UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
CÂMPUS LONDRINA/CORNÉLIO PROCÓPIO
PPGMAT

MILENE APARECIDA MALAQUIAS CARDOSO

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA: QUATRO HISTÓRIAS DA CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

DISSERTAÇÃO

LONDRINA - PR
2017

MILENE APARECIDA MALAQUIAS CARDOSO

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA: QUATRO HISTÓRIAS DA CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Câmpus Londrina/ Cornélio Procópio – PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

LONDRINA - PR

2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

C268a Cardoso, Milene Aparecida Malaquias
Análise da produção escrita em matemática: quatro histórias da construção de uma proposta de ensino para a educação de jovens e adultos / Milene Aparecida Malaquias Cardoso. - Londrina : [s.n.], 2017.
106 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Londrina, 2017.
Bibliografia: f. 102-105.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Séries aritméticas - Avaliação. 3. Prática de Ensino. 4. Aprendizagem. 5. Educação de jovens e adultos. I. Dalto, Jader Otavio, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Programa de Pós--Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Cristina Benedeti Guilhem - CRB: 9/911

Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Paraná Pró–Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática Câmpus Londrina/Cornélio Procópio
Nome da Diretoria
Nome da Coordenação
Nome do Curso

TERMO DE APROVAÇÃO

ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA: QUATRO HISTÓRIAS DA CONSTRUÇÃO DE UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS

por

Milene Aparecida Malaquias Cardoso

Esta Dissertação foi apresentada em 14 de dezembro de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática. A candidata foi arguida pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Jader Otavio Dalto
Prof. Dr. Orientador

Edilaine Regina dos Santos
Membro titular

Mirian Maria Andrade Gonçalez
Membro titular

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática -

Dedico este trabalho à minha família,
pelos momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me proporcionar fazer um mestrado com o qual sempre sonhei e por me proporcionar oportunidades de alegria e aprendizagem a todo o momento.

Agradeço ao meu marido Paulo Henrique, pelo apoio emocional e financeiro e por viver este sonho ao meu lado. Sem o apoio dele seria muito difícil vencer este desafio.

Agradeço também à minha mãe Elisabete, por se dedicar tanto a minha educação e me ajudar a fazer uma graduação para que hoje eu pudesse fazer o mestrado.

Agradeço à direção do Colégio Estadual Heitor Furtado, que me autorizou a realizar a pesquisa, e aos meus alunos da Educação de Jovens e Adultos, que aceitaram fazer parte da pesquisa.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Jader, pela sabedoria com que me guiou nesta trajetória e por me acalmar nos momentos em que precisei.

Agradeço aos meus colegas de sala, por momentos juntos e trocas de experiências.

Agradeço à banca que aceitou o convite para contribuir com o meu trabalho.

Enfim, agradeço a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo

CARDOSO, Milene Aparecida Malaquias. **Análise da produção escrita em Matemática:** quatro histórias da construção de uma proposta de ensino para a Educação de Jovens e Adultos. 2017. 101 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática do Programa de Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Londrina, 2017.

A análise da produção escrita dos alunos, seja em uma avaliação ou até mesmo em tarefas de sala de aula, pode possibilitar ao professor uma reflexão sobre sua própria prática, possíveis dificuldades e a maneira como o aluno aprende. O objetivo deste trabalho é relatar a construção de uma proposta de ensino que utiliza a análise da produção escrita como um fio condutor nas aulas de Matemática, baseada em Santos (2014), para ensinar o conteúdo de Progressão Aritmética na Educação de Jovens e Adultos (EJA). Para a construção da proposta, foram realizadas, previamente, três práticas iniciais, nas quais alunos foram colocados na atividade de analisar produções escritas de Matemática. A partir delas e considerando as particularidades da Educação de Jovens e Adultos, uma primeira versão da proposta de ensino foi elaborada e aplicada a alunos. Em seguida a essa aplicação, foi realizada uma segunda versão e, com ela, uma proposta com hipóteses do que pode acontecer em uma aula de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Análise da produção escrita. Proposta de Ensino. Educação de Jovens e Adultos (EJA). Educação Básica.

ABSTRACT

CARDOSO, Milene Aparecida Malaquias. **Analysis of written production in mathematics:** four stories of building a proposal for Youth and Adult Education. 2017. 84 p. Dissertation (Masters in Mathematics Teaching of the Master Program in Mathematics Teaching) - Federal Technological University of Paraná. Londrina, 2017.

The analysis of the written production of the students, whether in an evaluation or even in classroom tasks, can enable the teacher to reflect on their own practice, possible difficulties and the way the student learns. The objective of this work is to report the construction of a teaching proposal that uses the analysis of written production as a guideline in Mathematics classes, based in Santos (2014), to teach the content of Arithmetic Progression in Adult Education. For the construction of the proposal, three initial practices were carried out previously, in which students were placed in the activity of analyzing written productions of Mathematics. From them and considering the particularities of Adult Education, a first version of the teaching proposal was elaborated and applied to students; from this application a second version was made and with it a proposal with hypotheses of what can happen in a Math class.

Keywords: Mathematical Education. Analysis of written production. Teaching Proposal. Adult Education (EJA). Basic education.

SUMÁRIO

1 PRIMEIRA HISTÓRIA: O CAMINHO ATÉ O PPGMAT E O INÍCIO DO MESTRADO

Iniciei minha trajetória acadêmica em 2004, como aluna de Licenciatura em Matemática com Ênfase em Informática na Faculdade de Apucarana (FAP), na cidade de Apucarana - PR. Trabalhei como secretária em uma loja de peças de máquinas agrícolas até o sétimo período da faculdade. O único contato que tive com a escola foi nos estágios obrigatórios, no sexto e no oitavo períodos. Quando estava iniciando o oitavo período, em 2007, comecei a trabalhar em uma escola particular em Apucarana - PR como monitora; tirava dúvidas de Matemática dos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental ao terceiro ano do Ensino Médio.

O fato de não dar aula durante a graduação não fez com que a vontade de estar dentro de uma sala de aula diminuísse. Pelo contrário, os professores que tive eram pessoas que traziam experiências de sala de aula e de vida que me incentivavam a continuar os estudos e a ser professora. A maioria deles era de Londrina - PR, e grande parte havia estudado na Universidade Estadual de Londrina (UEL), que para mim era uma grande referência.

Os professores sempre falavam de uma pós-graduação lato sensu, a especialização em Educação Matemática, que acontecia aos sábados na UEL, com novas turmas abertas a todo início de ano. Fiquei com muita vontade de fazê-la; porém, por motivos pessoais, esse desejo veio a se concretizar apenas em 2010. Essa postergação foi ótima, porque eu já tinha um pouco mais de experiência em sala de aula e conseguia associar o que eu estava aprendendo com a minha prática de sala de aula.

Em 2011, depois da especialização, comecei a fazer parte do GEPEMA[1], onde reencontrei professores que fizeram parte da minha graduação e conheci várias outros que só aumentaram meu desejo de continuar a estudar. Foi um ano muito produtivo e

---

[1] O Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Matemática - GEPEMA - está constituído no Departamento de Matemática e desenvolve suas atividades no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da UEL. As principais atividades incluem o desenvolvimento da investigação no campo da Educação Matemática e Avaliação, bem como a formação de pesquisadores nessa área, nos níveis de Mestrado e Doutorado. Mais informações podem ser obtidas em: < http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema>.

cheio de aprendizado. Porém, no início de 2012, afastei-me do grupo por motivos pessoais.

Em 2015, retomei os estudos e decidi ir ao Encontro Paranaense de Educação Matemática (EPREM), que aconteceu na cidade de Ponta Grossa - PR. Lá pude rever pessoas que me falaram do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT), um novo mestrado realizado em Londrina e Cornélio Procópio, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Fiquei muito interessada e fui pesquisar a respeito; decidi, então, prestar a seleção no ano de 2015.

Para a seleção, era necessário elaborar e entregar um projeto de pesquisa. Como tinha sido participante do GEPEMA, por um ano estudei sobre Avaliação da Aprendizagem e Análise da Produção Escrita, que era um dos focos de estudo do grupo. Assim, meu projeto de pesquisa foi voltado para a Avaliação da Aprendizagem.

No final de 2015, fui aprovada na seleção do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UTFPR, campus Londrina e Cornélio Procópio, e tive como orientador o Professor Jader Otavio Dalto. Não o conhecia pessoalmente. Sabia, porém, que ele tinha trabalhado com avaliação, pois em seu mestrado tinha sido orientado pela Profª. Regina Corio de Buriasco, a quem conheci na pós-graduação da Universidade Estadual de Londrina (UEL), que cursei em 2010.

No mês de março de 2016, no início das aulas do mestrado, tive meu primeiro encontro com o professor Jader. Na ocasião, ele sugeriu que eu lesse a tese de doutorado da professora Edilaine Regina dos Santos, cujo título é *Análise da produção escrita em Matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino* (SANTOS, 2014), defendida em 2014, na UEL, sob orientação da Profª. Regina Corio de Buriasco.

A partir da leitura e interpretação da tese de Santos (2014), que afirma que a análise da produção escrita pode ser tida como estratégia de ensino, surgiram as minhas inquietações: como realizar algo a partir do estudo apresentado pela autora para o trabalho direto do professor na sala? Como utilizar a análise da produção escrita em uma sala como fio condutor das aulas? Que turma escolher para realizar o trabalho? Qual o conteúdo a ser desenvolvido? Qual metodologia de pesquisa utilizar? Quais referências para fundamentar o trabalho?

Baseada nesses questionamentos, procurei aumentar meu envolvimento com a análise da produção escrita. Para isso, estudei sobre esta temática e realizei algumas experiências em sala de aula. Isso é material para as próximas histórias.

1.1 ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA: CONTEXTUALIZANDO A TEMÁTICA DE ESTUDO

Como aluna da Especialização em Educação Matemática da UEL, tive aulas com a Profª. Regina, que trabalhou conosco com Avaliação da Aprendizagem. A esse respeito, segundo as Diretrizes Curriculares de Matemática do Paraná (2008), a finalidade da avaliação é proporcionar aos alunos novas oportunidades para aprender e possibilitar ao professor refletir sobre o seu próprio trabalho, como também mostrar aos alunos possíveis dificuldades. Segundo esse documento, com o processo avaliativo é necessário que o professor faça uma observação sistemática para diagnosticar dificuldades a serem sanadas e criar oportunidades diversas para que os alunos possam expressar seus conhecimentos.

Barlow (2006) afirma que o papel da avaliação escolar é melhorar a ação e torná-la mais eficaz, além de dar um *feedback* ao aluno, informando-o da sua atuação ou da qualidade de suas realizações. O autor afirma que é necessário este *feedback* ou informação para que o aluno possa aprender.

Podemos ter três tipos de avaliações no decorrer de um processo de ensino e aprendizagem (PEDROCHI JUNIOR, 2012):

> A *somativa*, que ocorre depois da ação de formação e visa classificar, situar, informar o aluno. A *diagnóstica*, que ocorre antes da ação de formação e tem função orientadora. A *formativa*, que ocorre durante a ação de formação e tem como principal função regular o processo de ensino e aprendizagem, contribuindo para a formação (PEDROCHI JUNIOR, 2012, p.25).

Mesmo sabendo da existência e da importância da utilização de vários instrumentos de avaliação, a prova escrita tem sido o instrumento mais comumente utilizado na avaliação da aprendizagem de Matemática. Ao resolver questões discursivas de Matemática, os alunos deixam registros escritos que podem ser uma importante fonte de informação para o professor. Segundo Buriasco (2004), a produção escrita dos alunos é uma rica fonte para entender os processos de ensino e aprendizagem, bem como os procedimentos e as estratégias utilizadas por eles para resolver problemas.

Quando se faz uma análise da produção escrita dos alunos, essa ajuda o professor a refletir sobre o planejamento, o desenvolvimento e a avaliação de sua prática pedagógica. Assim, a avaliação da aprendizagem dos alunos pode ser considerada “como um questionar sobre o sentido do que é produzido na situação observada” (HADJI, 1994, p. 71).

Analisar a produção escrita dos alunos é importante, seja ela obtida por meio de trabalhos, provas ou quaisquer outros instrumentos que possibilitem o registro de ideias, pois o professor poderá, por meio dessa resolução (quer considerada totalmente correta, quer parcialmente correta ou incorreta), obter informações sobre o que pode ser melhorado nas aulas ou até mesmo no processo de ensino e aprendizagem. No tocante a isso, Santos (2008) procurou analisar a produção escrita de alunos em questões abertas não rotineiras, com o objetivo de analisar quais estratégias e procedimentos utilizaram, assim como obter informações sobre o que sabiam ao resolver questões discursivas (SANTOS, 2008, p. 105).

Partindo dessas ideias, o GEPEMA tem desenvolvido pesquisas desde 2005 sobre como a avaliação da aprendizagem pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem, utilizando como foco principal a análise da produção escrita dos alunos como instrumento de investigação.

Um dos primeiros trabalhos desenvolvidos nesse sentido foi a dissertação de Segura (2005), que analisa como professores lidam com questões discursivas, quais acertos e erros aparecem com mais frequência, qual é sua natureza, e como eles lidam com as informações presentes nos enunciados das questões. A autora constatou que os professores apresentam dificuldades de interpretação das informações fornecidas pelo problema. Segura (2005) deixa claro que o intuito do trabalho realizado não é emitir qualquer juízo de valor, mas mostrar como professores resolvem problemas. Isso porque eles aplicam problemas para seus alunos, mas também eles, professores, podem igualmente apresentar dificuldades. A autora sugere que o professor olhe para a produção escrita de seu aluno, a fim de identificar os caminhos percorridos por ele, podendo assim ajudar no processo de ensino e aprendizagem.

Seguindo a mesma linha de pesquisa, Perego (2005) analisou a produção escrita de alunos de Licenciatura em Matemática em uma prova que continha questões abertas de Matemática e concluiu que os alunos apresentavam dificuldade de interpretação dos enunciados. A autora afirma que a avaliação em sala de aula deve ser usada como uma constante prática de investigação para que o professor possa direcionar suas estratégias de sala de aula.

Nagy-Silva (2005) afirma em seu trabalho que, para que a avaliação possa colaborar no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, o professor, ao olhar a produção escrita de seu aluno, não deve olhar apenas para os erros cometidos, mas também para o que ele mostra saber. Então, a partir disso, pensar em diferentes direcionamentos ou modificá-los. Em outras palavras, partir do que o aluno já sabe.

A partir do ano de 2006, foram defendidas pelo GEPEMA cinco dissertações que tiveram como objeto de estudo a produção escrita de alunos da quarta e da oitava séries do Ensino Fundamental e do terceiro ano do Ensino Médio que tinham feito a Avaliação do Rendimento Escolar (AVA), realizada em todo o Estado do Paraná no ano de 2002. Perego (2006) investigou a produção escrita de alunos da oitava série do Ensino Fundamental. A autora, além de analisar erros e acertos, também investigou diferentes procedimentos de resolução adotados pelos alunos. Ela constatou que a dificuldade maior dos alunos parece estar na interpretação do enunciado para resolver a questão proposta. O resultado da pesquisa aponta que essa dificuldade pode estar na falta de costume de fazer questões que exigem mais do que um simples cálculo com a utilização de algum algoritmo durante as aulas de Matemática.

Negrão de Lima (2006) investigou a produção escrita de alunos da quarta série do Ensino Fundamental, para verificar como os alunos lidam com as informações existentes no enunciado e a utilização que fazem delas ao resolver as questões, além de inventariar os erros e os acertos mais frequentes e sua natureza. Também com sua pesquisa procurou “identificar as estratégias/procedimentos mais utilizados e identificar os possíveis fatores intervenientes” (NEGRÃO DE LIMA, 2006). Como resultado da investigação, a autora afirma que é possível utilizar a avaliação como prática de investigação, a fim de identificar e superar dificuldades tanto dos alunos como dos professores nos processos de ensino e aprendizagem que ocorrem no ambiente escolar.

E por fim, Alves (2006) investigou a produção escrita dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio. A autora buscou compreender como eles utilizaram as informações existentes no enunciado das questões, “identificando os acertos e os erros mais frequentes e sua natureza, as estratégias/procedimentos usados, o modo como essa produção escrita se configura, se esta apresenta marcas de conteúdo matemático compatível com o seu nível de escolaridade, assim como indícios da presença do pensamento algébrico" (ALVES, 2006). Como resultado da investigação, a autora afirma que uma grande dificuldade apresentada pelos alunos está relacionada à leitura e interpretação dos enunciados das questões. Mostra ainda que os alunos buscam estratégias e procedimentos próprios para resolver as questões; porém, poucos utilizam conteúdo matemático compatível com seu nível de escolaridade.

Dalto (2007) e Viola dos Santos (2007) defenderam suas dissertações na temática da análise da produção escrita de alunos dessa mesma amostra paranaense. Dalto (2007) analisou a produção de estudantes da oitava série do Ensino Fundamental e do terceiro ano do Ensino Médio em uma mesma questão aberta. Seu intuito era responder a algumas perguntas, como: "quais as estratégias/procedimentos utilizados pelos alunos dessas séries para resolver uma questão comum? Tais estratégias/procedimentos são os mesmos? Que tipos de erros são encontrados? Esses erros são os mesmos, independentemente da série? Existe compatibilidade de marcas de conteúdo matemático na produção escrita encontrada?" (DALTO, 2007). Dalto (2007) apresenta quatro principais resultados de sua pesquisa. O primeiro foi que o desempenho dos estudantes da terceira série do Ensino Médio é melhor que o desempenho dos estudantes da oitava série do Ensino Fundamental. O segundo, que na grande maioria das provas verifica-se a utilização de uma estratégia considerada em seu trabalho como aritmética (operações aritméticas sobre números, como adição, subtração, multiplicação e divisão), mesmo nas provas da 3ª série. No terceiro, analisando as produções escritas, constatou que a maior dificuldade enfrentada pelos estudantes foi compreender o enunciado da questão. E por fim, o quarto resultado foi que as maneiras pelas quais a questão foi resolvida não diferem muito de uma série para outra.

Viola dos Santos (2007), por sua vez, analisou a produção escrita de estudantes da quarta e da oitava séries do Ensino Fundamental e do terceiro ano do Ensino Médio em uma mesma questão aberta. Seu objetivo era investigar o modo como alunos lidam com a questão aberta, suas interpretações das informações contidas em cada frase do enunciado, as "estratégias elaboradas e os procedimentos utilizados, o pensamento e a linguagem algébrica, as características dos problemas que eles construíram a partir do enunciado da questão e os conteúdos escolares que eles mostraram saber por meio de sua produção” (VIOLA DOS SANTOS, 2007). Viola dos Santos (2007) obteve como resultado, com relação à interpretação do enunciado da questão por parte dos alunos, que com o aumento da escolaridade eles fazem mais e melhores relações entre as informações contidas nas frases. Quanto ao pensamento algébrico expresso em suas produções, grande parte dos alunos mostra utilizá-lo para resolver a questão. O autor afirma que os problemas construídos pelos alunos a partir do enunciado da questão se caracterizaram, parte por ter uma estrutura de resolução linear realizada por meio de interpretações passo-a-passo, e parte por uma estrutura de resolução não linear. O autor complementa que seu trabalho mostrou que alunos da Escola Básica mostram saber, por meio de sua produção escrita, vários procedimentos que geralmente são trabalhados na escola, assim como suas maneiras particulares de lidar com uma questão aberta de Matemática.

Em 2008, Celeste e Santos também utilizaram a análise da produção escrita em questões abertas com a intenção de investigar estratégias e procedimentos apresentados pelos alunos, a fim de subsidiar tanto a prática do professor como a aprendizagem do aluno. Celeste (2008) teve como objeto de seu trabalho a produção escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de Matemática do PISA[2]. A fim de chegar ao seu objetivo, a partir das resoluções apresentadas pelos alunos, Celeste (2008) formou grupos de resolução, por meio dos quais identificou “interpretações que fizeram dos enunciados das questões; algumas das estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções mesmo quando diferentes das consideradas corretas; que os alunos demonstram conhecer os algoritmos das operações básicas, uma vez que quase sempre se utilizam destes para resolverem as questões” (CELESTE, 2008).

Santos (2008) trabalhou com a análise das resoluções realizadas por estudantes do Ensino Médio em questões discursivas não rotineiras de Matemática do PISA, com o propósito de compreender como lidam com questões desse tipo apresentadas em situação de avaliação. Para isso, a autora considerou as

[2] Programa Internacional de Avaliação de Estudantes.

semelhanças existentes entre as resoluções dos estudantes nas questões, e construiu agrupamentos conforme as estratégias adotadas por eles. Como resultado da pesquisa, a autora afirma que “foi possível identificar a interpretação que os alunos fizeram dos enunciados das questões; que algumas das interpretações e resoluções eram diferentes das consideradas corretas, bem como, em alguns casos, as estratégias e procedimentos adotados para resolver cada uma” (SANTOS, 2008). Ela complementa que também identificou que alguns estudantes relacionaram o contexto em que a questão é apresentada com outros contextos ou com outras informações.

Ferreira e Almeida defenderam suas dissertações em 2009, mantendo o foco de analisar a produção escrita e, com ela, inventariar o que o aluno mostra saber, que estratégias utiliza e como interpreta o enunciado do problema. Ferreira (2009) teve como sujeitos de pesquisa professores que ensinam Matemática na Educação Básica, com suas produções escritas. A autora procurou “identificar, inventariar e analisar as estratégias e procedimentos utilizados nas resoluções; estabelecer relações entre as resoluções apresentadas e as informações do enunciado; inferir sobre as possíveis interpretações feitas dos enunciados das questões; apresentar breve discussão sobre aspectos dos contextos nas questões analisadas e sobre aspectos da matematização nas suas componentes vertical e horizontal” (FERREIRA, 2009). Como resultado de pesquisa, Ferreira (2009) relata que a maior parte dos professores apresenta estratégias e procedimentos baseados na Matemática escolar, a qual é comumente trabalhada na Educação Básica, além de mostrar domínio de procedimentos e conceitos úteis para a resolução das questões. Além disso, esses professores apresentam indícios de terem interpretado o problema proposto na questão.

Almeida (2009) analisou a produção escrita de alunos do Bacharelado e da Licenciatura em Matemática de uma universidade pública, em questões discursivas consideradas não rotineiras nas aulas de Matemática. Para chegar a seu objetivo, a autora considerou um processo de matematização envolvendo quatro fases: “compreensão, estratégia, procedimento e resolução da questão. Sua investigação aponta, como pontos relevantes, que: a maioria dos alunos utiliza-se de estratégias tipo escolares nas resoluções das questões; os alunos lidam bem com os algoritmos envolvidos nas estratégias escolhidas; tanto os alunos de Licenciatura quanto os de Bacharelado apresentam registros escritos que indicam um processo de matematização semelhante” (ALMEIDA, 2009).

O ano de 2010 foi quando o GEPEMA voltou seu olhar novamente para a prova do PISA. Os trabalhos de Bezerra (2010) e Lopez (2010) tiveram como foco de análise a produção escrita de alunos referente a questões da prova do PISA de 2006. Bezerra (2010) teve como objetivo analisar os registros escritos contidos nas provas de uma amostra de alunos paranaenses em seis questões discursivas de Matemática, consideradas não rotineiras, classificadas como as que envolvem aspectos da área de conteúdo Quantidade, a fim de compreender o modo como os alunos lidam com essas questões em situação de avaliação (BEZERRA, 2010). Diante das resoluções dos alunos, a autora buscou identificar indícios do pensamento aritmético e aspectos da matematização horizontal presentes nos seus registros escritos. Os resultados de sua pesquisa mostram que foi possível identificar que os alunos, exceto em alguns casos, embora tenham interpretado incorretamente o enunciado e elaborado uma “estratégia que não resolvia a questão, desenvolveram corretamente os procedimentos aritméticos necessários para resolvê-la, o que permitiu que a autora inferisse que os alunos mostram dominar as técnicas operatórias de cada operação” (BEZERRA, 2010).

Lopez (2010) teve como objetivo analisar a produção escrita de uma amostra de alunos paranaenses em sete questões de Matemática da aferição do PISA/2006, consideradas não rotineiras, relacionadas à ideia estruturadora de Mudança e Relações, a fim de compreender como lidam com essas questões em situação de avaliação. O estudo envolveu a identificação, o inventário e a análise de estratégias e procedimentos utilizados por esses alunos. A autora considerou as semelhanças existentes entre as resoluções dos estudantes nas questões; com isso, construiu agrupamentos conforme os procedimentos adotados por eles (LOPEZ, 2010). Como resultado de pesquisa, ela identificou que algumas das interpretações e resoluções eram diferentes das consideradas corretas. Além disso, os alunos apresentaram pouco envolvimento com as questões e, apesar do aparente domínio dos procedimentos necessários para solucionar as questões, tiveram dificuldade em resolvê-las.

Até aqui, foi possível perceber como a temática da análise da produção escrita foi analisada e explorada pelo GEPEMA. Entretanto, as contribuições dessas investigações para a prática docente em sala de aula aparecem, ainda, de forma indireta.

Em 2014, o trabalho de Santos (2014) apareceu no grupo como uma tentativa de sistematizar o que havia sido produzido pelo GEPEMA sobre o tema, de modo a investigar, por meio de um estudo teórico, se a análise da produção escrita em aulas de Matemática, sob a luz da reinvenção guiada, poderia ser considerada como uma estratégia de ensino, indo além da perspectiva de estratégia de avaliação já apresentada nos outros trabalhos do grupo.

No início do trabalho, Santos (2014) caracteriza a análise da produção escrita a partir dos trabalhos do GEPEMA, elaborando o quadro que apresento a seguir.

Quadro 1- Descrição da análise da produção escrita em Matemática no âmbito do GEPEMA

Autor/ Ano	Análise da produção escrita em Matemática	
	Descrição do que é	**Descrição do que possibilita**
NAGY-SILVA (2005)	Alternativa para a reorientação da avaliação escolar e uma forma de conhecer quais conhecimentos os alunos demonstram ter e quais ainda estão em construção.	Realizar intervenções de modo a contribuir para o desenvolvimento dos alunos.
PEREGO, S. (2005)	Ferramenta que pode ser utilizada para investigar as respostas dos alunos e descobrir o que sabem ou como lidam com aquilo que não dominam ou dominam parcialmente.	Obter informações de como agir e em que e como intervir durante o processo de aprendizagem de seus alunos.
SEGURA (2005)	Fonte de informações a respeito das compreensões dos diferentes conteúdos, estratégias e procedimentos presentes na produção escrita.	Identificar o caminho percorrido pelos alunos e escolher quais intervenções poderão favorecer a aprendizagem.
PEREGO, F. (2006)	Caminho que pode ser utilizado para investigar e auxiliar o processo de aprendizagem.	Conhecer como os alunos expressam aquilo que sabem.
NEGRÃO DE LIMA (2006)	Processo investigativo da produção escrita dos alunos.	Conhecer e compreender como os alunos utilizam seus conhecimentos matemáticos.
ALVES (2006)	Conversa com a escrita do aluno que fornece informações, pistas sobre o desenvolvimento do processo ensino/aprendizagem.	Ter uma visão geral da aprendizagem dos alunos.
DALTO (2007)[3]		Inferir algo acerca de seu conhecimento matemático e de como esse conhecimento matemático foi mobilizado para a resolução do problema.
VIOLA DOS SANTOS (2007)	Uma das formas de buscar conhecer as maneiras de alunos resolverem questões abertas de Matemática, de conhecer como se configuram seus processos de aprendizagem. A análise da produção escrita se apresenta como uma estratégia para a implementação da avaliação como prática de investigação.	Inferir a respeito dos modos como interpretam o enunciado de uma questão, das estratégias que elaboram, dos procedimentos que utilizam; ou seja, é possível compreender como lidam com questões abertas de Matemática.

