

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

AMARILDO EIDER BARBOSA PEREIRA

**SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E COMPUTACIONAIS DE CONTROLE DE
POSICIONAMENTO DE MANIPULADORES ROBÓTICOS SUJEITOS A
EXCITAÇÃO DE FONTES NÃO IDEAIS**

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA

2022

AMARILDO EIDER BARBOSA PEREIRA

**SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E COMPUTACIONAIS DE CONTROLE DE
POSICIONAMENTO DE MANIPULADORES ROBÓTICOS SUJEITOS A
EXCITAÇÃO DE FONTES NÃO IDEAIS**

**NUMERICAL AND COMPUTATIONAL SIMULATIONS OF POSITIONING
CONTROL OF ROBOTIC MANIPULATORS SUBJECT TO EXCITATION FROM
NON-IDEAL SOURCES**

Dissertação apresentada como requisito para
obtenção do título de Mestre em Engenharia
Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do
Paraná (UTFPR).

Orientador: Prof. Dr. Ângelo Marcelo Tusset

PONTA GROSSA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



**Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa**



AMARILDO EIDER BARBOSA PEREIRA

**SIMULAÇÕES NUMÉRICAS E COMPUTACIONAIS DE CONTROLE DE POSICIONAMENTO DE
MANIPULADORES ROBÓTICOS SUJEITOS A EXCITAÇÃO DE FONTES NÃO IDEAIS**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia Elétrica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Controle E Processamento De Energia.

Data de aprovação: 15 de Dezembro de 2022

Dr. Angelo Marcelo Tuset, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Clivaldo De Oliveira, Doutorado - Universidade Federal da Grande Dourados (Ufgd)

Dr. Frederic Conrad Janzen, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 15/12/2022.

DEDICATÓRIA

A minha mãe Maria Cristina Barbosa, por tudo que sua simplicidade me ensinou, de todas as formações adquiridas a sua sempre estará entre as melhores. (in memoriam)

Ao meu irmão e melhor amigo Amarildo Edder Barbosa Pereira, sempre estará comigo, seu sorriso e pureza sempre será lembrada. (in memoriam)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiro a Deus por ter me mantido na trilha certa durante este projeto de pesquisa com saúde e forças para chegar até o final.

Sou grato à minha família pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida.

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador professor Dr. Ângelo Marcelo Tusset pelo incentivo e pela dedicação do seu tempo ao meu projeto de pesquisa.

RESUMO

Este trabalho propõe o uso de um controlador híbrido que combina conceitos do controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) com o Regulador Linear-Quadrático (LQR) e um ganho feedforward para controlar o posicionamento de um braço robótico 2 DOF com juntas flexíveis. Como as articulações são flexíveis, há neste sistema um acoplamento não ideal entre os elos do braço robótico, onde o movimento angular de um elo pode gerar oscilações que se espalham e impactam na resposta do sistema. A fonte de excitação não ideal origina-se do acoplamento entre o motor elétrico utilizado para movimentar o elo do braço robótico com o elemento flexível da estrutura. Essas oscilações mecânicas interferem no posicionamento do motor e, portanto, na potência elétrica consumida pelo sistema. Na seção de resultados deste trabalho, simulações numéricas são utilizadas para mostrar a funcionalidade e desempenho do controlador proposto no sistema estudado.

Palavras-chave: sistemas não ideais; controle feedforward; controle PID, controle LQR; manipuladores robóticos.

ABSTRACT

This work proposes the use of a hybrid controller that combines concepts of the Proportional-Integral-Derivative (PID) controller with the Linear-Quadratic-Regulator (LQR) and a Feedforward gain to control the positioning of a 2 DOF robotic arm with flexible joints. As the joints are flexible, there is in this system a non-ideal coupling between the links of the robotic arm, where the angular movement of one link can generate oscillations that spread and impact the response of the system. The non-ideal excitation source originates from the coupling between the electric motor used to move the link of the robotic arm with the flexible element of the structure. These mechanical oscillations interfere in the positioning of the motor, and thus in the electrical power consumed by the system. In the results section of this work, numerical simulations are used to show the functionality and performance of the proposed controller in the studied system.

Keywords: non-ideal systems; feedforward control; PID control, LQR control; robotic manipulators.

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	45
Gráfico 2 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> e <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	46
Gráfico 3 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> o controle integrativo I e o controle <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	47
Gráfico 4 – Controle de posicionamento somente com o controle <i>feedback</i> PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	49
Gráfico 5– Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> e <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	50
Gráfico 6 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> o controle integrativo I e o controle <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	51
Gráfico 7 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	53
Gráfico 8 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> e <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	54
Gráfico 9 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> o controle integrativo I e o controle <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	55

Gráfico 10 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	57
Gráfico 11– Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> e <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	58
Gráfico 12 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> o controle integrativo I e o controle <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	59
Gráfico 13 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	61
Gráfico 14 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> e <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	62
Gráfico 15 – Controle de posicionamento com o controle PD <i>feedback</i> o controle integrativo I e o controle <i>feedforward</i>. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente.....	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – (a) Exemplo de um manipulador robótico com uma fonte de excitação não ideal. (b) Representação do sistema não ideal por meio de um motor CC com uma massa desbalanceada	20
Figura 2 - Motor de Corrente Contínua com ímã Permanente	21
Figura 3 - Quadrantes de Operação Motor CC	22
Figura 4 - Chopper para quatro quadrantes, chaves desligadas	23
Figura 5 - Chopper para quatro quadrantes, chaves desligadas	23
Figura 6 - Transitórios do circuito de acionamento do motor	24
Figura 7 - Transitórios do circuito de acionamento do motor	25
Figura 8 - Processo em malha aberta	26
Figura 9 - Sistema de controle em malha fechada	27
Figura 10 - Diagrama de Blocos em Malha Aberta	29
Figura 11 - Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados ...	30
Figura 12 - Junta Flexível entre elo e motor	36
Figura 13 - Esquemático do manipulador com juntas flexíveis	36
Figura 14 - Block diagram for PID control	41

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Especificações de projeto	21
Tabela 2 – Parâmetros utilizados nas simulações	43
Tabela 3 – Erro de posicionamento para controle de posição ponto a ponto ...	48
Tabela 4 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $m_2=1$ kg e $L_2= 0,05$ m.....	51
Tabela 5 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L_2 =0,10$ m e $m_2 =1$ kg.....	55
Tabela 6 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L_2 =0,10$ m e $m_2 =0,1$ kg	59
Tabela 7 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L_2 =0,05$ m e $m_2 =0,1$ kg	63
Tabela 8 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD	64
Tabela 9 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg)	65
Tabela 10 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($m_2= 1$ kg e $L_2 =0,10$ m)	66
Tabela 11 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg)	66
Tabela 12 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg)	67
Tabela 13 – Erro de posicionamento para controle PD para variações nos parâmetros L_2 e m_2	68
Tabela 14 – Erro de posicionamento para controle PD+controle <i>feedforward</i> para variações nos parâmetros L_2 e m_2	68
Tabela 15 – Erro de posicionamento para controle PD+controle <i>feedforward</i> +Integrativo para variações nos parâmetros L_2 e m_2	69

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

DVA	Absorvedor de Vibração Dinâmico
LTI	<i>Linear Time Invariant</i> - Linear de Tempo Invariante
Co-FXLMS	<i>Correlation Filtered-X Least-Mean-Square</i> - Correlação Filtro-X Menor Média Quadrada
MBPF	<i>Move Band Pass Filter</i> - Filtro de Movimento Passa Banda
PID	Proporcional Integral Derivativo

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 Objetivo geral	17
1.1.1 Objetivos específicos.....	17
1.2 Estrutura do trabalho	18
2 REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1 Sistemas com interação não ideal	19
2.2 Atuadores	20
2.2.1 Motor de corrente contínua com ímã permanente.....	20
2.3 Sistemas de controle	26
2.4 Controladores	27
2.4.1 Controladores Clássicos.....	27
2.4.2 Controlador Proporcional (P).....	27
2.4.3 Controlador Proporcional-Integral (PI).....	28
2.4.4 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).....	28
2.4.5 Controle por realimentação de estado.....	29
2.4.6 Alocação de Polos.....	31
2.4.7 Regulador linear quadrático (LQR).....	32
2.5 Modelagem matemática do manipulador robótico com 2 graus de liberdade	35
2.5.1 Projeto de controle	40
3 RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
3.1 Projeto do controle o caso dos dois elos serem posicionados em dois pontos fixos	44
3.1.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i	45
3.1.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i	46
3.1.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)	46
3.1.4 Comparação entre as três estratégias de controle	47

3.2 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.	48
3.2.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i	48
3.2.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i	49
3.2.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)	50
3.2.4 Comparação entre as três estratégias de controle	51
3.3 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $m_2= 1$ kg e $l_2 =0,10$ m	52
3.3.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i	52
3.3.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i	53
3.3.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)	54
3.3.4 Comparação entre as três estratégias de controle	55
3.4 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg.	56
3.4.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i	56
3.4.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i	57
3.4.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)	58
3.4.4 Comparação entre as três estratégias de controle	59
3.5 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg	60

3.5.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i	60
3.5.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i	61
3.5.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle <i>feedforward</i> \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)	62
3.5.4 Comparação entre as três estratégias de controle	63
3.6 Análise dos resultados	64
3.6.1 Análise dos resultados: Controle para o caso de posição dos dois elos em um ponto fixo	64
3.6.2 Análise dos resultados: Controle para o caso do segundo elo estar em movimento rotacional	65
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	70
REFERÊNCIAS	71

1 INTRODUÇÃO

Os manipuladores robóticos são similares a braços humanos e, desde seu desenvolvimento, são aplicados para substituir a atividade humana na realização de atividades perigosas, em locais inacessíveis e nos casos onde tarefas repetitivas precisam ser realizadas durante um determinado período de tempo. A tendência é que, no futuro, a utilização de robôs como força de trabalho crescerá, não apenas em ambientes industriais, mas também em outros setores da sociedade. Alguns exemplos de aplicações industriais de manipuladores robóticos, são: Pintura, soldagem, montagem, posicionamento preciso, entre outras. Em áreas além do ambiente industrial, são exemplos de aplicações a exploração subaquática, aplicações médicas, como cirurgia assistida, manuseio de materiais radioativos e com risco de contaminação biológica, na área aeroespacial, entre outros (KUMAR *et al.*, 2020; LU *et al.*, 2021).

O caso de manipuladores robóticos com dois graus de liberdade é um problema clássico de controle e, devido à ampla utilização deste tipo de robô em ambiente industrial, esta classe é alvo de muitas pesquisas na área de controle e robótica. Ao longo dos anos, muitas estratégias de controle foram desenvolvidas para controle destes dispositivos e são reportadas na literatura e em aplicações práticas (TUSSET *et al.*, 2022a, 2022b; WANG *et al.*, 2014).

Em seu estudo, Zakia *et al.* (2019) apresentam uma combinação do controle *Sliding Mode Control* (SMC) e controle PID. Uma vez que o controle PID ajusta os erros do sistema e o controle SMC garante uma convergência rápida. Este controlador híbrido possibilita maior estabilidade do sistema e os resultados das simulações mostraram que o controlador SMC-PID obteve bom desempenho no controle da trajetória do braço robótico.

No trabalho de Van *et al.* (2019) foi proposto um controlador baseado em um controle *Fuzzy-PID* e SMC auto ajustável e uma estimativa de atraso de tempo (TDE – do inglês *Time Delay Estimation*). Com base nos resultados obtidos, os autores afirmam que com a lógica fuzzy, os ganhos do controlador PID são selecionados efetivamente e que a integração do TDE ajuda a eliminar o conhecimento prévio da dinâmica exata do sistema, além de reduzir a carga computacional.

Nos estudos de Rad *et al.* (2021) e Yang *et al.* (2020) foi utilizado o controle adaptativo para manipuladores robóticos. Nos dois estudos, os resultados das

simulações mostraram que os controladores propostos apresentaram bom desempenho, além de vantagens, como menor taxa de amostragem e controle de rastreamento com alta precisão e robustez.

Em Korayem *et al.* (2010; 2011; 2015a; 2015b) é utilizado o controlador não linear SDRE (*State-Dependent Riccati Equation*) para o controle de um manipulador robótico com juntas flexíveis. Os resultados das simulações mostraram que o método SDRE é adequado para a solução de problemas de controle não lineares de circuito fechado ideal e, ao comparar o método com o controlador LQR, o controlador SDRE apresentou um desempenho melhor.

Em Lima *et al.* (2014) um controle feedback é obtido por meio do método SDRE (*State-Dependent Riccati Equation*) para controle de vibração do elo flexível de um manipulador robótico. Os resultados das simulações mostraram que o controlador proposto foi mais eficiente para o controle das vibrações, quando comparado ao controle fornecido apenas pelos motores. Em Lima *et al.* (2016) projeta e analisa um braço robótico de dois graus de liberdade com juntas flexíveis acionadas por um motor de corrente contínua (motor CC). Para amenizar as dificuldades de movimentação, são acoplados aos elos do braço amortecedores magnetoreológicos (amortecedor MR) para proporcionar uma forma de ajustar as limitações mecânicas do braço. Para controlar o posicionamento do manipulador e o torque aplicado sobre o amortecedor MR, um controle de feedback é obtido através da equação Riccati dependente do estado (SDRE). Os resultados das simulações mostraram que o controle proposto que combina o uso de motor CC e amortecedor MR foi eficaz no controle da posição e do comportamento das juntas flexíveis do manipulador. Em Lima *et al.* (2017, 2019) é projetado o controle SDRE para um manipulador robótico com 2 graus de liberdade e com fonte de excitação não ideal. Adicionalmente ao projeto de controle foi incluído freio MR nas justas. Simulações numéricas demonstraram a eficiência do controle proposto.

Os manipuladores robóticos são sistemas mecânicos programados para manipular objetos em um espaço determinado, obedecendo critérios de desempenho e com alto grau de autonomia. No entanto, o controle destes dispositivos é uma tarefa desafiadora, pois são sistemas dinâmicos não-lineares, complexos e altamente acoplados. Nos últimos anos, uma estratégia para solucionar o problema de controle de sistema complexo é a utilização do cálculo fracionário, que possibilita melhor

desempenho e melhor robustez do controle de um sistema (MANDIĆ *et al.*, 2020; MUÑOZ-VÁZQUEZ *et al.*, 2019).

O cálculo baseado em ordem fracionária existe há cerca de 300 anos, porém a aplicação em controle de sistemas dinâmicos só foi possível após o desenvolvimento de métodos matemáticos adequados à alta complexidade destes cálculos. O cálculo fracionário amplia o escopo do cálculo clássico para ordens não-inteiras, e dessa forma, oferecem mais graus de liberdade no projeto do controlador, que torna o seu desempenho melhor. Em razão de suas propriedades interessantes, como a memória e flexibilidade extra, o cálculo fracionário tem sido aplicado em diversos campos da ciência e da tecnologia, como o controle de sistemas (YANG *et al.*, 2020; SINGH *et al.*, 2021).

No estudo desenvolvido em Sharma *et al.* (2014, 2015), controlador FOPID (ordem fracionária incorporada a controladores PID tradicionais) com dois graus de liberdade é implementado para um manipulador robótico rígido planar de dois elos para o controle de trajetória. Segundo os autores, a motivação do estudo consiste em explorar as vantagens da ordem fracionária integrada ao controlador PID, e dessa forma, melhorar o desempenho do sistema.

Em Gupta *et al.* (2021) foram utilizados os métodos de estimativa de estado e controlador de ordem fracionária para controle de dois sistemas, 2DSFL (elos flexíveis em série com dois graus de liberdade) e 2DSFJ (juntas flexíveis em série com dois graus de liberdade). Segundo os autores, como a ordem fracionária representa o sistema com maior precisão e os métodos de estimativa de estado fornecem melhor rastreamento de medições ruidosas, a combinação dos dois métodos forneceu mais robustez, desempenho e estabilidade ao sistema.

1.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo apresentar o controle de posição e comportamento dinâmico de um manipulador robótico com 2 graus de liberdade acionado por motores elétricos CC, considerando juntas flexíveis.

1.1.1 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral foram definidos os objetivos específicos descritos a seguir:

- a) Utilizar do método de Lagrange, para obter um modelo matemático que represente um sistema de manipulador robótico com 2 graus de liberdade;
- b) Introduzir no modelo matemático do manipulador robótico uma excitação de fonte não ideal;
- c) Projetar um controle PD com base no controle ótimo LQR de forma a posicionar os dois elos do manipulador em coordenadas desejadas;
- d) Incluir um sinal de controle *feedforward* ao controle PD, e analisar sua contribuição no controle de posicionamento dos elos;
- e) Incluir um sinal de controle integrativo I ao controle PD+*feedforward*, e analisar sua contribuição no controle de posicionamento dos elos;
- f) Realizar as simulações numéricas considerando as três estratégias de controle propostas e analisar suas eficiências, considerando o controle de posicionamento dos dois elos, para o caso de os dois elos serem posicionados em um ponto específico e o caso do segundo ele realizar movimentos de rotação contínua, representando a fonte de excitação não ideal.

