo local torna-se inferior a $Res_{\max} = 10^{-6}$ ou o número de iterações ultrapasse $n_{\max} = 100$.

4.3 Análise de Sensibilidade da Malha

Com o critério de convergência definido, parte-se para a análise da sensibilidade do problema em relação à malha utilizada. Como visto durante a comparação com a solução analítica, o escoamento de fluido newtoniano não demanda uma malha muito refinada. Com 100 células os resultados já são bem próximos da solução analítica. A dependência da malha pode ser vista através do coeficiente R_s . Uma vez, que a condutância aparece dividindo este coeficiente, Eqs. (3.65) e (3.66), a malha acaba causando interferência nos resultados. Para

uma mesma vazão, à medida que a tensão limite de escoamento aumenta (aumento de Bi) a condutância vai reduzindo, e demandando malhas mais refinadas para o processo.

Para verificar o efeito da malha, empregaram-se os parâmetros da Tabela 4.2 e as condições de contorno de pressão constante na entrada e pressão nula na saída. A Figura 4.10 apresenta o efeito da utilização de uma malha com 100 células e outra com 10.000 células na evolução temporal da pressão em três posições da tubulação. Verifica-se que o efeito da malha não é muito significativo no campo de pressão. Pequenas oscilações na pressão no meio da tubulação ($z^* = 0,5$) são verificadas para a malha mais grosseira.

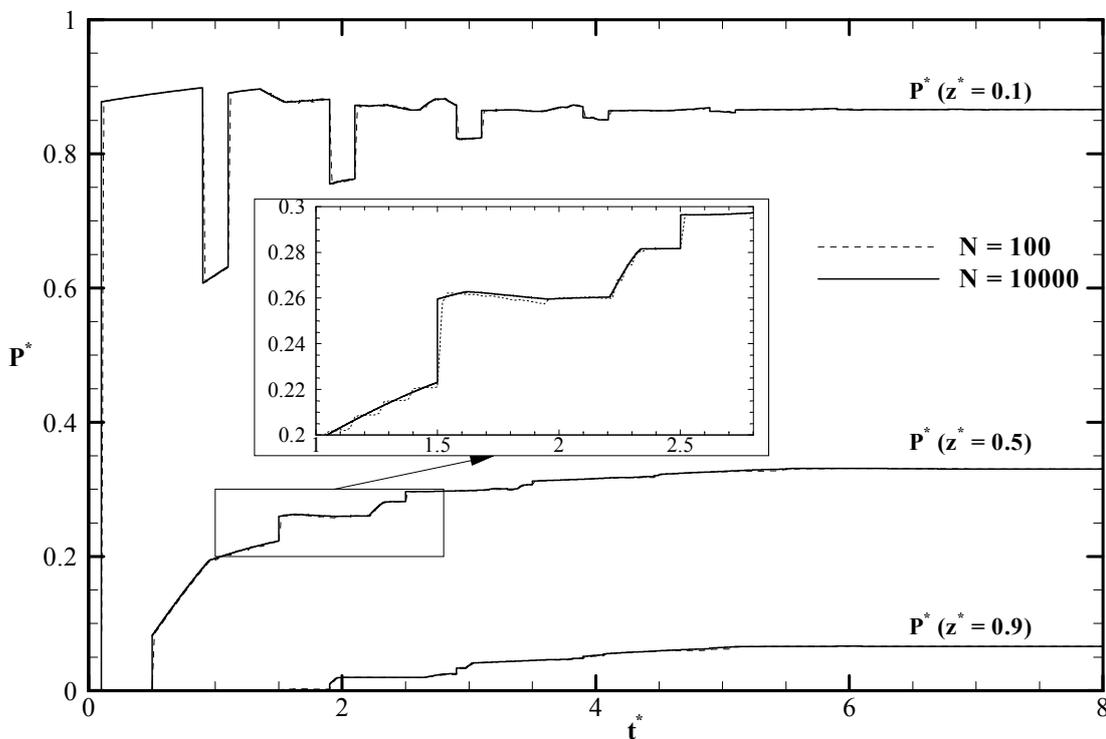


Figura 4.10 – Análise da malha na evolução temporal da pressão em três posições ao longo da tubulação.

Para o campo de vazão, o efeito da malha mostra maior influência nos resultados, como pode ser observado na Figura 4.11. Verifica-se que a vazão na saída da tubulação é a mais afetada. Para a malha mais refinada, observa-se que a expulsão do fluido através da saída do espaço anular se inicia em $t^* = 5$, enquanto para a malha com 100 células isto ocorre por volta de $t^* = 5,1$. É interessante observar que o valor da vazão volumétrica próximo ao regime permanente é cerca de 2% da vazão que um fluido newtoniano escoaria nesta geometria, submetido a este gradiente de pressão. Isto ocorre devido à elevada viscosidade e tensão limite de escoamento do fluido. Caso a tensão limite fosse maior ainda, proporcionando um

número de Bingham total (B_T) superior a unidade, não ocorreria a inicialização do escoamento, ou seja, o gradiente de pressão proporcionado pela bomba seria insuficiente para reiniciar o escoamento.

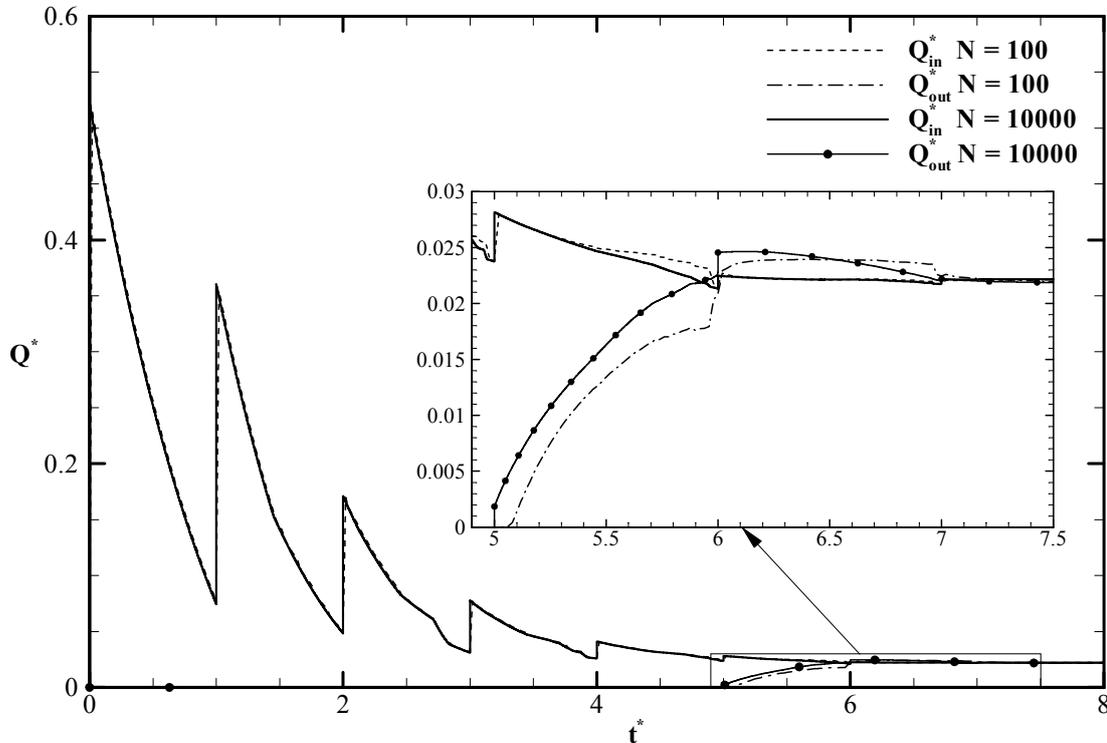


Figura 4.11 – Análise da malha na evolução temporal da vazão na entrada e na saída da tubulação.

Analisando a interferência da malha no campo de vazão ao longo de toda a tubulação em $t^* = 5,8$ (Figura 4.12), verifica-se que a vazão na saída, $z^* = 1$, para uma malha com 100 células é 17,5% inferior à obtida ao utilizar uma malha com 10.000 células ($Q^* = 0,0209$). Para malha com 1.000 células a diferença cai para cerca de 2,4%, enquanto para uma malha com 2.000 células é inferior a 1%. Pode parecer que adoção de malhas muito refinadas seja o ideal, porém, considerando o aumento do tempo computacional proporcionado pelo refino, percebe-se a necessidade de contrabalancear os dados.

A Tabela 4.3 apresenta o número máximo de iterações necessário para a convergência e também o tempo computacional médio necessário para simular um intervalo de tempo adimensional de uma unidade para cada malha empregada. As simulações foram conduzidas até $t^* = 8,0$. Comparando-se os tempos computacionais médios verifica-se que a malha com 1.000 células demanda cerca de 40 vezes mais tempo do que a malha grosseira

com 100 células, enquanto a malha com 10.000 células mais de 2.700 vezes. Em relação à malha com 1.000 células, verifica-se que ao dobrar o número de células, o tempo computacional aumenta mais de 3,6 vezes. Com base neste incremento de tempo, e verificando que a diferença entre o valor da vazão na saída em relação à malha mais refinada é inferior a 3% ($Q^* = 0,0204$), opta-se no presente trabalho por adotar uma malha com 1.000 células, como sendo a mínima necessária para realizar as simulações com fluidos de Bingham.

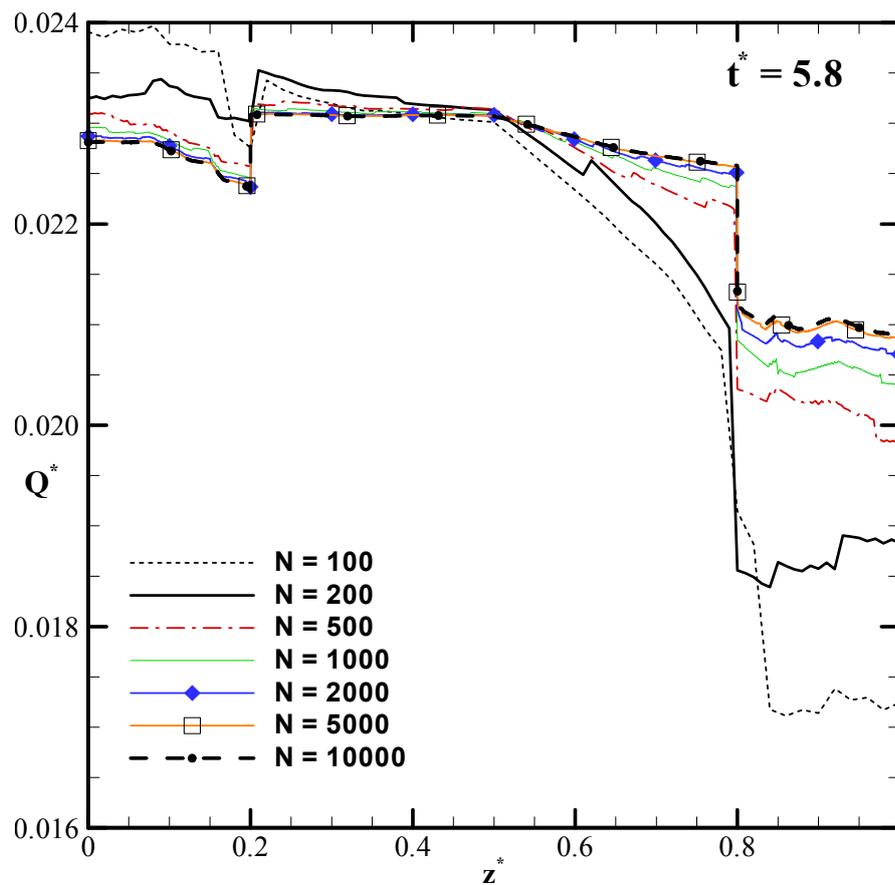


Figura 4.12 – Efeito da malha no campo de vazão no instante $t^* = 5,8$.

Tabela 4.3 – Efeito do refino da malha no número de iterações e no tempo computacional.

Número Total de Células [N]	100	200	500	1.000	2.000	5.000	10.000
Número Máximo de Iterações [n_{max}]	100	88	56	41	29	19	13
Tempo Computacional [s]	0,13	0,35	1,56	5,16	18,75	89,33	343,99

4.4 Comparação com Resultados Experimentais

A última etapa do processo de verificação do modelo matemático desenvolvido consiste da comparação dos resultados obtidos com valores experimentais. Estes valores foram obtidos para o escoamento de água e de dois fluidos de perfuração em uma sonda de perfuração de poços de petróleo, devidamente preparada para monitorar a pressão ao longo da coluna de perfuração e do espaço anular.

4.4.1 Descrição da Sonda Experimental

A PETROBRAS possui uma sonda experimental de perfuração em São Sebastião do Passé – BA (NUEX-Taquipe) que é utilizada para testar algumas condições de campo. Apesar das variações de diâmetro ao longo do poço, aproxima-se a geometria como sendo formada por uma coluna de perfuração com diâmetros interno e externo de 76 mm e 88,9 mm (3,5 polegadas), respectivamente, inserida em um poço revestido com 157 mm de diâmetro interno, como mostra a Figura 4.13. Dois sensores de fibra óptica, baseados na tecnologia de redes de Bragg, foram instalados no interior da coluna de perfuração e seis no espaço anular para medir a pressão e a temperatura.

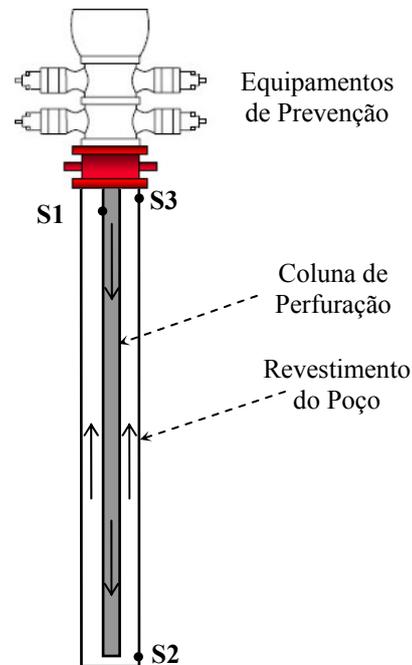


Figura 4.13 – Representação esquemática da sonda experimental.

Como muitos fluidos de perfuração são reconhecidos por não transmitirem a pressão como esperado, uma série de testes experimentais foram realizados na sonda. Para tal propósito, a coluna de perfuração foi montada sem a broca na sua extremidade e aproximada ao máximo do fundo da coluna de revestimento. Desta forma tanto a coluna de perfuração quanto o espaço anular formado entre a parede da coluna de perfuração e o revestimento, tem aproximadamente 1.192 metros de comprimento. Além do sistema de segurança, um conjunto de válvulas foi instalado na cabeça do poço para permitir a injeção de fluido tanto pelo interior da coluna de perfuração quanto pelo espaço anular. Se o fluido é bombeado através da coluna de perfuração, uma válvula mantém a saída do espaço anular fechada e o oposto ocorre se o fluido é pressurizado pelo espaço anular. O fluido de perfuração é bombeado ou pela unidade de perfuração da sonda ou por uma unidade de cimentação móvel adaptada para tal propósito. O sistema de circulação é conectado à cabeça do poço através de uma tubulação para alta pressão e consegue controlar tanto a vazão volumétrica quanto a máxima pressão na saída da bomba. A pressão máxima é estabelecida de acordo com a massa específica do fluido, uma vez que a pressão no fundo do poço não pode ultrapassar 27,6 MPa (4.000 psi). Para medir os dados é utilizado um sistema de aquisição compatível com a tecnologia de redes de Bragg e uma taxa de aquisição de 1 kHz.

Somente os resultados dos três sensores (S1, S2 e S3) indicados na Figura 4.13 foram usados na comparação com os valores simulados. O primeiro sensor estava localizado no interior da coluna e os outros dois no espaço anular em 29 m (S1), 1.192 m (S2) e 14,64 m (S3) abaixo da cabeça do poço, respectivamente.

Os testes foram realizados da seguinte maneira: i) em primeiro lugar, o poço foi preenchido com fluido de perfuração e fechado; ii) o líquido foi então bombeado para o poço com uma vazão constante, com o retorno fechado, até que a pressão de fundo de poço atingisse 27,6 MPa (4.000 psi) (pressão máxima de trabalho); iii) a bomba foi então desligada e o poço permaneceu fechado até que a pressão se estabilizasse; finalmente o poço foi depressurizado através da válvula de retorno (*choke*). No presente trabalho, duas vazões volumétricas nominais foram consideradas: 1,325 l/s e 9,275 l/s. Na verdade, foi difícil controlar a vazão e seu valor variou durante o experimento.

Os testes foram realizados para vários fluidos, mas somente três são usados na comparação: água e dois fluidos de perfuração (Fluido A e Fluido B). O fluido A tem baixa viscosidade e baixa massa específica enquanto o fluido B tem alta viscosidade e alta massa

específica. As propriedades reológicas dos fluidos A e B foram obtidas através do viscosímetro Fann 35 e ajustadas para fluido de Bingham. A velocidade de propagação da onda de pressão nos fluidos foi estimada usando o tempo necessário para a pressão se propagar entre dois sensores. A viscosidade plástica (viscosidade para o caso da água), a tensão limite de escoamento, a velocidade de propagação e a massa específica dos fluidos são apresentadas na Tabela 4.4. As propriedades da água foram obtidas da literatura (WHITE, 2003).

Tabela 4.4 – Propriedades dos fluidos.

Propriedades	Água	Fluido A	Fluido B
ρ [kg/m ³]	1.000	1.150	1.929
c [m/s]	1.350	1.000	1.011
τ_0 [Pa]	0	2,17	10,88
μ_p [Pa.s]	0,001	0,0235	0,0677

4.4.2 Procedimento dos Testes

A fim de avaliar a transmissão de pressão ao longo do poço, o fluido de perfuração é subitamente pressurizado pela bomba. Como condição inicial, considerou-se que o fluido encontrava-se em repouso e conseqüentemente, a vazão volumétrica é nula ao longo do domínio $Q(z, t = 0) = 0$. A pressão inicial foi considerada como a pressão hidrostática. Vazão volumétrica nula foi considerada como condição de contorno na saída, uma vez que as válvulas de retorno na cabeça do poço permanecem sempre fechadas. A injeção de fluido com a saída fechada fez com que a pressão dentro do poço aumentasse continuamente até atingir valor pré-definido, P_{set} , quando então a bomba foi desativada.

Para representar estas condições, modificações nas condições de contorno descritas na Seção 3.4 foram realizadas. O comportamento da pressão e da vazão volumétrica na entrada da tubulação, para este caso é representado na Figura 4.14. Observa-se nesta figura, que enquanto ocorre à injeção do fluido a pressão na entrada vai gradativamente aumentando. A variação da pressão depende das propriedades do fluido, da geometria do escoamento e da magnitude da vazão. Observa-se que após o desligamento da bomba a pressão na entrada

decrece rapidamente, e logo na seqüência, dependendo das características do escoamento, pode oscilar um pouco até a estabilização.

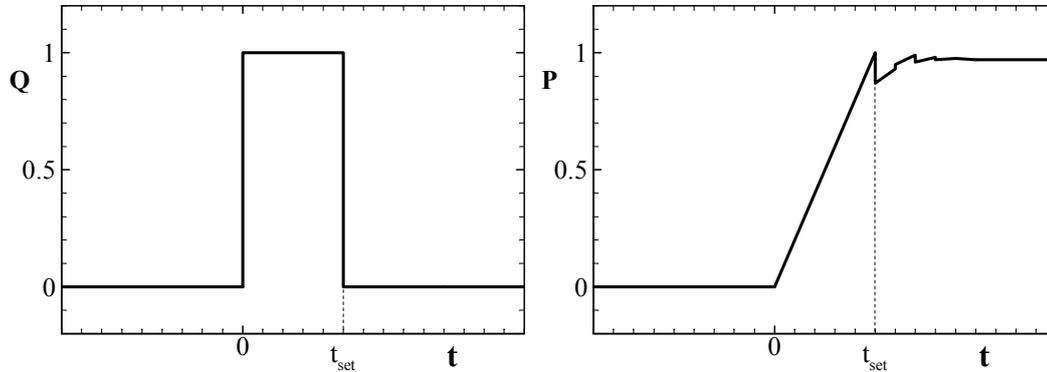


Figura 4.14 – Comportamento da vazão e da pressão na entrada do poço durante a realização dos testes experimentais.

Matematicamente tem-se para a entrada da tubulação a seguinte condição de contorno:

$$Q(z = 0, t) = \begin{cases} Q_{in} & \text{se } t \leq t_{set} \\ 0 & \text{se } t > t_{set} \end{cases} \quad (4.5)$$

em que t_{set} é o tempo em que $P(z = 0, t) \geq P_{set}$.

Para a saída da tubulação tem em todo intervalo analisado dos testes tem-se:

$$Q(z = L_T, t) = 0 \quad (4.6)$$

Como a vazão da bomba não é medida exatamente e os testes experimentais foram conduzidos principalmente para avaliar a transmissão de pressão depois de a bomba ser desligada, a vazão volumétrica da bomba é ajustada para adequar a pressão calculada com aquela medida no primeiro sensor (S1). Uma malha com 984 volumes foi usada em todas as simulações. Empregou-se esta malha a fim de aproximar ao máximo a localização dos sensores com a fronteira das células, onde a pressão e vazão do modelo são calculadas e também para trabalhar próximo da malha definida através da análise de sensibilidade realizada na seção anterior.

Uma vez que os sensores captam a pressão absoluta do fluido no poço e o modelo matemático foi desenvolvido desprezando a força gravitacional, foi necessário diminuir do valor absoluto da pressão o valor inicial medido pelo transdutor antes da bomba ser acionada.

4.4.3 Resultados Experimentais

Quatro conjuntos de dados experimentais foram escolhidos para serem comparados com os resultados do modelo. Os dois primeiros foram realizados com duas vazões de água, enquanto os outros dois com dois fluidos de perfuração diferentes.

Por questão de conveniência os resultados apresentados nesta seção serão mostrados na forma dimensional, empregando as unidades do sistema internacional. A Tabela 4.5 ilustra os parâmetros utilizados e obtidos para os quatro testes realizados. Uma vez que a geometria do poço é a mesma para todos os casos, os parâmetros geométricos também são os mesmos. Mais detalhes de cada um dos casos são apresentados na sequência.

Tabela 4.5 – Parâmetros do escoamento.

Parâmetro \ Fluido	Água (teste 1):	Água (teste 2):	Fluido A:	Fluido B:
Pressão Máxima na Entrada (P_{set})	14,7 MPa	15,2 MPa	13,8 MPa	7,60 MPa
Vazão Volumétrica da Bomba (Q_{in})	1,12E-03 m ³ /s	8,70E-03 m ³ /s	1,46E-03 m ³ /s	9,52E-04 m ³ /s
Parâmetros Geométricos	$L_1 = L_2 = 1.192 \text{ m}$; $L_T = 2.384 \text{ m}$; $D_1 = 76 \text{ mm}$; $D_{2,i} = 88,9 \text{ mm}$; $D_{2,e} = 157 \text{ mm}$			

Para a realização dos testes com a água, em virtude da sua baixa viscosidade, e da vazão volumétrica empregada nos testes ser relativamente elevada, parte do escoamento ocorre em regime turbulento ($Re_{z,t} > 2.000$). Desta forma, teve-se que adaptar o modelo para tal condição de escoamento. O fator de atrito turbulento adotado é o sugerido em White (2003): $f_{turb} = 0,079 Re_{z,t}^{-0,25}$. A implementação deste fator segue a forma: $R'_s = R_s f_{turb} / f_{lam} = R_s f_{turb} Re_{z,t} / 16\zeta$, em que o coeficiente R_s (Eqs. (3.63) e (3.64)) é simplesmente corrigido, quando necessário para o fator de atrito turbulento.

