



## EM DIREÇÃO À MATEMATIZAÇÃO EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: INTERVENÇÕES MEDIADAS PELA AVALIAÇÃO EM FASES

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.23.237-262>

Karina Alessandra Pessoa da Silva<sup>1</sup>  
Adriana Helena Borssoi<sup>2</sup>  
Jader Otavio Dalto<sup>3</sup>

**Resumo:** Este artigo tem como objetivo investigar a seguinte questão: Como ocorre matematização em um processo de avaliação em fases em Modelagem Matemática? Com esse propósito, pautamo-nos em aportes teóricos da Modelagem Matemática, como uma possibilidade de abarcar conteúdos matemáticos, focando na matematização bem como em pesquisas que versam sobre avaliação em modelagem. Consideramos a avaliação em fases como um subsídio para regular a matematização realizada por um grupo de alunos numa disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de cursos de Engenharia de uma universidade federal do Paraná. A análise qualitativa, inspirada na Research Design, revelou que o acompanhamento possibilitado pela avaliação em fases permitiu diagnosticar que a matematização, em alguns momentos, foi orientada pelos professores e outras vezes foi requerida de forma imperativa pelos professores. As intervenções e diálogos nas diferentes fases da avaliação permitiu diagnosticar que os alunos não estavam conseguindo vincular a matemática estudada na disciplina de Cálculo com a matemática necessária para descrever o problema.

**Palavras-chave:** Ensino remoto. Atividades de modelagem matemática. Avaliação formativa. Cálculo Diferencial e Integral.

## TOWARDS MATHEMATIZATION IN MATHEMATICAL MODELING ACTIVITIES: INTERVENTIONS MEDIATED BY ASSESSMENT IN PHASES

**Abstract:** This paper aims to investigate the following question: How does mathematization occur in a phased assessment process in Mathematical Modeling? With this purpose, we base ourselves on theoretical contributions of Mathematical Modeling as a possibility to embrace mathematical content, focusing on mathematization as well as on research that deal with assessment in mathematical modeling. We consider assessment in phases as a subsidy to regulate the mathematization performed by a group of students in a Differential and Integral Calculus course in Engineering at a federal university in Paraná State, Brazil. The qualitative analysis, inspired by Research Design, revealed that the follow-up made possible by the assessment in phases allowed us to diagnose that mathematization, at some times, was guided by the teachers and, at other times, it was imperatively required by the teachers. The interventions and dialogues in the different phases of the assessment allowed us to diagnose that the students were not managing to link the mathematics studied in the Calculus course with the mathematics needed to describe the problem.

<sup>1</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br – Orcid: <http://orcid.org/0000-0002-1766-137X>

<sup>2</sup> Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: adrianaborssoi@utfpr.edu.br – Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-1725-6307>

<sup>3</sup> Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática da UTFPR/Cornélio Procópio-Londrina, Paraná, Brasil. E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br – Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7684-2480>

**Keywords:** Remote teaching. Mathematical Modeling Activities. Formative Assessment. Differential and Integral Calculus.

## Introdução

Pesquisas e relatos de práticas implementadas na sala de aula e que versam sobre o ensino e a aprendizagem em Matemática (SILVA, 2017; STILLMAN, 2017; ALMEIDA, 2018, ÄRLEBÄCK; DOERR, 2018, ALMEIDA; SILVA, 2021), são recorrentes na área da Educação Matemática. Diferentes tendências estão presentes nessas pesquisas e relatos e, em muitos casos, declaram sucessos na implementação de uma ou outra tendência. Em nossa investigação, contudo, nos interessamos em abordar a Modelagem Matemática como uma possibilidade para ensinar Matemática por meio de uma situação problemática que pode estar inserida no dia a dia dos alunos (BLUM; BORROMEO FERRI, 2016).

Em se tratando da Modelagem Matemática, existem discussões sobre o que é, como e por que usá-la em sala de aula. Embora essas discussões estejam presentes em pesquisas e relatos de práticas em sala de aula, não se encontram saturadas. Considerando trabalhos que versam sobre diferentes encaminhamentos para subsidiar essas discussões, empreendemos esforços em desenvolver atividades de modelagem matemática em sala de aula nas quais, a partir de uma situação inicial problemática, os alunos por meio de procedimentos matemáticos obtêm uma solução para essa situação.

No âmbito da sala de aula, uma questão que tem permeado nossas práticas centra-se na avaliação de ações e procedimentos empreendidos pelos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem. Diferentes encaminhamentos para avaliar uma atividade estão presentes na literatura. Frejd (2013), ao fazer uma revisão da literatura internacional, considerando 706 artigos publicados em eventos, evidenciou que testes escritos, projetos, testes práticos, portfólios e debates são formas utilizadas na avaliação em modelagem. Suas análises revelam que os critérios utilizados para avaliar, de modo geral, são “oriundos de construções *ad hoc*, experiências de situações de avaliação ou estudos empíricos do trabalho dos alunos” (FREJD, 2013, p. 436), ou seja, não são derivados de uma análise teórica. Além disso, o autor sugere que pesquisas que levem em consideração avaliar a qualidade do trabalho dos alunos com modelos matemáticos sejam empreendidas.

Ao pensar como avaliar uma atividade de modelagem matemática temos de considerar os objetivos que o professor almeja com essa ação. Em se tratando de uma disciplina presente na matriz curricular de cursos de Engenharias, em que a Matemática é considerada uma

aplicação, nosso objetivo está nos procedimentos matemáticos que emergem de uma atividade de modelagem. De forma geral, esses procedimentos estão associados a uma ação que a literatura convencionou caracterizar por matematização e, em muitos casos, consiste no processo de tradução da situação do mundo real na linguagem matemática (JABLONKA; GELLERT, 2007).

Para tal objetivo, temos configurado em nossos planejamentos aulas permeadas por atividades de modelagem matemática que almejamos que sejam avaliadas enquanto processo. Com isso, não somente o resultado da atividade deve ser pontuado em nossa avaliação, mas também o que os alunos fazem no desenvolvimento das atividades, mais especificamente, o que fazem com a Matemática que emerge nesse desenvolvimento.

Levando em consideração essa abordagem, nos inspiramos na dinâmica da prova em fases (MENDES, 2014; PIRES, 2013; TREVISAN, 2013), para acompanhar o avanço e o aprimoramento dos modelos matemáticos iniciais dos alunos com foco na matematização. Nesta dinâmica, o professor interage com os alunos por meio de questionamentos e os alunos têm a oportunidade de alterar seus encaminhamentos com o auxílio do *feedback* dado pelo professor.

Coadunando a avaliação em fases a uma atividade de modelagem matemática desenvolvida no contexto de uma disciplina de Cálculo Diferencial e Integral de uma variável real (Cálculo 1), neste artigo intentamos em apresentar reflexões para a questão de pesquisa: *Como ocorre matematização em um processo de avaliação em fases em Modelagem Matemática?* Entendemos que as reflexões vislumbradas por nossa investigação podem trazer resultados significativos para a lacuna apresentada por Frejd (2013), com relação à avaliação dos modelos matemáticos deduzidos pelos alunos, bem como aos aspectos teóricos para subsidiar a avaliação.

Para fazermos essa abordagem, apresentamos nosso entendimento sobre Modelagem Matemática com foco na matematização, destacamos algumas pesquisas que versam sobre avaliação em modelagem e tratamos da dinâmica da prova em fases que subsidiou o encaminhamento de nossas intervenções. De posse de nossa fundamentação teórica, destacamos nossos aspectos metodológicos para, em seguida, descrevermos e analisarmos a atividade desenvolvida por um dos grupos de alunos de uma turma de diferentes cursos de Engenharias que já haviam cursado pelo menos uma vez a disciplina de Cálculo 1. Finalizamos com nossas considerações e indicações de pesquisas futuras.

## **Modelagem Matemática: matematização e avaliação**

Ao entendermos que Modelagem Matemática “denota o processo de tradução, em ambas as direções, entre a matemática e o mundo extra-matemático” (BLUM; BORROMEO FERRI, 2016, p. 65), consideramos que, a partir de uma situação-problema, se faz uma interpretação matemática que a represente.

Em sala de aula, a implementação da Modelagem Matemática pode seguir diferentes configurações dependendo dos objetivos do professor e do conhecimento dos alunos. Todavia, mesmo que os alunos identifiquem e priorizem um aspecto da atividade – o fenômeno em estudo ou a matemática necessária para a solução do problema –, de forma geral, “precisam transcender a situação do mundo em que um problema é formulado, convertendo esta situação na estrutura organizada em linguagem matemática” (ALMEIDA, 2018, p. 19). Esse procedimento é caracterizado como matematização (JABLONKA; GELLERT, 2007).

A estrutura matemática decorrente da matematização é subsidiada por ações como:

[...] a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a solução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação do modelo matemático obtido (SILVA, 2017, p. 138).