1.2 Estrutura Do Trabalho

O trabalho está estruturado na seguinte forma:

- Capítulo 1: São apresentados as motivações e os objetivos do trabalho, assim os trabalhos que motivaram a realização da pesquisa.
- Capítulo 2: Apresenta uma revisão da literatura, sendo apresentada nesta seção os sensores e atuadores que podem ser utilizados em sistemas robóticos, as técnicas de controle comumente utilizadas, e a modelagem do sistema de manipulador robótico utilizado nas simulações numéricas.
- Capítulo 3: Apresenta o projeto de controle proposto, as simulações numéricas e suas análises e discussões.
- Capítulo 4: São apresentados e discutidos os principais resultados do trabalho, assim como as considerações finais e propostas para trabalhos futuros

2 REVISÃO DE LITERATURA

A revisão da literatura versa sobre o tema relacionando os assuntos que suportam a pesquisa, para estudo do controle da vibração de transporte vertical considerando a aplicação de controle passivo e ativo. A revisão da literatura está dividida em seções, reunindo os principais conceitos utilizados nesta pesquisa.

2.1 Sistemas Com Interação Não Ideal

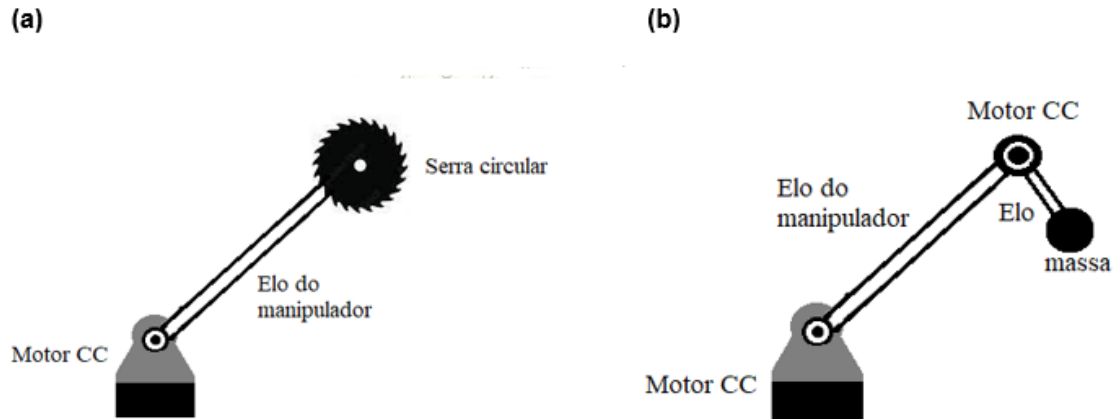
Quando ocorre a interação entre sistemas dinâmicos, necessariamente não sendo somente mecânico, pode obter respostas do tipo oscilatórias, fenômeno este que na literatura para sistemas com excitação ideal é estudado de forma abrangente, sabendo-se que a fonte de energia depende apenas do tempo e é ilimitada. Tratando-se de sistemas com fonte não-ideal (NIS, sigla do inglês *Non-linear System*), nota-se que a mesma depende das propriedades da fonte de excitação, a qual possui energia limitada. Sistema este que possui fonte de excitação linear quando o acoplamento das equações não possui termos lineares.

As teorias para sistemas dinâmicos são constantemente estudadas, obtendo avanços a cada pesquisa, porém alguns fenômenos ainda não possuem explicação completa sobre sistemas não lineares. Desta forma, não existe justificativa para desconsiderar a troca de energia entre a fonte de excitação e o sistema, reduzindo a complexidade do modelo físico, impactando na dinâmica de todo sistema por não observar aspectos que influenciarão na aplicação prática de estratégias de controle ou análise do sistema.

Segundo o trabalho de Tusset *et al.* (2012), pode-se observar a dinâmica e interação do acoplamento de NIS à estrutura de um pórtico, resultando na existência de comportamento caótico a partir da excitação da fonte de energia não ideal.

A seguir, pode-se observar na figura 1, apresentando os exemplos (a) e (b), de manipulador robótico com uma fonte de excitação não ideal, representado pela utilização de uma ferramenta de corte acoplada na ponta do elo do manipulador.

Figura 1 – (a) Exemplo de um manipulador robótico com uma fonte de excitação não ideal. (b) Representação do sistema não ideal por meio de um motor CC com uma massa desbalanceada



Fonte: Autoria própria (2022).

A figura 1(a) apresenta um manipulador robótico com um elo e uma ferramenta de corte na ponta, representando um sistema robótico com fonte de excitação não linear.

Já na figura 1(b) podemos observar uma representação da figura 1(a), onde a fonte de excitação é composta por um motor CC e uma massa desbalanceada acoplada ao eixo do motor. Para as simulações numéricas a massa desbalanceada será considerada como o segundo elo de um manipulador robótico em movimento rotacional.

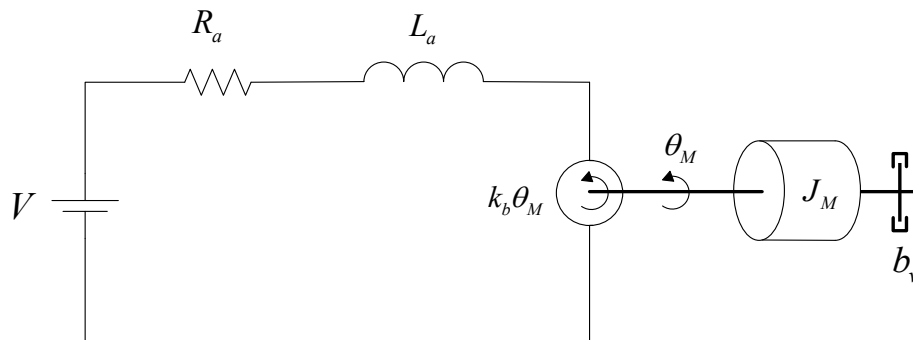
2.2 Atuadores

2.2.1 Motor de corrente contínua com ímã permanente

São numerosos os tipos de conversores CA/CC e CC/CC utilizados com a finalidade de variar a velocidade de um motor de corrente contínua, ajustando a tensão aplicada no motor. No caso de conversores CC/CC temos algumas topologias como conversores de um, dois e quatro quadrantes de atuação comumente encontrada (KRAUSE *et al.*, 2013).

Quando é mencionado o motor de corrente contínua indica a configuração de motor de ímã permanente onde o campo é gerado por um fluxo magnético constante através do uso de ímãs. Assim, o controle é feito apenas pela tensão V aplicada na armadura do motor CC, conforme figura 2 e dados da Tabela 1.

Figura 2 - Motor de Corrente Contínua com ímã Permanente



Fonte: Lima (2015)

Na tabela a seguir, pode-se notar a operação de um motor CC o qual pode ser dividida em quatro quadrantes de funcionamento em relação a sua velocidade torque.

Tabela 1 – Especificações de projeto

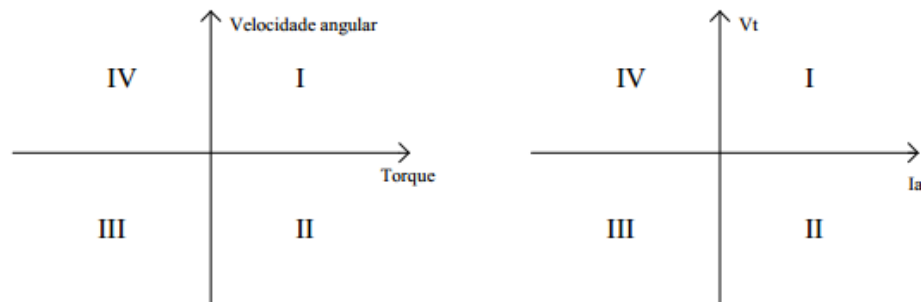
Quadrante	Torque	Velocidade	Sentido de Rotação	Variação da velocidade
I	>0	>0	Horário	Acelera
II	>0	<0	Anti Horário	Freia
III	<0	<0	Anti Horário	Acelera
IV	<0	>0	Horário	Freia

Fonte: Lima (2015)

Nota-se que no sentido de rotação e a polaridade da tensão do motor não existe relação direta, pois em instantes de tempo a tensão aplicada no motor pode ter um valor diferente que a tensão contra motriz de armadura ($k_b \dot{\theta}_M$).

A distribuição dos quadrantes em relação a velocidade/torque e corrente/tensão de armadura podem ser vistas na figura 3.

Figura 3 - Quadrantes de Operação Motor CC



Fonte: Lima (2015)

De acordo com Jablonski *et al.* (2007) a equação dinâmica do motor de corrente contínua é dada pelas seguinte equações:

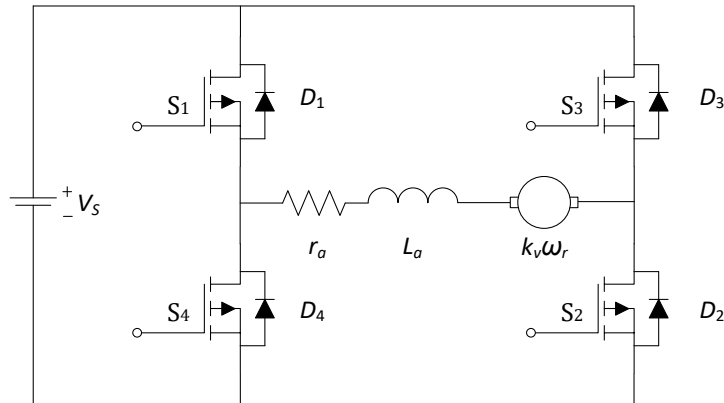
$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_v}{J_M} & \frac{k_t}{J_M} \\ 0 & -\frac{k_b}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ V \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

- $\frac{d\omega_M}{dt}$ - Aceleração angular;
- $\omega_M = \dot{\theta}_M$ - Velocidade angular do motor de corrente contínua;
- i - Corrente;
- V - Tensão elétrica aplicada no motor.

As constantes R_M , k_b e L_a são respectivamente a resistência elétrica do motor, a constante de força eletromotriz do motor e a indutância da armadura.

A figura 4 apresenta um diagrama simplificado do circuito de acionamento *chopper* para operação nos quatro quadrantes de acionamento do motor CC.

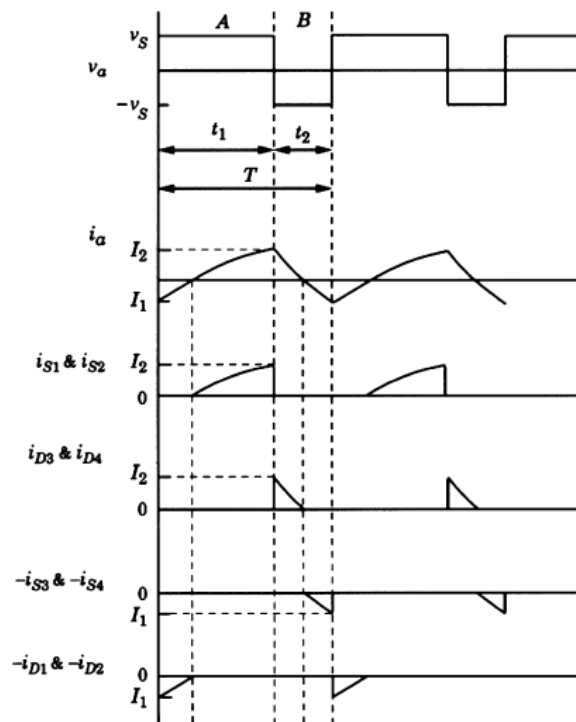
Figura 4 - Chopper para quatro quadrantes, chaves desligadas



Fonte: Lima (2015)

Para entender o acionamento do motor CC em seus estados transitórios e estacionários, a figura 5 traz a representação gráfica da dinâmica em relação ao circuito de acionamento para quatro quadrantes, a qual é possível, pois, a corrente i_a instantânea e a tensão de armadura V_s pode ser positivo ou negativo dependendo do transitório.

Figura 5 - Chopper para quatro quadrantes, chaves desligadas



Fonte: Lima (2015)

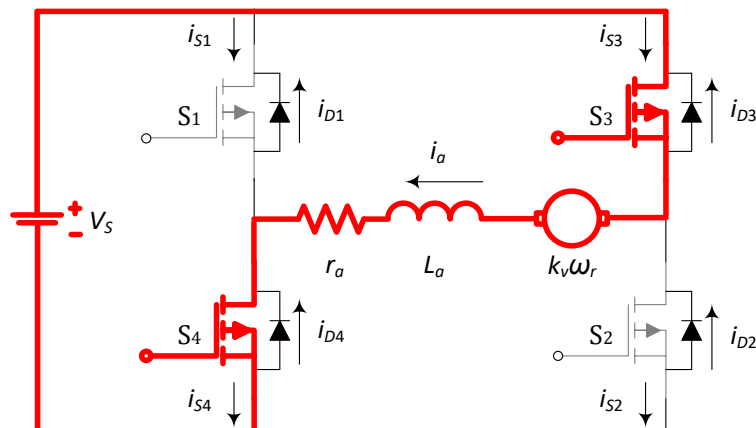
Observa-se pela figura 5 que:

- i_1 - Negativo;
- i_2 - Positivo;
- v_a - Assume o valor de v_s durante o intervalo A;
- v_s - Assume durante o intervalo B;
- v_a médio e i_2 médio são positivos.

Desta forma, visualizando pelo valor médio, o sistema de acionamento está operando como uma fonte de tensão contínua com o motor numa velocidade positiva. Deve-se distinguir entre a operação de quatro quadrantes, durante um período e quatro quadrantes operação de valor médio.

Podem ser utilizadas várias estratégias de comutação em um conversor para operação em quatro quadrantes. Analisando a figura 5 existem apenas dois estados de comutação, o qual ocorre o primeiro no intervalo A ao longo do intervalo entre as comutações. Desta forma, as chaves S_1 e S_2 estão fechadas e S_3 e S_4 estão abertas, conforme a figura 6.

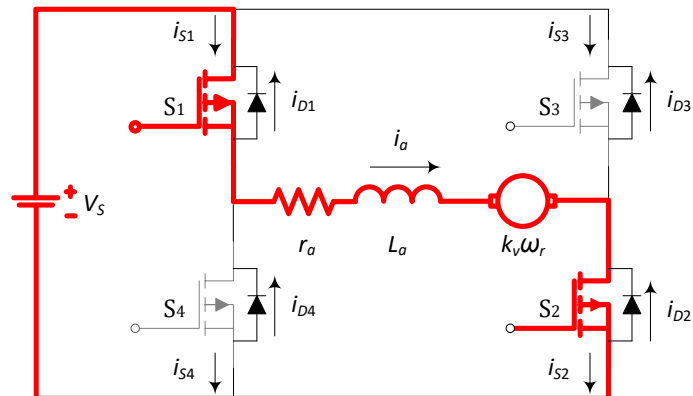
Figura 6 - Transitórios do circuito de acionamento do motor



Fonte: Lima (2015)

O segundo estado ocorre ao longo do intervalo B, em que o S_3 e S_4 estão fechadas e S_1 e S_2 estão abertos, conforme a figura 7.

Figura 7 - Transitórios do circuito de acionamento do motor



Fonte: Lima (2015)

Chaves mosfets e diodos são consideradas ideais para conversores CC/CC. Os codificadores de quadratura fornecem o posicionamento angular do motor, porém em algumas aplicações é necessária a velocidade instantânea apresentada no eixo do motor, assim é necessária a aplicação de técnicas para análise de sinais discretos. A equação que define a velocidade ($\dot{\theta}$) angular no tempo contínuo pode ser dada pela equação (2.2).

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \quad (2.2)$$

Utilizando a teoria de diferenças finitas, pode-se estimar a derivada de um sinal através da aproximação *backward* de primeira ordem conforme a equação (2.3) (OGATA, 1997).

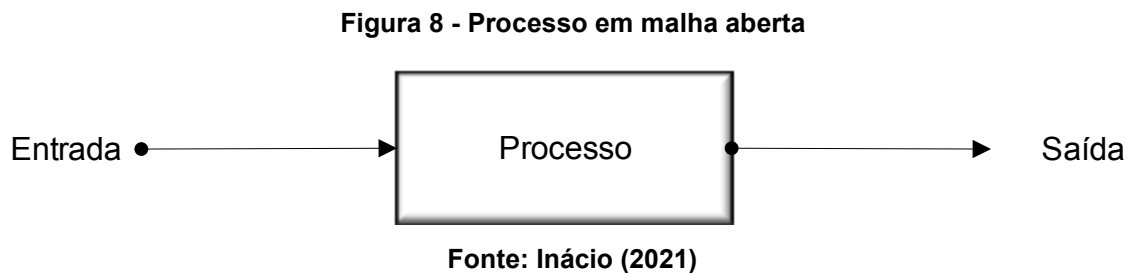
$$\dot{\theta} \approx \frac{\theta(kT_s) - \theta((k-1)T_s)}{T_s} \quad (2.3)$$

Onde k é incremento do tempo amostra discreto e T_s o tempo de amostragem do sistema.