Água

Para o primeiro teste com água, a bomba foi acionada com uma vazão constante de 1,122 l/s e desligada quando a pressão na entrada do poço atingiu 14,69 MPa (2130 psi). A Figura 4.15 e a Figura 4.16 mostram as comparações dos resultados computados com os medidos para o primeiro sensor (localizado no interior da coluna) e para o terceiro sensor (localizado próximo à válvula no espaço anular), respectivamente. A boa concordância da pressão durante os primeiros 150s na Figura 4.15 não pode ser levada em consideração, uma vez que a vazão volumétrica foi adequada a fim de aproximar as curvas. Após a bomba ser desligada e a vazão volumétrica tornar-se zero, a concordância continua razoável, tendo o valor medido e o calculado à mesma frequência e as amplitudes são bastante próximas. Salienta-se que as oscilações ocorrem devido à reflexão da onda de pressão nas fronteiras do domínio e a frequência relaciona-se com a velocidade de propagação da onda e com o comprimento de cada domínio. Entretanto, os valores calculados e medidos começam a se afastar um do outro, uma vez que a oscilação na pressão medida é dissipada muito mais rapidamente que a computada. Por outro lado, a concordância das pressões na Figura 4.16 é bastante razoável durante o aumento de pressão e logo após a bomba ser desligada. Apesar do formato semelhante das oscilações, os valores medidos ainda se dissipam mais rapidamente do que os calculados.

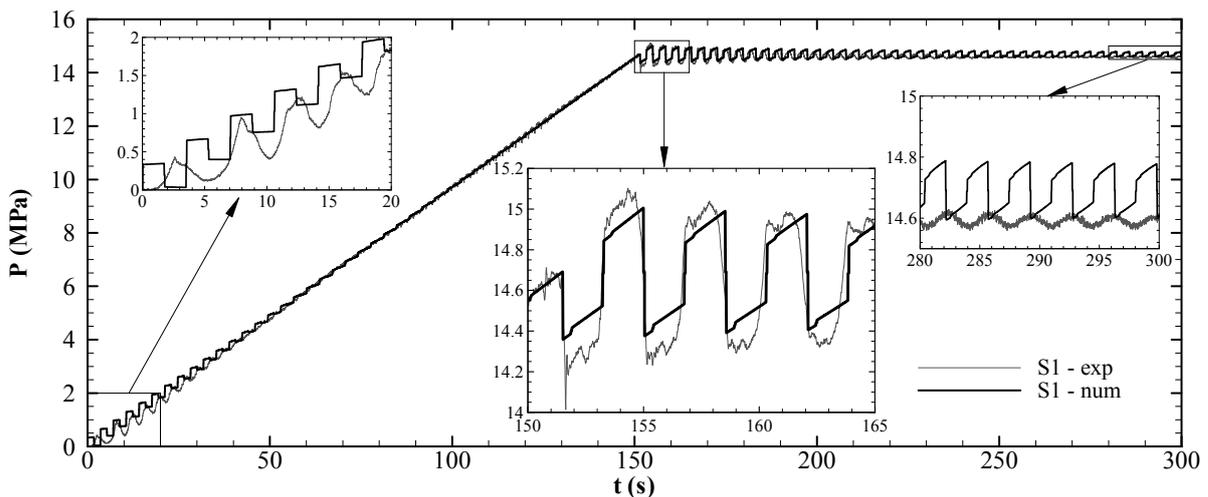


Figura 4.15 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S1 para a vazão volumétrica de 1,122 l/s.

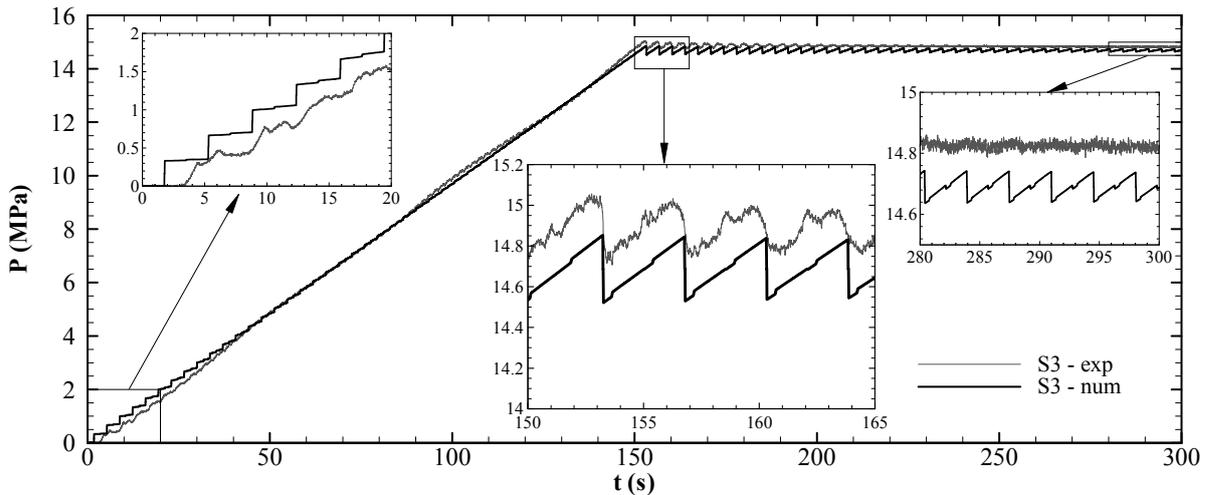


Figura 4.16 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S3 para a vazão volumétrica de 1,122 l/s.

Para o segundo caso de escoamento com água, a vazão imposta, ajustada para aproximar os resultados em S1, variou linearmente entre zero até o máximo valor (8,7 l/s) em 8 segundos e então permaneceu constante até que a pressão de 15,2 MPa (2.204 psi) fosse alcançada na entrada da coluna de perfuração na cabeça do poço, quando a bomba foi desligada. A Figura 4.17 e a Figura 4.18 mostram as comparações dos valores calculados com os medidos para a pressão nas posições S1 e S3, respectivamente. Para este caso pressurizado com uma vazão maior, a concordância é ainda melhor que a observada nas Figuras 4.14 e 4.15.

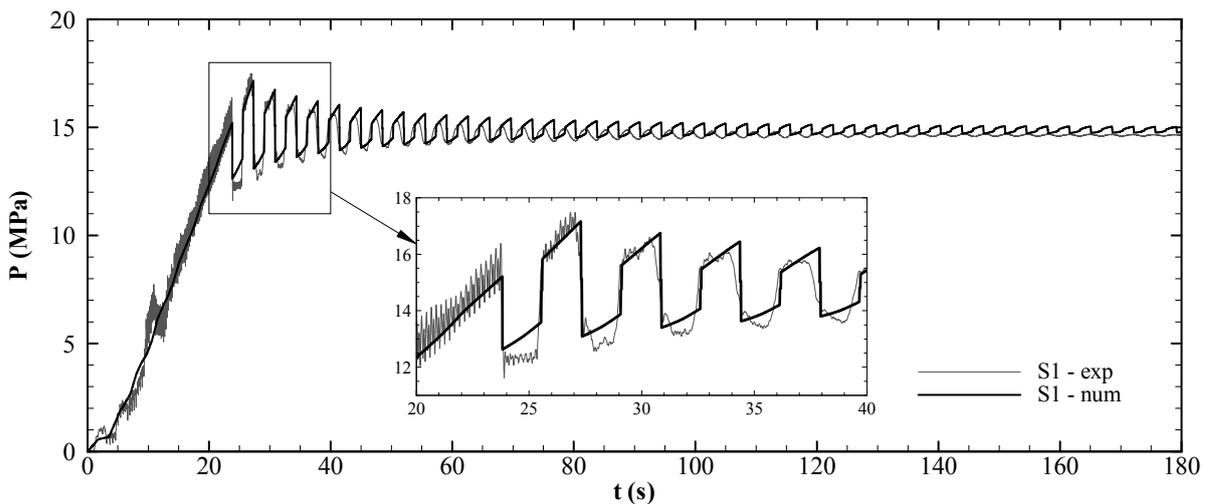


Figura 4.17 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S1 para a vazão volumétrica de 8,7 l/s.

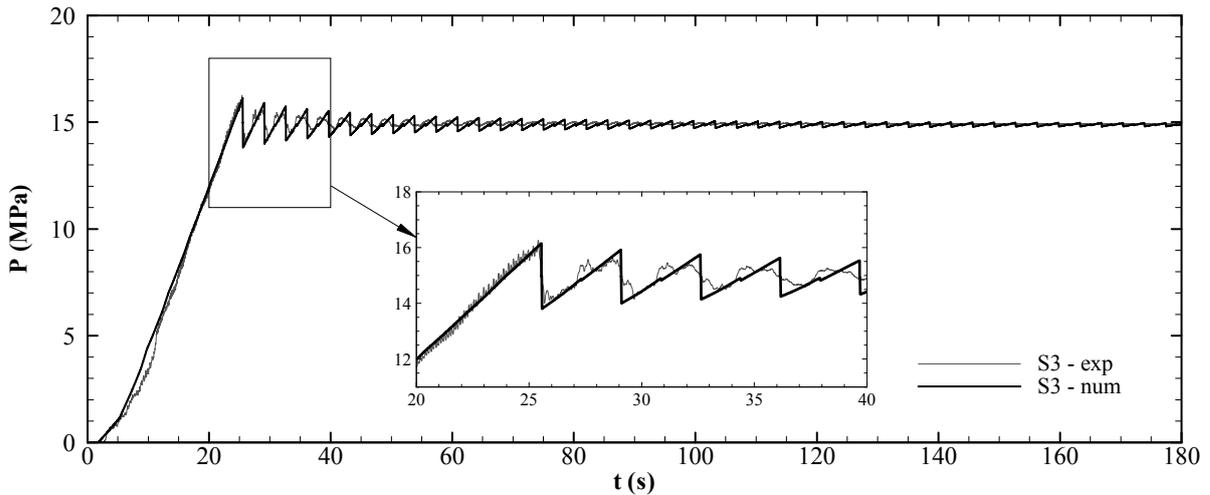


Figura 4.18 – Evolução temporal dos valores medidos e calculados para a pressão na posição S3 para a vazão volumétrica de 8,7 l/s.

Fluidos de Perfuração

Testes semelhantes foram realizados com os dois fluidos de perfuração, fluidos A e B. Para o fluido A, a vazão volumétrica foi ajustada para o valor constante de 1,462 l/s até que a pressão na entrada do poço atingisse 13,82 MPa (2.004 psi) quando a bomba foi desligada.

A Figura 4.18 mostra a variação temporal dos valores medidos e calculados para a pressão em cada sensor. Ao contrário do observado para fluido newtoniano, as pressões não oscilam tanto e essa resposta pode ser observada em ambas as curvas, calculada e medida. Este comportamento pode ser explicado pela tensão limite de escoamento dos fluidos de Bingham. Logo que a bomba é desligada, a pressão começa a refletir nas extremidades da tubulação e o gradiente de pressão começa a se reduzir ao longo do domínio. Uma vez que o gradiente de pressão ao longo do domínio não seja mais capaz de superar a tensão limite de escoamento, a onda de pressão não se reflete mais e logo se estabiliza. Embora as curvas medidas e calculadas tenham respostas semelhantes, os valores computados se estabilizaram um pouco antes. Diferentemente do fluido newtoniano, em que pressão é uniforme ao longo do domínio após o equilíbrio ser atingido (se a pressão hidrostática é subtraída), a pressão do fluido Bingham se estabiliza em valores diferentes para cada posição de domínio. Pode-se ver que o valor estabilizado da pressão de saída é maior que o de entrada, para ambas as curvas. Na verdade, ambos os valores de pressão, obtido numericamente quanto o medido e calculado, não se tornaram estáveis, mas eles se aproximam uns dos outros.

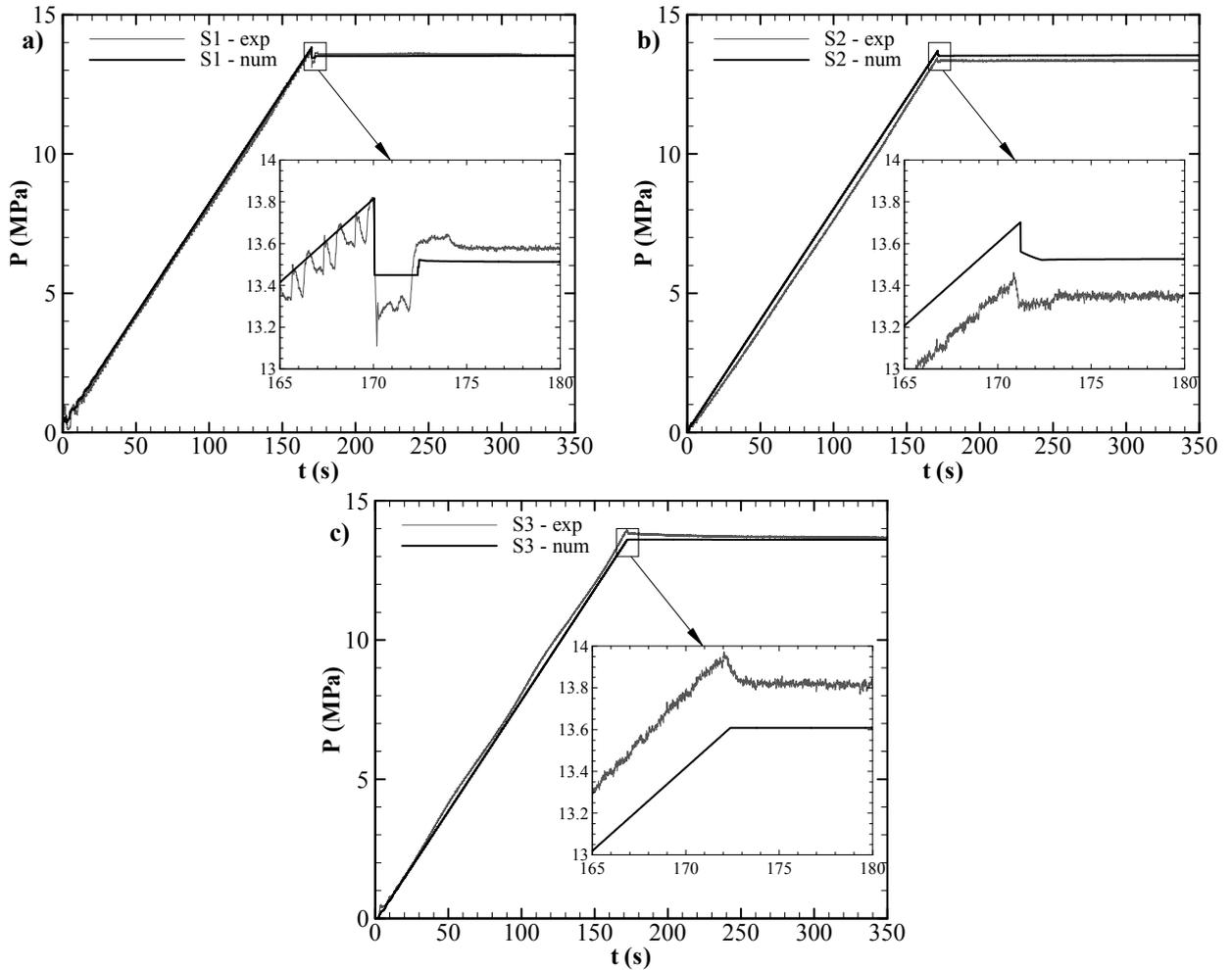


Figura 4.19 – Evolução temporal da pressão medida e calculada para o fluido A (a) S1, (b) S2 e (c) S3.

Os resultados para o fluido B são agora discutidos. A vazão, neste caso, foi ajustada para o valor constante de 0,952 l/s e a bomba foi desligada quando a pressão de entrada atingiu 7,6 MPa (1.102 psi). Comparações dos resultados para fluido B são mostradas na Figura 4.20. Não somente os valores medidos e calculados são muito semelhantes novamente, mas também eles não oscilam, como observado nos resultados do fluido A. As pressões em S1 e S2 reduziram subitamente após o pico e depois estabilizaram. Apesar da diferença na pressão medida e calculada durante o período de bombeamento, os valores da pressão na posição S3 respondem de forma muito semelhante, pois ambos atingiram um máximo e então se tornaram constantes. A ausência de oscilação neste caso é devido à alta viscosidade aparente do fluido de perfuração que dissipa a onda de pressão mais rapidamente do que no caso do fluido A.

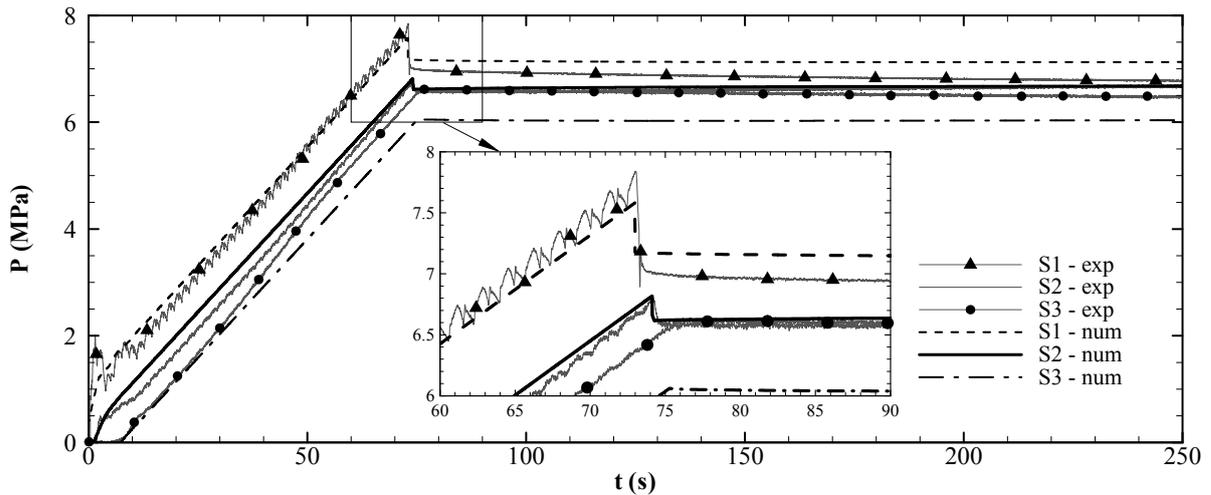


Figura 4.20 – Evolução temporal da pressão medida e calculada para o fluido B.

4.5 Síntese do Capítulo

Este capítulo dedicou-se à verificação do modelo matemático desenvolvido. Inicialmente aplicou-se o modelo para o caso do escoamento de fluido newtoniano em um tubo de seção circular ou em um anular constante. Os resultados foram então comparados com os obtidos através do método dos volumes finitos com aproximação através do esquema *Upwind* de primeira ordem e também da solução analítica obtida para os casos com pressão e vazão constante na entrada de tubulação e pressão nula na saída da tubulação (Apêndice A). Verificou-se que o método das características apresentou resultados mais próximos a solução analítica, e também demandou menos tempo computacional em comparação com o método dos volumes finitos.

Outra etapa da verificação consistiu da análise do critério de convergência e também da sensibilidade da malha. Para esta verificação, um caso crítico observado durante o processo de perfuração foi escolhido. O escoamento de um fluido não newtoniano de Bingham com elevada tensão limite de escoamento na geometria do poço (tubo acoplado a um espaço anular) com razão de áreas de 0,1 foi estudado. Definiu-se nesta etapa que a convergência do modelo desenvolvido ocorre quando o resíduo local torna-se inferior a $Res_{max} = 10^{-6}$ ou o número de iterações ultrapassa $n_{max} = 100$. Da análise de sensibilidade de malha, constatou-se que, para o escoamento de fluido de Bingham, uma malha com 1.000 células proporciona bons resultados e não demanda um tempo computacional tão elevado.

Finalizando a verificação os resultados do modelo são comparados com valores medidos obtidos para água e para dois fluidos de perfuração em uma sonda de perfuração experimental da PETROBRAS. Uma boa concordância entre os valores medidos e os calculados foi observada. Para os casos com água, não somente as pressões medida e calculada aumentam na mesma taxa, mas também oscilam na mesma frequência logo que a bomba se desliga. Depois disso, os dados medidos e calculados começam a desviar um do outro, uma vez que as oscilações medidas dissipam mais rapidamente que as calculadas.

Para fluido de Bingham, no entanto, a comparação é ainda melhor, pois tanto os valores medidos quanto computados praticamente não oscilam. Também foi observado que as oscilações diminuem à medida que aumenta a tensão limite de escoamento. Isto é observado tanto nos valores medidos quanto calculados. Os resultados calculados mostram que a tensão limite de escoamento dos fluidos de perfuração é responsável pelo amortecimento das oscilações. Quando o gradiente de pressão não é mais suficiente para superar a tensão limite de escoamento dos fluidos, a propagação da onda para e a pressão parece se estabilizar ao longo do poço. Na verdade, a pressão ao longo do domínio não é uniforme como observado com os fluidos newtonianos e um pequeno gradiente de pressão é observado. Além disso, observou-se que as pressões na entrada e na saída não se estabilizam completamente, mas tendem a aproximar uma da outra. Isto é observado tanto nos valores medidos quanto nos calculados.

Desta forma, conclui-se que o modelo matemático desenvolvido pode ser empregado para simular e analisar a propagação da onda de pressão durante do reinício da circulação de fluidos de perfuração. No próximo capítulo são verificados os efeitos de diferentes fluidos, geometrias e condições de contorno na intensidade dos picos de pressão observados.

5 RESULTADOS

Conforme características da formação e a etapa da perfuração, diferentes tipos de fluido de perfuração e dimensões de poços podem ser empregados durante o processo de perfuração. A Tabela 5.1 ilustra quatro geometrias, de coluna e de brocas comumente utilizados. Com base nestas geometrias e nas propriedades dos fluidos, verifica-se que os parâmetros geométricos adimensionais característicos do modelo desenvolvido apresentam considerável variação. Nesta tabela, apresentam-se também os parâmetros $\lambda = \rho c D_{h1}^2 / 32 \mu_p L_T$ calculados com base nos fluidos A e B (Tabela 4.4) para cada geometria, considerando um poço com 10 km de comprimento total ($L_1 = L_2 = 5 \text{ km}$, $\varphi = 0,5$) e as pressões necessárias na entrada do poço para proporcionar o escoamento para um número de Bingham $Bi = 0,5$.

Tabela 5.1 – Parâmetros da perfuração.

