



Marco Dantas

Ilustrações  
Anderson Monteiro



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

MARCO ANDRÉ DANTAS  
LEONADO STURION

**PROBLEMAS DO COTIDIANO PARA ALUNOS**

**EVERYDAY PROBLEMS FOR STUDENTS**

Produto Educacional apresentado como requisito para à obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, do Programa de Pós-graduação em Matemática - PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná. UTFPR

Orientador: Prof. Dr. Leonardo Sturion

LONDRINA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Esta licença permite que outros remixem, adaptem e criem a partir do trabalho para fins não comerciais, desde que atribuam o devido crédito e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Campus Londrina



MARCO ANDRE DANTAS

### **SABERES HISTÓRICOS DA TRIGONOMETRIA: IMPORTÂNCIA DA AULA EXTRACLASSE**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino De Matemática.

Data de aprovação: 19 de Maio de 2022

Dr. Leonardo Sturion, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Alireza Mohebi Ashtiani, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Rogerio Mendonca Martins, Doutorado - Universidade Estadual do Norte do Paraná (Uenp)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 19/05/2022.

## SUMARIO

Apresentação.....	01
Altura de um lugar alto com a sombra.....	03
Altura de um lugar alto sem a sombra.....	04
Altura de um objeto com teodolito.....	06
Altura de um lugar alto distante com teodolito.....	08
Altura de uma pipa.....	10
Batalha naval no plano cartesiano.....	12
Batalha Naval com simetria.....	13
Relação comprimento e diâmetro na circunferência.....	14
Referencias.....	15



## Apresentação

O produto educacional desse trabalho, vem com a intenção de mostrar problemas do cotidiano dos alunos de modo prático. É verdade que cada vez mais estão inserindo situações problemas do cotidiano em sala de aula, mas mesmo que tenha uma grande valia no ensino-aprendizado, tais problemas podem ser aprofundados na prática.

No cotidiano, não é raro vermos vários profissionais usando matemática na prática, sem saber sua teoria: como o pedreiro para levantar uma parede faz uso de um triângulo pitagórico, o pintor que calcula a área de uma parede para saber a quantidade de tinta, o marceneiro que usa razão e proporção nas medições de seus moveis, entre outras áreas de serviços. Também é comum o uso da matemática intuitivamente por crianças, adolescentes e jovens. Assim, esse produto educacional vem com o intuito de fazer uma ponte entre a matemática prática e a teórica.

O Produto Educacional tem a intenção de agregar em um único produto ponto de vistas de diversos professores e profissionais da área educacional, uma vez que muitos professores já abordam esta metodologia. Dito isto, o objetivo é fazer um levantamento de situações problemas do cotidiano, para que os alunos consigam ter autonomia na resolução de impasses matemáticos que envolvam a matemática na prática, e que futuros professores possam utiliza-lo em suas aulas no futuro e ir incrementando com novas situações surgidas com as dúvidas levantadas pelos alunos no seu cotidiano escolar.

O produto será constituído inicialmente por oito problemas, onde professores terão a liberdade de adicionar problemas que julgam relevantes para a matemática cotidiana. Sendo assim, o produto estará em constante atualização e sempre em sincronia com atualidade, sendo um estímulo para os alunos independente do passar dos anos.

Para o acesso dos alunos, o produto contará com um QR CODE nos livros didáticos, ao abordar assuntos que envolvam determinada situação problema, o aluno de forma autônoma, poderá acessar de seu celular o conteúdo e tentar resolver por conta própria. Neste contexto, o professor tem o papel de auxiliar, não esquecendo que o papel de protagonista deve ser do aluno, o professor vem com o objetivo de complementar o ensino, mostrando através de fórmulas o conteúdo abordado no exercício prático sendo o mediador que só vai interferir quando os alunos se depararem com obstáculos que precisam de um referencial teórico para prosseguir no desenvolvimento do problema proposto.

Quando os alunos acessarem o QR CODE, ele vai direcionar para um instragram, em que os 8 problemas vai estar inseridos, eles vão ter acesso para tentar realiza-los na prática. Também como o instragram é uma ferramenta de comunicação, os alunos poderão entrar em contato, para tirar suas duvidas, elogios, sugestões entre outras coisas que tenha vontade.