Para Galbraith (2012) a ação de matematizar se associa à formulação de hipóteses e definição de variáveis que subsidiam a construção do modelo matemático. Borromeo Ferri (2006) assevera que, conforme os alunos avançam no desenvolvimento da atividade de modelagem, a matematização vai se aperfeiçoando, alicerçada em conhecimentos extra-matemáticos sobre o fenômeno em estudo. Neste sentido, Ärlebäck e Doerr (2018, p. 189) consideram que os “modelos iniciais dos alunos (ou sistemas conceituais) muitas vezes não são muito sofisticados ou úteis, mas esses modelos inicialmente elicitados podem ser avaliados, revisados e refinados”. Neste mesmo encaminhamento, ao realizar uma investigação com professores em serviço, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem em um curso de formação, Yilmaz e Tekin-Dede (2016) evidenciaram que competências de matematização iniciaram-se a partir das explicações verbais. Essas explicações verbais foram se aprimorando conforme os professores desenvolviam a atividade de modelagem e a matematização foi se tornando mais abrangente até chegar à validação dos resultados.

Na literatura, os encaminhamentos de uma atividade de modelagem matemática são

associados a um processo cíclico em que são identificadas fases, etapas ou estágios. As diferentes formas de representar os ciclos em que se aclaram e se inter-relacionam estas fases, etapas ou estágios têm agendado e articulado debates nas pesquisas (PERRENET; ZWANEVEL, 2012; ALMEIDA; SILVA, 2015; DOERR; ÄRLEBÄCK; MISFELDT, 2016; BORROMEO FERRI, 2018; STENDER, 2018; ALMEIDA; SILVA, 2021).

Almeida e Silva (2015) investigaram a presença da matematização em diferentes ciclos de modelagem matemática presentes na literatura. As autoras inferiram que nos ciclos “seja de forma explícita ou não, a matematização é uma etapa da Modelagem Matemática, sobretudo no que se refere ao que o aluno pode aprender por meio do desenvolvimento de atividades dessa natureza” (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 216). Almeida (2018), avançando nos estudos sobre matematização e usos da Matemática em atividades de modelagem matemática apregoa que podem ser considerados três objetivos:

- (a) Podem ser o motivo pelo qual os alunos contemplem o uso de matemática que já conhecem;
- (b) Podem requerer, de alguma forma, conceitos ou procedimentos matemáticos ainda não conhecidos, que o professor pode introduzir por meio da atividade;
- (c) Há uma necessidade de incluir uma avaliação do uso da matemática na atividade, demonstrando que o conhecimento matemático e o conhecimento sobre a situação estão ligados (ALMEIDA, 2018, p. 28).

Tomando esses objetivos como subjacentes à implementação e ao desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula e o fato de que ciclos de modelagem para além de caracterizar teoricamente uma atividade de modelagem matemática, são instrumentos de aprendizagem para os alunos e instrumentos de diagnóstico para os professores (BORROMEO FERRI, 2018), nos concentramos em colocar lentes na avaliação de atividades de modelagem. Embora entendamos, assim como Zawojewski (2016, p. 227), que o “papel da avaliação na modelagem matemática é crítico e complexo”, devido à sua natureza iterativa, pesquisadores têm empreendido esforços para desmistificar uma análise da progressão dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem (FREJD, 2013; EAMES; BRADY; LESH, 2016; SILVA; DALTO, 2017; OLIVEIRA; KATO, 2017; IKEDA, 2018; DALTO; SILVA, 2018; VELEDA; BURAK, 2020).

As pesquisas supracitadas, de forma geral, levam em consideração os apontamentos de Zawojewski (2016, p. 227) que afirma:

Quando os professores se envolvem ativamente na avaliação formativa durante suas observações, suas interpretações dos modelos dos alunos podem informar maneiras de improvisar a instrução, implementar estratégias e até mesmo revisar o conteúdo do curso. Os professores também se

envolvem na avaliação somativa quando avaliam os modelos finais quanto à eficácia e eficiência no atendimento aos critérios e restrições do problema de modelagem do mundo real.

Para Silva e Dalto (2017), a avaliação de uma atividade de modelagem precisa levar em consideração a dinâmica da aula com Modelagem Matemática. Esses autores, subsidiados nas fases presentes no ciclo de modelagem de Almeida, Silva e Vertuan (2012), apresentaram e utilizaram uma escala holística focada e apregoaram que se trata de um instrumento útil para o processo de avaliação em modelagem. Apesar do interesse dos autores no processo de ensino e aprendizagem, a pesquisa parece focar mais no resultado do que no processo, cumprindo uma função somativa.

Já a pesquisa de Dalto e Silva (2018) e Veleda e Burak (2020) revelaram aspectos da avaliação formativa. Dalto e Silva (2018) consideraram orientações da prova em fases (MENDES, 2014) na qual os estudantes que desenvolveram a atividade receberam *feedback* e puderam retomar e ajustar algum encaminhamento realizado, gerando uma nota com a finalização dos encaminhamentos. Veleda e Burak (2020), por outro lado, propuseram um instrumento de avaliação para evidenciar competências dos alunos, considerando suas ações, interações e atitudes, porém, “o instrumento não visa gerar uma nota ao final, mas sim proporcionar ao professor uma leitura da evolução dos estudantes ao longo de uma prática com Modelagem Matemática e ao longo de diversas práticas” (VELEDA; BURAK, 2020, p. 35).

Com vistas à formação de professores em Modelagem Matemática, Eames, Brady e Lesh (2016, p. 235) implementaram “uma combinação de ferramentas projetadas para incentivar a autoavaliação formativa” para auxiliar os professores no enfrentamento dos desafios de avaliar trabalhos de modelagem dos alunos. Seguindo encaminhamentos da formação continuada de professores estabelecidos em um programa de formação, Oliveira e Kato (2017) colocaram em debate a avaliação de atividades desenvolvidas por grupos de estudantes da Educação Básica. Fundamentados nas falas dos professores em formação, Oliveira e Kato (2017) evidenciaram possibilidades de caminhos para que atividades de modelagem e sua avaliação sejam incorporadas nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Intentando incorporar instrumentos de avaliação formativa em atividades de modelagem matemática, subsidiamo-nos nas orientações da avaliação em fases para inferir sobre a evolução da matematização de alunos do Ensino Superior.

## Avaliação em Fases

A avaliação no contexto educacional tem cumprido várias funções, como a de certificar, verificar se a aprendizagem ocorreu, o que é comumente denotado na literatura por avaliação somativa. Entretanto, outra função importante da avaliação tem sido muito pouco evidenciada: a avaliação como reguladora dos processos de ensino e aprendizagem (BURIASCO, 2002), ou avaliação formativa, que tem papel de guiar o aluno em seu processo de aprendizagem, identificando dificuldades, lacunas, que possibilitam vislumbrar caminhos para superá-las (HADJI, 1994).

A avaliação formativa tem como característica principal, de acordo com Hadji (1994) o fato de ser integrada ao ato de ensinar, ou na própria ação de formação, não sendo realizada apenas em momentos isolados que ocorrem após o ensino de determinado conteúdo. Para o autor, essa avaliação possibilita a regulação da aprendizagem, na medida em que se apoia no diálogo entre professor e aluno a partir de um *feedback* dado pelo professor, o que proporciona segurança e aumenta a confiança do aluno nele mesmo (HADJI, 1994). Nesta direção, pode-se considerar que a avaliação proporciona novas oportunidades de aprendizagem para os alunos.

Como forma de diálogo entre professor e aluno, pode-se utilizar como instrumento de informações para avaliação a prova escrita em fases (MENDES, 2014; PIRES, 2013; TREVISAN, 2013). A prova escrita “tradicional” é comumente utilizada como instrumento de avaliação em matemática por professores, nos mais variados níveis de ensino em uma perspectiva somativa de avaliação, o que significa que o resultado obtido serve, na maioria das vezes, para verificar se a aprendizagem do que foi ensinado anteriormente ocorreu ou não. Com o intuito de possibilitar uma oportunidade de aprendizagem a partir de uma prova escrita, De Lange (1987) propõe a prova em duas fases, de modo que, na primeira fase, apresenta-se uma prova escrita tradicional aos alunos e estes respondem todas as perguntas que conseguirem, no tempo determinado pelo professor. Em seguida, o professor corrige as resoluções e indica resultados parciais e aponta erros mais graves. Na segunda fase, os alunos têm a oportunidade de fazer a prova novamente com o auxílio do *feedback* dado pelo professor. Cabe ressaltar que essa segunda fase, de acordo com o autor, não se resume apenas a uma segunda chance, uma vez que os alunos, nesta fase, devem refletir sobre os resultados da primeira e não simplesmente fazer novamente o que foi feito na primeira fase.

A partir desta dinâmica com a prova escrita, Mendes (2014) ampliou o número de fases. Para a autora, a prova em fases “configura-se, em princípio, como um instrumento de

avaliação da produção escrita do aluno, de caráter individual, realizada na sala de aula em momentos estabelecidos pelo professor, não havendo consulta de materiais nesses momentos” (MENDES, 2014, p. 46). Entre uma fase e outra, o professor analisa as resoluções apresentadas pelos alunos, de modo a não apenas apresentar acertos ou erros, mas sim, faz intervenções escritas (questionamentos, comentários, indicações de materiais, etc.) que devem ser utilizadas pelo aluno para a resolução da prova na fase seguinte.