Parâmetro	Configuração	1	2	3	4
Diâmetro interno coluna D_{h1} [pol]		2	2,99	4,44	4,44
Diâmetro externo coluna $D_{2,i}$ [pol]		2,38	3,5	5	5
Diâmetro do poço $D_{2,e}$ [pol]		3,5	6,125	8,5	12,25
Área Interna Coluna $A1$ [m ²]		0,0020	0,0045	0,0100	0,0100
Área Espaço Anular $A2$ [m ²]		0,0033	0,0128	0,0239	0,0634
Razão de Áreas $RA = A_1/A_2$ [-]		0,61	0,35	0,42	0,16
Espaçamento anular $\varepsilon_2 = D_{2,i}/D_{2,e}$ [-]		0,68	0,57	0,59	0,41
Razão diametral $H = D_{h1}/(D_{2,e} - D_{2,i})$ [-]		1,79	1,14	1,27	0,61
Parâmetro λ (Fluido A - $L_T = 10.000$) [-]		0,39	0,88	1,94	1,94
Pressão na Entrada para $Bi = 0,5$ [MPa]		3,42	2,29	1,54	1,54
Parâmetro λ (Fluido B - $L_T = 10.000$) [-]		0,23	0,52	1,14	1,14
Pressão na Entrada para $Bi = 0,5$ [MPa]		8,57	5,73	3,86	3,86

Com base nos parâmetros característicos do modelo e tendo em vista a ordem dos parâmetros levantados na Tabela 5.1, uma análise de sensibilidade do modelo é realizada. Desta forma, o presente capítulo divide-se em duas seções. Na primeira, apresenta-se uma análise de sensibilidade da intensidade dos picos de pressão em relação aos parâmetros do escoamento, com pressão constante na entrada da tubulação. Na Seção 5.2, a mesma análise de sensibilidade para o caso com vazão constante é estudada.

5.1 Escoamento com Pressão Constante

Para a análise de sensibilidade sob a condição de contorno de pressão constante na entrada da tubulação e nula na saída, define-se um caso padrão cujos parâmetros são mostrados na Tabela 5.2. Nota-se que os parâmetros B_T , F_v e H para esta condição de contorno, são calculados em função dos demais, desta forma, ao alterar algum dos parâmetros principais estes parâmetros podem variar também.

Tabela 5.2 – Parâmetros utilizados para a análise de sensibilidade.

λ	Bi	RA	ε_2	φ	ε_1	Parâmetros Calculados		
						B_T	F_v	H
1	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,56	1,058	1,227

Ao acionar a bomba de circulação, assume-se que a pressão na entrada da tubulação subitamente atinge seu valor máximo e mantém-se. Portanto, a variação da pressão ao longo da tubulação depende da propagação da onda de pressão. A Figura 5.1 apresenta a evolução temporal da pressão em várias posições da coluna-poço após o degrau na pressão na entrada. A pressão em $z^* = 0,5$ representa a pressão no fundo do poço durante a retomada da circulação. Observa-se nesta figura que a pressão em uma determinada posição só varia após a passagem da onda de pressão.

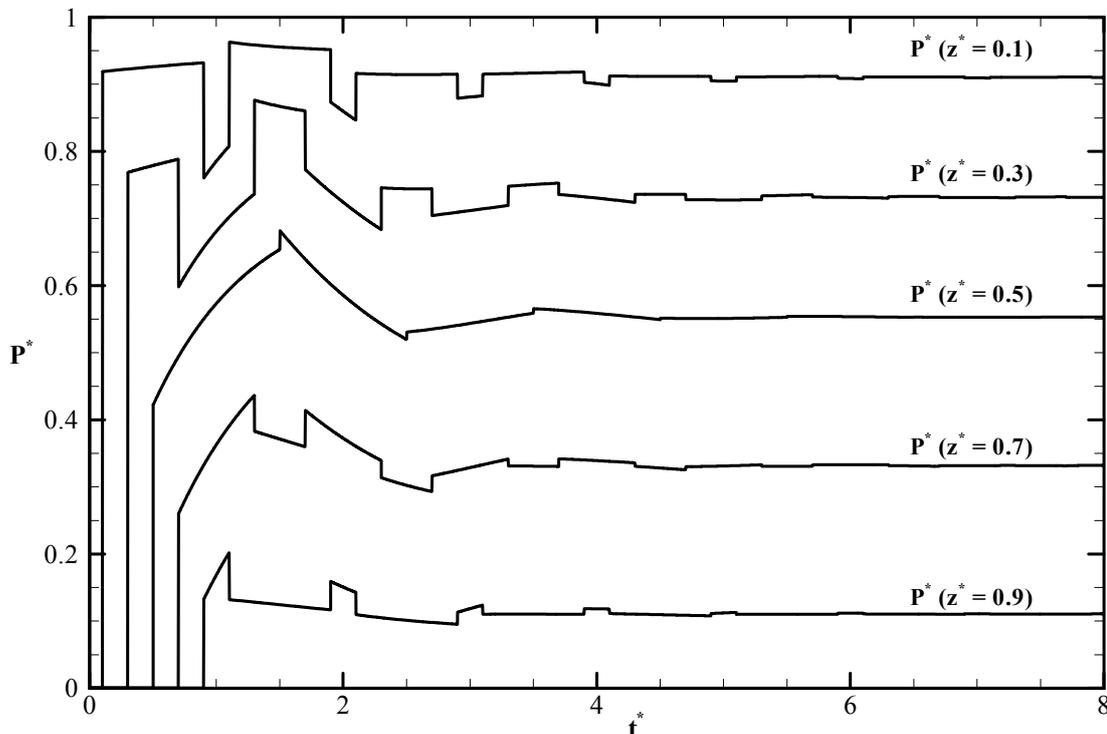


Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão em várias posições da tubulação para o caso da Tabela 5.2.

Nota-se na Figura 5.1 oscilações na pressão devido à propagação e reflexão da onda de pressão. Como comentado na Seção 4.1, a onda de pressão ao se propagar sofre reflexões quando se depara com as extremidades da tubulação. Para este caso, no qual o escoamento ocorre através de duas tubulações, interior da coluna (tubo) e pelo espaço anular, quando a onda atinge a extremidade da coluna, parte da onda se reflete e outra parcela é transmitida para a região anular.

A Figura 5.2 ilustra a propagação da onda de pressão ao longo da geometria coluna-poço. Verifica-se na Figura 5.2a em $t^* = 0,6$ a presença de duas frentes de onda devido à reflexão que ocorreu no fundo do poço em $t^* = 0,5$. A que foi transmitida para a região anular não sofre inversão de fase, encontra-se em $z^* = 0,6$, e desloca-se na região anular incrementando a pressão em direção à saída, enquanto a outra, que foi refletida e sofre inversão de fase, está em $z^* = 0,4$ e desloca-se no interior da coluna reduzindo a pressão em direção à entrada da tubulação. Ainda nesta figura, no instante $t^* = 1,0$ observa-se que a onda atinge ambas as extremidades da geometria, quando então ocorre a reflexão invertendo a fase e o sentido de propagação. Neste caso, a onda que se reflete na entrada irá se propagar aumentando a pressão, enquanto a na saída irá se propagar em direção ao fundo do poço, reduzindo a pressão.

Na Figura 5.2b verifica-se que no instante de tempo 1,5 as frentes de onda se encontram no fundo do poço. Este encontro das frentes de onda no fundo do poço é o responsável pelo pequeno pico de pressão verificado em $z^* = 0,5$ no instante $t^* = 1,5$ na Figura 5.1. Nota-se que a magnitude deste pico ($P^*(z^* = 0,5) = 0,682$) é mais de 20% superior à pressão de regime permanente (0,553). Após o encontro, ocorre a superposição das ondas e novamente verifica-se a transmissão e reflexão da onda. A continuação da propagação faz com que a pressão no fundo do poço sofra um decréscimo e as sucessivas reflexões e superposições acarretam as demais oscilações de pressão.

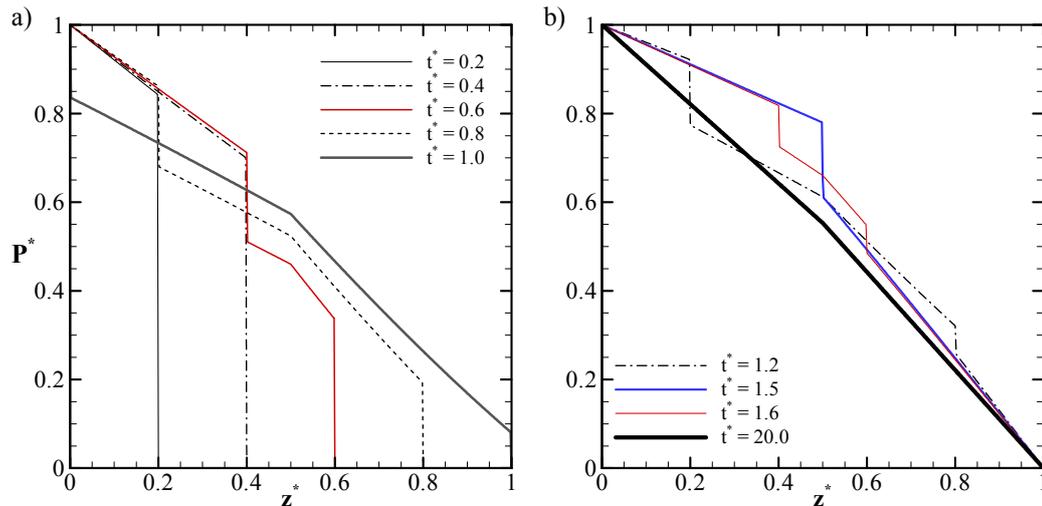


Figura 5.2 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,2; 1,5; 1,6$ e $20,0$.

Ainda na Figura 5.2b é apresentado o campo de pressão ao longo da tubulação após o regime permanente ser alcançado ($t^* = 20,0$). Verifica-se que a condição de regime permanente vem a ocorrer após o amortecimento completo da onda de pressão. Para este caso, observa-se que a queda de pressão ao longo do anular é de 55,3%, enquanto ao longo da coluna é de 44,7% da pressão imposta na entrada. Para o escoamento de fluido newtoniano, a queda de pressão ao longo da coluna é dada por $0,5/F_v$, enquanto para o espaço anular é dado pela diferença $1 - 0,5/F_v$. Para esta configuração, mantendo os mesmos parâmetros, teria-se que a queda de pressão ao longo da coluna seria de aproximadamente 47%, enquanto ao longo do espaço anular seria de 53%.

Assim como a pressão, a vazão ao longo da tubulação apresenta oscilações com o decorrer do tempo em função da propagação da onda de pressão. A Figura 5.3 ilustra o comportamento temporal da vazão. Nota-se que enquanto a onda de pressão não se propaga ao longo de toda a tubulação não ocorre saída de fluido pelo espaço anular. A vazão na entrada sobe subitamente com o acionamento da bomba e compressão do fluido, porém, devido ao deslocamento do fluido no restante da tubulação, logo decresce. Oscilações vão ocorrendo conforme a onda de pressão se propaga e se reflete. Verifica-se para este caso, devido à tensão limite de escoamento do fluido, que a vazão volumétrica em $t^* = 8,0$ é aproximadamente 27% da vazão de escoamento que um fluido newtoniano, com a mesma viscosidade, atinge quando é submetido a este gradiente de pressão nesta geometria.

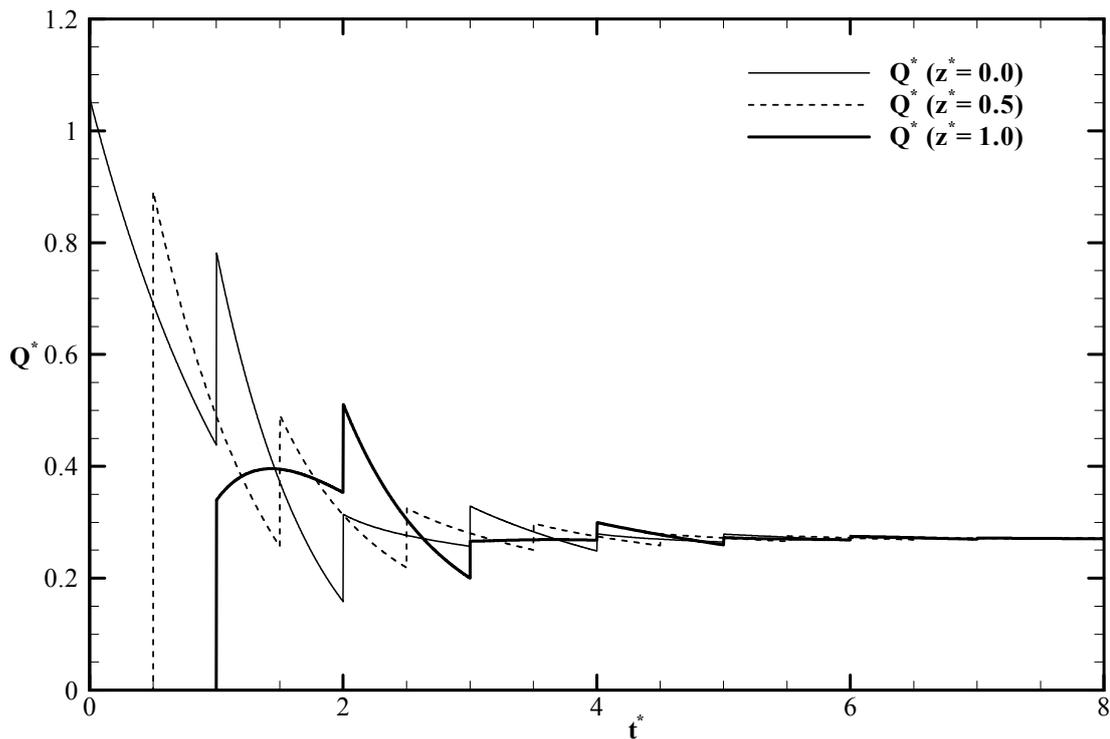


Figura 5.3 – Evolução temporal da vazão na entrada ($z^* = 0$), no meio ($z^* = 0,5$) e na saída da tubulação, ($z^* = 1,0$) para o caso da Tabela 5.2 com pressão constante na entrada.

5.1.1 Efeito dos Parâmetros

Com base no caso padrão definido na seção anterior, uma análise de sensibilidade em relação aos parâmetros do escoamento é desenvolvida. Para o caso com pressão constante, os parâmetros característicos são: λ , B_T , RA e ε_2 . Os parâmetros φ e ε_1 são mantidos constantes no presente trabalho, considera-se desta forma que a geometria da coluna é sempre um tubo ($\varepsilon_1 = 0$), e possui o mesmo comprimento da seção anular ($\varphi = 0,5$). Inicialmente, o efeito do tempo necessário para que a pressão da bomba alcance o seu valor máximo é verificado para o caso padrão.

Efeito do Tempo de Subida t_{sub}^*

Define-se como tempo de subida, o tempo necessário para a pressão adimensional na entrada atingir o valor unitário, considerando uma variação linear partindo de zero. Inicialmente considerou-se que este tempo de subida é nulo, ou seja, ao acionar a bomba, a pressão na entrada passa subitamente de zero para o valor unitário. Entretanto, sabe-se que tal

situação é hipotética, pois na realidade uma bomba demanda um certo intervalo de tempo até conseguir atingir a condição de máxima pressão. Com base nisso, o efeito de diferentes tempos de subida no comportamento da variação da pressão ao longo do tempo foi verificado.

A Figura 5.4 mostra o efeito do tempo de subida na evolução temporal da pressão no fundo do poço. Para o caso de um fluido no qual a onda de pressão se propaga com velocidade de 1.000 m/s, tem-se que o tempo adimensional de uma unidade é equivalente a 10 segundos em uma geometria coluna-poço de comprimento total de 10 km. Nota-se que quanto mais lento é o incremento da pressão, menores são as oscilações. Para o caso de incremento instantâneo, a pressão no pico é cerca de 23,3% superior à de regime permanente $P_{RP}^* = 0,553$, enquanto para o caso mais lento, $t_{sub}^* = 3,0$, a pressão no pico é somente 9,5% superior à de regime.

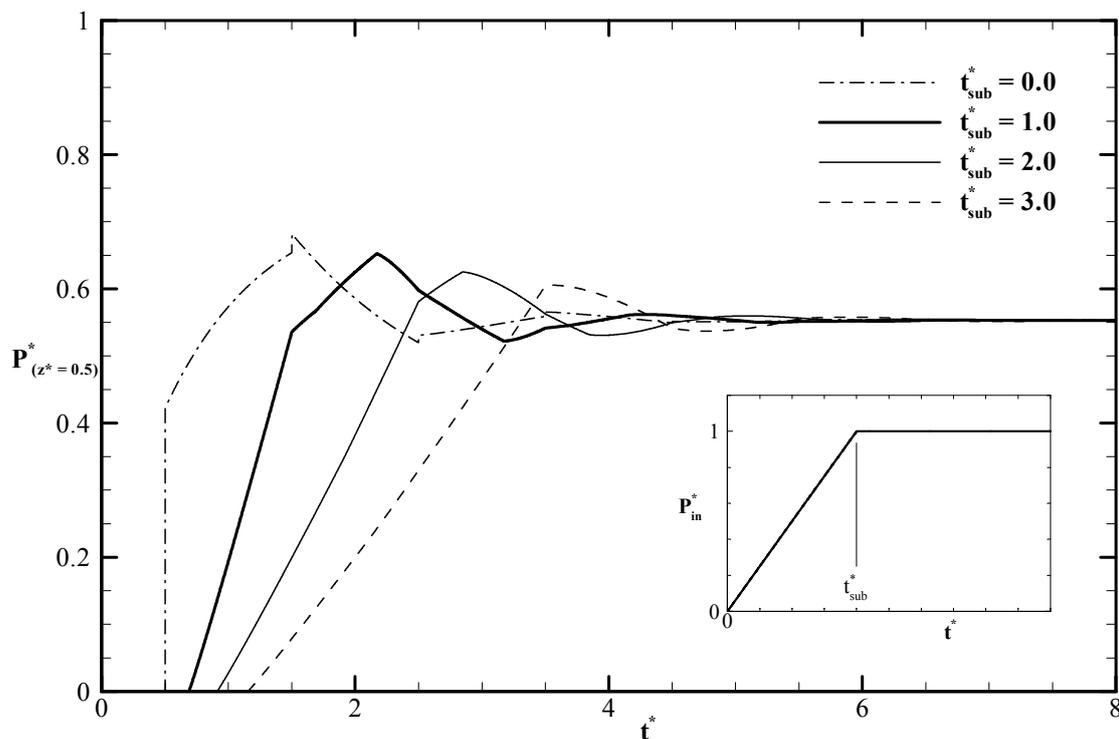


Figura 5.4 – Efeito do tempo de subida na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Considerando que um dos objetivos do trabalho é analisar os máximos picos de pressão que podem ser observados durante a retomada da circulação, é conveniente avaliar condições de contorno com a qual os maiores picos são verificados. Desta forma, as análises

seguintes serão todas realizadas considerando esta situação hipotética, na qual a bomba atinge a condição final imediatamente, $t_{sub}^* = 0$.

Efeito do parâmetro λ

O parâmetro $\lambda = \rho c D_{h1}^2 / 32 \mu_p L_T$ representa o efeito relativo entre a propagação da onda de pressão e a dissipação viscosa. Note que $\lambda = (\rho c D_{h1} / \mu_p) (D_{h1} / L_T) (1/32)$ pode ser entendido como uma relação entre o número de Reynolds (em termos da velocidade da onda) multiplicado pela razão de aspecto. Aumentando o comprimento da tubulação, bem como a viscosidade do fluido proporciona-se uma dissipação mais rápida da onda de pressão (menores λ). Fluidos com maior massa específica ou que permitam maiores velocidades de propagação (menor compressibilidade), escoando em tubulações de maiores diâmetros dissipam mais lentamente a onda de pressão (maior λ).

A Figura 5.5 ilustra o efeito deste parâmetro na evolução temporal da pressão no fundo do poço. Nota-se que para o menor λ não ocorrem picos de pressão, ou seja, a pressão cresce gradativamente até a condição de regime permanente. Para $\lambda = 0,3$ um pequeno incremento de pressão é verificado quando as frentes de onda se encontram em $t^* = 1,5$, e um incremento da ordem de 4% da pressão da bomba para $\lambda = 0,5$. Para os casos com menores dissipações, observa-se que a reflexão da onda ocorre repetidamente até que o regime permanente seja alcançado. Para $\lambda = 10,0$, o tempo para o regime permanente chega a ser superior a 100. Verifica-se que a pressão de estabilização é a mesma para todos os casos $P^*(z^* = 0,5) = 0,553$.

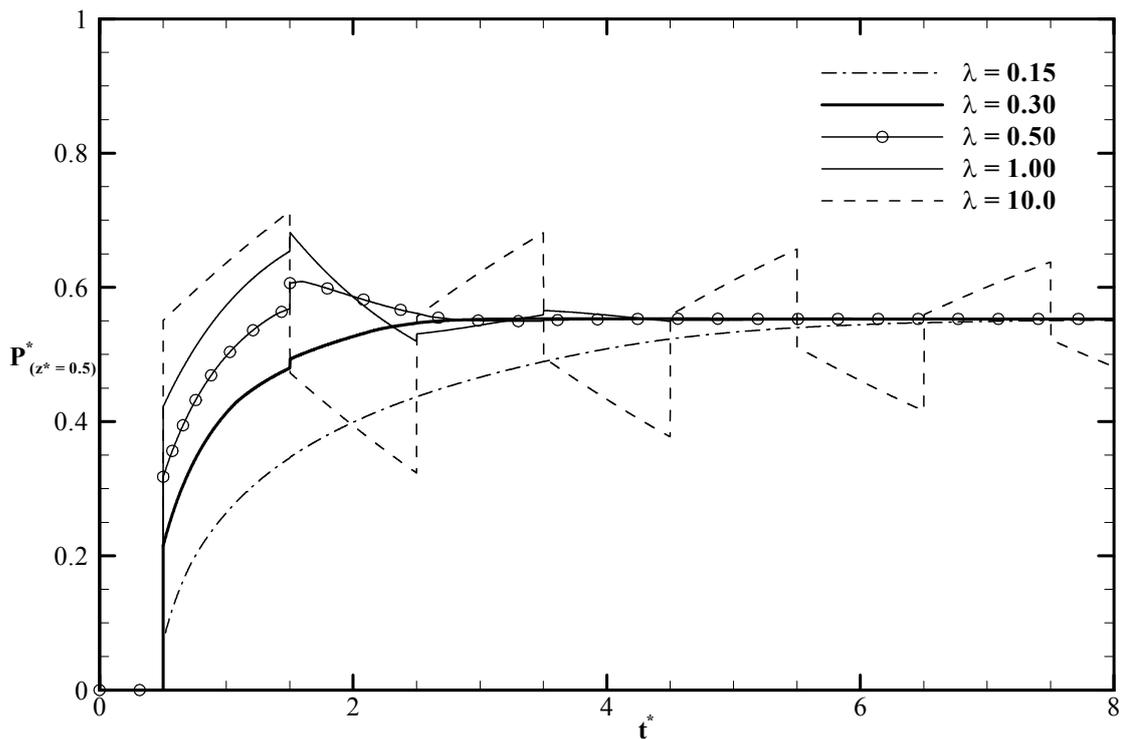


Figura 5.5 – Efeito do parâmetro λ na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,5$. $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Analisando o efeito de λ na evolução temporal dos campos de pressão, (Figuras 5.6 e 5.7) verifica-se claramente a maior dissipação da onda de pressão com a diminuição deste parâmetro. Na Figura 5.6 em $t^* = 0,6$ nota-se que uma parcela da onda de pressão é transmitida para a região anular (seta para a direita) proporcionando aumento da pressão com a sua propagação ao longo do espaço anular, enquanto a outra parcela é refletida, com inversão de fase (seta para esquerda). A propagação da onda refletida faz com que a pressão ao longo da coluna se reduza. Nota-se para $\lambda = 0,5$ uma dissipação mais rápida da amplitude da onda de pressão.

