

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**ALVARO HENRIQUE MATEUS DA ROCHA**

**TRILHAS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE  
HERMENÊUTICA DE MATERIAIS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**CURITIBA**

**2022**

**ALVARO HENRIQUE MATEUS DA ROCHA**

**TRILHAS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE  
HERMENÊUTICA DE MATERIAIS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Mathematics Learning Paths: a Hermeneutical Analysis of materials from the  
7th grade of Elementary School**

Dissertação apresentada como requisito para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mirian Maria AndradeGonçalez.

**CURITIBA**

**2022**



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



ALVARO HENRIQUE MATEUS DA ROCHA

**TRILHAS DE APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: UMA ANÁLISE HERMENÊUTICA DE MATERIAIS DO  
7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Ensino De Ciências E Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Ensino, Aprendizagem E Mediações.

Data de aprovação: 29 de Março de 2022

Prof.a Mirian Maria Andrade Goncalez, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Flavia Dias De Souza, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Prof.a Virginia Cardia Cardoso, Doutorado - Fundação Universidade Federal do Abc (Ufabc)

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 29/03/2022.

**CURITIBA**

**2022**

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, primeiramente, à minha querida orientadora, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Mirian Maria Andrade Gonzalez, que com talento, gentileza, sabedoria e conhecimento, conduziu meu caminhar na trajetória da pesquisa.

Agradeço às professoras que participaram da banca de qualificação e defesa, Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Flávia Dias de Souza e Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Virgínia Cardia Cardoso, pelas ricas contribuições ao trabalho. Estendo esse agradecimento a todos os professores que contribuíram com minha formação, desde a Educação Básica até o mestrado.

Agradeço aos meus colegas de sala e do grupo de pesquisa e a todos os amigos da caminhada de vida.

Agradeço à minha família, especialmente à minha mãe, minha esposa e meus filhos, Álvaro e Lívia.

Agradeço, por fim, a Deus, que me abençoa continuamente e me presenteou com este trabalho, com minha orientadora e com as pessoas da minha vida, que sempre me apoiam e incentivam.

## RESUMO

Durante o ano de 2020, o Brasil foi impactado por uma pandemia que causou o cancelamento de aulas presenciais em todos os níveis de ensino. O Ministério de Educação permitiu que as instituições de ensino dessem continuidade aos processos educacionais por meio de aulas remotas. No Estado do Paraná, além da disponibilização de aplicativos com atividades e canais exclusivos na televisão com aulas virtuais, ocorreu a elaboração e a distribuição de materiais impressos de atividades, chamados de Trilhas de Aprendizagem, retirados nas escolas pelas famílias que não tinham acesso às programações on-line ou que optaram por não aderir à modalidade remota de ensino. Com o objetivo de analisar como a Matemática foi mobilizada nas Trilhas de Aprendizagem disponibilizadas pela Secretaria de Estado da Educação e do Esporte para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, durante o ano de 2020, no estado do Paraná, realizou-se uma investigação respaldada no referencial teórico-metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP), proposta por John B. Thompson. Foram analisadas 33 Trilhas de Aprendizagem, a partir de três fases não lineares e concomitantes: a análise sócio-histórica; a análise formal; a interpretação-reinterpretação. A investigação possibilitou que fossem identificados aspectos contextuais, estruturais, convencionais, intencionais e referenciais da forma simbólica. As Trilhas de Aprendizagem, que foram elaboradas diante de um contexto de urgência, apresentam um padrão de estrutura, com pouco conteúdo, exemplos e exercícios. Muitos desses exemplos se referem a situações-problemas que mostram a aplicação da Matemática no cotidiano, embora não instigassem o estudante a desenvolver um olhar crítico sobre a sociedade e sobre a própria Matemática. Os materiais utilizam diferentes elementos ilustrativos, como gráficos, imagens e tabelas e alguns contêm erros conceituais ou de formatação. Os conteúdos de Matemática foram apresentados de forma segmentada e são expostos ao estudante como sendo de revisão. O exercício hermenêutico desenvolvido na análise culminou na reflexão sobre as formas de se investigar materiais didáticos e na elaboração de um produto educacional: um site com informações e propostas para análise a partir da mobilização da Hermenêutica de Profundidade na Educação Matemática.

**Palavras-chave:** Materiais didáticos impressos. Educação Matemática. Hermenêutica de Profundidade. Ensino Remoto emergencial.

ROCHA, Alvaro Henrique Matheus da. **Trilhas de aprendizagem de matemática: uma análise hermenêutica de materiais do 7º ano do ensino fundamental.** 2022. 136f. Dissertação (Mestrado em Formação Científica, Educacional e Tecnológica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2022.

## ABSTRACT

During 2020, Brazil was impacted by a pandemic that caused the cancellation of face-to-face classes at all levels of education. The Ministry of Education allowed educational institutions to continue educational processes through remote classes. In the State of Paraná, in addition to making applications available with activities and exclusive channels on television with virtual classes, there was the elaboration and distribution of printed materials of activities, called Learning Trails, taken from schools by families who did not have access to the programming. online or who chose not to adhere to the remote teaching modality. With the objective of analyzing how Mathematics was mobilized in the Learning Trails made available by the State Department of Education and Sport for 7th grade classes of Elementary School, during the year 2020, in the state of Paraná, an investigation was carried out supported by in the theoretical-methodological framework of Depth Hermeneutics (HP), proposed by John B. Thompson. 33 Learning Paths were analyzed, based on three non-linear and concomitant phases: socio-historical analysis; formal analysis; the interpretation-reinterpretation. The investigation made it possible to identify contextual, structural, conventional, intentional and referential aspects of the symbolic form. The Learning Trails, which were created in an urgent context, have a standard structure, with little content, examples and exercises. Many of these examples refer to problem-situations that show the application of Mathematics in everyday life, although they do not instigate the student to develop a critical look at society and Mathematics itself. The materials use different illustrative elements such as graphs, images and tables and some contain conceptual or formatting errors. The Mathematics contents were presented in a segmented way and are exposed to the student as a review. The hermeneutic exercise developed in the analysis culminated in reflection on the ways of investigating teaching materials and in the elaboration of an educational product: a website with information and proposals for analysis based on the mobilization of Depth Hermeneutics in Mathematics Education.

**Keywords:** Printed teaching materials. Mathematics Education. Depth Hermeneutics. Emergency Remote Teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface inicial do site desenvolvido .....	39
Figura 2 - Interface do aplicativo Aula Paraná.....	59
Figura 3 - Página do Youtube do Aula Paraná.....	59
Figura 4 - Relato de uma professora solicitando uma televisão .....	66
Figura 5 - Modalidades disponíveis do Portal Aula Paraná .....	68
Figura 6 - Classificação por séries na plataforma Aula Paraná .....	69
Figura 7 - Disponibilização do PDF da Trilha de Aprendizagem na plataforma Aula Paraná.....	70
Figura 8 - Exemplo de comunicado aos pais nas redes sociais .....	71
Figura 9 - Exemplo de comunicado à comunidade escolar sobre os cuidados para retirada das Trilhas de Aprendizagem .....	72
Figura 10 - Cabeçalho das duas primeiras Trilhas de Aprendizagem .....	79
Figura 11 - Cabeçalho oficial das Trilhas de Aprendizagem .....	79
Figura 12 - Exemplo do Quadro presente nas Trilhas de Aprendizagem .....	80
Figura 13 - Exemplo de lista de exercícios contida nas Trilhas de Aprendizagem.....	81
Figura 14 - Trecho da resolução de exemplo pelo modo prático.....	110

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese do roteiro para a análise sócio-histórica .....	34
Quadro 2 - Síntese do roteiro para a análise formal.....	37
Quadro 3 - Ações da política de Ensino Remoto no Paraná pela SEED no contexto da Pandemia da COVID-19.....	62
Quadro 4 - Proposta curricular da SEED para a disciplina de Matemática, no 7º ano do Ensino Fundamental .....	74



## SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - AS PONTES ANTES DA TRILHA .....	13
<b>1</b> INTRODUÇÃO .....	13
<b>1.1</b> Objetivos .....	17
<b>1.2</b> Metodologia .....	17
<b>1.3</b> Estrutura do trabalho .....	19
CAPÍTULO 2 - ABASTECENDO A MOCHILA E SE PREPARANDO PARA O CAMINHO .....	21
<b>2</b> A HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE .....	21
<b>2.1</b> Fases da HP propostas por John B. Thompson .....	24
2.1.1 Análise sócio-histórica .....	25
2.1.2 Análise formal ou discursiva .....	27
2.1.3 Interpretação-reinterpretação .....	28
<b>2.2</b> Hermenêutica de Profundidade e a análise de materiais didáticos de Matemática .....	29
CAPÍTULO 3 - PERCURSOS DO PESQUISADOR: DEFININDO ROTAS, CAMINHANDO E DESENHANDO MAPAS .....	33
<b>3</b> PERCURSOS DA PESQUISA .....	33
<b>3.1</b> Procedimentos metodológicos .....	33
<b>3.2</b> Produto Educacional .....	38
CAPÍTULO 4 - UM PERCURSO RIZOMÁTICO: CAMINHOS PARALELOS E ENTRECruzADOS DO TRILHAR DA PESQUISA .....	42
<b>4</b> UMA ANÁLISE HERMENÊUTICA DAS TRILHAS DE APRENDIZAGEM .....	42
<b>4.1</b> O contexto histórico das Trilhas de Aprendizagem .....	52
4.1.1 A Pandemia da COVID-19 .....	52
4.1.2 Trilhas de Aprendizagem: por quê? .....	55
4.1.3 Trilhas de Aprendizagem: para quem? .....	63
4.1.4 Trilhas de Aprendizagem: o que são e como foram disponibilizadas? ...	67
<b>4.2</b> As Trilhas de Aprendizagem do 7º Ano do Ensino Fundamental .....	73
4.2.1 Orientações curriculares estaduais sobre o ensino de Matemática no 7º Ano do Ensino Fundamental .....	73
4.2.2 Apresentação geral das Trilhas de Aprendizagem .....	79
4.2.3 Trilha de Aprendizagem 1 .....	82
4.2.4 Trilha de Aprendizagem 2 .....	83

4.2.5	Trilha de Aprendizagem 3.....	85
4.2.6	Trilha de Aprendizagem 4.....	86
4.2.7	Trilha de Aprendizagem 5.....	87
4.2.8	Trilha de Aprendizagem 6.....	89
4.2.9	Trilha de Aprendizagem 7.....	90
4.2.10	Trilha de Aprendizagem 8.....	91
4.2.11	Trilha de Aprendizagem 9.....	93
4.2.12	Trilha de Aprendizagem 10 .....	94
4.2.13	Trilha de Aprendizagem 11.....	95
4.2.14	Trilha de Aprendizagem 12 .....	96
4.2.15	Trilha de Aprendizagem 13 .....	97
4.2.16	Trilha de Aprendizagem 14 .....	97
4.2.17	Trilha de Aprendizagem 15 .....	98
4.2.18	Trilha de Aprendizagem 16 .....	99
4.2.19	Trilha de Aprendizagem 17 .....	100
4.2.20	Trilha de Aprendizagem 18 .....	102
4.2.21	Trilha de Aprendizagem 19 .....	103
4.2.22	Trilha de Aprendizagem 20 .....	104
4.2.23	Trilha de Aprendizagem 21 .....	106
4.2.24	Trilha de Aprendizagem 22 .....	107
4.2.25	Trilha de Aprendizagem 23 .....	108
4.2.26	Trilha de Aprendizagem 24 .....	110
4.2.27	Trilha de Aprendizagem 25 .....	111
4.2.28	Trilha de Aprendizagem 26 .....	112
4.2.29	Trilha de Aprendizagem 27 .....	113
4.2.30	Trilha de Aprendizagem 28 .....	114
4.2.31	Trilha de Aprendizagem 29 .....	115
4.2.32	Trilha de Aprendizagem 30 .....	116
4.2.33	Trilha de Aprendizagem 31 .....	116
4.2.34	Trilha de Aprendizagem 32 .....	117
4.2.35	Trilha de Aprendizagem 33 .....	118
	<b>CAPÍTULO 5 - AS TRILHAS FORAM DE APRENDIZAGEM.....</b>	<b>120</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>120</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>125</b>
	<b>ANEXO A - TA – 1 .....</b>	<b>129</b>

## CAPÍTULO 1 - AS PONTES ANTES DA TRILHA

*“Que as coisas são inatingíveis?  
Ora! Isso não é motivo para não querê-las.  
Que tristes seriam os caminhos  
Sem a presença distante das estrelas” (Mario Quintana).*

### 1 INTRODUÇÃO

Antes de abordarmos a temática e o contexto que culminou na investigação, consideramos relevante apresentar o pesquisador, aluno do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Cursei<sup>1</sup> Licenciatura em Matemática na Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Já durante a graduação, que iniciei no ano 2000, comecei a dar aulas na rede pública e conheci de perto as dificuldades dos processos de ensino e aprendizagem. Mas, de forma bastante positiva, também tive a oportunidade de perceber como a escola pode ser um local de refúgio aos alunos, como a educação pode transformar vidas e como é gratificante ver alguém aprender, tornar-se crítico, ter conhecimento para debater e poder mudar sua realidade. Mesmo nesses primeiros anos do magistério, tinha interesse e dúvidas sobre como eram elaborados os documentos, leis, recursos e tecnologias que seriam disponibilizados no ambiente escolar.

Quando concluí a graduação, em 2004, tive o desejo de iniciar uma especialização e conhecer o universo da pesquisa em Educação, mas como conciliava o magistério com outra profissão, acabei adiando tal projeto. Ao invés disso, fiz uma especialização em contabilidade para contribuir com o trabalho que desenvolvia na época.

Em 2007 fui aprovado em um concurso público para professor no estado do Paraná. Quando fui convocado, em 2011, optei por me dedicar integralmente à Educação, deixando de lado a outra profissão que exercia. Tive diferentes experiências a partir disso, lecionando nas séries finais do Ensino Fundamental, no Ensino Médio e no Ensino Profissionalizante. Embora tenha atuado em séries distintas, prioritariamente atuei no 7º ano do Ensino Fundamental.

---

<sup>1</sup> Por se tratar de um relato pessoal, usamos o verbo na primeira pessoa do singular nesse trecho do trabalho.

Entre os privilégios de ser professor e as dificuldades da profissão, percebi que apenas a formação inicial que tive era insuficiente e que a docência requer um contínuo aprendizado, um refletir e agir constante. Por isso, fiz uma especialização em Metodologia do Ensino de Matemática, buscando me aprimorar. Realizei o curso na modalidade de Educação à Distância e isso me trouxe novas indagações sobre a eficiência do ensino remoto e uma dúvida se um dia isso seria possível na Educação Básica. Além disso, as velhas questões sobre as intenções da elaboração dos currículos e materiais didáticos e sobre a qualidade dos livros didáticos continuaram presentes em minha jornada profissional.

Percebi, então, que a formação continuada deve estar impregnada na profissão docente e que somente com muito estudo, reflexão e pesquisa é que pode ser possível melhorar a qualidade da Educação no país e buscar compreensões para os processos didáticos. Nessa época, minha esposa, também professora, estava concluindo seu mestrado em Educação em Ciências e em Matemática. Nossos diálogos sobre o país, sobre pesquisas e, principalmente sobre a Educação Matemática, trouxeram uma motivação para que eu também iniciasse o mestrado. Contudo, eu enfrentava na época um desafio pessoal. Vinha há tempos tratando de uma depressão grave, que inclusive me afastou da sala de aula.

As doenças são pontes entre a vida e a morte. Nem todos podem escolher não transitar nessas pontes, mas quando por algum motivo, ou por vários motivos, achamos forças para caminhar em direção à vida, temos que fazê-lo. E assim, com todas as dificuldades e medos, ansiedades e dores, eu me inscrevi e participei do processo seletivo para o mestrado. E minha aprovação veio e eu pude me dirigir à trilha da pesquisa.

Em um primeiro momento, até por influência da minha esposa, tive uma inclinação a pesquisar as Tecnologias Digitais na Educação Matemática. Infelizmente, a doença me afetou a ponto de eu não conseguir me dedicar como deveria. Eu precisei me afastar do programa e, com isso, meu professor orientador precisou ser trocado.

Então, um presente na ponte da minha doença novamente me impulsionou ao caminho da vida, a um novo trilhar. Minha nova orientadora aceitou o desafio de me apadrinhar, de me apresentar a Hermenêutica da Profundidade, de me ensinar um novo jeito de pesquisar. O desafio se tornou ainda maior diante do cenário mundial que nos acometeu: uma nova doença, dessa vez não minha, mas de um planeta: a Covid-19.

Diante dessa pandemia, milhares de pessoas no mundo morreram, milhões adoeceram e o Ministério da Educação (MEC) autorizou, a partir da Portaria nº 343<sup>2</sup>, que as aulas presenciais das instituições de ensino poderiam ser substituídas por aulas remotas, a partir de 17 de março de 2020. Com tal medida, o MEC atribuiu às instituições a responsabilidade de definição dos meios tecnológicos a serem utilizados, bem como garantiu a elas a autonomia de escolher os meios de acompanhamento dos conteúdos.

No estado do Paraná, as medidas de enfrentamento à pandemia e obediência às determinações do MEC mobilizaram a Secretaria de Estado da Educação e do Esporte (SEED) a realizar algumas ações, tais como: (a) desenvolvimento de um aplicativo para celular; (b) aulas remotas disponibilizadas no YouTube e na televisão, em multicanais da RIC TV, afiliada da Rede Record no Paraná e (c) parceria com o Google Classroom para realização de atividades, acesso a documentos e aulas e contato com os professores.

Como algumas famílias não aderiram à modalidade remota de ensino e outras não tinham recursos tecnológicos apropriados para que os estudantes acessassem às aulas e às atividades, a SEED elaborou um material impresso, com conteúdos e atividades, distribuído pelas escolas, quinzenalmente, aos alunos. Esse material era idêntico para todas as escolas estaduais e era categorizado por séries, semanas e disciplinas. Cada material recebeu o nome de “Trilha de Aprendizagem”.

Ao refletir sobre as possibilidades de aprendizagem que esses materiais podem trazer aos estudantes, algumas inquietações mostraram a necessidade da realização de uma investigação sobre eles. No âmbito da Matemática, é conhecida a dificuldade de aprendizagem de conteúdos, mesmo com a contínua mediação docente (LINS, 2012). Pesquisadores em Educação Matemática vêm discutindo sobre a importância de uma contextualização adequada a cada sala de aula, sobre aplicações sociais da Matemática e sobre a importância do papel do professor (D'AMBRÓSIO, 2012; LINS, 2012). Assim, aliando minhas inquietações profissionais que me acompanharam durante anos, o contexto nacional e os interesses de estudo da minha orientadora, nos pareceu apropriado investigar as intenções contidas nos materiais didáticos produzidos, compreender o contexto de distribuição dos mesmos e buscar interpretar seus conteúdos.

---

<sup>2</sup> Disponível em: <http://www.in.gov.br/en/web/dou/-/portaria-n-343-de-17-de-marco-de-2020-248564376>. Acesso em: 27 jan. 2021.

Nesse sentido, compreendemos que analisar os materiais distribuídos aos estudantes se faz necessário para que possamos estabelecer interpretações sobre as possibilidades de aprendizagem que eles indicam e as concepções que eles revelam.

Um olhar inicial para as Trilhas de Aprendizagem de Matemática disponibilizadas pela SEED no ano de 2020 nos mostrou que os materiais tinham um padrão de apresentação. Independente da série para qual elas eram destinadas, as

Trilhas possuíam o formato dialógico de exposição de conteúdo, exemplos e atividades. Ressaltamos, também, que os contextos estaduais histórico, político, social e econômico nos quais as Trilhas de Aprendizagem estavam inseridas eram os mesmos, independentemente da série do material. Assim, considerando o tempo de investigação possibilitado pelo mestrado profissional, compreendemos que analisar as Trilhas de Aprendizagem de todos os anos do Ensino Fundamental e Médio poderia ser inviável. Cabe ressaltar também, que a mudança de orientação ocorrida no percorrer do mestrado, bem como do objeto de estudo do pesquisador ocasionou em uma redução do tempo da pesquisa.

Para que nossa análise pudesse ocorrer de forma aprofundada, no tempo disponível para a pesquisa e tendo em vista a profundidade do olhar que gostaríamos de lançar às Trilhas de Aprendizagem, selecionamos os materiais de uma única etapa: o 7º ano do Ensino Fundamental. Optamos por essa série, considerando os conteúdos programáticos de Matemática para esse nível de ensino, os quais trazem novidades aos estudantes e embasam a continuidade de construção de conhecimento matemático em séries seguintes, como os números negativos e as equações. Outra justificativa para a escolha da referida série é pautada na vivência profissional do pesquisador, que predominantemente atuou nesse nível de ensino, especificamente no 7º ano.

Propomos, desse modo, uma pesquisa respaldada no Referencial Metodológico da Hermenêutica de Profundidade (HP), proposta por John B. Thompson. Esse referencial teórico-metodológico já vem sendo utilizado por pesquisadores da Educação Matemática para analisar seus dados. Souza, Dassiê e Andrade (2019) desenvolveram uma pesquisa para levantar teses e dissertações nessa área que mobilizaram a Hermenêutica de Profundidade. Na ocasião, os pesquisadores identificaram 21 trabalhos, datados de 2006 a 2017. Eles destacam um crescimento do uso desse referencial e mostram que ele pode ser usado isoladamente ou em conjunto com outra perspectiva teórico metodológica. No levantamento

realizado pelos pesquisadores, notamos que a HP já foi utilizada na análise de materiais didáticos, o que nos indica a viabilidade da pesquisa proposta. Discutimos alguns desses trabalhos no texto de nossa fundamentação teórica.

Desse modo, este trabalho apresenta uma pesquisa de mestrado profissional que analisou as Trilhas de Aprendizagem do 7º ano do Ensino Fundamental, num total de 33 materiais impressos, produzidos pela Secretaria da Educação e do Esporte do estado do Paraná e distribuídos a algumas famílias durante o ano de 2020.

### **1.1 Objetivos**

O objetivo geral da pesquisa consistiu em analisar como a Matemática foi mobilizada nas Trilhas de Aprendizagem disponibilizadas pela SEED para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, durante o ano de 2020, no estado do Paraná. Ressaltamos que durante o período investigado, o mundo vivenciava a pandemia da COVID-19.