Também será possível a inclusão de outras situações problemas por outras pessoas, pois caso alguma pessoa tenha um problemas diferente, dos que já estão no produto, ele poderá marcar o instagram e constara na pagina

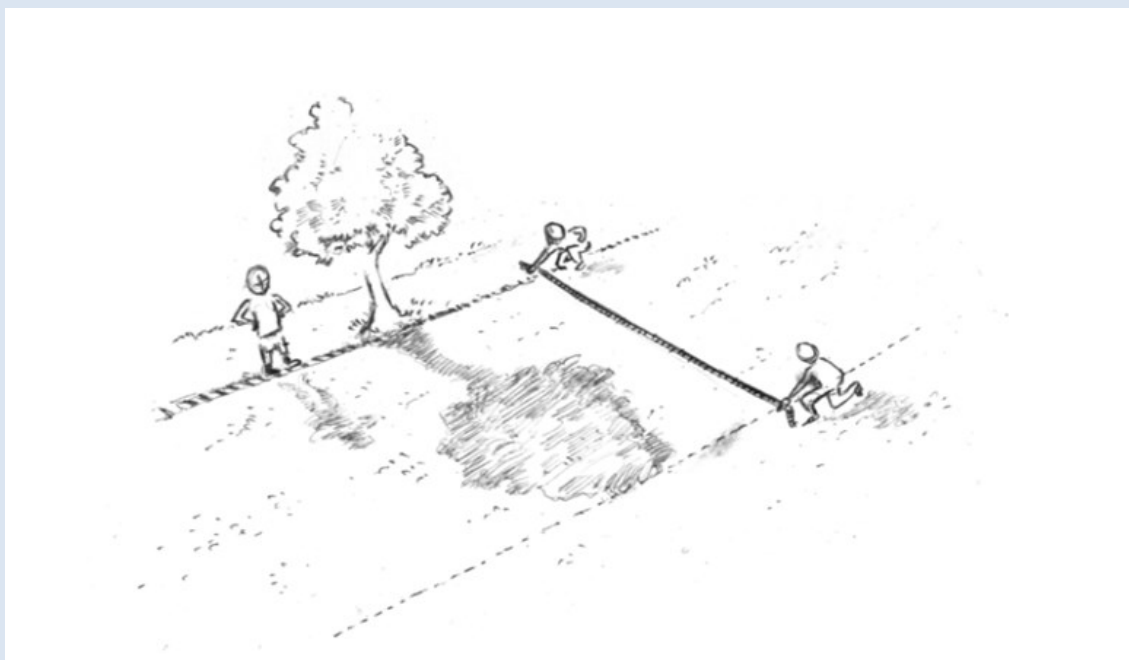
Estes problemas, foram pensados com ênfase ao conteúdo de trigonometria, mas também abordarão outros assuntos, como por exemplo plano cartesiano, comprimento de circunferência, etc. Incentivando assim, a colaboração de professores.

As atividades extra-classe, na educação, tem o objetivo de acrescentar conhecimento às aulas realizadas, desta forma é possível reforçar o que já foi aprendido em sala de aula. É possível ainda, desenvolver a personalidade do aluno e integra-lo à vida social, uma vez que estas atividades seriam a intercessão entre a teoria dada em sala de aula com a realidade social do aluno (DE SOUZA CHAIM e CALAZANS, 1998).

Os problemas já foram colocados em prática, no entanto até a data presente não houve uma observação analítica para uma descrição teórica de todos os problemas, porém foi possível constatar que os problemas são possíveis de serem realizados pelos alunos, relacionando situações do cotidiano escolar.

Assim, os problemas tem o principal foco despertar a curiosidade pelos alunos, por isso ele teve o foco principal, ser direcionados para os mesmo, mas também pode ser utilizados pelos professores em realização de aulas diversificadas e atraentes.

## Altura de um lugar alto com a sombra



**Passo 1 – Com o auxílio de um colega façam os levantamentos de dados.**

**Passo 2 – Encontrem um lugar alto, o qual vocês sempre tiveram curiosidade da altura, mas nunca conseguiram medir.**

**Passo 3 – Verifiquem se é possível medir o tamanho da sombra deste lugar. Se sim, meçam, se não, tentem achar um lugar que seja possível.**

**Passo 4 – Um de vocês deve se colocar perto do lugar, enquanto o outro mede a sua altura e sombra.**

**Passo 5 - Façam uma regra de três com os dados obtidos. Onde, na primeira coluna serão colocados os dados do amigo, na segunda coluna os dados do objeto. Na linha de cima, ficarão as medidas das sombras. Como no exemplo abaixo:**