Neste processo, segundo a autora, é possível de se acompanhar em parte o caminho que cada aluno seguiu a partir da produção escrita realizada por ele em cada uma das fases e o resultado - ou nota da prova - pode ser obtido a partir do uso de alguma escala de classificação das respostas dadas pelos alunos ao longo da prova, bem como aos questionamentos feitos pelo professor entre as fases (MENDES, 2014).

Embora Mendes (2014), em seu trabalho, tenha enfatizado a utilização de um instrumento escrito de avaliação em fases (prova escrita), realizado de forma individual, entendemos que esta dinâmica pode ocorrer com outros instrumentos de avaliação e não apenas de forma individual e presencial, conforme intentamos em nossa investigação.

### **Aspectos Metodológicos**

No Projeto Político Pedagógico de cursos de Engenharia, da universidade federal onde se desenvolveu a investigação, a disciplina de Cálculo 1 é considerada de aplicação. Desde 2014 temos empreendido esforços em incorporar em nossas aulas atividades de modelagem matemática em que solicitamos aos alunos escolherem temas ou situações-problema de interesse a fim de resolvê-los utilizando seus conhecimentos, articulando-os a conhecimentos matemáticos.

O contexto de nossa investigação compreende dados da oferta da disciplina de Cálculo 1 na modalidade de dependência (DP) no contexto remoto. Nessa modalidade as turmas são constituídas por alunos dos sete cursos de graduação de um dos *campi* da instituição que já cursaram pelo menos uma vez a disciplina e não obtiveram aprovação.

No primeiro semestre de 2020 duas turmas de DP foram ofertadas e as professoras, duas autoras deste artigo, trabalharam colaborativamente no planejamento e implementação das aulas em caráter presencial. Dentre o planejado, estava o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em que grupos de alunos escolheriam uma temática para ser investigada. Todavia, com a necessidade do ensino remoto, em decorrência da pandemia de COVID-19, um novo encaminhamento foi instaurado pelas professoras. No primeiro

*design*, para duas turmas do período letivo de 2020-1, as professoras acordaram com os alunos sobre o estudo de uma temática definida por elas – funcionamento de radares fixos, que podem ser encontrados na região urbana e, também, nas rodovias.

Embora na literatura exista uma ampla discussão sobre a quem se destina a escolha do tema em uma atividade de modelagem, concordamos com Silva e Oliveira (2014, p. 54), que dizem que essa ação “imprime um controle mais explícito por parte do professor” e depende dos seus objetivos pedagógicos. Nossos objetivos pedagógicos se alicerçaram na matematização empreendida no desenvolvimento da atividade.

No período de 30 dias, os grupos poderiam interagir virtualmente de forma remota, síncrona ou assincronamente, seguindo um cronograma para que as professoras dessem *feedback* a cada etapa: inteiração com a problemática e definição do problema de estudo do grupo; matematização e resolução do problema; interpretação e validação dos resultados; vídeo com a síntese do desenvolvimento da atividade. Para isso, lançamos mão da ferramenta *Wiki* disponível no Moodle – Ambiente Virtual de Ensino e Aprendizagem (AVEA) – institucionalmente implementado. Na *Wiki* da Atividade de Modelagem (AM) os alunos foram organizados em grupos de forma que os integrantes pudessem interagir adicionando e editando uma coleção de páginas da *web* e realizando encontros subsidiados pelo *BigBlueButton* (BBB), integrado ao Moodle. Os encontros poderiam ser gravados para que as professoras pudessem entender alguns encaminhamentos escolhidos pelos grupos.

Como a AM fazia parte da avaliação somativa da disciplina com peso 2,0, as professoras fizeram uso, com adaptações, da escala holística focada implementada em Silva e Dalto (2017). No entanto, considerando a natureza formativa da avaliação para a AM, um segundo *design* para a disciplina e, especificamente, para o desenvolvimento e a avaliação da AM, foi planejado.

Para o semestre letivo de 2020-2 algumas modificações foram pensadas e assim se configurou o segundo *design* da disciplina, o qual é objeto de análise neste artigo. Dentre as mudanças propostas, estão a ampliação do tempo para realização da atividade, de 30 para 60 dias, e no processo de avaliação, em que nos apoiamos na avaliação em fases para uma atividade de modelagem matemática. Diferentemente de Dalto e Silva (2018) que estabeleceram fases com a entrega de uma primeira versão de atividade de modelagem desenvolvida, no nosso planejamento, consideramos avaliar em fases cada uma das etapas da atividade, na mesma dinâmica da Prova em Fases utilizada por Mendes (2014), conforme os alunos avançavam em seu desenvolvimento.

Considerando a mesma configuração do AVEA para o desenvolvimento da AM, o

segundo *design* foi implementado para uma turma com 27 alunos organizados em seis grupos com quatro ou cinco integrantes. Mantendo a temática – funcionamento de radares fixos, que podem ser encontrados na região urbana e, também, nas rodovias – os alunos seguiram um cronograma (Quadro 1). Para a realização da avaliação em fases, um professor, também autor deste artigo, participava das discussões junto às professoras definindo questionamentos que deveriam ser respondidos pelos alunos para que então avançassem entre as etapas.

**Quadro 1:** Cronograma da AM para a turma 2020-2

	<b>Etapas do desenvolvimento</b>	<b>Data de Entrega</b>
08 a 14/03/2021	Orientações para a AM e definições dos Grupos	14 de março
15 a 21/03/2021	Busca por informações sobre a temática	21 de março
22/03 a 23/04/2021	Definição do problema e coleta de dados	23 de abril
26/04 a 09/05/2021	Abordagem matemática	10 de maio
Resultado da nota AM	Vídeo com a síntese do desenvolvimento da atividade	17 de maio

Fonte: Dados da pesquisa.

Os questionamentos feitos pelos professores tinham como objetivo orientar o desenvolvimento dos grupos, em especial da matematização da AM, e as respostas eram avaliadas segundo as etapas pré-estabelecidas. Considerando as respostas dos alunos, outros questionamentos poderiam ser feitos, constituindo as fases da avaliação. No Quadro 2 são apresentados os números de fases que subsidiaram o desenvolvimento da AM pelos grupos. Salientamos que o número de fases não representa um melhor ou pior desempenho.

**Quadro 2:** Número de fases de acordo com as etapas de desenvolvimento da AM

<b>Etapas do desenvolvimento</b>	<b>Número de fases na avaliação de cada grupo</b>					
	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>
Busca por informações sobre a temática.	2	2	1	1	1	1
Definição do problema e coleta de dados.	4	3	3	3	5	0
Abordagem matemática.	1	2	5	1	5	0
Vídeo com a síntese do desenvolvimento da atividade.	1	1	1	1	1	0

Fonte: Dados da pesquisa.

Como o objetivo dos questionamentos estava alicerçado na matematização realizada pelos grupos, entendemos que essa ação ocorreu de forma transversal no desenvolvimento da atividade de modelagem. Isso nos possibilitou evidenciar: *como ocorre matematização em um processo de avaliação em fases em Modelagem Matemática?*

Neste artigo nos atentamos para a análise de dados do Grupo E, formado por quatro

integrantes, visto que, embora outros grupos tenham desenvolvido satisfatoriamente a AM, esse foi o grupo que seguiu as orientações para o desenvolvimento da atividade, considerando a avaliação em fases e o cronograma de encaminhamento. Para diferenciarmos os integrantes do grupo utilizamos como codificação a letra A e um número que os diferenciam - A1, A2, A3 e A4. Todos os integrantes do Grupo E já se conheciam e eram do mesmo curso.

As professoras que interagem com os alunos, seja ministrando aulas síncronas, orientando o grupo para o desenvolvimento da AM ou outras atividades são identificadas por P1 e P2.

A análise que realizamos é predominantemente qualitativa, inspirada na Research Design. Para Lesh (2002, p. 29), a Research Design “envolve novas maneiras de pensar sobre a natureza dos conhecimentos e das habilidades matemáticas em desenvolvimento dos alunos e novas maneiras de pensar sobre a natureza do ensino, da aprendizagem e da resolução de problemas eficazes”. As “novas maneiras de pensar” em nossa investigação se deram mediante a avaliação em fases do desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Durante o período letivo de 2020-2, a AM se estruturou segundo um *design* que possibilitou o entendimento e a aplicação de uma avaliação em fases.

Os dados analisados são registros escritos presentes no relatório do Grupo E, constituídos na *Wiki*, registros de áudio e de captura de tela dos alunos e das professoras nos encontros de orientação, registros de áudio e de captura de tela dos encontros dos grupos gravados em vídeo e do vídeo de apresentação produzido pelos alunos. Para organizar os dados e sistematizar a análise foi criado um projeto no *software* Atlas.TI, onde todos os vídeos foram adicionados em ordem cronológica e as transcrições dos excertos relevantes para evidenciar o desenvolvimento da AM com propósito de responder à questão de pesquisa foram realizadas.