E os objetivos específicos da pesquisa foram:

- verificar, por meio de um exercício hermenêutico, aspectos intencionais, convencionais, estruturais, referenciais e contextuais presentes nos materiais selecionados;
- estudar as potencialidades do Referencial Metodológico no contexto desta pesquisa;
- contribuir para o avanço na discussão de como a HP pode ser mobilizada para analisar materiais didáticos em Educação Matemática.

### **1.2 Metodologia**

Para que fosse possível analisar as Trilhas de Aprendizagem de Matemática distribuídas pela SEED, optamos por mobilizar a Hermenêutica de Profundidade (HP), tal como proposta por Thompson (2011). A HP foi utilizada nessa investigação como abordagem teórica e metodológica.

Com essa ferramenta teórica e metodológica, o pesquisador pode analisar o contexto sócio-histórico e espaço-temporal que cerca o fenômeno pesquisado, pode empreender análises discursivas, de conteúdo, semióticas ou de qualquer padrão formal que venha a ser necessário; pode analisar a

ideologia como vertente social importante, conferindo um caráter potencialmente crítico à pesquisa [...] (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 87).

Recorremos à literatura para compreender a HP e buscamos trabalhos já publicados por outros pesquisadores que usaram a HP para analisar materiais didáticos de Matemática. Nessa busca, nos deparamos com o trabalho de Oliveira (2008) intitulado “Análise de textos didáticos: três estudos”. Esse pesquisador sugere que a HP pode ser utilizada para análise de textos didáticos de Matemática. Pautado na compreensão de Oliveira (2008), sobre a possibilidade de utilização da HP, Azevedo (2017) realizou uma pesquisa, cuja dissertação é intitulada como “Uma análise de livros didáticos de Matemática da coleção EJA – Mundo do Trabalho”. Também observamos a tese de doutorado de Andrade (2012), cujo título é “Ensaio sobre o Ensino em Geral e o de Matemática em particular, de Lacroix: análise de uma forma simbólica à luz do referencial metodológico da Hermenêutica de Profundidade”, que apesar de não analisar um texto didático, apresenta compreensões relevantes e que nos interessam como exercício do referencial. Por fim, identificamos a pesquisa de Milanez (2020) que mobilizou a HP para analisar a coleção ‘Matemática, metodologia e complementos para professores primários’, publicada em 1960. Embora essa pesquisa não trate de análise de um material didático contemporâneo, ela nos auxilia a compreender a HP enquanto procedimento metodológico e a identificar as possibilidades de utilização da teoria de Thompson (2011) em um processo investigativo.

Além da revisão de literatura realizada, outro procedimento metodológico adotado se refere à determinação da quantidade e escolha das Trilhas de Aprendizagem a serem analisados. Como mencionamos no início deste texto, optamos por selecionar o material destinado a apenas uma das séries do Ensino Fundamental, para que a análise pudesse ocorrer de forma aprofundada e no tempo do mestrado. A série foi escolhida considerando a experiência profissional do pesquisador, que atuou predominantemente nela ao longo de sua jornada profissional. Esses materiais foram acessados por meio da plataforma disponibilizada pela SEED, intitulada “Aula PARANÁ”. Eles estão disponíveis de forma gratuita e pública. Portanto, selecionamos todas as Trilhas de Aprendizagem, datadas de abril a dezembro de 2020, da disciplina de Matemática e direcionadas para o 7º Ano do Ensino Fundamental.



Analizamos 33 Trilhas de Aprendizagem, utilizando as compreensões de Thompson (2011), direcionando olhares para a análise sócio-histórica, a análise formal ou discursiva e a interpretação-reinterpretação. Para realizar a análise sócio-histórica usamos dados públicos relacionados ao contexto histórico no qual as Trilhas de Aprendizagem estavam inseridas, como dados da Organização Mundial de Saúde, do Ministério da Saúde e da própria SEED. Além disso, nos pautamos em algumas pesquisas já publicadas sobre as medidas de enfrentamento à pandemia no Estado do Paraná, principalmente relacionadas ao plano educacional (FRIGÉRIO; LUIGI, 2020; GOMES *et al.*, 2020; MARQUES; FRAGUAS, 2020; MORAIS; BRITO, 2020).

Para a análise formal ou discursiva, nos pautamos no trabalho de Azevedo (2017), que também mobilizou a HP para análise de materiais didáticos, criando um roteiro para a análise formal. O processo de adaptação do roteiro de Azevedo (2017) está descrito no Capítulo 4. Cabe destacar também que, para analisar as Trilhas de Aprendizagem, buscamos identificar os aspectos presentes em formas simbólicas, de acordo com o entendimento de Thompson (2011): o intencional, o contextual, o estrutural, o convencional e o referencial.

Tendo em vista que o mestrado profissional exige o desenvolvimento de um produto educacional, elaboramos um site destinado a pesquisadores e professores interessados em mobilizar a HP na análise de materiais didáticos. Procuramos criar um roteiro para a análise sócio-histórica e adaptar o roteiro utilizado por Azevedo (2017) para a análise formal, de modo a estabelecer um referencial para que futuros professores e pesquisadores possam se respaldar na HP para analisar materiais didáticos.

Embora Thompson (2011) cite fases para o desenvolvimento da HP, ele menciona que elas não são necessariamente cronológicas. Assim, à medida que desenvolvemos a análise dos materiais, tivemos que visitar os documentos e (re)analisá-los para melhor compreensão e (re)interpretação.

O próximo capítulo do texto apresenta a base teórica que norteou essa investigação, com discussões que abordam os aspectos mencionados e as fases propostas por Thompson (2011).

### **1.3 Estrutura do trabalho**

O texto desse relatório está estruturado em cinco capítulos, abaixo descritos.

O Capítulo 1 apresenta nosso discurso introdutório, com a descrição do contexto que despertou nosso interesse de investigação. Nesse capítulo, é apresentado um breve relato da trajetória do pesquisador. Também trazemos os objetivos da pesquisa e a metodologia utilizada.

O Capítulo 2 discute o Referencial Metodológico da HP. Nele, apresentamos compreensões pautadas na literatura consultada. A HP é sugerida a partir das compreensões do sociólogo John B. Thompson. Contudo, para que ampliássemos nosso entendimento, também nos pautamos em autores que estudam e exercitam a HP, tais como Oliveira (2008), Andrade (2012) e Oliveira, Andrade e Silva (2013).

No Capítulo 3 discutimos alguns aspectos dos procedimentos metodológicos utilizados na pesquisa, procurando dar mais detalhes para o leitor sobre os caminhos percorridos para a análise. Nesse capítulo é apresentada a ideia de Produto Educacional referente à pesquisa.

O Capítulo 4 traz a nossa análise hermenêutica, apresentada em seções que podem ser apreciadas pelo leitor na ordem desejada. O Capítulo conta com a apresentação da fase de interpretação-reinterpretação. Apresentamos as inferências realizadas a partir das análises realizadas na fase sócio-histórica e formal. Buscou-se apresentar as interpretações do pesquisador com base na teoria da HP.

Uma das seções do Capítulo 4 se refere à análise sócio-histórica, que revela o contexto da inserção das Trilhas de Aprendizagem. Apresentamos dados referentes à situação educacional, econômica, social, cultural e sanitária do ano de 2020 no âmbito nacional e estadual, quando as Trilhas de Aprendizagem foram elaboradas e distribuídas. Também discutimos a reorganização da escola, as orientações advindas da SEED e o movimento de distribuição e recolha do material com as famílias. Outra seção do capítulo apresenta a análise formal acerca das Trilhas de Aprendizagem selecionadas. O texto descreve as 33 Trilhas de Aprendizagem analisadas com base em um roteiro para análise formal utilizado por Azevedo (2017) e adaptado pelo pesquisador para o contexto desta investigação.

No Capítulo 5 são indicadas as Considerações Finais. O relatório é encerrado com a apresentação da listagem final das referências e anexos.

## CAPÍTULO 2 - ABASTECENDO A MOCHILA E SE PREPARANDO PARA O CAMINHO

*“O que vale na vida não é o ponto de partida e sim a caminhada. Caminhando e semeando, no fim terás o que colher” (Cora Coralina).*

### 2 A HERMENÊUTICA DE PROFUNDIDADE

Neste capítulo, apresentamos as compreensões sobre HP do sociólogo John B. Thompson, com base na consulta literária desenvolvida. Procuramos nos pautar no próprio Thompson (2011), para trazer dados que indiquem o entendimento do autor acerca da proposta teórico-metodológica. Porém, de forma a aprofundar nossas compreensões, também nos pautamos em dissertações, teses e artigos disponíveis na literatura, especialmente aqueles relacionados à Educação Matemática. Consideramos que as leituras e escritas que repercutiram na fundamentação teórica do trabalho foram essenciais para que o pesquisador “abastecesse sua mochila” para que pudesse se lançar na trilha investigativa.

Antes de nos debruçarmos sobre a abordagem específica, foco do nosso estudo, nos interessamos em compreender o termo “Hermenêutica”. Nazario, Reino e Manfredini (2016), ao tratarem da HP, explicam a origem do termo. Segundo eles, “hermenêutica” tem origem o vocábulo grego ‘hemeneuein’, que se relaciona com o trabalho de interpretar e com o deus grego Hermes, que representa um protetor e mensageiro.

A palavra hermenêutica é explicada por Oliveira, Andrade e Silva (2013, p. 121) como “uma classe de teorias que têm por objetivo estudar e propor sistematizações (teóricas) sobre o que é interpretar e como se interpreta”. Segundo os autores, o termo pode ser utilizado em teorias que priorizem a interpretação. Entre essas teorias, ainda de acordo com os pesquisadores, encontramos a HP, proposta por Thompson (2011).

Em concordância com Oliveira, Andrade e Silva (2013), hermenêutica, no dicionário on-line<sup>3</sup>, refere-se à interpretação ou compreensão de um texto, com busca de sentidos das palavras presentes no mesmo. De acordo com o dicionário físico,

---

<sup>3</sup> Disponível em: <https://www.dicio.com.br/hermeneutica/>. Acesso em: 27 jan. 2021. No dicionário físico

hermenêutica é:

sf 1 Dir. Interpretação de textos legais para a aplicação à particularidade dos casos. 2 Fil. Interpretação das Sagradas escrituras e de textos filosóficos. 3 Ling. Interpretação do sentido das palavras e de textos em geral. 4 Liter. Interpretação de um autor e de sua obra. 5 Ling. Interpretação dos signos e de sua representação simbólica numa cultura [F.: Do gr. Hermeneutiké, posv. Por infl. Do fr. Hermeneutique.] (AULETE, 2011, p.739).

Dessa forma, o hermeneuta seria aquele que busca interpretar e atribuir sentidos. É justamente relacionada à atribuição de sentido que é proposta e sistematizada a concepção de HP de Thompson (2011).

A proposta de John B. Thompson teve influências em diferentes correntes teóricas, consideradas como Hermenêuticas Críticas. Uma delas se refere à Hermenêutica Fenomenológica de Husserl, explorada por Paul Ricoeur. Outra influência se refere à teoria social crítica:

A segunda linha de influência é a teoria social crítica, tradição filosófica que é embasada pelos escritos de Kant, Hegel e Marx, e desenvolvida por nomes como Horkheimer, Adorno e, mais recentemente, Jürgen Habermas. Dessa tradição se origina a preocupação com a criticidade que a HP propõe para a fase de Reinterpretação (NAZARIO; REINO; MANFREDINI, 2016, p. 290).

Ao estudar essas vertentes teóricas, John B. Thompson identifica a importância da linguagem seja como forma de expressão do indivíduo, como dimensão da vida social ou como exercício de poder. O autor, então, descreve seu entendimento sobre HP em uma obra intitulada “Ideologia e Cultura Moderna”. Nela, ele denomina como forma simbólica aquilo que tem sentido em um contexto. Consideradas pelo autor como construções humanas intencionais, as formas simbólicas são ideológicas, estabelecendo e sustentando relações de poder (THOMPSON, 2011).

Para Thompson (2011, p. 183), as formas simbólicas correspondem a “uma ampla variedade de fenômenos significativos, desde ações, gestos e rituais até manifestações verbais, textos, programas de televisão e obras de arte”. Em nossa pesquisa, os materiais didáticos a serem analisados se configuram como formas simbólicas, uma vez que são um conjunto de símbolos criados intencionalmente, que podem ser interpretados de diferentes maneiras (OLIVEIRA, 2008; ANDRADE, 2012).

Segundo Thompson (2011), as formas simbólicas apresentam diferentes aspectos: o intencional, o contextual, o estrutural, o convencional e o referencial.

Nessa pesquisa, observamos esses aspectos contidos nas Trilhas de Aprendizagem analisadas, nos pautando no entendimento de Thompson (2011). Por isso, abordamos no texto, a partir de agora, as compreensões sobre cada um desses aspectos.

O primeiro aspecto, o intencional, tem relação com a intencionalidade de quem produziu a forma simbólica. Nesse sentido, o hermenauta busca compreender essa intenção. Oliveira (2008) destaca que devemos buscar a melhor interpretação possível acerca dessa intenção, embora seja utópico revelá-la integralmente.

Sobre esse primeiro aspecto, Oliveira, Andrade e Silva (2013) explicam que toda forma simbólica é produzida por um sujeito e destinada a um sujeito, manifestando, assim, uma determinada intenção. Assim, “a forma simbólica tem a intenção de dizer, e o intérprete tem a intenção de compreender o que se diz” (OLIVEIRA; ANDRADE; SILVA, 2013, p. 122).

Outro aspecto, o contextual, refere-se ao contexto (ou contextos) histórico, social e cultural que envolvem a forma simbólica. Oliveira (2008) menciona que a análise de uma forma simbólica deve levar em consideração as influências presentes. No caso de materiais didáticos, o autor comenta da importância de observar os interesses de quem os produziu, dos públicos envolvidos e das próprias políticas educacionais. No mesmo viés, Souza e Cury (2015, p. 827) destacam que se “um estudo centra-se em livros-texto de matemática, devem ser observados os contornos históricos, educacionais, científicos e culturais da época de sua produção, bem como as questões políticas envolvidas no mercado editorial quando da publicação e vinculação da obra”.

Já o aspecto estrutural é explicado por Thompson (2011), como a organização e articulação dos elementos que constituem a forma simbólica. Ao analisar esse aspecto, o hermenauta busca ações e expressões “em relação a contextos e processos historicamente específicos e socialmente estruturados” (THOMPSON, 2011, p. 181). No caso de livros didáticos, Oliveira (2008, p. 36) comenta que eles possuem “aspectos estruturais de apresentação dos conteúdos, da resolução de exemplos e da proposta de exercícios, de metáforas e de ilustrações, de métodos didáticos e pedagógicos que são importantes para a análise”.

Desse modo, ao analisar o aspecto estrutural de uma forma simbólica, o hermenauta analisa efetivamente a estrutura dessa forma, que, no caso dessa pesquisa, são as Trilhas de Aprendizagem.

O aspecto convencional, por sua vez, diz respeito aos códigos e regras

presentes. Para compreensão desses aspectos, em alguns casos, o investigador precisa compreender determinadas linguagens:

No processo de interpretação, o aspecto convencional é parte da análise que poderíamos chamar de 'análise interna' da obra. No caso dos livros didáticos estrangeiros, por exemplo, que tanto influenciaram o início da escolarização no Brasil, o conhecimento profundo da língua original do livro é um aspecto importante para a compreensão da obra. A própria linguagem matemática possui sua convenção bem estruturada que requer habilidade para ser interpretada (OLIVEIRA, 2008, p. 35).

Em concordância com Oliveira (2008), Souza e Cury (2015, p. 826) comentam que a linguagem presente nos livros didáticos possui “sua convenção estruturada que requer certo domínio do leitor para ser compreendida”.

O último aspecto citado por Thompson (2011) é o referencial. Para Oliveira (2008, p. 36), “as formas simbólicas falam de e sobre alguma coisa. Junto à intenção do autor está sempre o objeto de sua manifestação”. Assim, o aspecto referencial corresponde ao objeto de manifestação do autor. Nas palavras de Thompson (2011, p. 190), as formas simbólicas “são construções que tipicamente representam algo, referem-se a algo, dizem algo sobre alguma coisa”.

Ao analisar esse último aspecto, o hermenêuta busca pelo “algo” contido nas formas simbólicas, identificando ao que elas se referem e ao que fazem referência, já que “elas representam algo, dizem alguma coisa sobre algo do mundo social” (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 89).

Além de citar esses aspectos, a teoria de Thompson (2011) indica fases que podem auxiliar o hermenêuta em seu processo de investigação. Conforme já pontuamos ao descrever nossos procedimentos metodológicos, essas fases não precisam acontecer de forma linear, podem ser visitadas e revisitadas conforme interesse e necessidade do pesquisador. Comentaremos sobre essas fases na sequência do texto.

## **2.1 Fases da HP propostas por John B. Thompson**

A HP proposta por Thompson (2011) possui três fases: a análise sócio-histórica, a análise formal ou discursiva e a interpretação-reinterpretação. Essas fases são indicadas pelo autor para que a interpretação das formas simbólicas supere a compreensão superficial, modo de interpretação que ele chama de interpretação da

doxa. Esse termo possui relação com a opinião, com a forma como as pessoas percebem a realidade ao seu redor, com base nas suas crenças, concepções, cultura e modos de vida. Thompson (2011) indica um olhar mais profundo, composto por essas três fases que se complementam.

### 2.1.1 Análise sócio-histórica

Uma das fases indicadas por Thompson (2011) em um processo investigativo de formas simbólicas é a análise sócio-histórica. Nessa fase, o hermenêuta direciona seu olhar para o contexto sócio-histórico da produção, circulação e apropriação da forma simbólica.

Ao realizar a análise sócio-histórica, reconstituímos as condições sociais de produção, circulação e recepção das formas simbólicas, que, afinal, não se produzem num vácuo. Procuramos resgatar as situações no espaço e no tempo, ao enfocar os campos de interação, as instituições sociais e a estrutura social, identificando as assimetrias na distribuição de poder e recursos e abordando temas como classe, trabalho, gênero, etnia, geopolítica, entre outros (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 88).

Nessa reconstrução citada por Veronese e Guareschi (2006), o pesquisador amplia sua capacidade interpretativa, uma vez que deixa de focar apenas no material físico e passa a observar outros elementos que constituem a determinada forma simbólica. Cabe pontuar que neste trabalho, focamos o estudo na produção e na circulação, quando da análise do contexto sócio-histórico.

Para que novos olhares sejam possíveis, Thompson (2011) sugere algumas possibilidades para a análise: (a) Situações Espaços-Temporais; (b) Campos de interação, (c) Instituições sociais; (d) Estrutura social; (e) Meios técnicos de construção e transmissão.

As situações Espaço-Temporais se referem aos períodos e locais de produção e recepção das formas simbólicas. Segundo Nazario, Reino e Manfredini (2016, p. 293), “dizem respeito às condições de espaço e aos períodos históricos nos quais as formas simbólicas foram estruturadas, postas em circulação e percebidas pelas pessoas”. Fazer o exercício de analisar o local e o tempo da produção e recepção de uma forma simbólica pode ampliar as possibilidades interpretativas do pesquisador, que desenvolve uma leitura menos impregnada de sua contemporaneidade:

O trabalho com a HP dá ao leitor a possibilidade de não estranhar a mentalidade do autor, de tentar aproximar-se dela e entendê-la como parte de um contexto histórico específico, influenciada por e influenciando esse contexto. Além disso, pela HP é possível efetivar um exercício imaginativo que nos aproxima de uma época, das concepções então vigentes, das organizações sociais, culturais, políticas e econômicas de um determinado tempo e espaço que não necessariamente é o nosso (ANDRADE, 2014, p. 112).

Além da importância desse exercício imaginativo na análise sócio-histórica, outros elementos mencionados por Thompson (2011) são os Campos de interação. Eles estão relacionados aos locais de constituição das instituições relacionadas às formas simbólicas. Thompson (2011, p. 366) define esse campo como “um espaço de posições e um conjunto de trajetórias, que conjuntamente determinam algumas das relações entre pessoas e algumas das oportunidades acessíveis a elas”. Ao considerar esse elemento, o hermenêuta reconstrói “o ambiente em que as formas simbólicas permeavam, como eram transmitidas e apropriadas, quais eram os seus receptores, ou seja, o espaço de circulação da obra” (CERQUEIRA NETTO; PULCINELLI; GONÇALEZ, 2017, p. 2).

Ainda na análise sócio-histórica, o hermenêuta deve observar as próprias instituições sociais envolvidas com as formas simbólicas analisadas. As instituições sociais em pesquisas educacionais representam, por exemplo, as escolas e as famílias. Cerqueira Netto, Pulcinelli e Gonzalez (2017) indicam que, com relação a esse aspecto, o hermenêuta pode se debruçar sobre as relações existentes entre as instituições sociais e a forma simbólica, procurando averiguar as influências que essas instituições exerceram na elaboração, distribuição e apropriação de tal forma simbólica. É necessário um trabalho de reconstrução por parte do hermenêuta:

Ao analisar as instituições sociais, por exemplo, precisaremos reconstruir o conjunto de regras que as constituem e sustentam e, assim, verificar como as formas simbólicas se produzem e como são recebidas naquele ambiente específico, para depois podermos argumentar de modo fundamentado sobre suas implicações (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 88).

Outro elemento citado por Thompson (2011) na análise sócio-histórica se refere à estrutura social. Ela trata das relações e regras que circundam os campos de interação e as instituições sociais. Segundo Souza e Cury (2015, p. 828), verificar a estrutura social possibilita “identificar as assimetrias e diferenças, bem como analisar seus princípios subjacentes que garantem seu caráter sistemático e durável”.



Por fim, também como elementos relevantes nessa fase de análise, os meios técnicos de construção e transmissão incluem as tecnologias e materiais que compõem a forma simbólica. Andrade (2012, p. 36) destaca a importância de se investigar “o meio pelo qual a forma simbólica foi criada e transmitida, considerando o contexto sócio-histórico do meio técnico”.

Ao verificar profundamente todos esses elementos, o hermenêuta potencializa sua compreensão histórico-social sobre seu objeto de análise. Contudo, como já mencionamos, Thompson ainda indica outras fases de análise dentro da metodologia da HP. Elas serão discutidas na sequência do texto.

### 2.1.2 Análise formal ou discursiva

Na análise formal ou discursiva, o objeto de análise é a própria forma simbólica. Segundo Veronese e Guareschi (2006, p. 89), essa fase “é de fundamental importância, pois estaremos examinando as formas simbólicas na perspectiva da sua estrutura interna”. Segundo os autores, nessa etapa ocorrem diferentes possibilidades de investigação sob as formas simbólicas, como a análise semiótica das imagens, narrativas e textos.