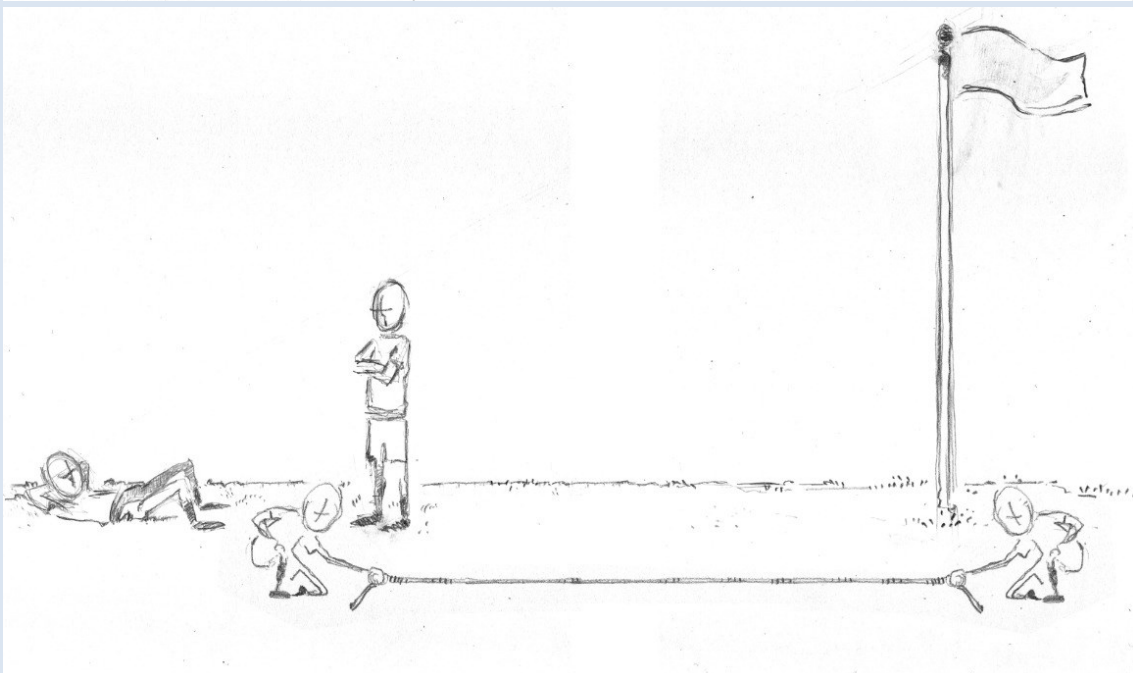
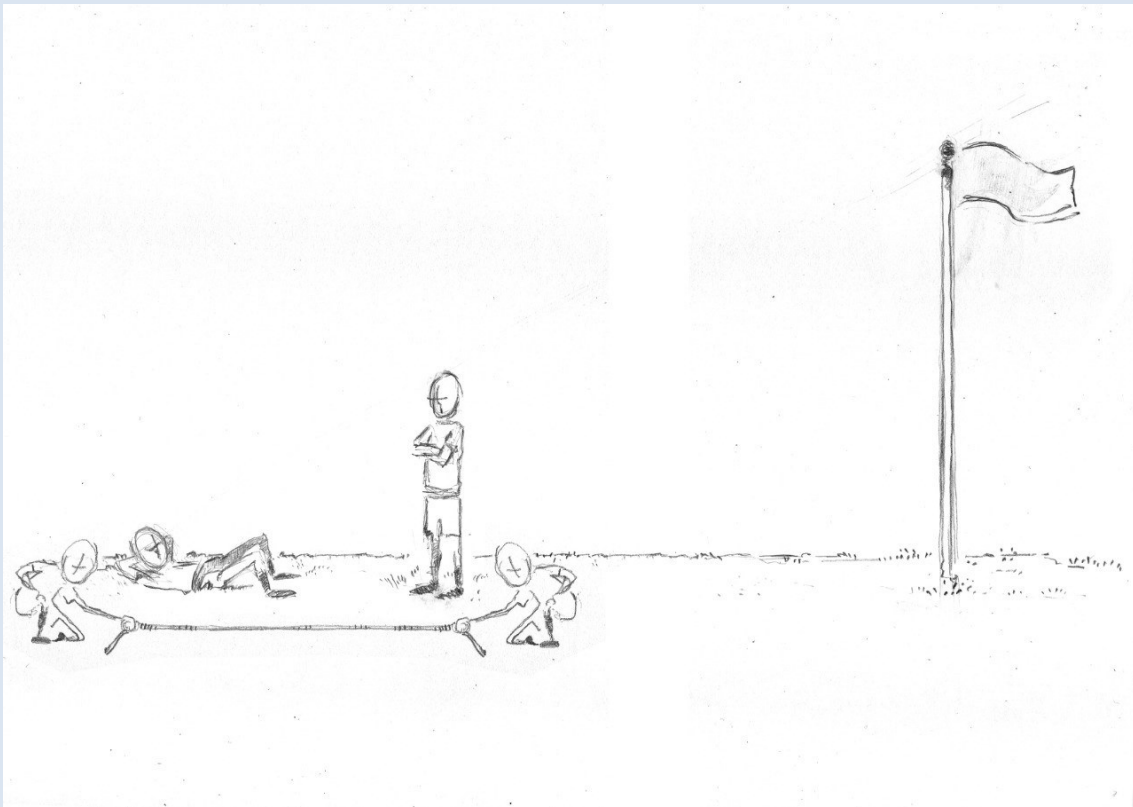
$$\frac{\text{Medida da sombra do amigo}}{\text{altura do amigo}} = \frac{\text{Medida da sombra do objeto}}{\text{altura do objeto}}$$