2.3 Sistemas De Controle

Processo é um conjunto de mudanças que ocorrem em uma entrada com o fim de transformá-las em uma saída específica, essa transformação pode acontecer de forma natural ou artificial (OGATA, 2010).

A seguir é apresentada a representação simplificada da definição de processo na forma simplificada está rena figura 8.

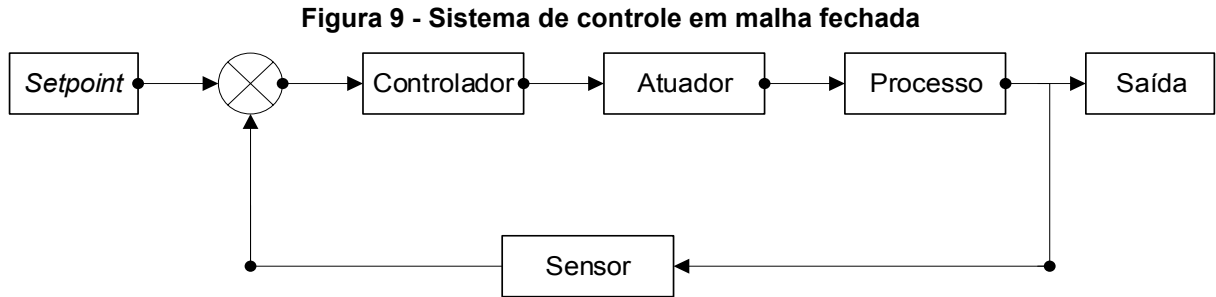


O sistema em malha aberta apresentado na figura 8 é um sistema onde o sinal de saída do processo não afeta a ação do controlador, assim as variáveis de saída não são medidas, ou quando não há um sistema de controle para o processo (OGATA, 2010).

Se os processos operassem em estado estacionário, ou seja, se todas as variáveis monitoradas de entrada fossem constantes, as saídas também permaneceriam constantes e os sistemas poderiam operar sem supervisão ou controle. No entanto, na prática, essa operação é influenciada por fatores externos que alteram essas condições, causando oscilações nas variáveis, logo, se faz necessário um sistema de controle para manter o processo em seu funcionamento ideal (STEPHANOPOULOS, 1984).

No sistema em malha fechada o sinal de saída é medido e comparado com o valor desejado, definido no *setpoint* do sistema, gerando assim, um erro. Esse erro gerado por essa comparação, diferença entre os sinais de entrada e saída, atua no controlador visando corrigir o valor de saída de forma a buscar igualar ao valor definido no *setpoint* (OGATA, 2010).

A figura 9, representa um sistema de controle em malha fechada.



Fonte: Inácio (2021)

2.4 Controladores

No processo industrial, encontramos os controladores, que através de algoritmos específicos, são responsáveis pela execução de seu funcionamento. São utilizados com mais frequência os modelos clássicos, que possuem uma entrada e uma saída, denominadas SISO (*Single-in/Single-Out*), sendo os mais comuns: O controlador liga-desliga (*on-off*); Controlador Proporcional (P); O controlador Proporcional-Integral (PI); e o controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID).

2.4.1 Controladores Clássicos

O controlador *on-off*, equação (2.4), é um controlador de funcionamento simples, seu elemento de atuação possui duas funções: liga e desliga. Quando o erro do sistema é maior que zero (0) o atuador age de uma forma, quando o erro é menor que zero (0) o atuador age da forma inversa (OGATA, 2010).

$$U(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

2.4.2 Controlador Proporcional (P)

O controlador proporcional, equação (2.5) gera uma resposta $U(t)$ proporcional ao erro $e(t)$, quanto maior for o valor do ganho proporcional K_p , maior será a sensibilidade do sinal de atuação aos erros (STEPHANOPOULOS, 1984).

$$U(t) = K_p e(t) \quad (2.5)$$

O controlador proporcional geralmente não atinge o valor de *setpoint* tendo uma pequena diferença chamada de *offset*. Em processos mais simples que não exigem tanta precisão, como controle de volume de um tanque essa diferença é pouco significativa (STEPHANOPOULOS, 1984).

2.4.3 Controlador Proporcional-Integral (PI)

O controlador Proporcional-Integral é um sistema de controle que possui um termo proporcional ao erro e outro integral (OGATA, 2010).

A resposta para esse controlador é dada pela equação (2.6), onde K_p representa o ganho proporcional e T_i a taxa de restabelecimento.

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (2.6)$$

A taxa de restabelecimento é o número de vezes por minuto em que o ganho proporcional é duplicado (OGATA, 2010).

A diferença em relação ao controle proporcional (P) é que o termo integral adicionado ao controlador corrige o *offset* que o controlador proporcional apresenta. No entanto, a resposta gerada é lenta e com um sinal de correção oscilatório, dificultando a estabilização do processo no *setpoint* (STEPHANOPOULOS, 1984).

2.4.4 Controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID)

A adição do termo derivativo ao controlador Proporcional-Integral (PI) gera o controlador PID, equação (2.7). A ação derivativa diminui a oscilação do sistema e acelera a ação do controlador atingindo o valor de *setpoint* de forma mais rápida.

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.7)$$

O termo T_d é o tempo derivativo, ele representa o intervalo de tempo em que a ação do termo derivativo avança o controlador (OGATA, 2010).

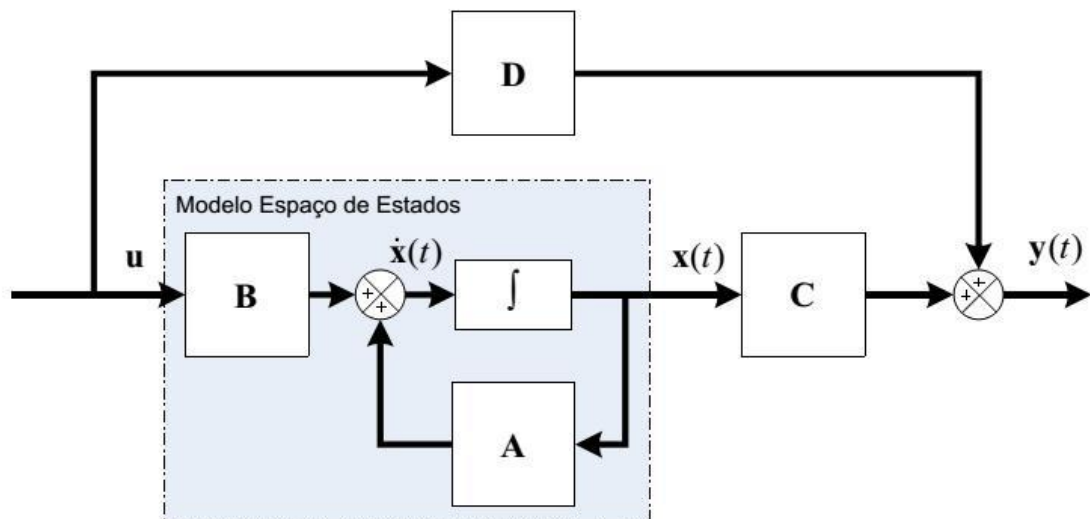
2.4.5 Controle por realimentação de estado

De acordo com (OGATA, 2011) muitos problemas de controle podem ser representados por equações em espaço de estados conforme a equação (2.8).

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (2.8)$$

Onde A é uma matriz de coeficiente $n \times n$ (matriz de controle do processo), B é uma matriz de controle $n \times r$, D e C é uma matriz resposta $m \times n$. A variável x representa o vetor de estados, u é um vetor de controle r -dimensional e y é um vetor resposta m -dimensional. Pode-se verificar a representativa do sistema em espaço de estados através de diagramas de blocos conforme figura 10.

Figura 10 - Diagrama de Blocos em Malha Aberta



Fonte: Inácio (2021)

Um sistema (2.8) é dito controlável se existir um u que o leve para a origem em um tempo finito (DORF, 2011). Assim, se as matrizes A e B da equação (2.8) escritas na matriz representada na equação (2.9) e esta tiver posto igual a n (OGATA, 2010), então o sistema é dito controlável.

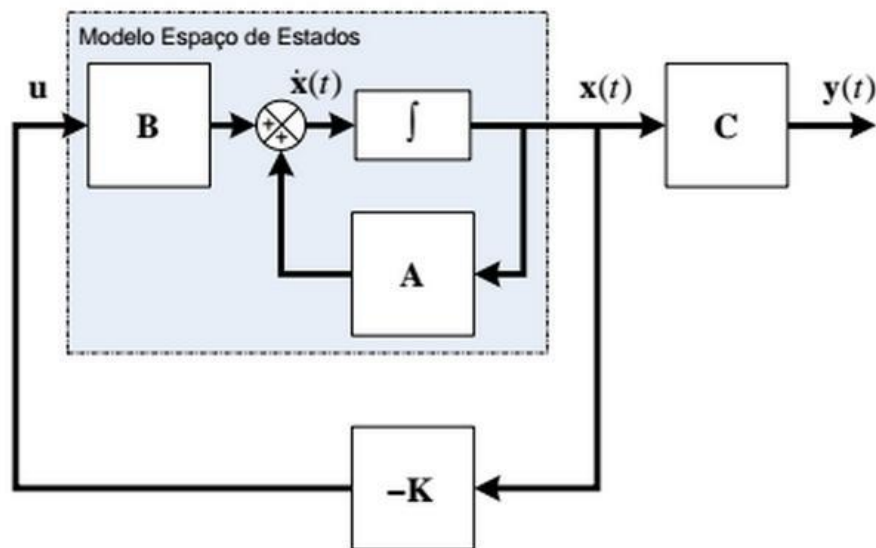
$$CO = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (2.9)$$

Considerando $u = Kx$ lei de controle, onde K é a matriz de ganho de realimentação de estados e substituindo $u = Kx$ na equação (2.8), obtém-se a correspondente em malha fechada conforme a equação (2.10).

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (2.10)$$

A representação em diagramas de blocos do sistema com controle por realimentação de estados pode ser vista pela figura 11.

Figura 11 - Diagrama de Blocos do Controle por Realimentação de estados



Fonte: Inácio (2021)

A solução da equação (2.10) pode ser encontrada na equação (2.11)

$$x(t) = e^{(A-BK)(t)}x(0) \quad (2.11)$$

Sendo $x(0)$ o estado inicial causado por distúrbios externos (OGATA, 2010).

Percebe-se pela equação (2.11) que as características de resposta do sistema, e critério de estabilidade, podem ser determinadas pelos autovalores de $(A - BK)$, sendo que para o caso de sistemas estáveis é necessário que a parte real

de todos os autovalores sejam negativos. Existem várias técnicas para encontrar a matriz K , e algumas destas técnicas serão demonstradas a seguir.

2.4.6 Alocação de Polos

Para encontrar a matriz K se utilizando da técnica de alocação de polos, primeiramente deve-se definir os polos desejados para o sistema em malha fechada, e determinar o valor da matriz K de forma a impor estes polos. De acordo com Ogata a matriz K pode ser obtida de três formas distintas (OGATA, 2010):

- Primeiro Método

Escrever o polinômio característico para o sistema com os polos desejados:

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) = s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_n s + \alpha_{n1} \quad (2.12)$$

Onde: μ_i são os polos desejados.

A matriz de ganho de retroação de estado é obtida de:

$$K = [\alpha_n - a_n \quad \alpha_{n-1} - a_{n-1} \quad \dots \quad \alpha_2 - a_2 \quad \alpha_1 - a_1] T^{-1} \quad (2.13)$$

Sendo que α_i e obtido na equação (21), a_1 de:

$$|sI - A| = s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n \quad (2.14)$$

$$T = MW \quad (2.15)$$

Onde:

$$M = [B \quad AB \quad \dots \quad A^{-1}B] \quad (2.16)$$

$$W = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-2} & \dots & a_1 & 1 \\ a_{n-2} & a_{n-3} & \dots & a_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

- Segundo Método

Escrever a matriz de ganho de retroação de estados na seguinte forma, equação (2.18):

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] \quad (2.18)$$

A matriz K é obtida da seguinte igualdade:

$$|sI - A + BK| = (s - \mu_1) (s - \mu_2) \dots (s - \mu_n) \quad (2.19)$$

onde: μ_i são os polos desejados.

- Terceiro Método

Considerando a fórmula de Ackermann:

$$\varphi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \alpha_2 A^{n-2} + \dots + \alpha_{n-1} A + \alpha_n I \quad (2.20)$$

Sendo que α_i e obtido de (2.12). E a matriz K e obtida de:

$$K = [0 \quad 0 \quad \dots \quad 1] M^{-1} \varphi(A) \quad (2.21)$$

Onde M é a matriz de controlabilidade $[B \quad AB \quad \dots \quad A^{n-1}B]$

2.4.7 Regulador linear quadrático (LQR)

Como visto em Ogata (2010), este método desempenha um papel fundamental em diversos métodos de controle moderno para sistemas MIMO. Ele está presente, como por exemplo, nos controladores LQG (*Linear Quadratic Gaussian*), horizonte finito ou H_m , e principalmente o método SDRE. Formação do Problema de Controle Ótimo Quadrático. A obtenção do controle ótimo (LQR) é obtido da seguinte forma, equação (2.22):

Dado o sistema:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (2.22)$$

Determinar a matriz K do controle ótimo, equação (2.23):

$$u = -Kx \quad (2.23)$$

De modo a minimizar o índice de desempenho, equação (2.24):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (2.24)$$

Sendo Q uma matriz hermetiana ou simétrica real definida positiva (ou semidefinida positiva), e R uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. As matrizes Q e R determinam a importância relativa do erro e do dispêndio de energia. Em consequência, se os elementos da matriz K forem determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então $u = -Kx$ é ótimo qualquer que seja o estado inicial $x(0)$. Para resolver o problema de otimização, substitui-se (2.23) em (2.22) e obtém-se a equação (2.25):

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (2.25)$$

Admitindo-se que a matriz $A - BK$ seja estável, ou seja, que os autovalores tenham parte real negativa. Substituindo (2.25) em (2.24), obtém-se a equação (2.26):

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} (x^T (Q + K^T R K) x) dt \quad (2.26)$$

Considerando a equação (2.27):

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (2.27)$$

Onde P é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva. Obtém-se, então a equação (2.28):

$$x^T(Q + K^T RK)x = -xPx - x^T Px = -x^T[(A - BK)^T P + P(A - BK)]x \quad (2.28)$$

Comparando ambos os membros desta última equação, e se observando que ela deve ser verdadeira para qualquer x , deve-se ter a equação (2.29):

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T RK) \quad (2.29)$$

Pelo segundo método de Lyapunov, se $A - BK$ é uma matriz estável, então existe uma matriz P definida positiva que satisfaz a equação (38). Por conseguinte, o procedimento a adotar é o da determinação dos elementos de P a partir desta equação, e verificar se ela é definida positiva (OGATA, 2010). O índice de desempenho J pode ser calculado considerando-se apenas as condições iniciais do sistema $x(0)$ da seguinte forma, equação (2.30):

$$J = \int_0^{\infty} x^T(Qx + K^T RK)x dt = x^T(\infty)Px(\infty) + x^T(0)Px(0) \quad (2.30)$$

Como se admite que todos os autovalores de $A - BK$ têm parte real negativa, tem-se $x(\infty) \rightarrow 0$. Portanto, equação (2.31):

$$J = x^T(0)Px(0) \quad (2.31)$$

Assim, o índice de desempenho J pode ser obtido em termos de estado inicial $x(0)$ e P . Para obter a solução do problema de controle ótimo quadrático, procede-se como a seguir: supondo que R é uma matriz hermetiana ou real simétrica definida positiva, pode-se escrever $R = T^T T$, onde é T uma matriz não singular, então tem-se, equação (2.32):

$$(A^T - K^T B^T)P + P(A - BK) + Q + K^T T^T T K = 0 \quad (2.32)$$

Que pode ser escrita sob a forma, equação (2.33):

$$A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} + Q = 0 \quad (2.33)$$

A minimização de J com relação a K requer a minimização de equação (2.34) com relação a K :

$$X^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (2.34)$$

Como esta expressão é não negativa, o mínimo ocorre quando ela vale zero, ou seja, quando $TK = (T^T)^{-1} B^T P$, assim, equação (2.35):

$$K - T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (2.35)$$

A equação (2.35) fornece a matriz ótima K , em consequência a lei de controle ótimo para o problema de controle ótimo quadrático, quando o índice de desempenho é dado pela equação (2.35), é linear e dada pela equação (2.36):

$$u = -Kx = R^{-1} B^T P x \quad (2.36)$$

A matriz P na equação (2.34) deve satisfazer a equação (2.33) ou a equação (2.37) reduzida:

$$PA + A^T P - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (2.37)$$

A equação (2.37) chamada de equação matricial de Riccati é usada para encontrar a matriz K de ganho de retroação do controlador, de modo que a lei de controle, equação (2.36) minimiza o índice de desempenho, equação (2.31) sujeito à equação (2.37) de restrição.