Na Figura 5.7 observa-se em $t^* = 1,0$ que as ondas de pressão transmitida e refletida atingem as extremidades da tubulação. A onda de pressão que atinge a entrada da tubulação em $t^* = 1,0$ reflete e passa a se propagar aumentando a pressão ao longo da coluna, conforme se vê no instante $t^* = 1,3$. Para o caso com maior dissipação, a amplitude da onda de pressão que atinge a extremidade do espaço anular é muito pequena, e desta forma a reflexão da onda é imperceptível. Em $t^* = 1,5$, observa-se que as frentes de onda para $\lambda = 10,0$ se encontram novamente no fundo do poço. Logo após este instante de tempo ocorre a superposição das

ondas que pode ser vista no instante de tempo $t^* = 1,6$. Note que a frente de onda que se desloca para a entrada da tubulação (seta para a esquerda) reduz a pressão ao longo do poço, enquanto a que se desloca para o final do espaço anular tende a aumentar a pressão. O amortecimento das amplitudes das ondas faz com que as reflexões sejam cada vez menos intensas até que deixem de ocorrer e a condição de regime permanente seja alcançada.

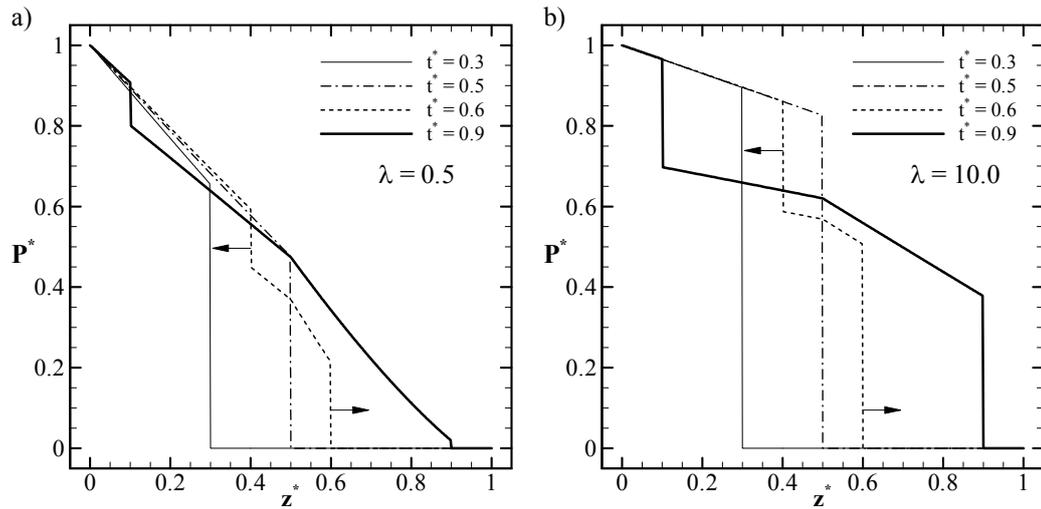


Figura 5.6 – Comparação dos campos de pressão em $t^* = 0,3; 0,5; 0,6$ e $1,0$ para o caso da Tabela 5.2. a) com $\lambda = 0,5$. b) $\lambda = 10,0$.

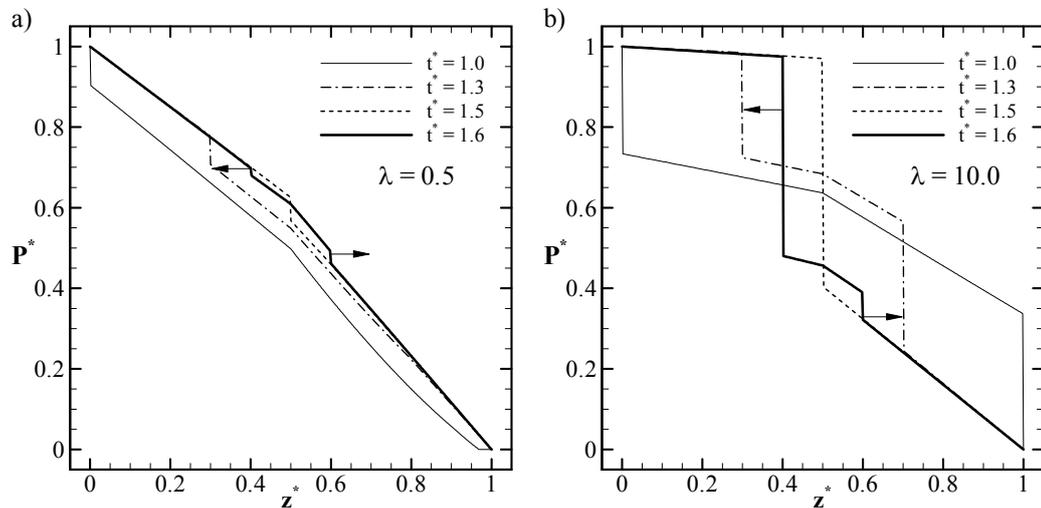


Figura 5.7 – Comparação dos campos de pressão em $t^* = 1,0; 1,3; 1,5$ e $1,6$ para o caso da Tabela 5.2. a) com $\lambda = 0,5$. b) $\lambda = 10,0$.

Efeito do Número de Bingham, Bi

A característica não newtoniana do fluido de perfuração está relacionada com o número de Bingham. Pela definição do número de Bingham total, B_T (Seção 3.5), este

parâmetro deve ser inferior à unidade para que haja escoamento, isto é, o gradiente de pressão proporcionado pela bomba deve ser suficiente para vencer a tensão limite de escoamento ao longo de toda a tubulação. O número de Bingham total depende da geometria do problema e também do número de Bingham global Bi . A Figura 5.8 apresenta a variação do Bingham global em função da razão de áreas RA e do espaçamento anular ε_2 que proporciona um Bingham total unitário ($B_T = 1$). Nota-se quando a área interna da coluna tende a área do espaço anular ($RA = 1$) Bi deve ser menor que 1. À medida que se estreita o espaço anular a restrição ao escoamento é maior, e desta forma o número de Bingham global deve ser menor ainda para que o gradiente de pressão fornecido pela bomba consiga vencer a tensão limite de escoamento. Para $RA = 1$ e $\varepsilon_2 = 0,5$ o número de Bingham global máximo é 0,732.

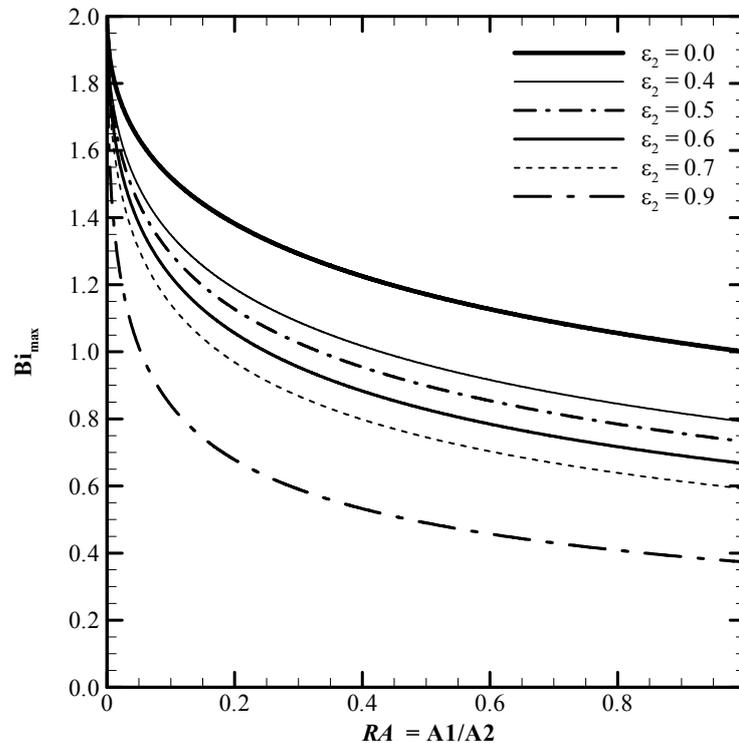


Figura 5.8 – Número de Bingham Bi máximo para que haja escoamento em função da razão de áreas RA e do espaçamento anular ε_2 para o caso com pressão constante na entrada da tubulação.

A Figura 5.9 apresenta o efeito do número de Bingham na evolução da pressão próximo à entrada da coluna, $z^* = 0,1$, no fundo do poço, $z^* = 0,5$, e no espaço anular próximo à saída $z^* = 0,9$. Verifica-se que ocorre uma maior dissipação da onda de pressão à medida que se aumenta o número de Bingham. Para o escoamento de fluido newtoniano ($Bi = 0$), as oscilações demoram mais para se dissipar. Outro fenômeno interessante de se

observar é que o comportamento da pressão no fundo do poço é um pouco diferente no instante $t^* = 1,5$. Enquanto que para $Bi = 0$ e $Bi = 0,2$, após o encontro das frentes de onda em $t^* = 1,5$, a pressão decresce subitamente, para os casos com $Bi = 0,5$ e $Bi = 0,7$ ocorre um súbito aumento. Este fenômeno ocorre devido à maior dissipação proporcionada por estes fluidos no espaço anular. A onda de pressão refletida no final do espaço anular, que tenderia a reduzir a pressão no instante $t^* = 1,5$, acaba sendo amortecida. Com esta onda amortecida, a frente de onda refletida na entrada da tubulação acaba proporcionando um súbito aumento quando esta alcança o fundo do poço.

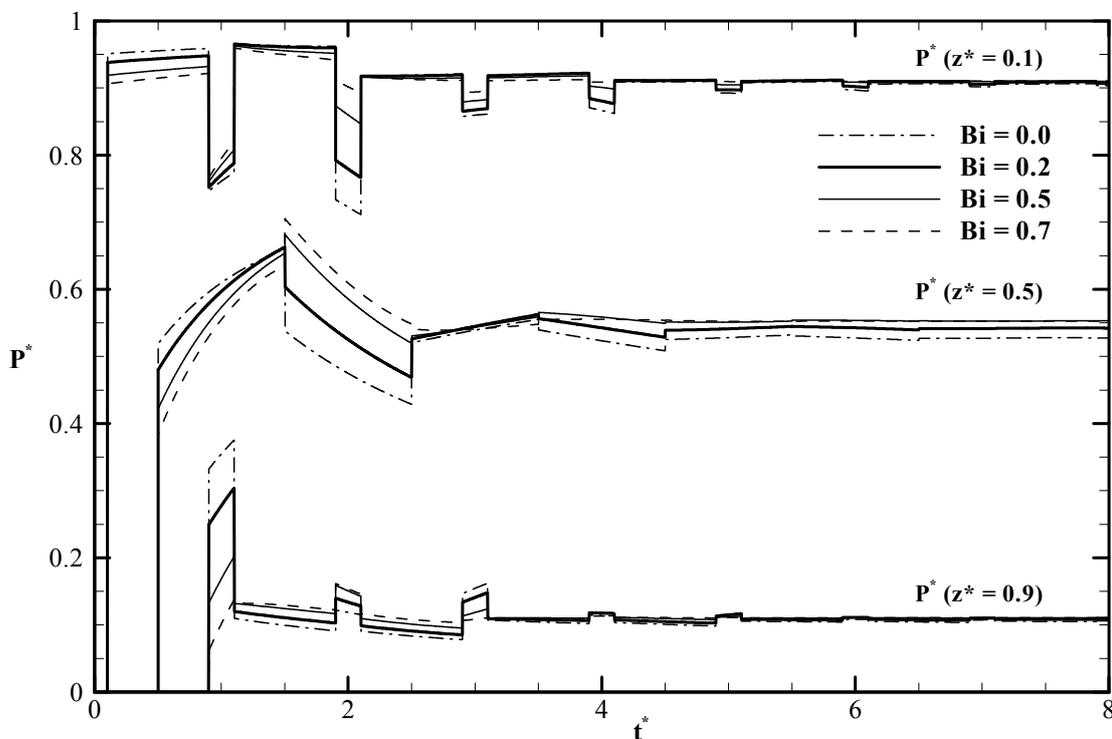


Figura 5.9 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$, $z^* = 0,5$ e $z^* = 0,9$. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Observa-se ainda na Figura 5.9 que a pressão de estabilização no regime permanente é praticamente independente do número de Bingham. Comparando a máxima pressão no fundo do poço ($z^* = 0,5$) em relação à condição de regime permanente, a primeira supera em aproximadamente 27 e 25% a pressão de regime, para $Bi = 0,7$ e $Bi = 0$, respectivamente. A Tabela 5.3 ilustra os valores das pressões de fundo de poço em regime permanente $P_{RP}^*(z^* = 0,5)$ e no pico $P_{Pico}^*(z^* = 0,5)$, a intensidade do pico em comparação

com a condição de regime permanente, a vazão volumétrica na condição de regime permanente Q_{RP}^* e também o número de Bingham total para cada caso.

Tabela 5.3 – Efeito de Bi na pressão de regime permanente, no pico de pressão, na intensidade do pico e na vazão de regime permanente.

Bi	$P_{RP}^*(z^* = 0,5)$	$P_{Pico}^*(z^* = 0,5)$	$\left(\frac{P_{Pico}^* - P_{RP}^*}{P_{RP}^*}\right) \cdot 100$	Q_{RP}^*	B_T
0	0,527	0,660	25,12%	1,000	0
0,2	0,542	0,663	22,33%	0,688	0,22
0,5	0,553	0,682	23,33%	0,271	0,56
0,7	0,553	0,705	27,53%	0,077	0,78

Analisando a vazão volumétrica na condição de regime permanente na Tabela 5.3, verifica-se que à medida que a característica não newtoniana do fluido aumenta (Bi), a vazão de regime diminui. Isso ocorre devido à maior tensão limite de escoamento e consequentemente da maior viscosidade aparente do fluido. Assim, para um mesmo gradiente de pressão imposto à geometria coluna-poço, a vazão proporcionada em regime diminui à medida que a resistência ao escoamento aumenta. Para casos com $B_T > 1$, a pressão é insuficiente, e desta forma, o escoamento não se inicializa, o que acarreta em uma vazão nula na saída da tubulação. Nota-se que para $Bi = 0,7$ a vazão de regime é somente 7,7% da vazão obtida para o escoamento de um fluido newtoniano ($\tau_0 = 0$), sob as mesmas condições.

A Figura 5.10 apresenta a evolução temporal da vazão na saída da tubulação. Observa-se que a onda de pressão chega ao fim da tubulação no instante de tempo $t^* = 1$. Verifica-se novamente o efeito de dissipação da onda de pressão com o aumento do número de Bingham. Nota-se que para o maior número de Bingham, ao invés de uma súbita variação, observa-se um aumento gradual da vazão com a chegada da onda de pressão ao fim da geometria. Este efeito é decorrência da absorção da onda, que devido à maior restrição ao escoamento, quase não possui energia suficiente para refletir ao encontrar o final da tubulação. Os casos com número de Bingham menores mostram que o retorno da onda após a reflexão provoca um decréscimo na vazão. Para todos os casos na Figura 5.10 observa-se outro súbito aumento de vazão em $t^* = 2$ em decorrência da chegada de nova frente de onda ao fim da tubulação. Esta frente de onda é aquela originada na reflexão no fundo do poço em

$t^* = 0,5$, que se propagou até a entrada e refletiu-se novamente em $t^* = 1,0$. Nota-se que a dissipação sofrida por esta frente de onda é muito menor que a verificada pela primeira, visto que a passagem da primeira onda proporciona o escoamento do fluido, reduzindo assim sua viscosidade aparente.

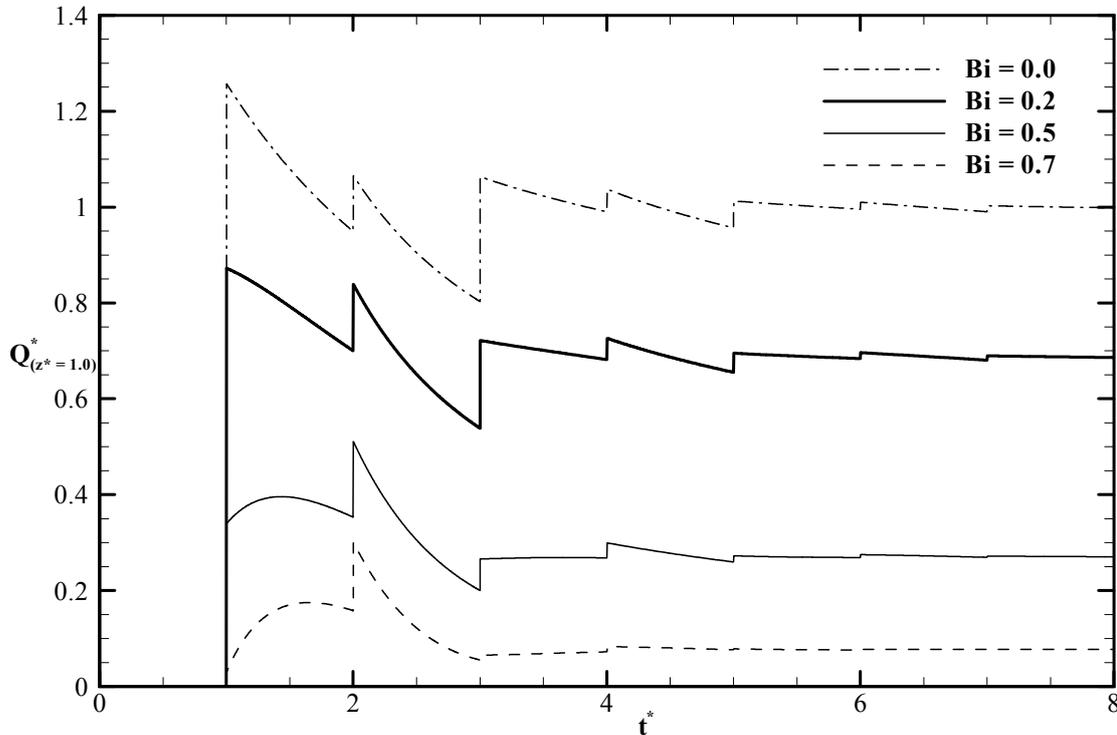


Figura 5.10 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da vazão na saída da tubulação.
 $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Efeito da Razão de Áreas, RA

A razão de áreas expressa a relação entre a área interna da coluna e a área do espaço anular formado entre a coluna e a parede do poço. Quanto menor a área interna da coluna, maior é a restrição ao escoamento nesta região. Ou seja, para a condição de regime permanente, uma menor pressão é verificada no fundo do poço, uma vez que a perda de carga é maior ao longo do interior da coluna.

A Figura 5.11 apresenta o efeito temporal da razão de áreas na pressão no fundo do poço. Em perfuração de poços de petróleo, o aumento da razão de áreas pode ser entendido como o aumento da área interna da coluna de perfuração, mantendo constante a dimensão externa da coluna e o diâmetro do poço. Como já comentado, verifica-se que para baixas razões de área, a perda de carga no interior da coluna é muito maior que no espaço anular.

Para $RA = 0,1$, por exemplo, tem-se que a perda de carga é de quase 80% da pressão imposta na entrada ($P_{RP}^* = 0,19$). Já para o caso com $RA = 0,5$ verifica-se que a perda de carga no anular é um pouco superior àquela no interior da coluna, $P_{RP}^* = 0,553$. Para o caso com áreas iguais $RA = 1,0$, percebe-se claramente que devido à existência de duas paredes no espaço anular a dissipação de energia devido ao atrito é maior. Chega-se neste caso que a perda de carga no anular é de aproximadamente 68% da pressão na entrada. Da mesma forma que a razão de áreas interfere na pressão de regime, acaba interferindo no pico de pressão. A análise da intensidade deste pico é melhor discutida na Seção 5.1.2.

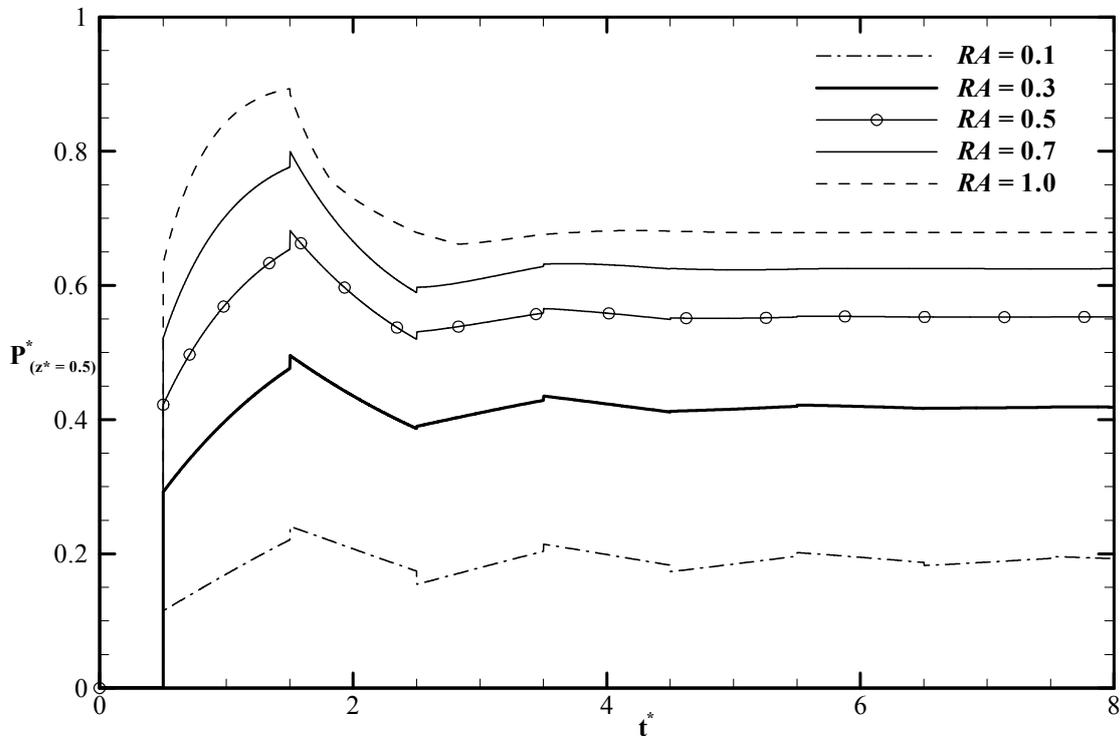


Figura 5.11 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Nota-se ainda na Figura 5.11 que para casos com menores razões de áreas, o fenômeno de superposição das frentes de onda no instante de tempo $t^* = 1,5$, descrito na análise do parâmetro λ , com incremento de pressão, apresenta maior intensidade. Para o caso com $RA = 0,7$ este incremento é muito pequeno (cerca de 0,5% da pressão da bomba) enquanto que para o caso com $RA = 1,0$ não é observado.