**Passo 6 – Realizem os cálculos para encontrar a altura do objeto.**

**Passo 7 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês, para que ele possa aprofundar o conteúdo.**



## Altura de um lugar alto sem a sombra



Passo 1 – Encontre dois amigos para fazer os levantamentos dos dados.

Passo 2 – Ache um lugar alto, o qual você sempre quis saber a altura mas nunca conseguiu medir.

Passo 3 – Depois descubram qual de vocês três é o mais alto.

Passo 4 – Um de vocês deve se deitar no chão a uma determinada distancia do objeto que desejam medir, deve ser possível ver o topo do objeto.

Passo 5 – O aluno mais alto deve ficar em pé entre o aluno deitado no chão e o objeto, de modo que cubra totalmente a vista do objeto.

Passo 6 – Feito isso, o 3º aluno deve medir a distancia do aluno deitado até o aluno em pé, depois a distancia do aluno em pé até o objeto e por último a altura do aluno em pé.

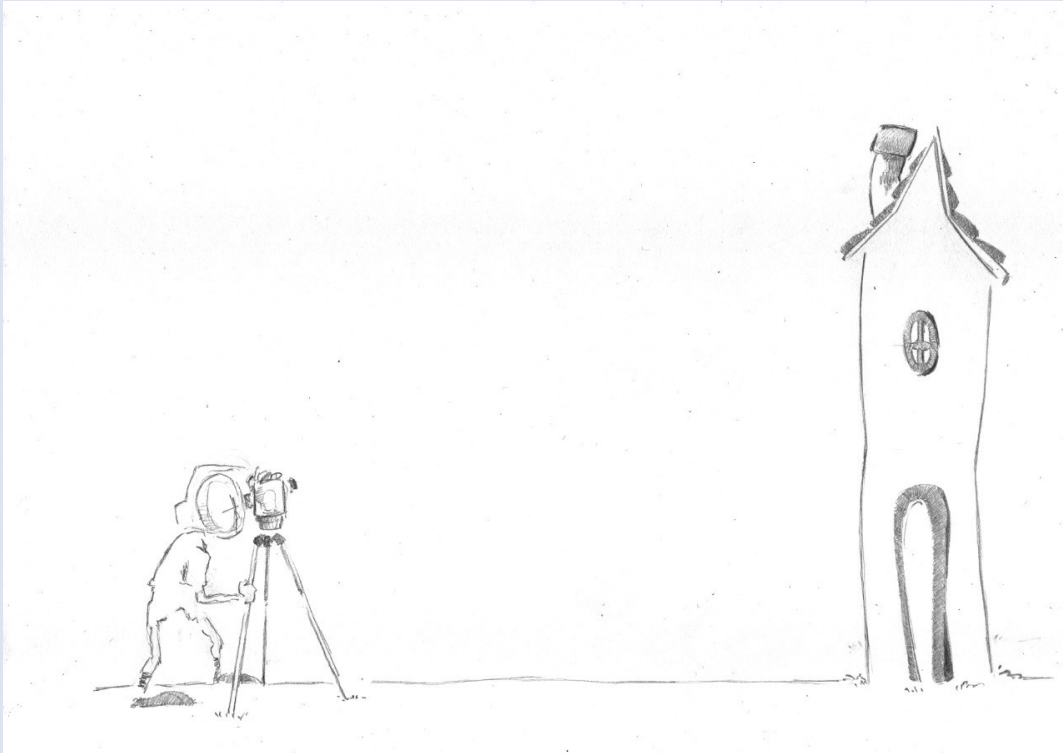
Passo 7 – Façam uma regra de três, de acordo com o seguinte esquema:

$$\frac{\text{Distancia entre aluno deitado para o de pé}}{\text{Altura do aluno em pé}} = \frac{\text{Distancia entre aluno deitado para o objeto}}{\text{Altura do objeto}}$$

Passo 8 – Realizem os cálculos para encontrar a altura do objeto.