[3] No caso do trabalho de Dalto (2007), foi possível identificar apenas informações que evidenciam o que a análise da produção escrita faz ou o que ela possibilita.

CELESTE (2008)	Um procedimento que pode ser utilizado para conhecer as estratégias de resolução dos alunos, as dificuldades apresentadas por eles e os erros cometidos.	(Re)orientação na prática pedagógica do professor.
SANTOS (2008)	Um dos caminhos que pode ser adotado em sala de aula pelo professor para implementar a avaliação como prática de investigação, para compreender os modos de pensar dos alunos e como lidam com problemas.	Contribuir para o professor planejar ações de modo que estas possam contribuir com a aprendizagem dos alunos.
ALMEIDA (2009)	Um dos caminhos que pode ser utilizado para que a avaliação como prática investigativa se constitua.	Inferir a respeito do que mostram saber e acerca dos caminhos que escolheram para resolver um problema.
FERREIRA (2009)	Ferramenta de investigação por meio da qual se pode obter informações a respeito dos processos de ensino e aprendizagem.	Conhecer de que forma os alunos lidam com questões de Matemática, sejam elas rotineiras ou não.
LOPEZ (2010)	Um meio de obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem de alunos.	Obter informações a respeito do modo como os alunos lidam com tarefas apresentadas em situação de avaliação.
BEZERRA (2010)	Fonte de comunicação entre professor e aluno.	Conhecer os modos de compreensão dos alunos, os caminhos percorridos por eles e acompanhar o desenvolvimento de sua aprendizagem.

Fonte: SANTOS, (2014, p. 20, 21 e 22).

A partir desse quadro, Santos (2014) afirma que a análise da produção escrita em Matemática pode ser considerada como uma estratégia de avaliação, pois possibilita alternativas para a (re)orientação da avaliação escolar e (re)orientação pedagógica.

Além disso, a autora levanta outros questionamentos acerca da análise da produção escrita:

> Que papel a análise da produção escrita pode assumir em aulas de Matemática na perspectiva da reinvenção guiada? A análise da produção escrita pode ser considerada um método de ensino, estratégia de ensino, procedimento de ensino? Nessa perspectiva de trabalho, qual é o papel do professor? Qual o papel do aluno? Qual a dinâmica da aula? (SANTOS, 2014, p.6).

Para responder a esses questionamentos, Santos (2014) fez uma análise dos trabalhos realizados por Ciani (2012) e Pires (2013), que tinham utilizado a análise da produção escrita na reinvenção guiada na perspectiva da Educação Matemática Realística.

Ciani (2012), cujo trabalho é intitulado *O Realístico em Questões Não Rotineiras de Matemática*, apresenta duas propostas de intervenção como subsídio operacional para a constituição de oportunidade de aprendizagem, utilizando a análise da produção escrita como prática de investigação. Segundo a autora, as propostas foram elaboradas a partir dos contextos indicados pelos trabalhos de Celeste (2008), Santos (2008) e Ferreira (2009), todas participantes do GEPEMA. Ciani (2012) afirma, em sua tese, que a construção das duas propostas de intervenção gerou indícios de que, por meio da análise da produção escrita sustentada teoricamente pela Educação Matemática Realística, pode-se praticar a avaliação da aprendizagem em sala de aula como oportunidade de aprendizagem.

Em sua tese, que tem como título *Oportunidade para Aprender: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases*, Pires (2013) faz a descrição e a análise da produção escrita em uma prova em fases, com nove professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública municipal do Paraná. Segundo a autora, a prova foi analisada como uma forma de realizar uma reinvenção guiada na perspectiva da Educação Matemática Realística. O instrumento utilizado por Pires (2013), a Prova em Fases, tomada também como avaliação formativa, possibilitou à pesquisadora fazer intervenções em diferentes momentos. Além disso, a reinvenção guiada conduzida nesse estudo como estratégia de formação continuada possibilitou que a pesquisadora servisse de guia, mediando o processo com perguntas e considerações a respeito da produção escrita das participantes. Pires (2013) afirma que, com isso, as professoras deixaram de ser meras receptoras de uma Matemática pronta e acabada, para desempenharem um papel de agentes do processo desenvolvido.

Santos (2014) fez um quadro, que apresento a seguir, com as considerações da dinâmica da aula, tendo em vista a perspectiva de trabalho adotada por Ciani (2012) e Pires (2013). Neste quadro, a autora responde a três das perguntas iniciais postas por ela: “Nessa perspectiva de trabalho, que papel a análise da produção escrita pode assumir em aulas de Matemática na perspectiva da reinvenção guiada? Qual é o papel do professor? Qual o papel do aluno?” (SANTOS, 2014, p.6).

Quadro 02 – Considerações a respeito da dinâmica da aula tendo em vista a perspectiva de trabalho adotada por Ciani (2012) e Pires (2013).

Autor / Elementos	Ciani (2012)	Pires (2013)
Utilização da análise da produção escrita	Possibilitar a obtenção de informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática que auxiliam o professor a planejar e executar intervenções. Desse modo, a análise da produção escrita serve como base para a elaboração de intervenções, na forma de trajetória de ensino e aprendizagem, que poderão auxiliar o professor a orientar os alunos no processo de matematização.	Possibilitar a obtenção de informações que auxiliem o professor a investigar os processos de aprendizagem dos alunos e de servir como fonte para o processo de elaboração dos comentários e/ou questionamentos que o professor pode fazer em cada resolução do aluno. Nesse caso, a análise da produção escrita em Matemática é realizada continuamente em toda a ação de intervenção.
Papel do professor	Recolher as produções dos alunos quando da resolução de uma tarefa, analisá-las, sistematizá-las de modo a perceber particularidades ou semelhanças que o auxiliem na elaboração de intervenções que nortearão o prosseguimento do trabalho em sala de aula.	Recolher as produções dos alunos quando da resolução de uma tarefa, analisá-las de modo que possa obter informações que o auxiliem a elaborar comentários ou questionamentos que auxiliem os alunos a reconstituir, explicar, criticar a sua própria resolução. Após o aluno devolver sua resolução ao professor, esse faz outra análise para que possa elaborar outros questionamentos ou comentários e dar continuidade ao trabalho em sala de aula.
Papel do aluno	Reside em, inicialmente, resolver uma tarefa apresentando sua produção escrita, para que o professor possa analisá-la, e, depois, discutir com os colegas as informações oriundas dessa análise pelo professor, de modo a poder matematizar.	Reside em, inicialmente, resolver uma tarefa sem nenhuma indicação do professor e, em seguida, com os comentários feitos por ele, refletir sobre suas respostas e tentar explicar o que fez, buscando desenvolver suas resoluções iniciais, de modo a continuar matematizando.

Fonte: Santos (2014, p. 62 e 63).

Santos (2014), baseada nos trabalhos de Ciani (2012) e de Pires (2013), fez outro quadro para responder à seguinte pergunta: “Qual a dinâmica da aula?”.

Quadro 3 – Dinâmica da aula de Matemática tendo em vista a utilização da análise da produção escrita como estratégia de ensino.

Dinâmica da aula de Matemática quando...	
... a análise da produção escrita é utilizada tendo em vista a perspectiva de trabalho de Ciani (2012)	... a análise da produção escrita é utilizada tendo em vista a perspectiva de trabalho de Pires (2013)
✓ O aluno resolve uma tarefa apresentando sua produção escrita. ✓ O professor recolhe a resolução do aluno e realiza uma análise da produção presente nessa resolução. ✓ Com base nas informações obtidas na análise realizada, o professor elabora intervenções, sob a forma de uma trajetória de ensino e aprendizagem, de modo que essas possam auxiliá-lo a guiar o aluno na reinvenção. ✓ O professor traz para sala de aula informações acerca da produção do aluno para que esse possa analisá-las e discuti-las com os colegas. ✓ Tendo em vista as informações do professor, o aluno segue em seu processo de matematização, buscando desenvolver suas ferramentas matemáticas. ✓ O professor guia o aluno, tendo como referência a trajetória de ensino e aprendizagem elaborada, até entender que o aluno conseguiu desenvolver suas ferramentas matemáticas ou que conseguiu discutir aspectos matemáticos subjacentes à resolução apresentada.	✓ O aluno resolve uma tarefa apresentando sua produção escrita. ✓ O professor recolhe a resolução do aluno e realiza uma análise da produção presente nessa resolução. ✓ Com base nas informações obtidas na análise realizada, o professor intervém no trabalho do aluno por meio de comentários registrados na resolução desse, pedindo justificativas e/ou esclarecimentos. Inicia-se um processo de comunicação por escrito com o aluno. ✓ O aluno recebe sua resolução, agora com os comentários do professor, busca refletir sobre sua resolução e tenta explicar, por meio de sua produção escrita, o que fez para dar continuidade a seu trabalho. ✓ O professor recolhe novamente a produção do aluno e realiza outra análise. ✓ Caso o aluno já tenha desenvolvido ferramentas matemáticas ou discutido aspectos matemáticos subjacentes à resolução apresentada, a reinvenção guiada é finalizada. Caso contrário, o professor novamente intervém no trabalho do aluno por meio de comentários registrados na resolução, pedindo justificativas e/ou esclarecimentos. ✓ Novamente de posse de sua resolução e de outros comentários e/ou questionamentos do professor, o aluno retoma sua atividade. ✓ Esse processo repete-se até o professor entender que o aluno conseguiu desenvolver suas ferramentas matemáticas ou que conseguiu discutir aspectos matemáticos subjacentes à resolução apresentada.

Fonte: Santos (2014, p. 66 e 67).

A partir das considerações apresentadas por Santos (2014) e do estudo teórico elaborado por ela sobre elementos do campo da prática docente, a autora considera que:

> (...) a análise da produção escrita como uma estratégia de ensino – centrada no meio, ou seja, na produção escrita – que pode ser utilizada pelo professor para obter informações a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática de modo que elas possam subsidiar o processo de elaboração de intervenções, comentários e/ou questionamentos na produção do aluno para que ele possa ser autor do seu próprio conhecimento. Assim, a tese aqui defendida é a de que, em aulas de Matemática sob a luz

> da reinvenção guiada, a análise da produção escrita pode ser utilizada como uma estratégia de ensino (SANTOS, 2014, p.69 e 70).

Com base nos trabalhos do GEPEMA e na tese de Santos (2014) apresentados até aqui é que dou continuidade na próxima história.

2 SEGUNDA HISTÓRIA: PRÁTICAS INICIAIS COM ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA EM MATEMÁTICA

Neste capítulo, serão apresentadas três práticas[4] iniciais com análise da produção escrita em Matemática, pautadas em orientações acerca da análise da produção escrita na perspectiva dos trabalhos do GEPEMA.

2.1 PRIMEIRA PRÁTICA

Após muito pensar sobre as questões apresentadas anteriormente, ocorreu-me a ideia de dar aos meus alunos uma tarefa que pudessem corrigir[5]. Para executar essa ideia, no ano de 2016, tinha que escolher a turma que faria essa primeira prática. Escolhi minha turma de sexto ano do Ensino Fundamental, com quinze alunos, pois naquele momento era a turma com a qual o conteúdo estava em dia, ou seja, sem atraso. Para isso, escolhi uma tarefa que não exigisse apenas um tipo de resolução. Tal tarefa é demonstrada na Figura 01[6], e pode ser encontrada no trabalho de Pires (2013).

---

[4] As três práticas apresentadas neste capítulo foram publicadas em diferentes momentos. Diante disso, decidi manter como na publicação a numeração das figuras e a forma como nomear os alunos. Assim, aparecerão diferentes nomenclaturas para os alunos e alguns números de figuras repetidos.

[5] Esse relato de experiência nos gerou como fruto o artigo cujo título é *O que os alunos podem aprender ao corrigirem provas de Matemática?,* que apresentamos (Cardoso e Dalto) no VII Congresso Ibero–Americano de Educação Matemática (VII CIBEM), que aconteceu entre os dias 10 e 14 de julho de 2017, em Madri, na Espanha. (CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **O que os alunos podem aprender ao corrigirem provas de Matemática?** In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2017, Madrid. Anais: Madrid: Universidade Complutense de Madrid, 2017.

[6] Nas figuras ao longo do trabalho é mantida a numeração inicial em cada uma das propostas iniciais e na aplicação da proposta de ensino. Por este motivo, aparecem figuras com a mesma numeração.

Figura 01

Observe as informações:

a) Quanto custa a camiseta? Justifique sua resposta.

b) Quanto custa o copo de suco? Justifique sua resposta.

Fonte: Pires (2013)

Para obter produções escritas da tarefa relacionada, levei-a para uma das minhas turmas do sétimo[7] ano do Ensino Fundamental e pedi aos alunos que a resolvessem sem minha interferência. Depois disso, escolhi, dentre as resoluções, aquelas que julguei mais interessantes para que os alunos do sexto ano fizessem a correção.

No dia seguinte, os alunos da turma de sexto ano foram informados que seriam, na próxima aula, professores por um dia, uma vez que corrigiriam uma tarefa de alunos de outra escola. Eles ficaram muito empolgados, pois adoraram a ideia de serem professores por um dia. Na aula seguinte, antes de entregar a tarefa para cada um deles, informei-os sobre o que fariam e como seria feita a correção; disse a eles que teriam que responder a algumas perguntas depois da correção, ou durante esta. As perguntas que deveriam ser respondidas eram:

1. O que devemos saber ou fazer para começar a correção de uma tarefa?
2. Quais critérios você utilizou para dar a nota?
3. Quais foram as dificuldades encontradas?

Ao colocar as perguntas no quadro, verifiquei se as haviam compreendido. Naquele momento, surgiu um fato interessante: eles não haviam ainda se

[7] Como tinha apenas uma turma de sexto ano, sendo minhas outras oito de sétimo ano, precisei pedir para que uma destas resolvesse a tarefa, pois a ideia era aplicar no sexto ano.

conscientizado de que, para corrigir uma tarefa, precisariam saber resolvê-la, já que as respostas e as resoluções da tarefa não tinham sido fornecidas. Quanto aos critérios, dei um exemplo a partir de um material escolar: uma borracha. Os alunos foram solicitados a observar o que poderia ser avaliado naquela borracha. Foi proposta a seguinte situação: “Partindo de 10 pontos, se a borracha apagar bem terá 3 pontos, se ela for macia terá 2 pontos, se for colorida terá 1 ponto, e assim por diante, até obter a soma de 10 pontos”. A intenção foi mostrar o que significavam os critérios, mas sem interferir na definição dos critérios que eles próprios deveriam estabelecer para corrigirem a tarefa.

Depois dessa conversa, entreguei a cada um deles uma tarefa com uma resolução para que fizessem a correção. Apresento, a seguir, alguns questionamentos e a respectiva intervenção da professora[8].

(1) A1: Professora, posso usar caneta? De que cor?

(2) P: Vocês é que devem escolher.

(3) A2: Não estou conseguindo entender a letra do aluno.

(4) A1, A3, A4, A5: Nem eu.

(5) P: Meninas, quando somos professores, temos que tentar tirar o melhor do que o aluno fez. Então, tentem entender o que eles quiseram escrever na tarefa.

(6) A2: Professora, a senhora leva nossas tarefas para outros alunos corrigirem?

(7) P: Não. Esta é a primeira vez que peço para meus alunos corrigirem algo feito por outros.

(8) A3: Estou com medo de corrigir errado. E se eu corrigir errado?

(9) P: Fiquem tranquilas, isso não vai interferir na nota deles. Essas aí são apenas cópias; os originais sou eu quem vai corrigir.

(10) A5: Professora, posso descontar nota por erro de português?

(11) P: Hoje, você é a professora. Você é quem deve decidir.

(12) A5: Posso escrever aqui na tarefa a nota?

---

[8] No diálogo, a sigla “P” refere-se à professora, e as siglas “A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12 e A13”, aos alunos. Esse diálogo é transcrição de áudio.

O que mais me chamou a atenção foi a dificuldade que os alunos tiveram em tomar decisões, como pode ser evidenciado nas falas (1), (8), (11) e (12). Isso mostra que os alunos estavam inseguros, talvez por ser a primeira vez que estavam fazendo esse tipo de atividade.

Depois da aplicação, fiz a análise das respostas dadas pelos alunos durante a correção da tarefa. Algumas das respostas ficaram bem parecidas e, por isso, serão apresentadas apenas algumas delas. No tocante à pergunta: “O que devemos saber ou fazer para começar a correção de uma tarefa?”, algumas das respostas dadas pelos alunos foram:

(1) A1, A2, A3, A4, A5: Resolver o problema corretamente.

(2) A5, A6, A7, A8: Entender o que o aluno fez.

(3) A8, A10: Eu observei como que o aluno tinha feito e verifiquei se respondia ou não ao problema; depois eu resolvi, para saber se estava certo ou errado o que ele tinha feito.

(4) A9: Temos que saber como o aluno pensou, se ele pegou as informações certas do problema e se a resposta ficou de acordo com a pergunta. E depois temos que fazer os cálculos para ver se o nosso resultado ficou igual ao do aluno.

Na fala (1), percebo que parte dos alunos resolveu a questão antes de efetuar a correção. Porém, pela fala (3), posso perceber que outros alunos primeiramente analisaram a produção escrita presente na tarefa para então fazer sua resolução e verificar se a produção estava ou não correta.

Com relação à segunda pergunta: “Quais critérios você utilizou para dar a nota?”, foram obtidas as seguintes respostas:

(1) A1: Eu fiz a minha conta, mas não entendi nada do que meu aluno fez.

(2) A2, A3, A5, A8, A9, A10: Verifiquei o que o aluno interpretou do problema, as contas que o aluno fez e se a resposta respondia ao problema.

O aluno A1 apresentou dificuldade em entender o que o aluno tinha feito, pois, na tarefa que lhe coube para fazer a correção, o aluno apenas escreveu o que havia pensado; não fez cálculo algum, nem explicou como havia pensado. Os registros feitos pelo aluno A1 para resolver a tarefa estavam corretos. Entretanto, a produção que deveria corrigir estava diferente e, por esse motivo, o aluno A1 atribuiu nota zero. O aluno A1 mostrava-se, a todo o momento, preocupado. Afirmava que não estava entendendo o que o aluno havia respondido, o que pode ser evidenciado na fala (1). A Figura 2 mostra a resolução que deveria ser corrigida por A1, e a Figura 3 mostra a sua resolução.

Figura 02 - Correção feita pela aluna A1. Figura 03 - Resolução do aluno A1.

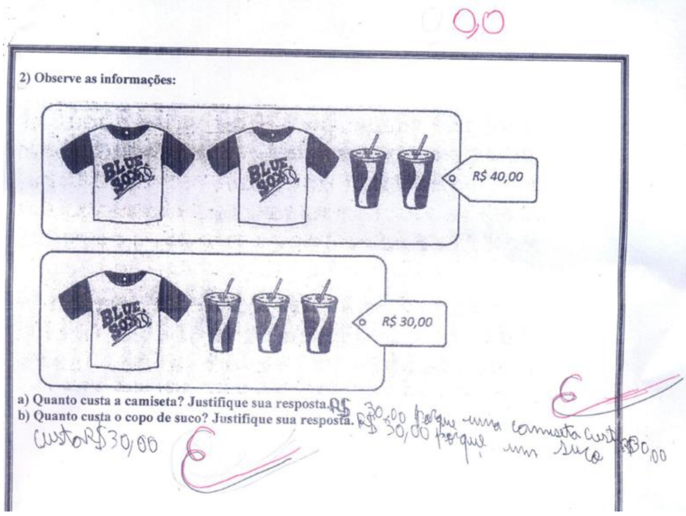


Figura 02

Figura 03

Fonte: Autores.

Quanto à terceira pergunta: "Quais são as dificuldades encontradas?", as respostas dadas pelos alunos foram parecidas e agrupadas na fala seguinte:

(1) A2, A3, A5, A7, A8, A9, A10: A organização das contas e a letra do aluno.

A dificuldade apresentada pela maioria dos alunos foi referente à organização das contas e ao entendimento da letra dos alunos, como é evidenciado na fala (1).

Na aula seguinte à da realização da correção, os alunos foram questionados sobre o que haviam aprendido ao realizarem a atividade de corrigir uma tarefa de outro aluno. As respostas dadas pelos alunos foram:

(1) A1, A2: Que cada pessoa tem um jeito diferente de pensar e também que ser professor é muito difícil, pois tem que resolver a tarefa, entender o que o aluno fez, entender a letra.

(2) A5: Ser professor é muito difícil. Eu também pensava que a professora já tinha a tarefa prontinha lá com todas as respostas, que ela só pegava a tarefa do aluno e via se estava certo ou errado. Mas não, a professora tem que pensar que, quando

ela coloca uma tarefa para o aluno, ela tem que saber fazer, pra saber se a do aluno vai estar certa.

(3) A8: Que, pra ser professor, tem que ter bastante atenção; você tem que entender o que o aluno fez e você tem que saber fazer a tarefa. E, pra ser aluno, tem que ter muita atenção, e na hora de fazer a tarefa não pode ter nervosismo, pois como algumas das meninas disseram que os alunos repetiram letras, eu acho que foi por causa do nervosismo.

É evidente na fala (1) que os alunos aprenderam que não há apenas uma maneira de resolver uma tarefa de Matemática e que cada pessoa pode pensar de maneira diferente da que estamos habituados. A fala (2) deixa claro o quanto alguns alunos pensam que o professor apenas coloca certo e errado, sem observar a resolução apresentada pelos alunos. Fica evidente aqui que os alunos podem estar acostumados a esse tipo de correção por parte de alguns professores.

Outro fato que pode ser verificado é a importância de realizar uma tarefa com uma letra legível, em que os cálculos estejam organizados e deixados na folha de resposta. A importância de fazer uma tarefa com calma e não deixar o nervosismo atrapalhar é evidenciada na fala (3).

Além de demonstrarem uma preocupação quanto à organização e a letra, foi evidenciado que os alunos puderam retomar alguns conteúdos de adição, subtração, multiplicação, divisão e interpretação do problema de Matemática, sem que eu precisasse relembrá-los.

Ao corrigirem a tarefa, os alunos também expuseram suas dificuldades quanto a sentirem medo de julgar errado aquilo que estava exposto, em emitir um valor no que outro aluno tinha feito, na dificuldade de ser professor, de ter que entender a letra do aluno e conseguir extrair o que de melhor o aluno havia feito. Evidenciou-se, assim, uma preocupação em valorizar a produção escrita dos alunos, ao invés de considerar apenas a resposta, prática que pode ser considerada comum no contexto escolar. Por meio dessa experiência, pude perceber que a análise da produção escrita pode contribuir para problematizar o ensino e a aprendizagem de Matemática na sala de aula, uma vez que as produções escritas dos alunos oferecem uma oportunidade para se conversar sobre Matemática na sala de aula.

A próxima história descreve os novos passos que demos a partir desse ponto.

2.2 SEGUNDA PRÁTICA

Em um colégio particular de Apucarana, no Paraná, onde lecionei para turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental com um material apostilado, um dos conteúdos abordados no segundo bimestre do ano letivo de 2016 foi expressões com frações. Por ser um conteúdo difícil na visão dos alunos, e por me deparar com vários erros apontados na prova escrita do final do bimestre, pensei em fazer uma intervenção com as cinco turmas existentes na escola sobre a aprendizagem das expressões com frações. Essa intervenção foi realizada em uma aula de 50 minutos com cada turma[9].

Pensando na dificuldade dos alunos, tentei propor uma estratégia diferente das trabalhadas nas aulas anteriores. Com a prova bimestral dos alunos em mãos, escolhi quatro resoluções dessas turmas, selecionando as que julgava estarem mais detalhadas, ou seja, que apresentavam todos os procedimentos de resolução. Esta escolha foi feita para que os alunos tivessem mais dados para serem analisados. Depois de escolhidas as resoluções, elaborei uma tarefa para os alunos, como é apresentada na Figura 1, contendo as quatro resoluções e as quatro perguntas.

Entreguei, então, uma folha para cada aluno e pedi para que eles corrigissem as resoluções e dessem uma nota de 0 a 10 pontos. Os alunos, primeiramente, deveriam resolver a tarefa para depois fazer a correção. Desde o início, solicitei que deixassem registrado seu raciocínio como forma de apresentarem seus resultados.

Utilizei como fonte de informação os registros escritos pelos alunos, bem como as anotações e o áudio.

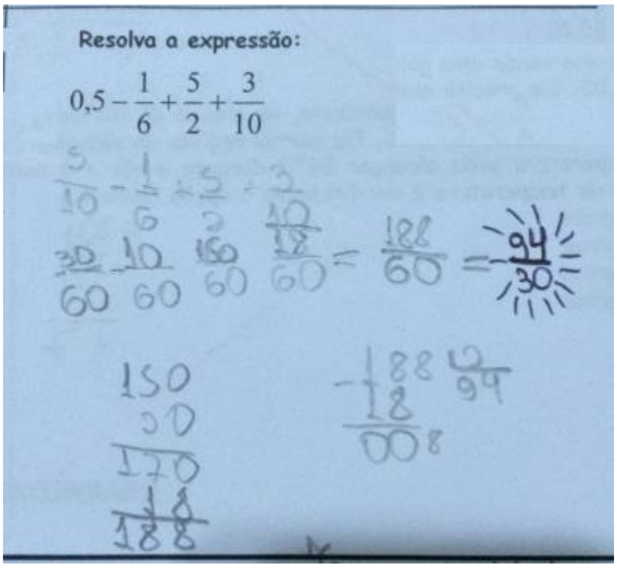
---

[9] Esse relato de experiência nos gerou como fruto o artigo que tem como título *O ensino de expressões com frações por meio da análise da produção escrita,* que apresentamos no III Simpósio Nacional de Ensino e Aprendizagem (III SEA), que aconteceu entre os dias 11 e 12 de novembro de 2016, em Londrina, na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR. (CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **O Ensino de Expressões com Frações por meio da Análise Da Produção Escrita** In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM, 3, 2016, Londrina. Anais: Londrina: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016).