O intuito desse momento será entender como as formas simbólicas estão organizadas de modo a mover sentidos, e quais sentidos estão sendo movidos. Nesses casos de imbricação de técnicas de análise dentro do referencial da HP, é preciso atenção ao tipo de técnica/método, que deve ser adequado ao objeto em estudo. É importante que dê conta de explicar a apresentação das formas simbólicas no material analisado (NAZARIO; REINO; MANFREDINI, 2016, p. 294).

Para realizar essa apresentação, Thompson (2011) indica algumas possibilidades: Análise semiótica (análise de estruturas internas e elementos constitutivos); Análise sintática (análise da linguagem); Análise narrativa (análise da história contada); Análise argumentativa (análise da harmonia e coerência) e Análise de conversação (análise da interação linguística).

Contudo, embora existam essas indicações, de acordo com o material a ser analisado, o hermenêuta poderá realizar outros procedimentos de análise, desde que possuam uma determinada formalidade. Assim, “essa abertura da fase da análise

formal, onde o analista pode utilizar qualquer padrão formal, o mais indicado para seu tipo de material (texto, imagem, som etc.), propicia uma rica gama de possibilidades que torna o método da HP bastante abrangente” (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 89).

Cabe ao hermenauta verificar o melhor procedimento para apresentar a forma simbólica, buscando a descrição e compreensão dela:

Como as formas simbólicas apresentam uma estrutura articulada e foram produzidas com alguma finalidade, o foco dessa “segunda” fase é descrever e compreender os aspectos próprios à forma simbólica, de modo a criar um discurso sobre ela e com ela. No caso dos livros, trata-se de explicitar os conteúdos, a ordenação do texto, a materialidade dos mesmos (MILANEZ, 2020, p. 20).

Para descrever e compreender as Trilhas de Aprendizagem, criando discursos sobre elas, tal como mencionado por Milanez (2020), realizamos uma análise descritiva desses materiais, enfatizando os cinco aspectos propostos por Thompson (2011), já mencionados no texto (o intencional, o contextual, o estrutural, o convencional e o referencial).

De acordo com Thompson (2011), as fases de análise sócio-histórica e de análise formal se realizam concomitantemente, e isso possibilita ao hermenauta uma interpretação, que se reinterpreta. Essa fase de interpretação-reinterpretação é descrita no tópico a seguir.

### 2.1.3 Interpretação-reinterpretação

Compreender a forma simbólica e analisar os diferentes elementos que a compõe é o exercício do hermenauta. Assim, interpretar e reinterpretar o seu material de análise é um processo que acompanha o hermenauta em todas as etapas de sua investigação. Também é relevante que o pesquisador compreenda, que na mobilização da HP, ele está buscando interpretar formas simbólicas que já estiveram disponíveis para outras pessoas e que, portanto, também já foram interpretadas:

O olhar do hermenauta deve ter sempre presente que a capacidade de compreensão dos processos simbólicos é algo comum e cotidiano aos seres humanos em sociedade, e não um procedimento especializado do cientista. Assim, quando se faz uma interpretação de um fenômeno social, de uma mobilização de sentido, se está na verdade interpretando algo que já foi

interpretado pelas pessoas, é a interpretação da interpretação, ou uma re- interpretação (NAZARIO; REINO; MANFREDINI, 2016, p. 291).

Contudo, espera-se que o hermenauta supere a interpretação da doxa, desenvolvendo uma análise mais profunda, conforme sugerido por Thompson (2011). Desse modo, a fase de interpretação-reinterpretação constitui “uma explicação interpretativa, plausível e bem fundamentada” (VERONESE; GUARESCHI, 2006, p. 89).

Oliveira, Andrade e Silva (2013) indicam que a interpretação/reinterpretação acontece conforme as demais fases de análise vão sendo desenvolvidas, o que evidencia o caráter não linear das fases propostas por Thompson (2011).

Milanez (2020, p. 22) indica que a fase de interpretação-reinterpretação é um movimento “dedicado a tecer uma ligação entrelaçando as duas análises ‘anteriores’, detectando as aproximações e divergências entre seus elementos, de forma a interpretar e construir criativamente possíveis significados”.

Desse modo, ao verificar cada aspecto das Trilhas de Aprendizagem, pretendemos interpretá-las, reinterpretá-las e estabelecer relações com seu contexto sócio-histórico.

## **2.2 Hermenêutica de Profundidade e a análise de materiais didáticos de Matemática**

A HP vem sendo utilizada na Educação Matemática para análise de materiais didáticos. Destacaremos, nesta seção, os trabalhos de Oliveira (2008) e Azevedo (2017) que abordam, especificamente, essa temática. Também apresentamos o trabalho de Andrade (2012), que embora não tenha analisado um material didático, traz contribuições sobre a HP no contexto da Educação Matemática. Por fim, trazemos as considerações de Milanez (2020), que realizou uma investigação sobre a coleção Matemática, metodologia e complementos para professores primários, mobilizando a HP. Convém destacar que existem outros trabalhos que mobilizam a HP para a análise de materiais didáticos, mas selecionamos aqueles que foram amplamente estudados e debatidos pelo pesquisador, tanto no contexto da pesquisa, como nos diálogos com o grupo de pesquisa do qual ele faz parte.

Oliveira (2008) propõe um referencial que dá suporte à análise de textos

didáticos de Matemática, sob o viés da HP. O autor usa o termo “texto didático”, explicando que pode se referir a livros, materiais, manuais, obras, ou outros termos que possam estar relacionados. Em seu trabalho, Oliveira (2008) afirma que, ao assumirmos um texto didático de Matemática como uma forma simbólica, compreendemos que ele é passível de interpretação e atribuição de significados.

Andrade (2012) realizou uma análise do livro “Ensaio sobre o Ensino em Geral e o de Matemática em particular”, de Lacroix (1838), tendo como referencial metodológico a HP. Sua tese de doutorado descreve os processos de análise da pesquisadora, tanto os relacionados ao contexto sócio-histórico como à análise formal, identificando, por exemplo, o formato do livro, o título, as notas, as indicações de leitura e a linguagem utilizada.

Azevedo (2017) utilizou a HP e os apontamentos de Oliveira (2008) para analisar livros didáticos no contexto da Educação de Jovens e Adultos. Ele buscou identificar as intenções presentes nas obras analisadas, tanto nos conteúdos, como nas orientações ou propostas de atividades. Nesse trabalho, é possível perceber como a análise de um material didático pode revelar os aspectos de ideologia, pelas indagações presentes:

Que relações são feitas com o mundo do trabalho? Como são feitas? Como o livro está estruturado (por unidades temáticas, com texto a respeito do conteúdo, sugestões de atividades para o professor, os conteúdos tematizados são previstos para esse ano do Ensino Fundamental)? Que convenções (simbologia matemática, definições, exemplos, exercícios, sugestões de aplicação em atividades profissionais, nomenclaturas ou particularidades de alguma atividade profissional específica) são assumidas na escrita do material? Que concepções de educação e educação para jovens e adultos podemos notar no e a partir do material? Quais elementos do contexto de produção deste material corroboram com sua produção e sua circulação? Ele está articulado a que propostas de educação e formação? [...] (AZEVEDO, 2017, p. 22-23).

Os questionamentos do autor estão em sintonia com o referencial metodológico da HP, considerando os aspectos de Thompson (2011). Azevedo (2017) ainda apresenta as possibilidades de se analisar materiais didáticos, observando as fases propostas na HP. Embora Azevedo (2017) trate de livros didáticos, notamos que as descrições do autor podem ser adaptadas para a análise que pretendemos realizar nos materiais didáticos.

O trabalho de Milanez (2020) teve o objetivo de analisar a coleção Matemática, metodologia e complementos para professores primários. A

pesquisadora utilizou as fases de Thompson (2011) na investigação dos três volumes da coleção escrita por Ruy Madsen Barbosa na década de 1960. A pesquisadora analisou a obra, sua circulação, seu contexto, buscando interpretar e reinterpretar os sentidos presentes no material e os fatores que influenciaram sua elaboração e produção.

A leitura e compreensão desses quatro trabalhos nos auxilia a compreender o movimento da HP, nos indicando possibilidades para analisar as Trilhas de Aprendizagem de acordo com cada fase mencionada por Thompson (2011). Nesse sentido, procuramos compreender como cada autor enfatizou cada uma dessas fases no processo investigativo.

Ao mencionar as fases de Thompson (2011), Azevedo (2017) pontua que na análise sócio-histórica, ele considerou os elementos da modalidade da educação que investigava (Educação de Jovens e Adultos), buscou registros históricos, mudanças, objetivos e faixa etária dos envolvidos.

Sobre essa análise em textos didáticos, Oliveira (2008) considera relevante compreender o contexto da época em que o material foi produzido. Andrade (2012) também pontua a importância de se analisar o contexto em exercícios hermenêuticos, fato evidenciado quando a autora detalha tais contextos relacionados à obra que analisou, focando na História da França do século XVIII, destacando os entornos da Revolução Francesa.

Milanez (2020, p. 19) corrobora esses entendimentos, citando que para compreender os contextos sócio-históricos de produção, circulação e recepção dos materiais que ela analisou, precisou pesquisar “os espaços que as obras percorreram, o público ao qual se dirigiam, sua editora, o mercado livreiro do período, os contextos culturais, sociais e históricos específicos da época em que essa coleção foi escrita [...]”.

Para realizar a fase de análise formal, Azevedo (2017) desenvolveu um roteiro, que buscava identificar:

[...] a forma como o material se dirige ao professor e aos alunos, se todos os conteúdos são apresentados da mesma forma, seguindo uma sequência a partir de alguns tópicos; se há uma linguagem formal, utilizando definições e generalizações matemáticas ou se busca uma linguagem mais informal tentando dialogar com o aluno buscando trazer uma aproximação maior entre o leitor, o livro e seu cotidiano [...] (AZEVEDO, 2017, p. 23).

O autor comenta que esse roteiro não foi criado linearmente, mas que foi se

constituindo à medida que se desenvolvia a compreensão do material. Tal como Azevedo (2017), criamos um roteiro de análise formal que nos possibilitasse interpretar e reinterpretar as Trilhas de Aprendizagem que analisaremos. Tomamos por base o próprio roteiro utilizado por Azevedo (2017), já que ele está pautado no referencial de Thompson (2011).

Ainda acerca da análise formal, Oliveira (2008, p. 64) indica que sejam feitas “análises internas, próprias do material em foco, como a sequenciação e o modo de apresentação dos conteúdos, os elementos linguísticos, os materiais de composição como capa, paginação, elementos gráficos etc.”. Esses elementos foram também observados por Andrade (2012) e por Milanez (2020). Essas autoras, contudo, aliaram ao movimento de HP procedimentos específicos para a análise formal oriundos da ideia de Paratextos Editoriais, de Gérard Genette (2009).

Como a fase de interpretação-reinterpretação é inerente às demais fases, os trabalhos observados convergem na compreensão da importância de o hermenauta buscar os sentidos da forma simbólica em todo o processo investigativo. Milanez (2020) destaca a importância da interpretação-reinterpretação, mencionado que se trata de:

[...] um movimento de pensamento em que o hermenauta deve ultrapassar as informações apresentadas a ele como produtos estáticos, no caso dos livros didáticos, na tentativa de evidenciar o seu ponto de vista, as intenções manifestadas pelo autor e o modo como, segundo as compreensões do hermenauta, essas intenções chegam a um determinado público (MILANEZ, 2020, p. 22).

Para buscar essas intenções em nossa pesquisa, adaptamos algumas das indicações de Oliveira (2008), Andrade (2012), Azevedo (2017) e Milanez (2020) considerando que não analisamos livros didáticos, mas os textos e atividades presentes nos materiais distribuídos pela SEED, chamados de Trilhas de Aprendizagem.

## **CAPÍTULO 3 - PERCURSOS DO PESQUISADOR: DEFININDO ROTAS, CAMINHANDO E DESENHANDO MAPAS**

*“Ninguém caminha sem aprender a caminhar, sem aprender a fazer o caminho caminhando, refazendo e retocando o sonho pelo qual se propôs a caminhar” (Paulo Freire).*

### **3 PERCURSOS DA PESQUISA**

Neste capítulo, descrevemos mais detalhadamente os procedimentos utilizados para a realização da investigação. Embora no tópico destinado à Metodologia no capítulo 1 já tenhamos tratado sobre a condução da pesquisa, consideramos relevante apresentar ao leitor mais detalhes sobre o caminho percorrido pelo investigador.

Apresentamos, assim, nossos procedimentos metodológicos, que revelam as definições de estratégias adotadas para percorrer o caminho até a análise. Nesse caminho, identificamos que poderíamos contribuir com outros hermenêutas, que, ao se prepararem para trilhar seus rumos de investigação, pudessem ter sugestões que os auxiliassem na caminhada. Desse modo, apresentaremos nossa ideia de Produto Educacional, uma proposta de contribuição para outras pesquisas que mobilizem a HP.

#### **3.1 Procedimentos metodológicos**

A HP possui como uma das suas características a flexibilidade que possibilita ao hermenêuta, por permitir que ele tenha autonomia para estabelecer sua trilha metodológica e mobilize a HP em diferentes contextos. Nesse sentido, existe “a necessidade de o pesquisador se fundamentar e colocar-se atento à construção de seu próprio percurso investigativo, buscando interlocuções, aproximando-se de teorias metodológicas e se afastando dessas quando esse percurso exigir” (SOUZA; CURY, 2015, p. 836). Ao mesmo tempo em que essa possibilidade é positiva, ao ampliar a utilização da HP para diferentes áreas de pesquisa, é desafiador para o pesquisador, que precisa definir estratégias, analisá-las, revisitá-las e corrigi-las para que possa percorrer seu caminho investigativo.

Na investigação que descrevemos esse caminho teve início com a compreensão sobre a HP. Para isso, o pesquisador se reuniu diversas vezes com sua orientadora para receber indicações de leitura e dialogar sobre o referencial teórico-metodológico. Além disso, participou de encontros de um grupo de estudos sobre a HP, coordenado pela sua orientadora de mestrado. A orientação, as discussões e as leituras favoreceram a seleção do referencial teórico utilizado nesse trabalho. Durante o processo de escrita da fundamentação teórica, também ocorreu aprendizado, pois foi preciso refletir, buscar novos materiais de leitura e discutir o texto com a orientadora.

Depois dessa compreensão inicial, nos propusemos a realizar a análise sócio-histórica das Trilhas de Aprendizagem. Tínhamos conhecimento de que essa análise envolvia diferentes dimensões: o contexto no qual estavam inseridas as Trilhas, a crise sanitária enfrentada pelo mundo na ocasião, um quadro econômico específico, a situação da Educação no país e especialmente no estado do Paraná.

Diante de uma complexidade de informações, foi necessário identificar quais delas eram relevantes para caracterizar a análise sócio-histórica. Para isso, após momentos de diálogos com a orientadora e com o grupo de estudos e estudo aprofundado sobre os elementos mencionados por Thompson (2011), percebemos que havia a necessidade de um roteiro organizador.

O roteiro criado compõe o produto educacional do pesquisador, juntamente com outros elementos. Para essa criação, partimos dos elementos mencionados por Thompson (2011) a serem incorporados nessa fase de análise: (a) Situações Espaços-Temporais; (b) Campos de interação, (c) Instituições sociais; (d) Estrutura social; (e) Meios técnicos de construção e transmissão.

Apresentamos no Quadro 1, a síntese do roteiro desenvolvido especificamente para o contexto da pesquisa. Ressaltamos que para o produto educacional, o roteiro foi alterado para um padrão mais generalista.

**Quadro 1 - Síntese do roteiro para a análise sócio-histórica**

<b>Elementos da análise sócio-histórica</b>	<b>Dados a serem obtidos</b>	<b>Fontes de pesquisa</b>
Situações Espaço-Temporais	Verificar o local e tempo da produção e distribuição das Trilhas de Aprendizagem, considerando a realidade do período histórico (pandemia da COVID-19); Identificar a realidade desse momento histórico, especialmente no Brasil e no estado	Site oficial da OMS; Trabalhos publicados sobre o contexto da pandemia; Site oficial do Ministério da Saúde; Site oficial do Governo Federal;



	do Paraná.	Portal de notícias.
Instituições sociais	Procurar identificar relações entre as escolas e famílias com as Trilhas de Aprendizagem; Verificar possíveis interferências dessas instituições na elaboração e distribuição dos materiais; Procurar responder o porquê da elaboração das Trilhas de Aprendizagem.	Site oficial da SEED; Site oficial do Ministério da Saúde; Site oficial do Ministério da Educação; Trabalhos publicados sobre o ensino durante a pandemia no estado do Paraná.
Estrutura social	Identificar os estudantes e famílias que recebem as Trilhas de Aprendizagem; Buscar possíveis diferenças nas condições sociais e econômicas nas instituições sociais envolvidas; Identificar para quem as Trilhas de Aprendizagem foram elaboradas e distribuídas.	Site oficial do Programa Aula Paraná; Site oficial da SEED; Trabalhos publicados sobre o ensino durante a pandemia no estado do Paraná; Trabalhos publicados sobre a realidade econômica e social do estado do Paraná.
Campos de interação	Caracterizar o ambiente em que as Trilhas de Aprendizagem permeavam e formas de distribuição; Identificar o que eram as Trilhas de Aprendizagem e como elas foram disponibilizadas.	Site oficial da SEED; Site oficial do Programa Aula Paraná; Redes sociais das escolas do Paraná.
Meios técnicos de construção e transmissão	Verificar aspectos técnicos relacionados às Trilhas de Aprendizagem, que tecnologias são utilizadas para distribuí-las e que materiais as compõem. Relacionar os meios técnicos de construção e transmissão com os campos de interação.	Site oficial da SEED; Site oficial do Programa Aula Paraná; Redes sociais das escolas do Paraná.

**Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2021)**

A partir do roteiro, selecionamos fontes de busca para coleta dos dados necessários para a contextualização das Trilhas. Tomamos o cuidado para que esses dados fossem públicos e confiáveis. Por esse motivo, priorizamos as informações advindas de repositórios oficiais dos órgãos do Governo Federal ou do Governo Estadual. Reunimos as informações sobre a crise sanitária, sobre o contexto social, político e econômico do país e sobre o funcionamento educacional durante 2020. Também recorreremos à literatura para identificar estudos já publicados acerca da educação paranaense no contexto da pandemia.

Outro passo dado foi a realização de uma revisão de literatura sobre a mobilização da HP para análise de materiais didáticos. Mais do que analisar a quantidade de trabalhos já publicados, o pesquisador aproveitou essa etapa para verificar como outros pesquisadores faziam uso da HP em suas pesquisas. Nessa ocasião, o trabalho de Azevedo (2017) se destacou, ao apresentar um roteiro para a

análise formal dos materiais analisados por ele. Vale destacar que Azevedo (2017) analisou livros didáticos destinados à Educação de Jovens e Adultos, o que é evidenciado no roteiro por ele elaborado:

Assim, na análise formal buscamos atentar à forma como o material se dirige ao professor e aos alunos, se todos os conteúdos são apresentados da mesma forma, seguindo uma sequência a partir de alguns tópicos; se há uma linguagem formal, utilizando definições e generalizações matemáticas ou se busca uma linguagem mais informal tentando dialogar com o aluno buscando trazer uma aproximação maior entre o leitor, o livro e seu cotidiano; se há imagens e se trazem alguma relação com o mundo do trabalho ou se buscam apresentar o conteúdo contextualizado com alguma situação em que ele será utilizado; se servem como guia para o professor ou se buscam trazer uma informação diferenciada do que está escrito; se o contexto está relacionado ao cotidiano ou ao mundo do trabalho; se estiver relacionado ao mundo do trabalho, com quais profissões? Estas profissões são regionais, há relação direta com o mundo do trabalho especificados nos objetivos da unidade; diferenças e semelhanças entre os materiais do aluno e professor (AZEVEDO, 2017, p. 23).

A leitura do trabalho de Azevedo (2017) nos instigou a elaborar uma estratégia de análise para a etapa formal ou discursiva. Também nos sentimos provocados a criar um roteiro que, além de nos dar suporte para a referida análise, pudesse auxiliar futuros professores pesquisadores que desejem utilizar a HP na Educação Matemática.

Azevedo (2017) procurou observar a forma como o material se dirigia aos estudantes e professores, se os conteúdos eram apresentados sempre da mesma forma, se havia uma linguagem formal ou informal e se as imagens e conteúdos eram contextualizados. No caso do pesquisador, a busca era de possíveis relações entre as formas simbólicas analisadas e o mundo do trabalho, já que o material investigado era uma coleção destinada à EJA.

O autor explica que não utilizou um determinado tipo de análise dentre os propostos por Thompson para realizar essa fase em sua pesquisa. Tal como ele, “não estabelecemos aqui correspondência entre nossas ações e as nomenclaturas usadas por Thompson (2011) quando de suas sugestões quanto a diferentes maneiras de conduzir a análise, mas é possível perceber o quanto estamos por elas sensibilizados” (AZEVEDO, 2017, p. 21).

Embora não tenhamos optado por um tipo específico, nossa análise acaba priorizando uma abordagem descritiva, pois nosso olhar foi direcionado para o

conteúdo de cada Trilha de Aprendizagem, tendo em vista nosso objetivo de analisar como a Matemática estava sendo mobilizada nesses materiais.

Na análise da coleção EJA, Azevedo (2017), mesmo sem definir uma categoria de análise, observou os aspectos propostos por Thompson (2011) correspondentes à fase de análise formal. Desse modo, ele atendeu as sugestões pertinentes à mobilização da HP, já que essa abordagem não exige que seja selecionada um modo exclusivo para a realização da análise formal.

A partir da observação do roteiro de Azevedo (2017), elaboramos um roteiro com os aspectos mencionados por Thompson (2011), o qual sintetizamos no Quadro 2.