Um caso interessante que serve para ilustrar o fenômeno de reflexão da onda sem inversão de fase ocorre quando a área interna da coluna é maior que a do espaço anular. Neste caso, quando a onda de pressão que se propaga pelo interior da coluna atinge o espaço anular, ocorre a reflexão sem a inversão da fase da onda, ou seja, a onda de pressão volta a se propagar pelo interior da coluna aumentando novamente a pressão. A Figura 5.12 ilustra os campos de pressão em alguns instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2 com $RA = 2,0$. Note na Figura 5.12b que a pressão em $z^* = 0,3$, no instante de tempo $t^* = 1,3$ chega a ser 15% maior do que a pressão fornecida pela bomba. À medida que a área do tubo torna-se superior à do espaço anular, a magnitude da pressão na reflexão aumenta. Para o caso em que a área do espaço anular é nula (caso de uma válvula fechada) em um escoamento sem atrito, tem-se que a intensidade da pressão nesta válvula chega a ser o dobro da pressão imposta na entrada durante a reflexão da onda.

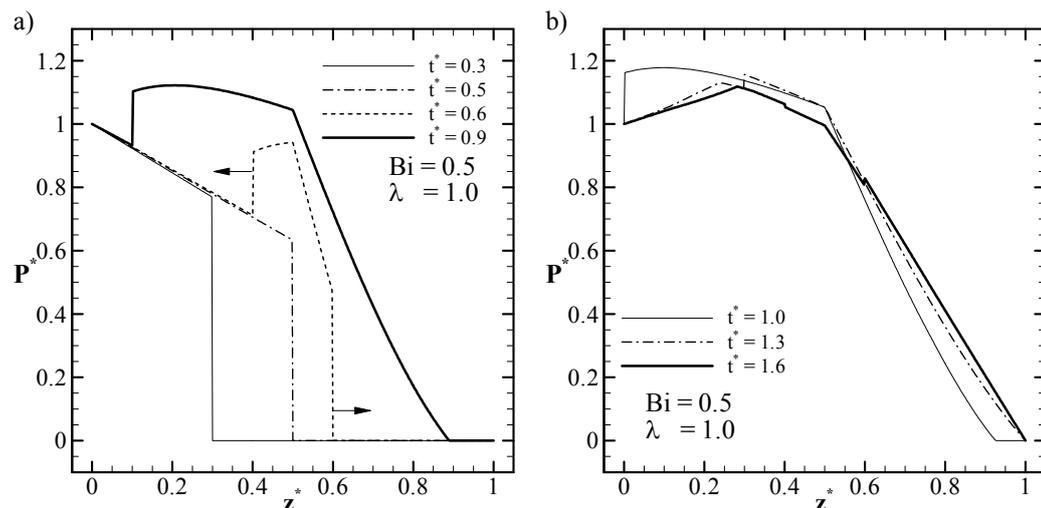


Figura 5.12 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2 com $RA = 2,0$. a) Em $t^* = 0,3; 0,5; 0,6$ e $0,9$. b) Em $t^* = 1,0; 1,3$ e $1,6$.

Efeito do Espaçamento Anular, ε_2

O espaçamento anular de certa forma relaciona-se com a razão de áreas, uma vez que alterando o espaçamento, certamente provoca-se uma alteração de áreas. Entretanto, o seu efeito no presente trabalho é analisado considerando a mesma razão de área para todos os casos. Este caso ocorre mediante a variação simultânea do diâmetro hidráulico. Desta forma, uma vez que o espaçamento anular ε_2 é a razão entre o diâmetro interno do espaço anular

(diâmetro externo da coluna de perfuração) e o diâmetro do poço, à medida que se estreita o espaço anular (aumento de ε_2) proporciona-se maiores perdas de carga no anular.

Analisando a condição de regime permanente da Figura 5.13 é possível perceber, através das pressões no fundo do poço, o aumento da perda de carga com o aumento de ε_2 . Mais uma vez verifica-se que com o aumento da dissipação da onda de pressão no espaço anular, a reflexão da onda no final do espaço anular é reduzida, e desta forma, ocorre o incremento de pressão no fundo do poço quando acontece a superposição das ondas refletidas. Observa-se que para $\varepsilon_2 = 0,7$ a pressão em $t^* = 1,5$ tem um incremento de 0,08 (sobe de 0,75 para 0,83) enquanto que para $\varepsilon_2 = 0,4$, devido à menor dissipação da onda, ocorre um decréscimo de 0,02 na pressão (de 0,61 para 0,59).

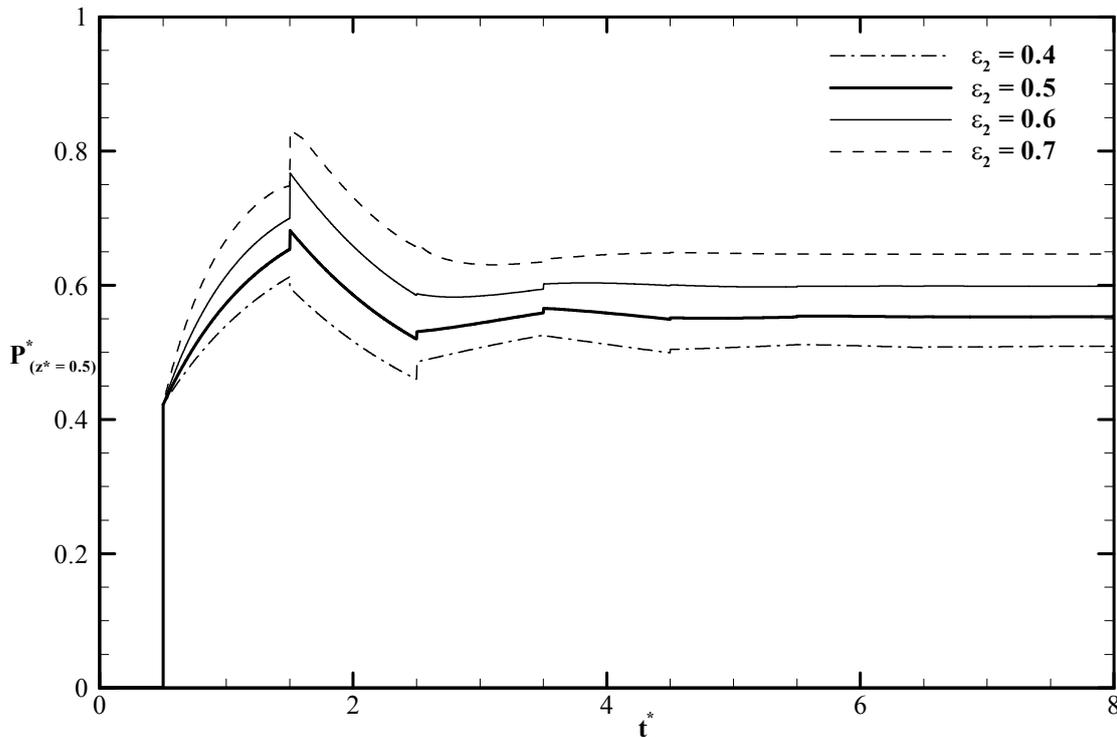


Figura 5.13 – Efeito do espaçamento anular ε_2 na evolução temporal da pressão no fundo do poço.
 $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

5.1.2 Intensidade do Pico de Pressão no Fundo do Poço

A presente seção tem por objetivo avaliar a intensidade do pico de pressão no fundo do poço com base na variação dos parâmetros. A intensidade é calculada comparando a

máxima pressão verificada no fundo do poço P_{Pico}^* , com a pressão de regime permanente obtida para esta posição P_{RP}^* . Os resultados são expressos em termos percentuais $(P_{Pico}^* - P_{RP}^*) / P_{RP}^* \cdot 100$. Avalia-se a intensidade em função da razão de áreas para cada um dos parâmetros do problema.

A Figura 5.14 apresenta, para os números de Bingham $Bi = 0,0; 0,2; 0,5$ e $0,7$, a intensidade do pico ao longo das razões de área RA para três parâmetros λ . Como comentado, quanto maior o λ , menor a dissipação da onda de pressão, e conseqüentemente maiores são os picos de pressão. Nota-se para o escoamento de fluido newtoniano que a intensidade do pico de pressão para $\lambda = 1,0$ chega a ser mais de 50% superior à pressão de regime para $RA < 0,25$. Com $\lambda = 0,15$ a intensidade do pico dentro do domínio de RA analisado fica sempre inferior a 40%.

Nota-se nas Figuras 5.14a, b, c e d que o aumento do número de Bingham tende a amortecer as oscilações e reduzir a intensidade do pico de pressão. O perfil parabólico da intensidade do pico em função de RA , observado na maioria dos casos, deve-se à relação entre a perda de carga e dissipação da onda de pressão. Para baixas razões de área, ocorre grande perda de carga ao longo da coluna, o que gera menores pressões de fundo de poço em regime permanente. Desta forma, qualquer oscilação de pressão, em comparação com a condição de regime permanente, gera maiores intensidades de pico. Com o incremento da razão de áreas, vai ocorrendo um equilíbrio entre a dissipação da onda de pressão ao longo da coluna e do espaço anular, desta forma, a superposição das ondas acaba acarretando picos de menor intensidade. Aumentando ainda mais a razão de áreas, a propagação da onda pelo interior da coluna vai sendo facilitada, e desta forma, a onda chega com energia suficiente no fundo do poço para gerar picos com intensidades significativas. Como a propagação ao longo do espaço anular é mais difícil, ocorre o amortecimento da onda, e a rápida dissipação das oscilações de pressão. Assim, ao ocorrer à superposição das ondas, há o aumento da magnitude da pressão, gerando picos mais intensos, pois a onda que tenderia a reduzir a pressão no fundo do poço foi dissipada no espaço anular.

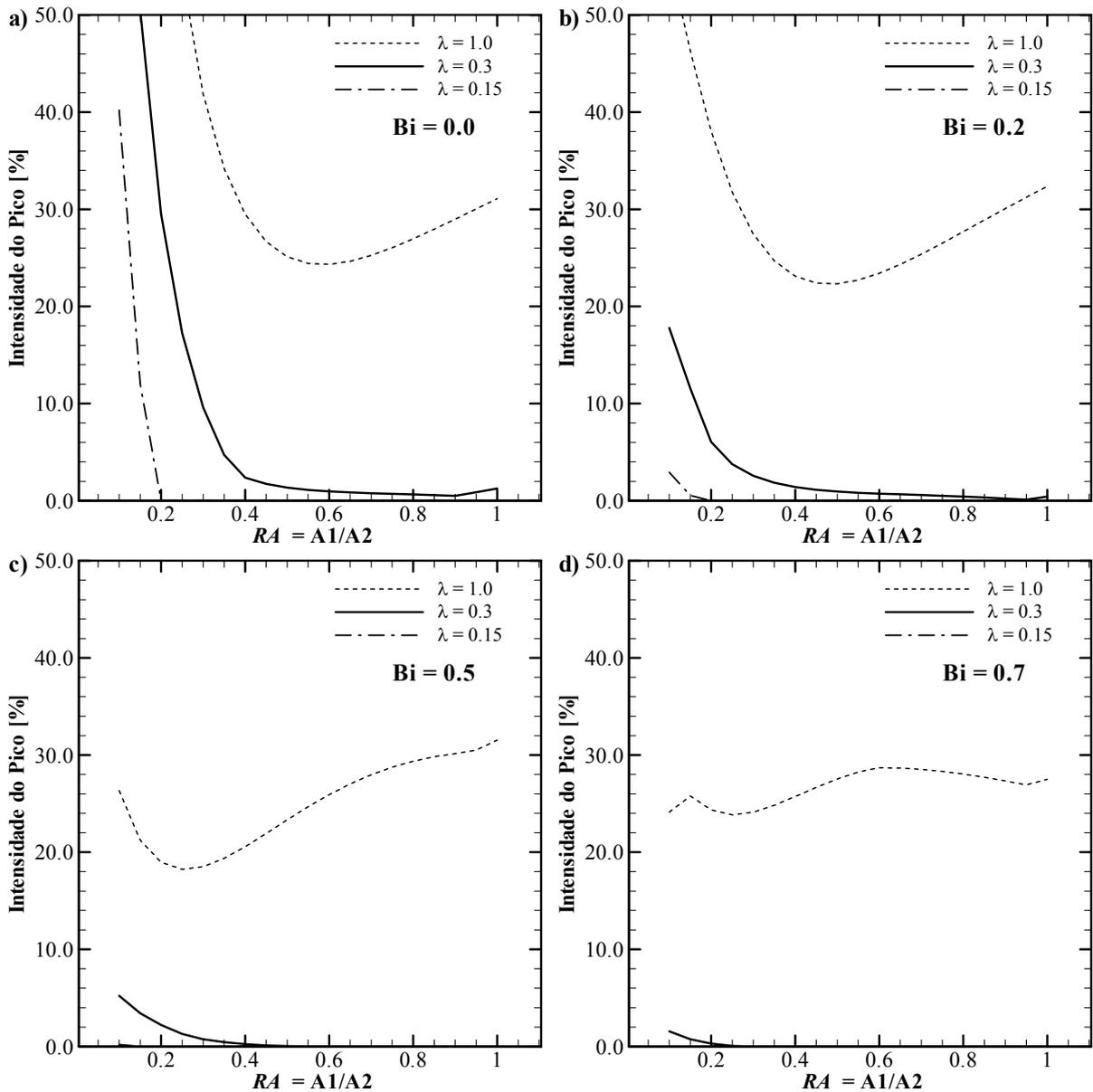


Figura 5.14 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço em função do parâmetro λ ($\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$). a) $Bi = 0,0$ b) $Bi = 0,2$ c) $Bi = 0,5$ e d) $Bi = 0,7$.

O efeito do número de Bingham, com $\lambda = 1,0$, é melhor observado através da Figura 5.15. Nota-se para os três números de Bingham menores uma variação semelhante. Para $Bi = 0,7$ o comportamento é alterado. Para $RA = 0,1$ observa-se que a intensidade é um pouco inferior a verificada para $RA = 0,15$. Para valores superiores de RA verifica-se um decaimento inicial, com um leve crescimento até um valor máximo próximo a $RA = 0,6$, com um novo decaimento. Para este número de Bingham a intensidade dos picos de pressão oscila entre 20 e 30%. Este comportamento diferenciado pode ser explicado voltando à Figura 5.9, observando o fenômeno de sobreposição das frentes de onda, notando que com o aumento da

razão de áreas a pressão de regime permanente tende a aumentar. A intensidade dos picos depende da resistência ao escoamento imposta pela tubulação e da maneira que ocorre a dissipação da onda. O aumento da razão de áreas acaba proporcionando um número de Bingham total maior ao escoamento, o que acaba acarretando uma grande dissipação da onda no espaço anular. Com a propagação no interior da coluna sofrendo menos dissipação, quando a onda chega ao fundo do poço proporciona o aumento da pressão. O aumento do número de Bingham também proporciona menores pressões de fundo de poço, assim, quando a onda de pressão não é totalmente dissipada, qualquer pico de pressão, comparado com a pressão de fundo em regime, irá apresentar uma intensidade significativa.

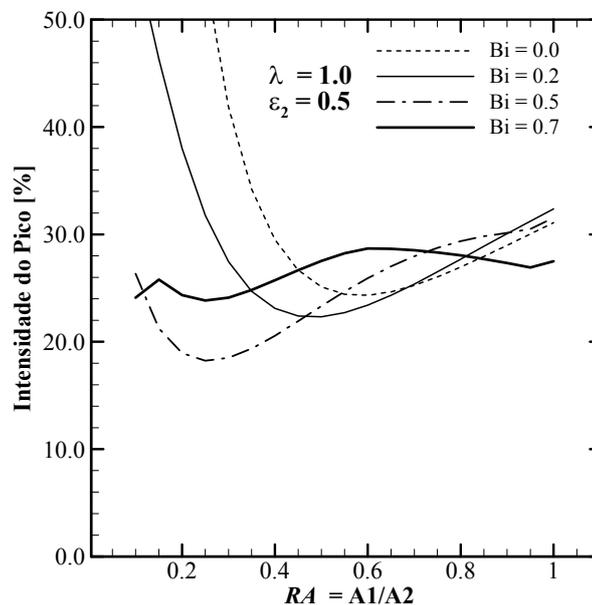


Figura 5.15 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço em função do número de Bingham Bi .
 $\lambda = 1,0$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

O efeito do espaçamento anular na intensidade dos picos de pressão é mostrado na Figura 5.16. Nota-se que quando o espaço anular não é muito estreito ($\varepsilon_2 \leq 0,5$), a intensidade dos picos apresenta forma parabólica. Para o caso com $\varepsilon_2 = 0,7$, a variação da intensidade tende a crescer com o aumento da razão de áreas. O comportamento é similar ao observado com o aumento da área interna da coluna, ou seja, o aumento da área interna da coluna facilita o escoamento pelo interior da coluna e o aumento de ε_2 dificulta o escoamento pelo espaço anular por consequência, facilita pelo interior da coluna. Com isso, a dissipação é menor durante a propagação pelo interior da coluna, o que intensifica os picos de pressão. Maiores pressões no fundo do poço em regime permanente são observadas com o aumento de

ε_2 . Assim, como a intensidade é calculada com base na pressão de regime permanente, a combinação dos efeitos do espaçamento com a razão de áreas é que governa a intensidade do pico (mantendo os demais parâmetros constantes). A intensidade dos picos no fundo do poço, dentro da faixa analisada, varia entre 18,2 e 32,5%. A menor intensidade de pico foi verificada para $\varepsilon_2 = 0,5$ com $RA = 0,25$ e a maior para $\varepsilon_2 = 0,6$ com $RA = 0,75$.

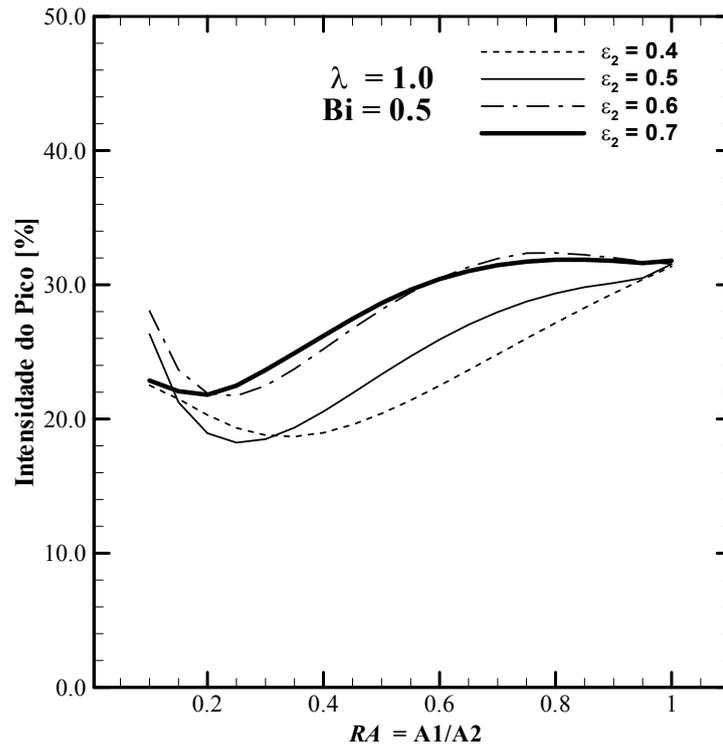


Figura 5.16 – Efeito do espaçamento anular na intensidade do pico de pressão no fundo do poço. ($\lambda = 1,0$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$).

5.2 Escoamento com Vazão Constante

Para a análise de sensibilidade dos picos de pressão, sob a condição de vazão constante na entrada da tubulação e pressão nula na saída, utiliza-se novamente o caso padrão definido na Tabela 5.2. Para esta condição de contorno, a pressão na entrada da tubulação varia conforme ocorre à propagação da onda de pressão. O bombeio de fluido de perfuração para o interior do poço, considerando que este está repleto de fluido em repouso, faz com que a pressão aumente gradativamente ao longo da tubulação. Novamente a propagação da onda de pressão interfere nas pressões verificadas.

A Figura 5.17 apresenta a evolução temporal da pressão em várias posições da geometria coluna-poço. A pressão em $z^* = 0,5$ representa a pressão no fundo do poço e em

$z^* = 0,0$ a pressão na entrada da coluna proporcionada pela bomba. Para a vazão volumétrica constante e por ser um fluido de Bingham, a pressão em regime permanente estabiliza em um valor superior à unidade $P_{RP}^*(z^* = 0,0) = 1,77$. Isto ocorre devido à pressão ser adimensionalizada em função do gradiente de pressão para o escoamento de um fluido newtoniano. Conforme o número de Bingham aumenta, maiores gradientes de pressão são necessários para manter o escoamento com vazão volumétrica constante.

Nota-se na Figura 5.17 oscilações na pressão devido à propagação e reflexão da onda de pressão da mesma maneira que foi observado para o caso com pressão constante na entrada. Verifica-se que ao acionar a bomba a pressão na entrada subitamente atinge valores próximos à unidade. Depois com a compressão do fluido e a propagação da onda, a pressão na entrada vai gradativamente aumentando. Assim como no caso com pressão constante, quando a onda de pressão atinge a extremidade da coluna, parte da onda se reflete com inversão de fase e a outra parcela é transmitida para a região anular. Quando a onda de pressão atinge o final do espaço anular em $t^* = 1,0$, ocorre uma súbita queda na pressão, visto que nesse instante ocorreu a expulsão do fluido e a reflexão da onda de pressão.