## **Discussões e Análise**

A descrição e a análise da atividade de modelagem matemática desenvolvida pelo Grupo E são realizadas a partir do vídeo produzido pelo grupo para a comunicação do trabalho final. Os alunos elaboraram um roteiro e produziram um vídeo com duração de 9 minutos e 21 segundos, em que optaram por discorrer sobre o desenvolvimento da atividade considerando as etapas, como sugerido no cronograma (Quadro 1). Para tanto, resgataram as ações empreendidas considerando os resultados, o que representa uma síntese do trabalho na visão dos alunos.

Assim, trazemos excertos das transcrições do vídeo produzido pelo grupo e buscamos evidenciar a influência da avaliação em fases para o desenvolvimento da atividade, em especial para a matematização complementando as informações com outros dados do processo de avaliação em fases.

Na etapa *Busca por informações*, os alunos relataram como se deu a inteiração com a temática funcionamento *de radares fixos*, como indica transcrição e registros visuais do vídeo no Quadro 3. Ao inteirar-se da situação-problema, os alunos conheceram “as características e especificidades da situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 15). Em se tratando de uma temática definida pelas professoras, a busca por informações em fontes diversas orientou os alunos no entendimento do funcionamento de radares fixos para darem continuidade à atividade.

### Quadro 3: Busca por informações

A3: buscamos informações em sites, artigos para entender o funcionamento de radares fixos. Após o entendimento sobre esse tema, partimos para o próximo passo. Como podemos ver na imagem a seguir, esses são exemplos de radares fixos e um deles está situado na cidade de Londrina, Paraná, onde está localizada o desenvolvimento de nossa atividade. Então, escolhemos o endereço para o radar fixo localizado (menciona o local). Essa imagem foi a mesma imagem localizada no vídeo para o levantamento de dados.



Fonte: Apresentação dos alunos.

Nesta etapa do desenvolvimento, foi suficiente uma fase de avaliação, como indica o registro dos professores na *Wiki* do grupo em 18/03: “Parabéns ao grupo, gostamos do empenho empreendido nesta primeira etapa!!! Vocês têm informações relevantes para dar sequência à AM. 1) Vocês chegaram a conversar em grupo sobre as informações obtidas nos sites que postaram? 2) Precisamos entender se vocês, a partir do conhecimento dessas informações, definiram alguma problemática que se interessaram em investigar. 3) O intuito desta atividade é investigar o funcionamento do sistema de radares fixos (pardais). Que problema (pergunta) vocês acham que pode ser considerado para essa investigação?”.

As respostas a estas questões, respectivamente, foram: “Sim, foi discutido entre os membros do grupo. Problemática: análise do índice de acidentes em um raio  $x$  (ainda não definido) de um radar específico que se encontra em uma rodovia. Analisar o nível de imprudência dos motoristas e a eficácia do sistema do radar”.

As colocações dos professores na primeira fase de avaliação já sugerem que o grupo passe à próxima etapa. Embora os alunos, no vídeo, deixem transparecer que a escolha de um local a ser investigado (um deles está situado na cidade de Londrina, Paraná, onde está

localizada o desenvolvimento de nossa atividade) aconteceu na etapa 1, de forma imediata, isso se deu em momento posterior, considerando o avanço do desenvolvimento e questionamentos dos professores no Moodle e nos encontros de orientação. Assim, o diálogo e *feedback*, características fundamentais da avaliação formativa, foram essenciais para que esta etapa da atividade fosse cumprida e tivesse como resultado o que foi relatado no vídeo pelos alunos.

Amplamente discutida e difundida nas pesquisas em Modelagem Matemática, a não linearidade das ações dos modeladores é representada por meio de ciclos, como o apresentado em Borromeo Ferri (2006). As ações de idas e vindas entre as diferentes etapas são recorrentes e relevantes para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática e permitem que a mesma possa ser aprimorada e aprofundada, tanto no que compete aos conhecimentos matemáticos, quanto aos extramatemáticos.

Na *Definição do problema e coleta de dados*, a apresentação dos alunos traz uma síntese (Quadro 4), assim, é natural que alguns ou muitos encaminhamentos sejam omitidos e poderiam passar despercebidos em uma avaliação apenas do resultado. Com isso, consideramos pertinente a realização da avaliação em fases enquanto uma análise teórica num aspecto formativo, corroborando com as necessidades relativas aos modos de avaliação apontadas por Frejd (2013).

#### **Quadro 4:** Definição do problema e coleta de dados

A2: *Os motoristas são prudentes ao saber que há radar? Esse foi o questionamento levantado para dar início ao nosso trabalho. Para obtermos respostas referentes a esse questionamento, criamos um formulário com perguntas para entender como um motorista se comporta ao saber que há radares na pista. Obtivemos as seguintes respostas: (mostra um gráfico de setores). Trinta e nove motoristas responderam o nosso formulário, onde 54% afirmou que diminui a velocidade próximo ao radar e outros 46% diminuem a velocidade imediatamente quando se deparam com uma placa que indica radar na pista. Depois de apresentar os dados e dialogar com as professoras, ficamos em dúvidas se os motoristas realmente estavam sendo sinceros e se os dados eram verídicos. Com isso, decidimos então em elaborar um modelo matemático que comprovasse essa pesquisa realizada com os motoristas.*

Fonte: Transcrição da apresentação dos alunos.

Nesta etapa 2, foram evidenciadas cinco fases de avaliação. Com as respostas do grupo na etapa 1, outros questionamentos foram deixados na *Wiki* em 23 de abril, com o intuito de evidenciar um problema e antecipar uma abordagem matemática: *“A problemática está associada à intervenção de um radar em rodovias em termos de redução no número de acidentes!!! 1) Vocês mencionaram na problemática que vão considerar um raio ainda não definido de um radar específico. Chegaram a discutir sobre um radar instalado em algum lugar específico? Se sim, qual? 2) Vocês conseguem perceber matemática para responder*

*essa problemática? Se precisarem, agendem um horário de atendimento”.*

Uma nova intervenção foi registrada pelos professores em 30 de março: *“Grupo, percebemos que a interação de vocês está bastante interessante, porém notamos que não responderam aos últimos questionamentos (dia 23/03). 1) Vocês tiveram alguma dificuldade? 2) Se precisarem, agendem um horário de atendimento. 3) Esta é uma sala criada para que o grupo possa conversar e gravar as discussões: <disponibilizamos um link para uma sala>.*

O grupo compareceu a um encontro de orientação no dia 01 de abril e então expuseram a situação-problema, bem como a intenção de produzir dados empíricos. Neste encontro, os alunos mencionaram interesse em avaliar a eficiência de um radar – *Os motoristas são prudentes ao saber que há radar? –*, no sentido de perceber se de fato os motoristas reduzem a velocidade ao se aproximar do equipamento, fazendo aumentar a segurança nas imediações.

A1 sugeriu que poderiam analisar a eficiência de um radar instalado em um ponto de uma rodovia que fica no caminho entre sua residência na região metropolitana de Londrina-PR e a universidade. Os professores indagaram sobre que tipo de dados eles supunham necessitar para perceber a eficiência. Com essa indagação, os professores intentam evidenciar se já há indícios de matematização ou de transformação de linguagem nas ações que os alunos almejam colocar em prática. A1 mencionou que seria interessante conhecer se os motoristas desaceleram ao chegar próximo ao radar e qual seu comportamento após a passagem pelo equipamento.

Assim, A4 sugeriu que fizessem uma coleta de dados no local, com cronômetro para registrar o tempo gasto por determinados veículos para percorrer determinada distância antes e após a passagem pelo radar fixo. Nesse momento, já se inicia a configuração de uma matematização em que os alunos vislumbram realizar tratamentos matemáticos de forma simplificada para a situação. Todavia, é natural que os “modelos iniciais dos alunos (ou sistemas conceituais) muitas vezes não são muito sofisticados ou úteis” (ÄRLEBÄCK; DOERR, 2018, p. 189). Os professores discutiram que seria muito pertinente, no entanto, eles deveriam tomar cuidado com a segurança, por ser uma rodovia movimentada, além das preocupações com a pandemia de COVID-19.

Em 08 de abril, os professores, dando sequência à avaliação em fases, deixaram o seguinte registro: *“Grupo, depois de nosso encontro de orientação no dia 01/04, vocês conseguiram avançar em algumas das ideias discutidas? Conseguiram coletar dados empíricos em alguma via? Conte para nós aqui!!!”.* Em decorrência das indagações, os alunos informaram que estavam coletando dados por meio de uma pesquisa virtual, via

formulário eletrônico, quanto ao comportamento dos motoristas ao passar por radares fixos.

Considerando o interesse dos alunos em fazer a coleta de dados, bem como as limitações em ir a campo para realizá-la, seja pela pandemia, seja pelo fato de prezar pela segurança dos alunos, uma das professoras fez a coleta de dados usando um drone, em 10 de abril, em outro ponto da região metropolitana com o intuito de disponibilizar ao grupo. Essa ação corresponde a uma antecipação por parte dos professores que possibilita estabelecer “formas de lidar com a situação, bem como potencialidades e constrangimentos na situação” (STILLMAN, 2017, p. 170).