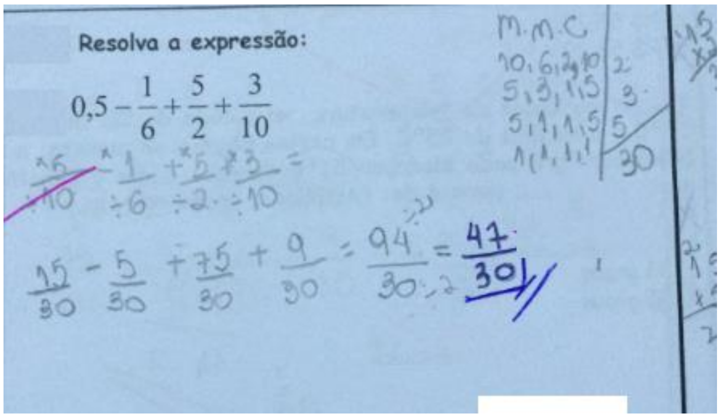
Figura 1 – Tarefa para os alunos

Você deve corrigir cada uma das tarefas abaixo e dar uma nota de 0 a 10 para cada um dos alunos. E depois responder às perguntas.

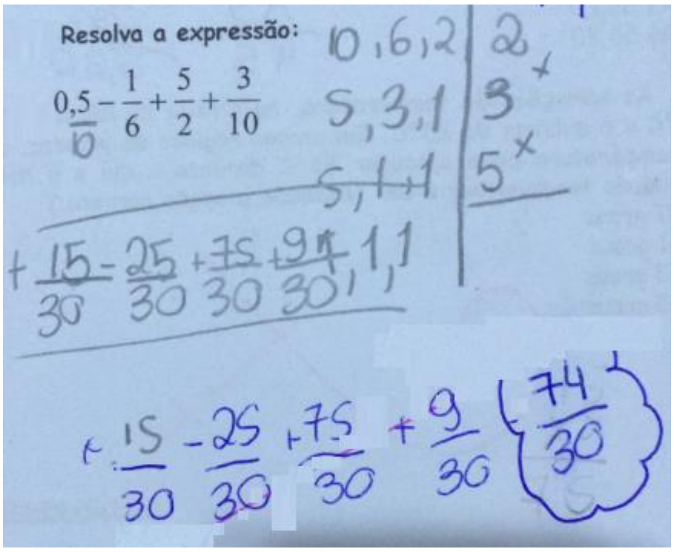
Aluno 01



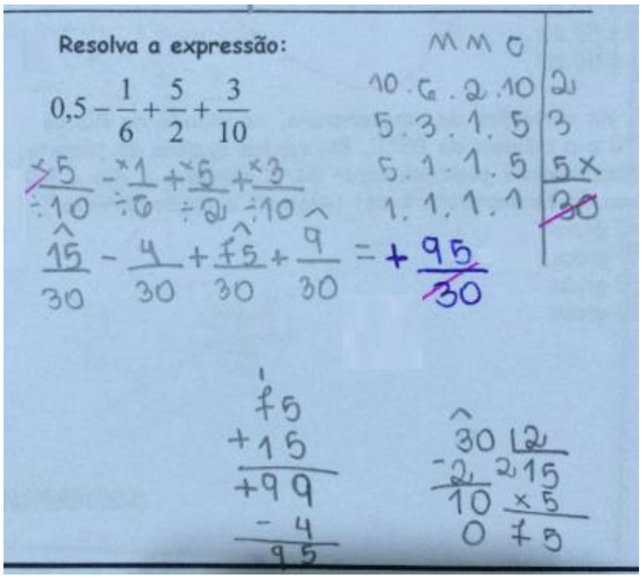
Aluno 02



Aluno 03



Aluno 04



Perguntas

1-Qual foi o primeiro procedimento que você fez ao ler o que deveria fazer?

2-O que devemos saber ou fazer para começar a correção de uma tarefa?

2-Quais critérios você utilizou para dar a nota? Por que escolheu esses critérios?

3-Quais foram as dificuldades encontradas no momento da correção?

Fonte: Autores.

Depois de entregue a tarefa e explicado o que os alunos deveriam fazer, senti que eles ficaram perdidos, sem saber o que deveriam fazer primeiro. Por isso, questionei-os sobre o que precisavam fazer para corrigir a tarefa do colega. Um aluno disse: “Precisamos ter a resposta”. Então, diante disso, fiz outra pergunta: “Como podemos ter a resposta?”. Outro aluno respondeu: “Resolvendo a questão”. Então, expliquei que, primeiramente, resolveriam a questão, para em seguida saber se a resposta do colega estava certa ou não.

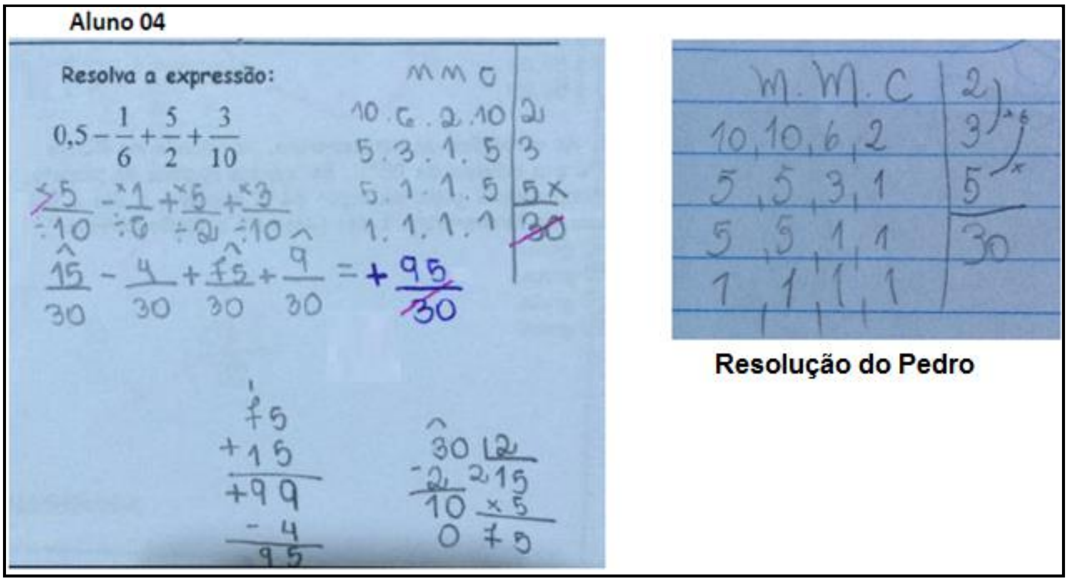
Um dos alunos questionou a utilização do caderno. Expliquei que gostaria que eles utilizassem apenas as resoluções dos colegas para tentar resolver.

O aluno Bruno[10] ficou muito irritado, dizendo: “Você deveria ter nos avisado, para que pudéssemos ter estudado antes. Como vou corrigir algo que não sei nem fazer?”. Expliquei que aquele conteúdo era o que havíamos estudado todo o segundo bimestre e que aquela tarefa tinha na prova escrita que eles tinham resolvido no final do segundo bimestre. Ele disse: “Eu não lembro mais como se faz isso”, e a maioria dos alunos concordou com ele, dizendo que não lembrava mais os procedimentos para resolver a expressão.

Sugeri, então, que eles analisassem as resoluções e tentassem lembrar cada procedimento para resolver a expressão. Caminhando pela sala, fui perguntando aos alunos como eles estavam fazendo. O aluno Pedro disse: “Estou tentando fazer seguindo os passos que este fez, para tentar chegar ao final”, e me mostrou a resolução do aluno 04. Explicou-me que tinha começado pelo m.m.c. (mínimo múltiplo comum), como pode ser observado na Figura 2.

[10] Os nomes utilizados no texto são fictícios.

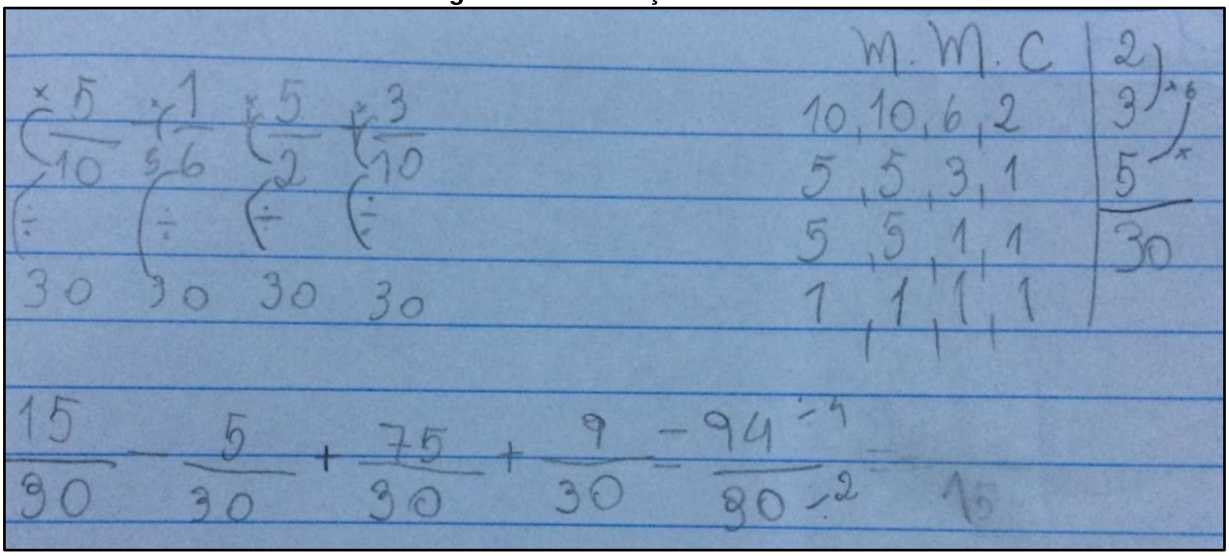
Figura 2 - Resolução dos alunos.



Fonte: Autores

Questionei por que ele não tinha escrito na ordem do aluno 04, e ele me afirmou que assim daria o mesmo valor. Percebi que os alunos, ao analisarem a escrita do outro, conseguiam fazer o exercício de forma diferenciada para chegar ao mesmo objetivo, não precisando fazer apenas cópia do outro. Na Figura 3, apresenta-se a resolução do aluno Pedro, depois dele finalizá-la.

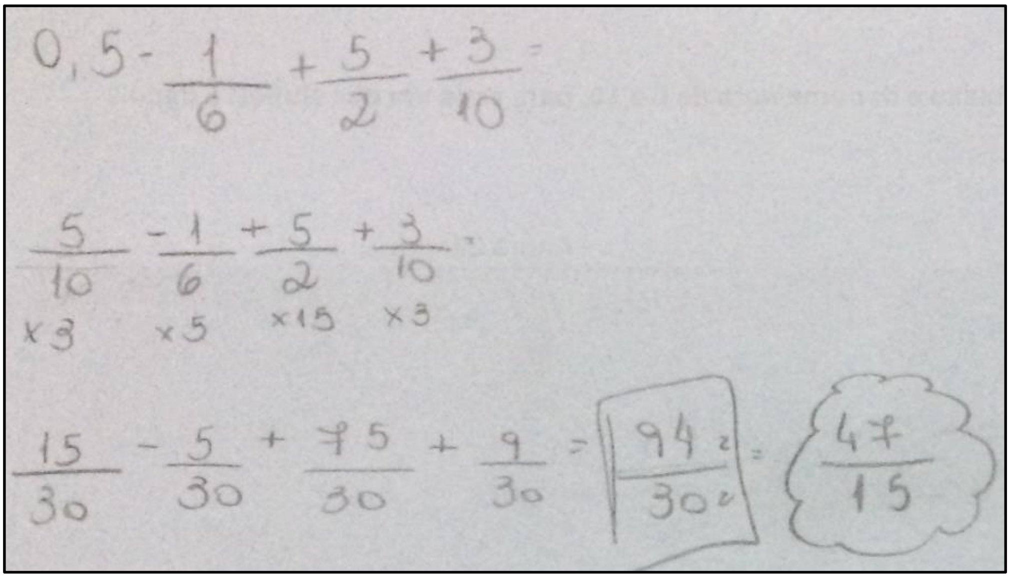
Figura 3 – Resolução do aluno Pedro.



Fonte: Autores

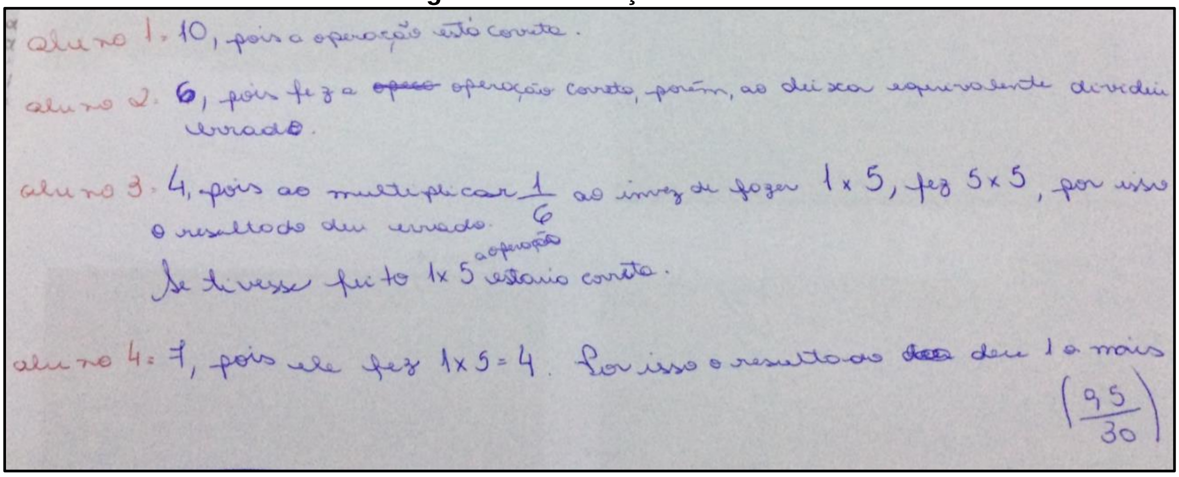
A aluna Paula confirmou que não se lembrava dos procedimentos, porém ao observar as resoluções dos colegas conseguiu resolver e dar as notas para cada uma das resoluções apresentadas. Pelos registros da aluna, podemos observar, na Figura 4 e na Figura 5, quais foram os critérios utilizados por ela. Questionei-a em qual das resoluções tinha se baseado para sua resolução; ela respondeu: “Como não sabia qual estava certa, fui olhando um pouco cada uma e tentando relembrar de como fazer”.

Figura 4 – Resolução da aluna Paula.



Fonte: Autores

Figura 5 – Resolução da aluna Paula[11].



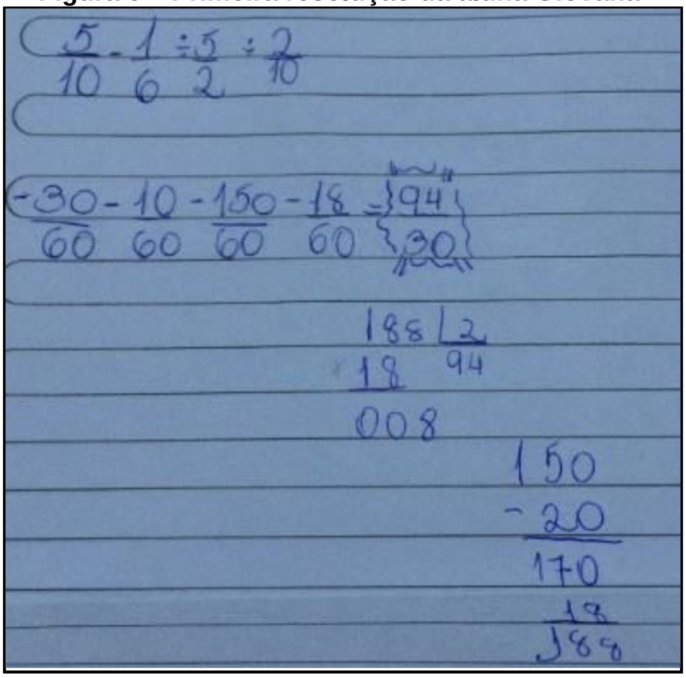
Fonte: Autores

[11] Apresento aqui a transcrição da resolução, uma vez que a leitura na imagem é difícil:
Aluno 1: 10, pois a operação está correta.
Aluno 2: 6, pois fez a operação correta, porém ao deixar equivalente dividiu errado.
Aluno 3: 4, pois ao multiplicar 1/6 ao invés de fazer 1 x 5, fez 5 x 5, por isso o resultado deu errado. Se tivesse feito 1x 5 (a operação) estaria correta.
Aluno 4: 7, pois ele fez 1 x 5 = 4. Por isso o resultado deu 1 a mais (95/30).

Paula, além de conseguir resolver a questão, conseguiu atribuir uma nota e analisar cada erro que os colegas haviam cometido. Muitas vezes acreditamos que, ao falar termos matemáticos, nossos alunos não os utilizam. Entretanto, percebi na escrita da aluna Paula que eles utilizam e muitas vezes reproduzem o que o professor faz.

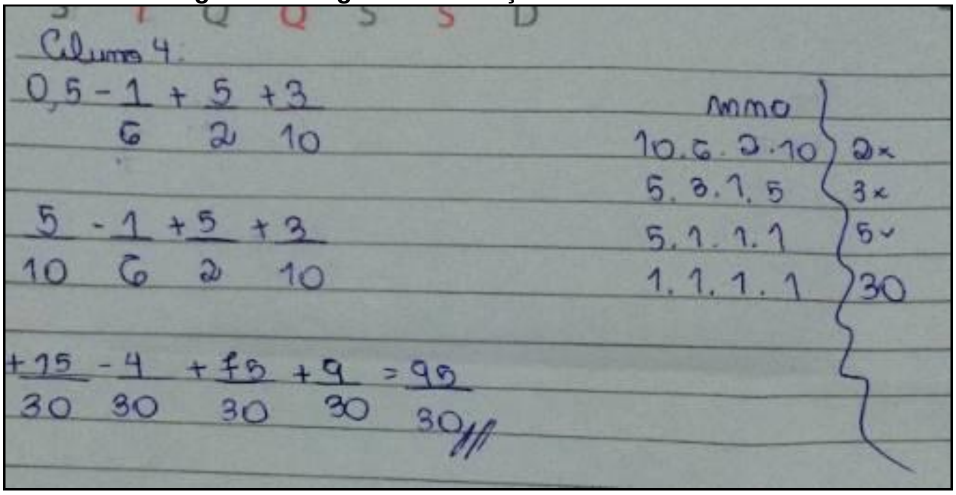
A aluna Giovana estava preocupada com o tempo. Quando perguntei por que, ela disse que teria que resolver a expressão quatro vezes. Questionei o motivo, e ela respondeu: “Porque preciso resolver como cada aluno fez, para eu saber se está certo ou não”. A aluna decidiu não resolver da maneira em que ela pensava, a partir das resoluções dos colegas; ela resolveu as expressões como eles apresentavam para então poder dar sua nota. Podemos observar suas resoluções apresentadas na Figura 6, na Figura 7 e na Figura 8.

Figura 6 – Primeira resolução da aluna Giovana.



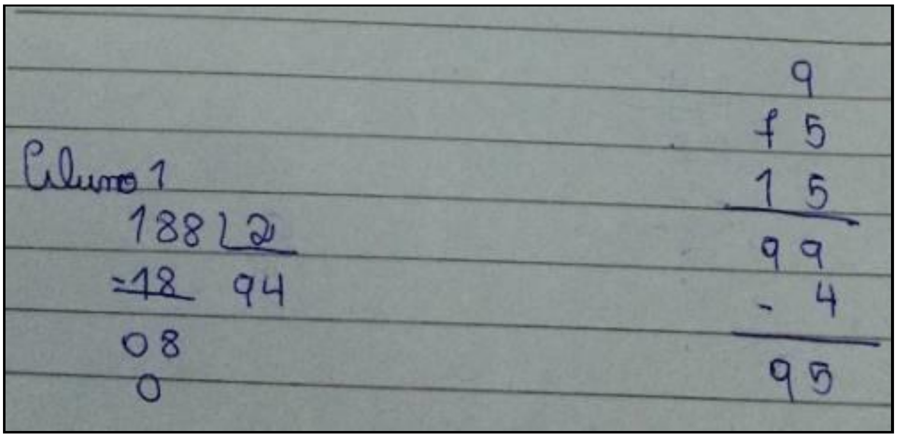
Fonte: Autores

Figura 7 – Segunda resolução da aluna Giovana.



Fonte: Autores

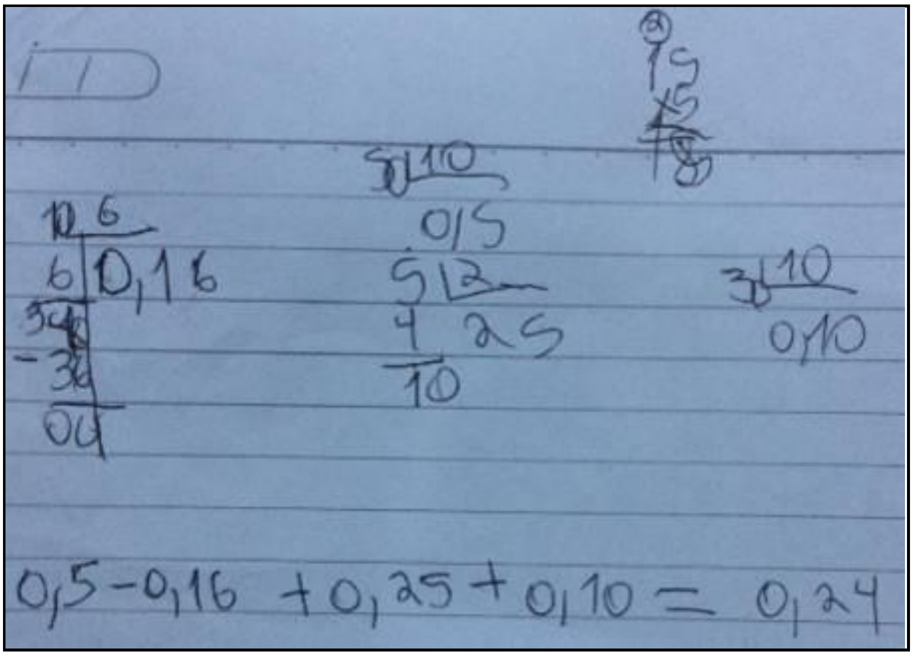
Figura 8 – Terceira resolução da aluna Giovana.



Fonte: Autores

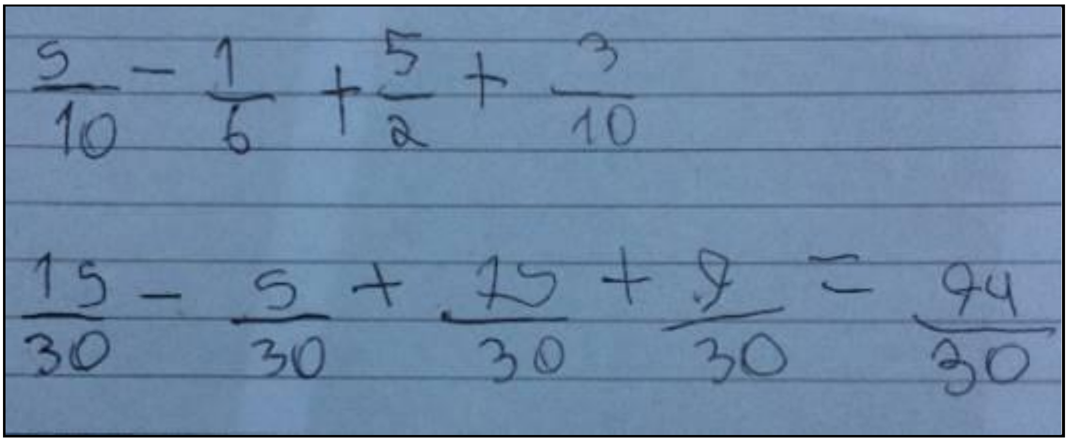
Ao observar a produção da aluna Giovana, percebi que ela apenas tentou reproduzir o que os alunos tinham feito; porém, não conseguiu finalizar a atividade explicando qual dos alunos tinha acertado. A tarefa de dar nota ou corrigir as resoluções foi um meio de fazer com que os alunos utilizassem a resposta do outro para tentar resolver a sua. O objetivo era saber se eles conseguiriam resolver a expressão observando a do outro. O aluno Bruno, que no início da tarefa tinha ficado irritado, confessou que foi mais fácil resolver observando a resolução do colega. A resolução do Bruno é apresentada na Figura 9 e na Figura 10.

Figura 9 – Resolução do aluno Bruno.



Fonte: Autores

Figura 10 – Resolução do aluno Bruno.



Fonte: Autores

Bruno tentou fazer a resolução de duas maneiras, sendo que na primeira tentativa fez com números decimais. Naquele momento, ao iniciar daquela maneira, questionou-me como deixar os números na forma decimal. Pedi para que ele observasse se alguma das resoluções apresentava isso. Ele disse que não; então, questionei-o se o contrário não acontecia. Ele me respondeu: “O 0,5 eles escreveram na forma fracionária 5/10”; naquele momento, então, disse a ele para pensar qual procedimento é preciso fazer para o 5/10 resultar em 0,5. Ele respondeu: “Divisão”. “Isso mesmo”, disse a ele. Então ele começou a fazer os cálculos, como mostra a Figura 9. Percebi que Bruno, ao tentar resolver na forma decimal, tentou fazer de forma diferente da que tinha sido proposta. Porém, não satisfeito, fez de forma fracionária, observando as resoluções dos colegas. Além de resolver a tarefa, Bruno atribuiu nota 5 para o aluno 01, 10 para o aluno 02, 0 para o aluno 03 e 0 para o aluno 04. Para isso, o único critério que utilizou, segundo ele, foi a resposta estar certa ou não.

Quando ele atribuiu a nota para o aluno 01, ele havia dado 10, mas depois riscou e colocou 5. Questionei o porquê e ele disse: "Ele não simplificou a fração, e o aluno 02, sim". Ele não percebeu que havia um erro na simplificação. Naquele momento, percebi o quanto os alunos levam em consideração o que o professor diz em sala. Eu os cobrava na hora de simplificar, então parte deles descontou nota apenas pelo fato de não estar efetuada a simplificação.

Nesse trabalho, tive a intenção de fazer com que os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental resolvessem uma expressão com fração, corrigindo a resolução do colega e atribuindo-lhe nota, utilizando a análise da produção escrita como fio condutor do trabalho.

Quanto à participação dos alunos, no início ficaram um pouco perdidos, sem saber o que fazer. Após a explicação e a sugestão de que eles observassem como os colegas haviam feito, os alunos foram tentando pensar como tinham chegado ao que estava escrito, partindo para a resolução. A fala do professor para conduzir a tarefa é de extrema importância, pois pode levar o aluno a refletir e chegar ao objetivo desejado.

Pelos resultados obtidos, percebi que quando o aluno tem contato com o que o próprio colega realizou, sente-se motivado a fazer, pois se considera igual a ele. Ao questionar os alunos sobre a tarefa realizada com eles, a maioria afirmou que conseguiu resolver ao observar o que o colega tinha feito. Uma aluna chegou a sugerir que a professora colocasse na prova escrita uma tarefa como a que foi feita por eles. Naquele momento, ficou claro que a análise da produção escrita pode ajudar os alunos a resolverem tarefas relembrando procedimentos que resolvam o que foi proposto.