**Quadro 2 - Síntese do roteiro para a análise formal**

<b>Aspectos da análise formal</b>	<b>Perguntas norteadoras</b>	<b>Objetivo para a fase de Interpretação-reinterpretação</b>
Estrutural	Como os conteúdos são apresentados? Há exemplos para cada tópico de conteúdo? Qual a relação dos exemplos com os conteúdos? Como e quantos são os exemplos? Como os exercícios estão estruturados? Há ilustrações ou gráficos? Como as ilustrações se relacionam com o conteúdo?	Identificar a organização e articulação dos elementos das Trilhas de Aprendizagem.
Intencional	Qual a linguagem adotada em cada Trilha de aprendizagem? O que cada Trilha de aprendizagem intenta dizer? Que trechos da Trilha de aprendizagem revelam uma comunicação com o estudante?	Procurar identificar a intencionalidade de quem produziu as Trilhas de Aprendizagem.
Contextual	São adotados exemplos relacionados à pandemia da COVID-19? É possível se identificar limitações na produção das Trilhas que podem ser oriundas do momento histórico vivenciado? As figuras, gráficos e exercícios estão relacionados com o contexto do estudante? Os conteúdos apresentados estão em sintonia com as orientações curriculares estaduais? A Trilha de Aprendizagem pode ser utilizada de forma isolada por estudantes que não têm acesso aos outros modos de aula do programa Aula Paraná?	Procurar indícios da influência do contexto na produção das Trilhas de Aprendizagem.
Convencional	Há presença de linguagem matemática? Há termos que exijam um conhecimento específico do estudante? Todas as convenções utilizadas estão em sintonia com o conhecimento matemático do estudante do 7º Ano do Ensino Fundamental?	Verificar a presença de códigos e linguagens específicas da Matemática nas Trilhas de Aprendizagem.
Referencial	O que mostram os conteúdos e exercícios sobre o mundo social, para além dos conteúdos matemáticos?	Procurar identificar o objeto de manifestação

	Que relações são estabelecidas entre a Matemática e a sociedade?	das Trilha de Aprendizagem.
--	--	-----------------------------

**Fonte: Elaborado pelo pesquisador (2021)**

Ressaltamos que as questões presentes no Quadro 2 não foram respondidas de forma linear e nem todas foram utilizadas em cada material. Contudo, elas serviram de base para a realização da análise, para que o investigador pudesse direcionar seu olhar para diferentes aspectos das Trilhas.

Reunimos, a partir disso, todas as 33 Trilhas de Aprendizagem que analisaríamos e passamos a lê-las integralmente e individualmente. Buscamos também desenvolver um olhar mais amplo, procurando padronizações em suas composições. Depois, passamos a analisar cada Trilha, procurando responder o máximo de perguntas possíveis que elaboramos no roteiro. No Capítulo 5, as questões utilizadas podem ser contempladas no roteiro mencionado.

### **3.2 Produto Educacional**

O caminho percorrido para estabelecer estratégias nos mostrou que os desafios da HP requerem uma organização prévia do pesquisador. Além disso, conforme mencionamos na introdução desse trabalho, as pesquisas vêm mostrando que a mobilização da HP na Educação Matemática, inclusive na análise de materiais didáticos vêm se acentuando. Também consideramos que professores não pesquisadores também podem ter interesse em compreender, discutir e analisar materiais didáticos, tendo algum tipo de respaldo teórico. Isso é importante para que esses docentes possam analisar e selecionar materiais didáticos conforme as características que esses possuem. Nuñez *et al.* (2001) já pontuavam a importância de os professores terem condições para selecionar apropriadamente recursos didáticos variados, a partir de critérios específicos que possam caracterizar esses materiais. Embora esses pesquisadores não mencionem o uso da HP para condução do processo de análise, nos pautamos nos trabalhos de Oliveira (2008) e Azevedo (2017) para propor possibilidades de análise de materiais didáticos por intermédio dessa abordagem. Diante disso, surgiu-nos a ideia de desenvolver um site que reunisse roteiros que pudessem auxiliar futuros hermenutas e professores na análise

de materiais didáticos. Mais do que isso, pensamos em disponibilizar estudos publicados que pudessem trazer contribuições a esse pesquisador e/ ou professor.

Surgiu-nos, então, indagações sobre como proceder com esse compêndio de informações e sobre como disponibilizá-los pública e gratuitamente. Analisamos, então, as sugestões apontadas pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) acerca das opções para produtos educacionais. Entre elas, encontram-se as mídias educacionais, que podem ser configuradas em forma de páginas de internet ou blogs (BRASIL, 2013).

Seguindo essa opção, desenvolvemos um site intitulado “Análise com HP”<sup>4</sup>. O site foi elaborado pelo pesquisador, com uso do recurso gratuito Wix<sup>5</sup>. Esse recurso é intuitivo e permite a criação de páginas e inserção de textos e imagens. Para que o site pudesse ter um domínio próprio e de forma a garantir o livre acesso ao longo dos anos, optamos pelo registro oficial do site, que é disponibilizado a partir do Wix. Apresentamos a interface inicial do site na Figura 1.

**Figura 1 - Interface inicial do site desenvolvido**



**Fonte: Elaborado pelo autor (2021)**

Em concomitante com o desenvolvimento do site, estávamos realizando as fases da análise sócio-histórica e formal e nos deparamos com alguns

<sup>4</sup> Disponível em: <https://analisecomhp.wixsite.com/website>. Acesso em: 21 abr. 2023.

<sup>5</sup> Recurso gratuito para criação de sites. Disponível em: [https://pt.wix.com/freesitebuilder/pt900?utm\\_source=google&utm\\_medium=cpc&utm\\_campaign=142261414^11723290294&experiment\\_id=wix^e^48161149534^&qclid=Cj0KCCQjw3f6HBhDHARIsAD\\_i3D9kxjuSPNadXP5-YzhRX11JKfyCfaYWdQ2v75AkfepR-IWRxavqd2gaAtv9EALw\\_wcB](https://pt.wix.com/freesitebuilder/pt900?utm_source=google&utm_medium=cpc&utm_campaign=142261414^11723290294&experiment_id=wix^e^48161149534^&qclid=Cj0KCCQjw3f6HBhDHARIsAD_i3D9kxjuSPNadXP5-YzhRX11JKfyCfaYWdQ2v75AkfepR-IWRxavqd2gaAtv9EALw_wcB). Acesso em: 27 Jul. 2021.

questionamentos: (a) diante de uma complexidade de dados do contexto da pandemia, como sintetizar os elementos em um texto? (b) o que selecionar de relevante? (c) que aspectos sociais, políticos, econômicos e sociais são essenciais? (d) como começar a analisar materiais didáticos? (e) o que descrever acerca dos materiais didáticos? Esses anseios e dificuldades nos levaram a criar um roteiro para a análise sócio-histórica e adaptar o roteiro de Azevedo (2017) para a análise formal. Tais roteiros contribuíram para que o pesquisador conduzisse a análise de forma mais pontual e foram inseridos no site, que conta também com informações sobre a HP, um repositório de publicações sobre a mobilização dessa fundamentação teórico-metodológica na Educação Matemática.

Em sua página inicial, o usuário encontra um menu com as seguintes opções: Quem somos; Hermenêutica de Profundidade; Repositório de publicações; Roteiros para análise e Entre em contato. Além disso, visualiza a logo oficial desenvolvida para o site e a expressão “Mobilizando a Hermenêutica de Profundidade”.

Na opção “Quem somos”, é possível visualizar um resumo curricular do pesquisador e de sua orientadora e um trecho que explica a proposta do site, explicando que ele apresenta referenciais teóricos sobre a HP e roteiros direcionados para a análise de materiais didáticos. Também se explica que o foco da plataforma é a mobilização da HP na Educação Matemática.

A aba denominada “Hermenêutica de Profundidade” apresenta uma descrição resumida sobre essa abordagem teórica-metodológica sugerida por Thompson (2011). O texto conta com citações do próprio Thompson (2011) e dos pesquisadores Oliveira (2008) e Andrade (2012).

A opção “Repositório de publicações” apresenta estudos prévios publicados que mobilizam a HP na Educação Matemática. Os estudos estão organizados por ano de publicação e estão divididos da seguinte forma: seis publicações de 2006 a 2012; sete publicações de 2013 a 2015; seis publicações de 2015 a 2018; cinco publicações a partir de 2019.

Há também a aba destinada aos “Roteiros para análise”. Nela, o usuário do site pode selecionar se deseja acessar o roteiro para “Análise sócio-histórica” ou para “Análise formal”. Ao clicar em uma das opções, o site disponibiliza acesso a um arquivo em PDF que contém um quadro com o roteiro sugerido.

Por fim, existe a opção de o usuário selecionar a aba “Entre em contato”. Esse contato requer que seja inserido nome, e-mail, assunto e mensagem e é direcionado

de forma automática para o e-mail do pesquisador.

Embora saibamos que os processos de investigação pautados na HP de Thompson (2011) não sejam lineares e possam ser experimentados de diferentes formas por pesquisadores, compactuamos da ideia de que um referencial norteador pode servir de auxílio para professores pesquisadores que desejem analisar materiais didáticos. Também compreendemos que em pesquisas qualitativas, cabe ao pesquisador definir suas estratégias e processos investigativos. Assim, o produto não pretende apresentar uma receita a ser seguida. Ao contrário, o roteiro e demais elementos presentes no site visam possibilitar suporte, orientações e caminhos totalmente adaptáveis para que outros professores pesquisadores percorram suas próprias trilhas de pesquisa.

## **CAPÍTULO 4 - UM PERCURSO RIZOMÁTICO: CAMINHOS PARALELOS E ENTRECruzADOS DO TRILHAR DA PESQUISA**

“É preciso força para sonhar e perceber que a estrada vai além do que se vê”  
(Los Hermanos).

A análise hermenêutica das Trilhas de Aprendizagem é apresentada em um capítulo único, já que as fases de análise ocorreram de forma contínua na pesquisa. Para Thompson (2011), as fases de análise sócio-histórica e de análise formal se realizam concomitantemente, e isso possibilita ao hermenêuta uma interpretação, que se reinterpreta durante todo o processo. A escrita, no entanto, nos cobra uma linearidade que nem sempre registra o movimento de pesquisa do hermenêuta em sua essência. Neste relatório de pesquisa escolhemos apresentar primeiro a nossa interpretação-reinterpretação das Trilhas de Aprendizagem, apresentando em seguida as análises sócio-histórica e análise formal como se fossem apêndices da interpretação e tendo o leitor a liberdade de escolher a ordem que melhor lhe convier na leitura.

O título do capítulo procura evidenciar as trajetórias do pesquisador na análise hermenêutica, por isso o termo rizomático foi escolhido. No contexto do trabalho, o termo não se refere a alguma teoria ou vertente específica, mas elucida o caminho percorrido na pesquisa: um caminhar contínuo para diferentes direções, um ir e vir entre a análise sócio-histórica e a análise formal, um interpretar e reinterpretar simultâneo.

### **4 UMA ANÁLISE HERMENÊUTICA DAS TRILHAS DE APRENDIZAGEM**

Durante o processo investigativo, buscamos interpretar e reinterpretar as Trilhas de Aprendizagem, procurando identificar como os elementos do contexto de produção e distribuição impactaram os processos de ensino e aprendizagem de Matemática.

As Trilhas de Aprendizagem foram produzidas e distribuídas no período histórico da pandemia da COVID-19, no estado do Paraná, que, como todos os locais do Brasil, estava sendo impactado pela crise sanitária. Tratava-se de um momento emergencial e inédito que exigiu soluções imediatas que podem ter impedido que o



material produzido pudesse ter sido planejado, revisado e organizado em um tempo mais apropriado. O momento de produção e distribuição das formas simbólicas que analisamos era marcado por dilemas sociais e econômicos que afetavam o mundo todo e se faziam presentes também no estado do Paraná.

Diante desse contexto, a SEED buscou diferentes possibilidades para atender o maior número de estudantes, oferecendo opções midiáticas gratuitas e material impresso para famílias que não se adaptaram ao modelo remoto. Nesse sentido, percebemos que foi verificada pela secretaria a garantia da continuidade dos estudos mesmo em um período de crise sanitária. Vale lembrar que esses materiais foram produzidos para atender as famílias sem acesso às tecnologias digitais ou as que não se adaptaram ao ensino remoto. Garantir o acesso de todos os estudantes à escolarização é uma das atribuições da SEED. A instituição, portanto, cumpriu com o que se é esperado dela nesse sentido.

A responsabilidade pela impressão, distribuição e correção dos materiais impressos ficou com as escolas. Com isso, possíveis dificuldades no contato entre a família e a escola e entre a família e o próprio material didático precisaram ser sanadas pela equipe pedagógica e pelos professores. A escola não elaborou as Trilhas de Aprendizagem e isso pode ter sido um dificultador nos contatos com os estudantes e seus familiares, quando surgiam dúvidas específicas sobre o formato ou conteúdo presente no material.

Ao direcionarmos nosso olhar para às instituições sociais relacionadas às Trilhas de Aprendizagem, notamos a sustentação das relações de poder, uma vez que a SEED definiu a condução dos processos de ensino e de aprendizagem na pandemia, as escolas cumpriram as decisões e as famílias precisaram se adaptar à nova realidade, recebendo como produto aulas remotas ou Trilhas de Aprendizagem.

Os estudantes e famílias que receberam as Trilhas de Aprendizagem vivenciavam desigualdades sociais e econômicas. Alguns moravam em regiões sem conexão com internet, outros tiveram familiares acometidos pela COVID-19. Muitos viviam crises financeiras e desemprego. Todas as condições de saúde, sociais e econômicas certamente influenciaram a forma como essas famílias se organizavam para o processo de aprendizagem da criança e do adolescente. Os estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental normalmente possuem 12 anos e ainda não contam com maturidade para desenvolver autonomia no estudo. Refletimos, desse modo, sobre a rotina de estudo que acontecia em cada casa, diante de uma nova forma de aprender

Matemática e de um contexto social e econômico prejudicado. Essa reflexão nos leva a inferir de que esse contexto influenciava o processo de aprendizagem.

Havia a necessidade de contato das escolas com as famílias, para que essas pudessem retirar os materiais impressos. Cabe pontuar, que o pesquisador participou, presencialmente, do processo de entrega desses materiais para as famílias, embora os dados aqui presentes tenham sido coletados a partir de informações oficiais ou aquelas amplamente divulgadas pelas escolas.

Em nossa pesquisa, identificamos que algumas escolas usavam as redes sociais para favorecer essa comunicação. Tal como mencionamos anteriormente, a SEED atribuiu a responsabilidade de entrega dos materiais para as escolas, que precisaram criar mecanismos de comunicação e garantir a segurança de todos, considerando os cuidados com a pandemia. A rotina de distribuição e devolutiva das Trilhas de Aprendizagem exigia que os professores realizassem correções de atividades que não foram por eles elaboradas, o que pode ter causado dificuldades a esses profissionais.

Para assegurar a distribuição das Trilhas de Aprendizagem, notamos que as escolas utilizaram tecnologias para realizar o contato com as famílias e para impressão dos materiais; dispuseram de funcionários para organizar os momentos de retirada e providenciaram materiais de higiene e segurança. A SEED, por sua vez, providenciou a disponibilização digital dos materiais às escolas, bem como realizou os procedimentos técnicos de contratação de professores autores e organização do material.

Ao observarmos as características de produção e distribuição das Trilhas de Aprendizagem, percebemos que os processos de ensino e de aprendizagem de Matemática diante do contexto pandêmico foram afetados de diferentes formas, entre as quais mencionamos: os estudantes deixaram de conviver com os pares e de se relacionar com os seus professores; houve disparidade na forma de aprender entre estudantes que tinham acesso às tecnologias digitais e assistiam aulas e os que apenas liam as Trilhas de Aprendizagem; os estudantes não tinham a presença do professor no momento de resolver exercícios, o que não permitia que os mesmos esclarecessem suas dúvidas; os professores não tinham possibilidade de saber se foram os estudantes que resolveram os exercícios ou outras pessoas da família; os professores não acompanhavam o processo de estudo e não tinham como intervir no aprendizado.

Identificamos também a relação de poder mencionada por Thompson (2011) nas alterações sofridas nos processos de ensino e aprendizagem: estudantes com mais acesso às tecnologias digitais poderiam assistir as aulas de forma remota, quantas vezes desejassem, pois essas ficavam gravadas e disponibilizadas de forma pública. Aqueles que precisavam estudar apenas a partir do contato com as trilhas se limitavam a aprender matemática lendo e, se conseguissem, resolvendo exercícios.

Sobre o aspecto contextual das Trilhas de Aprendizagem, uma das constatações que tivemos foi que o contexto da pandemia não foi mencionado em nenhuma aula elaborada. Não ocorreu menção ou abordagem de situações que tratassem da doença ou das consequências da pandemia, embora as orientações curriculares estaduais mencionem a necessidade de se relacionar os conteúdos de Matemática com as vivências contemporâneas dos estudantes (PARANÁ, 2018).

O aspecto contextual, contudo, foi identificado nos exemplos contemporâneos ao período de produção, como o sistema monetário atual, as tecnologias hodiernas como o GPS, os esportes e os meios de transporte indicados nos exemplos. Também consideramos que a própria falta de menção à pandemia nos materiais didáticos pode ter sido influenciada pelo aspecto contextual, uma vez que a compreensão sobre a gravidade da COVID-19 não era um consenso entre a população e entre os governantes.

Embora não conheçamos as recomendações dadas aos autores para produção das Trilha de Aprendizagem e não tenhamos acesso a elas, o padrão de forma presente na elaboração das Trilhas de Aprendizagem nos dá indícios de que elas existiam. Assim o entorno político também pode ter influenciado a produção dos materiais. As normas estabelecidas pela secretaria podem também ter limitado o aprofundamento dos conteúdos, com limitação do número de páginas, por exemplo.

O contexto também influenciou para que as Trilhas apresentassem algumas características peculiares. O fato de a SEED ter contratado diferentes professores para a autoria dos materiais repercutiu em algumas diferenças de abordagens. A principal disparidade revelada se refere aos procedimentos adotados na resolução dos exemplos. Alguns autores fizeram questão de descrever e ilustrar todos os passos da resolução. Outros indicam as respostas de forma mais direta.

Com relação aos aspectos estruturais, procuramos interpretar a forma de apresentação dos conteúdos, da resolução de exemplos, da presença de imagens, dos métodos pedagógicos e da proposta de exercícios, tal como indicado por Oliveira

(2008). Buscamos, assim, identificar a organização e articulação dos elementos das Trilhas de Aprendizagem.

As Trilhas de Aprendizagem apresentavam os conteúdos em forma de resumo, com poucas explicações aos estudantes. Pontuamos que alguns conteúdos no 7º ano do Ensino Fundamental são apresentados aos estudantes pela primeira vez, como os números negativos e as equações. Compreendemos que a apresentação desses tópicos no formato de resumo pode dificultar a aprendizagem ou até mesmo prejudicar a compreensão conceitual.

Nas Trilhas de Aprendizagem, não é feita a relação entre os conceitos, que são apresentados de forma segmentada em cada aula. Também existe uma lacuna entre os conteúdos presentes e as orientações curriculares estaduais, no que se refere aos objetivos de aprendizagem indicados no Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018). Compreendemos que a emergência promovida pela pandemia compromete todos os setores da sociedade, especialmente o educacional, e isso influenciou na preparação do material. Entendemos o caráter inédito desse tipo de produção no estado e o curto espaço de tempo para sua produção, o que pode ter limitado as possibilidades de abordagem dos conteúdos de forma a articular o desenvolvimento de habilidades pelos estudantes, tal como proposto pelo Referencial Curricular.

Um exemplo dessa lacuna é relacionado ao conjunto de Números Racionais. Nas orientações curriculares são mencionados diferentes objetivos de aprendizagem, que contemplam a utilização de algoritmos, a comparação e ordenação de frações, o resgate do contexto histórico, o uso de razão para relacionar grandezas, o uso da calculadora e a resolução de problemas de diferentes contextos. Esses objetivos não foram levados em consideração na produção das Trilhas de Aprendizagem, que, conforme mencionamos, são resumidas e sugerem uma revisão de conteúdos e não um processo contínuo de aprendizagem.

Outra divergência entre a proposta do Referencial Curricular e as Trilhas de Aprendizagem se refere à resolução de problemas. O documento sugere que todos os conteúdos sejam abordados a partir dessa perspectiva e percebemos que predominantemente havia exercícios de fixação ou exemplos sem contextualizações.

O Referencial ainda sugere que os estudantes devem desenvolver a habilidade de elaborar problemas e de representar situações a partir de diferentes linguagens matemáticas. O desenvolvimento dessa habilidade ficou comprometido ao considerarmos os exercícios propostos.

Acerca das figuras que ilustram as Trilhas, algumas não possuem relação com o conteúdo abordado, como a TA-33 que apresenta uma ilustração não contextualizada. Também há casos de figuras com falta de informações ou equívocos, como a TA-17, que apresenta um exemplo que envolve segmentos, mas a figura indicada não os contém. Nesse mesmo material, o ângulo de  $180^\circ$  graus é representado por um arco de aproximadamente  $150^\circ$ . Percebemos que poderia ter sido dispensado maior rigor na seleção de figuras para a TA-17.

A maioria das imagens, contudo, era importante para ilustrar o texto ou para exemplificar situações-problemas. Os autores também utilizaram quadros, tabelas e gráficos como formas alternativas de linguagem. Consideramos que a utilização de diferentes imagens revela a preocupação de alguns autores com a ampliação da compreensão por parte do estudante. Como eles tinham um espaço limitado para a produção, devido à quantidade de páginas de todas as Trilhas de Aprendizagem, o uso desses recursos era uma alternativa para compactuar conteúdos e exemplos.

Ainda sobre a estrutura das Trilhas de Aprendizagem, há alguns erros conceituais localizados. Como exemplo, citamos a falta de diferenciação entre expressão e equação algébrica. Outra situação se refere à interpretação sobre os números racionais na reta numérica, posicionados entre os números inteiros, na TA-7. Também há erros em enunciados e alternativas nos exercícios, o que pode ter prejudicado o aprendizado dos estudantes. Alguns dos exercícios propostos abordam conceitos não mencionados nas aulas. Consideramos que o curto espaço de tempo para produção e revisão do material devido à emergência sanitária pode ter favorecido à existência desses erros conceituais.

Cabe mencionar que a estrutura da TA-26 é peculiar, já que ela apresenta uma abordagem interdisciplinar e contextualizada que se aproxima das recomendações curriculares estaduais, embora não apresente o contexto histórico dos conteúdos.

Outro aspecto que procuramos interpretar, o convencional, visou verificar a presença de códigos e linguagens específicas da Matemática nas Trilhas de Aprendizagem. De forma geral, as Trilhas de Aprendizagem não apresentam convenções que dificultem o entendimento pelos estudantes. Algumas delas, porém, exigiam um conhecimento de linguagem matemática prévio, como na TA-15, na TA-19, na TA-21 e na TA-25.