Em seguida destacamos trechos da transcrição da gravação do encontro de orientação de 15 de abril, em que as professoras mencionaram ter coletado dados e os alunos se dispuseram a analisá-los para dar sequência ao objetivo inicial. Este encaminhamento foi empreendido após o impasse gerado por questionamentos de P2 sobre a veracidade e confiabilidade dos dados coletados por meio de um formulário produzido pelos alunos e que foi mencionado no vídeo de apresentação da atividade.

*P2: A1, você falou em tecnologia, o que vocês imaginam ser necessário para coletar esse tipo de dados que vocês tinham pensado naquele momento, lá?*

*A1: Primeiro de tudo tempo, professora, que nenhum dos quatro está tendo [...]. Tempo, um horário que todos pudessem estar lá, uma câmera de preferência, porque ficar lá com celular, além de perigoso, o celular não tem uma memória suficiente por tanto tempo. E achar um software que pudesse medir pra nós a velocidade no momento e, ter a destreza de ficar anotando essas velocidades, entendeu? Então, realmente nos faltou recurso. [...]*

*P2: Nós fizemos uma coleta de dados e nós podemos disponibilizar para vocês os vídeos dessa coleta. E me parece que dá para associar com esses dados que vocês têm, da coleta que vocês fizeram com pessoas, né.*

*P1: Inclusive, né P2, dá para, a partir do que eles coletaram, tirar algumas informações, né, e concluir algumas coisas que até justificam fazer essa abordagem que vocês estão dizendo da eficácia: diminui perto, depois, muitos aceleram, né, que dá para perceber nas respostas [...]*

Os vídeos foram exibidos em tela e orientações foram feitas no sentido de usar as imagens para coletar dados de velocidade, por fim as professoras apresentaram a sala *Encontros do grupo* (BBB) como uma alternativa para que se reunissem e deixassem a gravação das discussões disponíveis. O grupo se reuniu na sala do BBB sugerida pelas professoras, em 21 de abril, para se inteirar das informações disponíveis nos vídeos e definir estratégias para obter os dados visando a matematização:

*A1: É, eu acho assim, vocês lembram que eu mandei o modelo de Doppler?*

*A3 e A4: [concordam] Aham... Sim.*

*A1: [...] Tipo assim, pegar aqueles vídeos que ela mandou e a gente pegar e analisar... ah, o carro x, sei lá, o carro prata está no segundo tal no começo da pista. A gente pode colocar uma escala para o tamanho da pista, tipo, segundo vídeo tem tantos centímetros da linha branca até*

*o radar.*

*A3: Mas, daí a gente... desculpa eu te cortar A1, mas isso daí, não sei se você lembra, ela falou que dá para pegar pelo próprio mapa, né. Então, se a gente entrar nesses mapas do Google aí a gente consegue pegar a distância. Então, de repente, marcando os pontos a gente sabe a distância já, na verdade só tem que ver pelos vídeos onde começa e onde termina, pra poder calcular de tempo em tempo.*

*[O grupo passa a ver os vídeos, tentam se localizar: qual é a rodovia: BR 445, BR 369..., definir os pontos que precisam para registrar os dados]*

Analisando os vídeos produzidos com o auxílio do drone, os alunos avançaram no desenvolvimento da atividade e aperfeiçoaram a matematização subsidiada pelas orientações das professoras – *ela falou que dá para pegar pelo próprio mapa, né* – para que as informações apresentadas sejam traduzidas em dados numéricos, “convertendo esta situação na estrutura organizada de linguagem matemática” (ALMEIDA, 2018, p. 19). No excerto supracitado, “as expressões verbais dos alunos tornam-se mais matemáticas e distantes da realidade” (YILMAZ; TEKIN-DEDE, 2016, p. 286).

Além disso, analisar o que acontece em um determinado fenômeno, possibilita que os alunos avancem nos conhecimentos extramatemáticos subjacentes (BORROMEIO FERRI, 2006), conforme observações destacadas no encontro no BBB de 21 de abril:

*A1: Porque, se a gente analisar... depois daqui já dá pra ver que os carros já começam a acelerar, ó...*

*[...]*

*A4: Aí já dá pra ver a velocidade, ó... aí já dá pra contar os segundos, mas, tinha que ser um pouco mais para trás essa câmera.*

*A3: Mas tem tomada de cima, dá para ver bem, depois [se referindo a outro vídeo].*

*A1: Cadê o carrinho branco [percorrendo o vídeo]... dava pra ver certinho gente, o carrinho indo bem devagarzinho depois acelerando. A lá! Depois que passou o poste ele já acelerou. [...]*

*A3: Encontrei pessoal, as três faixas.*

*A4: Aí as três faixas, é isso que a gente precisa. A gente precisava de uma filmagem só desse ângulo aí, pelo menos uns 5 minutos.*

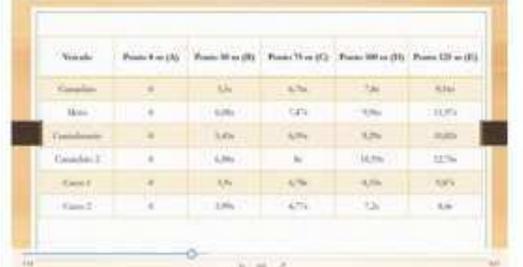
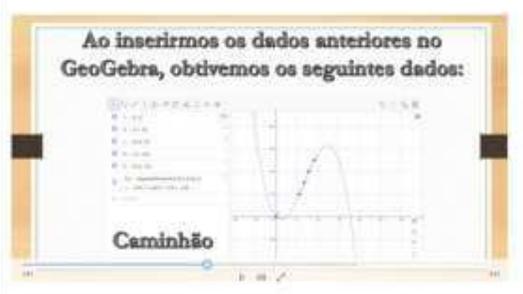
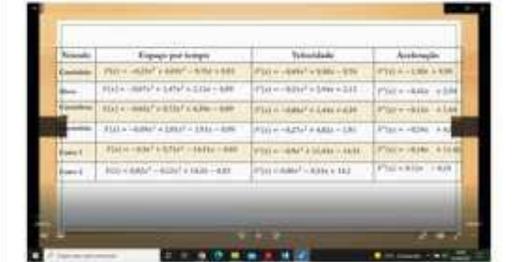
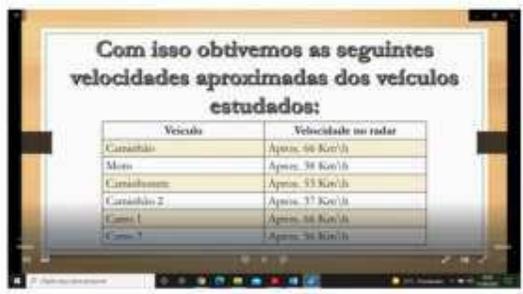
*[risos]*

*A1: É verdade.*

*A3: Eu encontrei aqui, encontrei as três faixas [se referindo ao Google Maps, estava com esse recurso aberto, em paralelo].*

Com relação à etapa *Abordagem matemática*, os alunos apresentaram a versão do Quadro 5 em que apresentaram os modelos matemáticos que acreditavam ter subsidiado a resposta ao problema por eles elaborado. Tais “modelos tornam-se a realidade, que os alunos se propõem a modelar” (JABLONKA; GELLERT, 2007, p. 6).