Passo 9 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês para que ele possa aprofundar o conteúdo.

## Altura de um objeto com teodolito



**Passo 1 – Com o auxílio de um colega, façam os levantamentos de dados necessários**

**Passo 2 – Encontrem um lugar alto, o qual vocês sempre tiveram curiosidade da altura, mas nunca conseguiram medir.**

**Passo 3 – Fiquem a uma distância desse objeto, uma distância que permita a visualização completa do objeto.**

**Passo 4 – Usando um teodolito, encontre o ângulo entre a direção do seus olhos em linha reta e o topo do objeto.**

**Passo 5 – Calcule a distância que você se encontra do objeto**

**Passo 6 – Usem uma relação trigonométrica para fazer os cálculos, porém como você tem o cateto adjacente, e pretende encontrar o cateto oposto, use a relação:**

$$\text{Tangente } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

**E para esse problema vai ficar:**

$$\text{Tangente } \alpha = \frac{\text{Altura do objeto}}{\text{Distância do observador ao objeto}}$$

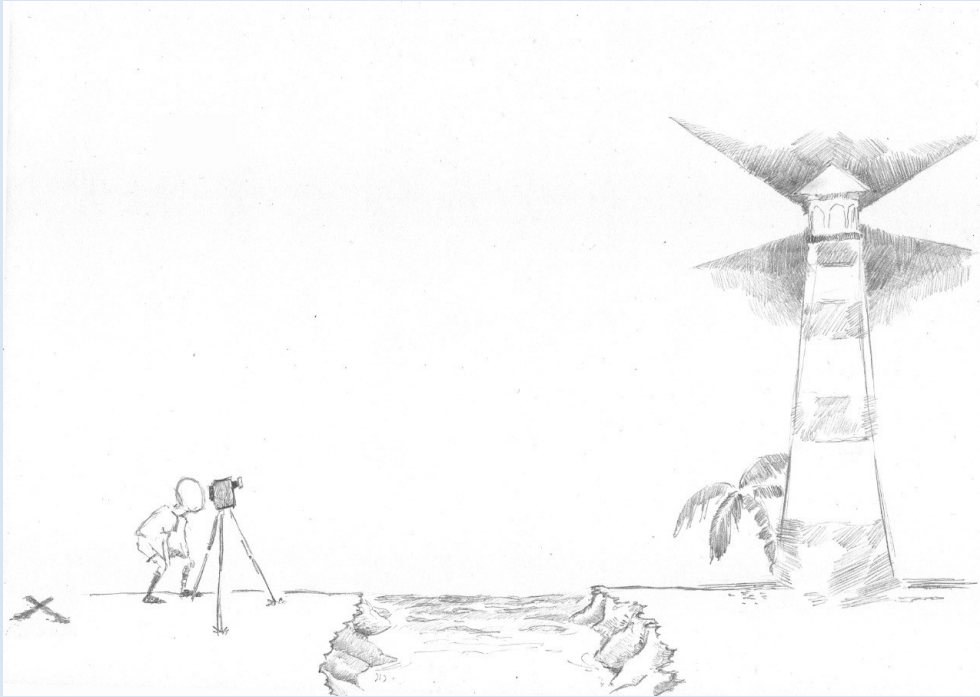
**Passo 7 – para verificar qual o valor da tangente do ângulo que você encontrou procure no google escrevendo “valores da tangente tabela”**

**Passo 8 – substitua os valores encontrados na tabela acima**

**Passo 9 – Realizem os cálculos para encontrar a altura do objeto.**

**Passo 10 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês, para que ele possa aprofundar o conteúdo.**

## Altura de um lugar alto distante com teodolito



**Passo 1 – Encontre um amigo para te ajudar a levantar os dados necessários.**

**Passo 2 – Encontrem um lugar alto que não se é possível chegar perto, o qual vocês sempre tiveram curiosidade da altura, mas nunca conseguiram medir.**