Algumas das Trilhas de Aprendizagem revelam atenção com a questão do aspecto convencional. A TA-3, por exemplo, utiliza parênteses para explicar o que

significa cada algoritmo utilizado. Na TA-6, quando o símbolo “<” é apresentado, é mencionado seu significado. Em algumas trilhas essa atenção não é dada, e o uso de alguns sinais e símbolos pode levar o estudante a desenvolver um entendimento equivocado. Um exemplo ocorreu na TA-5, que apresenta traços que podem ser entendidos como símbolo do número negativo.

Buscamos identificar, também, a intencionalidade de quem produziu as Trilhas de Aprendizagem. Um dos pontos identificados quanto a isso se refere ao caráter de revisão que é dado ao material didático. O termo “retomada” se fez presente na maioria das aulas, o que sugere uma intenção de não demonstrar ao estudante de que se tratava de novos conhecimentos. A intenção verificada, nesse sentido, é relacionada à revisão de conteúdos. O texto presente na maioria das trilhas, desse modo, revela que era admitido que o estudante já havia aprendido o determinado conceito matemático.

Outro ponto observado se refere à quantidade de páginas reduzidas, o que dialoga com o que mencionamos no parágrafo acima. Os materiais analisados são curtos, quando os comparamos com a exposição dos mesmos conteúdos em livros didáticos ou outros materiais didáticos. Revela-se, desse modo, a falta de intenção, dadas as possibilidades, de que os conteúdos fossem aprofundados. Também mencionamos a falta de contextualização histórica ou de interdisciplinaridade.

Ainda relacionado ao aspecto intencional, existe uma alteração na linguagem utilizada nos materiais ao longo das semanas de aula. No início, a linguagem mais informal buscava aproximar o estudante do material. As Trilhas de Aprendizagem que se referiam às aulas de semanas mais adiantadas do ano, embora ainda contivessem linguagem dialógica, tornaram-se mais formais. Termos como “Vamos lá!” deixaram de se fazer presente, demonstrando uma alteração na intencionalidade com relação a essa aproximação mais próxima com o discente.

As Trilhas de Aprendizagem do 7º Ano do Ensino Fundamental foram elaboradas para solução de um problema emergencial. Nesse sentido, o intuito principal da elaboração e distribuição das Trilhas de Aprendizagem foi o de resolver a situação atípica vivenciada por parte da população, que não tinha acesso aos materiais digitais, sem que a solução, necessariamente, perpassasse por construção de conhecimento e desenvolvimento de habilidades pelos estudantes.

Considerando que esses materiais foram distribuídos ao longo do ano de 2020, eles poderiam ter mudado de formato à medida que as semanas avançavam e se

tornava mais evidente que as aulas presenciais não iriam retornar de forma imediata, devido ao avanço da pandemia. Nesse sentido, percebemos que a SEED considerou adequados os textos elaborados, a quantidade de exemplos e exercícios e a abordagem dos autores, já que não alterou o formato das Trilhas de Aprendizagem, mantendo o nível de aprofundamento dos conteúdos e exercícios.

Por fim, buscamos identificar o objeto de manifestação das Trilhas de Aprendizagem, para que pudéssemos alcançar nosso objetivo de analisar como a Matemática foi mobilizada nas Trilhas de Aprendizagem disponibilizadas pela SEED para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, durante o ano de 2020, no estado do Paraná. Para isso, analisamos o aspecto referencial, buscando o “algo” contido nas Trilhas de Aprendizagem, como sugerem Veronesse e Guareschi (2006).

Procurando pelo “algo” presente, buscamos compreender se havia referência da utilização da Matemática no cotidiano do estudante. A relação entre a Matemática e a sociedade foi observada em algumas das Trilhas de Aprendizagem, o que evidencia possíveis aplicações dos conceitos abordados, embora não tenham ocorrido estímulos a reflexões ou questionamentos sobre a realidade.

Apresentamos alguns exemplos dessas exemplificações: Na TA-1, os elementos presentes evidenciam a utilização dos números positivos e negativos no comércio e na agricultura. A TA-6 aborda esses números em situações cotidianas que envolvem temperaturas, profundidades e prejuízos financeiros. Na TA-8, o conteúdo de volume é relacionado com situações-problemas que envolvem aquários, carrocerias, caixas e cubos de gelo. Os exercícios da TA-11 abordam alimentos, quadra de futebol, velocidade em uma viagem, distância, revistas e fotocópias. Na TA-26, destacamos o uso de escala e o conceito de densidade demográfica na retomada sobre razão. A TA-30 envolve notas de um estudante de 7º ano do Ensino Fundamental. Na TA-32, destaca-se o exemplo sobre a intenção de votos em uma eleição, quando o conteúdo de população e amostra é tratado. A TA-33 envolve situações-problemas sobre lanches, tecidos, depósitos de livros e canteiros de flores.

As situações-problema apresentadas nessas Trilhas de Aprendizagem se referem a circunstâncias que poderiam ser vivenciadas por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental ou por seus familiares. Nesse sentido, conseguimos inferir que existe um “algo” presente, uma tentativa de se evidenciar a importância da Matemática na vida do estudante, mesmo que limitada pela quantidade de páginas de cada material.

Nas demais trilhas, os exemplos utilizados são os que comumente são apresentados em livros didáticos, como o cálculo do volume de uma piscina. Essas situações-problemas normalmente ignoram a realidade do estudante, que além de não possuir uma piscina em sua residência, pode não ter, sequer, acesso a uma rede adequada de saneamento.

Não identificamos trechos que levassem o estudante à reflexão e análise de problemas sociais, ao estabelecimento de relações entre a Matemática e outras ciências ou ao resgate da construção histórica dos conceitos. Desse modo, o formato das Trilhas de Aprendizagem favoreceu a mobilização da Matemática sob um aspecto conteudista e fragmentado. Identificamos que ela foi mostrada como uma ciência estática e não falível, sem conexões históricas. Assim, os materiais apresentavam os conceitos matemáticos como independentes entre si.

Para além dos conteúdos apresentados, as Trilhas de Aprendizagem visam o estudo sem qualquer presença do professor. Esse também foi um “algo” identificado, já que a análise do material indicou que o estudante deveria estudar de maneira autônoma, a partir da leitura e resolução de exercícios.

Concordamos com Brito *et al.* (2020, p. 201) que afirmam que “não há ninguém que conheça melhor a sua turma, o andamento pedagógico, possibilidades e potenciais que o próprio professor”. A partir dessa óptica, a proposta de um estudo individual pode trazer prejuízos ao estudante, mesmo que os conteúdos apresentados sejam adequados.

Embora as Trilhas de Aprendizagem se refiram a um material resumido, com limitações referente ao tempo de produção e revisão, quantidade limitada de páginas e estrutura fixa, existe uma tentativa de se mostrar algumas aplicações da Matemática no cotidiano do estudante. Os exemplos utilizados em muitos materiais se referem à situações-problemas comuns à vivência de um adolescente ou de seus familiares, a partir de uma conexão entre a Matemática e a sociedade.

Contudo, elas também revelam algumas ausências, já que não apresentam situações-problemas que pudessem levar o estudante à reflexão e à análise de problemas sociais, ao estabelecimento de relações entre a Matemática e outras ciências ou ao resgate da construção histórica dos conceitos.

São materiais que podem ser utilizados como apoio ao processo pedagógico, mas que revelam a necessidade da presença do professor para a organização do



ensino, para a mediação da aprendizagem e para o estabelecimento de diálogos que favoreçam a compreensão matemática.

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

Na sequência deste relatório são apresentadas as análises sócio-histórica e formal discursiva das Trilhas de Aprendizagem. Você, leitor, pode escolher por qual delas iniciar a sua leitura.

### **Análise sócio-histórica:**

#### **4.1 O contexto histórico das Trilhas de Aprendizagem**

### **Análise formal discursiva:**

#### **4.2 As Trilhas de Aprendizagem do 7º Ano do Ensino Fundamental**

## 4.1 O contexto histórico das Trilhas de Aprendizagem

Realizar a análise sócio-histórica e considerar um período de pandemia, mortes e colapsos foi mais do que um desafio para o pesquisador. Para além da análise, o caminho percorrido repercutiu em reflexões e sentimentos de tristeza, empatia e solidariedade. Por isso, não podemos deixar de iniciar esse tópico sem demonstrar todo o nosso respeito e solidariedade às vítimas da COVID-19.

Nesta seção, escrevemos o momento sócio-histórico no qual as Trilhas de Aprendizagem estão inseridas. Buscamos compreender os elementos propostos por Thompson (2011), tal como mencionamos ao abordar a análise sócio-histórica. Procuramos mostrar um panorama mundial sob a COVID-19, bem como descrever o contexto estadual relacionado à população que recebeu as Trilhas de Aprendizagem.

### 4.1.1 A Pandemia da COVID-19

Em dezembro de 2019, surgiu uma emergência na China relacionada a uma doença provocada pela mutação do vírus Coronavírus, cujo nome científico é SARS-CoV-2. A doença recebeu o nome de COVID-19 e se espalhou rapidamente pelo mundo, causando uma crise sanitária global. Inicialmente, países asiáticos foram atingidos, mas logo a doença se instalou na Europa e demais continentes.

Em 30 de janeiro de 2020, a Organização Mundial de Saúde (OMS) decretou Emergência de Saúde Pública de Importância Internacional. Em 11 de março de 2020, a mesma organização declarou que a COVID-19 se tratava de uma pandemia. A doença, desde então, demonstrou alta transmissibilidade e ocasionou, até o momento, aproximadamente seis milhões de mortes no mundo<sup>6</sup>.

No Brasil, o primeiro caso foi confirmado em 26 de fevereiro de 2020. Tratava-se de um indivíduo do sexo masculino, idoso, que havia feito uma viagem à Itália. Na época, a Itália era considerada o epicentro da doença. Contudo, rapidamente a doença se propagou no Brasil e a primeira morte no país, causada pela COVID-19, ocorreu em 17 de março de 2020. De acordo com Oliveira *et al.* (2020), após um mês do primeiro caso já havia transmissão comunitária em algumas cidades brasileiras e

---

<sup>6</sup> Dados obtidos no painel da OMS. No dia 06/03/2022 o painel mostrava 5.978.096 mortes no mundo, pela COVID-19. Embora a vacinação esteja ocorrendo em muitos países, até a data da consulta as mortes continuam acontecendo mundialmente. Disponível em: <https://covid19.who.int/>. Acesso em: 06 mar. 2022.

no dia 20 de março de 2020, o país declarou que a transmissão era comunitária em todo o território nacional.

Os estudos sobre o vírus revelaram que a transmissão do Coronavírus ocorre, predominantemente, por meio de gotículas salivares de uma pessoa doente para uma saudável. Por isso, a OMS recomendou o distanciamento social, ou seja, indicou que a população evitasse contatos pessoais presenciais. De acordo com Oliveira *et al.* (2020, p. 5), “para se enfrentar uma doença que se propaga muito rapidamente, e não apenas ataca as pessoas, mas compromete o sistema de saúde e a sociedade como um todo, medidas preventivas individuais não são suficientes”. Desse modo, os autores relatam que cada país teve a necessidade de tomar medidas de alcance comunitário.

Oliveira *et al.* (2020) afirmam também que a adoção de medidas restritivas vai ao encontro das recomendações da OMS, além de se pautarem em evidências científicas sobre intervenções e controle da doença.

Embora os cientistas alertassem sobre a gravidade da doença, no país houve dúvida de parte da população sobre a origem do vírus, o comportamento diante da doença, a possibilidade de o vírus continuar se espalhando e o tratamento a ser feito.

Muitos brasileiros, desde o início da instalação da doença no país, vêm apresentando resistência diante de dados científicos. Nesse cenário, marcado por mortes, colapso no sistema de saúde, falta de equipamentos e leitos, tornou-se comum a disseminação de notícias falsas por redes sociais, a não aceitação do distanciamento social e a ocorrência de protestos relacionados às medidas restritivas.

Durante o ano de 2020, a crise sanitária foi se agravando. De um lado, alguns governadores determinavam o fechamento de atividades consideradas não essenciais e de outro, parte da população continuava a se aglomerar, por não acreditar na gravidade da doença ou por dependência econômica que a obrigava a seguir trabalhando. Enquanto a comunidade científica direcionava esforços em testes e produção de vacinas, alguns brasileiros tomavam remédios sem comprovação científica como forma de prevenção à doença.

A disseminação rápida do vírus repercutiu em quase 200 mil mortes de brasileiros<sup>7</sup> em 2020. Hospitais lotados e pessoas morrendo por falta de leitos ou de

---

<sup>7</sup> A divulgação dos dados da pandemia do Brasil em 31/12/2020 traz o registro de 194.976 mortes. Disponível em: <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/12/31/casos-e-mortes->

oxigênio se tornaram notícias nas mídias nacionais. Esse cenário, alarmante por si só, ainda contou com mais um fator desastroso: a crise econômica que se solidificou no país.

Uma das medidas adotadas para sanar essa parcela considerável da população que não possui emprego formal foi a oferta de subsídio financeiro pelo governo federal. De fato, para que fosse possível assegurar medidas de isolamento de forma a enfrentar a crise sanitária, eram necessárias medidas públicas que mantivessem seguros financeiramente os indivíduos sem condições de trabalhar de casa, pelo tempo que perdurasse a pandemia.

Contudo, nem todas as famílias necessitadas foram contempladas pelo subsídio do governo, pois o acesso a esse recurso era analisado e disponibilizado por aplicativo de celular. Muitos brasileiros ainda não têm acesso às tecnologias digitais e tiveram dificuldade para realizar o cadastro para obter o subsídio. Além disso, os valores e duração do subsídio, chamado de auxílio emergencial, não impediu que diversos brasileiros passassem a configurar um cenário de miséria. Desse modo, a pandemia evidenciou a desigualdade social e econômica do país. Cabe destacar também, por outro lado, que algumas pessoas receberam o benefício indevidamente. Mesmo sem estarem enquadradas nos requisitos<sup>8</sup> do governo, elas realizaram o cadastro no aplicativo e receberam o subsídio.

O governo federal, representado pelo presidente da república, Jair Messias Bolsonaro, teve um posicionamento divergente da maioria dos países. Os discursos presidenciais, durante 2020, procuraram minimizar a gravidade da pandemia, criticar a prática de distanciamento social, incentivar o uso de medicamentos sem eficácia científica comprovada e valorizar a retomada econômica.

Os simpatizantes do governo federal iniciaram um processo de negação à doença e de disseminação de informações contrárias às recomendações dos epidemiologistas renomados. A população acabou dividida entre cidadãos adeptos das ideias do governo federal e indivíduos que optaram por respeitar a ciência. Notamos que o cenário de 2020 foi complexo. O Brasil enfrentava várias crises

---

[por-coronavirus-no-brasil-em-31-de-dezembro-segundo-consorcio-de-veiculos-de-imprensa.ghml](#). Acesso em: 10 abr. 2021.

<sup>8</sup> Havia cinco requisitos para recebimento do Auxílio Emergencial: (a) Ser maior de 18 anos; (b) Não ter emprego formal; (c) Não ter benefício previdenciário ou assistencial, exceto Bolsa Família; (d) Renda familiar de ½ até três Salários Mínimos; (e) Não ter recebido acima de R\$ 28.559,70. Dados disponíveis em: <https://www.gov.br/pt-br/noticias/assistencia-social/2020/04/auxilio-emergencial-covid-19>. Acesso em: 23 maio. 2021.

simultâneas: sanitária, econômica, social e política.

Os governos estaduais optaram por adotar medidas isoladas, respeitando as orientações da OMS e das secretarias estaduais de saúde. No Paraná, apesar de medidas por parte do governo, como fechamento do comércio em períodos de maior disseminação do vírus, uso obrigatório de máscaras, e fechamento de escolas, quase 8 mil pessoas faleceram devido à COVID-19 em 2020, sendo a maioria durante o mês de dezembro<sup>9</sup>.

O aspecto econômico do estado também foi prejudicado durante a pandemia. Entre as medidas adotadas pelo governo paranaense diante desse cenário, destaca-se a distribuição de um kit merenda quinzenal às famílias de estudantes matriculados na rede estadual de ensino, que se enquadravam em situações de vulnerabilidade econômica. A distribuição do kit merenda ocorreu de março a dezembro 2020. O kit era composto por itens não perecíveis e produtos provenientes de agricultura familiar. A ação do Governo do Estado do Paraná, a partir do Instituto Paranaense de Desenvolvimento Educacional (FUNDEPAR), consistiu na organização de kits com os alimentos que seriam utilizados na merenda de cada unidade escolar. Os kits foram distribuídos para as famílias de estudantes matriculados nas escolas e que também fazem parte do programa Bolsa Família, do Governo Federal.

Uma das formas de enfrentamento à pandemia no cenário paranaense se refere ao contexto educacional. Discutiremos tal contexto no próximo tópico do texto.

#### 4.1.2 Trilhas de Aprendizagem: por quê?

As medidas de enfrentamento à COVID-19, no Brasil, afetaram o funcionamento das escolas. O MEC, diante do contexto pandêmico, autorizou, como mencionamos na introdução desse trabalho, que as aulas presenciais das instituições de ensino poderiam ser substituídas por aulas remotas, a partir de 17 de março de 2020. Com essa medida, o MEC atribuiu às instituições a responsabilidade de definição dos meios tecnológicos a serem utilizados, dos meios de acompanhamento e distribuição das atividades e da condução da relação com professores e famílias.

---

<sup>9</sup> Dados obtidos no portal do Ministério da Saúde. Disponível em: <https://www.gov.br/saude/pt-br>. Acesso em: 11 abr. 2021.

O cenário inédito se tornou um desafio para as instituições, principalmente as de Educação Básica, que passaram a ofertar ensino remoto:

Nas escolas, para professores, estudantes e familiares, as incertezas da emergência sanitária somada às necessidades de buscar alternativas para a comunicação e manutenção das atividades educativas impuseram um conjunto de desafios, nada modestos. De um lado, as desigualdades sociais das famílias expressas no espaço reduzido da moradia, na ausência de equipamentos adequados, no acesso à internet, e na formação escolar dos pais ou responsáveis para acompanhar as crianças e jovens na realização de atividades educativas. De outro, a preparação dos professores e dos estudantes para o ensino remoto, que implica o domínio de Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e na mudança radical da organização das ações pedagógicas pelos professores e da rotina de estudo dos estudantes. Nesse contexto, o que se constata é que os sujeitos envolvidos no processo não estavam preparados para essa imensa tarefa (GOMES *et al.*, 2020, p. 309).

No Brasil, existe uma modalidade de ensino não presencial regulamentada chamada “Educação à Distância”. Essa modalidade é utilizada por algumas Instituições de Ensino Superior. Contudo, durante a pandemia da COVID-19, a abordagem implementada por grande parte das escolas da Educação Básica foi o ensino remoto emergencial, de forma inesperada e sem processos prévios de formações aos professores:

[...] o Ensino Remoto de Emergência é, na realidade, um modelo de ensino temporário devido às circunstâncias desta crise. Envolve o uso de soluções de ensino totalmente remotas idênticas às práticas dos ambientes físicos, sendo que o objetivo principal nestas circunstâncias não é recriar um ecossistema educacional online robusto, mas sim fornecer acesso temporário e de maneira rápida durante o período de emergência ou crise (MOREIRA; SCHLEMMER, 2020, p. 9).

No ensino remoto, tal como na Educação à Distância, as atividades podem ocorrer de forma síncrona (em tempo real) ou assíncrona (com disponibilização de vídeos gravados, participação em fóruns, envio de dúvidas para respostas em momentos posteriores). A atuação diante do ensino remoto exige um conhecimento do professor que irá preparar as aulas, sejam elas síncronas ou assíncronas. Também ocorreram mudanças na relação da família com o estudante:

Outro aspecto importante é que, em virtude do distanciamento social, tanto o trabalho dos professores quanto dos estudantes deve ocorrer na própria residência, no contexto da vida familiar. Com isso, o trabalho remoto ocorre no mesmo espaço que as atividades domésticas, dividindo o tempo de trabalho com o de cuidado de outros membros da família. Por isso, tiveram que se adaptar a uma situação sem precedentes, com consequências sociais e psicológicas de elevada complexidade (GOMES *et al.*, 2020, p. 309-310).

O inesperado e a falta de preparo de famílias e professores impulsionou que os

estados tomassem decisões isoladas, como ocorreu no Estado do Paraná. Primeiramente, o governo do estado antecipou o recesso escolar que ocorreria no mês de julho, para assegurar que as escolas públicas estaduais ficassem fechadas e ocorresse a promoção do afastamento social. Essa antecipação foi estabelecida pela Resolução 891/2020, que determinou o fechamento das escolas a partir de 20/03/2020. O período compreendido entre 20/03/2020 e 04/04/2020, nesse caso, foi considerado antecipação do recesso escolar de julho. Quanto às escolas privadas, não houve obrigatoriedade a respeito da antecipação do recesso escolar, mas as aulas foram suspensas também a partir de 20/03/2020, por meio de determinação estadual divulgada em 19/03/2020<sup>10</sup>.

A partir da ampliação da disseminação do vírus no Brasil, o Conselho Estadual de Educação do Estado do Paraná autorizou a oferta de atividades não presenciais tanto para a Educação Básica quanto para o Ensino Superior. A partir disso, a SEED estabeleceu o regime especial de atividades escolares no estado do Paraná em razão da pandemia da COVID-19, por meio da Resolução 1.016/2020-GS/SEED<sup>11</sup> (PARANÁ, 2020a), em 03/04/2020, com data retroativa a 20/03/2020. Posteriormente, atualizou a normativa a partir da Resolução 1.522/2020-GS/SEED<sup>12</sup> (PARANÁ, 2020b), de 07/05/2020, também com data retroativa a 20/03/2020.

A SEED criou um programa chamado Aula Paraná que possibilitou que os estudantes da rede pública pudessem assistir às aulas, durante a crise sanitária oriunda do Coronavírus, por meio de um aplicativo de celular ou a partir de canais de TV. No dia 6 de abril de 2020 as atividades não presenciais tiveram início no estado.

---

<sup>10</sup> Informações sobre a publicação da Resolução que antecipou o recesso escolar no estado do Paraná e suspendeu aulas nas escolas a partir de 20/03/2020 podem ser encontradas em: <http://www.educacao.pr.gov.br/Noticia/Escolas-estaduais-nao-terao-expediente-regular-partir-de-sexta>. Acesso em: 02 maio 2021.