Quadro 5: Abordagem matemática

<p>A4: A abordagem matemática ela se inicia com imagens aéreas realizadas por um drone onde foi possível verificar a captura de carros a partir de uma distância <math>x</math>. A partir desse vídeo foi possível elaborar uma distância de reação onde um motorista teria tempo de desacelerar o seu veículo. Ai pode ser verificado a partir da imagem de satélite retirada pelo Google em que a distância entre os extremos chega a 125 metros.</p>																																											
<p>A4: Ainda com base nas imagens feitas pelo drone, foram escolhidos veículos de diferentes categorias e diferentes características para determinar o tempo que eles levariam para cumprir o trajeto de um ponto que definimos como zero até o ponto cem. Isso pode ser verificado na seguinte tabela, onde nós temos cada veículo em relação a cada ponto, de 0 a 50, 0 a 75, 0 a 100 e 0 a 125.</p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Veículo</th> <th>Ponto 0 m (A)</th> <th>Ponto 50 m (B)</th> <th>Ponto 75 m (C)</th> <th>Ponto 100 m (D)</th> <th>Ponto 125 m (E)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Carro 1</td> <td>0</td> <td>5,0s</td> <td>6,7s</td> <td>7,6s</td> <td>8,5s</td> </tr> <tr> <td>Moto</td> <td>0</td> <td>6,0s</td> <td>7,7s</td> <td>8,5s</td> <td>11,7s</td> </tr> <tr> <td>Carro 2</td> <td>0</td> <td>5,0s</td> <td>6,7s</td> <td>8,2s</td> <td>10,0s</td> </tr> <tr> <td>Carro 3</td> <td>0</td> <td>4,0s</td> <td>6,0s</td> <td>10,0s</td> <td>12,7s</td> </tr> <tr> <td>Carro 4</td> <td>0</td> <td>5,0s</td> <td>6,7s</td> <td>8,5s</td> <td>10,0s</td> </tr> <tr> <td>Carro 5</td> <td>0</td> <td>5,0s</td> <td>6,7s</td> <td>7,6s</td> <td>8,5s</td> </tr> </tbody> </table>	Veículo	Ponto 0 m (A)	Ponto 50 m (B)	Ponto 75 m (C)	Ponto 100 m (D)	Ponto 125 m (E)	Carro 1	0	5,0s	6,7s	7,6s	8,5s	Moto	0	6,0s	7,7s	8,5s	11,7s	Carro 2	0	5,0s	6,7s	8,2s	10,0s	Carro 3	0	4,0s	6,0s	10,0s	12,7s	Carro 4	0	5,0s	6,7s	8,5s	10,0s	Carro 5	0	5,0s	6,7s	7,6s	8,5s
Veículo	Ponto 0 m (A)	Ponto 50 m (B)	Ponto 75 m (C)	Ponto 100 m (D)	Ponto 125 m (E)																																						
Carro 1	0	5,0s	6,7s	7,6s	8,5s																																						
Moto	0	6,0s	7,7s	8,5s	11,7s																																						
Carro 2	0	5,0s	6,7s	8,2s	10,0s																																						
Carro 3	0	4,0s	6,0s	10,0s	12,7s																																						
Carro 4	0	5,0s	6,7s	8,5s	10,0s																																						
Carro 5	0	5,0s	6,7s	7,6s	8,5s																																						
<p>A4: Com os dados da posição em função do tempo, obtidos de cada veículo, foi possível extrair a função necessária para determinar a velocidade por meio da primeira derivação, bem como a variação da velocidade, derivando-se pela segunda vez seguido. Nos gráficos que se seguem são observadas funções de terceiro grau, obtidas na ferramenta GeoGebra, marcados com os pontos determinados pela equipe com base no posicionamento em função do tempo.</p>	 <p>Ao inserirmos os dados anteriores no GeoGebra, obtivemos os seguintes dados:</p> <p><b>Caminhão</b></p>																																										
<p>A4: As funções podem ser verificadas na seguinte tabela com as respectivas derivadas dos veículos listados.</p>	 <table border="1"> <thead> <tr> <th>Veículo</th> <th>Espaco por tempo</th> <th>Velocidade</th> <th>Aceleração</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Carro 1</td> <td><math>f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,042x + 0,014</math></td> </tr> <tr> <td>Moto</td> <td><math>f(x) = -0,012x^3 + 0,012x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,036x^2 + 0,024x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,072x + 0,024</math></td> </tr> <tr> <td>Carro 2</td> <td><math>f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,042x + 0,014</math></td> </tr> <tr> <td>Carro 3</td> <td><math>f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,042x + 0,014</math></td> </tr> <tr> <td>Carro 4</td> <td><math>f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,042x + 0,014</math></td> </tr> <tr> <td>Carro 5</td> <td><math>f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01</math></td> <td><math>f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12</math></td> <td><math>f''(x) = -0,042x + 0,014</math></td> </tr> </tbody> </table>	Veículo	Espaco por tempo	Velocidade	Aceleração	Carro 1	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$	Moto	$f(x) = -0,012x^3 + 0,012x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,036x^2 + 0,024x + 0,12$	$f''(x) = -0,072x + 0,024$	Carro 2	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$	Carro 3	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$	Carro 4	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$	Carro 5	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$														
Veículo	Espaco por tempo	Velocidade	Aceleração																																								
Carro 1	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$																																								
Moto	$f(x) = -0,012x^3 + 0,012x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,036x^2 + 0,024x + 0,12$	$f''(x) = -0,072x + 0,024$																																								
Carro 2	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$																																								
Carro 3	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$																																								
Carro 4	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$																																								
Carro 5	$f(x) = -0,007x^3 + 0,007x^2 + 0,12x + 0,01$	$f'(x) = -0,021x^2 + 0,014x + 0,12$	$f''(x) = -0,042x + 0,014$																																								
<p>A4: A velocidade do veículo no momento da faixa que demarca a captação da velocidade foi determinada através do tempo decorrido entre os pontos A ao D. Substituindo então a variante da primeira derivada, conforme se verifica na tabela subseqüente (mostra uma tabela com os cálculos das velocidades dos veículos) A4: Foi necessário, em seguida, converter os valores de m/s em km/h, multiplicando a função por 3,6, isso porque cada m/s equivale a 3,6 km/h. Nesta tabela, cada veículo tem sua velocidade instantânea aproximada obtida como o resultado da conversão final de m/s em km/h.</p>	 <p>Com isso obtivemos as seguintes velocidades aproximadas dos veículos estudados:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Veículo</th> <th>Velocidade no radar</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Carro 1</td> <td>Aprox. 66 Km/h</td> </tr> <tr> <td>Moto</td> <td>Aprox. 36 Km/h</td> </tr> <tr> <td>Carro 2</td> <td>Aprox. 55 Km/h</td> </tr> <tr> <td>Carro 3</td> <td>Aprox. 37 Km/h</td> </tr> <tr> <td>Carro 4</td> <td>Aprox. 66 Km/h</td> </tr> <tr> <td>Carro 5</td> <td>Aprox. 36 Km/h</td> </tr> </tbody> </table>	Veículo	Velocidade no radar	Carro 1	Aprox. 66 Km/h	Moto	Aprox. 36 Km/h	Carro 2	Aprox. 55 Km/h	Carro 3	Aprox. 37 Km/h	Carro 4	Aprox. 66 Km/h	Carro 5	Aprox. 36 Km/h																												
Veículo	Velocidade no radar																																										
Carro 1	Aprox. 66 Km/h																																										
Moto	Aprox. 36 Km/h																																										
Carro 2	Aprox. 55 Km/h																																										
Carro 3	Aprox. 37 Km/h																																										
Carro 4	Aprox. 66 Km/h																																										
Carro 5	Aprox. 36 Km/h																																										

Fonte: Apresentação dos alunos.

Naturalmente, nessa etapa da atividade é mais evidente a matematização, enquanto uma ação que medeia “a transição entre um problema real e a obtenção de um modelo matemático” (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 213). De certo modo, é nessa etapa que “algo está sendo processado mais matematicamente do que antes” (JABLONKA; GELLERT, 2007, p. 2).

Para o Grupo E, esta etapa se constituiu ao longo de cinco fases de avaliação, não ocorreu de forma imediata ou linear e envolveu três encontros do grupo, registrados em gravação (BBB) e dois encontros de orientação com as professoras, no período de 26 de abril a 09 de maio.

No encontro de orientação em que residiu a etapa *Abordagem matemática*, os alunos retomaram o que discutiram no encontro do grupo do dia 21 de abril e explicaram para as professoras os encaminhamentos que estavam realizando. No excerto que se segue, podemos evidenciar que “a matematização foi se fazendo e se refazendo durante a atividade” (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 219) tanto no encontro do grupo, quanto no encontro de orientação:

*A2: O que a gente fez foi, por exemplo, ele pegou um caminhão de exemplo e conforme, antes do radar e depois das faixas e a gente calculou o tempo dele, né, no cronômetro, igual foi sugerido na reunião passada. Daí a gente fez isso, pra ter uma noção.*

*P2: Tá, vocês falaram que procuraram no mapa a distância, vocês conseguiram encontrar alguma distância, pergunto: sobre a obtenção das medidas de distância assim, no real, a partir do mapa, vocês conseguiram isso?*

*[...]*

*A1: Sim, a gente percebeu que nesse radar em específico existiam quatro faixas. Da primeira para a segunda faixa tinha uma medida de 50m assim como da segunda pra terceira. De terceira pra quarta, que é onde tem... que o radar pega e multa ela é 25m. Então ao todo ele tem uma distância de reação de 125m.*

*P2: Tá. E vocês conseguiram, vocês conseguem um modelo para essa... vocês estão falando em desaceleração, né. Vocês chegaram a valores que levem a um modelo? [...]*

*A4: Então professora, é assim: a gente estava com dificuldade de desenvolver a fórmula, né.[...]*

*P1: Mas assim, olha, vocês têm, olha só... vocês falaram que têm o tempo e têm o espaço, porque vocês conseguiram pegar... vocês conseguem pegar o caminhão e ver: de acordo com determinado tempo ele vai estar em uma posição dentro daquela faixa, concordam?*

*A4: Sim, aham.*

*P1: Então vocês têm o espaço e o tempo e aí a gente tinha até conversado no encontro passado... acho que foi até o A4 que sugeri, de colocar valores no GeoGebra e o GeoGebra auxiliar no ajuste de uma curva. [...]*