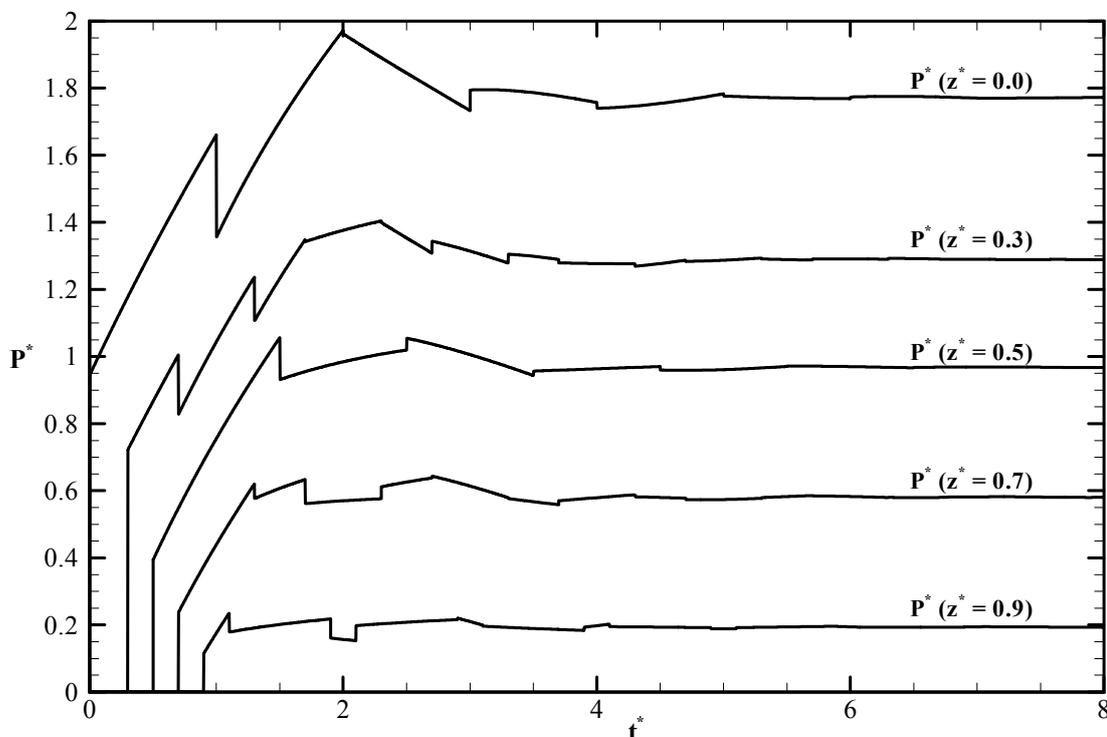


Figura 5.17 – Evolução temporal da pressão em várias posições da tubulação para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada.

A Figura 5.18a ilustra a propagação da onda de pressão sob esta condição de contorno. Nota-se que a pressão na entrada ultrapassa o valor unitário com o decorrer da propagação em virtude da maior viscosidade aparente em comparação com o fluido newtoniano. No instante $t^* = 0,6$, observa-se que a frente de onda refletida no fundo do poço está se propagando em direção à entrada da coluna, reduzindo a pressão, e que a frente transmitida segue em direção ao final do espaço anular aumentando a pressão. Na Figura 5.18b, verifica-se que no instante de tempo 1,5 que as frentes de onda se encontram no fundo do poço. Este encontro das frentes de onda no fundo do poço é o responsável pelo pico de pressão verificado em $z^* = 0,5$ (Figura 5.17). Nota-se que a magnitude deste pico ($P^*(z^* = 0,5) = 1,06$) é mais de 9% superior à pressão de regime permanente (0,968). Com a continuação da propagação, a pressão na entrada volta a subir. Em $t^* = 2,0$ a pressão novamente decresce. Neste instante, as duas frentes de onda (uma que refletiu no fundo do poço e a outra que refletiu na saída do poço) se encontram na entrada da coluna. A superposição dessas ondas gera o pico de pressão.

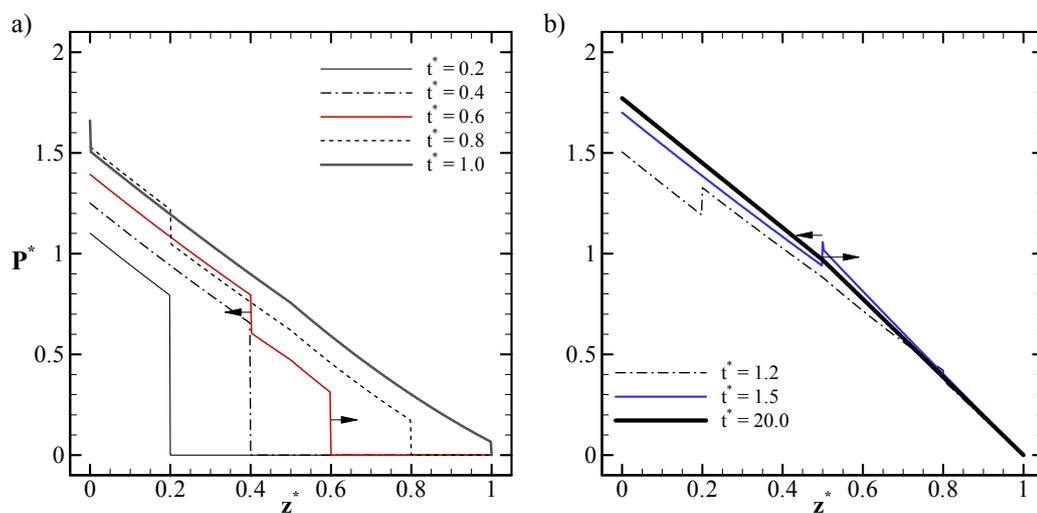


Figura 5.18 – Campo de pressão em diferentes instantes de tempo para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada. a) Em $t^* = 0,2; 0,4; \dots; 1,0$. b) Em $t^* = 1,2; 1,5$ e $20,0$.

Na Figura 5.18b verifica-se também o campo de pressão na condição de regime permanente $t^* = 20,0$. Observa-se novamente, que o gradiente de pressão ao longo da coluna é diferente daquele observado ao longo do espaço anular.

Assim como a pressão, a vazão ao longo da tubulação apresenta oscilações com o decorrer do tempo em função da propagação da onda de pressão. A Figura 5.19 ilustra o comportamento temporal da vazão. Observa-se que enquanto a onda de pressão não se propaga ao longo de toda a tubulação não ocorre saída de fluido pelo espaço anular. Oscilações vão ocorrendo conforme a onda de pressão se propaga e se reflete.

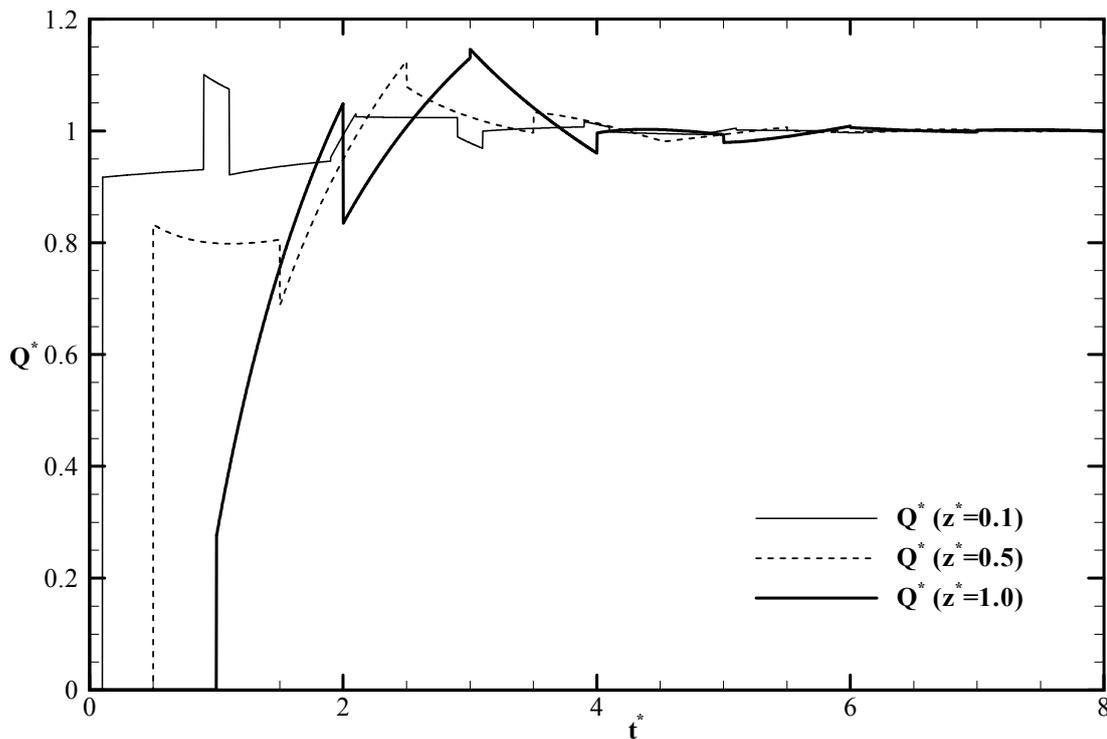


Figura 5.19 – Evolução temporal da vazão em $z^* = 0,1$, $z^* = 0,5$ e em $z^* = 1,0$ para o caso da Tabela 5.2 com a condição de vazão volumétrica constante na entrada.

5.2.1 Efeito dos Parâmetros

Com base no caso padrão definido na seção anterior, uma análise de sensibilidade em relação aos parâmetros do escoamento é desenvolvida para esta condição de contorno. Novamente têm-se como parâmetros característicos λ , Bi , RA e ε_2 .

Efeito do parâmetro λ

O efeito do parâmetro λ é o mesmo verificado para o caso com pressão constante. Escoamentos com λ menores proporcionam maior dissipação. A Figura 5.20 ilustra o efeito deste parâmetro na evolução temporal da pressão na entrada da coluna de perfuração ($z^* = 0$)

e no o fundo do poço ($z^* = 0,5$). Nota-se que para os dois λ menores não ocorrem picos de pressão, ou seja, a pressão cresce gradativamente até a condição de regime permanente. Para $\lambda = 1,0$ observa-se que o pico de pressão na entrada ocorre quando as ondas de pressão refletidas se encontram na entrada da coluna no instante de tempo $t^* = 2,0$, enquanto que no fundo do poço ocorre em $t^* = 1,5$. Verifica-se novamente que a pressão de estabilização é a mesma para todos os casos $P^*(z^* = 0) = 1,772$ e $P^*(z^* = 0,5) = 0,968$. Comparando a máxima pressão com a pressão de regime permanente, para $\lambda = 1,0$, verifica-se que a intensidade deste pico tanto no fundo do poço quanto na entrada é cerca de 10% superior.

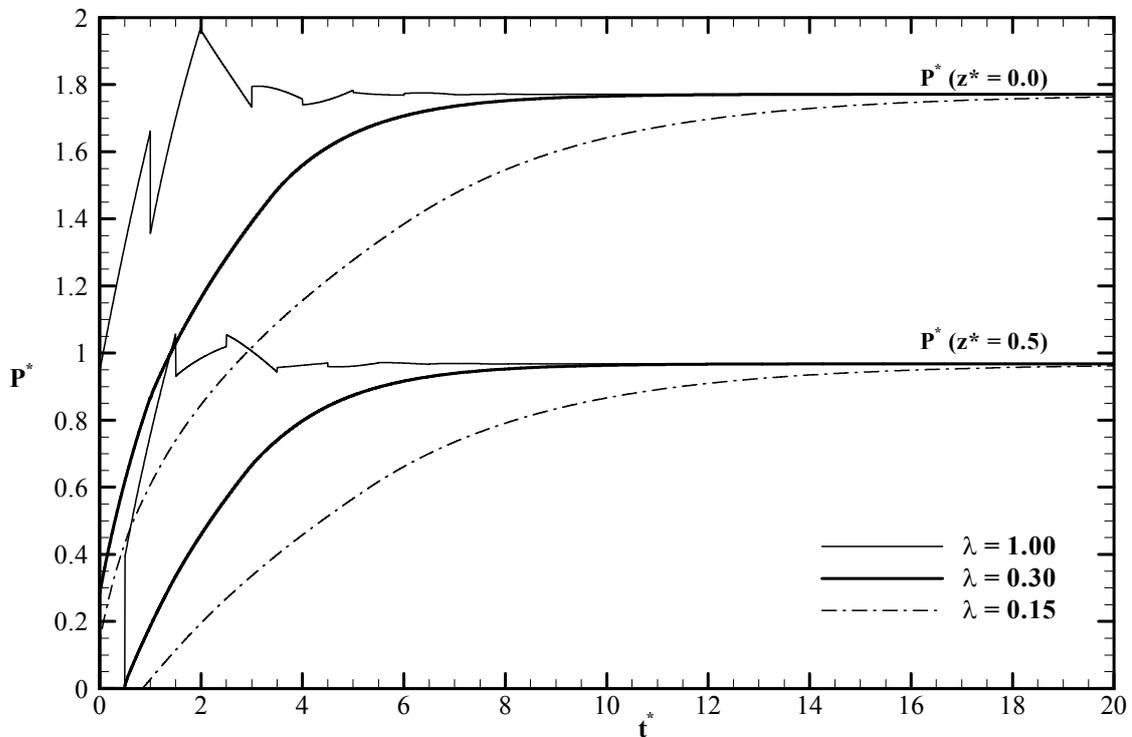


Figura 5.20 – Efeito do parâmetro λ na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,0$ e em $z^* = 0,5$.
 $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Efeito do Número de Bingham, Bi

Para o caso com vazão constante, o escoamento sempre irá ocorrer, e desta forma, o número de Bingham total maior que a unidade indica que o fluido tem uma elevada tensão limite de escoamento, e conseqüentemente irá exigir um gradiente maior de pressão para vencer as forças de atrito.

A Figura 5.21 apresenta o efeito do número de Bingham global na evolução temporal da pressão na entrada da tubulação. Aumentando-se o número de Bingham, verifica-se que a pressão também aumenta. Para $Bi = 0,7$ a pressão em regime permanente é quase 2,1 vezes superior à pressão observada para o escoamento de fluido newtoniano ($Bi = 0$). Para o caso do escoamento de fluido newtoniano, observa-se que o pico que ocorre no instante de tempo $t^* = 1,0$ é superior ao observado em $t^* = 2,0$. Para os fluidos de Bingham, observa-se que o aumento da tensão limite de escoamento, gera uma dissipação maior, e desta forma o pico em $t^* = 1,0$ é inferior ao verificado em $t^* = 2,0$. Como comentado anteriormente, a ocorrência do pico na entrada no instante $t^* = 1,0$ deve-se à chegada da onda de pressão que refletiu no fundo do poço em $t^* = 0,5$.

Na Figura 5.21 observa-se ainda em $t^* = 2,0$ que a pressão para $Bi = 0,7$ tem um súbito aumento, enquanto que para os demais números de Bingham ocorre uma queda na pressão. Este súbito aumento é decorrente do fenômeno da superposição das ondas de pressão refletidas.

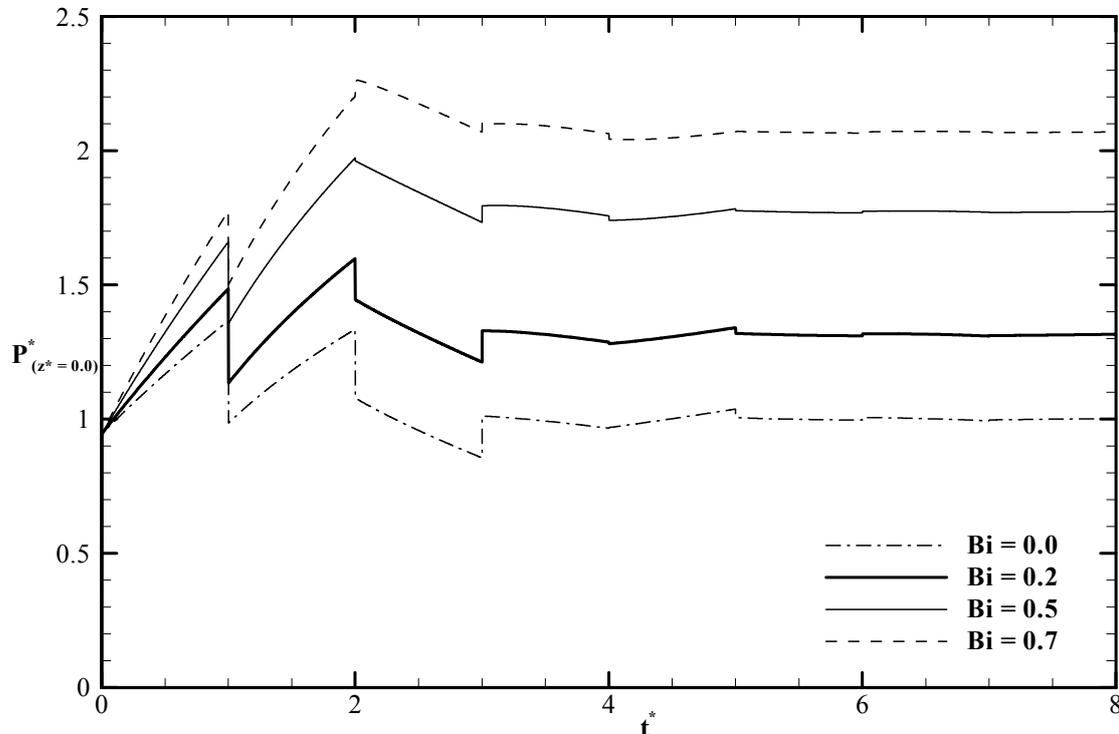


Figura 5.21 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão na entrada da tubulação com a condição de contorno de vazão volumétrica constante na entrada. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

A evolução temporal da pressão no fundo do poço é apresentada na Figura 5.22. Novamente verificam-se os picos de pressão com a propagação da onda de pressão. Para números de Bingham de 0 a 0,5, a intensidade do pico é maior no instante $t^* = 1,5$. No caso de $Bi = 0,0$ a intensidade do pico é 66,7% superior à pressão de regime permanente ($P_{RP}^* = 0,527$) enquanto que para $Bi = 0,5$, a intensidade cai para 9,1% superior à P_{RP}^* (0,968). Para $Bi = 0,7$ o pico de pressão máximo ocorre em $t^* = 2,5$ e a intensidade do pico é um pouco menor, somente cerca de 8% da pressão de regime permanente ($P_{RP}^* = 1,136$).

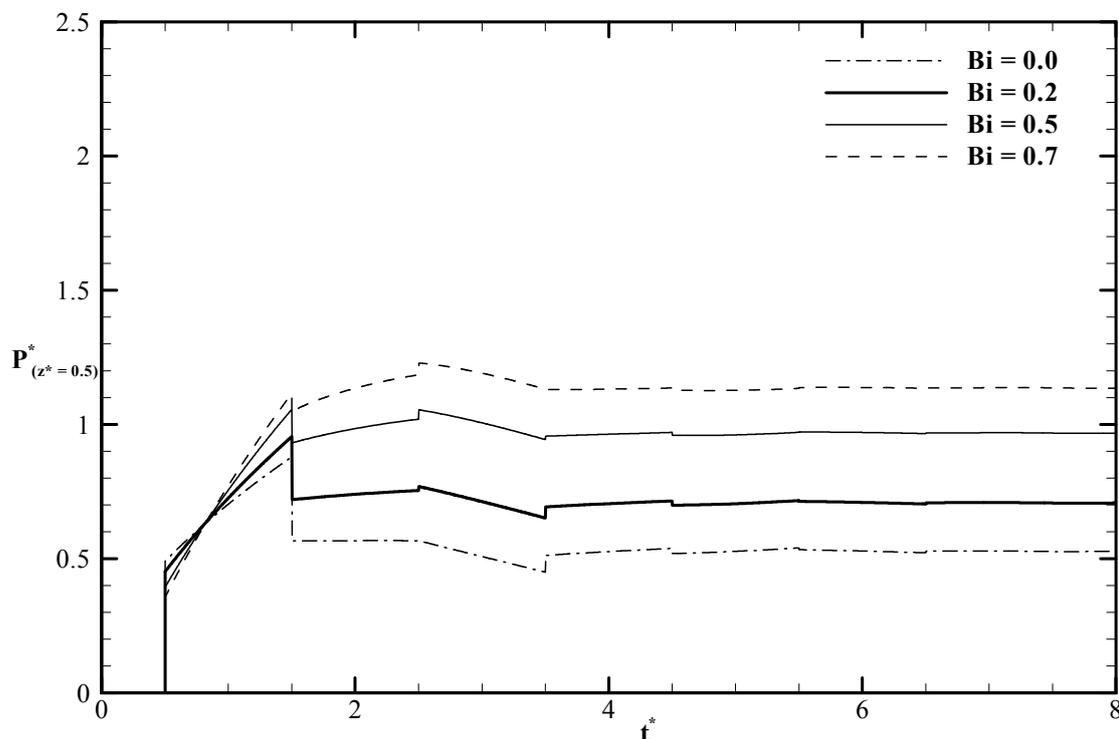


Figura 5.22 – Efeito do número de Bingham Bi na evolução temporal da pressão no fundo do poço com a condição de contorno de vazão volumétrica constante na entrada. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Os campos iniciais de pressão ao longo da tubulação para $Bi = 0,2$ e $Bi = 0,7$ são mostrados na Figura 5.23. Analisando as frentes de onda em $t^* = 1,4$, verifica-se que para $Bi = 0,2$ a variação da pressão em $z^* = 0,5$ será maior, em $t^* = 1,5$, pois a sobreposição das duas frentes de onda irá reduzir mais a pressão. Para o número de Bingham maior, a onda de pressão é absorvida no espaço anular, e sua reflexão no final da tubulação não ocorre. Assim,

a redução da pressão em $t^* = 1,5$ ocorre somente pela reflexão da onda de pressão que se propaga pelo interior da coluna, e desta forma a redução da pressão é menor.

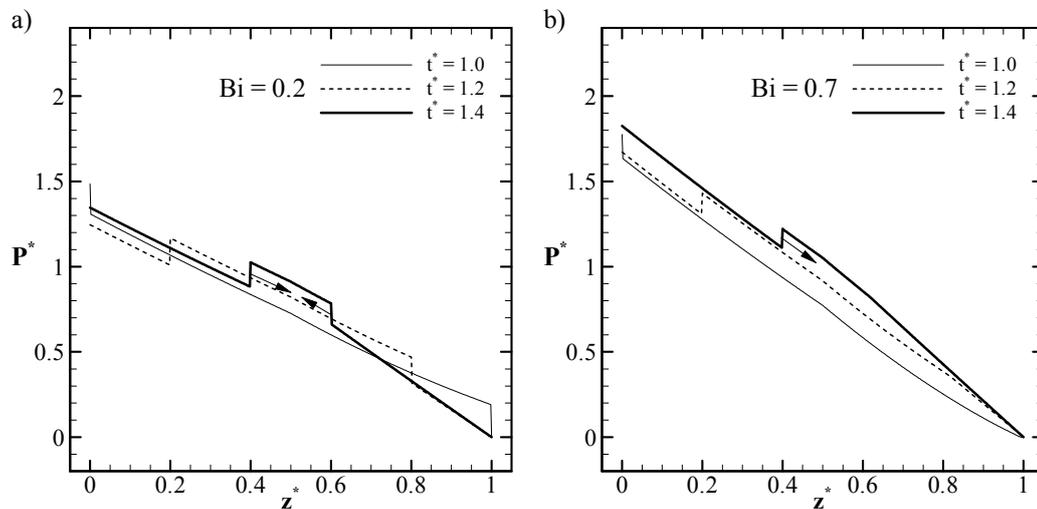


Figura 5.23 – Efeito do número de Bingham no campo de pressão nos instantes $t^* = 1,0; 1,2$ e $1,4$. a) $Bi = 0,2$. b) $Bi = 0,7$. $\lambda = 1,0$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Efeito da Razão de Áreas, RA

Quanto menor a área interna da coluna, maior é a perda de carga nesta seção, e consequentemente são menores as pressões verificadas no fundo do poço no regime permanente. Entretanto, na entrada da tubulação a pressão em regime permanente é praticamente a mesma, dependente mais do número de Bingham do que da razão de áreas.