<sup>11</sup> A resolução 1.016/2020-GS/SEED estabeleceu em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais, em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19, o documento apresenta informações na condução de atividades não presenciais, tais como: responsabilidade de atividades das escolas públicas estaduais vinculadas à mantenedora; definição do que pode ser considerado atividades não presenciais; criação do programa intitulado Aula Paraná e informações acerca de gravação de aulas por professores contratados. A resolução pode ser acessada em: [https://crianca.mppr.mp.br/arquivos/File/legis/covid19/edu/resolucao\\_n1016\\_2020\\_gs\\_seed\\_pr\\_r\\_egime\\_especial\\_aulas\\_nao\\_presenciais\\_covid19.pdf](https://crianca.mppr.mp.br/arquivos/File/legis/covid19/edu/resolucao_n1016_2020_gs_seed_pr_r_egime_especial_aulas_nao_presenciais_covid19.pdf). Acesso em: 02 maio 2021.

<sup>12</sup> A resolução 1.522/2020-GS/SEED também estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais em decorrência da pandemia causada pela COVID-19. Além de ratificar a resolução 1.016/2020, o documento acrescentou obrigações à direção escolar, equipe pedagógica e docentes, que passam a ter a obrigação de acessar o Google Classroom e atribuir notas às atividades discentes. A resolução está disponível em: [http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos\\_restritos/files/documento/2020-05/resolucao\\_gsseed\\_1522\\_2020.pdf](http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2020-05/resolucao_gsseed_1522_2020.pdf). Acesso em: 02 maio 2021.

As atividades propostas pela secretaria eram predominantemente assíncronas, uma vez que os estudantes deveriam acessar materiais previamente elaborados e não tinham contato instantâneo no momento de assistir aos vídeos.

As aulas foram gravadas por professores contratados pela SEED e podiam ser assistidas pela TV, em três canais diferentes. Um deles era voltado para os sextos e sétimos anos do Ensino Fundamental (Canal “ponto 2”). O segundo era direcionado para os oitavos e nonos anos (Canal “ponto 3”) e o terceiro era específico para o Ensino Médio (Canal “ponto 4”). Os canais tinham números diferentes em cada cidade do estado, sendo uma combinação de um número inicial mais um ponto seguido do número 2, 3 ou 4. Foram disponibilizados em parceria com a RIC TV, afiliada de Rede Record de televisão. Em Curitiba, por exemplo, onde o acesso à RIC TV é dado pelo canal 7, os números para sintonização eram 7.2, 7.3 e 7.4, cada um destinado ao grupo de nível de ensino específico. Para assistir as aulas por esses canais, os estudantes deveriam possuir um aparelho de televisão digital ou um televisor analógico com conversor digital.

As mesmas aulas estavam disponíveis por aplicativos disponíveis na Google Play<sup>13</sup> ou App Store<sup>14</sup>. O aplicativo possuía funcionalidade para celulares com sistema operacional Android e iOS e seu uso não consome dados móveis. Para acesso, era necessário que o estudante conhecesse seu Cadastro Geral da Matrícula (CGM) e fornecesse, como senha, sua data de nascimento. Caso o estudante desconhecesse o seu CGM, deveria entrar em contato com a Coordenação de Atendimento aos Sistemas da Secretaria de Estado da Educação, por telefone, e-mail, site ou *WhatsApp*. A interface do aplicativo Aula Paraná está disponível na Figura 2.

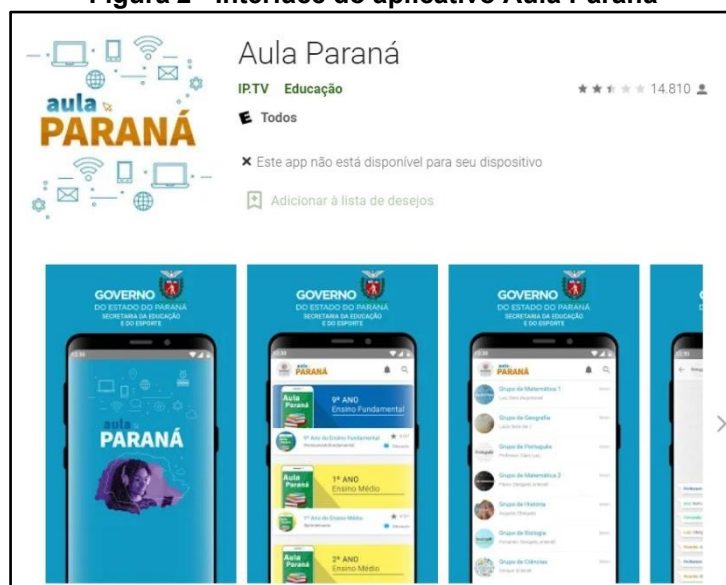
---

<sup>13</sup> Google Play é um serviço disponível em celulares com sistema operacional Android, para distribuição digital de aplicativos, jogos, filmes, entre outros.

<sup>14</sup> A App Store é o serviço de disponibilização de aplicativos, jogos, filmes, entre outros disponibilizado pela empresa Apple, para celulares com sistema operacional iOS.



**Figura 2 - Interface do aplicativo Aula Paraná**

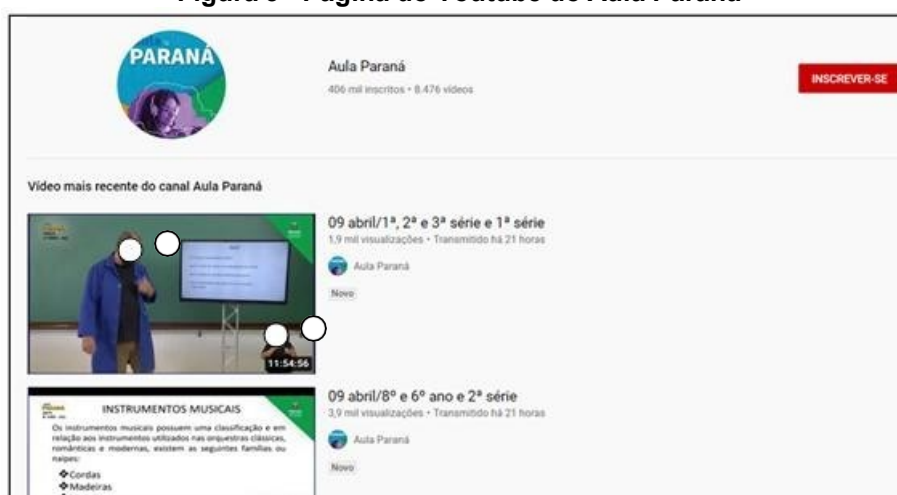


Fonte: Disponível em:

[https://play.google.com/store/apps/details?id=tv.ip.aulapr&hl=pt\\_BR&gl=US](https://play.google.com/store/apps/details?id=tv.ip.aulapr&hl=pt_BR&gl=US). Acesso em: 10 abr. 2021.

Uma terceira opção aos estudantes era acessar as aulas diretamente no Youtube. Essa rede social conta com um canal denominado Aulas Paraná, que apresenta gratuitamente todas as aulas gravadas pela SEED. Na Figura 3, apresentamos a interface do canal em questão.

**Figura 3 - Página do Youtube do Aula Paraná**



Fonte: Disponível em: [https://www.youtube.com/results?search\\_query=aula+paran%C3%A1](https://www.youtube.com/results?search_query=aula+paran%C3%A1). Acesso em: 10 abr. 2021.

Para gravação das aulas disponibilizadas, a SEED divulgou<sup>15</sup> um chamamento

<sup>15</sup> Informação sobre o credenciamento de professores para gravação das aulas para o programa Aula Paraná disponível em: <http://www.educacao.pr.gov.br/Noticia/Educacao-abre-credenciamento-para-professores-interessados-em-gravar-aulas-EaD>. Acesso em: 23 maio 2021.

de professores interessados em compor um grupo de trabalho para produção do material audiovisual. Tal credenciamento era regulamentado pela Resolução 1.522/2020-GS/SEED (PARANÁ, 2020b). As inscrições ocorreram por meio de um link<sup>16</sup>, do período de 03 a 05/4/2020. A inscrição era permitida para professores do Quadro Próprio do Magistério (QPM) e para professores contratados em Regime Especial (PSS) que atuavam na rede estadual de ensino, desde que não estivessem no grupo considerado de riscos para COVID-19, tampouco estivesse com algum tipo de afastamento.

Na divulgação, a SEED informou que seriam selecionados cem professores, com possibilidade de alteração na quantidade, conforme a necessidade de gravação. Os docentes contratados seriam remunerados por aula gravada e validade. Também foi aberta a inscrição para professores intérpretes de libras, além das disciplinas curriculares. Durante 2020, ocorreram 28 chamamentos de professores, selecionados para atuarem com o preparo de materiais didáticos e gravação dos vídeos do Aula Paraná.

Outra forma de contato com os estudantes, indicado pela SEED no ano de 2020, para além dos já comentados no texto, foi o uso do Google for Education. A partir da plataforma Google Sala de aula, os professores de cada escola deveriam disponibilizar materiais extras de estudo, que poderiam ser links de aulas gravadas por eles, documentos para leitura, entre outros. Na plataforma, os estudantes também tinham acesso a atividades desenvolvidas pela SEED, por meio do Google Forms. Ainda nesse ambiente, os estudantes podiam se comunicar com seus professores de forma síncrona, por meio de chat, ou de forma assíncrona, a partir de mensagens na plataforma.

Cabe ressaltar que a definição de estratégias para condução das aulas não presenciais no estado ocorreram sem diálogos com docentes, estudantes, famílias e equipes pedagógicas das escolas. Os professores receberam as orientações de como conduzir durante a pandemia, em relação às aulas, a partir das resoluções publicadas pela SEED. Eles poderiam acessar o aplicativo Aula Paraná, a partir do número do RG (com a letra p minúscula no início, seguido do número do RG) e senha previamente utilizada em seu e-mail institucional. Se o professor não tivesse o conhecimento da senha do seu e-mail institucional, deveria entrar em contato com a

---

<sup>16</sup> Disponível em: <https://www.credenciamento.seed.pr.gov.br/>. Acesso em: 23 maio 2021.

Coordenação Regional de Tecnologias Educacionais de seu respectivo Núcleo Regional de Educação.

Além do acesso ao aplicativo, a Resolução 1.522/2020-GS/SEED traz, no seu Art. 10, a informação de que:

Serão disponibilizados os serviços Google Classroom e Google Forms, vinculados ao e-mail @Escola, disponível a todos os estudantes e professores da Rede Estadual de Ensino, que consiste em uma sala de aula virtual sincronizada com o aplicativo “Aula Paraná”, permitindo ao professor autonomia em organizar de forma didática os materiais complementares da respectiva disciplina por meio de fóruns, imagens, vídeos, links, quizzes etc (PARANÁ, 2020b, p. 3).

Assim, a resolução não deixava claro quais atividades o docente deveria disponibilizar no Google Classroom. A SEED realizou *lives*<sup>17</sup> e enviou alguns tutoriais aos professores sobre essa ferramenta, de forma a sanar possíveis dúvidas, principalmente relacionadas à funcionabilidade técnica. A participação e envolvimento dos docentes nas *lives* era opcional. Não houve incentivo financeiro aos professores quanto à aquisição de recursos tecnológicos.

De acordo com Brito *et al.* (2020), a SEED definiu estratégias para a formação continuada dos professores para o contexto da pandemia, a partir de:

[...] duas ações principais: o Canal do Professor e o Grupo de Estudos Formadores em Ação. O Canal do Professor é apresentado pela SEED-PR como uma metodologia de formação e comunicação on-line, que integra as ações do programa “Aula Paraná”. Está disponível no YouTube e conta com três webinars de formação por dia, em horários fixos, com chats ao vivo de comunicação entre professores (as) e técnicos(as) pedagógicos. Foi criado no mês de maio de 2020 [...]. O Canal do Professor também está disponível no aplicativo “Aula Paraná”, no qual, além do chat, professores(as) também encontram tutoriais e podem assistir e participar, nos horários programados, dos webinars de formação (BRITO *et al.*, 2020, p. 194).

A comunicação com os docentes por meio de formações e tutoriais era importante devido às demandas que eles foram assumindo com relação ao programa Aula Paraná. No Google Classroom, por exemplo, as atividades eram disponibilizadas pela própria SEED, mas era direcionada aos estudantes pelo endereço eletrônico do professor, de forma automática pelo sistema. Gomes *et al.* (2020) relatam que isso trouxe dificuldades aos docentes e estudantes:

Como são encaminhadas pelo endereço eletrônico do professor, os pais e estudantes são induzidos a acreditar que as tarefas são organizadas pelo professor da escola. Uma vez acionadas, as escolas foram esclarecendo que o envio de atividades era via sistema automático e pela SEED. As intensas

<sup>17</sup> *Lives* são vídeos transmitidos ao vivo, com possibilidade de interação do telespectador pelo chat, normalmente em redes sociais como o Facebook, o Instagram e o Youtube.

reclamações levaram a SEED a autorizar o professor, após um mês de vigência deste modelo, a bloquear as atividades que não considerava pertinente, e até mesmo substituí-las (GOMES *et al.*, 2020, p. 318).

Apesar do uso gratuito dos aplicativos, as desigualdades sociais e econômicas ocasionaram no fato de que muitos estudantes não tivessem acesso às aulas gravadas e ao Google Classroom. Muitas famílias não possuem recursos tecnológicos adequados. Há, ainda, os indivíduos que apresentam dificuldades relacionadas ao conhecimento digital, não conseguindo acessar aplicativos e redes sociais como o Youtube.

Gomes *et al.* (2020) informam que, no final do ano de 2020, a SEED também adotou aulas remotas síncronas, com transmissão via Google Meet. Segundo os autores, da mesma forma que essas aulas podem trazer contribuições pelo contato direto entre professores e estudantes, elas podem ser uma forma de exclusão, privando estudantes do campo que não têm acesso à internet, bem como aqueles de camadas mais pobres da população.

É relevante pontuar que, durante o período de pandemia, muitas empresas adotaram a modalidade de trabalho remoto. As escolas privadas também passaram a ofertar aulas à distância. Com isso, o uso de dados móveis pela população foi consideravelmente elevado. Portanto, mesmo em grandes cidades do estado, a alta demanda por conexão ocasionava em falhas, lentidão de serviços e possível prejuízo de acesso virtual mesmo a estudantes com recursos tecnológicos de qualidade e boa eficácia.

No Quadro 3, apresentamos a síntese das ações da política de Ensino Remoto adotados pela SEED, no estado do Paraná, no contexto da pandemia da COVID-19, relacionadas a recursos tecnológicos.

**Quadro 3 - Ações da política de Ensino Remoto no Paraná pela SEED no contexto da Pandemia da COVID-19**

Recursos digitais		Forma de Disponibilização
Computador e celular	Youtube	Aulas gravadas para cada componente curricular por professores contratados da SEED.
	Google for Education	Uso do Google Sala de Aula (Classroom), por meio de uma conta institucional @escola. Disponibilização de links e materiais de estudo pelos professores de cada escola, slides e atividades no Google Forms elaboradas pela SEED.
Celular	Aplicativo Aula Paraná	Aplicativo com acesso aos conteúdos

		disponibilizados no Youtube e no Google Sala de Aula.
TV Digital	TV Digital	Aulas gravadas por professores específicos para essa atividade, contratados pela SEED (as mesmas do Youtube).

Fonte: Adaptado de GOMES *et al.* (2020, p. 318)

De forma a unificar o acesso aos materiais, foi criado um portal específico para o programa Aula Paraná<sup>18</sup>. Nesse portal estão reunidas todas as atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes, organizadas por série, disciplina e semanas. A disponibilização ocorreu a partir da terceira semana da implementação das aulas remotas no estado. O roteiro para estudo semanal recebeu o nome de “Trilha de aprendizagem”.

Gomes *et al.* (2020) ressaltam a importância de a escola cumprir sua função social no período de pandemia, garantindo que todos os estudantes tenham acesso ao conhecimento. Portanto, cabe aos órgãos públicos garantir que a educação de qualidade chegue a todas as casas, mesmo àquelas que não possuem recursos digitais.

Para atender essa demanda de famílias que não se adaptaram ou não tiveram possibilidade de acessar as opções digitais ofertadas pela SEED, a secretaria precisou criar uma alternativa analógica. Nesse cenário, surgem as Trilhas de Aprendizagem impressas, que “foram projetadas para atender aos estudantes que não têm acesso às tecnologias digitais, como TV, computador, celular e Internet. Trazem os mesmos conteúdos previstos, no entanto, organizados de forma dialógica e autoinstrucional” (BRITO *et al.*, 2020, p. 193). Elas foram distribuídas pelas escolas públicas estaduais a famílias e estudantes específicos, cujas condições descrevemos a seguir.

#### 4.1.3 Trilhas de Aprendizagem: para quem?

De acordo com o Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social (IPARDES), em 2019, 1.034.030 estudantes estavam matriculados em 2.142

<sup>18</sup> Disponível em: <http://www.aulaparana.pr.gov.br/>. Acesso em: 10 abr. 2021.

estabelecimentos da rede pública de ensino do estado do Paraná<sup>19</sup>. De acordo com Gomes *et al.* (2020), esse contingente passou a integrar o sistema remoto ofertado pela SEED, de forma emergencial.

Embora a proposta inicial da SEED era de que todos os estudantes acessassem as aulas remotas por uma das possibilidades digitais ofertadas, os contextos social, cultural, regional e econômico não favoreceram que tais atividades atingissem a unanimidade almejada pela secretaria.

Nesse sentido, convém analisar quem são esses sujeitos, estudantes da Educação Básica do estado do Paraná, e em que contextos familiares, culturais, sociais, regionais e econômicos estão inseridos. Antes disso, porém, consideramos relevante pontuar quem são os sujeitos que compõem a SEED, que já existia e era organizada antes do período pandêmico. Embora já tenhamos mencionado que os autores das Trilhas de Aprendizagem são professores contratados pela secretaria, ela é a instituição responsável por essa contratação, pela disponibilização às escolas, pela organização do material e pelas possíveis orientações de produção repassadas aos autores contratados.

A SEED é a secretaria responsável pela promoção de oportunidades de acesso à escolarização no estado do Paraná. Compete ao órgão a coleta, a análise e a divulgação de informações educacionais; a elaboração de projetos relacionados à qualidade de ensino; a elaboração e divulgação de diretrizes educacionais e a promoção de acesso a tecnologias de ensino e de aprendizagem.

O órgão é liderado por um secretário de estado, indicado pelo governador. Além disso, é composto por quatro diretorias (Diretoria Geral; Diretoria de Educação; Diretoria de Planejamento e Gestão Escolar e Diretoria de Tecnologia e Informação). Cada diretoria possui equipes de trabalho, que podem ser coordenações, grupos ou núcleos. Essas equipes possuem um chefe e um grupo de trabalho, normalmente composto por professores do quadro próprio do estado.

As Trilhas de Aprendizagem disponibilizadas não apresentam suas autorias e não mencionam qual equipe da SEED foi responsável pela sua elaboração. Contudo, as resoluções que implementaram o programa Aula Paraná foram assinadas pelo atual Secretário de Estado da Educação e do Esporte, Renato Feder.

---

<sup>19</sup> Disponível em: [http://www.ipardes.gov.br/anuario\\_2019/3demografia/tab3\\_6\\_1.htm](http://www.ipardes.gov.br/anuario_2019/3demografia/tab3_6_1.htm). Acesso em: 12 abr. 2021.

Com relação aos sujeitos receptores dos materiais didáticos, procuramos identificar suas origens familiares, econômicas e sociais. Buscamos informações, para isso, sobre a realidade da população paranaense com relação a esses dados, as quais apresentamos a seguir.

Gomes *et al.* (2020) discutem a grande disparidade no índice de Desenvolvimento Humano (IDH) no estado do Paraná. Segundo os autores, as políticas de povoamento e de extensão de fronteira agrícola contribuem para essa desigualdade. Aproximadamente 15% da população paranaense habita em zona rural. Além disso, 363 dos 399 municípios possuem até 50.000 habitantes, possuindo infraestruturas menos eficiente e dependendo das grandes metrópoles. Os pesquisadores apresentam a renda média de salário per capita no Estado do Paraná no ano de 2019, de acordo com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, sendo de R\$ 1.621,00.

Um levantamento da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua) de 2018 é apresentado por Gomes *et al.* (2020). Segundo os dados divulgados, apenas 67,2% da população paranaense possuía acesso à internet, número semelhante ao cenário nacional e 85,86% dos domicílios no estado do Paraná possuíam ao menos um aparelho celular.

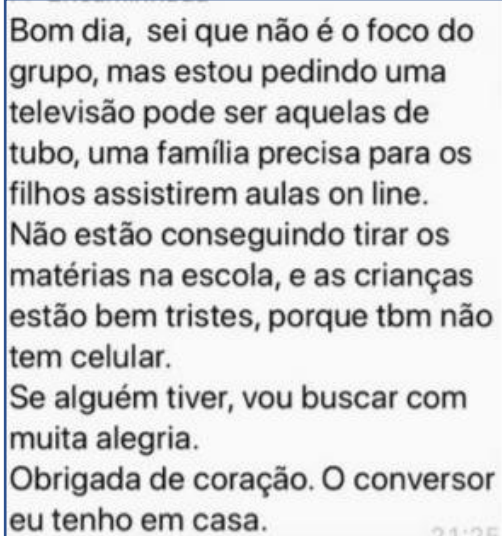
Embora a porcentagem de domicílios que possuem o aparelho celular seja alta, não existe garantia que o estudante do estado do Paraná teria um equipamento à sua disposição, exclusivo para seus estudos. Além disso, o aparelho deveria ter as condições mínimas para acesso à loja e espaço de memória para instalação do aplicativo. Outras formas de acesso às aulas exigiam conexão com a internet. Para fazer o download dos aplicativos Aula Paraná e Google Classroom também era necessária conexão. Nesse sentido, a falta de acesso à internet se torna um fator decisivo na continuidade dos estudos no período de pandemia.

Gomes *et al.* (2020), mencionam que para além da falta de acesso, a falta de equipamentos adequados pode comprometer a aprendizagem por meio de um sistema remoto de ensino. Essas carências são ainda mais evidentes no campo, que não dispõe de infraestrutura para a exigência tecnológica do programa Aula Paraná. Nesse sentido, o material impresso pode ser uma solução para atenuar a exclusão digital, embora também consolide a desigualdade social (GOMES *et al.*, 2020).