*A4: [...] Mas, por exemplo, como que a gente faz isso?*

*P2: Isso é uma coisa que podemos orientar vocês aqui. [...]*

*P1: Porque daí vocês conseguem saber qual é a desaceleração do caminhão. Eu estou falando caminhão porque vocês mencionaram. A desaceleração, ou a velocidade que ele vai tendo em diferentes pontos. E o que é a velocidade?*

*A2: No vídeo é bem visível isso sobre a velocidade. Dá para reparar bem, principalmente se comparar com a outra pista que no caso não tem o radar.*

*P1: O que acontece?*

*A4: A redução! Antes de chegar no radar, chegando perto das faixas, quando começa a segunda faixa é quando os carros, os veículos, começam a desacelerar. Agora, na outra pista, é mais constante, é mais rápido, porque não tem o radar.*

Como os alunos pareciam não ter compreendido ou mesmo não ter entendido os questionamentos das professoras – *E o que é a velocidade?* – quanto a um possível modelo matemático que poderia emergir para o cálculo da velocidade que, inclusive, poderia subsidiar uma solução para o problema que estavam investigando, P2 ainda retomou a abordagem por meio de uma nova intervenção, insistindo na matematização que poderia se fazer presente:

*P2: Tá, uma coisa que é importante vocês coletarem de informações para enxergar uma sequência de dados, de pontos, que representa... vamos pensar simples no começo, vocês podem pegar um veículo lá na imagem e cronometrar o tempo que ele leva..., por exemplo, tempo 0 está na primeira faixa, para chegar na segunda faixa, quanto tempo passou? Para chegar na terceira? Então vocês terão vários pontos aí. Ou como a P1 falou. [...] Porque daí você vê a tendência daquele veículo, do deslocamento em relação ao tempo daquele veículo. E para chegar na velocidade que vocês precisam, se a gente chegar em um modelo que fala como é o deslocamento do veículo em relação ao tempo, como vocês conseguiriam chegar na velocidade? Vocês têm ideia?*

*P1: Mas eles sabem que se eles tiverem uma expressão do espaço em função do tempo, como determinar a velocidade [...]*

*A2: É mesmo! É derivada isso, né?*

*A1: Nossa, é verdade.*

*[...]*

As intervenções de P2, de certo modo, nortearam a matematização que poderia ser empreendida pelos alunos para chegar a uma solução para o problema. Isso se alinha às afirmações de Borromeo Ferri (2006) no que consiste ao progresso na matematização pelos alunos, ou seja, eles avançaram na identificação da matemática com o auxílio das professoras e em seu uso adequado para resolver o problema. Neste caso, tem-se um dos objetivos da matematização em atividades de modelagem matemática apontados por Almeida (2018, p. 28): “ser o motivo pelo qual os alunos contemplem o uso de matemática que já conhecem”, vislumbrando um desfecho para a atividade de modelagem:

*A1: E com isso a gente consegue definir algo que chegue na nossa pergunta se o radar é eficaz naquele ponto, porque para ele ser eficaz a desaceleração tem que ser de um ponto  $x$ , começar no ponto  $x$  e terminar no ponto  $y$ .*

*P2: E falar em aceleração, desaceleração também pode decorrer de uma expressão da velocidade, né.*

*P1: E aí, se você quer a aceleração, o que faz, A2?*

*A2: E aí A4?*

*A4: Aí a gente tem que ver de novo a aula gravada [risos]. Tô brincando.*

*P1: Daí deriva novamente, e terá a variação da velocidade em função do tempo, a aceleração. [A conversa continua tratando de questões técnicas para determinar o conjunto de pontos. A1 abriu o GeoGebra on-line e as professoras orientam sobre como obter uma expressão algébrica a partir dos recursos de regressão usando pontos aleatórios.]*

Neste excerto é possível evidenciar que os alunos ainda apresentavam dificuldades em associar interpretações dos conceitos de derivada de uma variável real, estudada no curso, com a situação investigada, tanto que P1 aclarou o procedimento a ser empreendido, indicando seu encaminhamento.

Estabelecer relações entre aplicações matemáticas de conteúdos estudados na disciplina com situações investigadas por meio da atividade, pode estar alinhada com um dos objetivos da matematização elucidados por Almeida (2018, p. 28): “requerer, de alguma forma, conceitos ou procedimentos matemáticos ainda não conhecido, que o professor pode introduzir por meio da atividade”.

Os procedimentos matemáticos são revelados na aplicação da derivada para o cálculo da aceleração instantânea que, para alguns alunos, ainda parece ser não conhecido – *Aí a gente tem que ver de novo a aula gravada*. Neste sentido, corroboramos com Almeida e Silva (2015, p. 216) que “a matematização é uma etapa da Modelagem Matemática, sobretudo no que se refere ao que o aluno pode aprender por meio do desenvolvimento de atividades dessa natureza”. No que se refere ao entendimento de que a aceleração instantânea pode ser obtida por meio da derivada da expressão da velocidade em função do tempo, recorrer à gravação da aula pode subsidiar os alunos a associar abordagens teóricas com aplicações práticas, conferindo um (re)pensar da situação de um ponto de vista matemático.

A dedução do modelo matemático que culminou numa solução para o problema (Quadro 6) foi aprimorado com o avanço no desenvolvimento da atividade e, principalmente, pela intervenção dos professores, seja com questionamentos no Moodle, seja nos encontros de orientação.

#### Quadro 6: Conclusão

*A1: Após a análise do grupo, dos dados obtidos anteriormente, concluímos que no radar indicado na BR369, próximo à avenida Tiradentes, próximo ao parque de exposições Ney Braga, a maioria dos motoristas é prudente. Eles desaceleram o veículo no espaço de 100 metros. Com isso, percebemos que naquele trecho o radar é bastante eficaz, pois os motoristas realmente reduzem essa velocidade se estão a uma velocidade maior do que o permitido, eles reduzem, chegando ou perto do radar ou quando vêem a sinalização do radar. Isso também nos leva a perceber que, de acordo com a pesquisa realizada anteriormente, mostrada no gráfico, os participantes foram sinceros quanto à sua forma de agir. Eles realmente reduzem a velocidade igual mostraram na pesquisa. O que é muito importante, porque isso torna o trânsito mais seguro, afinal se você anda numa velocidade maior do que o permitido, a chance de você causar um acidente, às vezes uma batida na traseira de um outro veículo, é muito grande, ainda mais se houver a presença de semáforo igual os moradores de Londrina sabem que existe naquele trecho.*

Fonte: Transcrição da apresentação dos alunos.

A etapa nominada pelos alunos *conclusão* apresentou uma solução para o problema. Com os valores da velocidade dos veículos, retomaram o problema sobre a eficácia dos

radares em certos trechos de rodovias, em especial na BR 369. A ação da matematização, por um lado “se ocupa de dar um encaminhamento matemático ao problema não matemático” e, por outro, “a solução matemática encontrada requer uma interpretação no contexto do problema” (ALMEIDA; SILVA, 2015, p. 221).

Em alguns momentos, as professoras direcionaram os questionamentos e mesmo adiantaram o conteúdo matemático, pois almejavam que os alunos estabelecessem relações entre o fenômeno e os conteúdos estudados na disciplina de Cálculo 1. Todavia, o interesse dos alunos pela temática propiciou a eles encaminhamentos de matematização, estabelecendo uma transformação de linguagens (JABLONKA; GELLERT, 2007).

O modelo inicial que os alunos estavam construindo por meio do formulário não era suficiente para o objetivo empreendido com o planejamento da atividade de modelagem que fazia parte da avaliação somativa da disciplina. Porém, em momento algum os professores sugeriram que os alunos o abandonassem, tanto que utilizaram na apresentação final, buscando de certa forma assegurar a confiabilidade do resultado indicado na pesquisa.

Conforme o cronograma (Quadro 1), a última etapa consistia na elaboração de um *Vídeo com a síntese do desenvolvimento da atividade* e para o Grupo E apenas uma fase de avaliação foi suficiente, cumprindo assim todas as etapas do processo avaliativo na AM.

### **Considerações finais**

Com o intuito de verificar como ocorre o processo de matematização no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, neste trabalho apresentamos um segundo *design* de uma investigação realizada com alunos de cursos de Engenharia em uma disciplina de Cálculo 1. No desenvolvimento da atividade de modelagem, várias intervenções, questionamentos, direcionamentos, foram feitos pelos professores da disciplina, a partir da dinâmica da prova em fases (MENDES, 2014), evidenciando o aspecto formativo da avaliação.

Para a apresentação dos resultados, optamos por iniciar pelo resultado do trabalho empreendido por um dos grupos e, a partir dele, apresentar e discutir o processo desenvolvido pelos alunos e mediado pelos professores a avaliação em fases de cada uma das etapas do desenvolvimento do trabalho. Tal opção justifica-se pois, em geral, observar o resultado da aprendizagem parece ser a prática mais comum de avaliação nas instituições de ensino. Como pode ser verificado a partir do apresentado, à primeira vista, o relato dos alunos no vídeo transmite a falsa impressão de que o desenvolvimento da atividade ocorreu de forma linear,

majoritariamente autônoma, natural, sem grandes dificuldades. Entretanto, a descrição de cada um dos momentos de avaliação em fases de cada etapa do trabalho mostra que o resultado apresentado apenas ocorreu devido ao diálogo entre professores e alunos empreendido durante o processo que direcionou para a matematização. Assim, evidenciamos a importância da avaliação formativa como reguladora do processo de ensino e aprendizagem.