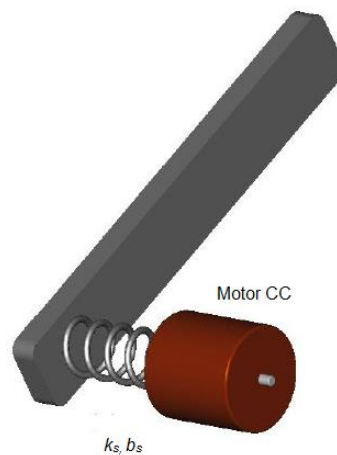
2.5 Modelagem matemática do manipulador robótico com 2 graus de liberdade

Com o objetivo de modelar o manipulador robótico mais próximo do modelo físico real será considerada na modelagem a flexibilidade ou elasticidade do material

presente na estrutura dos materiais, parâmetros que muitas vezes desconsideradas (LEWIS *et al.*, 2003).

A dinâmica do sistema de transmissão de torque, para a articulação flexível é ilustrado pela figura 12, onde o acoplamento do motor com o manipulador possui características flexíveis.

Figura 12 - Junta Flexível entre elo e motor

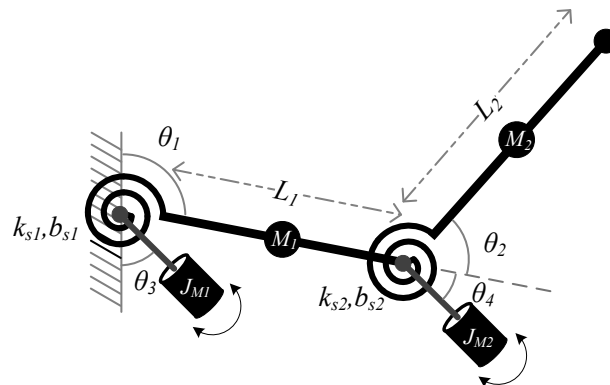


Fonte: Lima (2016)

Esse efeito ocorre no acoplamento do elo do sistema robótico com o eixo do motor ou em sistemas de transmissão, como caixa de redução entre outros (ICHIKAWA; FURUTA, 2014).

O diagrama esquemático apresentado na figura 13 demonstra a transmissão com juntas flexíveis entre o motor CC e os elos de um manipulador com dois graus de liberdade.

Figura 13 - Esquemático do manipulador com juntas flexíveis



Fonte: ICHIKAWA; FURUTA (2014)

Para análise e simulação, é considerada a modelagem de um sistema com dois graus de liberdade com juntas flexíveis. Considerando as coordenadas generalizadas da figura 13 descritas pelas equações:

$$\begin{aligned}
 p_{x_1} &= L_1 \sin(\theta_1) \\
 p_{y_1} &= L_1 \cos(\theta_2) \\
 p_{x_2} &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 p_{y_2} &= L_1 \cos(\theta_2) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

A equação que define a energia cinética do sistema representado pela figura 16 é dada por:

$$\xi_c = \frac{1}{2} \left(M_1 \dot{p}_{x_1}^2 + M_1 \dot{p}_{y_1}^2 + M_2 \dot{p}_{x_2}^2 + M_2 \dot{p}_{y_2}^2 \right) \tag{2.39}$$

E a energia potencial é obtida através da equação:

$$\xi_p = M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g (L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \tag{2.40}$$

Pelo balanço de energias temos a equação de Lagrange:

$$\xi = \xi_c - \xi_p \tag{2.41}$$

Substituindo (2.39) e (2.40) na equação (2.41) temos:

$$\begin{aligned}
 \xi = & \left(\frac{1}{2} M_1 L_1^2 + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_1^2 + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \cdots \\
 & \cdots + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 \dot{\theta}_2^2 - M_2 g L_2 \cos(\theta_1) - M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_1 g L_1 \cos(\theta_1)
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Para obtenção do modelo matemático considera-se a equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \xi}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (2.43)$$

sendo θ_i as coordenadas generalizadas e τ_i representa o torque. Sendo a equação do torque $\tau_{1,2}$ dadas pela equação:

$$\begin{aligned} \tau_1 = & \left(M_2 L_2^2 + 2M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + M_1 L_1^2 + M_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta} + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_2 \cdots \\ & \cdots - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 - 2M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - M_1 g L_1 \sin(\theta_1) - M_2 g L_1 \sin(\theta_1) \cdots \\ & \cdots - M_2 g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \quad (2.43) \\ \tau_2 = & \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_1 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \cdots \\ & - M_2 L g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

Acrescentando a matriz de atrito $F(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$ no sistema de equações (2.43) e organizando em forma matricial, temos o sistema:

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}(\theta)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} - \mathbf{F}(\dot{\theta}) - \mathbf{G}(\theta) + \boldsymbol{\tau} \right) \quad (2.44)$$

$$\text{onde: } \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{F}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{M}(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}.$$

Onde a constante k_a representa o coeficiente de atrito do manipulador, e os coeficientes das matrizes $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ e $\mathbf{G}(\theta, \dot{\theta})$ são dadas por:

$$\begin{aligned}
c_1 &= -M_2 L_1 L_2 \text{sen}(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\
c_2 &= -2M_2 L_1 L_2 \text{sen}(\theta_2) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\
g_1 &= -(M_1 + M_2) g L_1 \text{sen}(\theta_1) - M_2 g L_2 \text{sen}(\theta_1 + \theta_3) \\
g_2 &= -2M_2 L_1 L_2 \text{sen}(\theta_2) (2\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)
\end{aligned} \tag{2.45}$$

As variáveis que representam as juntas com características elásticas τ_s são dadas por:

$$\boldsymbol{\tau}_s = \begin{pmatrix} b_s (\dot{\theta}_{M_1} - \dot{\theta}_1) + k_s (\theta_{M_1} - \theta_1) \\ b_s (\dot{\theta}_{M_2} - \dot{\theta}_2) + k_s (\theta_{M_2} - \theta_2) \end{pmatrix} \tag{2.46}$$

E a equação que representa o motor CC é dada por (JABLONSKI *et al.*, 2007):

$$\ddot{\boldsymbol{\theta}}_M = \frac{1}{J_M} (k_M \mathbf{i} - b_v \dot{\boldsymbol{\theta}}_M - \boldsymbol{\tau}_s) \tag{2.47}$$

Considerando as equações (2.43) e (2.47) o modelo matemático do manipulador robótico pode ser escrito na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= -p_{11} k_s x_1 + \alpha x_2 - p_{12} k_s x_3 + \beta x_4 + p_{11} k_s x_5 + p_{11} b_s x_6 + p_{12} k_s x_7 + p_{12} b_s x_8 - p_{11} g_1 - p_{12} g_2 \\
\dot{x}_3 &= x_4 \\
\dot{x}_4 &= -p_{21} k_s x_1 + \gamma x_2 - p_{22} k_s x_3 + \delta x_4 + p_{21} k_s x_5 + p_{21} b_s x_6 + p_{22} k_s x_7 + p_{22} b_s x_8 - p_{21} g_1 - p_{22} g_2 \\
\dot{x}_5 &= x_6 \\
\dot{x}_6 &= \frac{1}{J_m} (-k_s x_1 + b_s x_2 - k_s x_5 - (b_v + b_s) x_6 + k_t i_1) \\
\dot{x}_7 &= x_8 \\
\dot{x}_8 &= \frac{1}{J_m} (-k_s x_3 + b_s x_4 - k_s x_7 - (b_v + b_s) x_8 + k_t i_2)
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Sendo: $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \dot{\theta}_1$, $x_3 = \theta_2$, $x_4 = \dot{\theta}_2$, $x_5 = \theta_{M_1}$, $x_6 = \dot{\theta}_{M_1}$, $x_7 = \theta_{M_2}$, $x_8 = \dot{\theta}_{M_2}$,

$$\alpha = -p_{11}(k_a + b_s) - p_{12}c_2, \quad \beta = p_{11}c_1 - p_{12}(k_a + b_s), \quad \gamma = -p_{21}(k_a + b_s) - p_{22}c_2,$$

$$\delta = -p_{22}(k_a + b_s) - p_{21}c_1, \quad p_{11} = \frac{-m_{22}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}}, \quad p_{12} = \frac{-m_{21}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}},$$

$$p_{21} = \frac{-m_{12}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}} \text{ e } p_{22} = \frac{-m_{11}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}}.$$

2.5.1 Projeto de controle

O controle de posição das ligações do motor e do eixo do motor é dado pela corrente elétrica (i). Introduzindo o controle da corrente elétrica no sistema (2.48), teremos o seguinte sistema:

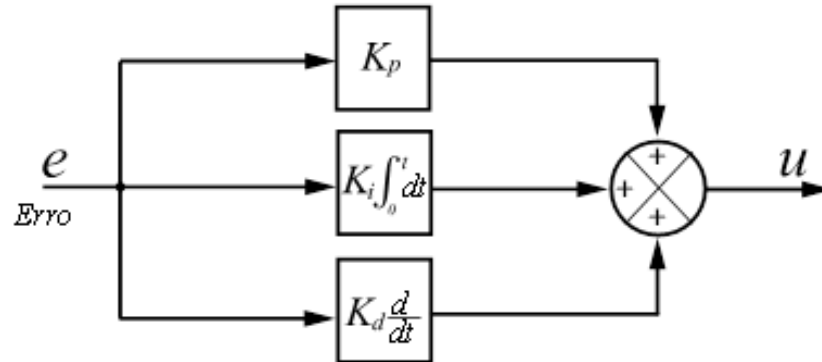
$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_{11}k_s x_1 + \alpha x_2 - p_{12}k_s x_3 + \beta x_4 + p_{11}k_s x_5 + p_{11}b_s x_6 + p_{12}k_s x_7 \\ &\quad + p_{12}b_s x_8 - p_{11}g_1 - p_{12}g_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -p_{21}k_s x_1 + \gamma x_2 - p_{22}k_s x_3 + \delta x_4 + p_{21}k_s x_5 + p_{21}b_s x_6 + p_{22}k_s x_7 \\ &\quad + p_{22}b_s x_8 - p_{21}g_1 - p_{22}g_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{J}(-k_s x_1 + b_s x_2 - k_s x_5 - (b_v + b_s)x_6 + k_t U_1) \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{J}(-k_s x_3 + b_s x_4 - k_s x_7 - (b_v + b_s)x_8 + k_t U_2) \end{aligned} \tag{2.49}$$

onde: $U_i = u_i + \tilde{u}_i$, u_i é o controle de realimentação de estado, e \tilde{u}_i é o controle *feedforward*, sendo este último composto por termos que dependem da força gravitacional g na seguinte forma (LIMA *et al.*, 2016):

$$\begin{aligned} \tilde{u}_1 &= p_{11}g_1 + p_{12}g_2 \\ \tilde{u}_2 &= p_{21}g_1 + p_{22}g_2 \end{aligned} \tag{2.50}$$

O controle de realimentação de estado é um controlador PID e opera de acordo com o seguinte diagrama de blocos:

Figura 14 - Block diagram for PID control



Fonte: Autoria própria (2022)

onde: K_p é o ganho proporcional, K_d é o ganho derivado e K_i é o ganho integral correspondente da malha de controle, respectivamente. Os erros, $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$, onde \tilde{x}_- representam os estados desejados para a posição angular dos elos e do eixo do motor.

Neste trabalho o controle LQR foi usado para determinar os ganhos de K_p e K_d , o que permite o projeto de um controle PD ótimo.

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (2.51)$$

onde: $K_p = k_{i,j}$ para $j = 1, 3, 5, 7, \dots$, $K_d = k_{i,j}$ para $j = 2, 4, 6, 8, \dots$, para o controle PD:

\mathbf{U}_j . A matriz \mathbf{P} é obtido resolvendo a seguinte equação de Riccati:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (2.52)$$

A função de custo para o problema de controle para controle ótimo de PD é dada por:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (2.53)$$

onde: \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes definidas positivas.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão apresentadas as simulações numéricas, considerando dois casos distintos para analisar a eficiência do controle proposto. No primeiro caso os elos são posicionados em dois pontos fixos. No segundo caso, o primeiro elo está posicionado em um ponto fixo enquanto o segundo elo está em movimento rotacional, representando um motor com massa desbalanceada (sistema não ideal).

Os parâmetros utilizados nas simulações numéricas são apresentados na tabela 2:

Tabela 2 – Parâmetros utilizados nas simulações

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
m_1	I [kg]	k_s	450 [Nm/rad]
m_2	I [kg]	b_s	510 [Nms/rad]
L_1	$0,8$ [m]	k_a	6 [Nm/rad]
L_2	$0,8$ [m]	b_v	$0,02$ [Nms/rad]
g	$9,8$ [m/s^2]	J	$0,0002$ [kgm^2]
k_t	$0,8$ [Nm/A]	$x_i(0), i=1:8$	0

Fonte: Tuset et al. (2022a)

Considerando os parâmetros da tabela 2 e a equação (2.49) na forma matricial (2.22), temos as seguintes as matrizes **A** e **B**:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -kp_{11} & \alpha & -kp_{12} & \beta & kp_{11} & b_s p_{11} & kp_{12} & b_s p_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -kp_{21} & \gamma & -kp_{22} & \delta & kp_{21} & b_s p_{21} & kp_{22} & b_s p_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{J} & \frac{b_s}{J} & 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{-(b_s + b_v)}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{b_s}{J} & 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{-(b_s + b_v)}{J} \end{bmatrix} \quad \text{e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_t}{J} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t}{J} \end{bmatrix}$$

Definindo as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}.$$

Considerando a equação (2.51), obtemos os ganhos PD ótimos:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -708316,20 & -5234,94 & 989,1866 & 1928,63 & -705899,35 & 74,669 & -1086,83 & 0,1509 \\ 1036,8334 & 1928,90 & -707146,83 & -3008,18 & -989,18 & 0,1509 & -707630,34 & 74,8439 \end{bmatrix}$$

Os ganhos do controle integrativo são dados por K_i e considerados: para u_1 ($K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$), e para u_2 ($K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$) (TUSSET *et al.*, 2022a).

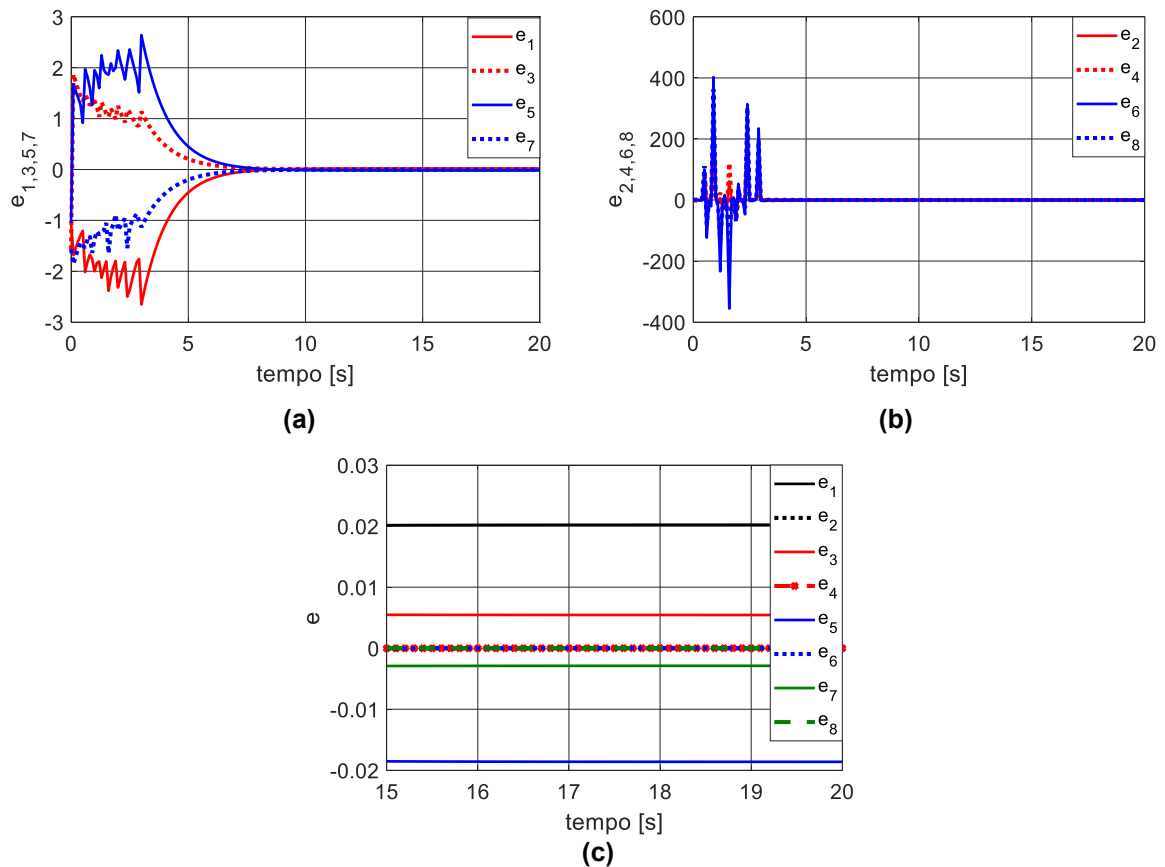
3.1 Projeto do controle o caso dos dois elos serem posicionados em dois pontos fixos

Considerando o posicionamento dos dois elos em pontos fixos, sendo considerados neste trabalho os pontos desejados: $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_5 = \frac{\pi}{3}$, $\tilde{x}_3 = \tilde{x}_7 = \frac{\pi}{2}$ e $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_4 = \tilde{x}_6 = \tilde{x}_8 = 0$.