A Figura 5.24 mostra a evolução temporal da pressão na entrada da tubulação em função da razão de áreas. Nota-se que a pressão de regime permanente é bem próxima para todos os casos. Por outro lado, quanto menor a relação de áreas, maior é o valor máximo de pressão atingido na entrada em decorrência da maior resistência proporcionada ao escoamento. Para o caso com áreas iguais, a onda de pressão sofre pouca reflexão, uma vez que a onda de pressão é absorvida ao longo de toda a tubulação.

No fundo do poço, verificam-se praticamente as mesmas oscilações da entrada. A Figura 5.25 apresenta o efeito temporal da razão de áreas na pressão no fundo do poço. A intensidade do pico de pressão se reduz com o aumento de RA . Em relação ao regime permanente as intensidades dos picos são superiores a 127%, 64%, 9%, 0,8%, para $RA = 0,1, 0,3, 0,5$ e $0,7$, respectivamente. Para o caso com $RA = 1$ não há a presença de pico de pressão

em relação ao regime permanente e a pressão no fundo do poço estabiliza em aproximadamente 1,44.

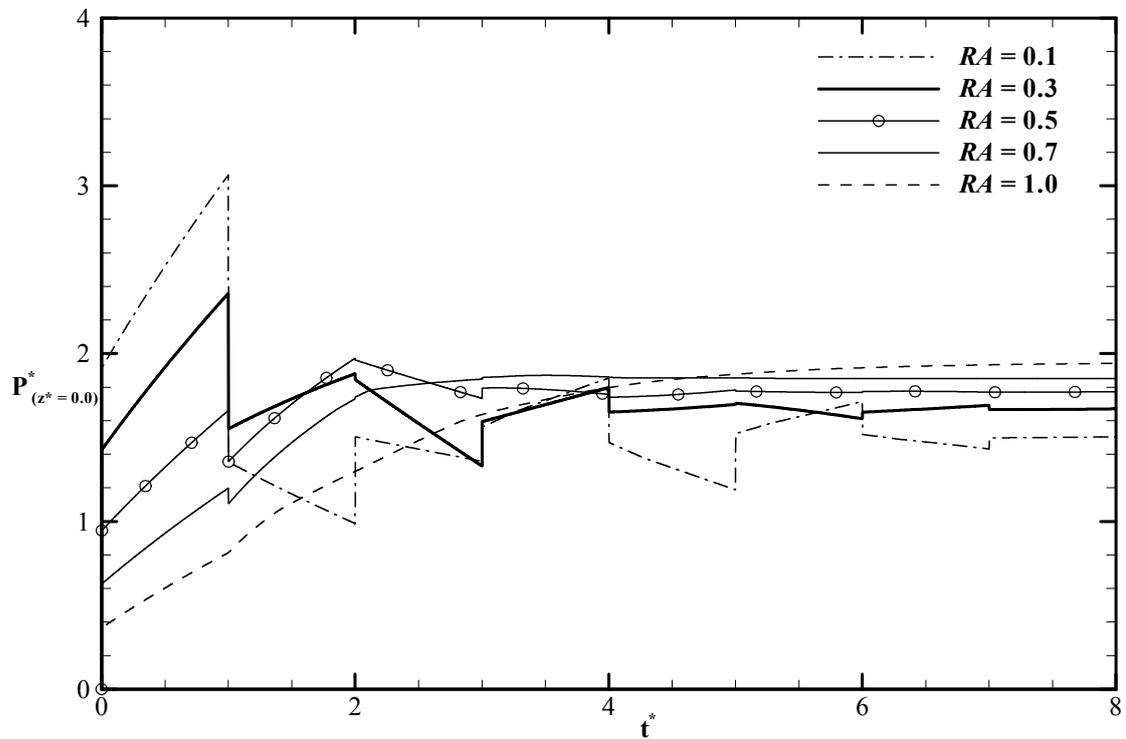


Figura 5.24 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão na entrada do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

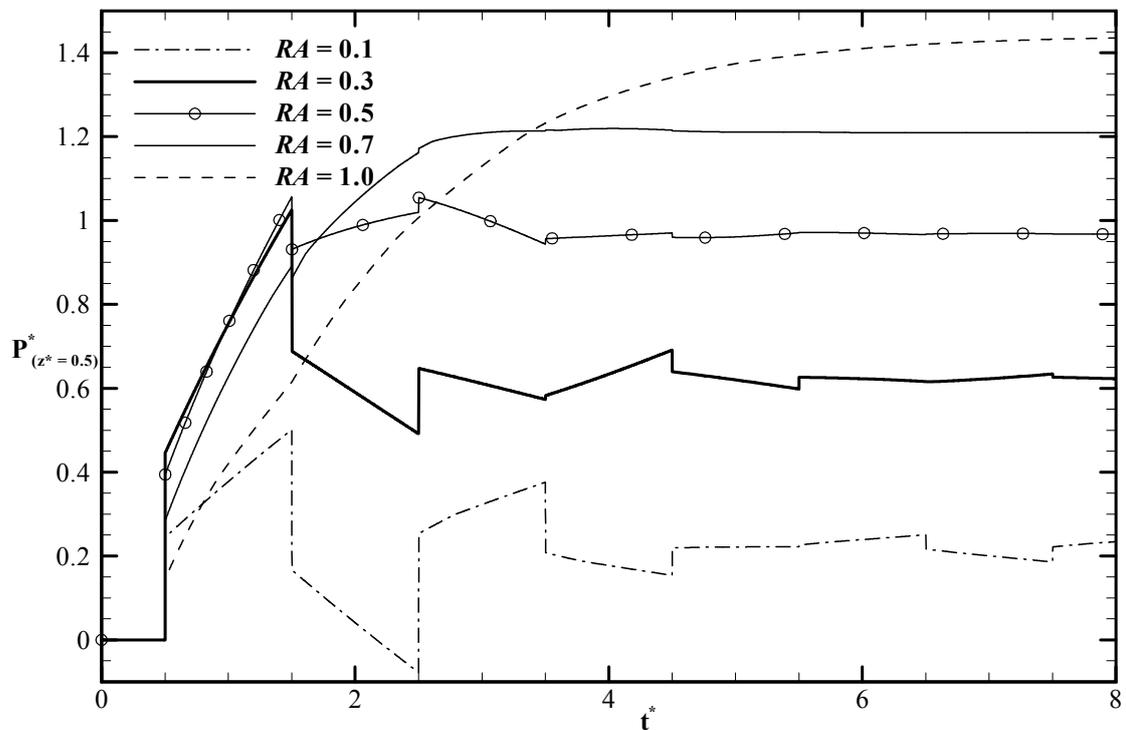


Figura 5.25 – Efeito da razão de áreas RA na evolução temporal da pressão no fundo do poço. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

Efeito do Espaçamento Anular, ε_2

À medida que o espaço anular se estreita (aumento de ε_2), aumenta-se a perda de carga no espaço anular e o amortecimento da onda de pressão. Desta forma, os picos de pressão são menos intensos para maiores ε_2 . A Figura 5.26 apresenta o efeito de ε_2 nas pressões na entrada e no fundo do poço. Nota-se que o amortecimento é maior para maiores ε_2 . Verificando a variação da pressão na entrada em $t^* = 1,0$, tem-se que esta sofre um decréscimo de pressão de aproximadamente 0,35 e 0,2 para $\varepsilon_2 = 0,4$ e $\varepsilon_2 = 0,7$, respectivamente. A pressão de fundo de poço para estes dois espaçamentos, em regime permanente é, respectivamente, 0,85 e 1,29. Para $\varepsilon_2 = 0,7$, a pressão no fundo do poço não apresenta nenhum pico acima da pressão de regime permanente. Já para $\varepsilon_2 = 0,4$, um pico cerca 30,8 % superior à pressão de regime é observado em $t^* = 1,5$.

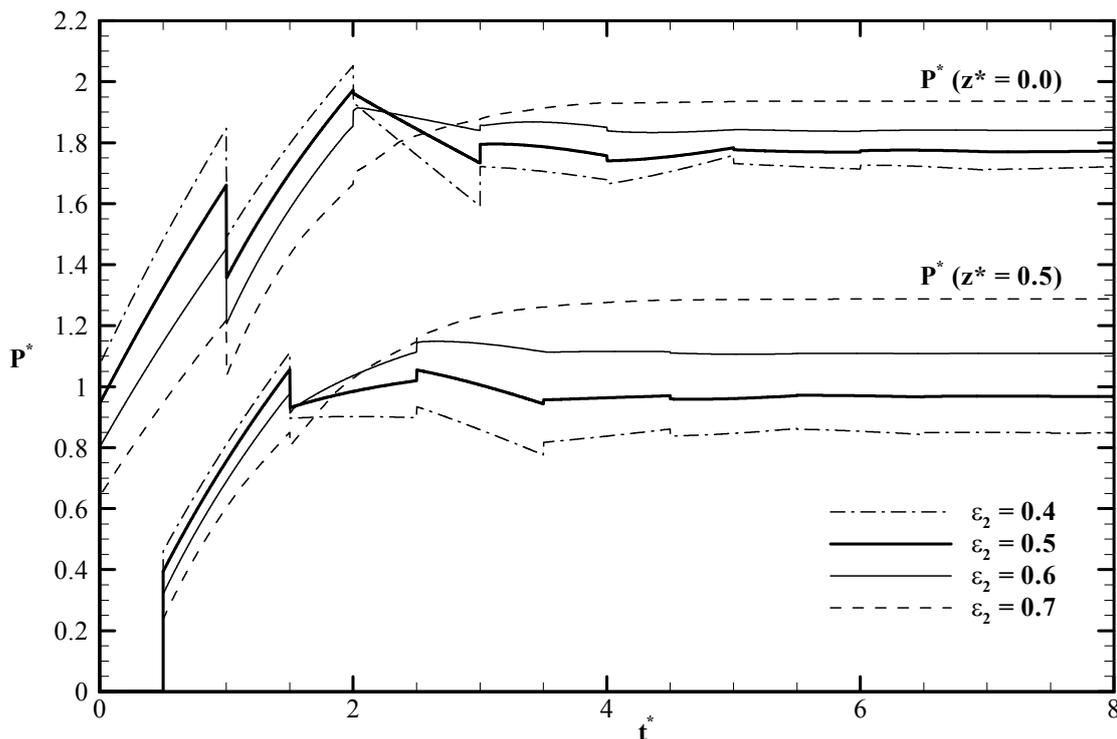


Figura 5.26 – Efeito do espaçamento anular ε_2 na evolução temporal da pressão na entrada e no fundo do poço. Escoamento com vazão constante. $\lambda = 1,0$; $Bi = 0,5$; $RA = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

5.2.2 Intensidade do Pico no Fundo do Poço

A intensidade do pico de pressão no fundo do poço é calculada comparando a máxima pressão verificada P_{Pico}^* , com a pressão de regime permanente obtida para esta posição P_{RP}^* . Os resultados são expressos em termos percentuais $(P_{Pico}^* - P_{RP}^*)/P_{RP}^* \cdot 100$. Avalia-se a intensidade em função de λ , Bi e ε_2 em função da razão de áreas RA .

A Figura 5.27 sintetiza o efeito dos parâmetros Bi e λ em função de RA . Como já mencionado, quanto maior o λ , menor o amortecimento da onda de pressão, e consequentemente maiores são os picos de pressão. Para o escoamento de fluido newtoniano, a intensidade do pico de pressão para $\lambda = 1,0$ chega a ser 250% superior a pressão de regime quando $RA < 0,25$. Acima de $RA = 0,85$ picos de pressão não são mais observados. Já para $\lambda = 0,3$, a intensidade do pico máximo é de aproximadamente 140% para $RA = 0,1$. Com este amortecimento maior, observa-se que picos de pressão com intensidades inferiores a 10% da pressão de regime são observados quando razões de área tornam-se maiores que 0,25. Com o aumento do número de Bingham global, verifica-se que a intensidade dos picos diminui consideravelmente. Para $Bi = 0,2$ a intensidade máxima observada com $\lambda = 1,0$ ocorre para $RA = 0,1$ e é da ordem de 250%. Aumentando a característica não newtoniana do fluido ($Bi = 0,7$), o pico de pressão máximo reduz-se para menos de 95%.

O efeito do espaçamento anular na intensidade dos picos de pressão verificados no fundo do poço durante o reinício da circulação é mostrado na Figura 5.28. Nota-se que para o escoamento de fluidos em um anular mais estreito, $\varepsilon_2 = 0,7$, a dissipação da onda de pressão é mais intensa, e desta forma, picos com menores intensidades são observados. No caso de fluido newtoniano, com $RA = 0,3$, se o espaçamento é $\varepsilon_2 = 0,5$, a intensidade do pico é de aproximadamente 190%, enquanto que se o espaço anular for mais estreito ($\varepsilon_2 = 0,7$), a intensidade se reduz para cerca de 80%. Novamente, nesta figura, verifica-se que aumentando o número de Bingham a intensidade dos os picos de pressão se reduz. Para $Bi = 0,5$ verifica-se que ao longo do domínio a intensidade máxima dos picos não ultrapassa 130% da pressão de regime, para um anular com $\varepsilon_2 = 0,5$ e reduz-se para menos de 80%, quando o anular é mais estreito.

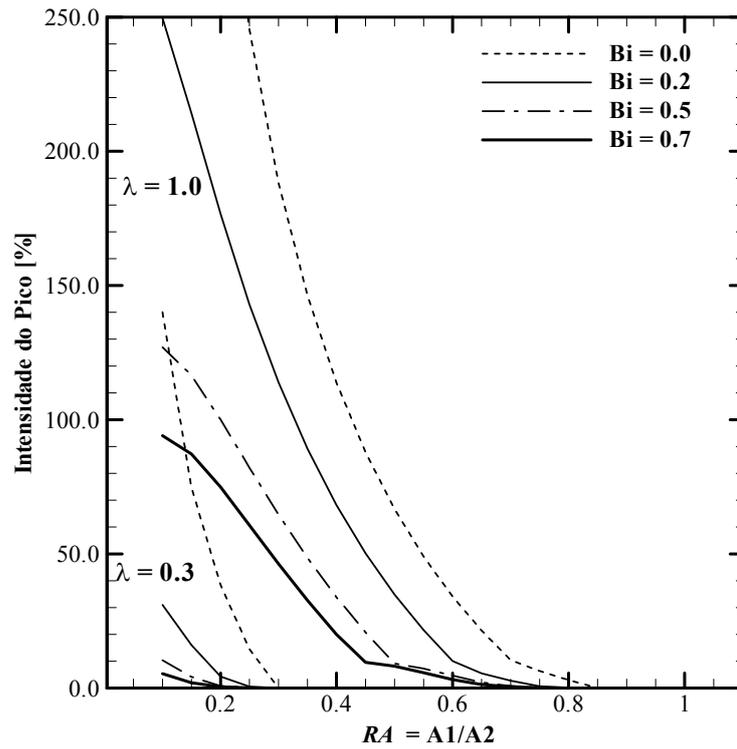


Figura 5.27 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço para o caso com vazão constante em função do número de Bingham Bi e λ . $\varepsilon_2 = 0,5$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

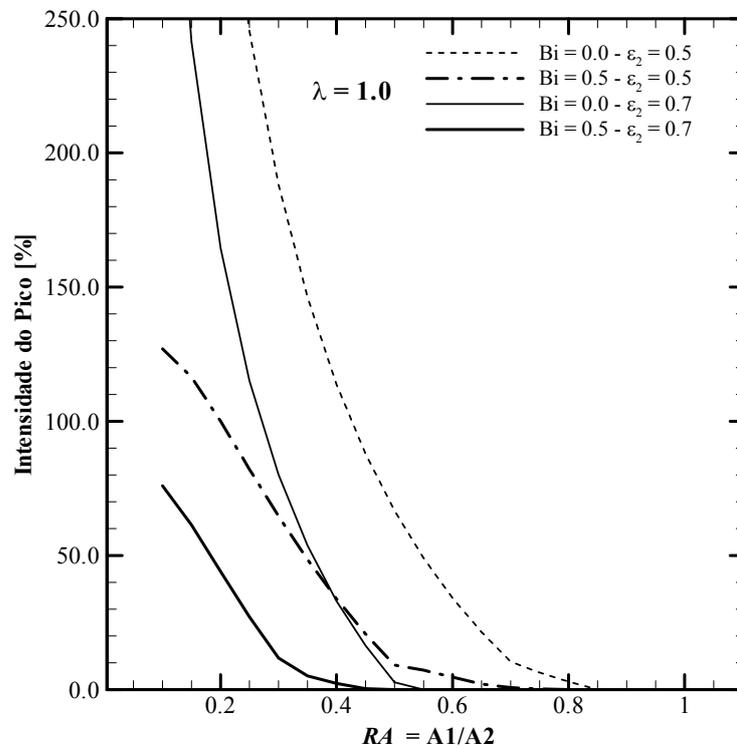


Figura 5.28 – Intensidade do pico de pressão no fundo do poço para o caso com vazão constante em função do número de Bingham Bi e ε_2 . $\lambda = 1,0$; $\varepsilon_1 = 0$ e $\varphi = 0,5$.

5.3 Síntese do Capítulo

Neste capítulo inicialmente estudou-se qual é a faixa de variação dos parâmetros característicos do modelo durante o processo de perfuração. Com base nesta faixa foram analisados os efeitos do parâmetro λ , do número de Bingham global Bi , da razão de áreas RA e do espaçamento anular ε_2 . O parâmetro φ foi mantido constante, uma vez que sempre se considera que o comprimento da coluna é igual ao do espaço anular do poço.

Foi verificado que para o caso com pressão constante na entrada à medida que a característica não newtoniana do fluido aumenta (Bi), a vazão de regime diminui devido à maior tensão limite de escoamento e da maior viscosidade aparente do fluido, e menores são as pressões observadas no fundo do poço em regime permanente. Para o caso com vazão constante o oposto foi verificado, aumentando-se o número de Bingham, verifica-se que a pressão na entrada também aumenta.

De uma forma geral, observou-se que a intensidade do pico de pressão está diretamente relacionada com a dissipação da onda de pressão e com a condição de regime permanente. Quando a dissipação da onda de pressão é significativa, em alguma região da geometria coluna-poço, seja pelo maior amortecimento (menores λ), pelo aumento do número de Bingham, pelo aumento da razão de áreas ou pelo estreitamento do espaço anular (aumento de ε_2) os picos de pressão tendem a ser menores. Entretanto, quando a pressão de regime permanente é relativamente baixa, qualquer condição que favoreça a propagação da onda de pressão pode provocar picos de pressão com intensidade significativa. Quando as pressões verificadas no fundo do poço são mais elevadas, a intensidade dos picos de pressão tende a ser menor.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1 Conclusões

Nesta dissertação foi desenvolvido um modelo matemático para simular o escoamento compressível e transitório característico do reinício da circulação de fluidos de perfuração não gelificados em uma geometria próxima a verificada no processo de perfuração de poços. Este modelo permite o estudo da propagação da pressão durante o reinício do escoamento de fluidos de perfuração e a avaliação da intensidade dos picos de pressão na retomada da circulação.

Em comparação com os trabalhos existentes na literatura, o modelo desenvolvido diferencia-se principalmente por considerar o escoamento através do interior da coluna de perfuração bem como através do espaço anular formado entre a coluna de perfuração e a parede do poço. Além, disso o modelo emprega o método das características ao escoamento de fluido de Bingham, que acaba favorecendo o tempo computacional e gerando melhores resultados, em comparação com o método dos volumes finitos com esquema de aproximação *upwind* de primeira ordem, empregado em muitos outros trabalhos. Fluidos de perfuração são tratados como fluidos não newtonianos de Bingham e os efeitos viscosos são considerados através do conceito de fator de atrito.

Com o propósito de diminuir o número de variáveis influentes no problema, realizou-se uma parametrização das equações. Foram definidos como parâmetros governantes do problema: λ , que representa o efeito relativo entre a propagação da onda de pressão e a dissipação viscosa, o número de Bingham Bi , a razão de áreas RA (coluna em relação ao espaço anular), o espaçamento anular ε_2 e a parâmetro φ que representa a relação entre o comprimento da coluna com comprimento total da geometria coluna-poço.

A validação do modelo foi realizada primeiramente, através da comparação com a solução analítica para o escoamento de fluido newtoniano em uma tubulação única (tubo de seção circular ou anular constante). A comparação com a solução analítica mostrou que o método das características proporciona resultados mais próximos e também demanda um menor tempo computacional em comparação com o método dos volumes finitos com o esquema *upwind*.

Na sequência foram realizadas comparações entre os resultados do modelo desenvolvido e os dados experimentais obtidos em um poço de testes da PETROBRAS para o escoamento de água e dois fluidos de perfuração. A comparação com valores medidos obtidos para água e para dois fluidos de perfuração mostrou uma boa concordância. Para os casos com água, não somente as pressões medida e calculada aumentam na mesma taxa, mas também oscilam na mesma frequência logo que a bomba se desliga. Depois disso, os dados medidos e calculados começam a se desviar, uma vez que as oscilações medidas dissipam mais rapidamente que as calculadas. Para fluido de Bingham, no entanto, a comparação é ainda melhor, pois tanto os valores medidos quanto computados praticamente não oscilam. Também foi observado que as oscilações diminuem à medida que aumenta a tensão limite de escoamento. Isto é observado tanto nos valores medidos quanto calculados.

Com o modelo validado, partiu-se então para a análise da propagação da onda de pressão durante o reinício da circulação de fluidos de perfuração e o efeito dos parâmetros governantes do problema na intensidade do pico de pressão no fundo do poço. Foram analisadas o efeito das duas condições de contorno propostas, pressão e vazão constante na entrada da tubulação com pressão nula na saída. Em síntese, foi visto que:

- A pressão de regime permanente mostrou-se independente de λ ;
- Aumentando o comprimento total da geometria poço-coluna, bem como a viscosidade do fluido proporciona-se uma dissipação mais rápida da onda de pressão (menores λ). Fluidos com maior massa específica ou menor compressibilidade, escoando em tubulações de maiores diâmetros dissipam mais lentamente a onda de pressão;
- A sensibilidade em relação ao número de Bingham mostrou que ocorre uma maior dissipação da onda de pressão à medida que se aumenta o número de Bingham;
- Para o caso com pressão constante na entrada à medida que a característica não newtoniana do fluido aumenta (Bi), a vazão de regime diminui devido à maior tensão limite de escoamento e da maior viscosidade aparente do fluido;
- Para o caso com vazão constante aumentando-se o número de Bingham, verifica-se que a pressão na entrada também aumenta;
- A intensidade dos picos de pressão está relacionada ao fenômeno de superposição das ondas de pressão que se refletem nas extremidades da geometria coluna-poço.

Conforme ocorre a dissipação da onda de pressão, intensidades diferentes são observadas para o pico de pressão;

- Quanto menor é a dissipação da onda de pressão por atrito viscoso, maior é a intensidade dos picos de pressão no fundo do poço;
- Para o caso com vazão volumétrica constante na entrada, os picos de pressão apresentam maior intensidade em comparação com o caso com pressão constante;
- Quanto menor a área interna da coluna em relação à área do anular, maior é a restrição ao escoamento nesta região e menores pressões no fundo do poço são verificadas na condição de regime permanente;
- Picos de pressão mais intensos são obtidos para menores razões de área;
- Para o caso com pressão constante, dependendo da dissipação da onda, a intensidade do pico, em função da razão de áreas, pode apresentar um valor mínimo;
- Aumentando a razão de áreas, para o caso com vazão constante a intensidade dos picos decresce;
- O estreitamento do espaço anular (aumento de ε_2) dificulta o escoamento pelo espaço anular. Com isso, a dissipação é menor durante a propagação pelo interior da coluna, o que intensifica os picos de pressão durante o reinício da circulação dos fluidos de perfuração não gelificados.