De fato, avaliar em Modelagem Matemática é uma ação crítica e complexa como aponta Zawojewski (2016). No entanto, entendemos que essa complexidade é inerente não apenas à avaliação, mas sim ao próprio ato de ensinar. Neste sentido, a avaliação, um dos papéis do professor que ministra uma disciplina, deve permear os processos de ensino e de aprendizagem e não apenas ser uma interrupção destes processos. Ao considerar uma atividade de modelagem no planejamento de uma disciplina, seja para ser desenvolvida de forma breve em aulas regulares ou em um período letivo extraclasse, há de se considerar sua natureza iterativa e o professor, neste contexto, é um orientador.

Em nossa investigação, com vias a trazer reflexões pelas lacunas apresentadas por Frejd (2013), no que compete a considerar um subsídio teórico para avaliar em modelagem, nos respaldamos na avaliação em fases, bem como em caracterizações da matematização, visto que nosso objetivo para com a atividade era de evidenciar *Como ocorre matematização em um processo de avaliação em fases em Modelagem Matemática?*

Mais do que apresentar um resultado do rendimento acadêmico para a disciplina, o desenvolvimento da atividade de modelagem levou em consideração entender como os alunos vislumbram a presença da Matemática a partir de uma temática oriunda da realidade e o que fazem com ela para chegar a uma solução para o problema. As intervenções realizadas de forma escrita no espaço criado no *Moodle* ou nos encontros de orientação foram imperativas para a matematização da situação. O *Moodle* configurou-se em um ambiente educacional de troca de ideias entre integrantes dos grupos, pelas ferramentas presentes e disponibilizadas na *Wiki*, mas também entre professores e alunos. Todavia, os encontros de orientação foram fundamentais para orientar e mesmo direcionar para a matematização.

Ressaltamos que, embora não tenhamos utilizado uma prova escrita de matemática como foi feito por Mendes (2014), a investigação segue orientações da prova em fases em termos de dinâmica, uma vez que as interações, os diálogos, os *feedbacks* aos estudantes ocorreram por meio da ferramenta *Wiki* do *Moodle*. Assim, denominamos avaliação em fases para evidenciar o processo como um todo, não apenas relacionado com um instrumento específico (a Prova em Fases).

Mendes (2014) propõe um processo de avaliação individual e sem consulta, em nossa

investigação tal processo foi realizado em grupo e os alunos estavam livres para consultar o que desejassem. Essa abordagem se fez necessária devido, sobretudo, ao fato de que atividades de modelagem “são essencialmente cooperativas, indicando que a modelagem tem nos trabalhos em grupo seu aporte” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 25).

Na investigação, o que foi possível perceber, é que a avaliação em fases foi crucial para que os alunos compreendessem o processo de elaboração do modelo, mas as discussões observadas nos momentos em que o grupo estava reunido indica que os alunos tinham ideia de que o modelo deveria considerar conceitos da Física e da fórmula de Doppler, mas não lembravam de tais modelos e se demoraram a pesquisar e a buscar na literatura. Os encontros de orientações, de certo modo, nos permitiram *diagnosticar* que os alunos não estavam conseguindo vincular a matemática estudada na disciplina de Cálculo 1 (funções, derivadas) com a matemática necessária para descrever o problema que estavam investigando e, nesta direção, foram empreendidos alguns direcionamentos aos alunos para a regulação do processo de matematização.

Temos a considerar que a implementação da avaliação em fases se deu em um contexto peculiar, em que as interações se deram exclusivamente de forma virtual, síncrona ou assíncrona. Nesse sentido, tanto alunos quanto professores encontravam-se em processo de adaptação, vivenciando inúmeras diferenças em relação ao ensino presencial. Assim, considerando os resultados de nossa investigação, entendemos que se fazem necessárias novas implementações, seja no ensino presencial ou em configurações que possam surgir no período pós-pandemia.

Embora já se configure como uma prática dos autores a colaboração no âmbito da pesquisa e em alguns empreendimentos na prática docente, a experiência de realizar colaborativamente a avaliação em fases se mostrou oportuna e entendemos que investigar esta configuração possa trazer contribuições para a área.

## Referências

ALMEIDA, L. M. W. Considerations on the use of mathematics in modeling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 19-30, 2018.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, H. C. A matematização em atividades de modelagem matemática. **Alexandria**, v. 8, n. 3, p. 207-227, 2015.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Ciclo de modelagem matemática interpretado à luz de estratégias heurísticas dos alunos. **REnCiMa**, São Paulo, v. 12, n. 2, p. 1-27, mar. 2021.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ÄRLEBÄCK, J. B.; DOERR, H. M. Students' interpretations and reasoning about phenomena with negative rates of change throughout a model development sequence. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 187-200 2018.

BLUM, W.; BORROMEIO FERRI, R. Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In **NCTM. Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**. USA: APM, 2016, p. 65-76.

BORROMEIO FERRI, R. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. Picassoplatz, Switzerland: Springer, p. 13-39, 2018.

BORROMEIO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM**. Berlim, v. 38, n. 2, p. 86-95, abril, 2006.

BURIASCO R. L. C. de. Sobre Avaliação em Matemática: uma reflexão. **Educação em Revista**. Belo Horizonte, n. 36, p. 255-263, dez. 2002.

DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Atividade de Modelagem Matemática como Estratégia de Avaliação da Aprendizagem. **Educação Matemática em Revista**, v. 23, n.57, p. 34-45, 2018.

DE LANGE, J. **Mathematics, Insight and Meaning**. Utrecht: OW & OC, 1987.

DOERR, H. M.; ÄRLEBÄCK, J. B.; MISFELDT, M. Representations of Modelling in Mathematics Education. In: STILLMAN, G. A. (Eds.). **Mathematical Modelling and Applications, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. Springer International Publishing: AG 2017, 2016.

EAMES, C. L.; BRADY, C.; LESH, R. Formative self-assessment: a critical component of Mathematical Modeling. In **NCTM. Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**. USA: APM, 2016, p. 229-237.

FREJD, P. Modes of modelling assessment – A literature review. **Educational Studies in Mathematics**, v. 84, n. 3, p. 413–438, 2013.

GALBRAITH, P. Models of Modelling: Genres, Purposes or Perspectives. **Journal of Mathematical Modelling and application**, v. 1, n. 5, p. 3-16, 2012.

HADJI, C. **Avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos**. 4a. ed. Portugal: Porto, 1994.

IKEDA, T. Evaluating student perceptions of the roles of mathematics in society following an experimental teaching program. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 259–271, 2018.

JABLONKA, E.; GELLERT, U. Mathematisation–demathematisation. In: GELLERT, U.; JABLONKA, E. (Ed.). **Mathematisation and Demathematisation**. Rotterdam: Sense Publishers, p. 1–19, 2007.

LESH, R. Research design in mathematics education: Focusing on design experiments. In ENGLISH, L. D. (Ed.). **Handbook of International Research in Mathematics Education**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, 2002, p. 27–49.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.

OLIVEIRA, W. P.; KATO, L. A. Avaliação em atividades de Modelagem Matemática na Educação Matemática: o que dizem os professores?. **Acta Scientiae**, v. 19, n. 1, p. 49-69, 2017.

PERRENET, J.; ZWANEVEL, D. The Many Faces of the Mathematical Modeling Cycle. **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 3-21, 2012.

PIRES, M. N. M. **Oportunidade para aprender: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases**. 2013. 122f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. Quando a escolha do tema em atividades de modelagem matemática provém do professor: o que está em jogo? **Acta Scientiae**, v. 17, n. 1, p. 40-56, 2014.

SILVA, K. A. P. Modelagem matemática em sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, p. 135-157, 2017.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias**. v. 12, n. 2, p. 1-17, dez, 2017.

STENDER, P. The use of heuristic strategies in modelling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 315–326, 2018.

STILLMAN, G. A. Enabling Anticipation Through Visualisation in Mathematising Real-World Problems in a Flipped Classroom. In STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.), **Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education**. New York: Springer, 2017, p. 163-173.

TREVISAN, A. L. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática**. 2013. 168f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

VELEDA, G. G.; BURAK, D. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

YILMAZ, S.; TEKIN-DEDE, A. Mathematization Competencies of Pre-Service Elementary Mathematics Teachers in the Mathematical Modelling Process. **International Journal of Education in Mathematics, Science and Technology**, v. 4, n. 4, p. 284-298, 2016.

ZAWOJEWSKI, J. Assessing Mathematical Modeling. In **NCTM. Mathematical Modeling and Modeling Mathematics**. USA: APM, 2016, p. 227-228.

**Recebido em: 01 de setembro de 2021**  
**Aprovado em: 30 de setembro de 2021**