2.3 TERCEIRA PRÁTICA

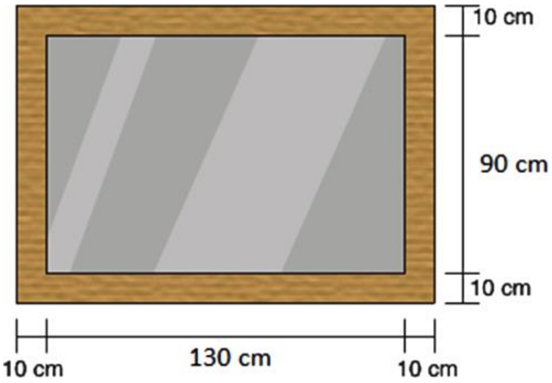
No início do terceiro bimestre de 2016, fiz uma tarefa com os alunos dos sétimos anos, na qual eles deveriam analisar a resolução de quatro outros alunos para que pudessem resolver uma tarefa que envolvia o conteúdo de frações. Após realizar essa atividade, os alunos afirmaram que observar e analisar a resolução do colega ajudou-os no momento da resolução e que eu poderia colocar uma tarefa como essa na prova escrita. Foi o que fiz[12]. Meu objetivo era saber como os alunos reagiriam ao serem apresentadas algumas resoluções para a tarefa, se eles as utilizariam para as suas próprias resoluções e se seriam capazes de identificar quais das resoluções apresentadas estavam corretas e quais estavam incorretas.

A prova escrita foi elaborada com sete tarefas, pois não queria que fosse muito extensa. Elas versavam sobre o conteúdo de área de figuras planas. As produções escritas (resoluções) colocadas na prova foram obtidas por meio da aplicação de uma tarefa a alunos de outra escola. Após essa aplicação, selecionei, do conjunto de resoluções, cinco delas, sendo que uma estava totalmente correta, três estavam parcialmente corretas e uma estava totalmente incorreta. Para cada resolução apresentada na tarefa, fiz algumas perguntas com o objetivo de chamar a atenção dos alunos a algum aspecto da resolução que deveria ser analisada. A Figura 1 ilustra como a tarefa foi proposta aos alunos na prova escrita.

[12] Esse relato de experiência nos gerou como fruto o artigo cujo título é: *Mas esta questão já está resolvida!? Como os alunos do ensino fundamental analisam produções escritas em uma tarefa de Matemática,* que foi aceito para publicação no periódico Educação Matemática em Revista. (CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **“Mas esta questão já está resolvida!?** Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 1, n. 1, [aceito para publicação], 2017.)

Figura 01- Questão elaborada pela primeira autora.

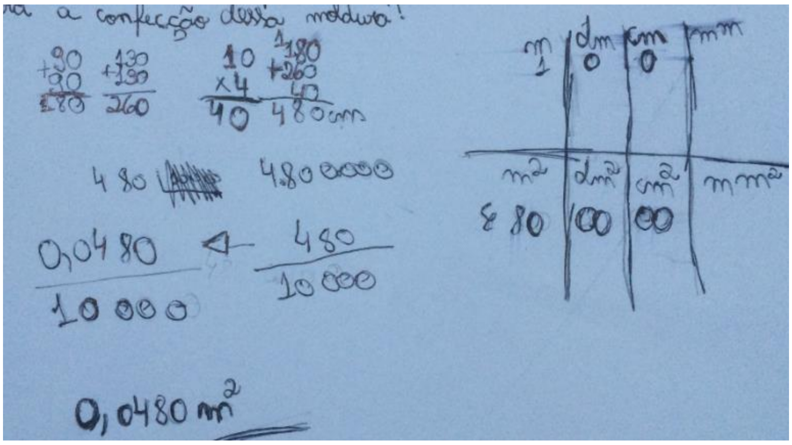
Fabíola é decoradora de ambientes e mandou confeccionar, para um cliente, a moldura de um espelho retangular. As medidas do espelho estão indicadas no desenho.



Quantos metros quadrados de madeira serão necessários para a confecção dessa moldura?

São apresentadas cinco resoluções diferentes. Você deve analisar cada uma delas e responder às tarefas propostas.

Resolução 01

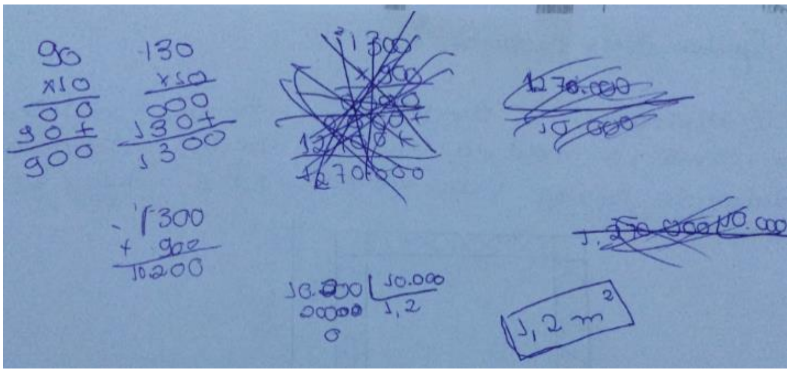


1- Por que o aluno fez a adição de 90 com 90? E do 130 com 130?

2- Por que ele multiplicou 10 x 4?

3- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

Resolução 02

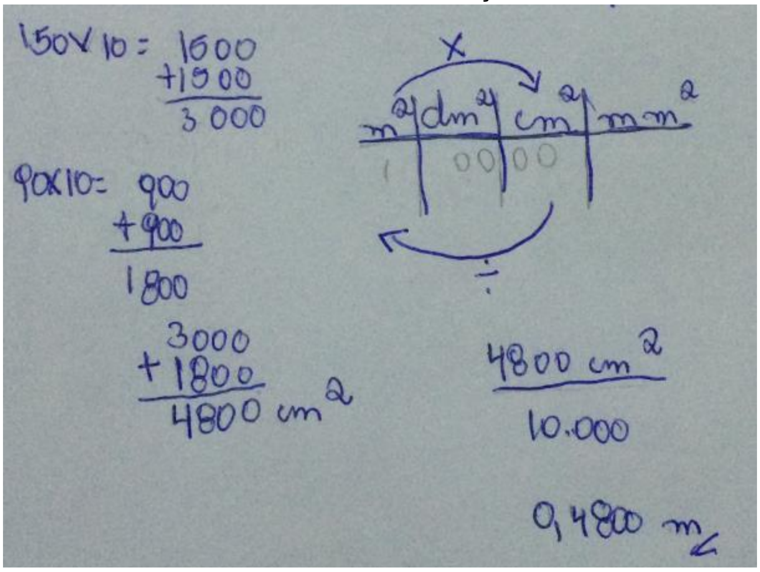


1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

____

Resolução 03



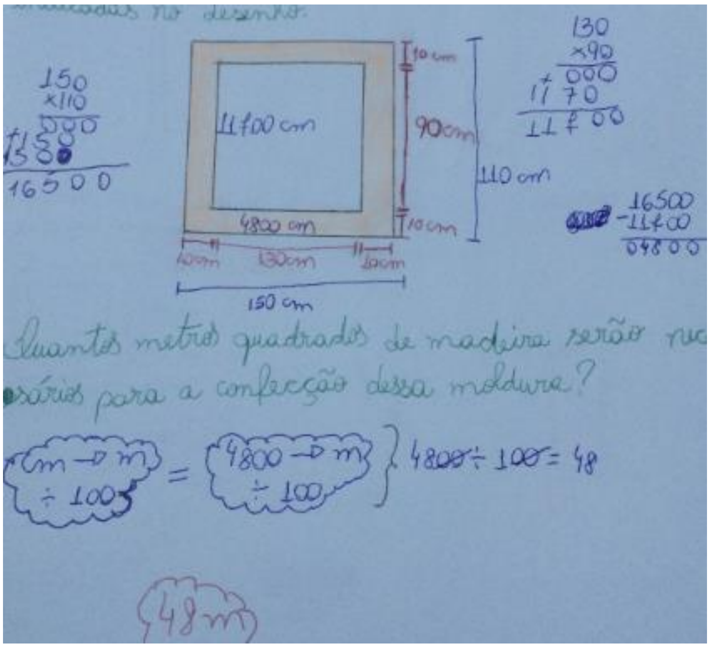
1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

____

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

____

Resolução 04



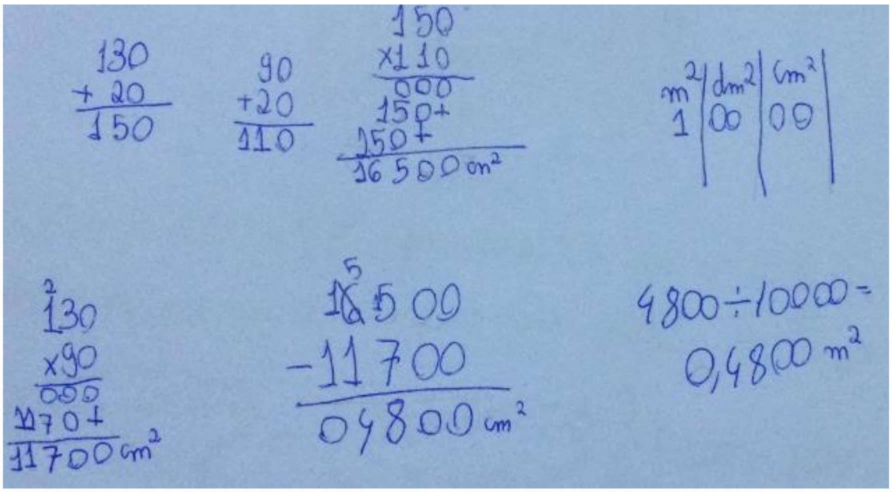
1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

____

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

____

Resolução 05



1- Quais foram os procedimentos utilizados por este aluno para resolver a tarefa?

____

2- O aluno acertou ou errou a tarefa? Justifique.

____

Agora, você deverá resolver a mesma tarefa. Em seguida, responder às seguintes perguntas:

1- A sua resolução está parecida com a de algum dos alunos? Se sim, qual deles? Se não, por quê?

____

2- As resoluções lhe ajudaram a resolver a tarefa proposta? Se sim, de que forma ajudou? Se não, por quê?

____

3- Em sua opinião, esse tipo de tarefa (de analisar a resolução do outro) ajuda o aluno na hora de resolver a questão? O que poderia melhorar?

____

Fonte: Autora

Nessa escola, há um calendário de provas no qual os alunos do sexto ao nono ano do Ensino Fundamental fazem as provas de Matemática no mesmo dia. Quem as aplica são os professores que têm aula naquele dia, podendo ou não ser da disciplina de Matemática. Além disso, os alunos de toda a escola são organizados nas diversas turmas de cada período. Por esses motivos, não pude acompanhar a aplicação da prova escrita a meus alunos. Assim, para evitar dificuldades sobre o que deveriam fazer na tarefa da Figura 1, conversei com os alunos em aulas anteriores à prova escrita e expliquei que colocaria esse tipo de tarefa. Retomei, ainda, a tarefa que havíamos feito no início do bimestre para que eles se lembrassem. Disse que a tarefa teria cinco resoluções, podendo haver resoluções certas ou não, e que eles teriam que responder a algumas perguntas, referentes às resoluções. Naquele momento, eles me afirmaram que tinham entendido.

No dia posterior à aplicação da prova bimestral, fui questionada pelos professores que aplicaram a prova bimestral sobre a extensão da mesma. Segundo eles, alguns alunos não tinham entendido o que deveria ser feito. Fiquei um pouco surpresa, pois havia explicado em cada turma sobre a tarefa. Porém, aquela semana estava destinada apenas para a realização das provas bimestrais e, como não haveria aulas, eu não consegui falar com meus alunos a respeito da prova bimestral. Restou-me, então, pegar as provas e iniciar a correção. Estava ansiosa para saber como os alunos tinham resolvido as tarefas da Figura 1. Como havia muitas informações, decidi analisar de modo geral o que os alunos responderam em cada uma das tarefas da Figura 1, enfatizando a análise de como os alunos utilizaram as resoluções para responder ao último item da tarefa “Agora, você deverá resolver a mesma questão. Em seguida, responder às seguintes perguntas”.

Na Resolução 01, na pergunta número 1, a maioria dos alunos respondeu que o aluno que a produziu fez a adição por serem dois lados iguais, ou que o aluno estava procurando o perímetro. Com base nas respostas, surgiu uma preocupação relacionada aos saberes dos alunos sobre área e perímetro de uma figura plana, uma vez que percebi com essas respostas que muitos deles confundem área com perímetro. Na pergunta 2, parte dos alunos respondeu: “Porque tem quatro números 10”. Quanto a essa resposta, um possível questionamento que surge é se eles compreenderam que na moldura há quatro cantos, ou se apenas contaram a quantidade de números 10 presentes na figura do quadro. Na pergunta 3, a maioria dos alunos respondeu que o aluno errou a tarefa. Com relação ao motivo, as respostas foram diversas. Alguns colocaram que errou por não colocar em m^2, outros porque se confundiram na tabela de conversão de unidades de medida, outros porque colocou o zero na frente do número. Pude notar nessas respostas o caráter subjetivo da avaliação, uma vez que na avaliação que fizeram, diferentes aspectos foram levados em consideração, aspectos esses que dependem muito da visão de cada um, de suas particularidades.

As perguntas seguintes se referem às resoluções 02, 03, 04 e 05. Para cada uma dessas resoluções, os alunos que estavam sendo avaliados tiveram que responder a duas perguntas, conforme Figura 1. Quanto à primeira, a maioria dos alunos descreveu o que os outros alunos tinham feito para responder a tarefa, por exemplo: “1º, multiplicação; 2º, soma; 3º, divisão; 4º, resolução”. Mesmo que representando de forma diferente, os alunos deixaram claro que entenderam o sentido da palavra procedimentos. Nessa pergunta, parece que os alunos não estavam preocupados se o procedimento escolhido resolvia a questão ou não; descreveram apenas como eles haviam feito, que era o objetivo principal dessa pergunta.

Na segunda pergunta, quanto a acertá-la ou errá-la, as respostas foram variadas. Para as resoluções 02 e 03, a maioria dos alunos colocou que a resolução estava errada, por vários motivos diferentes. O que chamou a atenção no tocante à resolução 02 é que alguns alunos disseram que ele errou por não ter capricho, por ser muito desorganizado. Porém, o interessante disso é que um dos alunos que escreveu isso também não apresentou os cálculos e suas respostas de forma organizada. Esse fato me faz pensar que, para o aluno, é mais fácil observar o erro do outro do que olhar para si mesmo. Para as resoluções 04 e 05, os alunos colocaram que as respostas e a maneira de resolver estavam corretas. Alguns deles comentaram que, quanto à resolução 04, o aluno até desenhou ou separou em retângulos e, sobre a resolução 05, alguns confirmaram que estava igual à resolução apresentada por eles.

Em algumas das respostas que afirmavam que a resolução estava correta, os alunos justificavam dizendo que os cálculos estavam corretos. Assim, fica claro que, para alguns alunos, fazer certo parece não estar relacionado a resolver toda a tarefa proposta, mas em identificar se o aluno escolheu um procedimento e o executou corretamente, mesmo que esse procedimento não resolva a tarefa. Outra possível interpretação para isso é que os alunos podem não ter compreendido a tarefa.

Quanto ao fato de os alunos utilizarem as resoluções para responder ao último item da Figura 1, 34 dos 69 alunos que participaram desta proposta não utilizaram nenhum dos procedimentos apresentados na Figura 1. Alguns deles até afirmaram ter usado alguma resolução, mas, na análise, não foi o que verifiquei. Alguns alunos resolveram de forma diferente da que eles afirmaram ter usado; outros afirmaram não ter usado nenhuma resolução, porque não copiaram ou até mesmo responderam que estava diferente da resolução apresentada por eles. Várias possibilidades podem ser elencadas para esses fatos. Uma delas pode estar relacionada a não terem compreendido as resoluções apresentadas na Figura 1. Outra possibilidade é de terem tido medo de fazer igual e serem interpretados pelo professor como os que “colaram” e não tentaram fazer sozinhos.

Pude verificar que seis dos alunos utilizaram duas resoluções das apresentadas na Figura 1. Um deles afirmou ter utilizado as resoluções 04 e 05. Acredito que esses alunos olharam para as partes das duas resoluções, ficando em dúvida sobre qual delas estava correta. Outros seis alunos utilizaram e resolveram igual à resolução 05, afirmando que a resolução estava correta. Quatro alunos utilizaram a resolução 01. Pude inferir que esses alunos compreenderam que deveria ser encontrado o valor do perímetro e não da área. Outros 19 alunos responderam que usaram a resolução 04. Porém constatei que oito desses não chegaram ao final da resolução, um dos quais apenas escreveu que usou a resolução do aluno 04, mas não mostrou o cálculo, deixando a tarefa em branco; enquanto que 11 dos 19 alunos que responderam utilizar a resolução 04 olharam e fizeram igualmente ao do aluno 04, acreditando que essa resolução é a que estava correta.

O que me deixou bastante incomodada foi que, quando analisei as resoluções apresentadas pelos alunos que estavam sendo avaliados, minha compreensão das mesmas não condizia com aquilo que os alunos disseram ter usado para apresentar suas próprias resoluções e com as respostas apresentadas por eles na questão: *“Em sua opinião, este tipo de atividade de analisar a resolução do outro ajuda o aluno na hora de resolver a questão? O que poderia melhorar?”.* A maioria dos alunos respondeu que sim, as resoluções ajudaram na hora de resolver, principalmente nos procedimentos de que eles não se lembravam (por exemplo, como usar a tabela de conversão de unidades de medidas) e que eles poderiam evitar possíveis erros. Entretanto, analisando as resoluções apresentadas pelos alunos que estavam sendo avaliados, percebi que a maioria apresentou uma resolução incorreta ou parcialmente correta. Quanto ao que poderia melhorar nesse tipo de tarefa, alguns alunos responderam que a impressão poderia ser melhor; outros sugeriram colocar menos resoluções para ficar mais fácil saber qual estava certa e qual estava errada. Quanto a isso, alguns sugeriram que fossem colocadas apenas duas, uma que estivesse certa outra que estivesse errada.

Essa terceira prática, por ser considerada uma tarefa incomum e por ter sido realizada em um momento de avaliação da aprendizagem, gera algumas reflexões acerca dos resultados apresentados. Quando elaboramos uma tarefa ou prova escrita diferente das que estamos acostumados a fazer em sala de aula, e aplicamos para os alunos, precisamos nos preparar para possíveis erros e imprevistos que podem ocorrer. No caso dessa prática, como a prova escrita foi aplicada por outros professores, os alunos não tiveram a oportunidade de sanar possíveis dúvidas quanto à compreensão do que deveria ser feito na tarefa. Os professores que aplicaram a prova escrita não esperavam que em uma prova de Matemática pudesse haver perguntas para serem respondidas pelos alunos a partir da reflexão, e não simplesmente com a apresentação de cálculos.

O fato de os alunos não terem utilizado a resolução que julgavam correta para suas próprias resoluções pode ter ocorrido por considerarem que não poderiam copiar, por falta de atenção, ou até mesmo por não estarem habituados a esse tipo de tarefa. De fato, as questões propostas na tarefa da Figura 1 exigem dos alunos habilidades de reflexão que, em geral, diferem daquelas que são dadas nas aulas de Matemática consideradas como tradicionais, nas quais há uma prevalência do desenvolvimento de habilidades mais mecânicas, como execução dos algoritmos e cálculos.

A prática mostra que a análise da produção escrita fornece oportunidade de problematização nas aulas de Matemática, uma vez que exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, e da memorização e repetição de procedimentos. Essa tarefa modifica a dinâmica da aula de Matemática, colocando o aluno em posição semelhante à do professor, que deve analisar aquilo que o aluno produziu na resolução de uma tarefa.

A partir das três práticas relatadas acima, readaptei o quadro 2 de Santos (2014) e elaborei o quadro 4, com os elementos da análise da produção escrita como estratégia de ensino, em sala de aula, “qual sua utilização, qual o papel do professor e qual o papel do aluno.”

Quadro 04 - Considerações a respeito da dinâmica da aula tendo em vista a perspectiva de trabalho adotada por Cardoso e Dalto (2017a), Cardoso e Dalto (2016) e Cardoso e Dalto (2017b)

Autor / Elementos	1º Prática Cardoso e Dalto (2017a)	2º Prática Cardoso e Dalto (2016)	3º Prática Cardoso e Dalto (2017b)
Utilização da análise da produção escrita	Possibilitou aos alunos retomar alguns conteúdos de adição, subtração, multiplicação, divisão de números naturais e interpretação dos problemas matemáticos. Possibilitou ao professor identificar atitudes dos alunos quanto ao que fariam na resolução das suas tarefas a partir daquele momento, uma vez que perceberam que a organização da resolução, a letra e a forma de expor o pensamento na resolução auxiliam o professor a conhecer o que o aluno pensou para resolver a questão, identificando, entre outras coisas, as causas de possíveis erros.	Possibilitou perceber que, quando o aluno tem contato com o que o próprio colega realizou, sente-se motivado a fazer, pois considera-se igual a ele. Além de o aluno conseguir resolver a tarefa de fração ao observar o que o colega tinha feito, ajuda a relembrar procedimentos que resolvam a tarefa proposta.	Possibilitou uma oportunidade de problematização nas aulas de Matemática, uma vez que exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, da memorização e repetição de procedimentos. Essa tarefa modifica a dinâmica da aula de Matemática, colocando o aluno em posição semelhante à do professor, que deve analisar aquilo que o aluno produziu na resolução de uma tarefa.
Papel do professor	Escolher a turma; escolher a tarefa em relação ao seu objetivo; levá-la para que outros alunos a resolvam; escolher dentre as resoluções aquelas que possibilitam o máximo de informação; organizar a tarefa desejada e, durante a aula, fazer intervenções que julgar necessárias.	Escolher, dentre as provas, resoluções da tarefa sobre expressão com frações, organizar a tarefa contendo essas resoluções, entregar para os alunos, além de explicar e tentar conduzir os alunos para a análise das resoluções.	Escolher uma tarefa que seja referente ao conteúdo trabalhado, pedir para que outros alunos a resolvam, analisar as resoluções e escolher dentre elas as que julgar mais interessantes para chegar ao seu objetivo, organizar a tarefa e colocar na prova escrita além de elaborar perguntas sobre as resoluções, para conduzir os alunos a refletirem sobre o que estão fazendo.
Papel do aluno	Resolver ou não a tarefa proposta, analisar a produção escrita, estabelecer critérios para fazer a correção da tarefa.	Resolver ou não uma expressão com fração, corrigir e atribuir uma nota à resolução do colega.	Analisar as resoluções e identificar se estão certas ou não, responder às perguntas propostas e resolver a tarefa proposta.

Fonte: Autora.

A partir dessas três práticas começamos a elaborar a nossa proposta de ensino, para que pudéssemos aplicar como um teste piloto para a turma da EJA para o ensino de um conteúdo matemático que ainda não tivesse sido estudado pelos alunos. Cabe ressaltar que, nas três práticas anteriores, a tarefa não foi aplicada para ensinar um conteúdo novo. Na primeira prática, na qual os alunos corrigiram a tarefa do outro, eles relembraram conceitos matemáticos já trabalhados, sem que eu, como professora, tivesse que o fazer, além de pensar na organização e no modo de executar a resolução de uma tarefa. Achei ótimo e pensei que o caminho era esse. Porém, na segunda prática, em que pedi novamente para que eles corrigissem a resolução de um colega, percebi que muitos alunos ficaram tão focados em dar a nota, que não se concentraram muito em resolver a tarefa. Contudo, esse era meu objetivo: saber se eles conseguiriam resolver a tarefa, analisando a resolução do outro. Naquele momento, decidi que não iria falar mais sobre atribuir nota. Na terceira prática, mudei de estratégia e nem mencionei a ideia de dar nota. Porém, como, sendo um momento de avaliação em que eu não estava presente, tanto os alunos quanto os professores que a aplicaram perceberam que minha prova escrita estava longa e os alunos demoraram demasiadamente para resolvê-la.

Diante disso, eu sabia que não utilizaria a ideia de pedir que eles a corrigissem, bem como não deixaria longa a proposta de ensino, para que não se cansassem.

3 TERCEIRA HISTÓRIA: PRIMEIRA VERSÃO DA PROPOSTA PARA OS ALUNOS DA EJA.

Este capítulo foi dividido em quatro tópicos. No primeiro, justifico o motivo da escolha da aplicação ser com alunos da EJA, além de apresentar alguns fatos históricos sobre a EJA e algumas considerações gerais sobre essa modalidade de ensino. Em seguida, apresento os procedimentos metodológicos utilizados e, no terceiro tópico, faço a descrição da escolha, organização e aplicação da tarefa sobre Progressão Aritmética para os alunos do Ensino Médio e a elaboração da primeira versão da proposta de ensino para alunos da EJA. No último tópico do capítulo, descrevo como apliquei a primeira versão da proposta de ensino a ser elaborada.

3.1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

No segundo encontro que tive com meu orientador, decidimos em qual série seria a aplicação do que chamamos na época de sequência didática e qual conteúdo seria trabalhado. Para a escolha, o Professor Jader e eu pensamos que seria interessante aplicá-la em alguma turma que eu lecionava. Naquela ocasião, trabalhava em três escolas particulares e um colégio estadual, sendo que nas escolas particulares trabalhava com os anos finais do Ensino Fundamental e no colégio estadual trabalhava com uma turma do Ensino Médio e com a Educação de Jovens e Adultos (EJA). Como eu sempre fui estudante de escola pública até o Ensino Médio, disse ao Professor Jader que gostaria de aplicar e desenvolver meu trabalho de mestrado em uma escola pública, além de saber da importância de trabalhar com a Educação de Jovens e Adultos. Acertada a turma, precisávamos decidir qual o conteúdo. Sem ter ideia de como seria nossa sequência didática, optamos por trabalhar com o conteúdo de Progressão Aritmética.

Ao querer trabalhar com a modalidade da Educação de Jovens e Adultos, quis saber sobre a história da Educação de Jovens e Adultos no Brasil. Para a preparação da nossa sequência didática, precisava saber como lidar com alunos nessa modalidade de ensino. Para isso, fui buscar na literatura. Apresento um relato histórico da EJA e, na sequência, algumas considerações gerais.

3.1.1 FATOS HISTÓRICOS

A Educação de Jovens e Adultos (EJA) já tem preocupado há tempos a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO). Há mais de 40 anos, afirmaram, na Declaração dos Direitos Humanos, que “toda pessoa tem direito à educação" (UNESCO,1998, p.2). Porém, segundo dados apresentados por eles na declaração mundial sobre educação para todos e satisfação das necessidades básicas de aprendizagem em 1998,

> • mais de 960 milhões de adultos - dois terços dos quais mulheres - são analfabetos, e o analfabetismo funcional é um problema significativo em todos os países industrializados ou em desenvolvimento;
> • mais de um terço dos adultos do mundo não tem acesso ao conhecimento impresso, às novas habilidades e tecnologias, que poderiam melhorar a qualidade de vida e ajudá-los a perceber e a adaptar-se às mudanças sociais e culturais; e
> • mais de 100 milhões de crianças e incontáveis adultos não conseguem concluir o ciclo básico, e outros milhões, apesar de concluí-lo, não conseguem adquirir conhecimentos e habilidades essenciais (UNESCO, 1998, p.2).