**Passo 3 - Com um teodolito (nas curiosidades esta mostrando como se faz um), encontre o ângulo entre a direção do seus olhos retos e o topo do objeto, vamos chamar esse ângulo de  $\alpha$ .**

**Passo 4 – Aproxime 3 metros do objeto e calcule novamente o ângulo, vamos chamar esse novo ângulo de  $\beta$ .**

**Passo 5 – nomeamos a distancia da segunda medição de ângulo com o objeto de  $y$  e a altura do objeto  $x$ .**

**Passo 6 – Assim encontraremos as seguintes relações:**

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{3+y}$$

$$\operatorname{tg} \alpha (3 + y) = x$$

$$3 + y = \frac{x}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$y = \frac{x}{\operatorname{tg} \alpha} - 3$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{x}{y}$$

$$\operatorname{tg} \beta \cdot y = x$$

$$y = \frac{x}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$y = \frac{x}{\operatorname{tg} \beta}$$

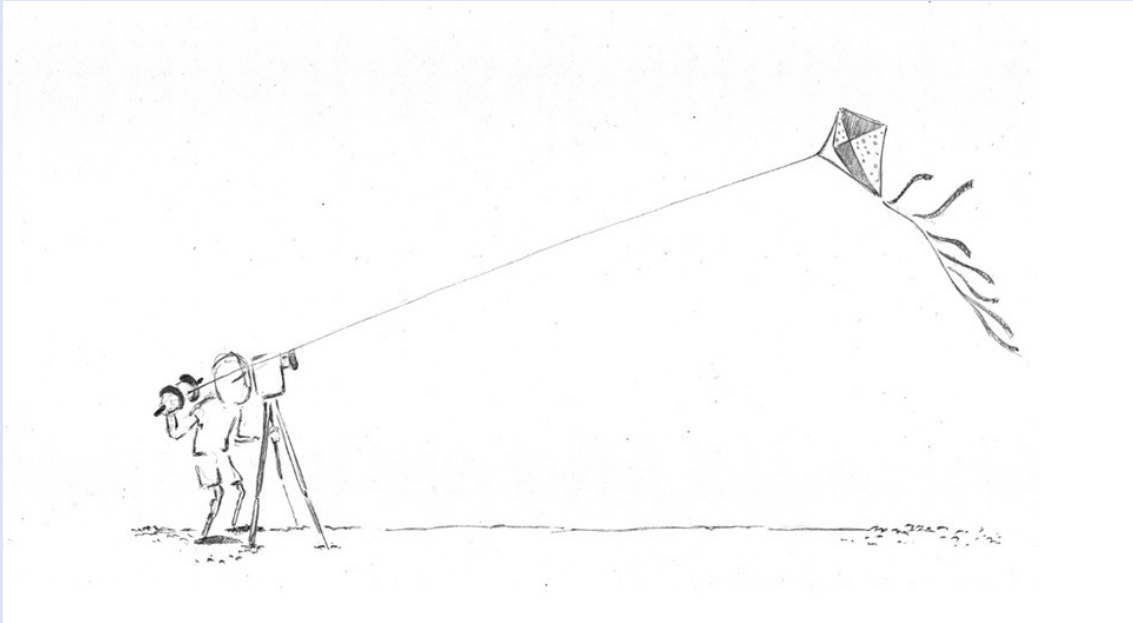
$$\frac{x}{\operatorname{tg} \alpha} - 3 = \frac{x}{\operatorname{tg} \beta}$$

**Passo 7 – na equação acima substitua os valores das tangentes que pode ser encontrada facilmente na internet.**

**Passo 8 – Realizem os cálculos para encontrar a altura do objeto, que é o valor x.**

**Passo 9 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês, para que ele possa aprofundar o conteúdo.**

## Altura de uma pipa



**Passo 1-** Pegue uma pipa que você saiba o tamanho do carretel de linha que ela contem, caso não tenha montado sua pipa, construa com um carretel de 100 metros.

**Passo 2-** solte toda a linha do seu carretel, mas não se esqueça de antes de fazer um nó para que ela não saia voando

**Passo 3 –** quando tiver totalmente “dado linha” da sua pipa, Com um teodolito (nas curiosidades esta mostrando como se faz um), encontre o ângulo entre a direção do seus olhos retos e a linha da pipa.

**Passo 4 –** Depois de saber quantos metros tem o carretel de sua linha e o algulo formado pela pipa, fazemos uma relação para calcular a altura que a pipa se encontra.