Um exemplo de desigualdade social e econômica é apresentado por Morais e Brito (2020), a partir do relato de uma professora, solicitando um aparelho de televisão

para doação para uma família, que por ser mais carente, não estava conseguindo acesso às aulas no início da pandemia (ver Figura 4). Esses relatos evidenciam a desigualdade econômica do estado, além de demonstrarem a falta de acesso às tecnologias digitais por famílias paranaenses.

**Figura 4 - Relato de uma professora solicitando uma televisão**



Bom dia, sei que não é o foco do grupo, mas estou pedindo uma televisão pode ser aquelas de tubo, uma família precisa para os filhos assistirem aulas on line. Não estão conseguindo tirar os matérias na escola, e as crianças estão bem tristes, porque tbm não tem celular. Se alguém tiver, vou buscar com muita alegria. Obrigada de coração. O conversor eu tenho em casa.

21:25

Fonte: MORAIS; BRITO (2020, p. 396)

Ainda não há, até o desenvolvimento dessa pesquisa, um grande número de pesquisas que discutam a porcentagem de estudantes paranaenses que não tinham acesso às tecnologias digitais e, por esse motivo, não tinham condições de acessar os materiais digitais do programa Aula Paraná. Contudo, diante das evidências de disparidade econômica e dados apresentados (GOMES *et al.*, 2020), bem como de indícios já evidenciados na literatura (FRIGÉRIO; LUIGI, 2020; MARQUES; FRAGUAS, 2020; MORAIS; BRITO, 2020), percebemos que muitos estudantes estavam excluídos digitalmente no ano de 2020. Notamos, que estudantes do campo ou de baixa renda são, desse modo, demandantes de modalidades impressas de atividades durante a pandemia.

Além de os estudantes que não possuíam acesso à internet ou equipamentos tecnológicos, há aqueles que não se adaptaram às aulas remotas, independentemente de sua condição econômica, demonstrando dificuldades. Essas dificuldades podem se referir à falta de conhecimento tecnológico ou à falta de uma rotina familiar para estudo em casa.

Uma pesquisa desenvolvida por Morais e Brito (2020) relata a dificuldade dos estudantes quanto às aulas remotas no estado do Paraná. Os pesquisadores



apresentam uma investigação sobre “memes” disponibilizados nas redes sociais. Segundo eles, a pesquisa revelou que:

[...] as dificuldades na adaptação ao ensino remoto têm promovido um despejamento e acúmulo de atividades por falta de habilidades no uso de tecnologias, promovendo uma educação bancária, ampliando as desigualdades sociais e reprimindo a efetivação de uma educação democrática (MORAIS; BRITO, 2020, p. 392).

Entre as dificuldades observadas pelos pesquisadores, destaca-se a morosidade para o acesso ao aplicativo, a falta de comunicação com professores, dificuldades durante a navegação, falhas técnicas e até mesmo crítica às aulas gravadas e disponibilizadas.

Um outro fator de dificuldade se refere ao aspecto familiar e cultural do estudante. As atividades remotas exigiam um acompanhamento familiar contínuo. Gomes *et al.* (2020) comentam das diferenças entre as famílias paranaenses, relativas à presença ou à precariedade da cultura de estudo, explicando que os estudantes que não possuem acompanhamento revelam mais dificuldades com as aulas remotas.

Esse conjunto de estudantes, formado por crianças e adolescentes, ora sem equipamentos, ora sem conexão, ora sem condições familiares ou culturais de se adaptarem às aulas remotas, não possui um quantitativo estabelecido. Contudo, sabemos que esses estudantes existem e suas famílias visitaram as escolas paranaenses durante 2020, buscando alternativas de estudo, para além de um sistema remoto. Para esses estudantes, as Trilhas de Aprendizagem impressas foram distribuídas, tal como relatamos na sequência do texto.

#### 4.1.4 Trilhas de Aprendizagem: o que são e como foram disponibilizadas?

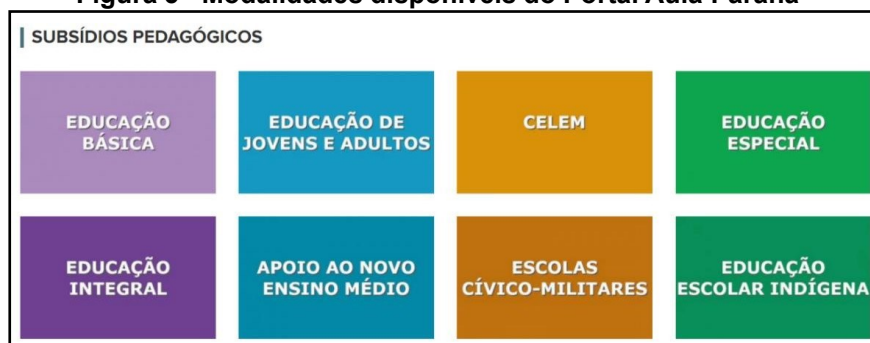
Considerando a não unanimidade da adesão dos estudantes às possibilidades remotas digitais ofertadas pela SEED, a secretaria orientou que cabia às equipes pedagógicas da escola a impressão e entrega dos materiais disponibilizados pela mantenedora. Na Resolução 1.016/2020-GS/SEED, a normativa indicava que os materiais impressos, Trilhas de Aprendizagem, deveriam ser entregues quinzenalmente, no momento de entrega do kit de merenda escolar. O Art. 15 da Resolução, apresenta como atribuição das equipes pedagógicas:

V - nos casos em que seja identificado e comprovado que existem estudantes sem acesso aos canais disponibilizados para a efetividade das aulas não presenciais, a equipe pedagógica deverá realizar a impressão dos materiais disponibilizados pela mantenedora, os quais deverão ser entregues aos estudantes quinzenalmente, no momento de entrega do kit de merenda escolar; VI - garantir o acesso ao material impresso encaminhado pela mantenedora aos estudantes que não tem acesso aos recursos para aulas não presenciais, a ser entregue pela escola na mesma data da entrega da merenda; VII - os alunos que não têm acesso aos recursos para aulas não presenciais receberão as atividades quinzenalmente (PARANÁ, 2020a, p. 5).

Na mesma normativa, havia a informação de que os estudantes deveriam devolver as Trilhas de Aprendizagem, com resolução dos exercícios propostos, na próxima retirada na escola, ou seja, depois de 15 dias. Esses documentos seriam corrigidos posteriormente, no retorno das aulas presenciais. A Resolução 1.522/2020-GS/SEED, publicada na sequência, trazia outra determinação. A impressão e distribuição continuava sendo responsabilidade da equipe pedagógica, mas a partir dessa normativa, caberia aos professores atribuir notas às Trilhas de Aprendizagem devolvidas pelos estudantes. Elas também serviriam de respaldo para atribuição de frequência escolar. A partir disso, os docentes precisaram comparecer à escola para retirar e devolver tais atividades. Nesses momentos, cabia aos professores e às escolas os devidos cuidados quanto a um possível contágio pelo Coronavírus.

Para impressão das Trilhas de Aprendizagem, as equipes pedagógicas deveriam acessar o portal Aula Paraná, na opção “Subsídios Pedagógicos”. Ali, deveriam selecionar a modalidade de ensino. Na Figura 5, mostramos as opções disponíveis na plataforma.

**Figura 5 - Modalidades disponíveis do Portal Aula Paraná<sup>20</sup>**



Fonte: Disponível em: <http://www.aulaparana.pr.gov.br/>. Acesso em: 02 maio 2021.

<sup>20</sup> Entre as modalidades disponíveis na plataforma, mencionamos que CELEM se refere ao Centro de Línguas Estrangeiras Modernas, e se refere a um espaço pedagógico destinado a oferta cursos das seguintes línguas estrangeiras modernas: Alemão, Espanhol, Francês, Inglês, Italiano, Japonês, Mandarim, Polonês e Ucraniano. Além disso, oferece curso de Português para falantes de outras línguas (Pfol) e de Língua Brasileira de Sinais (Libras).

Como o intuito desta investigação foi o de analisar Trilhas de Aprendizagem do 7º Ano do Ensino Fundamental, exemplificaremos a disponibilização dos materiais da Educação Básica. Ao clicar nessa opção, é possível escolher o ano ou série desejada para impressão dos materiais, como mostramos na Figura 6.

**Figura 6 - Classificação por séries na plataforma Aula Paraná**

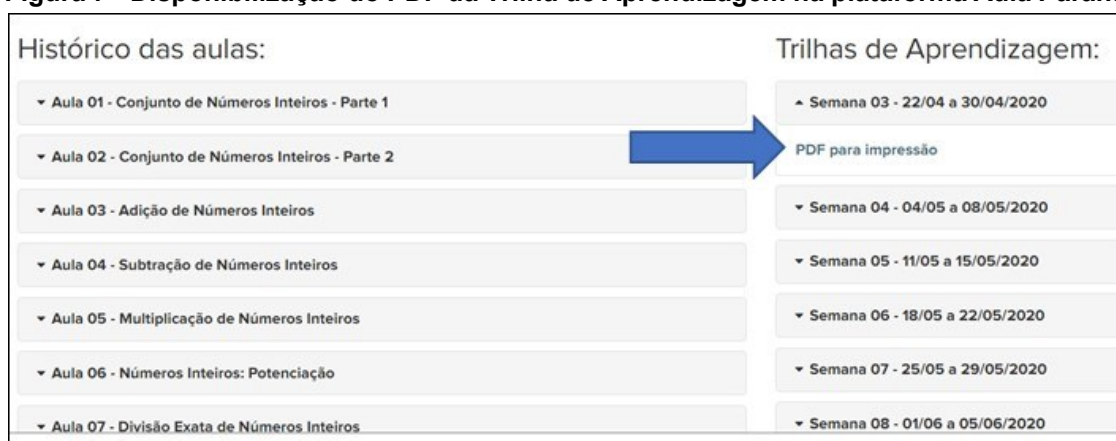
Educação Básica	
<b>Ensino Fundamental</b>	<b>Ensino Médio</b>
▼ 6º Ano	▼ 1ª Série
▼ 7º Ano	▼ 2ª Série
▼ 8º Ano	▼ 3ª Série
▼ 9º Ano	▼ Programa Mais Aprendizagem
▼ Programa Mais Aprendizagem	

Fonte: Disponível em: [http://www.aulaparana.pr.gov.br/educacao\\_basica](http://www.aulaparana.pr.gov.br/educacao_basica). Acesso em: 12 abr. 2021.

Além dos anos e das séries regulamentadas para cada nível de ensino da Educação Básica, o portal trazia atividades intituladas como “Programa Mais Aprendizagem”. Elas eram direcionadas para estudantes com dificuldades de aprendizagem, objetivando o avanço discente na série/ano na qual estava matriculado e devendo ser realizadas em horários de contraturno escolar. Focavam quatro eixos de dificuldades de aprendizagem: (a) leitura; (b) interpretação de textos; (c) escrita e (d) resolução de problemas.

Para cada ano ou série escolar, há a divisão por disciplinas curriculares. Assim, a equipe pedagógica imprimia separadamente cada material, por disciplina e semana, e depois unificava todas as Trilhas de Aprendizagem da quinzena para entrega de um kit pedagógico aos estudantes. Na plataforma, dentro de cada série escolar e disciplina, é possível selecionar a semana e imprimir o material disponível, em forma de PDF (ver Figura 7).

**Figura 7 - Disponibilização do PDF da Trilha de Aprendizagem na plataforma Aula Paraná**



Fonte: Disponível em: [http://www.aulaparana.pr.gov.br/matematica\\_7ano2020](http://www.aulaparana.pr.gov.br/matematica_7ano2020). Acesso em: 12 abr. 2021.

Outra forma de impressão dos materiais, era a partir da disponibilização das Trilhas de Aprendizagem em nuvem. Assim, criaram-se Drives específicos para os 32 Núcleos Regionais de Educação (NRE) do Estado. Os Núcleos forneciam o endereço virtual desses Drives às escolas, que poderiam acessá-los e imprimir os documentos. Dessa forma, a escola tinha duas possibilidades de acesso às trilhas, tanto pela plataforma oficial do Aula Paraná, como diretamente pelo Drive.

Com relação à comunicação com as famílias para retirada dos materiais, a responsabilidade também foi atribuída às equipes pedagógicas. Algumas notícias nas mídias informaram à população acerca da existência das Trilhas de Aprendizagem. As escolas também usaram as redes sociais para comunicação com pais e estudantes, como observamos em diferentes páginas do Facebook. Um exemplo de comunicado está representado na Figura 8.

As escolas precisaram organizar os momentos de entrega, seguindo protocolos de saúde determinados pelos órgãos públicos. Desse modo, deveriam dispor de profissionais que organizassem filas, mantendo o distanciamento social, o uso de máscaras e álcool em gel.

**Figura 8 - Exemplo de comunicado aos pais nas redes sociais**

Colégio Estadual

5 de maio de 2020 · 🌐


ATENÇÃO! #FICAEMCASA

ATENÇÃO! MORTES PELO NOVO CORONAVÍRUS AUMENTANDO! Quem não fez os trabalhos valor 4,0 favor retirar na escola o impresso, seguindo a escala a seguir:

6ªA	4ªFEIRA 06/05	08:30
6ªB	4ªFEIRA 06/05	09:00
6ªC	4ªFEIRA 06/05	09:30
6ªD	4ªFEIRA 06/05	10:00
6ªE	4ªFEIRA 06/05	10:30
6ªF	4ªFEIRA 06/05	11:00
7ªA	4ªFEIRA 06/05	13:30
7ªB	4ªFEIRA 06/05	14:00
7ªC	4ªFEIRA 06/05	14:30
7ªD	4ªFEIRA 06/05	15:00
7ªE	4ªFEIRA 06/05	15:30
7ªF	4ªFEIRA 06/05	16:00
7ªG	4ªFEIRA 06/05	16:30

8ªA	5ªFEIRA 07/05	08:30
8ªB	5ªFEIRA 07/05	09:00
8ªC	5ªFEIRA 07/05	09:30
8ªD	5ªFEIRA 07/05	10:00
8ªE	5ªFEIRA 07/05	10:30
9ªA	5ªFEIRA 07/05	13:00
9ªB	5ªFEIRA 07/05	13:30
9ªC	5ªFEIRA 07/05	14:00
9ªD	5ªFEIRA 07/05	14:30
9ªE	5ªFEIRA 07/05	15:00
1ªA	5ªFEIRA 07/05	16:00
1ªB	5ªFEIRA 07/05	16:30
1ªC	5ªFEIRA 07/05	17:00

RISCO DE CONTAMINAÇÃO:

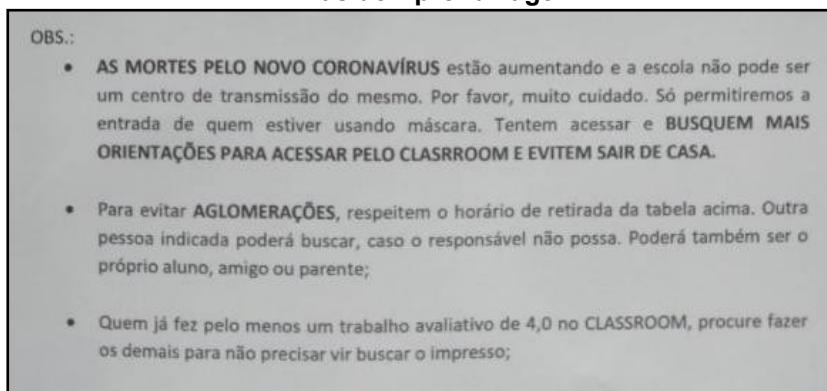


2ªA	6ªFEIRA 08/05	08:30
2ªB	6ªFEIRA 08/05	09:00
2ªC	6ªFEIRA 08/05	09:30
3ªA	6ªFEIRA 08/05	10:00
3ªB	6ªFEIRA 08/05	10:30
3ªC	6ªFEIRA 08/05	11:00

Fonte: Disponível de modo Público na rede social Facebook (2020)

Percebemos que, nos exemplos de comunicados disponíveis de forma pública nas redes sociais, as escolas procuraram organizar os horários de entrega, a fim de evitar aglomerações. Também identificamos que as escolas procuraram entregar as Trilhas de Aprendizagem não somente aos estudantes que não possuíam acesso às tecnologias digitais, mas também para os que tiveram dificuldade em realizar as atividades remotas, por demais motivos. Contudo, é notória a preocupação das escolas com a saúde pública. Os comunicados à comunidade escolar também revelam o caráter de informação sobre gravidade da situação sanitária local (ver Figura 9).

**Figura 9 - Exemplo de comunicado à comunidade escolar sobre os cuidados para retirada das Trilhas de Aprendizagem**



**Fonte: Disponível de modo Público na rede social Facebook (2020)**

As Trilhas de Aprendizagem são textos dialógicos e autoinstrucionais que apresentam o mesmo conteúdo das aulas disponíveis nos canais digitais. As atividades postadas no Google Classroom foram adaptadas para a forma impressa, para que pudessem ser respondidas pelos estudantes que tivessem contato com as trilhas.

## 4.2 As Trilhas de Aprendizagem do 7º Ano do Ensino Fundamental

Apresentamos neste trecho do relatório, a análise formal das Trilhas de Aprendizagem selecionadas. Trata-se de 33 Trilhas, disponíveis no repositório do programa Aula Paraná, todas destinadas aos estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, referentes à disciplina de Matemática. Tal como mencionamos ao longo do texto, usamos como base para esta análise, o roteiro previamente utilizado por Azevedo (2017), adaptado para o nosso contexto. Embora tenhamos disponibilizado um roteiro em formato de ficha no site que representa nosso produto educacional, destacamos que a análise formal não precisa ser apresentada em forma de quadros e tabelas. Nesta dissertação, por exemplo, utilizamos o roteiro como base para a análise formal, mas apresentamos as trilhas de aprendizagem a partir de uma descrição textual.

Antes de iniciarmos essa fase de investigação, a análise formal de nossas formas simbólicas, consideramos relevante compreender a proposta curricular da SEED para o 7º ano do Ensino Fundamental, na disciplina de Matemática. Dada a inviabilidade de acessarmos todos os Projetos Políticos Pedagógicos das escolas estaduais, investigamos os documentos públicos disponibilizados pelo governo do estado, dentre os quais se destaca o texto destinado às Orientações curriculares estaduais. Destacamos que a comparação entre o que sugere as Orientações curriculares e os conteúdos das Trilhas de Aprendizagem será realizada com mais aprofundamento na fase de interpretação-reinterpretação.

### 4.2.1 Orientações curriculares estaduais sobre o ensino de Matemática no 7º Ano do Ensino Fundamental

De acordo com o site oficial da SEED, o referencial curricular do estado do Paraná é a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em 2017. O site disponibiliza o Referencial Curricular do Paraná (PARANÁ, 2018)<sup>21</sup>.

O documento é composto por 901 laudas e apresenta princípios, direitos e orientações para a Educação Infantil e o Ensino Fundamental. Ele descreve como o Referencial foi elaborado e estruturado e em seguida cita e explica nove princípios orientadores: (a) Educação como direito inalienável de todos os cidadãos; (b) Prática

---

<sup>21</sup> Documento disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=1383>. Acesso em: 29 maio 2021.

fundamentada na realidade dos sujeitos da escola; (c) Igualdade e Equidade; (d) Compromisso com a formação integral; (e) Valorização da diversidade; (f) Educação Inclusiva; (g) Transição entre as etapas e fases da Educação Básica; (h) A ressignificação dos Tempos e Espaços da Escola e (i) Avaliação dentro de uma perspectiva formativa (PARANÁ, 2018).

Na sequência, o texto apresenta os direitos de aprendizagem da Educação Básica, baseados na BNCC. Em seguida, apresenta as orientações para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, nessa ordem. Esse último item é relatado de forma disciplinar, sendo a Matemática a última disciplina contemplada.

No texto destinado à disciplina, há menção da importância do desenvolvimento do pensamento matemático do estudante, bem como do estabelecimento de relações entre a matemática e a tomada de decisões sociais:

Neste aspecto, é importante que, ao adquirir conhecimentos matemáticos, o estudante possa modificar-se e contribuir na transformação da realidade social, cultural, econômica e política de seu tempo, de forma ética e consciente. Assim, a Matemática assume, também, uma função social (PARANÁ, 2018, p. 807).

O documento pontua que a disciplina é organizada em quatro Unidades Temáticas: (a) números e álgebra; (b) geometrias; (c) grandezas e medidas e (d) tratamento da informação (PARANÁ, 2018). Segundo o Referencial Curricular, “as Unidades Temáticas devem correlacionar-se entre si e receber ênfases diferentes, de acordo com o ano de escolarização” (PARANÁ, 2018, p. 808).

Cada Unidade Temática conta com Objetos de Conhecimento, que são desdobrados em Objetivos de Aprendizagem. Esses últimos são, em sua maioria, as próprias habilidades mencionadas na BNCC. Apresentamos, no Quadro 4, os itens referentes ao 7º Ano do Ensino Fundamental.