3.1.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i

No gráfico 1 são apresentadas as variações do erros: $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$ [rad], $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$ [rad/s], $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$ [rad], $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$ [rad/s], $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$ [rad], $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$ [rad/s], $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ [rad] e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$ [rad/s].

Gráfico 1 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



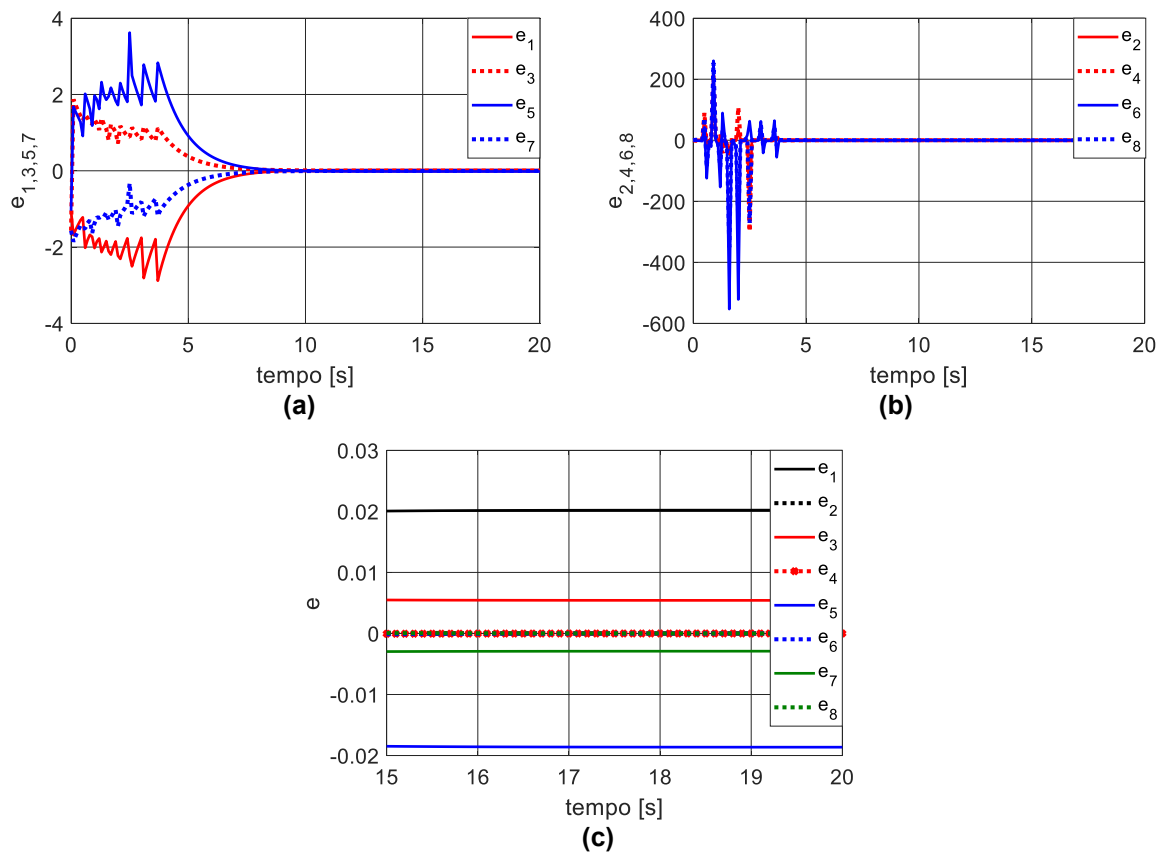
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD para o sistema sem excitação externa.

3.1.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle *feedforward* \tilde{u}_i

No gráfico 2 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback* e *feedforward*.

Gráfico 2 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* e *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



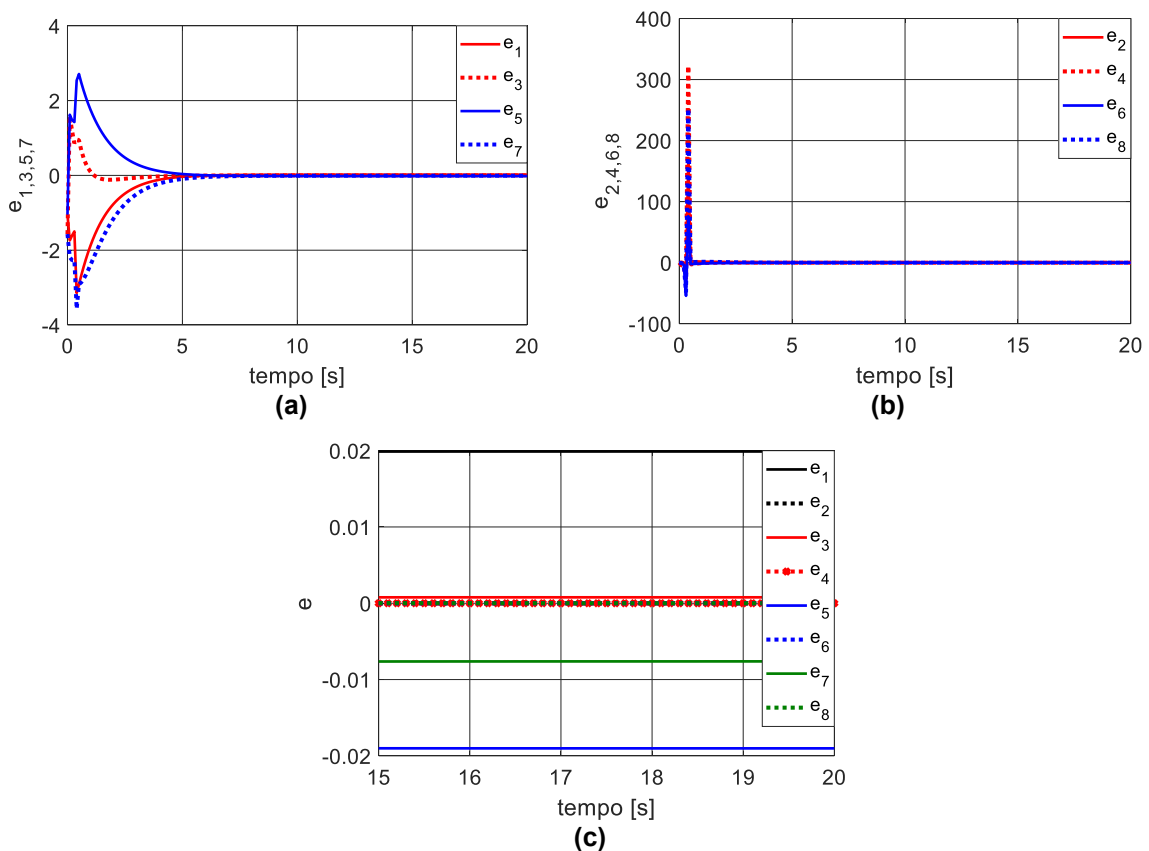
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD+*feedforward*, e sem excitação externa.

3.1.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle *feedforward* \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)

No gráfico 3 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback*, *feedforward* e o controle integrativo I. O ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$ e para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$ (TUSSET et al., 2022a).

Gráfico 3 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* o controle integrativo I e o controle *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PID+ *feedforward*, e sem excitação externa.

3.1.4 Comparação entre as três estratégias de controle

Na tabela 3 é apresentado valor do maior erro para $t=[15:20]$ segundos.

Tabela 3 – Erro de posicionamento para controle de posição ponto a ponto

Erro	Controle PD	Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,02022	0,0202	0,01989
$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	0,0000006	0,00000015	0,0000001
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,005444	0,005422	0,000777
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,0000006	-0,0000006	0,00000002
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01863	-0,01861	-0,01802
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0000006	-0,00000015	-0,00000009
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	-0,002884	-0,002804	-0,00162
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,0000006	0,0000006	0,0000001

Fonte: Autoria própria (2022)

Como pode ser observado na tabela 3, o controle PID+ *feedforward* apresenta os melhores resultados.

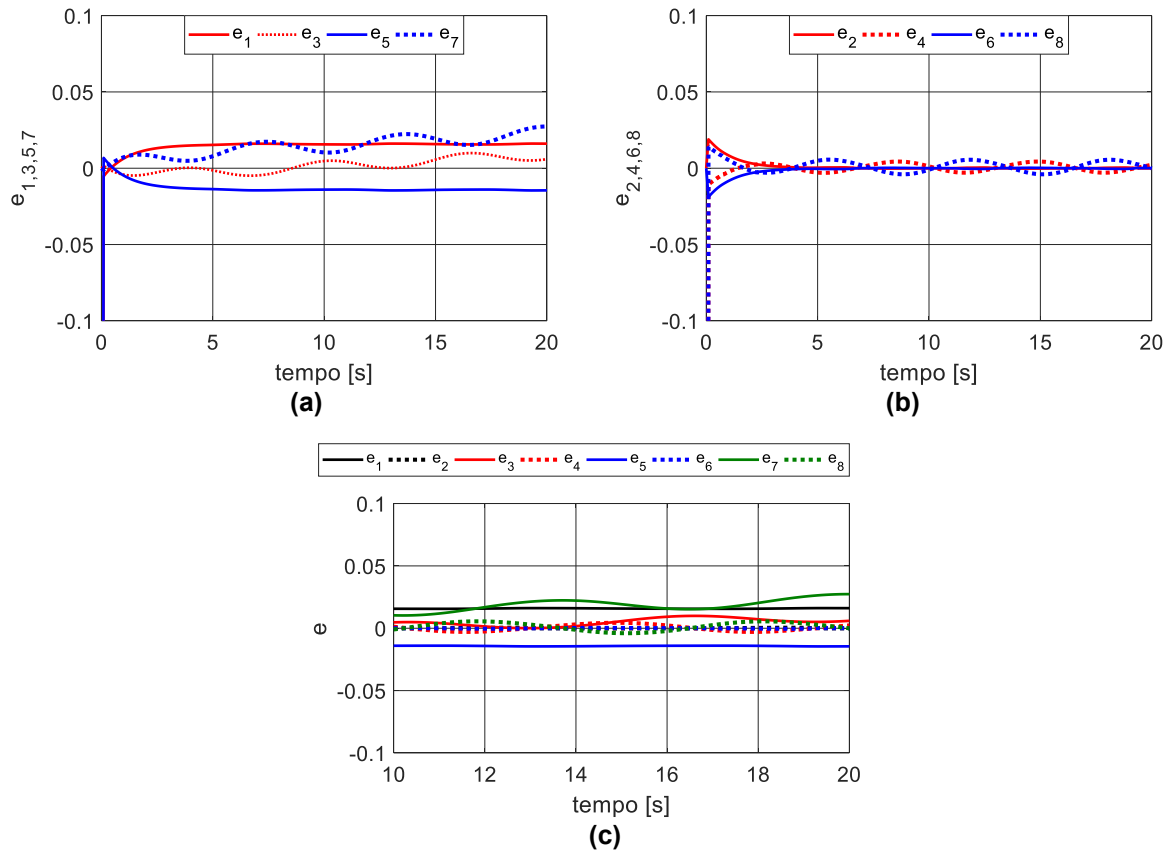
3.2 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.

Considerando o caso em que o segundo elo representa um mecanismo rotacional, gerando assim um fonte de excitação não ideal, sendo considerados nesta seção os pontos desejados: $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_5 = \frac{\pi}{3}$, $\tilde{x}_3 = \tilde{x}_7 = \sin(t) + t$, $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_6 = 0$, $\tilde{x}_4 = \tilde{x}_8 = \cos(t) + 1$, $m_2 = 1$ e $L_2 = 0,05$.

3.2.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i

No gráfico 4 é apresentada as variações do erros: $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$.

Gráfico 4 – Controle de posicionamento somente com o controle *feedback* PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



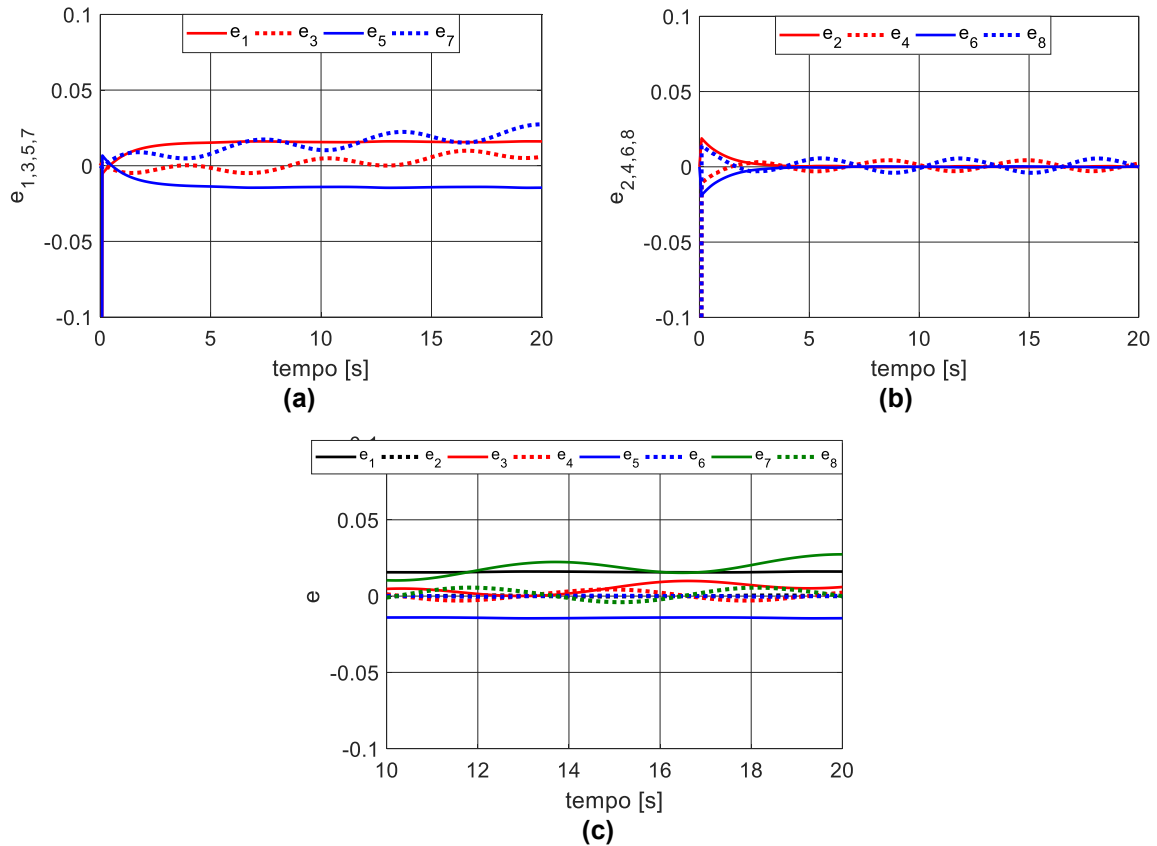
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD, e com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo.

3.2.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle *feedforward* \tilde{u}_i

No gráfico 5 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback* e *feedforward*.

Gráfico 5– Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* e *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



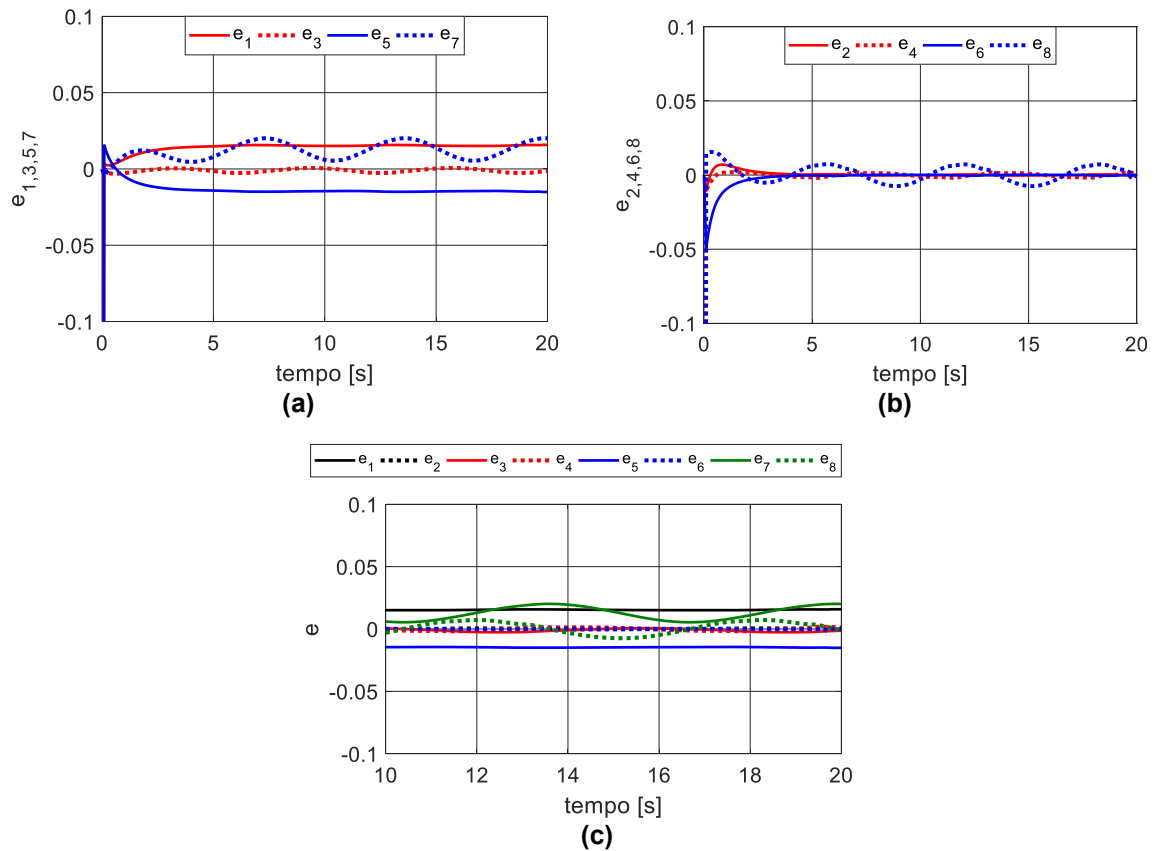
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD+ *feedforward*, e com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo.