Segundo a UNESCO (1998), os problemas enfrentados pelo mundo na década de 80 prejudicaram o crescimento da Educação Básica em países menos desenvolvidos. Já em outros, o crescimento econômico permitiu financiar a expansão da educação, ainda existindo, porém, milhões de pessoas na pobreza. Com isso, a preocupação continua. Como naquele período já existia uma maior cooperação entre os países, pensou-se então que a meta de educação básica para todos seria viável. Na Conferência Mundial sobre Educação para Todos, representantes reuniram-se em Jomtien, na Tailândia, de 5 a 9 de março de 1990, “relembrando que a educação é um direito fundamental de todos, mulheres e homens, de todas as idades, no mundo inteiro” (UNESCO, 1998, p.2). Segundo essa instituição, a educação pode contribuir para um mundo mais seguro e ajudar no desenvolvimento pessoal e social. Satisfazer as necessidades básicas de aprendizagem é o título do artigo 1.1, onde eles definem quais direitos devem ser respeitados por todos:

> Cada pessoa - criança, jovem ou adulto - deve estar em condições de aproveitar as oportunidades educativas voltadas para satisfazer suas necessidades básicas de aprendizagem. Essas necessidades compreendem tanto os instrumentos essenciais para a aprendizagem (como a leitura e a escrita, a expressão oral, o cálculo, a solução de problemas), quanto os conteúdos básicos da aprendizagem (como conhecimentos, habilidades,

> valores e atitudes), necessários para que os seres humanos possam sobreviver, desenvolver plenamente suas potencialidades, viver e trabalhar com dignidade, participar plenamente do desenvolvimento, melhorar a qualidade de vida, tomar decisões fundamentadas e continuar aprendendo (UNESCO,1998, p.3).

A UNESCO determinou que o ano de 1990 fosse o Ano Internacional da Alfabetização, deixando que cada nação tornasse como meta principal a educação básica para todos.

Pouco antes dessa Conferência Mundial, o Brasil contava, desde 1985, com a Fundação EDUCAR, que estava dentro das competências do MEC. A Fundação EDUCAR promovia a execução dos programas de alfabetização por meio do “apoio financeiro e técnico às ações de outros níveis de governo, de organizações não governamentais e de empresas” (Parecer CNE/CEB n.º 11/2000, p.51). Esse programa tinha como especialidade a Educação Básica.

Segundo o parecer CNE/CEB n.º 11/2000, o programa EDUCAR foi extinto em 1990, no início do Governo Collor, quando já estava em vigência uma nova concepção da EJA, a partir da Constituição Federal de 1988. Segundo Costa (1999), o então presidente Fernando Collor de Mello[13] implantou o Programa Nacional de Alfabetização e Cidadania (PNAC), cujo objetivo era, em quatro anos, reduzir em até 70% o analfabetismo. Após renunciar, Itamar Franco assumiu a presidência por ser sucessor de Fernando Collor de Mello. Em 1993, instituiu o Plano Decenal de Educação Para Todos, que tinha por objetivo acabar com o analfabetismo em dez anos. Em 1997, o presidente Fernando Henrique Cardoso, criou o Programa Alfabetização Solidária.

Segundo BRASIL (2015), o Programa Alfabetização Solidária (PAS) inicialmente queria atuar na alfabetização de jovens e adultos nas regiões Norte e Nordeste do país, porém conseguiu abranger as regiões Centro-Oeste e Sudeste. Ainda para BRASIL (2015), o principal objetivo do PAS era a inserção das pessoas não alfabetizadas na Educação de Jovens e Adultos e a continuidade dos estudos. Além disso, o programa inovou com as parcerias formadas entre os poderes públicos

---

[13] No final de 1992, transcorreu o processo de *impeachment* de Fernando Collor, que fez com que ele renunciasse ao cargo em 29 de dezembro de 1992.

federal e municipal, Instituições de Ensino Superior (IES), pessoas físicas, empresas, instituições, organizações e o Ministério da Educação (MEC). Porém, assim como nos anteriores, mudanças de governo geram mudanças nos programas.

Em 2003, no governo de Luiz Inácio Lula da Silva, foi criado o Programa Brasil Alfabetizado, tendo como objetivo universalizar a alfabetização de brasileiros acima de 15 anos. O presidente da época prometeu acabar com o analfabetismo em seu primeiro mandato, porém foi mais um dos programas que não surtiu resultados efetivos (BRASIL, 2015).

Até agora, foram mostradas diversas tentativas de programa para a Educação de Jovens e Adultos realizadas até a presidência de Luiz Inácio Lula da Silva. Ele ficou à frente do governo do Brasil até janeiro de 2011, quando transferiu a presidência para Dilma Rousseff. Segundo Di Pierro e Haddad (2015), ela criou, no início de seu mandato, o Programa Nacional de Acesso ao Ensino Técnico e Emprego (Pronatec), justificado pela demanda por mão de obra qualificada em um momento de expansão da economia, que crescera 7,5% em 2010.

Di Pierro e Haddad (2015) dizem que o Pronatec vem sendo criticado por alguns pesquisadores e educadores do campo por sua qualificação pontual para o trabalho, sem estar ligado à educação básica.

Quanto a essas transformações que ocorreram na Educação de Jovens e Adultos no Brasil desde o início da década de 1990 até os dias atuais, Di Pierro e Haddad (2015) evidenciaram quatro linhas de força:

> A primeira é o alargamento da declaração de direitos dos jovens e adultos, que passa a abranger não só a alfabetização e o ensino elementar, mas também o ensino médio e profissional.
> A segunda característica do período foi a institucionalização da EJA no arcabouço das políticas públicas de educação básica, com base na qual o ativismo em torno de numerosos programas deu margem à experimentação de várias estratégias que, se tiveram resultados pouco expressivos que colocaram a EJA na berlinda, também proporcionaram ricas aprendizagens, a partir das quais as políticas públicas podem ser reorientadas.
> A terceira característica aponta para o difícil desafio colocado para as sociedades em geral em implantar uma cultura de direitos educativos, em particular do campo da Educação ao Longo da Vida, em que ações efetivas permitam a sua plena realização, pressionando para superar as insuficientes políticas educacionais, ao mesmo tempo estimulando a participação social por transformar demandas e direitos educativos em compromissos efetivos.
> O quarto traço, para o qual convergem as agendas internacional e nacional recentes de políticas educativas, é o predomínio de uma leitura instrumental do que seja a aprendizagem continuada ao longo da vida que, visando à competitividade econômica, busca atender (inclusive mediante estratégias privatistas) exigências de qualificação para o mercado de trabalho, em detrimento da formação integral dos sujeitos, e sem compromisso com a

> universalidade do direito à aprendizagem (DI PIERRO E HADDAD, 2015, p.213 e 214).

Analisando parte da história do Brasil no que se refere à Educação de Jovens e Adultos, podemos notar que tivemos progressos e retrocessos; mas, acabar com o analfabetismo é sempre o componente motivador. Além disso, a análise nos ajuda a entender melhor as políticas implementadas atualmente (MONTEIRO, 2010).

3.1.2 CONSIDERAÇÕES GERAIS

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN n.9394/96) garante que a EJA será destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no Ensino Fundamental e Médio na idade apropriada. Podem ingressar na EJA maiores que 15 anos, para o Ensino Fundamental, e maiores que 18 anos, para o Ensino Médio.

Segundo as Diretrizes Curriculares da EJA (2006), ela deve ter uma estrutura flexível e ser capaz de contemplar inovações que tenham conteúdos significativos. O educando torna-se sujeito na construção do conhecimento mediante a compreensão dos processos de trabalho, de criação, de produção e de cultura, possibilitando melhor entendimento de sua relação com o mundo do trabalho e demais relações sociais.

Encontramos na EJA alunos de várias idades e com vários objetivos e desejos individuais. Um deles é apontado pelas diretrizes curriculares da EJA:

> Uma das razões pelas quais os educandos da EJA retornam para a escola é o desejo de elevação do nível de escolaridade para atender às exigências do mundo do trabalho. Cada educando que procura a EJA, porém, apresenta um tempo social e um tempo escolar vivido, o que implica a necessidade de reorganização curricular, dos tempos e dos espaços escolares, para a busca de sua emancipação (PARANÁ, 2006, p.33).

Com isso, o professor, ao organizar seu planejamento escolar para entrar em uma turma de jovens e adultos segundo as diretrizes da EJA (2006), deve ficar ciente de que os conteúdos estruturantes da EJA são os mesmos do ensino regular nos níveis Fundamental e Médio. Porém, o encaminhamento metodológico é diferenciado, permitindo aos educandos percorrerem trajetórias de aprendizagem não padronizadas, respeitando o ritmo próprio de cada um no processo de apropriação dos saberes.

Segundo as diretrizes da EJA, os conteúdos estruturantes são os mesmos pelo fato de que o público adulto possui uma "bagagem cultural e de conhecimentos adquiridos em outras instâncias sociais, experiências e trajetórias de vida fora da escola" (PARANÁ, 2006, p.26).

Ensinar Matemática para jovens e adultos não é o mesmo que ensinar para uma criança, utilizando os mesmos métodos, materiais didáticos e recursos. O adulto, diferentemente da criança, não permanece na escola se não se sentir bem acolhido (MONTEIRO, 2010).

Ainda sobre isso, o Ministério da Educação (MEC) afirma que grande parte dos jovens e adultos que retorna às escolas já teve experiências negativas com o saber matemático. Por isso, "dependerá do professor, tanto para que este lhe diga se aquilo que fez está certo, quanto para explicar-lhe o que é preciso fazer, diante de uma situação aparentemente nova" (BRASIL, 2002, p.16).

Segundo o Ministério da Educação, ao ensinar Matemática para jovens e adultos, é importante levar em conta as experiências vividas por eles. Os jovens e adultos, segundo esse documento, dominam noções de Matemática aprendidas informal ou intuitivamente antes de entrarem em contato com as representações simbólicas convencionais. Assim, devem ter oportunidade de contar suas histórias, expondo o que sabem informalmente sobre os conteúdos, bem como suas necessidades cotidianas e expectativas quanto à escola e à aprendizagem em Matemática.

O professor em suas aulas deve criar um ambiente em que a aprendizagem de Matemática possibilite um contexto de interações, trocas de ideias e saberes, de construção coletiva de novos conhecimentos, mostrando aos alunos que pela cooperação podem aprender com seus pares (BRASIL, 2002).

É partindo do que os alunos já sabem, da troca de ideias e da cooperação entre os alunos, que faremos o relato da utilização de uma proposta para ensinar o conteúdo de progressão aritmética, utilizando a análise da produção escrita como fio condutor da aula de Matemática. O professor será o mediador e orientador nesse processo.

3.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Iniciei meu trabalho com a escolha de tarefas sobre Progressão Aritmética, sem saber ao certo com o quê e como faria minha proposta de ensino. Foi uma etapa que demandou muito tempo. A lista de tarefas pode ser visualizada no apêndice A.

Para resolver as tarefas, fiz um convite para a turma do Ensino Médio de uma das escolas particulares na qual trabalho, que tinha aproximadamente 120 alunos. O convite foi para que eles resolvessem uma lista de tarefas, vindo à escola em horário diferente daquele em que estudavam, sem que eles ganhassem nada em troca. Tivemos a participação de 12 alunos para a resolução das tarefas.

A partir dessas produções escritas e considerando as três práticas já apresentadas aqui, é que elaborei a primeira versão da proposta de ensino. Em seguida, apliquei-a na EJA para uma verificação do que poderia ser aprimorado.

Foram utilizados dois dias para a aplicação da proposta. As aulas de Matemática são concentradas em dois dias, segunda-feira e sexta-feira, com início às 19h e término às 22h, e um intervalo para o lanche de 20 minutos.

As aulas foram filmadas, totalizando três horas e 26 minutos de vídeo, possibilitando a análise do processo. Utilizei também, além da produção dos alunos, um diário de campo da pesquisadora/professora, que é o relato "escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo, além de registar ideias, estratégias, reflexões e palpites, bem como os padrões que emergem" (BOGDAN e BIKLEN, 1994, p.150).

Minha intenção é narrar como foi a elaboração dessa proposta. As narrativas, segundo Rabelo (2011), são um modo de expor a realidade, com regras determinadas por cada cultura. A autora afirma que narrar não é uma construção livre, é o significado que o pesquisador/narrador constrói com cada situação vivida durante o trabalho. Ao fazer uma autobiografia, o pesquisador/narrador pode aprender e reconstruir a sua forma de pensar, além de se arrepender do que foi feito ou justificar certas ações.

Para isso, constituo alguns textos que pude vivenciar no decorrer do trabalho que deram base para construir a proposta para ser aplicada na EJA, pois, segundo Bolívar (2002), "as experiências pessoais, vividas por cada indivíduo, são a base da compreensão das ações humanas" (BOLÍVAR, 2002, p.2) (tradução nossa).

Ainda sobre experiência, segundo Bolívar (2002), é algo que temos que sentir, passar; não pode ser vivido por outro. Isso significa que a minha experiência é minha apenas; mesmo que eu a compartilhe, o outro não vivenciou aquilo.

Para a elaboração da proposta de ensino utilizando a análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática, precisei vivenciar cada prática pensada, para saber se daria certo. Nesta direção, Bolívar (2002) acrescenta que “o saber de experiência se dá na relação entre conhecimento e a vida humana” (BOLÍVAR, 2002, p.27). Enfatiza, ainda, que a ideia de que mesmo que existam trocas de experiência, ela é singular, particular, subjetiva, relativa, contingente, pessoal. A experiência não é o que acontece, mas o que nos acontece (BOLÍVAR, 2002).

Partindo dessas afirmações, foi feito um relato da elaboração e aplicação da proposta, com base na qual foi elaborada uma segunda versão.

3.3 ESCOLHA DAS TAREFAS E APLICAÇÃO PARA OS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO

A primeira etapa foi escolher as tarefas que fariam parte da lista que eu levaria a outros alunos, os quais as resolveriam, para obtermos produções escritas. Nessa etapa, mesmo com as três práticas iniciais que apliquei durante o ano, utilizando a análise da produção escrita nas minhas turmas do Ensino Fundamental, não sabia ao certo quais tarefas possibilitariam análise por parte dos alunos, ou que grau de dificuldade deveriam ter.

Organizei, juntamente com o Professor Jader, uma lista com 18 tarefas, que podem ser observadas no apêndice A. Acredito que, se eu fosse professora do Ensino Médio e trabalhasse com esse conteúdo todo ano, poderia ter ideia de que tipo de dúvidas poderiam surgir, facilitando assim a escolha das tarefas.

O segundo momento foi decidir para quais alunos a lista seria entregue para ser resolvida. Em conversa com o Professor Jader, decidimos aplicar para os alunos da escola particular na qual eu lecionava, pois já conheço o andamento da escola e é também onde leciono há mais tempo, facilitando o contato com a direção.

Nessa escola há várias turmas de Ensino Médio: quatro turmas de primeiro ano com 40 alunos cada, três turmas de segundo ano com 40 alunos cada e uma turma de terceiro ano com cerca de 120 alunos. Para que eu não atrapalhasse as aulas do Ensino Médio entrando em todas as turmas, decidi ir apenas à turma do terceiro ano, pois lá havia o maior número de alunos e, com certeza, esses alunos já teriam visto o conteúdo de Progressão Aritmética.

Então, pedi autorização para o coordenador e, em uma sexta-feira pela manhã, fui até a sala do terceiro ano fazer o convite para os alunos. Disse a eles que eu estava fazendo uma pesquisa de mestrado e precisava que eles resolvessem algumas tarefas sobre Progressão Aritmética. Tal resolução seria na sexta-feira da semana seguinte, na parte da tarde, às 14h.

Alguns deles disseram que iriam, outros nem responderam. Então, não sabia quantos alunos eu teria para essa segunda etapa. Tive receio de que não aparecesse aluno algum, ou apenas um ou dois, mas não tinha o que fazer; precisava aguardar até a outra sexta-feira.

Em 21 de outubro de 2016, o dia marcado, fui à sala em que havia combinado com os alunos. Como já disse, minha preocupação de ninguém aparecer foi muito grande, pois aqueles a quem eu havia feito o convite não ganhariam nada com isso. Cheguei um pouco antes do combinado, às 13h40min, e não havia chegado aluno algum. Quando faltavam cinco minutos, 12 apareceram; fiquei muito feliz, pois teria material para meu trabalho.

Antes de entregar a lista de tarefas, expliquei que era um trabalho de mestrado e que precisava que eles, juntamente com o responsável, assinassem o termo de consentimento, para que eu pudesse utilizar a produção deles. Expliquei também que a identidade deles, em nenhum momento, seria revelada.

Depois de assinados os termos, expliquei a eles o objetivo do trabalho, que utilizaria a produção escrita deles para a elaboração de uma proposta de ensino para alunos da EJA de uma escola pública, na qual eu estava trabalhando na ocasião. Expliquei, ainda, que, com as resoluções que eles fariam, verificaria se seria possível, por meio da análise feita pelos alunos da EJA, ensinar-lhes o conteúdo de Progressão Aritmética, ou que contribuições aquela proposta traria à sua aprendizagem.

Expliquei-lhes também que não os ajudaria na resolução dos exercícios, que eles teriam que fazer o mais detalhadamente possível e de forma legível. Pedi também que passassem toda a resolução a caneta, para que, na hora de escanear, a imagem ficasse melhor. Os alunos compreenderam a ideia e se preocuparam em fazer as tarefas de forma correta e, muito organizadamente, resolveram trocando ideias entre eles. Uma vez que debateram uns com os outros, percebi que as resoluções estavam parecidas e detalhadas, sendo que a maioria resolveu utilizando a mesma estratégia, ou seja, substituindo na fórmula do termo geral.

Depois que os alunos do Ensino Médio resolveram as tarefas, o trabalho era analisar, dentre as tarefas e resoluções, quais seriam adequadas para a organização da proposta de ensino.

A primeira versão da proposta foi elaborada na semana seguinte à aplicação das tarefas, entre os dias 25 de outubro e 5 de novembro de 2016. Minha intenção, a princípio, era construir, aplicar e fazer uma avaliação para saber se os alunos teriam ou não aprendido o conteúdo de Progressão Aritmética, como é apresentada na Figura 1.

Figura 1: Versão 1

Procedimento de Ensino sobre o conteúdo de PA

Em cada aula este procedimento se constituirá em três etapas: o **planejamento do professor;** a **aplicação do que foi planejado;** uma **avaliação do conhecimento dos alunos**.

Este procedimento apresentará uma proposta para o professor trabalhar com o conteúdo de PA, sendo desenvolvido em quatro aulas (sendo três horas relógio cada), em uma turma do EJA, de uma escola estadual da cidade de Apucarana.

1ª aula

Objetivo

- Verificar se os alunos conseguem determinar o significado da razão **(r)** e o número de termos **(n).**
- Verificar se os alunos conseguem determinar o significado do a_n, a_1 e a_2 .
- Verificar se os alunos conseguem determinar a razão de uma PA finita.
- Identificar o número de termos de uma PA finita.

Planejamento

Serão entregues aos alunos as resoluções dos seguintes problemas:

Analise a resolução de cada aluno.

Fonte: Autores

Na figura 1, foi mostrada apenas a minha intenção quanto ao que esperava da aula, antes de ir ao XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (XX EBRAPEM). Na figura 2, mostro parte das tarefas escolhidas para o que chamo de primeiro momento. Aqui, porém, trago apenas a letra *a*, chamando a atenção para um detalhe. Perceba que utilizo as palavras Progressão Aritmética na tarefa. O que me fez mudar de ideia quanto à não utilização do termo Progressão Aritmética no enunciado da tarefa.

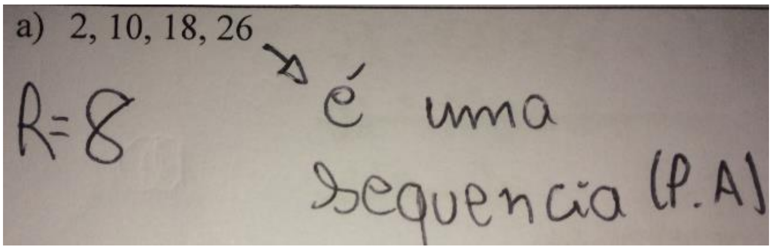
Figura 2 - Versão 1

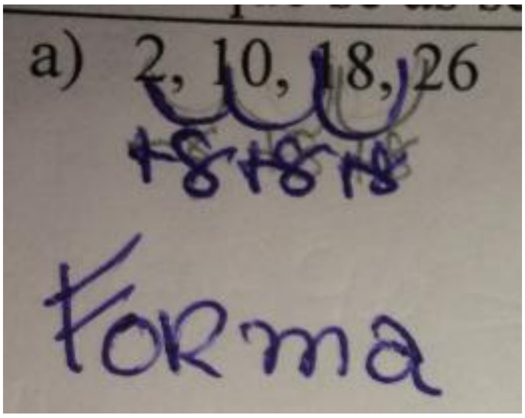
1º Momento

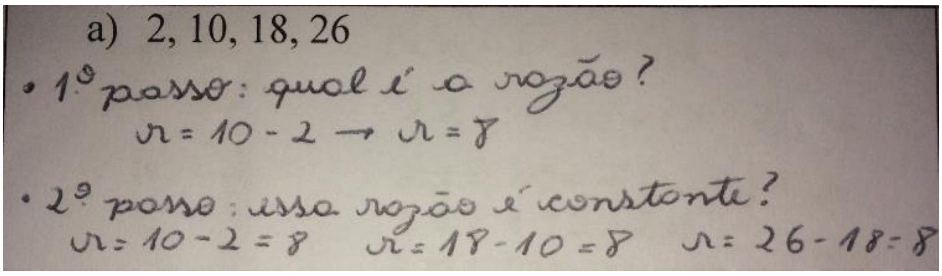
As resoluções abaixo são de alunos que tiveram que resolver a seguinte questão:

1- Identifique se as sequências formam uma PA.

a) 2, 10, 18, 26







Fonte: Autores

Nos dias 11 a 14 de novembro de 2016, participei do XX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (XX EBRAPEM), que aconteceu em Curitiba, Paraná. Lá, apresentei meu projeto de dissertação ao GD (Grupo de trabalho sobre Avaliação em Educação Matemática).

Quando comecei a apresentar meu projeto de pesquisa, as pessoas não estavam compreendendo muito bem que a ideia principal era dar a produção escrita para os alunos analisarem. Então, mostrei a eles esta primeira versão. Um dos membros do GD deu a sugestão de não colocar no início da tarefa a expressão Progressão Aritmética; sugeriu que esse conteúdo fosse formalizado juntamente com os alunos. Também disse que o que eu estava fazendo era muito para pouco tempo.

Sugeriu que apenas a elaboração do “procedimento”[14] já daria um trabalho de dissertação de mestrado, e que ela entendia perfeitamente o trabalho que eu estava tendo. Disse também que a validação do procedimento poderia ser feita posteriormente.

Outro membro do GD concordou com isso e acrescentou que, como era um procedimento novo, não precisava ficar me preocupando em colocar tarefas fáceis ou difíceis[15] para os alunos; disse para eu não me preocupar com regras. Acrescentou também que eu me preocupava muito com possíveis dificuldades que os alunos poderiam ter. Sugeriu que eu parasse de pensar só nas dificuldades.

A participação nesse evento foi muito importante, pois possibilitou fazer alterações na proposta de ensino antes da aplicação e enxergar coisas que não estavam claras.

Decidimos, então, apenas construir e aplicar a proposta na EJA, para sabermos que contribuições poderiam trazer para o ensino de Matemática. Desse modo, decidimos utilizar o que segue:

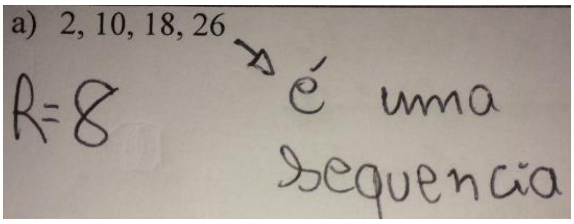
[14] Até o evento, eu estava chamando a proposta de ensino de “procedimento”, por isso utilizei-o aqui.
[15] Usei a palavra difícil porque, em determinado momento, eu falei sobre usar ou não a resolução com a fórmula.