**Passo 5 –** faça uma relação trigonométrica com os valores que você tem e com a que pretende encontrar. Sabendo disso, vamos verificar que usaremos a relação seno. Abaixo um exemplo de como ficara

$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{Cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{Sen } \alpha = \frac{\text{Comprimento da linha}}{\text{Altura da pipa}}$$

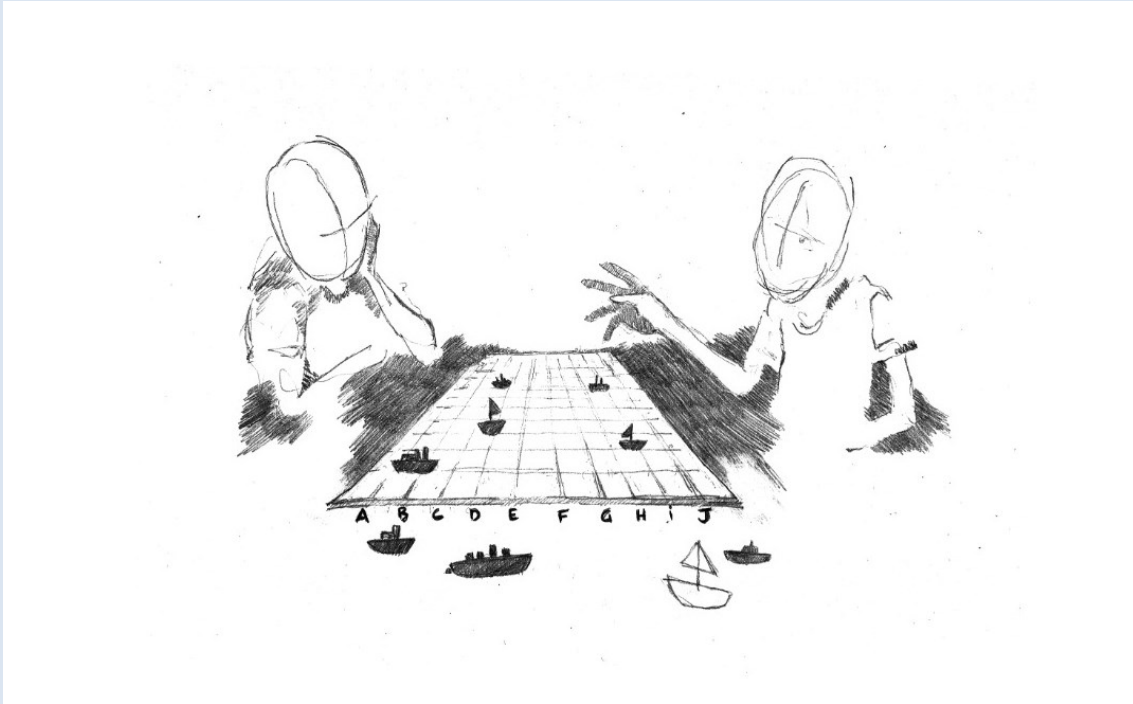
**Passo 6 –** substitua no  $\alpha$  o valor medido do ângulo e depois verifique no google digitando “valores seno na tabela” e substitua na igualdade. Também substitua o comprimento da linha,

**Passo 7 –** Realizem os cálculos para encontrar a altura da pipa.

**Passo 8 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês, para que ele possa aprofundar o conteúdo.**



## Batalha naval no plano cartesiano



**Passo 1 – Encontre um amigo que queira jogar com você**

**Passo 2 – De uma folha, melhor que seja sulfite, para cada um dos dois adversários**

**Passo 3 – Cada um dos jogadores devem dobrar sua folha ao meio, e fazer dois quadrados de 11cm de dimensões, um na parte de cima e o outro na parte de baixo. Cada um dos quadrados devem ser divididos em 121 quadradinhos de 1cm de dimensões.**

**Passo 4 – Na primeira linha coloque as letras A a J, e na primeira coluna coloque de 1 a 10. Porém certifique de deixar vazio a caso da primeira linha e primeira coluna**

**Passo 5 – Na Parte de cima, que será o seu esquadrão, você deve pintar 2 Hidroaviões, 2 Cruzadores, 2 Encouraçados, 4 Submarinos e 1 Porta – Aviões. Mas certifique que seu adversário não esteja vendo onde estão sendo desenhado seu esquadrão, para ninguém ter privilégios.**