3.2.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle *feedforward* \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)

No gráfico 6 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback*, *feedforward* e o controle integrativo I. O ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$ para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$ (TUSSET *et al.*, 2022a).

Gráfico 6 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* o controle integrativo I e o controle *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PID+ *feedforward*, e com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo.

3.2.4 Comparação entre as três estratégias de controle

Na tabela 4 é apresentado valor do maior erro para $t=[15:20]$ segundos.

Tabela 4 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $m_2=1$ kg e $L_2= 0,05$ m

Erro	Controle PD	Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,01611	0,01609	0,0158

$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	0,0004022	-0,0004011	-0,0003976
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,009913	0,005553	-0,002616
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,002918	-0,002915	-0,001918
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01453	-0,01452	-0,01408
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0004592	-0,0004505	-0,0004449
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02739	0,02735	0,0201
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,005515	0,005509	0,004221

Fonte: Autoria própria (2022)

Como pode ser observado na tabela 4, o controle PID+ *feedforward* apresenta os melhores resultados para o caso do segundo elo estar em movimentos rotativos.

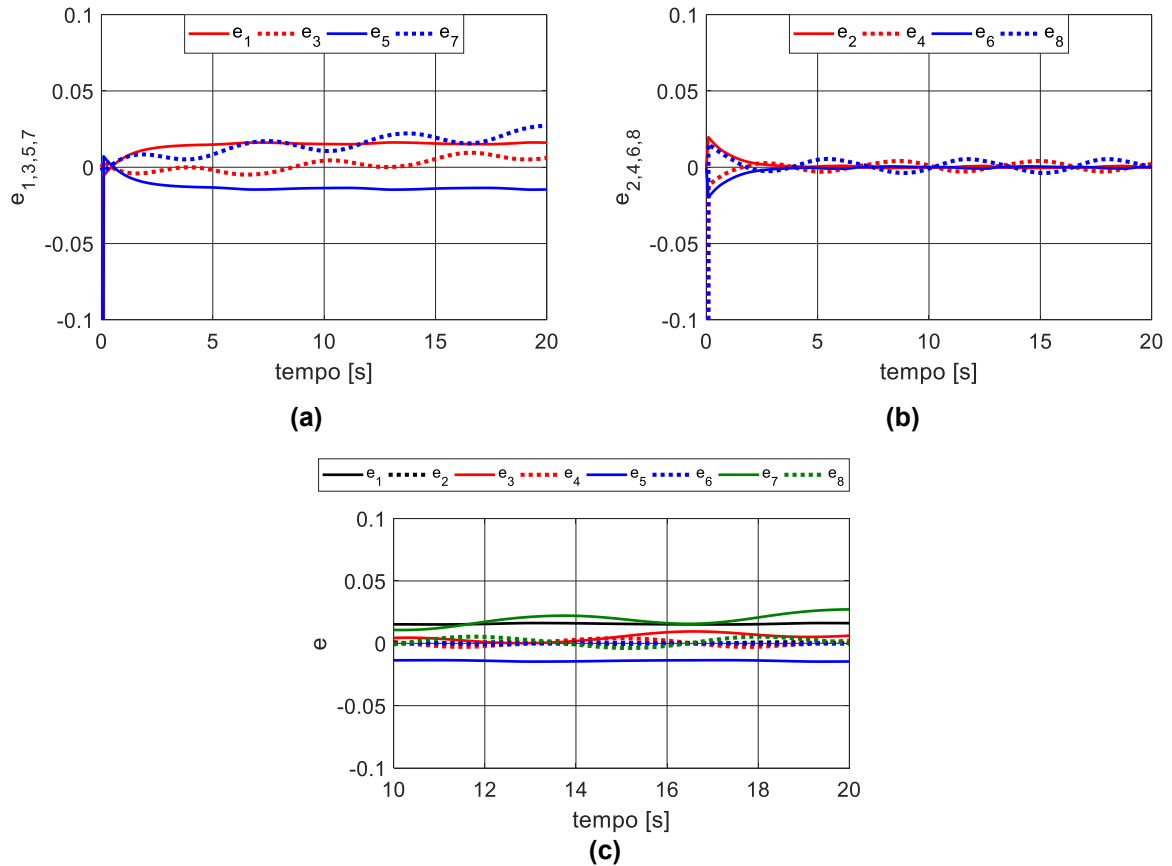
3.3 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $m_2=1$ kg e $l_2=0,10$ m

Considerando o caso em que o segundo elo representa um mecanismo rotacional, gerando assim um fonte de excitação não ideal, sendo considerados nesta seção os pontos desejados: $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_5 = \frac{\pi}{3}$, $\tilde{x}_3 = \tilde{x}_7 = \sin(t) + t$, $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_6 = 0$, $\tilde{x}_4 = \tilde{x}_8 = \cos(t) + 1$, $m_2 = 1$ e $L_2 = 0,10$.

3.3.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i

No gráfico 7 é apresentada as variações do erros: $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$.

Gráfico 7 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



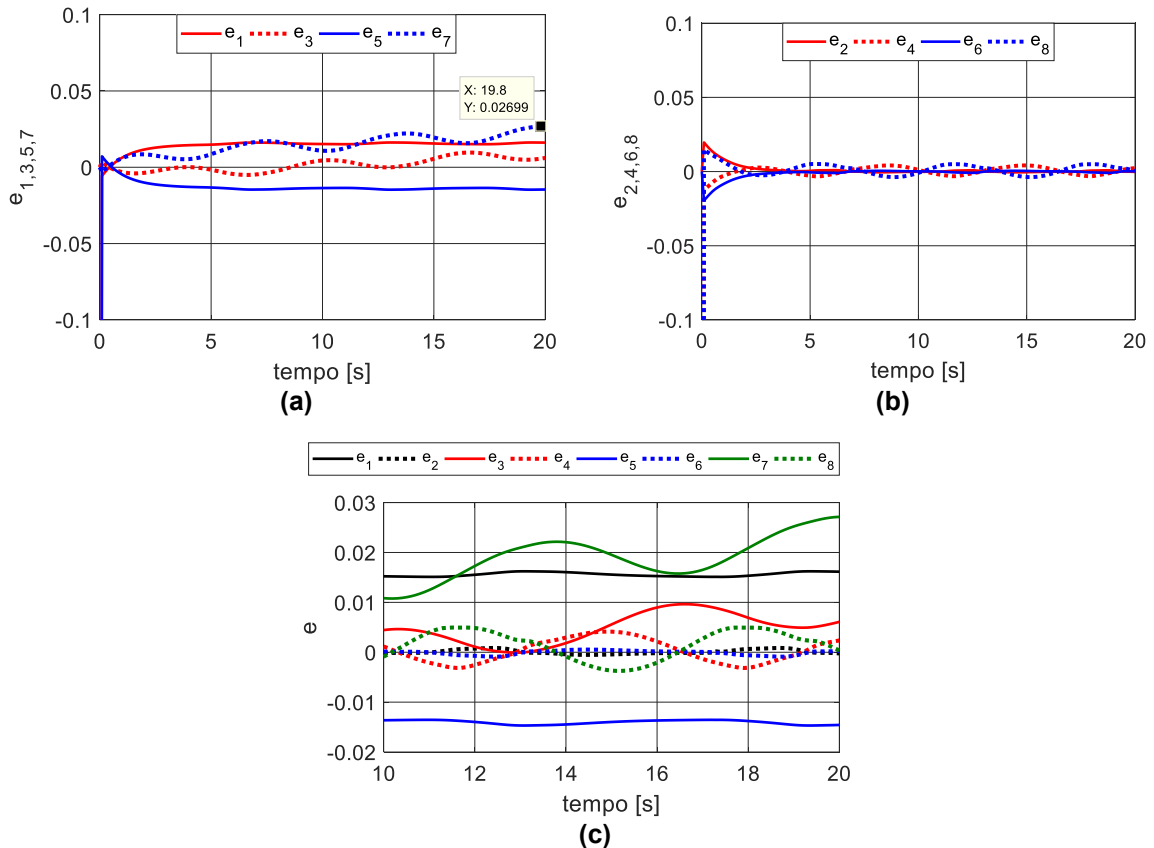
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.3.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle *feedforward* \tilde{u}_i

No gráfico 8 é apresentada as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback* e *feedforward*.

Gráfico 8 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* e *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente

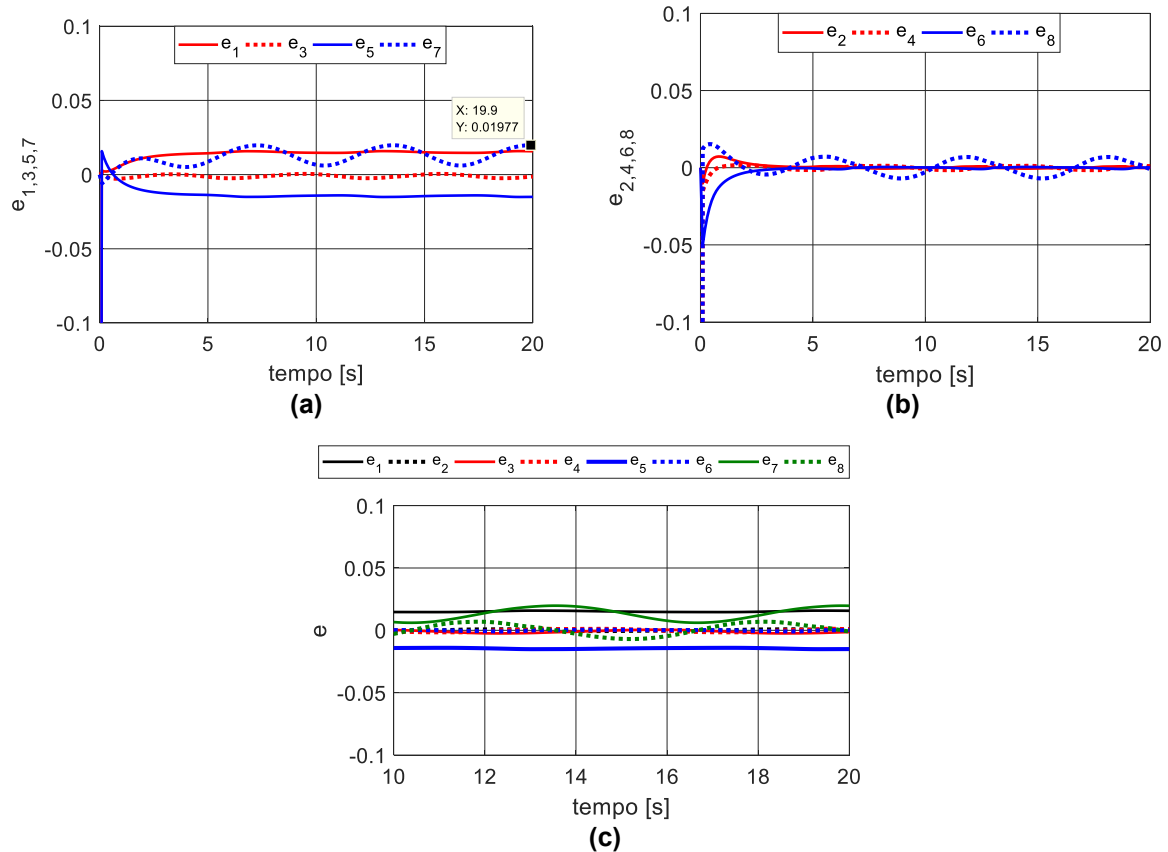


Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.3.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle *feedforward* \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)

No gráfico 9 são apresentada as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback*, *feedforward* e o controle integrativo I. O ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848.79$ e para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$ (TUSSET *et al.*, 2022a).

Gráfico 9 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* o controle integrativo I e o controle *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PID+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.3.4 Comparação entre as três estratégias de controle

Na tabela 5 é apresentado valor do maior erro para $t=[15:20]$ segundos.

Tabela 5 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L_2 = 0,10$ m e $m_2 = 1$ kg

Erro	Controle PD	Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>

$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,01621	0,01619	0,01575
$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	0,0008713	0,0008444	0,0008331
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,009697	0,009421	-0,002373
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,002838	-0,002804	0,001534
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01469	-0,01463	-0,01403
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0008398	-0,0008255	-0,0008246
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02715	0,02699	0,01977
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,005345	0,004946	0,004823

Fonte: Autoria própria (2022)

Como pode ser observado na tabela 5, o controle PID+ *feedforward* apresenta os melhores resultados.

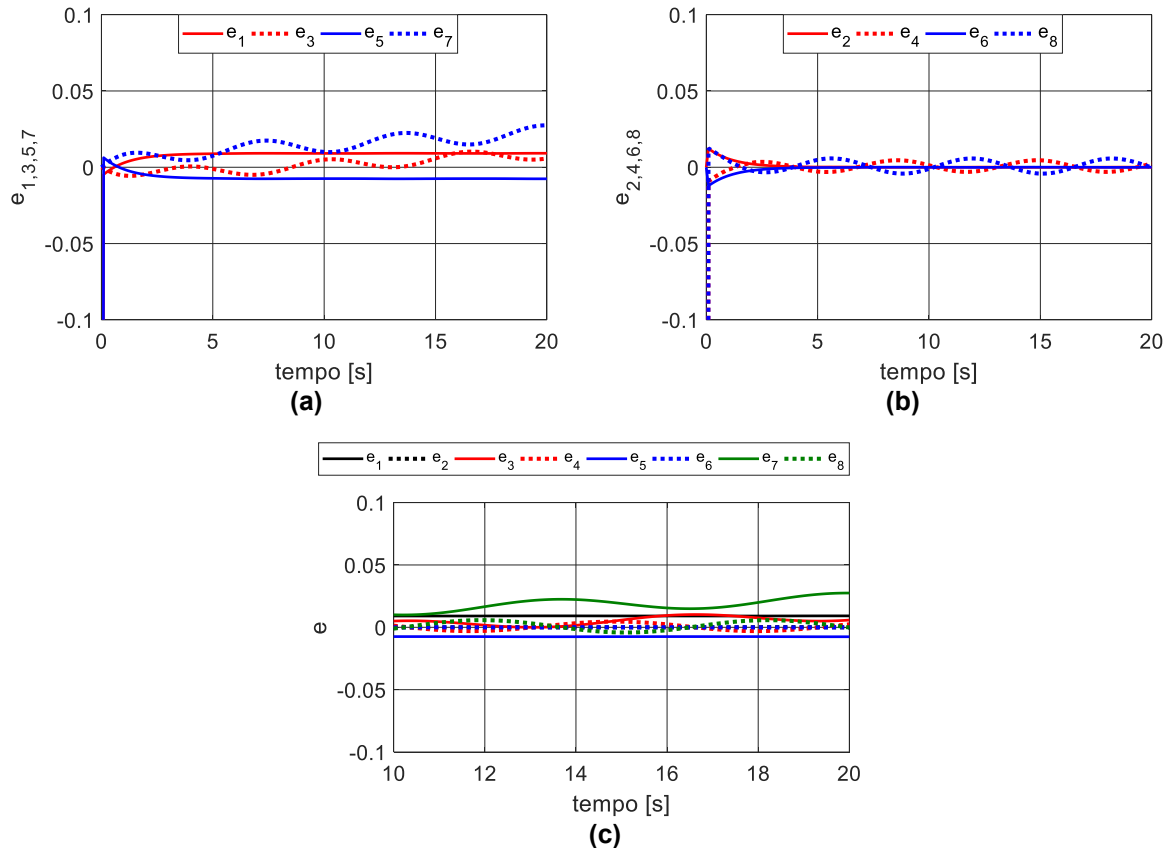
3.4 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg.