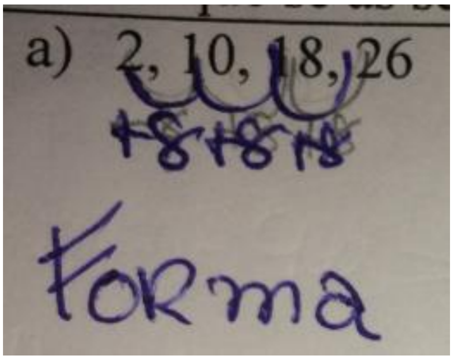
Figura 3- "Proposta de Ensino - aula 1 momento 1"

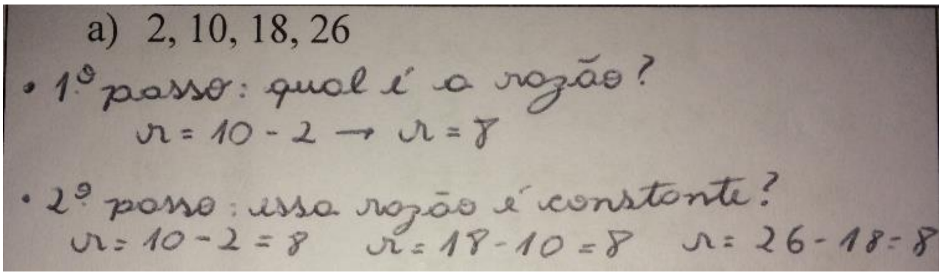
Nome:____

As resoluções abaixo são de alguns alunos. Observe as sequências e responda às tarefas:

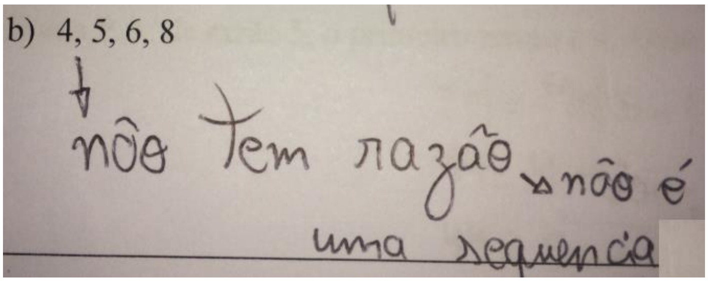
a) 2, 10, 18, 26

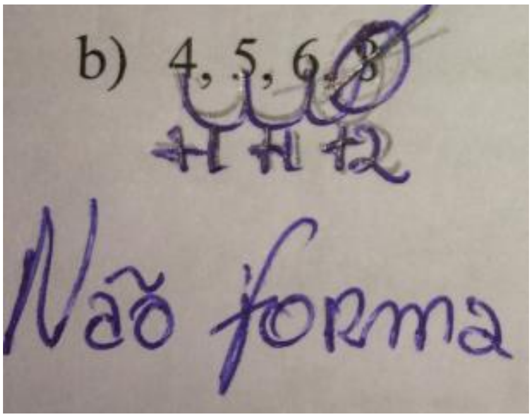


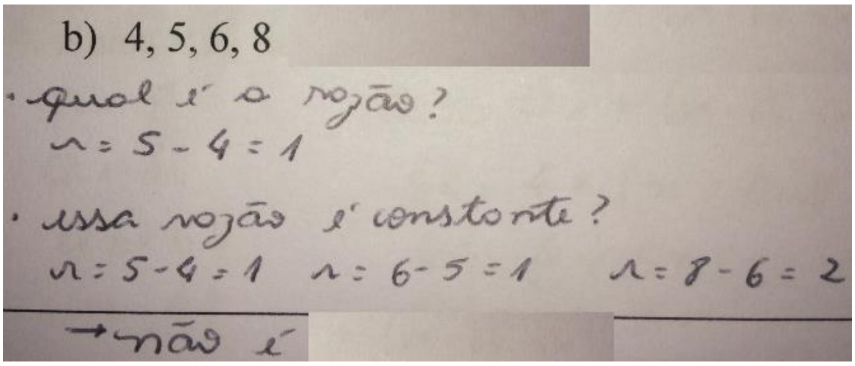




b) 4, 5, 6, 8



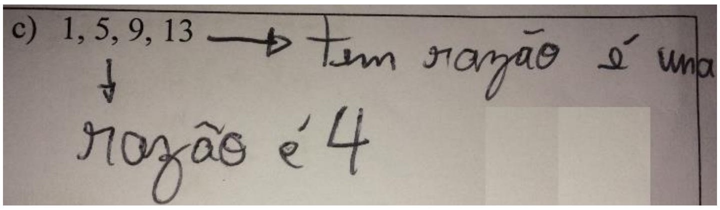


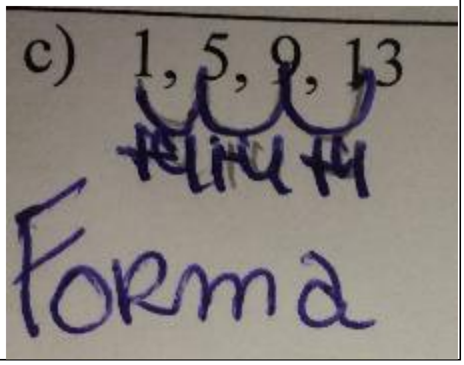


Fonte: Autores

Figura 4 - “Proposta de Ensino - aula 1 momento 1”

c) 1, 5, 9, 13





1. Ao observar o que os alunos fizeram, as sequências apresentadas nos três itens têm algo de semelhante ou de diferente? Descreva o que você pode observar nas resoluções.

2- Nas resoluções, os alunos utilizaram a expressão razão ou a letra **r.** O que você entendeu sobre razão?

3- O que os alunos estão chamando de **r**?

Fonte: Autores

Figura 5 - “Proposta de Ensino - aula 1 momento 2”

Nome:____

1. Observando as resoluções dos alunos, identifique as razões e se elas sempre se repetem:

a) 2, 4, 5, 7, 9, 10, 11

b) 3, 14, 25, 36

c) 1, 3, 9, 27

d) 35, 44, 53

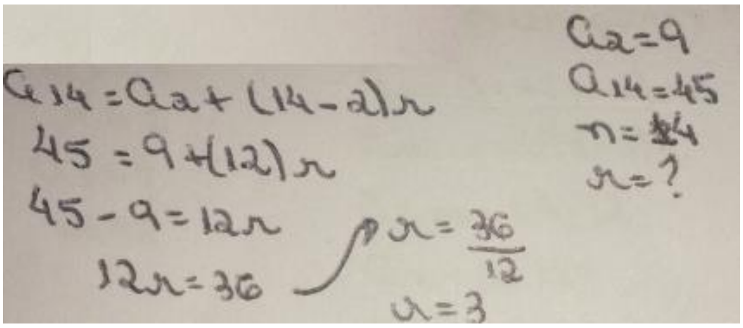
Fonte: Autores

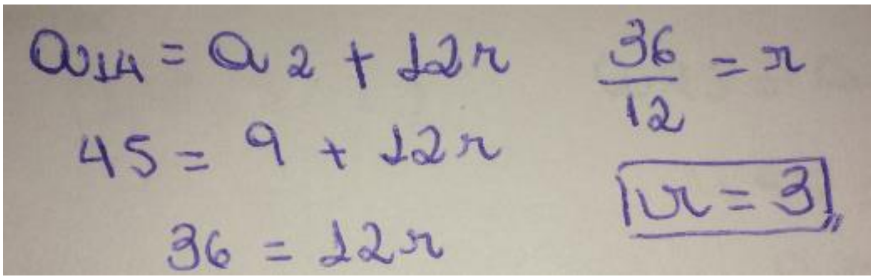
Figura 6- "Proposta de Ensino - aula 1 momento 3"

Nome:____

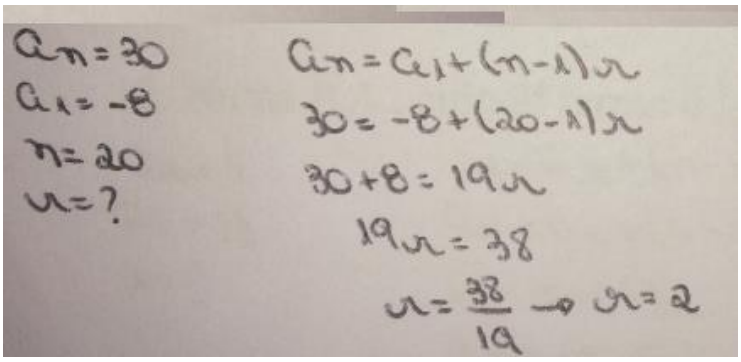
Ainda sobre as razões, veja como os alunos resolveram estas tarefas:

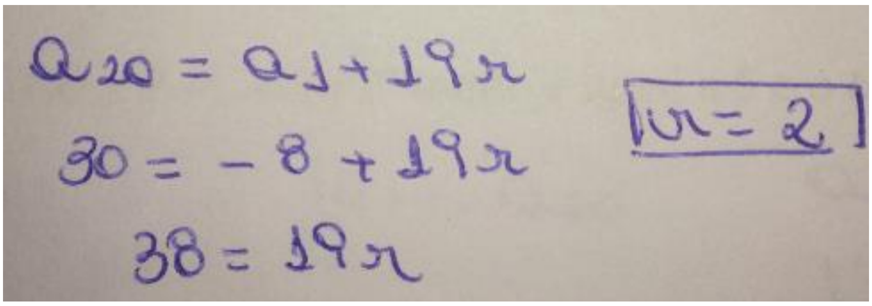
2. Obtenha a razão em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.





3. Obtenha a razão em que o primeiro termo é – 8 e o vigésimo é 30.





Fonte: Autores

Figura 7 - "Proposta de Ensino - aula 1 momento 3"

Responda:

1- Aqui os alunos resolveram de modo diferente do que foi utilizado na primeira tarefa apresentada? Descreva o que você entendeu.

2- Qual foi o procedimento utilizado por eles neste momento?

3- Nessas resoluções aparece algo que você ainda não conhece? O quê?

4- Você poderia nomear cada uma das letras apresentadas nas resoluções dos alunos? Como?

Fonte: Autores

Figura 8 - “Proposta de Ensino - aula 2 momento 1”

Nome:____

1. Obtenha a razão da sequência em que o primeiro termo é 3 e o sétimo é 21.

2. Obtenha a razão da sequência em que $a_2 = 7$ e $a_{20} = 79$.

Fonte: Autores

3.4 APLICAÇÃO DA PRIMEIRA VERSÃO DA PROPOSTA DE ENSINO PARA O EJA

Para a aplicação da proposta, foram utilizados dois dias de aulas, uma segunda-feira e uma sexta-feira da mesma semana. As aulas iniciam-se às 19h e terminam às 22h, com um intervalo para o lanche de 20 minutos. Porém, como os alunos trabalham, a maioria deles começa a chegar às 19h30min. Sendo assim, temos em média um total de três horas de vídeo que foram utilizados posteriormente para análise e para o aprimoramento da segunda versão da proposta, juntamente com as produções escritas dos alunos e minhas anotações.

Na segunda-feira, esperei até que 50% da turma estivessem em sala; comecei com cinco alunos em sala. Iniciei explicando minha proposta, na qual utilizaria com eles uma forma diferente de ensino para saber se eles poderiam ou não aprender um novo conteúdo. Relembrei que o conteúdo trabalhado anteriormente era o de sequências e, partindo dessa ideia, trabalharíamos com a proposta.

Entreguei-lhes a proposta (Figura 3 e Figura 4) e disse que eles iriam analisá-la, olhar para as resoluções que ali estavam e verificar o que enxergavam, o que conseguiam ver a partir daquilo que estava na mão de cada um. Deixei claro para os alunos que eles podiam se comunicar entre si e que eu estava à disposição para tirar as dúvidas.

Os alunos começaram a olhar para as resoluções, e o aluno Vitor[16], perguntou: “Professora, nesses quadrados eu não preciso responder nada?”. Expliquei a ele que não, somente nas perguntas. Então, pensei que, com a fala do aluno Vitor, talvez na segunda versão da proposta precisasse olhar e prestar atenção no enunciado da tarefa.

Andando pela sala, percebi que os alunos estavam olhando para as resoluções e tentando entender o que eles deviam ou não fazer. A aluna Veridiana questionou quanto aos termos “forma” ou “não forma”, que estavam nas resoluções. Expliquei que isso é o que queria saber, que eles teriam que identificar e saber a

---

[16] Os nomes utilizados no texto são fictícios.

diferença. Disse a eles: “Por que em algumas sequências está escrito forma e em outras, não forma? Forma, o quê? E não forma, o quê?”.

Expliquei para não olharem para cada caso isolado de cada letra; que olhassem para as três letras com suas respectivas resoluções. Assim, poderiam comparar uma com a outra.

A aluna Carolina, que era a aluna mais nova da turma, disse que já tinha entendido e perguntou: “Professora, o forma, ele está querendo dizer que forma uma sequência, não é?”. E, logo em seguida, afirma: “Que forma, a letra **a** forma uma sequência, a letra **b**, não forma. Porque este aqui não tem uma sequência” (a aluna apontando para letra **b**), “e este forma” (apontando para a letra **a**), “porque tem uma sequência”.

Questionei-a sobre o que é ter ou não ter uma sequência. A aluna Carolina disse: “Ué, é esse negócio que está seguindo um padrão, um número, ué”. O aluno Felipe, que estava ao seu lado, concordou com ela e afirmou quanto ao padrão.

Percebi que eles ainda não estavam seguros das afirmações que tinham feito, então perguntei a eles o que entendiam como padrão. Carolina, mais do que depressa, me mostrou que na letra **a** tinha um padrão que ia de oito em oito, e que na **b**, não. Disse a ela que estava no caminho certo, que podia continuar.

Depois de sair da carteira da Carolina, os outros alunos afirmaram que não estavam conseguindo entender. Fui até a frente da sala e pedi a eles que prestassem atenção, que a Carolina compartilharia sua ideia. Os alunos, depois de ouvirem a ideia de Carolina, disseram estar entendendo melhor. Tentei criar na aula um ambiente que possibilitasse um contexto de interações, trocas de ideias e saberes, de construção coletiva de novos conhecimentos, mostrando aos alunos que, pela cooperação, podiam aprender com seus pares (BRASIL, 2002).

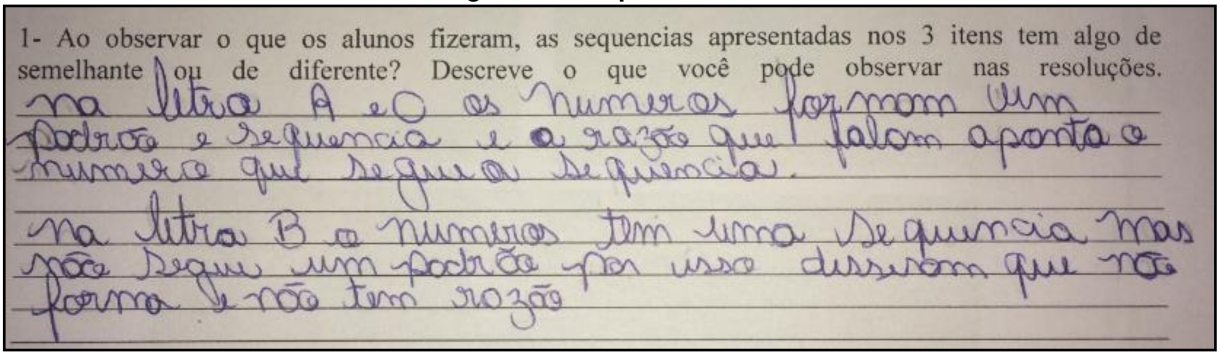
As discussões os ajudaram a entender a tarefa e chegar às perguntas. Naquela hora, percebi que grande parte dos alunos não tinha muita afinidade com a escrita, e eles me questionaram se não podiam apenas falar e deixar o registro na filmagem. Expliquei que a escrita era para a organização das ideias que tinham sido pensadas. Naquele momento, senti que ficaram bem preocupados com o que iriam escrever; duas das alunas com mais idade estavam até fazendo um rascunho, para não errarem. Aconselhei a fazerem direto no papel, mas elas falaram quanto à preocupação de errarem, e sair desorganizado.

Percebi que, ao aplicar a proposta para os alunos da EJA, os adultos se preocupavam muito com escrever com clareza e com preencher todas as linhas. Eles se sentiam inseguros com as respostas que haviam dado. Uma fala interessante que surgiu naquele momento foi feita pelo aluno João: “Por que tantas linhas? Eu preciso preencher todas?”.

Expliquei a ele que fiz daquela maneira para ficar mais organizado, mas que ele poderia utilizar quantas linhas achasse necessário. Diante dessa fala, na sexta-feira retirei as linhas e mantive a ideia para a segunda versão, ou seja, de não ter linhas no local das resoluções.

A dinâmica da aula, até o momento, consistia em cada um tentar fazer individualmente ou em dupla, e falarem em voz alta no momento em que surgissem dúvidas. Eu tentaria, então, fazer com que todos interagissem na discussão sobre a pergunta levantada. Desse modo, pareceria que todas as respostas estariam iguais. Ao analisar as resoluções, percebi que, na primeira pergunta, os alunos responderam praticamente o mesmo. Apresento na Figura 9 a resposta de um dos alunos.

Figura 9 - Resposta da aluna Carolina


1- Ao observar o que os alunos fizeram, as sequencias apresentadas nos 3 itens tem algo de semelhante ou de diferente? Descreve o que você pode observar nas resoluções.

na letra A e C os numeros formam um padrão e sequencia e a razão que falam aponta o numero que segue a sequencia.

na letra B o numeros tem uma sequencia mas não segue um padrão por isso disserom que não forma e não tem razão

Fonte: Autores

Os alunos, depois de discutirem, perceberam que as letras **a** e **c** tinham uma regularidade que se mantinha, e colocaram que o item **b**, não. Acredito terem percebido que, para dizer que tem uma razão, é necessário que se mantenha um padrão.

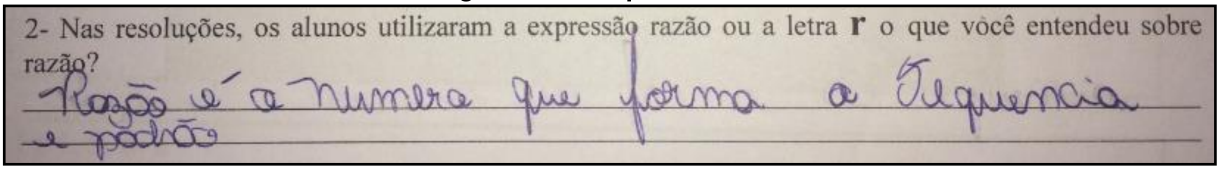
Na questão dois, o que mais me chamou a atenção na hora das análises do vídeo e do que eles haviam escrito é que muitas vezes a resposta mudava totalmente.

Antes de colocar as respostas no papel, os alunos começaram a reclamar quanto a terem que escrever aquilo que estavam pensando. Entraram na discussão de que era muito mais fácil falar do que escrever, e que eles não estavam acostumados a ficar escrevendo muito nas aulas de Matemática. Disse a eles que era apenas falta de hábito e que, quanto mais treinassem a escrita, melhor ficariam; também falei da importância da leitura para melhorar o vocabulário. Começaram a falar, então, que estavam em uma aula de Matemática, e não de Língua Portuguesa.

Fonseca (2005) afirma que, ao trabalhar com a EJA, escola e professor devem oportunizar e incentivar a prática de leitura. Na utilização da proposta baseada na análise da produção escrita como fio condutor da aula, o aluno precisa fazer a leitura do que o outro fez, analisar e ainda escrever sobre o que pensou.

Escolhi a resolução da aluna Carolina, pois foi a que apresentou maior diferença quanto ao que escreveu e ao que falou em aula.

Figura 10 - Resposta da aluna Carolina


2- Nas resoluções, os alunos utilizaram a expressão razão ou a letra **r** o que você entendeu sobre razão?

Razão é a numero que forma a sequencia e padrão

Fonte: Autores

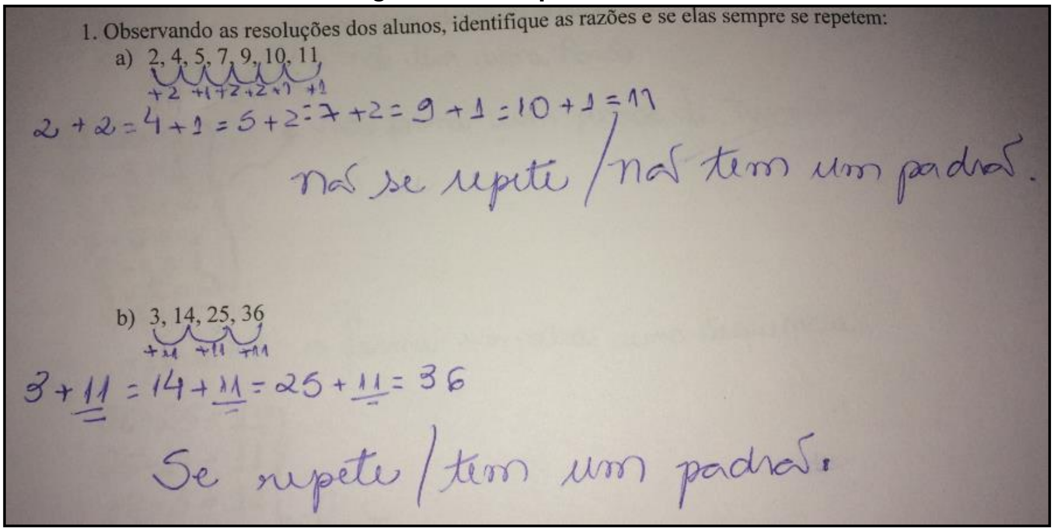
Na figura 10, Carolina escreveu o que entendeu sobre razão. Porém, ao ler essa resposta, o professor provavelmente ficaria em dúvida se ela tinha ou não entendido o que é razão. Mas a resposta que ela fala na sala de aula é: “Entendi que a razão é tipo assim o, igual eu estou falando, do 2 pro 10 é 8, do 10 pro 18 é 8, do 18 pro 26 é 8, a razão é o 8, que vai indo em cada um deles. O 8 é o padrão que ele segue”.

Percebi, com as palavras dela, que ela compreendeu o sentido de razão. Tanto a aluna Carolina quanto os outros seis alunos entenderam o que era a razão em uma sequência. Porém, duas das alunas responderam que razão era a resposta correta de uma pergunta. Na aplicação da proposta, vi essas respostas e tentei explicar voltando aos itens **a**, **b** e **c**. Porém, percebi que as alunas ficaram preocupadas por não estarem entendendo. Disse a elas que continuaríamos com outros exercícios e que assim poderiam tentar entender.

Entreguei-lhes a segunda parte da proposta de ensino (Figura 5), e disse que eles teriam que resolver as questões. Percebi que os semblantes deles até se modificaram, pois teriam agora que fazer contas; é o que estavam acostumados a fazer em Matemática.

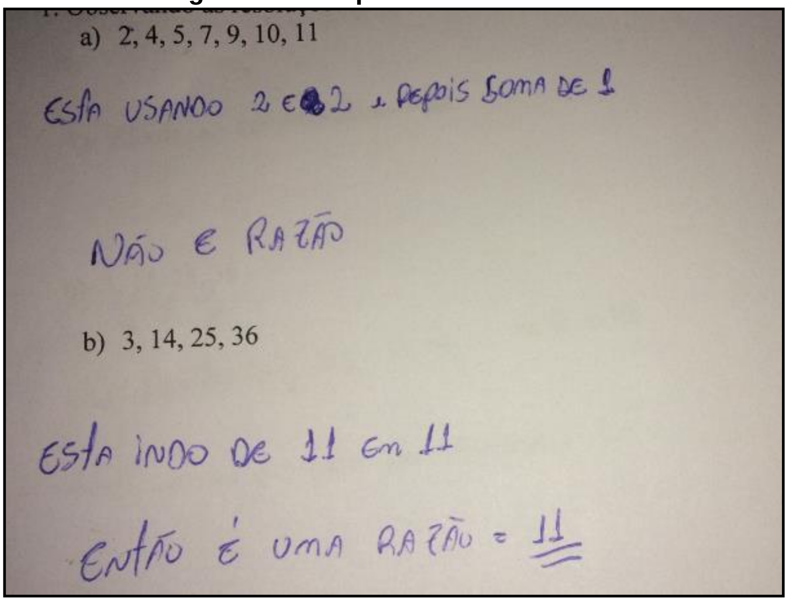
Percebi que, mesmo com dúvidas, nesta segunda etapa eles sentiram-se mais confiantes em responder aos itens propostos; os alunos, cada um à sua maneira, conseguiam resolvê-los. Coloco aqui duas resoluções da aluna Veridiana e do aluno Vitor, que apresentaram as resoluções parecidas com as dos outros alunos. Nas Figuras 11 e 12, é possível perceber que os alunos encontraram a razão sem que eu precisasse explicar. Deixei que eles utilizassem, como apoio, a primeira etapa da proposta de ensino, que continha a resolução dos alunos.

Figura 11 - Resposta da aluna Veridiana.



Fonte: Autores

Figura 12 - Resposta do aluno Vitor.



Fonte: Autores

Aos poucos, foi possível fazer a introdução do conteúdo pretendido. Partimos, então, para a terceira etapa da proposta, e entreguei-lhes as tarefas (Figura 6 e Figura 7). Porém, quando assisti à filmagem das aulas, vi que não foi uma boa ideia aplicar esta outra etapa no mesmo dia, pois os alunos já estavam cansados. Eu, como professora, até percebi isso; mas como pesquisadora, não. Sabia que, na sexta-feira, o índice de falta é muito grande e não queria correr o risco de irem poucos alunos de modo a prejudicar minha pesquisa.

Pois bem, os alunos, sabendo que aquela proposta fazia parte do meu trabalho de mestrado, me ajudaram muito. Mesmo cansados, fizeram o que foi pedido. Como se observa na Figura 6, apresentei-lhes resoluções utilizando a fórmula do termo geral da Progressão Aritmética.

Enquanto observavam o que teriam que responder na folha da terceira etapa, o aluno Felipe disse: “Professora, não estou gostando desta proposta não; tem que escrever demais”. Ficou claro que, ao trabalhar com essa proposta, o professor deve pensar na quantidade de questões que os alunos terão que responder, para que não se cansem. Para a segunda versão da proposta, será necessário diminuir a quantidade de perguntas, ou aplicá-la em mais dias. Nesse caso, eu dispunha de apenas dois dias para a aplicação; por isso, concluo que o tenha deixado muito extenso.

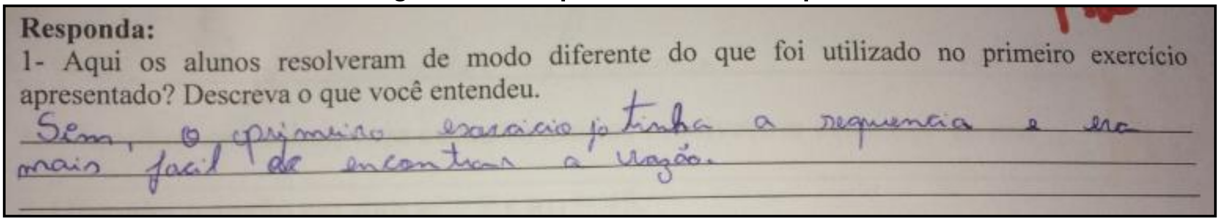
Os alunos pediram que eu devolvesse a primeira resolução para que pudessem ter como referência. Eles começaram a falar que não estavam conseguindo pensar em nada. Então fui para o quadro e perguntei a eles sobre um dos conteúdos em que tínhamos trabalhado com fórmulas. A aluna Naiara mencionou o conteúdo de juros, ao que lhe disse: “Muito bem!”. Parti, então, da ideia de juros e expliquei que cada letra representava algo. Vi que eles começaram a se lembrar do conteúdo e conseguiram relacioná-lo com o que tinham em mãos. Continuei questionando, no conteúdo de juros, o que representava a letra J, a letra i, a letra t; e assim, eles foram me respondendo que o J era juros, i era a taxa e o t era o tempo. Disse, então, para eles olharem para aquelas letras e pensarem o quê elas poderiam representar.

Esperei alguns minutos para que eles pudessem pensar, mas eles pediram que eu explicasse, pois não estavam conseguindo. Fiz o seguinte: fui ao quadro e escrevi uma sequência qualquer de razão 2. Fui mostrando na sequência e fazendo perguntas. Apontei com o dedo o primeiro termo e perguntei a eles: “Como posso chamá-lo?”. Mostrei o segundo e assim por diante. Voltei à primeira tarefa da folha e perguntei: “O que é o a_2?”. Todos responderam: “É o segundo termo”. Perguntei: “O que é o a_{14}?”. Todos responderam: “É o décimo quarto termo”. Perguntei: “O que é o n?”. Todos responderam: “É o número de termos”.

Percebi que, com essa explicação, eles já começaram a responder às questões, mas sempre ressaltando que com a sequência pronta era muito mais fácil achar a razão. Dá para notar isso na resposta do aluno Felipe e da aluna Naiara, nas Figuras 13 e 14. Tentei explicar a eles que, com essa fórmula, é possível encontrar a razão, como qualquer outra letra.