**Passo 6 – Quando os dois terminarem começa o jogo, onde um deve acertar os navios do adversário, para você deve acertar falando as coordenadas, por exemplo B4. Tirasse jaquen pô para decidir quem começa, e cada jogador deve falar apenas uma coordenada, mesmo que tenha acertado.**

**Passo 7 – Ganhe quem acertar todas as partes de todos os navios dos adversários.**

## **Batalha Naval com simetria**

**Passo 1 – Encontre um amigo que queira jogar com você, ele será seu adversário, uma terceira pessoa será o juiz, esta deve ter conhecimento de geometria.**

**Passo 2 – Pegue uma folha de sulfite para você e uma para seu adversário.**

**Passo 3 – Vocês deverão dobrar essa folha de sulfite ao meio, um dos lados ficará em branco e no outro vocês devem desenhar 10 figuras, que irão representar os barcos.**

**Passo 4 – As figuras que vocês irão desenhar deverão ser as seguintes e ter as seguintes medidas:**

**3 quadrados de lados de 1 cm;**

**2 triângulos equiláteros de lados 2 cm;**

**2 losangos de lado 1 cm;**

**3 figuras quaisquer, que tenham 6 cm de perímetro.**

**Passo 5 – Depois que os estiverem prontos, o juiz irá verificar se os desenhos dos dois jogadores estão corretos, caso estejam fora das medidas, estes desenhos serão eliminados.**

**Passo 6 – Para definir quem começa a partida você e seu adversário devem tirar par ou ímpar. O jogador que irá iniciar a partida deverá tentar destruir o barco (figura) de seu adversário, por meio de simetria, ou seja, com a folha aberta ele deve fazer uma marcação na posição em que ele acredita ser a mesma da figura no momento em que a folha está fechada, esta marcação também deverá ser realizada no lado oposto da folha para que possa marcar a embarcação atingida.**

**Passo 7 – A partida continua alternadamente, e se encerra quando um dos jogadores acertar todo o esquadrão do seu adversário.**

## **Relação comprimento e diâmetro na circunferência**

**Passo 1 – Encontre um lugar que tenha uma figura circular a qual você deseja medir.**

**Passo 2 – Com uma corda ou um barbante, isso irá depender do tamanho da figura que você escolheu, demarque o perímetro da circunferência.**

**Passo 3 – Em seguida, calcule a medida do comprimento da circunferência (perímetro) e o diâmetro da mesma.**

**Passo 4 – Posteriormente, você deverá medir a corda ou barbante com uma trena para descobrir qual o comprimento e diâmetro em metros.**

**Passo 5 – Depois de ter as medições do comprimento e do diâmetro da circunferência, em metros. Calcule a divisão do comprimento pelo diâmetro.**

**Passo 6 – Após realizado o cálculo, verifique se este valor é próximo ao valor de pi ( $\pi$ ).**

**Passo 7 – Com os cálculos em mãos, procurem o professor de matemática de vocês, para que ele possa aprofundar o conteúdo.**

## REFERÊNCIAS

AMADO, João. Manual de investigação qualitativa em educação. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra, 2013.

ARAUJO, Elizabeth Adorno de. Ensino da álgebra e formação de professores. Educ. Mat. Pesq, São Paulo, v. 10, n .2, p. 331-346, 2008.

BARBOSA, Angela Afonsina de Souza. Modelagem matemática: relatos de professores. 2012. Tese de Doutorado. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática)—Setor de Ciências Exatas. Curitiba, Paraná: Universidade Federal do Paraná.

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson. A modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000.

BLANTON, Maria.; KAPUT, James. Caracterizando uma prática em sala de aula que promove o raciocínio algébrico. Revista de pesquisa em educação matemática, v. 36, n. 5, p., 2005.

DE SOUZA CHAIM, Amine; CALAZANS, Fábio Pestana. ATIVIDADES EXTRA-CLASSE, UMA EDUCAÇÃO FORMAL OU NÃO-FORMAL?.1998.

Lisboa: SEM-SPCE, 2006. Disponível em: < <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4525/1/06-Ponte%28Caminha%29.pdf>>. Acesso: 18 de jun. 2019.

NOBRE, Sandra Guerreiro Gonçalves. O desenvolvimento do pensamento algébrico: uma experiência de ensino com alunos do 9.º ano. Tese (Doutorado) - Universidade de Lisboa (Portugal), 2016.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. História da educação matemática como disciplina na formação de professores que ensinam Matemática. 2017.