Considerando o caso em que o segundo elo representa um mecanismo rotacional, gerando assim um fonte de excitação não ideal, sendo considerados nesta seção os pontos desejados: $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_5 = \frac{\pi}{3}$, $\tilde{x}_3 = \tilde{x}_7 = \sin(t) + t$, $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_6 = 0$, $\tilde{x}_4 = \tilde{x}_8 = \cos(t) + 1$, $m_2 = 0,10$ e $L_2 = 0,10$.

3.4.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i .

No gráfico 10 é apresentada as variações do erros: $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$.

Gráfico 10 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente

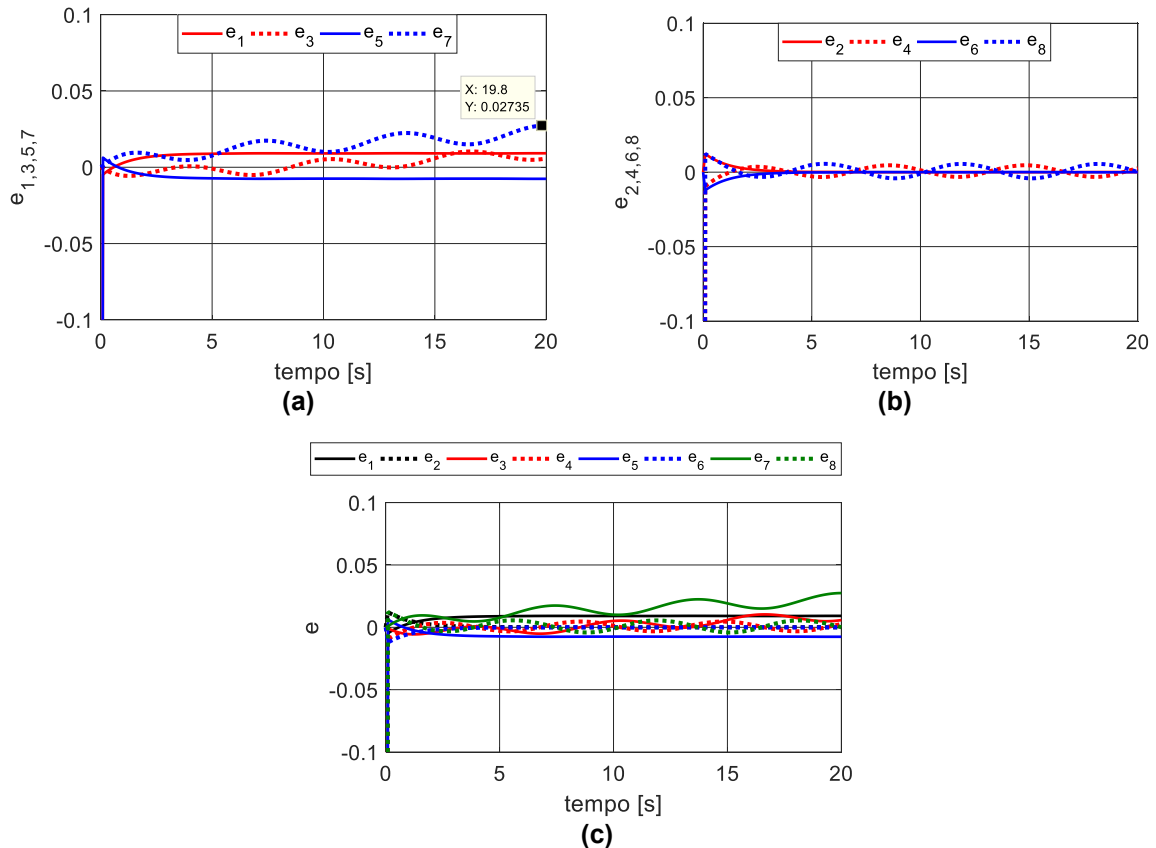


Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.4.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle *feedforward* \tilde{u}_i

No gráfico 11 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback* e *feedforward*.

Gráfico 11– Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* e *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente

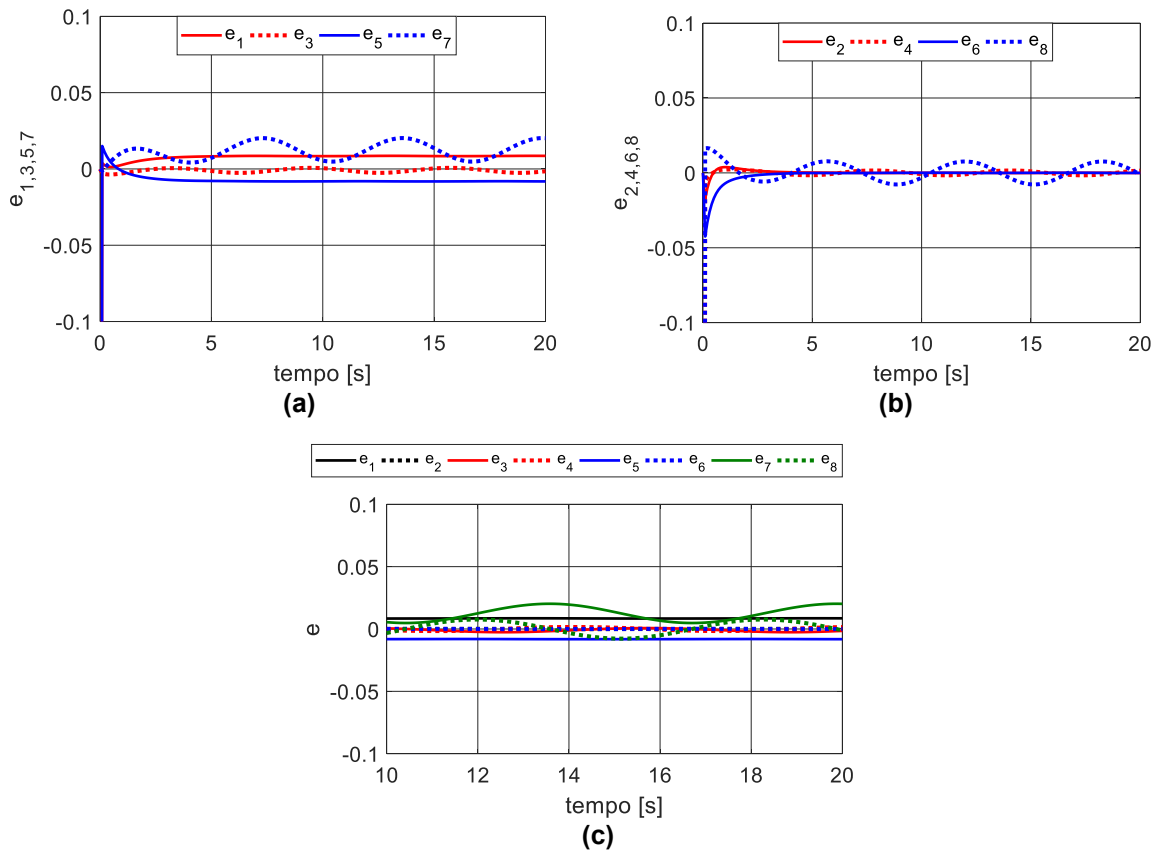


Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.4.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle *feedforward* \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)

No gráfico 12 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback*, *feedforward* e o controle integrativo I. O ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$ e para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$ (TUSSET *et al.*, 2022a).

Gráfico 12 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* o controle integrativo I e o controle *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PID+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.4.4 Comparação entre as três estratégias de controle

Na Tabela 6 é apresentado valor do maior erro para $t=[15:20]$ segundos.

Tabela 6 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L2 = 0,10$ m e $m2 = 0,1$ kg

Erro	Controle PD	Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,009178	0,009169	0,0085555

$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	0,0000997	0,0000925	0,00004621
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,01041	0,01031	-0,002513
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,002995	-0,002897	0,001508
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,007585	-0,007575	-0,007162
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,00008895	0,0000888	0,00004621
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02742	0,02735	0,02022
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,005715	0,00553	0,004575

Fonte: Autoria própria (2022)

Como pode ser observado na tabela 6, o controle PID+ *feedforward* apresenta os melhores resultados.

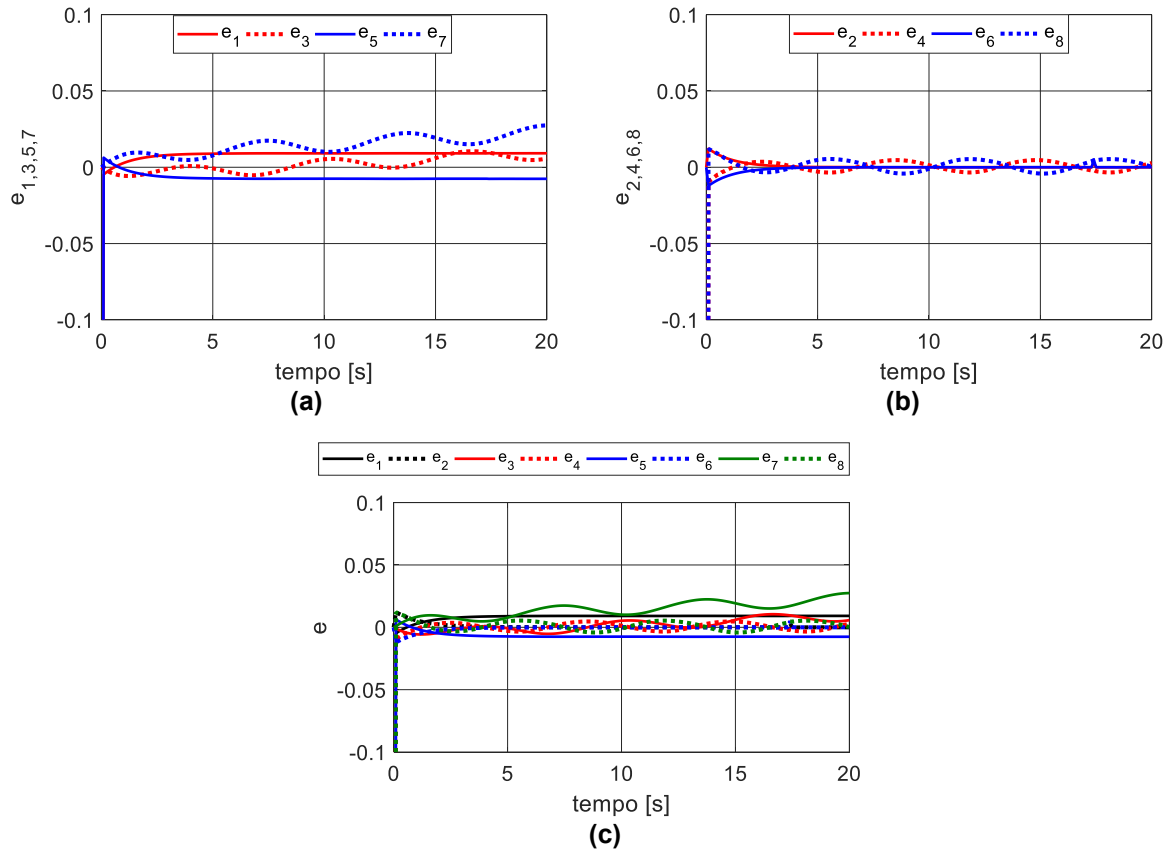
3.5 Projeto do controle o caso de um elo posicionado em um ponto fixo e o outro em movimento rotacional com $l_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg

Considerando o caso em que o segundo elo representa um mecanismo rotacional, gerando assim um fonte de excitação não ideal, sendo considerados nesta seção os pontos desejados: $\tilde{x}_1 = \tilde{x}_5 = \frac{\pi}{3}$, $\tilde{x}_3 = \tilde{x}_7 = \sin(t) + t$, $\tilde{x}_2 = \tilde{x}_6 = 0$, $\tilde{x}_4 = \tilde{x}_8 = \cos(t) + 1$, $m_2 = 0,05$ e $L_2 = 0,10$.

3.5.1 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i

No gráfico 13 são apresentadas as variações do erros: $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$.

Gráfico 13 – Controle de posicionamento somente com o controle feedback PD. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente

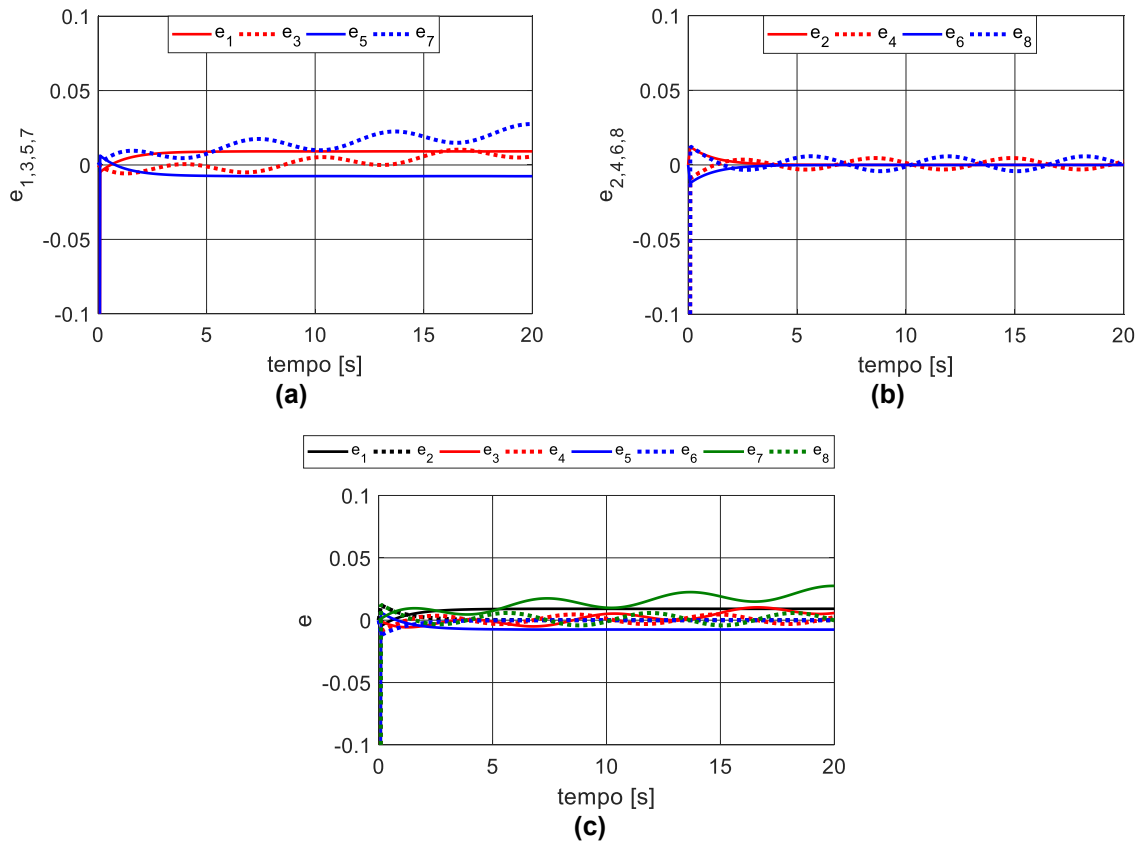


Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.5.2 Simulações numéricas considerando somente o controle de realimentação de estado u_i e o controle *feedforward* \tilde{u}_i

No gráfico 14 são apresentadas as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback* e *feedforward*.

Gráfico 14 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* e *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



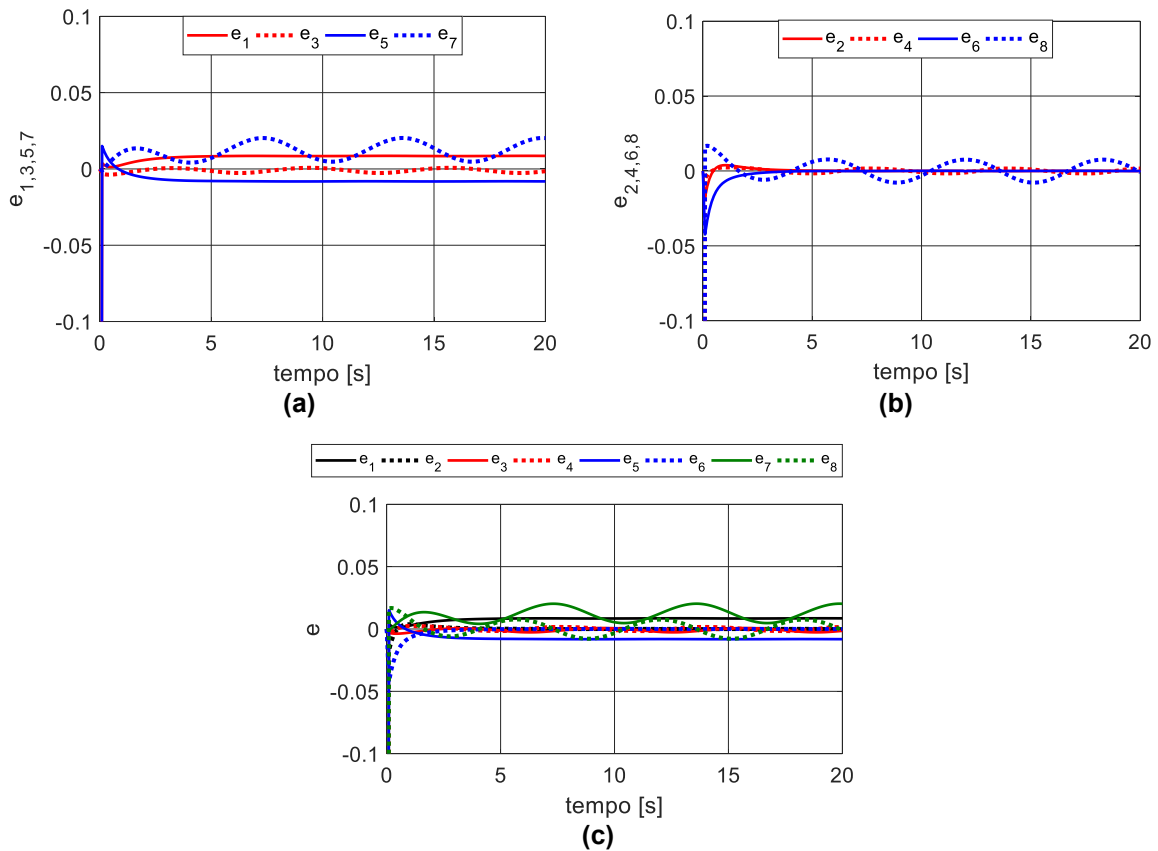
Fonte: Autoria própria (2022)

Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PD+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.5.3 Simulações numéricas considerando o controle de realimentação de estado u_i , o controle *feedforward* \tilde{u}_i e o controle integrativo (I)

No gráfico 15 é apresentada as variações dos erros para o caso do uso do controle *feedback*, *feedforward* e o controle integrativo I. O ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$ para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$ (TUSSET *et al.*, 2022a).