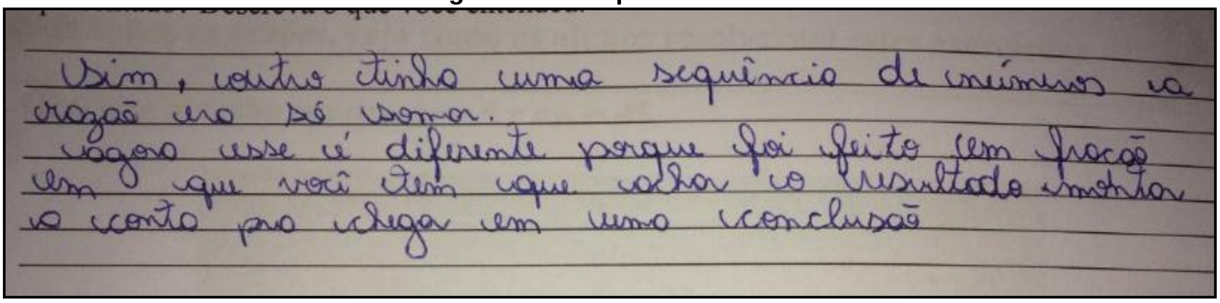
Nesta terceira etapa, fui junto com eles passo a passo, para que pudessem entender o que estava acontecendo em cada linha. Retomamos aqui a ideia de operações inversas e a ideia de equações. A partir daí, eles foram conseguindo entender o que os alunos tinham resolvido.

Figura 13 - Resposta do aluno Felipe.


Responda:
1- Aqui os alunos resolveram de modo diferente do que foi utilizado no primeiro exercício apresentado? Descreva o que você entendeu.
Sem, o primeiro exercício já tinha a sequencia e era mais facil de encontrar a razão.

Fonte: Autores

Figura 14 - Resposta da aluna Naiara.


Sim, outro tinha uma sequência de números a razaõ era só somar.
agora esse é diferente porque foi feito em fração em que você tem que achar o resultado montar o conto pro chega em uma conclusaõ

Fonte: Autores

Os alunos, de modo geral, responderam como a aluna Naiara. Eles falaram que, na folha anterior, era apenas somar que dava para encontrar a razão e que, nesta, precisavam fazer contas. Pelo que percebi, a ideia de contas, para eles, é a dificuldade de resolver a questão e não apenas adicionar ou subtrair.

Na segunda pergunta, eles responderam que o procedimento utilizado pelos alunos foi uma fórmula. Na terceira questão, só a aluna Carolina escreveu que foi se lembrando da fórmula, pois havia trabalhado com isso quando cursava o primeiro ano do Ensino Médio; os outros responderam que não a conheciam. E, na última questão, responderam-na em conjunto, quando foi discutida a sequência dada por mim no quadro.

Na sexta-feira, para minha surpresa, foram oito alunos, o que me deixou muito feliz. Dei início à aula, entregando a folha da aula anterior (Figura 6 e Figura 7), para retomarmos o que tínhamos visto. Revimos o significado de cada letra: a_1, r, a_n, e assim por diante, sem mencionar em qualquer momento o nome Progressão Aritmética. Olhando para eles, senti a necessidade de ir novamente ao quadro e colocar um exemplo numérico, a fim de mostrar-lhes, na sequência, cada um dos termos e seu significado. Nessa explicação, fui fazendo perguntas para que eles pudessem se lembrar do que fizemos.

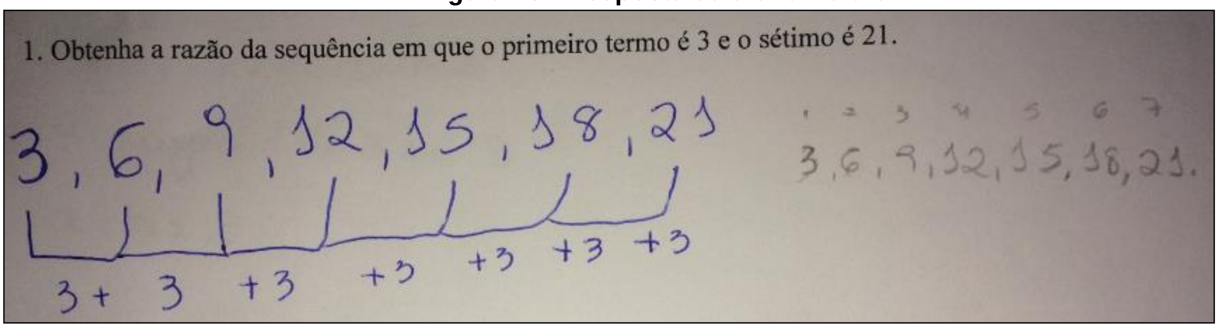
Depois de fazer essa revisão, entreguei-lhes a tarefa reproduzida aqui na Figura 8 e lhes disse que podiam olhar na folha anterior (Figura 6 e Figura 7), para servir-lhes de base.

As alunas Rosa e Terezinha olharam, olharam para a folha e nada. Vi no vídeo que elas olhavam para o quadro, para ver o exemplo numérico que deixei e, ainda assim, disseram que não estavam conseguindo fazer.

A aluna Naiara disse que não precisava usar a fórmula para encontrar a razão. Disse-lhe para fazer do jeito que achasse melhor, mesmo não sendo esse meu objetivo. Gostaria que utilizasse a fórmula, mas precisava que eles fizessem do jeito que entendessem, para depois ir para a fórmula.

Eles começaram a falar o valor da razão em voz alta; o Felipe disse que era 3, a Carolina disse que era 4 e a Naiara disse: “Professora, é de 3 em 3, porque o sétimo termo é 21 e o primeiro é 3; então, vai de 3 em 3”. Mesmo que ela não tenha utilizado a fórmula nessa resolução, penso ser muito interessante apresentar sua resolução na Figura 15.

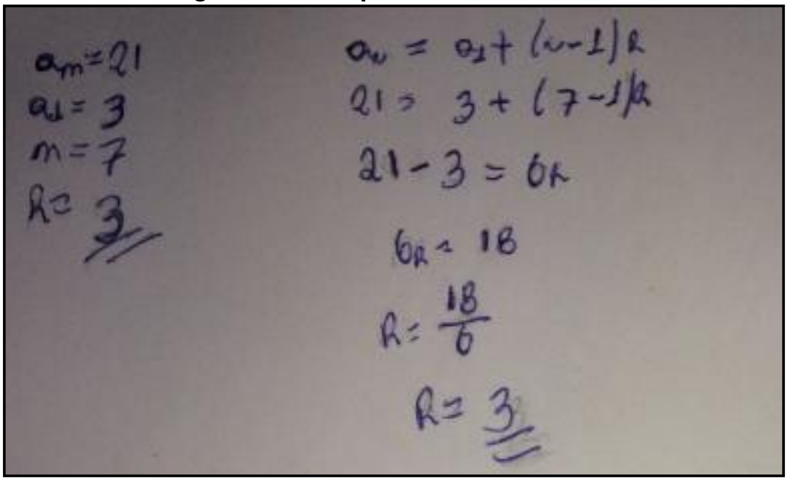
Figura 15 - Resposta da aluna Naiara.



Fonte - Autores

Fonseca (2005) fala, em seu trabalho, da importância de olhar para a resolução do aluno e, com ela, discutir diferentes maneiras de resolução de um mesmo problema. Aqui, a aluna Naiara fez a sequência para depois descobrir a razão. Depois que ela explicou para seus colegas como havia pensado, os outros também utilizaram a mesma ideia. Apenas Carolina, Felipe e Vitor conseguiram fazer a tarefa utilizando a fórmula. Apresento, na Figura 16, a resolução do Vitor. Penso que os três tiveram mais facilidade de utilizar a fórmula por fazer pouco tempo que tinham deixado de estudar. Confessaram que, quando cursavam o primeiro ano do Ensino Médio, viram algo parecido e, com as explicações e os exemplos, puderam relembrar.

Figura 16 - Resposta do aluno Vitor.



Fonte: Autores

A diferença de idade entre os alunos é um ponto muito importante quando se trabalha com a EJA. O professor precisa ficar atento àqueles que vão mais lentamente, enquanto que outros vão mais rapidamente. Utilizar esta proposta de ensino na EJA possibilita ao professor deixar com que cada um dos alunos faça a leitura à sua maneira; assim, a aluna Naiara, que resolveu formando a sequência, e o aluno Felipe, que utilizou a fórmula, mostraram que não existe apenas um modo de resolução.

Meu objetivo nessa etapa da proposta era fazer com que eles utilizassem a fórmula no termo geral. Falei com eles sobre a importância de utilizarem a fórmula, para que não fosse necessário ficar escrevendo sempre toda a sequência. Na segunda questão, com meu auxílio, todos conseguiram utilizar a fórmula para resolvê-la. Penso que, a partir desse momento, é importante trazer mais exercícios para que eles possam praticar. Depois que terminamos, apresentei a eles o nome do conteúdo que começamos a desenvolver naqueles dois dias, fui até o quadro e com questionamentos aos alunos, fomos chegando ao termo geral da Progressão Aritmética.

Até aqui, tinha sido possível notar algumas mudanças que deveriam ser feitas na proposta. Uma delas, quanto à estrutura, era deixá-la sem linhas; outra, era utilizar menos tarefas em forma de perguntas a serem respondidas. E também, quanto à minha prática em sala de aula, era apresentar tarefas que levassem os alunos a pensar em como resolvê-las, e não fazer somente aulas em que eu explico no quadro o modelo e eles apenas reproduzem o conteúdo.

Em seguida, apresento, no quadro 5, algumas possíveis considerações a respeito da dinâmica da aula, baseadas na análise da produção escrita como fio condutor da aula.

Quadro 05 - Considerações a respeito da dinâmica da aula tendo em vista a perspectiva da utilização da proposta de ensino.

Autor / Elementos	Cardoso
Utilização da análise da produção escrita	Possibilitou aos alunos trabalharem de forma a criar suas próprias estratégias, de uma maneira que eles não estavam acostumados; ainda tiveram a oportunidade de analisar a escrita do outro. Relembraram conceitos trabalhados em aulas anteriores sobre sequência, juros simples e compostos que utilizam fórmulas. Proporcionou discussão em grupo. Possibilitou ao professor identificar o que falta em suas aulas, como: deixar o aluno ser responsável por sua aprendizagem, apresentar atividades que envolvam a leitura e a escrita em Matemática.
Papel do professor	Escolher a turma; escolher a tarefa em relação ao seu objetivo; levá-la para que outros alunos a resolvam; escolher dentre as resoluções aquelas que possibilitem o máximo de informação possível; organizar a proposta de ensino desejada e, durante a aula, fazer intervenções para que os alunos consigam chegar ao objetivo desejado.
Papel do aluno	Investigar e identificar, na resolução do outro, possíveis indícios para compreender o que está sendo pedido.

Fonte: Autora

4 QUARTA HISTÓRIA: UMA SEGUNDA VERSÃO DA PROPOSTA DE ENSINO

Aqui será apresentada uma análise das modificações que julguei necessárias para uma segunda versão da proposta de ensino baseada nas análises da aplicação com alunos na EJA. Além dessa análise, será apresentada a segunda versão da proposta de ensino, com hipóteses do que os alunos poderiam fazer a partir da análise da produção escrita presente nas tarefas e possíveis hipóteses de intervenções do professor visando à formalização do conteúdo com base no que o aluno escreveu, utilizando a análise da produção escrita como um fio condutor nas aulas de Matemática.

4.1 MODIFICAÇÕES REALIZADAS NA PRIMEIRA VERSÃO DA PROPOSTA DE ENSINO

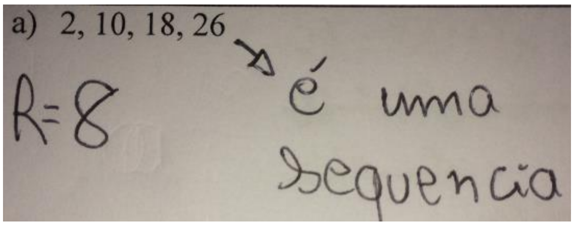
Na figura 17, apresento o enunciado da primeira versão, sobre o qual um dos alunos me perguntou: "Professora, nesses quadrados eu não preciso responder nada?". Quando o aluno me fez essa pergunta, pensei que o enunciado não estava claro o suficiente; minha intenção era que eles observassem as resoluções e respondessem às perguntas propostas. Então, na figura 18, apresento o enunciado modificado, a partir dessas considerações.

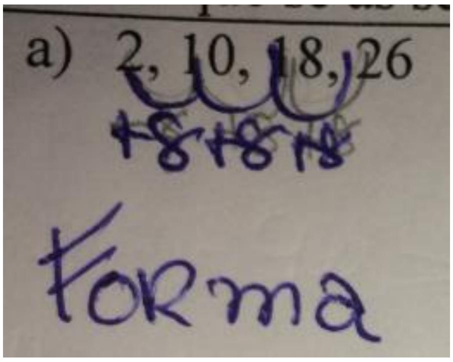
Figura 17 - “Proposta de Ensino – 1ª versão”

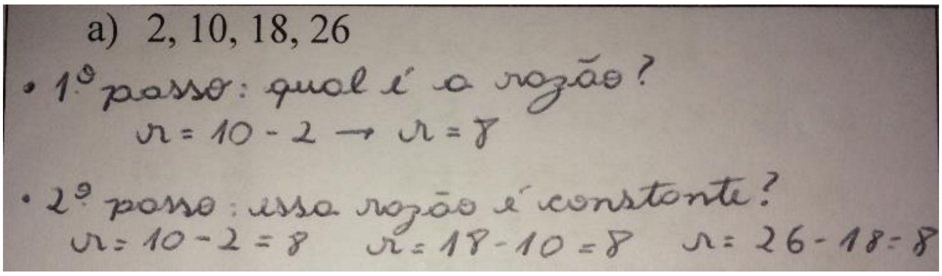
Nome: ____

As resoluções abaixo são de alguns alunos. Observe as sequências e responda às tarefas:

a) 2, 10, 18, 26


a) 2, 10, 18, 26
R=8
é uma sequencia


a) 2, 10, 18, 26
+8+8+8
Forma


a) 2, 10, 18, 26
• 1º passo: qual é a razão?
r = 10 - 2 → r = 8
• 2º passo: essa razão é constante?
r = 10 - 2 = 8   r = 18 - 10 = 8   r = 26 - 18 = 8

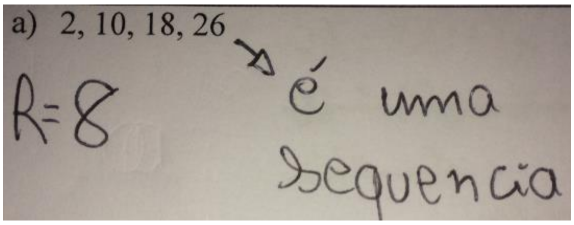
Fonte: Autores

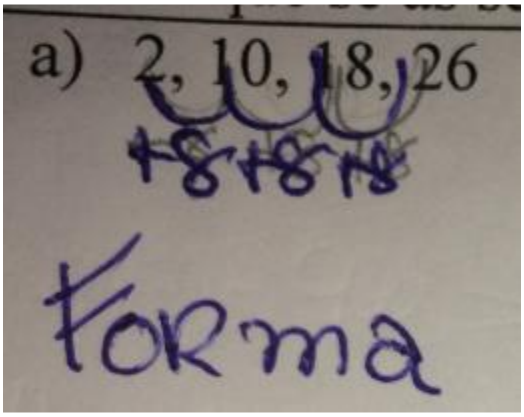
Figura 18 - “Proposta de Ensino – 2ª versão”

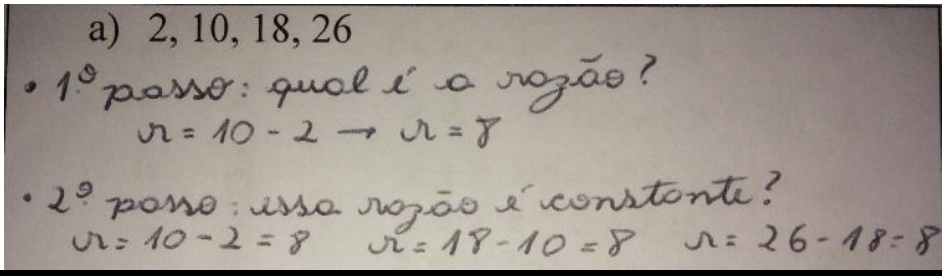
Nome: ____

As resoluções abaixo são de alguns alunos. Observe as sequências numéricas e responda às questões a seguir:

a) 2, 10, 18, 26


a) 2, 10, 18, 26
R=8
é uma sequencia


a) 2, 10, 18, 26
+8+8+8
Forma


a) 2, 10, 18, 26
• 1º passo: qual é a razão?
r = 10 - 2 → r = 8
• 2º passo: essa razão é constante?
r = 10 - 2 = 8   r = 18 - 10 = 8   r = 26 - 18 = 8

Fonte: Autores

A segunda modificação que pensei em fazer diz respeito a esse questionamento feito por um dos alunos: “Por que tantas linhas? Eu preciso preencher todas?”. Apresento, na figura 19, a primeira versão com as linhas que o aluno mencionou. Minha intenção era deixar as linhas para facilitar a organização deles. Com base em algumas experiências que tive em sala de aula quanto a dar tarefas sem linhas para resposta, alguns alunos reclamavam e pediam para colocar uma folha de papel com linhas. Diante disso, coloquei as linhas na primeira versão da proposta de ensino. Porém, depois do questionamento levantado pelo aluno, decidi, na segunda versão, retirar as linhas, como apresento na figura 20. Além de retirar as linhas, modifiquei a escrita para tentar deixar mais explícito o que eu queria.

Figura 19 - “Proposta de Ensino - 1ª versão”

1- Ao observar o que os alunos fizeram, as sequências apresentadas nos 3 itens têm algo de semelhante ou de diferente? Descreva o que você pode observar nas resoluções.

2- Nas resoluções, os alunos utilizaram a expressão razão ou a letra **r.** O que você entendeu sobre razão?

Fonte: Autores

Figura 20 - “Proposta de Ensino - 2ª versão”

1- Ao analisar essas produções escritas, você observa alguma semelhança ou diferença nas sequências apresentadas? Justifique sua resposta.

2- Em suas resoluções, os alunos utilizaram a palavra razão ou a letra r. A partir de sua análise, o que você pode dizer sobre isso? Justifique sua resposta.

Fonte: Autores

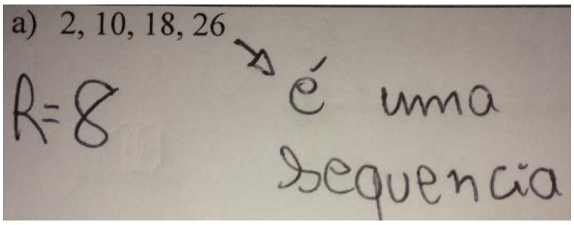
Apresento, nas Figuras 21 e 22, a segunda versão da tarefa para a proposta de ensino. Com as modificações apresentadas acima, não pretendo esgotar as possibilidades de mudança e atualizações na tarefa, pois isso dependerá do objetivo do professor e da turma em que será aplicada, porém para este trabalho finalizo com esta versão final. Além disso nas figuras 23, 24, 25 e 26 apresento a versão finalizada com as modificações necessárias segundo aplicação na EJA.

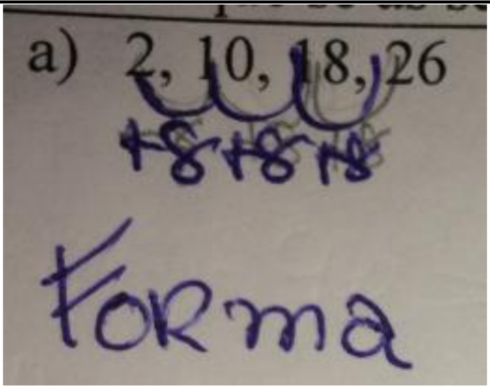
Figura 21 - “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

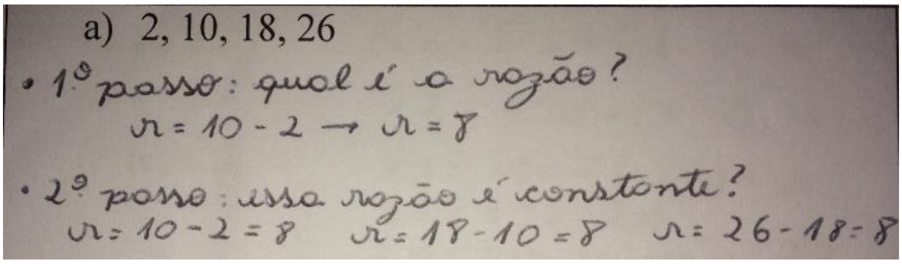
Nome:____

As resoluções abaixo são de alguns alunos. Observe as sequências numéricas e responda às questões a seguir:

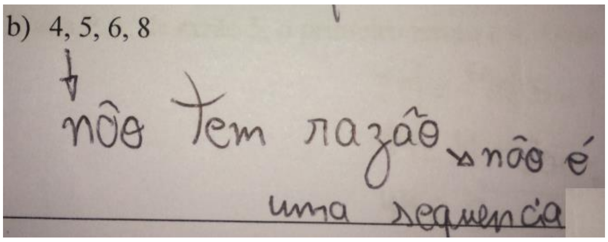
a) 2, 10, 18, 26

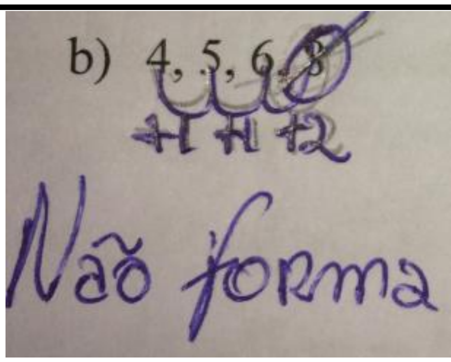


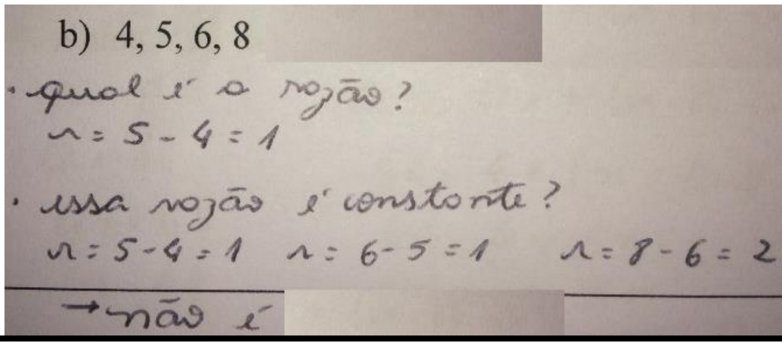




b) 4, 5, 6, 8



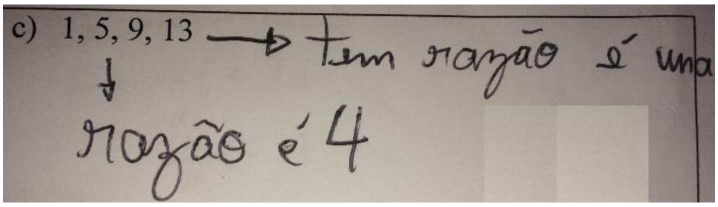


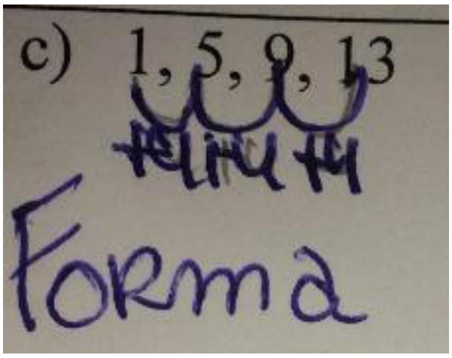


Fonte: Autores

Figura 22 - “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

c)1, 5, 9, 13





1- Ao analisar essas produções escritas, você observa alguma semelhança ou diferença nas sequências apresentadas? Justifique sua resposta.

2- Em suas resoluções, os alunos utilizaram a palavra razão ou a letra r. A partir de sua análise, o que pode dizer sobre isso? Justifique sua resposta.

Fonte: Autores

Figura 23 - “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

Nome:____

1. Observando as resoluções dos alunos, identifique as razões nas seguintes sequências numéricas:

a) 2, 4, 5, 7, 9, 10, 11

b) 3, 14, 25, 36

c) 1, 3, 9, 27

d) 35, 44, 53

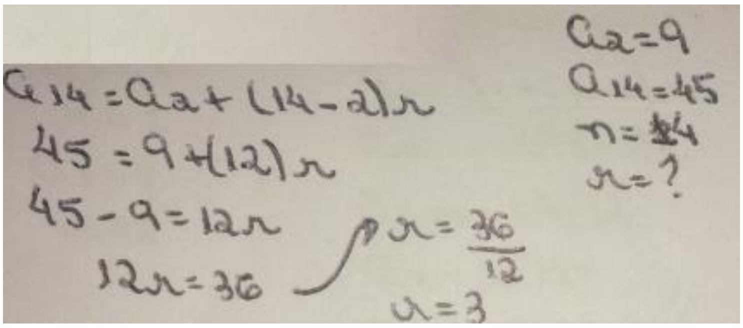
Fonte: Autores

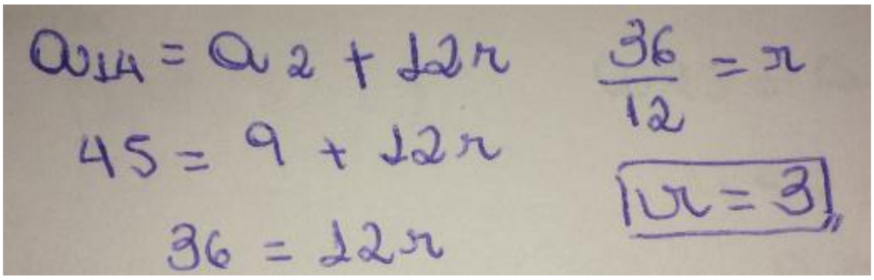
Figura 24- “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

Nome:____

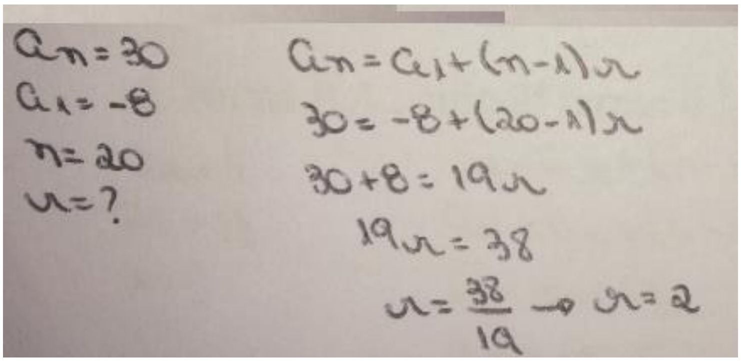
Ainda sobre as razões, veja como os alunos resolveram estas tarefas:

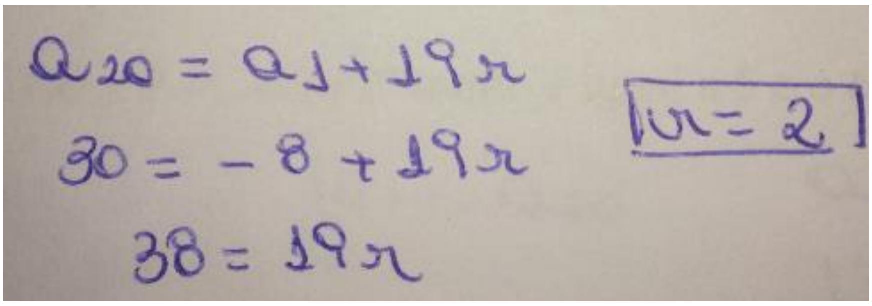
2. Obtenha a razão da sequência numérica em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.