6.2 Sugestões

Para trabalhos futuros, sugere-se:

- Consideração da broca, da região do fundo do poço e de perdas de carga localizadas;
- Estudo da condição com válvula fechada na saída da geometria;
- Incorporação dos efeitos da gelificação e da quebra de gel durante o reinício do escoamento;
- Modelagem bidimensional do problema.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. 2^a ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1990.
- BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids - Fluid Dynamics**. 2^a ed. Estados Unidos: John Wiley e Sons, v. 1, 1987.
- BJØRKEVOLL, K. S.; ROMMETVEIT, R.; AAS, B.; GJERALDSTVEIT H.; MERLO, A. **Transient Gel Breaking Model for Critical Wells Applications with Field Data Verification**. IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, SPE/IADC 79843, 2003.
- BOURGOYNE, A. T.; CHENEVERT, M. E.; MILLHEIM, K.; YOUNG, F. S. **Applied Drilling Engineering**. SPE Textbook series, v. 2, 1986.
- CAWKWELL, M. & CHARLES, M. **An Improved Model for Start-up of Pipelines containing Gelled Crude Oil**. Journal of Pipelines, v. 7, pp. 41-52, 1987.
- CHANG, C.; RØNNINGSEN, H.; NGUYEN, Q. **Isothermal Start-up of Pipeline Transporting Waxy Crude Oil**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 87, pp. 127-154, 1999.
- DARLEY, H. C. H.; GRAY, G. R. **Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids**, 5^a ed. Estados Unidos: Gulf Professional Publishing - Butterworth-Heinemann, 1988.
- DAVIDSON, M. R.; CHANG, C.; RØNNINGSEN, H. P.; NGUYEN, Q. D. **A Model for Restart of a Pipeline with Compressible Gelled Waxy Crude Oil**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 123, pp. 269-280, 2004.
- FONTENOT, J. E.; CLARK, R. K. **An Improved Method for Calculating Swab and Surge Pressures and Circulating Pressures in a Drilling Well**. SPE Drilling Engineering, v. 14, pp. 451-462, 1974.

KREYSZIG, E. **Advanced Engineering Mathematics**. 9ª ed. Estados Unidos: J. Wiley, 2006.

LARSON, A. **Geopolítica do Petróleo e do Gás Natural**. Revista Eletrônica do Departamento de Estado dos Estados Unidos da América, v. 9, nº 2, maio de 2004. Disponível em: <<http://usinfo.state.gov/journals/ites/0504/ijep/toc.htm>> Acesso em: 15 agosto de 2007.

NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T.; ROCHA, L. L. V. **A Weakly Compressible Flow Model for the Restart of Thixotropic Drilling Fluids**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 166, pp. 1369-1381, 2011.

NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T.; OLIVEIRA, G. M.; MARTINS, A. L.; GANDELMAN, R. A.; ROCHA, L. L. V. **Pressure Transmission in Gelled Drilling Fluids in Deepwater Environments**. IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition, SPE/IADC 128859, v. 2. p. 990-998, 2010.

OLIVEIRA, G. M.; ROCHA, L. L. V.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T.; MARTINS, A. L. **Reinício da Circulação de Fluidos de Perfuração Gelificados**. In: 4º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo de Gás, 2007, Campinas, Brasil: ABPG, p. 113-1, 2007.

OLIVEIRA, G. M.; ROCHA, L. L. V.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T. **Numerical Simulation of the Start-up of Bingham Fluid Flows in Pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 165, pp. 1114-1128, 2010.

PETROBRAS. **Petróleo Brasileiro S. A.** Disponível em: <petrobras.com.br> Acesso em: 12 novembro de 2009.

ROCHA, L. L. V. **Modelagem do Reinício do Escoamento de Fluidos de Perfuração em Tubulações**: Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2007.

SANTOS, O. L. A. **Segurança de Poço em Lâminas de Água Ultra-Profundas**. I Encontro Nacional de Hidráulica de Poços. Agosto de 2006. Disponível em: <<http://enahpe.ucl.br/arq/otto.pdf>> Acesso em: 15 setembro de 2008.

SCHLUMBERGER. **Schlumberger Excellence in Educational Development - Mud Cycle**, 2007. Disponível em: <<http://www.seed.slb.com>> Acesso em: 23 agosto de 2007.

SESTAK, J.; CAWKWELL, M.; CHARLES, M.; HOUSKAS, M. **Start-up of Gelled Crude Oil Pipelines**. *Journal of Pipelines*, v. 6, pp. 15-24, 1987.

SOUZA MENDES, P. R.; DUTRA, E. S. S. **A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids**. *Annual transactions of the Nordic Rheology Society*, v. 12, pp. 183-188, 2004.

STOECKER, W.F. **Design of Thermal Systems**. 3ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1989.

TANNER, R. I. **Engineering Rheology**. 2ª ed. Estados Unidos: Oxford University Press, 2002.

THOMAS, J. E, *et al.* **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2. ed. Brasil: Editora Interciência, 2001.

VINAY, G.; WACHS, A.; AGASSANT, J. F. **Numerical Simulation of Weakly Compressible Bingham Flows: The Restart of Pipeline Flows of Waxy Crude Oils**. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 136, pp. 93-105, 2006.

VINAY, G.; WACHS, A.; FRIGAARD, I. **Start-up Transients and Efficient Computation of Isothermal Waxy Crude Oil Flows**. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 143, pp. 141-156, 2007.

WACHS, A.; VINAY, G.; FRIGAARD, I. **A 1.5D Numerical Model for the Start up of Weakly Compressible Flow of a Viscoplastic and Thixotropic Fluid in Pipelines**. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, v. 159, pp. 81-94, 2009.

WESTWOOD, J. **Corrida para as Águas Profundas**. In: *Revista Brasil Energia*. Ministério da Ciência e Tecnologia, Edição 67, 2005. Disponível em: <<http://www.dep.fem.unicamp.br/boletim/BE67/artigo.htm>> Acesso em: 25 agosto de 2007.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics**. 5ª ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 2003.

WYLIE, E. B; STREETER, V. L.; SUO, L.; **Fluid Transients in Systems**. Estados Unidos: Prentice Hall, 1993.

APÊNDICE A – SOLUÇÕES ANALÍTICAS

Com as condições de contorno de pressão ou vazão constante na entrada e com pressão fixa na saída, é possível obter uma solução analítica aplicando o método da separação de variáveis e o uso das Séries de Fourier (KREYSZIG, 2006).

Equações Governantes

As equações governantes do problema para estas condições de contorno Eqs. (3.29) e (3.30) foram obtidas na Seção 3.5. Considerando o escoamento através de uma tubulação única, tubo de seção circular ou anular constante e para fluido newtoniano, $\psi = 1$, a fim de ser possível a obtenção da solução analítica, as equações governantes, uma vez que $F_v = 1$, $A_s = A_1$, $D_{hs} = D_{h1}$ e $\zeta_s = \zeta_1$, reduzem-se para:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \lambda \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \lambda \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + Q^* = 0 \quad (\text{A.2})$$

Para a obtenção da solução analítica é fundamental obter-se uma equação diferencial em função somente da vazão ou da pressão. Para isto, primeiramente, diferencia-se a Eq. (A.1) em relação à direção axial, z^* :

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial t^* \partial z^*} + \lambda \frac{\partial^2 Q^*}{\partial z^{*2}} = 0 \quad (\text{A.3})$$

Na seqüência, diferencia-se a Eq. (A.2) em relação ao tempo:

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial t^* \partial z^*} + \lambda \frac{\partial^2 Q^*}{\partial t^{*2}} + \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Subtraindo a Eq. (A.3) da Eq. (A.4) e rearranjando os termos, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 Q^*}{\partial t^{*2}} = \frac{\partial^2 Q^*}{\partial z^{*2}} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} \quad (\text{A.5})$$

Procedendo de maneira análoga, pode-se obter a mesma equação diferencial em termos da pressão:

$$\frac{\partial^2 P^*}{\partial t^{*2}} = \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^{*2}} - \frac{1}{\lambda} \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \quad (\text{A.6})$$

As Eqs. (A.5) e (A.6) são classificadas como equações diferenciais parciais de segunda ordem e são comumente chamadas de equações da onda com amortecimento viscoso. Essas equações podem ser resolvidas de formas variadas, entretanto as condições iniciais e de contorno interferem na maneira da solução (KREYSZIG, 2006).

Escoamento com Pressão Constante na Entrada da Tubulação

Inicialmente propõe-se uma solução para o campo de pressão da forma:

$$P^*(z^*, t^*) = F(z^*)G(t^*) + (1 - z^*) \quad (\text{A.7})$$

Nota-se na Eq. (A.7) que esta é representada pelo produto de duas funções independentes entre si, $F = F(z^*)$ e $G = G(t^*)$, em conjunto com o perfil linear de distribuição de pressão para escoamento em regime permanente.

Diferenciando a Eq. (A.7) duas vezes em relação ao tempo tem-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} = F\dot{G} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 P^*}{\partial t^{*2}} = F\ddot{G} \quad (\text{A.8})$$

e em relação à direção axial:

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} = F'G - 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 P^*}{\partial z^{*2}} = F''G \quad (\text{A.9})$$

Substituindo as Eqs. (A.8) e (A.9) na Eq. (A.6), separando as variáveis independentes e igualando as equações resultantes a uma constante arbitrária K , obtém-se:

$$\frac{1}{G} \left(\ddot{G} + \frac{1}{\lambda} \dot{G} \right) = \frac{F''}{F} = K \quad (\text{A.10})$$

Da Eq. (A.10) é possível obter duas equações diferenciais ordinárias homogêneas:

$$F'' - KF = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\ddot{G} + \frac{1}{\lambda} \dot{G} - KG = 0 \quad (\text{A.12})$$

Fazendo $K = -p^2$, a solução geral da Eq. (A.11) é da forma (KREYSZIG, 2006):

$$F(z^*) = A \cos pz^* + B \sin pz^* \quad (\text{A.13})$$

Das condições de contorno, podem-se obter as seguintes expressões para a função $F(z^*)$ independente do tempo:

$$\begin{aligned} p/z^* = 0 &\rightarrow P^*(z^* = 0, t^*) = 1 \rightarrow F(0) = 0 \\ p/z^* = 1 &\rightarrow P^*(z^* = 1, t^*) = 0 \rightarrow F(1) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Para que as condições de contorno sejam satisfeitas a Eq. (A.13) deve possuir os seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned} F(0) = 0 &\rightarrow A = 0 \\ F(1) = 0 &\rightarrow B \sin p = 0 \rightarrow \sin p = 0, B \neq 0 \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Então:

$$p = \Omega_l = l\pi, \quad l = \text{inteiro} \quad (\text{A.16})$$

Estabelecendo $B = 1$, podem-se obter infinitas soluções:

$$F(z^*) = F_l(z^*) = \sin \Omega_l z^* \quad (\text{A.17})$$

A solução para $G(t^*)$, vem da restrição para a constante K : $K = -p^2 = -\Omega_l^2$, desta forma a Eq. (A.12) assume a forma:

$$\ddot{G} + \frac{1}{\lambda} \dot{G} + \Omega_l^2 G = 0 \quad (\text{A.18})$$

Considerando que $\omega_l^2 = \Omega_l^2 - \left(\frac{1}{2\lambda}\right)^2$ e que $\omega_l^2 > 0$ ($\lambda \geq 1/2\pi$), a solução geral da Eq.

(A.18) é dada por (KREYSZIG, 2006):

$$G_l(t^*) = e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \left(B_l \cos \omega_l t^* + B_l^\# \sin \omega_l t^* \right) \quad (\text{A.19})$$

A solução total do problema é obtida através da superposição das soluções gerais (Eqs. (A.17) e (A.19)). Desta forma, tem-se que o campo de pressão é dado por:

$$P^*(z^*, t^*) = (1 - z^*) + \sum_{l=1}^{\infty} F_l(z^*) G_l(t^*) \quad (\text{A.20})$$

Substituindo as soluções gerais:

$$P^*(z^*, t^*) = (1 - z^*) + e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\sin \Omega_l z^* (B_l \cos \omega_l t^* + B_l^{\#} \sin \omega_l t^*) \right] \quad (\text{A.21})$$

Satisfazendo a condição inicial:

$$P^*(z^*, t^* = 0) = 0 \quad \rightarrow \quad \sum_{l=1}^{\infty} (B_l \sin \Omega_l z^*) = (z^* - 1) \quad (\text{A.22})$$

Analisando a Eq. (A.22), verifica-se que pode-se escolher B_l de forma adequada para se obter uma Série de Fourier em Seno:

$$B_l = 2 \int_0^1 (z^* - 1) \sin(\Omega_l z^*) dz^* = -\frac{2}{\Omega_l} \quad (\text{A.23})$$

Para a determinação do coeficiente $B_l^{\#}$, deve-se empregar outra condição de contorno. Sabendo que no instante inicial, $t^* = 0$, não há variação temporal da pressão, $\partial P^* / \partial t^*_{t^*=0} = 0$, diferenciando a Eq. (A.21) em relação a t^* para este instante de tempo, obtém-se:

$$\left. \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \right|_{t^*=0} = \sum_{l=1}^{\infty} \left[\left(\frac{1}{\lambda \Omega_l} + \omega_l B_l^{\#} \right) \sin \Omega_l z^* \right] = 0 \quad (\text{A.24})$$

Assim, para qualquer $\sin \Omega_l z^*$:

$$B_l^{\#} = -\frac{1}{\lambda \omega_l \Omega_l} \quad (\text{A.25})$$

Substituindo os coeficientes determinados através das Eqs. (A.23) e (A.25) na Eq. (A.21), chega-se na seguinte equação para o campo de pressão em função da posição axial, z^* , e do instante t^* :

$$P^*(z^*, t^*) = (1 - z^*) - 2e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\Omega_l} \sin \Omega_l z^* \left(\cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (\text{A.26})$$

Com o campo de pressão determinado, é possível obter a vazão a partir da equação da conservação da massa, Eq. (A.1), rearranjada:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = -\frac{1}{\lambda} \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \quad (\text{A.27})$$

Substituindo a derivada parcial da Eq. (A.26) em relação ao tempo na Eq. (A.27) obtém-se:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = -2e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{\Omega_l}{\omega_l} \sin \Omega_l z^* \sin \omega_l t^* \right] \quad (\text{A.28})$$

Integrando a Eq. (A.28) em relação à direção axial, z^* , considerando que a constante de integração é uma função do tempo da seguinte forma, $f(t^*) = C_1 + C_2 t^* + C_3 e^{C_4 t^*}$, tem-se:

$$Q^*(z^*, t^*) = \frac{2e^{\frac{-t^*}{2\lambda}}}{\lambda} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\omega_l} \cos \Omega_l z^* \sin \omega_l t^* \right] + C_1 + C_2 t^* + C_3 e^{C_4 t^*} \quad (\text{A.29})$$

Analisando a Eq. (A.29), verifica-se a necessidade da determinação das constantes C_1 , C_2 , C_3 e C_4 para o conhecimento do campo de velocidade média em função do espaço e do tempo. Para determinar estas constantes, primeiramente, reescreve-se a Eq. (A.2) na seguinte forma:

$$\frac{1}{\lambda} \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \frac{1}{\lambda} Q^* = 0 \quad (\text{A.30})$$

Substituindo na Eq. (A.30) a Eq. (A.29), sua derivada parcial em relação ao tempo, e a derivada parcial do campo de pressão, Eq. (A.26), em relação à direção axial, z^* , chega-se a:

$$C_1 + C_2 \lambda + C_2 t^* + (\lambda C_4 + 1) C_3 e^{C_4 t^*} = 1 \quad (\text{A.31})$$

Associando os termos de mesma ordem tem-se:

$$C_1 + C_2 \lambda = 1, \quad C_2 t^* = 0 \quad \text{e} \quad (\lambda C_4 + 1) C_3 e^{C_4 t^*} = 0 \quad (\text{A.32})$$

Das relações apresentadas na Eq. (A.32), verifica-se que $C_1 = 1$, $C_2 = 0$, $C_4 = -\frac{1}{\lambda}$, restando ainda a determinação de C_3 . Sabe-se, entretanto, das condições iniciais, que inicialmente o fluido encontra-se em repouso ao longo de toda a tubulação, $Q^*(z^*, t^* = 0) = 0$, assim, com as demais constantes já determinadas é possível determinar C_3 :

$$Q^*(z^*, t^* = 0) = 1 + C_3 = 0 \rightarrow C_3 = -1 \quad (\text{A.33})$$

Assim:

$$Q^*(z^*, t^*) = \frac{2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}}}{\lambda} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\omega_l} \cos \Omega_l z^* \sin \omega_l t^* \right) + \left(1 - e^{-\frac{t^*}{\lambda}} \right) \quad (\text{A.34})$$

Escoamento com Vazão Constante na Entrada da Tubulação

Propõe-se uma solução para o campo de vazão da forma:

$$Q^*(z^*, t^*) = F(z^*)G(t^*) + 1 \quad (\text{A.35})$$

Nota-se na Eq. (A.35) que esta é representada pelo produto de duas funções independentes entre si, $F = F(z^*)$ e $G = G(t^*)$, em conjunto com a condição de escoamento em regime permanente, na qual o fluido escoar com a mesma vazão ao longo de toda tubulação. Diferenciando a Eq. (A.35) duas vezes em relação ao tempo tem-se:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial t^*} = F\dot{G} \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 Q^*}{\partial t^{*2}} = F\ddot{G} \quad (\text{A.36})$$

e em relação à direção axial:

$$\frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = F'G \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 Q^*}{\partial z^{*2}} = F''G \quad (\text{A.37})$$

Substituindo as Eqs. (A.36) e (A.37) na Eq. (A.35), como visto para o caso com pressão constante, chega-se na função $F(z^*)$:

$$F(z^*) = A \cos pz^* + B \sin pz^* \quad (\text{A.38})$$

Da condição de contorno para a fronteira de entrada, pode-se obter a seguinte expressão para a função $F(z^*)$ independente do tempo:

$$p/ z^* = 0 \rightarrow Q^*(z^* = 0, t^*) = 1 \rightarrow F(0) = 0 \quad (\text{A.39})$$

Para que se satisfaça a condição de contorno, a Eq. (A.38) deve possuir o seguinte coeficiente:

$$F(0) = 0 \rightarrow A = 0 \quad (\text{A.40})$$

Para a fronteira de saída, tem-se a condição que a pressão não varia nesta posição, portanto da Eq. (A.1) conclui-se:

$$p/ z^* = 1 \rightarrow \left. \frac{\partial P^*}{\partial t^*} \right|_{z^*=1} = 0 \rightarrow \left. \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \right|_{z^*=1} = G(t^*) B p \cos p = 0 \quad (\text{A.41})$$

$$F(1) = 0 \rightarrow B p \cos p = 0 \rightarrow \cos p = 0, B \neq 0$$

Então:

$$p = \Omega_l = \frac{(2l-1)\pi}{2}, \quad l = \text{inteiro} \quad (\text{A.42})$$

Estabelecendo $B = 1$, podem-se obter infinitas soluções:

$$F(z^*) = F_l(z^*) = \sin \Omega_l z^* \quad (\text{A.43})$$

A solução para $G(t^*)$, vem da restrição para a constante K : $K = -p^2 = -\Omega_l^2$. Desta forma a Eq. (A.12) fica:

$$\ddot{G} + \frac{1}{\lambda} \dot{G} + \Omega_l^2 G = 0 \quad (\text{A.44})$$

Considerando que $\omega_l^2 = \Omega_l^2 - \left(\frac{1}{2\lambda}\right)^2$ e que $\omega_l^2 > 0$ ($\lambda \geq 1/\pi$), a solução geral da Eq.

(A.44) é (KREYSZIG, 2006):

$$G_l(t^*) = e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \left(B_l \cos \omega_l t^* + B_l^\# \sin \omega_l t^* \right) \quad (\text{A.45})$$

A solução total do problema é obtida através da superposição das soluções gerais (Eqs. (A.43) e (A.45)). Desta forma, tem-se que o campo de vazão é dado por:

$$Q^*(z^*, t^*) = 1 + \sum_{l=1}^{\infty} F_l(z^*) G_l(t^*) \quad (\text{A.46})$$

Substituindo as soluções gerais:

$$Q^*(z^*, t^*) = 1 + e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\sin \Omega_l z^* \left(B_l \cos \omega_l t^* + B_l^\# \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (\text{A.47})$$

Satisfazendo a condição inicial:

$$Q^*(z^* \neq 0, t^* = 0) = 0 \rightarrow \sum_{l=1}^{\infty} B_l \sin \Omega_l z^* = -1 \quad (\text{A.48})$$

Da mesma forma que para a condição com pressão constante, obtém-se:

$$B_l = -\frac{2}{\Omega_l} \quad \text{e} \quad B_l^\# = -\frac{1}{\lambda \omega_l \Omega_l} \quad (\text{A.49})$$

Substituindo os coeficientes determinados através da Eq. (A.49) na Eq. (A.47), chega-se na seguinte equação para o campo de vazão em função da posição axial, z^* , e do instante temporal, t^* :

$$Q^*(z^*, t^*) = 1 - 2e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\frac{1}{\Omega_l} \sin \Omega_l z^* \left(\cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (\text{A.50})$$

Com a vazão determinada, é possível obter o campo de pressão a partir da equação da conservação da massa, Eq. (A.1), rearranjada:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} = -\lambda \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \quad (\text{A.51})$$

Substituindo a derivada parcial da Eq. (A.50) em relação ao espaço na Eq. (A.51) obtém-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} = 2\lambda e^{\frac{-t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[\cos \Omega_l z^* \left(\cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (\text{A.52})$$

Integrando a Eq. (A.52) em relação ao tempo, t^* , considerando que a constante de integração é uma função do espaço, $f(z^*)$, tem-se:

$$P^*(z^*, t^*) = f(z^*) + 2\lambda e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega_l^2} \cos \Omega_l z^* \left[\left(\omega_l - \frac{1}{4\lambda^2 \omega_l} \right) \sin \omega_l t^* - \frac{1}{\lambda} \cos \omega_l t^* \right] \right\} \quad (\text{A.53})$$

Analisando a Eq. (A.53), verifica-se a necessidade da determinação constante de integração. Sabe-se que esta constante deve expressar a distribuição de pressão na condição de regime permanente, uma vez que o termo exponencial presente na Eq. (A.53) tende a zero para tempos elevados. Desta forma, tem-se que $f(z^*) = 1 - z^*$, assim o campo de pressão em função do espaço e tempo é dado por:

$$P^*(z^*, t^*) = 1 - z^* + 2\lambda e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega_l^2} \cos \Omega_l z^* \left[\left(\omega_l - \frac{1}{4\lambda^2 \omega_l} \right) \sin \omega_l t^* - \frac{1}{\lambda} \cos \omega_l t^* \right] \right\} \quad (\text{A.54})$$