Gráfico 15 – Controle de posicionamento com o controle PD *feedback* o controle integrativo I e o controle *feedforward*. (a) Erro de posicionamento. (b) Erro de velocidade de posicionamento. (c) Erros em regime permanente



Podem ser observados nos resultados a eficiência do controle proposto PID+ *feedforward*, com excitação externa representado pela oscilação do segundo elo e variação na massa e comprimento do segundo elo.

3.5.4 Comparação entre as três estratégias de controle

Na Tabela 7 é apresentado valor do maior erro para $t=[15:20]$ segundos.

Tabela 7 – Erro de posicionamento para controle de posição, com o segundo elo em movimento rotacional para $L2 = 0,05$ m e $m2 = 0,1$ kg

Erro	Controle PD	Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,009184	0,009178	0,008543

$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	-0,00001741	-0,00001735	-0,00001655
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,01031	0,01028	0,001494
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,003414	-0,003405	-0,001669
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,007565	-0,007561	-0,007164
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	0,00003133	0,00003128	0,00002837
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02743	0,02740	0,02023
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,00534	0,00531	0,00528

Fonte: Autoria própria (2022)

Como pode ser observado na tabela 7, o controle PID+ *feedforward* apresenta os melhores resultados.

3.6 Análise dos resultados

3.6.1 Análise dos resultados: Controle para o caso de posição dos dois elos em um ponto fixo

Como pode ser observado nos resultados apresentados nos gráficos 1, 2 e 3, o controle U com a combinação dos controles PD + I + *feedforward*, apresentou o melhor resultado na redução dos erros. Na tabela 8 pode-se observar o percentual de redução do erro em consideração ao controle somente com o controle PD, obtido do controle LQR.

Tabela 8 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD

Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
0,0989%	1,6320%
75%	83,3333%
0,4041%	85,7274%
0	96,6666%

0,1073%	3,2742%
75%	85%
2,7739%	43,8280%
0%	83,3333%

Fonte: Aatoria própria (2022)

Como pode ser observado nos resultados na tabela 8, conforme é incluído o controle *feedforward* e o controle integrativo (I), nesta ordem o controle obtém melhores resultados do que o obtido somente com o controle PD.

3.6.2 Análise dos resultados: Controle para o caso do segundo elo estar em movimento rotacional

Na tabela 9 pode-se observar o percentual de redução do erro em consideração ao controle somente com o controle PD, obtido do controle LQR, para o caso de $L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.

Tabela 9 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg)

Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
0,1241%	1,9242%
0,2734%	1,1437%
43,9826%	73,6104%
0,1028%	34,2700%
0,0688%	3,0970%
1,8945%	3,1141%
0,1460%	26,6155%
0,1087%	23,4632%

Fonte: Aatoria própria (2022)

Na Tabela 10 pode-se observar o percentual de redução do erro em consideração ao controle somente com o controle PD, obtido do controle LQR, para o caso de $m_2= 1$ kg e $L_2 =0,10$ m.

Tabela 10 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($m_2=1$ kg e $L_2=0,10$ m)

Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
0,1233%	2,8377%
3,0873%	4,3842%
2,8462%	75,5285%
1,1980%	45,9478%
0,4084%	4,4928%
1,7027%	1,8099%
0,5893%	27,1823%
7,4649%	9,7661%

Fonte: Autoria própria (2022)

Na tabela 11 pode-se observar o percentual de redução do erro em consideração ao controle somente com o controle PD, obtido do controle LQR, para o caso de $L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg.

Tabela 11 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg)

Controle PD+ <i>Controle feedforward</i>	Controle PD+I+ <i>Controle feedforward</i>
0,0980%	6,7825%
7,2216%	53,6509%
0,9606%	75,8597%
3,2721%	49,6494%
0,1318%	5,5767%
0,1686%	48,0494%
0,2552%	26,2582%
3,2370%	19,9475%

Fonte: Autoria própria (2022)

Na tabela 12 pode-se observar o percentual de redução do erro em consideração ao controle somente com o controle PD, obtido do controle LQR, para o caso de $L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg.

Tabela 12 – Percentual de redução do erro de posicionamento em relação ao controle PD ($L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg)

Controle PD+	Controle PD+I+
<i>Controle feedforward</i>	<i>Controle feedforward</i>
0,0653%	6,9795%
0,3446%	4,9396%
0,2909%	85,5092%
0,2636%	51,1130%
0,0528%	5,3007%
0,1595%	9,4478%
0,1093%	26,2486%
0,5617%	1,1235%

Fonte: Autoria própria (2022)

Analisando os resultados apresentados na tabelas 9 a 12 pode-se observar que a estratégia de controle com Controle PD+I+ *Controle feedforward* é a estratégia que obteve o melhor desempenho, resultado coerente com o esperado, pois a inclusão do controle integrativa tem como objetivo principal reduzir o erro em regime, e a inclusão do controle *feedforward* o de eliminar a influência da força gravitacional no cálculo do controle feedback. No entanto cabe destacar que o erro de posicionamento do primeiro elo ($e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$) é muito similar para as três estratégias propostas, e que o controle somente com o controle PD obteve resultados tão eficientes quanto aos demais, esse resultado pode ser explicado devido ao fato do controle PD ser obtido com o uso do LQR, o que propiciou um controle PD ótimo.

Nas tabelas 13 a 15 são apresentadas as variações dos erros para as três diferentes estratégias de controle considerando variações do comprimento do segundo elo (L_2) e da sua massa (m_2).

Tabela 13 – Erro de posicionamento para controle PD para variações nos parâmetros L_2 e m_2

Erro	$L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.	$m_2= 1$ kg e L_2 $=0,10$ m	$L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg	$L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,01611	0,01621	0,009178	0,009184
$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	0,0004022	0,0008713	0,0000997	-0,0000174
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,009913	0,009697	0,01041	0,01031
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,002918	-0,002838	-,002995	-0,003414
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01453	-0,01469	-0,007585	-0,007565
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0004592	-0,0008398	-0,00008895	0,00003133
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02739	0,02715	0,02742	0,02743
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,005515	0,005345	0,005715	0,00534

Fonte: Autoria própria (2022)

Tabela 14 – Erro de posicionamento para controle PD+controle *feedforward* para variações nos parâmetros L_2 e m_2

Erro	$L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.	$m_2= 1$ kg e L_2 $=0,10$ m	$L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg	$L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,01609	0,01619	0,009169	0,009178
$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	-0,0004011	0,0008444	0,0000925	-0,00001735
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	0,005553	0,009421	0,01031	0,01028
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,002915	-0,002804	-0,002897	-0,003405
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01452	-0,01463	-0,007575	-0,007561
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0004505	-0,0008255	0,0000888	0,00003128
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,02735	0,02699	0,02735	0,02740
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,005509	0,004946	0,00553	0,00531

Fonte: Autoria própria (2022)

Tabela 15 – Erro de posicionamento para controle PD+controle *feedforward*+Integrativo para variações nos parâmetros L_2 e m_2

Erro	$L_2=0,05$ m e $m_2=1$ kg.	$m_2= 1$ kg e $L_2 =0,10$ m	$L_2=0,10$ m e $m_2=0,1$ kg	$L_2=0,05$ m e $m_2=0,1$ kg
$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$	0,0158	0,01575	0,0085555	0,008543
$e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$	-0,0003976	0,0008331	0,00004621	-0,00001655
$e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$	-0,002616	-0,002373	-0,002513	0,001494
$e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$	-0,001918	0,001534	0,001508	-0,001669
$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$	-0,01408	-0,01403	-0,007162	-0,007164
$e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$	-0,0004449	-0,0008246	0,00004621	0,00002837
$e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$	0,0201	0,01977	0,02022	0,02023
$e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$	0,004221	0,004823	0,004575	0,00528

Fonte: Autoria própria (2022)

Analisando os resultados apresentados nas tabelas 13 a 15, e considerando a análise da influência do movimento rotacional do segundo elo no posicionamento do primeiro elo (fonte de excitação não ideal), pode-se observar que tem-se o melhor erro para menores massas de m_2 e menor comprimento L_2 , parâmetros do segundo elo. E cabe destacar que para todos os casos analisados os erros forma centesimais, demonstrando que a proposto de um controle PD ótimo por meio da utilização do LQR, possibilitou obter um controle eficiente e que a inclusão do termo integrativo e do controle *feedforward* possibilitaram reduzir um pouco mais este erro, o que é extremamente importante para controle de posicionamento com precisão milimétrica.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados numéricos apresentados neste trabalho mostram que podemos considerar um braço robótico com juntas flexíveis como um sistema com fontes de excitação não ideais. Esse comportamento ficou mais claro com um elo em movimento rotacional, comportamento semelhante ao observado quando acoplamos um motor na extremidade do primeiro elo.

Os resultados numéricos mostraram que a combinação do controle PID é a mais indicada para casos em que os elos estão sujeitos a movimento rotacional (vibração), e que o controle PD e LQR demonstra eficiência quando combinado com o ganho *feedforward*.

Como proposta de trabalhos futuros este trabalho propõem a montagem do aparato experimental, e a análise de outras estratégias de controle, como por exemplo os controles *Fuzzy* e Modos deslizantes.

REFERÊNCIAS

- DORF, R. C. **Modern control systems**. 12^o ed. New Jersey: Pearson, 2011.
- GUPTA, S.; SINGH, A. P.; DEB, D.; OZANA, S. Kalman filter and variants for estimation in 2DOF serial flexible link and joint using fractional order PID controller. **Applied Sciences**, v. 11, p. 1-19, 2021.
- ICHIKAWA, A.; FURUTA, K. **Advances in Control Education**. Elsevier, 2014.
- INACIO, D. **Controle da temperatura de um biorreator com ordem fracionária utilizado na produção de álcool**. 2021. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2021.
- JABLONSKI, R.; TURKOWSKI, M.; SZEWCZYK, R. Recent advances in mechatronics. **Springer Science e Business Media**, 2007.
- KORAYEM, M. H.; NEKOO, S. R. Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: rigid and flexible joint manipulator control. **ISA transactions**, v. 54, p. 125–144, 2015a.
- KORAYEM, M. H.; NEKOO, S. R. State-dependent differential Riccati equation to track control of time-varying systems with state and control nonlinearities. **ISA transactions**, v. 57, p. 117-135, 2015b.
- KORAYEM, M. H.; IRANI, M.; NEKOO, S. R. Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using nonlinear optimal controller. **Acta Astronautica**, v. 69, p. 458-469, 2011.
- KORAYEM, M. H.; IRANI, M.; NEKOO, S. R. Analysis of manipulators using SDRE: a closed loop nonlinear optimal control approach. *Scientia Iranica*. **Transaction B, Mechanical Engineering**, v. 17, p. 456-467, 2010.
- KRAUSE, P. C. *et al.* **Analysis of electric machinery and drive systems**. John Wiley e Sons, 2013.
- KUMAR, J.; KUMAR, V.; RANA, K.P.S. Fractional-order self-tuned fuzzy PID controller for three-link robotic manipulator system. **Neural Computing and Applications**, v. 32, p. 7235-7257, 2020.
- LEWIS, F. L.; DAWSON, D. M.; ABDALLAH, C. T. *Robot manipulator control: theory and practice*. CRC Press, 2003.
- LIMA, J. J. *et al.* On positioning and vibration control application to robotic manipulators with a nonideal load carrying. **Shock and Vibration**, v. 2019, p. 1-14, 2019.
- LIMA, J. J. *et al.* Nonlinear state estimation and control applied to a manipulator robotic including drive motor. **Mathematics in Engineering, Science and Aerospace**, v. 5, p. 413-425, 2014.
- LIMA, J. J. *et al.* SDRE applied to position and vibration control of a robot manipulator with a flexible link. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 54, p. 1067-1078, 2016.

- LIMA, J. J. *et al.* Position control of a manipulator robotic arm considering flexible joints driven by a DC motor and a controlled torque by a MR-brake. *In: SME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, v. 4, 2016, Phoenix, AZ, USA. **Dynamics, Vibration, and Control**, 2010. p. V04BT05A022.
- LIMA, J. J. **Controle não linear de posição e vibração de manipuladores robóticos com juntas e elos flexíveis utilizando materiais inteligentes**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.
- LU, P.; *et al.* Adaptive Proportional Integral Robust Control of an Uncertain Robotic Manipulator Based on Deep Deterministic Policy Gradient. **Mathematics**, v. 9, p. 1-16, 2021.
- MANDIĆ, P.D.; *et al.* Design of Fractional -Order PI Controller for a Robotic Manipulator. **IFAC Papers Online**, v. 53-2, p. 3669-3674, 2020.
- MUÑOZ-VÁZQUEZ, A. J.; *et al.* A fuzzy fractional-order control of robotic manipulators with PID error manifolds. **Applied Soft Computing Journal**, v. 83, p. 105646, 2019.
- OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno**. 5º ed. São Paulo: Pearson Education, 2010.
- RAD, S. A.; *et al.* Control of a two-DOF parallel robot with unknown parameters using a novel robust adaptive approach. **ISA Transactions**, v. 117, p. 70-84, 2021.
- SHARMA, R.; GAUR, P.; MITTAL, A.P. Performance analysis of two-degree of freedom fractional order PID controllers for robotic manipulator with payload. **ISA Transactions**, v. 58, p. 279-291, 2015.
- SHARMA, R.; RANA, K.P.S.; KUMAR, V. Performance analysis of fractional order fuzzy PID controllers applied to a robotic manipulator. **Expert Systems with Applications**, v. 41, p. 4274-4289, 2014.
- SINGH, A. P.; *et al.* Modeling and Control of Robotic Manipulators: A Fractional Calculus Point of View. **Arabian Journal for Science and Engineering**, v. 46, p. 9541-9552, 2021.
- STEPHANOPOULOS, G. **Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice**. 1º ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 1984.
- TUSSET, A. M.; *et al.* **A Hybrid PID-LQR Control Applied in Positioning Control of Robotic Manipulators Subject to Excitation from Non-ideal Sources**. *In: Mechanisms and Machine Science*. 1ªed., Springer, Cham, v. 116, p. 393-403, 2022a.
- TUSSET, A. M.; *et al.* **Dynamic Analysis and PID Control of a Double Pendulum Arm Excited by a Nonideal Source**. *Mechanisms and Machine Science*. 1ªed., Springer, Cham, v. 116, p. 343-356, 2022b.

TUSSET, A.; BALTHAZAR, J.; FELIX, J. On elimination of chaotic behavior in a non-ideal portal frame structural system, using both passive and active controls. **Journal of Vibration and Control**, v. 16, n. 6, p. 803–813, 2012.

VAN, M.; DO, X. P.; MAVROVOUNIOTIS M. Self-tuning fuzzy PID-nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators. **ISA Trans**, v. 1, p. 1-12, 2019.

WANG, Y. N.; MAI, T. L.; MAO, J X. Adaptive motion/force control strategy for non-holonomic mobile manipulator robot using recurrent fuzzy wavelet neural networks. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 34, p.137-153, 2014.

YANG, S.; *et al.* An optimal fuzzy-theoretic setting of adaptive robust control design for a lower limb exoskeleton robot system. **Mech Syst Signal Process**, v. 141, p.106706, 2020.

ZAKIA, U.; MOALLEM, M.; MENON, C. PID-SMC controller for a 2-DOF planar robot. In: 2019 international conference on electrical, computer and communication engineering. **IEEE**, p. 1-5, 2019.