3. Obtenha a razão da sequência numérica em que o primeiro termo é – 8 e o vigésimo é 30.





Fonte: Autores

Figura 25 - “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

Responda:

1- Aqui os alunos resolveram de modo diferente do que foi utilizado na primeira tarefa apresentada? Descreva o que você entendeu.

2- Qual foi o procedimento utilizado por eles neste momento?

3- Nessas resoluções aparece algo que você ainda não conhece? O quê?

4- Como você nomearia cada uma das letras apresentadas nessas resoluções?

Fonte: Autores

Figura 26 - “Proposta de Ensino – 2ª versão final”

Nome:____

1. Obtenha a razão da sequência numérica em que o primeiro termo é 3 e o sétimo é 21.

2. Obtenha a razão da sequência numérica em que $a_2 = 7$ e $a_{20} = 79$.

Fonte: Autores

4.2 UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA PROFESSORES UTILIZAREM A ANÁLISE DA PRODUÇÃO ESCRITA COMO FIO CONDUTOR NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Nesta seção apresento uma proposta contendo hipóteses do que os alunos podem fazer e possíveis intervenções do professor, para que ele possa trabalhar utilizando a análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática.

Tempo previsto: oito aulas.

Conteúdo da aula: Progressão Aritmética.

Objetivos:

- Identificar se os alunos compreendem o significado da razão **(r)** e o número de termos **(n).**

- Identificar se os alunos compreendem o significado de $\mathbf{a_n}$, $\mathbf{a_1}$ **e** $\mathbf{a_2}$.

- Identificar se os alunos compreendem e determinam a razão de uma PA finita.

- Identificar se os alunos sabem determinar o número de termos de uma PA finita.

Encaminhamentos para aula: (1º dia)

Com a tarefa já elaborada (Figura 21 e Figura 22), o professor pode escolher trabalhar em sala de aula individualmente, em duplas ou em grupos com seus alunos, dependendo do seu objetivo. Quanto a isso, apresento uma sugestão: o professor pode, inicialmente, deixá-los trabalharem individualmente e depois, durante as discussões, envolver todos. Mesmo que trabalhem individualmente, é interessante deixar os alunos trocarem ideias entre si, se julgarem necessário.

Na sequência:

1. Entregue a tarefa para cada aluno. Se for a primeira vez que eles têm contato com esse tipo de tarefa, explique-lhes o que fazer. Uma sugestão é dizer que terão que analisar a resolução feita por colegas a fim de responder às perguntas.
2. Deixe os alunos analisarem por um tempo. Possibilite a eles que se familiarizarem com a tarefa.
3. Durante esse tempo, procure perceber como eles observam as tarefas resolvidas e quais são suas atitudes.

4. Diga-lhes que está à disposição para ajudá-los quanto a possíveis questionamentos sobre a tarefa.

Alguns questionamentos ou comentários que os alunos podem fazer nesse início:

1. Professor(a), não estou entendendo nada do que este aluno fez.
2. O que ele quis dizer quando escreveu “é uma sequência”?
3. O que forma?
4. O que não forma?

Os alunos, ao se deparem pela primeira vez com esse tipo de tarefa, podem se sentir um pouco desconfortáveis, já que não é o professor que está explicando o conteúdo, mas são eles que precisam analisar a resolução do outro para chegar a uma conclusão para responder à pergunta proposta.

Sugiro uma possível intervenção no que diz respeito aos questionamentos acima. O professor pode dizer que eles precisam olhar para as três resoluções ao mesmo tempo, tentado estabelecer uma relação entre as três. Assim poderão explicar o que está acontecendo e o motivo por eles terem respondido o que está escrito.

Depois dessa intervenção, o professor pode continuar andando pela sala e tentar perceber o que os alunos estão fazendo a partir de sua explicação. Ele pode, nesse momento, ir questionando individualmente os alunos quanto às suas particularidades.

Mesmo com a intervenção do professor, os alunos podem fazer os seguintes questionamentos:

1. Professor, ainda não estou entendendo o que significa: “é uma sequência”.
2. Eu sei que na letra **a** está indo de 8 em 8, na **c** de 4 em 4. Isso é o que significa “forma uma sequência”? E na letra **b,** não?

Com esses dois comentários dos alunos, o professor pode ir até a frente do quadro e retomar tópicos do conteúdo de Sequências, visto que é o que antecede à Progressão Aritmética. Ao fazê-lo, ajudará os alunos a recordarem de que as sequências podem ter vários padrões, além de salientar que essas com que estamos trabalhando formam um caso especial.

No decorrer da aula, os alunos, já familiarizados com a tarefa, chegam ao momento em que terão que registrar por escrito aquilo que haviam pensado ou falado, considerando que alguns podem não ter afinidade com a escrita. Seguem alguns comentários ou questionamentos que podem surgir nesse momento:

1. Professora, como que vou explicar, no papel, o que eu falei?
2. Não consigo escrever o que acabei de te dizer.
3. Professora, não dá só para falar? Para mim, é melhor falar do que escrever.

Sobre essas hipóteses, o professor pode falar para os alunos sobre a importância de desenvolver a escrita, pois nos faz organizar as ideias antes de colocá-las no papel. Além disso, ele pode ressaltar que escrever é prática comum em todas as disciplinas.

Depois disso, antes de recolher a tarefa, o professor pode fazer um fechamento dessa primeira parte, retomando alguns conceitos com os alunos e suscitando questionamentos, como:

1. O que vocês entenderam de razão?
2. O que é uma sequência?
3. Como podemos formar uma sequência? Tem uma regra? Sim, não? Se tem, qual?
4. O que vocês entenderam sobre este conteúdo?

Mesmo que alguns pontos ainda não estejam bem claros, a ideia é dar continuidade com a segunda parte da proposta de ensino, que pode ser visualizada na Figura 27.

Figura 27 - "Proposta de Ensino – Versão Final - momento 2"

Nome:____

1. Observando as resoluções dos alunos, identifique as razões nas seguintes sequências numéricas:

a) 2, 4, 5, 7, 9, 10, 11

b) 3, 14, 25, 36

c) 1, 3, 9, 27

d) 35, 44, 53

Fonte: Autores

Nesta etapa, os alunos terão a oportunidade de determinar as razões. Sugiro que o professor deixe com os alunos a tarefa anterior, pois assim poderão retomar algo, caso necessário.

Ao observar que essas tarefas contêm apenas números, que é o mais comum em uma aula de Matemática, os alunos podem sentir-se mais confiantes para fazê-las. O professor pode deixar claro para os alunos que eles devem resolver da maneira deles.

Ao encerrar esse momento da proposta, o professor pode retomar novamente o que os alunos entenderam sobre razão, e ainda instigá-los sobre se existe apenas uma maneira de resolver.

Encaminhamentos para a aula: (2º dia)

O professor pode iniciar sua aula relembrando os alunos do que foi trabalhado no dia anterior. Em seguida, pode entregar a terceira parte da proposta, visualizada a seguir nas Figuras 28 e 29.

Figura 28 - "Proposta de Ensino – Versão final - momento 3"

Nome:____

Ainda sobre as razões, veja como os alunos resolveram estas tarefas:

1. Obtenha a razão da sequência numérica em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.

$a_2 = 9$
$a_{14} = 45$
$n = 14$
$r = ?$

$a_{14} = a_2 + (14-2)r$
$45 = 9 + (12)r$
$45 - 9 = 12r$
$12r = 36 \rightarrow r = \frac{36}{12}$
$r = 3$

$a_{14} = a_2 + 12r$
$45 = 9 + 12r$
$36 = 12r$
$\frac{36}{12} = r$
$\boxed{r = 3}$

2. Obtenha a razão da sequência numérica em que o primeiro termo é – 8 e o vigésimo é 30.

$a_n = 30$
$a_1 = -8$
$n = 20$
$r = ?$

$a_n = a_1 + (n-1)r$
$30 = -8 + (20-1)r$
$30 + 8 = 19r$
$19r = 38$
$r = \frac{38}{19} \rightarrow r = 2$

$a_{20} = a_1 + 19r$
$30 = -8 + 19r$
$38 = 19r$
$\boxed{r = 2}$

Fonte: Autores

Figura 29- “Proposta de Ensino – Versão final - momento 3”

Responda: 1- Aqui os alunos resolveram de modo diferente do que foi utilizado na primeira tarefa apresentada? Descreva o que você entendeu. 2- Qual foi o procedimento utilizado por eles neste momento? 3- Nestas resoluções aparece algo que você ainda não conhece? O quê? 4- Como você nomearia cada uma das letras apresentadas nessas resoluções?

Fonte: Autores

Ao entregar a tarefa para os alunos, diga que terão que fazer o mesmo procedimento da primeira tarefa: analisar as resoluções e em seguida responder a algumas perguntas. Alguns questionamentos podem surgir, como:

1. Professor, não estou conseguindo pensar em coisa alguma.
2. Acho melhor a senhora ir ao quadro e explicar, como já estamos acostumados.
3. O que significam todas essas letras?

Quando o professor trabalha com algo a que os alunos não estão acostumados, é comum que eles se sintam incomodados com a situação. Diante desses questionamentos, o professor pode retomar alguns conteúdos em que fórmulas foram utilizadas. Assim, eles saberão que cada letra apresentada nas resoluções significa algo.

Em seguida, o professor pode discutir novamente com os alunos o que entenderam ou em quê sentiram mais dificuldade. O tempo gasto em cada momento da proposta de ensino dependerá da turma de cada professor e como ele conduzirá sua aula.

O professor irá para o último momento da proposta de ensino, que pode ser visualizado na Figura 30.

Figura 30 - "Proposta de Ensino – Versão Final - momento 4"

Nome:____

1. Obtenha a razão da sequência numérica em que o primeiro termo é 3 e o sétimo é 21.

2. Obtenha a razão da sequência numérica em que $a_2 = 7$ e $a_{20} = 79$.

Fonte: Autores

Ao entregar essa tarefa, o professor pode dizer aos alunos que poderão resolvê-la utilizando o que aprenderam naqueles dois dias. Nesse caso, o objetivo é que os alunos utilizem a fórmula que acabaram de aprender. Porém, como podem resolver da maneira que quiserem, duas situações podem acontecer:

1. O aluno pode resolver somando de 3 em 3 até chegar ao 21, sem utilizar a fórmula.
2. O aluno pode utilizar a fórmula substituindo cada valor, porém tendo dificuldades na resolução da tarefa.

Na primeira situação o aluno não utiliza a fórmula e ainda pode afirmar ao professor que essa maneira de resolver é muito mais fácil. Nessa situação, o professor pode orientá-lo quanto ao uso da fórmula, mostrando sua importância para uma sequência em que aparecem, por exemplo, 200 termos.

Na segunda situação, o professor pode retomar o conteúdo de Equação do Primeiro Grau, substituindo o **r** por **x** e mostrando aos alunos que a maneira de resolver é a mesma.

Ao finalizar essa etapa, o professor pode formalizar com os alunos o nome do conteúdo e explicar o porquê de se chamar Progressão Aritmética, além de retomar tudo o que foi trabalhado até aquele momento. Se preferir, o professor pode levar mais tarefas usando a aplicação do conteúdo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, tivemos como objetivo descrever a elaboração e aplicação de uma proposta de ensino utilizando a análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática para uma turma da Educação de Jovens e Adultos sobre o conteúdo de Progressão Aritmética. Com a aplicação, foi possível fazer algumas mudanças para uma nova versão, que foi apresentada no capítulo anterior.

Para que pudéssemos elaborar a proposta de ensino utilizando a análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática, tivemos como referencial os trabalhos desenvolvidos no GEPEMA e a tese de Santos (2014). Com base nessas leituras, foram desenvolvidas três práticas iniciais.

A primeira prática foi uma experiência com alunos colocados no papel de professor, na qual corrigiram uma prova escrita e atribuíram uma nota a ela. Para isso, uma prova escrita contendo tarefas discursivas de Matemática foi aplicada em uma turma de sétimo ano do Ensino Fundamental e corrigida por alunos de uma turma do sexto ano. A análise dos dados, obtidos por meio de diário de campo e das produções dos alunos, mostrou que eles, ao se colocarem na posição do professor, refletiram sobre o que deveriam saber ou fazer para corrigir uma prova, buscando sanar dúvidas sobre o conteúdo. Além disso, se depararam com a necessidade de estabelecer critérios a serem utilizados para a atribuição da nota e outras dificuldades encontradas no momento da correção.

A segunda prática foi realizada com cinco turmas de sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola particular, tendo como objetivo verificar se os alunos, ao observarem a resolução feita por colegas, seriam capazes de resolver uma expressão com frações. Utilizamos como ferramenta de ensino a análise da produção escrita em Matemática. O resultado desta investigação aponta que a maioria dos alunos afirmou ter conseguido resolver a expressão ao observar o que o colega tinha feito.

A terceira prática consistiu na descrição da elaboração e aplicação de uma prova escrita de Matemática que teve como foco a utilização da análise da produção escrita. Os dados de pesquisa foram coletados mediante um diário de campo e registros escritos pelos alunos. A prova em questão foi aplicada no terceiro bimestre letivo a cinco turmas do sétimo ano, em uma escola particular, com alunos entre 11 e 12 anos de idade. Os resultados obtidos mostram a viabilidade de sua aplicação e demonstram que a análise da produção escrita fornece uma oportunidade de problematização nas aulas de Matemática, uma vez que exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, da memorização e da repetição de procedimentos.

Com as três práticas iniciais e as leituras dos trabalhos desenvolvidos no GEPEMA, foi possível construir e aplicar uma proposta de ensino para a turma da EJA. Por meio dessa, constatou-se uma modificação na dinâmica da aula de Matemática, colocando o aluno em posição semelhante à do professor, que deve analisar aquilo que o aluno produziu na resolução de uma tarefa.

Enquanto realizava o trabalho, como aluna do mestrado, surgiram-me alguns questionamentos que acredito serem pertinentes:

- ✓ Será que a proposta de ensino que foi elaborada neste trabalho poderá ser utilizada por um professor que tenha quarenta horas/aula?
- ✓ Será que só utilizei a proposta de ensino em minhas aulas por fazer parte de meu trabalho de mestrado? Em outras palavras, será que se outra pessoa me falasse sobre essa proposta de ensino, eu a utilizaria?
- ✓ Será que essa proposta de ensino ficará apenas no meio acadêmico?
- ✓ Como levar essa proposta de ensino para a sala de aula, para que outro professor, que não faça parte do meio acadêmico, a aplique?

Não considero esses questionamentos como pontos negativos de meu trabalho; apenas não tenho como deixá-los de lado. No decorrer desses dois anos vivenciei muitas coisas, e as práticas e a elaboração da proposta de ensino modificaram minha prática em sala de aula, minhas escolhas, minha maneira de lidar com os alunos, minhas intenções. Do meu ponto de vista, precisava confiar em que daria certo. Assim, elenco alguns pontos que me fizeram acreditar nisso:

- ✓ O desafio vivido por meus alunos quando colocados para analisar a resolução do outro, tornando-os participativos.
- ✓ O pensar dos alunos em relação ao professor, quando colocados na mesma posição que a dele.
- ✓ A preocupação dos alunos com a organização da escrita em tarefas após as práticas.
- ✓ A percepção de que os alunos reproduzem aquilo que aprenderam com o professor em sala de aula.
- ✓ O fato de que eles podem ser críticos quanto à resolução do outro.

Esses são apenas alguns dos itens que considerei importantes como resultado do trabalho. Além disso, também foi possível alistar alguns benefícios do uso da análise da produção escrita como fio condutor nas aulas de Matemática.

- ✓ Possibilita ao professor identificar nos alunos como estão lidando com a forma da escrita nas aulas de Matemática.
- ✓ Possibilita o desenvolvimento do aluno quanto à análise e interpretação do que o outro fez.
- ✓ Possibilita ao aluno perceber o que o outro fez.
- ✓ Exige habilidades de reflexão e crítica dos alunos que vão além da realização de cálculos, da memorização e da repetição de procedimentos.
- ✓ Modifica a dinâmica da aula de Matemática.
- ✓ Possibilita ao aluno retomar alguns conteúdos já trabalhados.
- ✓ Possibilita ao aluno identificar a importância da organização, da caligrafia e da forma de escrita em uma tarefa, para melhor compreensão do que ele mesmo está fazendo e para o professor corrigir o que foi feito por ele em uma tarefa de Matemática.

Além disso, foi possível elaborar o quadro 6 para descrever como é a dinâmica da aula tendo em vista a utilização da análise da produção escrita como fio condutor das aulas de Matemática.

Quadro 6 – Dinâmica da aula tendo em vista a utilização da análise da produção escrita como fio condutor das aulas de Matemática.

Dinâmica da aula de Matemática quando...
... a análise da produção escrita é utilizada como fio condutor das aulas de Matemática da turma da EJA.
✓ O professor escolhe o conteúdo a ser trabalhado. ✓ O professor seleciona tarefas sobre o conteúdo a ser trabalho. ✓ O professor leva as tarefas selecionadas para que outros alunos a resolvam. ✓ O professor recolhe as resoluções das tarefas. ✓ Com as resoluções em mãos, o professor analisa a produção escrita dos alunos, seleciona e organiza-as e faz perguntas sobre as tarefas resolvidas para seus alunos da EJA responderem. ✓ O aluno analisa a produção escrita presente na resolução do outro, a fim de tentar responder às perguntas elaboradas pelo professor. ✓ Com base nos questionamentos levantados durante a aula, o professor elabora intervenções, de modo que essas o auxiliem a guiar o aluno em seu trabalho. ✓ O professor traz para a sala de aula informações acerca da produção do aluno para que esse possa analisá-las e discuti-las com os colegas. ✓ Ao final do trabalho, o professor faz a sistematização do conteúdo tendo em vista o trabalho realizado.

Fonte: Autora

Finalizamos tendo consciência de que ainda há muito a ser investigado sobre a análise da produção escrita em Matemática como fio condutor em aulas de Matemática. Deixamos algumas sugestões e questionamentos para pesquisas futuras:

- ✓ Organizar e aplicar uma proposta de ensino nessa perspectiva para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental ou para a Educação Infantil.
- ✓ Como crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental lidam com resoluções feitas por um colega?
- ✓ Como professores lidam com resoluções feitas por outra pessoa?
- ✓ Como elaborar uma proposta de ensino nessa perspectiva para alunos com deficiência visual? E quanto a deficientes auditivos? Ou ainda, e quanto a alunos com síndrome de Down?

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, V. L. C. de. **Questões não rotineiras:** a produção escrita de alunos da graduação em Matemática. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

ALVES, R. M. F. **Estudo da produção escrita de alunos do Ensino Médio em questões de Matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

BARLOW, M. **Avaliação escolar -** mitos e realidades. Porto Alegre: Artmed, 2006.

BEZERRA, G. C. **Registros escritos de alunos em questões não rotineiras da área de conteúdo quantidade**: um estudo. 2010. 183f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

BRASIL, C. C. **HISTÓRIA DA ALFABETIZAÇÃO DE ADULTOS: DE 1960 ATÉ OS DIAS DE HOJE**. 2015. 100 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Matemática Universidade Católica de Brasília).
Disponível em: https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12005/CristianeCostaBrasil.pdf
Acesso em: 29 dez. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Proposta curricular para a educação de jovens e adultos:** segundo segmento do ensino fundamental (5ª a 8ª série): Matemática. Brasília, 2002. 67p.

BRASIL. Congresso Nacional. Lei Federal nº 9.394. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Proposta curricular para a educação de jovens e adultos**. Brasília: MEC/SEF, 2002b. v. 1.

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEN, Sari Knoop. **Investigação Qualitativa em Educação**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BOLÍVAR BOTIA, A. **¿De nobis ipsis silemus?: epistemología de la investigación biográfica-narrativa en educación.** Revista Electrónica de Investigación Educativa, México, DF, v. 4, n. 1, 2002.

BURIASCO, R. L. C. de. **Análise da Produção Escrita: a busca do conhecimento escondido.** In: XII ENDIPE - Encontro Nacional de Didática e Prática de Ensino, 2004, v.3, Curitiba. **Anais...** Curitiba: Champagnat, 2004. p. 243-251.

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **O Ensino de Expressões com Frações por meio da Análise Da Produção Escrita** In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO E APRENDIZAGEM, 3, 2016, Londrina. Anais: Londrina: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **O que os alunos podem aprender ao corrigirem provas de Matemática?** In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2017, Madrid. Anais: Madrid: Universidade Complutense de Madrid, 2017. **(a)**

CARDOSO, M. A. M.; DALTO, J. O. **Mas esta questão já está resolvida!?** Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 1, n. 1, (aceito para publicação), 2017. **(b)**

CELESTE, L. B. **A Produção Escrita de alunos do Ensino Fundamental em questões de Matemática do PISA**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

CIANI, A. B. **O realístico em questões não rotineiras de Matemática.** 2011. 166f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

COSTA, L.C. A., **História do Brasil**. 11 ed. São Paulo: Scipione, 1999.

DALTO, J. O. **A produção escrita em Matemática: análise interpretativa da questão discursiva de Matemática comum à 8ª série do ensino fundamental e a 3ª série do ensino médio da AVA/2002**. 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007.

DI PIERRO, M. C. e HADDAD, S. **Transformações nas políticas de educação de jovens e adultos no brasil no início do terceiro milênio: uma análise das agendas nacional e internacional,** 2015.

FERREIRA, P. E. A. **Análise da produção escrita de professores da Educação Básica em questões não rotineiras de Matemática**. 2009. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2009.

FONSECA, M. da C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

HADJI, C. **A Avaliação, Regras do jogo**. Das intenções aos Instrumentos. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.

LOPEZ, J. M. S. **Análise interpretativa de questões não rotineiras de Matemática**. 2010. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

MONTEIRO, E. F.C. **Práticas avaliativas em Matemática na Educação de Jovens e Adultos: estudo de caso de uma escola da Rede Municipal de Belo Horizonte.**

Ouro Preto, 2010. 202 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

NAGY-SILVA, M. C. **Do Observável ao Oculto: um estudo da produção escrita de alunos da 4ª série em questões de Matemática**. 2005. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas. Universidade Estadual de Londrina, 2005.

NEGRÃO de LIMA. R. C. **Avaliação em Matemática:** análise da produção escrita de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental em questões discursivas. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PARECER **CNE/CEB 11/2000 - HOMOLOGADO**
<http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/legislacao/parecer_11_2000.pdf
Acesso em: 29/12/16.

PEDROCHI JUNIOR, O. **Avaliação como oportunidade de aprendizagem em Matemática**. 2012. 56f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

PEREGO, S. C. **Questões Abertas de Matemática:** um estudo de registros escritos. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2005.

PEREGO, F. **O que a produção escrita pode revelar? Uma análise de questões de Matemática**. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2006.

PIRES, M. N. M. **Oportunidade para aprender**: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases. 2013. 122f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

RABELO, A. O. **A importância da investigação narrativa na educação**. In: Educ. Soc., Campinas, v. 32, n. 114, p. 171-188, jan.-mar. 2011.
Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v32n114/a11v32n114.pdf .Acesso em: 20 maio, 2017.

SANTOS, E. R. dos. **Analise da produção escrita em Matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. Tese (Mestrado em ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2014.

SANTOS, E. R. dos. **Estudo da Produção Escrita de Estudantes do Ensino Médio em Questões Discursivas Não Rotineiras de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

SEGURA, R. de O. **Estudo da Produção Escrita de Professores em Questões Discursivas de Matemática.** 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.

UNESCO**. Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem Jomtien, 1990** Declaração UNESCO – Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000862/086291por.pdf>. Acesso em 26 dez. 2016.

VILLANI, A; FREITAS, D. de. **Estrutura disciplinar, estratégias didáticas e estilo docente: Categorias para interpretar a sala de aula.** In: Reunião Anual da ANPEd, 2001, Caxambu.

Disponível em: <https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0ahUKEwj3iuuCwoLOAhXMiZAKHT_QDdIQFggcMAA&url=http%3A%2F%2F24reuniao.anped.org.br%2FT0471253626282.doc&usg=AFQjCNE0ufJKM_uMKgd0qY73YTokeK_kjg&sig2=ywIhcXyQoQ_Nv4u1YXwxsg&bvm=bv.127521224,d.Y2I&cad=rja> Acesso em: 20/07/16.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. **O que alunos da escola básica mostram saber por meio de sua Produção escrita em Matemática**. 2007. 108 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

APÊNDICE A - LISTA DE TAREFAS SOBRE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

LISTA DE PROGRESSÃO ARITMÉTICA

1-Identifique qual a razão e a quantidade de termos de cada uma das sequências abaixo, sabendo que são sequências finitas:

a) 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21	c) 3, 7, 11, ..., 79
b) 7, 14, 21, 28, 35	d) 100,98, 96, ..., 22

2- Identifique se as sequências formam uma PA.

a) 2, 10, 18, 26	c) 1, 5, 9, 13
b) 4, 5, 6, 8	d) 30, 20, 10, 5

Progressão Aritmética

Termo Geral:

$$a_n = a_1 + (n-1).r$$

ou ainda:

$$a_n = a_k + (n-k).r$$

Soma dos Termos:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n).n}{2}$$

3. Obtenha a razão da P.A. em que $a_2 = 9$ e $a_{14} = 45$.

4. Obtenha a razão da P.A. em que o primeiro termo é –8 e o vigésimo é 30.

5- Qual é o décimo quinto termo da P.A. (4, 10, ...)?

6. Calcule o 17º termo da P.A. cujo primeiro termo é 3 e cuja razão é 5.

7. Calcule o 25º termo da P.A. cujo primeiro termo é 3 e cuja razão é 5.

8. Calcular a soma dos 20 primeiros termos da P.A. (3, 7,11, ...)

9. Qual o número de termos da PA: (100, 98, 96, ...,22)?

10. Numa P.A. de razão 5, o primeiro termo é 4. Qual é a posição do termo igual a 44?

11. Considere a sequência dos números positivos ímpares, colocados em ordem crescente. Calcule 95º elemento.

12. Numa P.A., cujo 2º termo é igual a 5 e o 6º termo é igual a 13 o 20º termo é igual a:

13. Obtenha o primeiro termo da P.A. de razão 4 cujo 23º termo é 86.

14. Qual é o termo igual a 60 na P.A. em que o 2º termo é 24 e a razão é 2?

15. Obtenha a P.A. em que $a_{10} = 7$ e $a_{12} = -8$.

16. Qual é a soma dos números pares compreendidos entre 1 e 101?

17. Obter o sexagésimo terceiro número ímpar.

18. Calcule o quadragésimo termo da sequência cujo termo inicial é 4, a razão é 5.