**Quadro 4 - Proposta curricular da SEED para a disciplina de Matemática, no 7º ano do Ensino Fundamental**

<b>Unidade Temática</b>	<b>Objetos de Conhecimento</b>	<b>Objetivos de Aprendizagem</b>
Números e Álgebra	Múltiplos e divisores de um número natural	(EF07MA01) Resolver e elaborar problemas, de diversos contextos, com números naturais, envolvendo as noções de divisor e de múltiplo, podendo incluir máximo divisor comum ou mínimo múltiplo comum, por meio de estratégias diversas, sem a aplicação de algoritmos.
	Porcentagem Juros simples	(EF07MA02) Resolver e elaborar problemas, de diferentes contextos, incluindo os da educação financeira, que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos



		<p>simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental, calculadora, entre outras.</p> <p>Resolver e elaborar problemas envolvendo juros simples em diferentes contextos.</p>
	<p>Números inteiros (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação) Reta numérica</p>	<p>(EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.</p> <p>Compreender o contexto histórico dos números inteiros.</p> <p>Reconhecer, comparar e ordenar números inteiros.</p> <p>Localizar, representar e associar números inteiros na reta numérica.</p>
	<p>Números inteiros Reta numérica</p>	<p>(EF07MA04) Resolver e elaborar problemas, de diversos contextos, que envolvam as operações fundamentais com números inteiros.</p> <p>Efetuar cálculos envolvendo as operações fundamentais com números inteiros.</p>
	<p>Números racionais</p>	<p>(EF07MA05) Resolver e elaborar um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.</p> <p>Resolver e elaborar problemas envolvendo as operações fundamentais com números racionais utilizando diferentes estratégias e algoritmos.</p> <p>(EF07MA06) Reconhecer e compreender que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.</p> <p>(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma as etapas, os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.</p> <p>(EF07MA08) Comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros, resultado da divisão, razão e operador, fazendo uso ou não de diferentes recursos e estratégias.</p> <p>(EF07MA09) Utilizar, na resolução de problemas, a associação entre razão e fração, como a fração <math>\frac{2}{3}</math> para expressar a razão de duas partes de uma grandeza para três partes da mesma ou três partes de outra grandeza.</p> <p>Resolver e elaborar problemas utilizando a associação entre razão e fração para expressar a razão de uma mesma grandeza ou de outra grandeza.</p> <p>(EF07MA10) Reconhecer, comparar e ordenar números racionais em diferentes contextos, associando-os e localizando-os a pontos da reta numérica.</p> <p>(EF07MA11) Compreender, utilizar e estabelecer relação entre a multiplicação e a divisão de números racionais e suas propriedades operatórias.</p> <p>(EF07MA12) Resolver e elaborar problemas, de diversos contextos, que envolvam as operações fundamentais com números racionais, utilizando-se de diversos procedimentos, com ou sem o uso de calculadora.</p>
	<p>Equação do 1.º grau Razão e proporção</p>	<p>(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para</p>

		<p>expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. Compreender e diferenciar a ideia de incógnita e variável. Compreender os conceitos de razão e proporção entre grandezas associadas à ideia de variável. Representar a relação entre duas grandezas por meio de uma variável (letras ou símbolos).</p>
	<p>Equação do 1.º grau Sequência e expressões algébricas Linguagem algébrica</p>	<p>(EF07MA14) Compreender e classificar sequências em recursivas e não recursivas, reconhecendo que o conceito de recursão está presente não apenas na matemática, mas também nas artes e na literatura.</p> <p>(EF07MA15) Utilizar e compreender a simbologia/linguagem algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.</p> <p>(EF07MA16) Reconhecer se duas expressões algébricas obtidas para descrever a regularidade de uma mesma sequência numérica são ou não equivalentes.</p>
	<p>Razão e proporção Regra de três simples</p>	<p>(EF07MA17) Resolver e elaborar problemas, de diversos contextos, que envolvam variação de proporcionalidade direta e de proporcionalidade inversa entre duas grandezas, utilizando linguagem algébrica para expressar a relação entre elas. Compreender os conceitos de razão e proporção entre grandezas. Reconhecer grandezas direta e inversamente proporcionais. Resolver e elaborar problemas envolvendo regra de três simples presentes em diversos contextos. Compreender e aplicar a regra de três simples em problemas de grandezas direta e inversamente proporcionais.</p>
	<p>Equação do 1.º grau</p>	<p>(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações do 1.º grau, redutíveis à forma <math>ax + b = c</math>, fazendo uso das propriedades da igualdade. Identificar e resolver equações do 1.º grau. Construir procedimentos para determinar o valor desconhecido em uma equação do 1.º grau.</p>
Geometrias	<p>Plano cartesiano Geometria plana</p>	<p>(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.</p> <p>(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem. Identificar o eixo de simetria de figuras planas. Identificar e classificar figuras planas como simétricas e não simétricas. Obter figuras simétricas de acordo com o eixo de simetria.</p>
	<p>Geometria plana</p>	<p>(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho, softwares de geometria dinâmica ou outros recursos, vinculando esse estudo a</p>

		<p>representações planas em diferentes contextos, inclusive, de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.</p> <p>(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando instrumentos de desenho, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições em diferentes contextos, inclusive em composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes. Diferenciar círculo e circunferência, identificando seus elementos (corda, raio e diâmetro).</p> <p>(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica. Identificar e determinar medida de pares de ângulos formados por retas paralelas e uma transversal, com e sem uso de softwares de geometria dinâmica.</p> <p>(EF07MA24) Construir triângulos, usando instrumentos de desenho, régua e compasso, reconhecer e compreender a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados, compreender e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é <math>180^\circ</math>.</p> <p>(EF07MA25) Reconhecer e compreender a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações em diferentes contextos, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas.</p> <p>(EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo (passo a passo) para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados.</p> <p>(EF07MA27) Identificar e calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, estabelecer e explorar relações entre ângulos internos e externos de polígonos em diferentes contextos, como os vinculados à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.</p> <p>(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo (passo a passo) para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.</p>
Grandezas e Medidas	Medidas de comprimento Medidas de massa Medidas de área Medidas de volume Medidas de tempo Medidas de temperatura Medidas de ângulos	<p>(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em diferentes contextos, inclusive os oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada. Operar com medidas de comprimento, massa, área, volume, tempo, temperatura e ângulos.</p> <p>(EF07MA30) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida do volume de blocos retangulares, envolvendo as unidades usuais</p>
	Medidas de volume	

		(metro cúbico, decímetro cúbico e centímetro cúbico).
	Medidas de área	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
	Medidas de comprimento Número $\pi$	(EF07MA33) Estabelecer o número $\pi$ como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica. Determinar o valor aproximado de $\pi$ utilizando, ou não, objetos circulares e instrumentos de medidas.
Tratamento da Informação	Noções de probabilidade	(EF07MA34) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências. Calcular e interpretar a probabilidade de ocorrência de um evento aleatório. Descrever os resultados de um experimento aleatório.
Tratamento da Informação	Pesquisa estatística Média aritmética Moda e mediana	(EF07MA35) Compreender, em diferentes contextos, o significado de média estatística como indicador da tendência de uma pesquisa, calcular seu valor e relacioná-lo, intuitivamente, com a amplitude do conjunto de dados. Compreender os conceitos de média (aritmética e ponderada), moda e mediana em diferentes contextos. Calcular a média, a moda e a mediana de um conjunto de dados estatísticos.
	Pesquisa estatística	(EF07MA36) Planejar e realizar pesquisa, censitária ou amostral, de diferentes contextos, inclusive envolvendo temas da realidade social, interpretar e analisar os dados para comunicá-los por meio de relatório escrito, planilhas eletrônicas para registro, construção de tabelas e diferentes tipos de gráficos. Compreender o conceito de amostra em pesquisas estatísticas. (EF07MA37) Interpretar e analisar dados apresentados em tabelas e diferentes tipos de gráficos divulgados pela mídia e compreender quando é possível ou conveniente sua utilização.

Fonte: PARANÁ (2018, p. 868-877)

O olhar sobre esse documento nos possibilitou identificar relações entre as propostas curriculares do estado e as Trilhas de Aprendizagem.

A sequência do texto traz uma apresentação geral dessas formas simbólicas, considerando principalmente seu aspecto estrutural, naquilo que elas possuem de

forma padrão. Depois, trazemos a análise de cada Trilha de Aprendizagem de forma mais detalhada.

#### 4.2.2 Apresentação geral das Trilhas de Aprendizagem

Durante o ano de 2020 foram produzidas e disponibilizadas 33 Trilhas de Aprendizagem para o 7º ano do Ensino Fundamental, relativas à disciplina de Matemática. As trilhas começaram a ser distribuídas na 3ª semana da implementação do programa Aula Paraná. Considerando esse início de distribuição, a primeira das Trilhas é identificada como “Semana 3 – 22/04 a 30/04/2020”, a segunda como “Semana 4 – 04/05 a 08/05/2020” e assim sucessivamente, até a trigésima terceira caracterizada como “Semana 36 – 14/12 a 18/12/2020”. Na Semana 15 não houve distribuição de materiais, pois os estudantes tiveram um recesso escolar de 20/07 a 26/07/2020.

O layout das Trilhas de Aprendizagem foi sendo adaptado ao longo das semanas. Nos dois primeiros materiais, o cabeçalho contava com um ícone relacionado ao termo “Trilhas de Aprendizagem” e a logomarca do programa Aula Paraná, conforme representamos na Figura 10.

**Figura 10 - Cabeçalho das duas primeiras Trilhas de Aprendizagem**

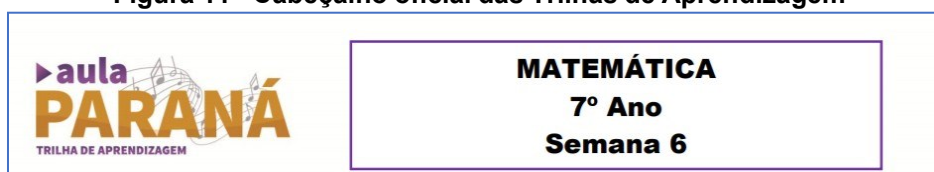


Fonte: Disponível em:

[http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos\\_restritos/files/documento/2020-05/matematica\\_7ano\\_trilha\\_4semana.pdf](http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos_restritos/files/documento/2020-05/matematica_7ano_trilha_4semana.pdf). Acesso em: 20 maio 2020.

A partir da terceira Trilha de Aprendizagem, percebemos que foi criada uma logomarca específica, além de o cabeçalho indicar a disciplina, série e semana correspondente ao material (Ver Figura 11).

**Figura 11 - Cabeçalho oficial das Trilhas de Aprendizagem**



Fonte: Disponível em:

[http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos\\_restritos/files/documento/2020-05/matematica\\_7ano\\_trilha\\_6semana.pdf](http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos_restritos/files/documento/2020-05/matematica_7ano_trilha_6semana.pdf). Acesso em: 20 maio 2020.

Logo depois do cabeçalho, existe uma saudação ao estudante, sendo “Prezados estudantes,” nas duas primeiras Trilhas; “Olá estudantes!” nas demais Trilhas anteriores ao recesso escolar e “Olá estudante!” nas 21 Trilhas de Aprendizagem do segundo semestre de 2020. A saudação é completada com um texto introdutório curto, que varia sutilmente em cada material. Em todos eles há menção ao recebimento do resumo de conteúdos do Programa Aula Paraná e a quantidade de aulas da semana, que é igual a cinco, exceto em situações de feriados nacionais.

Todos os materiais apresentam, na sequência, um quadro com cinco aulas (ou menos em casos de feriados), que foram numeradas sequencialmente. A primeira Trilha indica as aulas 11 a 15, por exemplo. Já a última trilha traz as aulas finais 165 a 169. Além da indicação do número da aula, o quadro menciona os conteúdos abordados em cada uma delas, conforme exemplo na Figura 12.

**Figura 12 - Exemplo do Quadro presente nas Trilhas de Aprendizagem**

<b>AULA: 94</b>	<b>Ângulos congruentes, ângulos consecutivos e ângulos adjacentes – parte 2</b>
<b>AULA: 95</b>	<b>Ângulos complementares</b>
<b>AULA: 96</b>	<b>Ângulos suplementares</b>
<b>AULA: 97</b>	<b>Ângulos opostos pelo vértice</b>
<b>AULA: 98</b>	<b>Ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal</b>

**Fonte: Disponível em:**

<https://drive.google.com/file/d/16dfGkxlJp17CYUauvHfzNNQ0NpoqbIR/view>. Acesso em: 21 maio 2021.

Depois do quadro que elenca as aulas e conteúdos, cada aula é apresentada e composta pela seguinte estrutura: (a) uma frase que apresenta o conteúdo da aula; (b) um resumo sucinto do conteúdo, que pode ser em formato de texto, imagem, quadro ou tópicos; (c) exemplos de exercícios com resolução.

Nas duas primeiras Trilhas de Aprendizagem, as atividades a serem desenvolvidas pelos estudantes estavam inseridas na própria estrutura da aula. Da terceira à quarta Trilha, havia atividades ao longo do material e uma lista de exercício no final, com atividades separadas por aula. A partir do quinto material, segmentou-se a realização de atividades dos estudantes do conteúdo. Nesse caso, apenas depois do resumo do conteúdo e dos exemplos resolvidos das aulas é que era apresentada uma lista de exercícios, com atividades separadas por aula, conforme exemplificamos na Figura 13.

Figura 13 - Exemplo de lista de exercícios contida nas Trilhas de Aprendizagem

aula PARANÁ	
TRILHA DE APRENDIZAGEM	
Escola/Colegio:	
Disciplina: MATEMÁTICA	Ano/Série: 7º Ano
Estudante:	
LISTA DE EXERCÍCIOS	
<b>AULA 46 – OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS, ENVOLVENDO VOLUME E CAPACIDADE DE UM PARALELEPÍPEDO E CUBO</b>	
1. Um deslizamento ocorrido em uma encosta de estrada deslocou 337,5 m <sup>3</sup> de terra sobre a pista. Para a limpeza dessa área, a prefeitura destinou caminhões com as dimensões indicadas na figura abaixo.	
	
No máximo, quantos m <sup>3</sup> de terra podem ser transportados em cada caminhão?	
a) 17,5 cm <sup>3</sup>	
b) 17,5 m <sup>3</sup>	
c) 175 m <sup>3</sup>	

Fonte: Disponível em:

[http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos\\_restritos/files/documento/2020-06/matematica\\_7ano\\_trilha\\_10semana.pdf](http://www.aulaparana.pr.gov.br/sites/aulaparana/arquivos_restritos/files/documento/2020-06/matematica_7ano_trilha_10semana.pdf). Acesso em: 21 maio 2021.

Acreditamos que a separação da lista de exercícios ocorreu para que os estudantes pudessem entregar na escola apenas as folhas correspondentes para a correção dos professores. Nesse caso, eles poderiam ficar com o material referente ao conteúdo.

As Trilhas de Aprendizagem não apresentam referenciais bibliográficos, indicações de leituras, tampouco o autor de cada uma. Como os materiais são os mesmos apresentados nas aulas gravadas pelo programa Aula Paraná, com os mesmos exemplos, imagens e gráficos, compreendemos que foram estruturadas pelos professores contratados pela SEED, a partir de instruções e modelos não disponibilizados de forma pública.

Cabe ressaltar que figuras e gráficos presentes não estão referenciados no material, por isso, optamos por não os mostrar em nosso trabalho, apenas comentar sobre eles, quando aparecem em uma determinada Trilha.

Antes de descrevermos as Trilhas de Aprendizagem, ressaltamos que um dos padrões observados se refere à quantidade reduzida de páginas. Os materiais também sugerem que havia um *template* a ser seguido. Entendemos que esses fatores podem ter impossibilitado que os autores dos materiais pudessem aprofundar os conteúdos, trazer elementos históricos e abordagens mais contextualizadas.

Como mencionamos, não realizamos a análise formal considerando que as Trilhas de Aprendizagem representassem um documento único. Embora essa decisão ocasionasse um processo repetitivo de descrição e busca por compreensões, entendemos que somente por meio de uma imersão profunda em cada material seria possível identificar os aspectos da HP indicados por Thompson (2011).

Nesse sentido, apresentamos a análise formal de cada uma das Trilhas de Aprendizagem de Matemática, do 7º Ano do Ensino Fundamental, disponibilizadas pela SEED no ano de 2020. Adotaremos o termo “TA” seguido de um número para se referir aos materiais analisados.

#### 4.2.3 Trilha de Aprendizagem 1

A TA-1 é composta por cinco aulas referentes aos conteúdos: Tratamento da Informação: Análise de gráficos com números negativos – Reta numérica com números racionais; Adição algébrica de números racionais, decomposição em fatores primos, Mínimo Múltiplo Comum (MMC); Adição algébrica de Números Racionais; Situações problemas envolvendo adição algébrica de Números Racionais e Multiplicação de Números Racionais.

A linguagem adotada é dialógica e o texto procura incentivar o estudante na leitura dos conteúdos com termos como: “ajudá-los” e “vamos lembrar juntos”. O texto também procura envolver o leitor, como no trecho: “Lembra que falei que seriam dois assuntos nessa aula?”. Com relação ao texto direcionado à parte de exercícios, os termos que aparecem são diretos, como: “Tente você”; “Sua vez!”; “Um probleminha para você resolver” (PARANÁ, 2020c, on-line).

O conteúdo é apresentado em forma de resumo, o que sugere que o autor intenta realizar apenas algumas revisões, considerando que o estudante já conheça todos os conceitos. Para abordar o conteúdo de Adição algébrica de números racionais, por exemplo, não há explicações, apenas menção de que o estudante utilizará regra de sinais e “MMC”. É dado um exemplo de soma de frações positivas e em seguida é solicitado que o estudante realize somas com números inteiros.

É importante ressaltar que o estudante do 7º ano não tem experiência com cálculos envolvendo números inteiros e racionais, uma vez que esse conteúdo não é abordado no 6º ano do Ensino Fundamental.

Com relação aos exemplos apresentados, nota-se que alguns envolvem situações-problemas. A maioria dos exercícios, porém, é do tipo de algoritmo (DANTE,



1998). Esses exercícios são utilizados para treino de procedimento, como os cálculos com uso de operações e expressões. Não há, nos exercícios, exemplos ou texto qualquer menção ao contexto pandêmico.

Na TA-1, há presença de gráficos nos exemplos relacionados ao conteúdo de Tratamento da informação. Os gráficos se relacionam também com o conteúdo de números inteiros, que é visto como já conhecido pelo estudante. O conteúdo dos gráficos pode ter relação com vivências pessoais dos pais dos estudantes, já que tratam de comércio e agricultura. Nesse aspecto, é possível identificar relações entre a Matemática e a sociedade, pois o exemplo e o exercício proposto mostram que o conhecimento acerca de números positivos e negativos pode auxiliar o comerciante e o agricultor a gerenciar seu empreendimento.

Assistimos à aula referente à TA-1, disponibilizada no YouTube, para que pudéssemos averiguar se os estudantes que tiveram acesso somente aos materiais impressos poderiam ter tido algum prejuízo de aprendizado. Constatamos que a explicação do professor amplia consideravelmente a possibilidade de compreensão. Nesse sentido, o estudante sem acesso às tecnologias digitais não teve a mesma oportunidade de acesso ao conhecimento. Na aula gravada, o professor faz questão de explicar cada convenção utilizada. Ele explica, por exemplo, o que significa “perecer”, um termo presente no gráfico que traz a situação-problema do agricultor. O estudante que está lendo sozinho o material e não conhecer a palavra, dificilmente compreenderá o gráfico. Isso pode acabar favorecendo compreensões diferentes de acordo com o conhecimento dos estudantes, o que poderia ser sanado a partir da mediação de um professor.

A TA-1 está no Anexo do trabalho, como forma de exemplificação das Trilhas de Aprendizagem.

#### 4.2.4 Trilha de Aprendizagem 2

Assim como ocorreu na TA-1, na TA-2 nos deparamos com indícios de que o conteúdo é entendido como um resumo de revisão. Isso é identificado logo na saudação inicial com as menções “Esta semana tivemos a oportunidade de estudarmos na Aula Paraná” e “você está recebendo o resumo dos conteúdos” (PARANÁ, 2020c, on-line). Contudo, como já pontuamos, o material foi utilizado por muitos estudantes que não tinham acesso às aulas gravadas.

Os conteúdos abordados em 5 aulas foram: multiplicação de números racionais – parte 2; divisão com números racionais na forma decimal e na forma de fração; potenciação de números racionais; potenciação de números racionais com expoente inteiro negativo; raiz quadrada exata de números racionais.

Existe mais uma vez um padrão na apresentação dos conteúdos, com uma breve descrição, exemplos e entre uma e duas atividades para serem realizadas pelos estudantes. Nenhuma explicação é contextualizada e os exemplos são expressões, com exceção de uma divisão de racionais que trata da divisão de pães. Na aula referente à multiplicação de racionais, os exercícios apresentados para os estudantes são situações-problema, uma delas relacionada a cédulas e moedas e a outra sobre medidas em palmos. Os problemas não chegam a alcançar um processo de contextualização e em muito se diferem das propostas curriculares estaduais, que sugerem que os estudantes resolvam e elaborem problemas de diferentes contextos que envolvam números racionais.

O primeiro problema indica que uma criança tem cédulas e moedas e questiona o montante final em reais. O segundo problema apresentado enuncia que uma criança utilizou a medida do seu palmo para medir o comprimento de uma mesa. Em ambas as situações, são exigidas aplicações diretas de soma e multiplicação, respectivamente.

A linguagem utilizada é informal com termos como “Vamos lá!” e “Se liga nessas regrinhas” (PARANÁ, 2020c, on-line). Nesse sentido, percebemos uma tentativa de comunicação que visa aproximação com o estudante, provavelmente como uma tentativa de fazê-lo estar mais estimulado com a leitura do material.

Na TA-2, os conteúdos apresentados demandam conhecimentos prévios. Quando se trata do conteúdo de divisão de racionais, presume-se que o estudante recorda do processo de divisão de decimais. Esse algoritmo é realizado sem algum tipo de explicação.

Identificamos que a TA-2 possui apenas seis laudas para abordar um conteúdo novo, repleto de algoritmos e regras que exigem um processo de aprendizagem. O resumo é bastante limitante para que um estudante, sem auxílio de um professor, possa compreender e se apropriar dos conceitos brevemente apresentados.

#### 4.2.5 Trilha de Aprendizagem 3

A TA-3 possui cinco aulas e aborda os conteúdos: revisão dos números racionais envolvendo: adição algébrica; multiplicação e divisão na forma decimal e na forma de fração; revisão dos números racionais envolvendo: potenciação, raiz quadrada exata de números racionais; porcentagem; probabilidade e Tratamento da Informação; área de figuras geométricas planas: área de um retângulo.

O material é resumido, contendo 10 laudas, sendo duas destinadas a uma lista de exercícios. As duas primeiras aulas são apresentadas como revisão dos conteúdos vistos na TA-2. Apesar disso, percebemos que as explicações estão mais aprofundadas. Já na primeira aula, é apresentada uma imagem simulando uma barra de chocolate para tratar de adição de frações. Os procedimentos para resolução dos exercícios são todos descritos, o que ainda não tinha ocorrido nas TA-1 e TA-2.

Conteúdos prévios, como mínimo múltiplo comum, são retomados no processo de resolução. Na apresentação das regras de potenciação, há uma breve revisão sobre as regras de sinais. Percebe-se também o cuidado do autor ao apresentar mais de um método de resolução para soma de frações com denominadores diferentes, o que está em concordância com as orientações curriculares do estado.

A linguagem busca envolver o estudante na leitura. Também notamos que existe um cuidado com todas as convenções utilizadas. Na explicação sobre divisão de frações, ao mencionar o algoritmo para se conservar a primeira fração há um parêntese explicando o que isso significa.

O conteúdo de porcentagem é relacionado com fração, decimal e exemplificado com ilustrações. Contudo, não aborda algum tipo de contextualização, o que acaba sendo um fator bastante significativo, visto às diversas possibilidades de relacionar a Matemática com a sociedade, a partir desse conteúdo. O mesmo ocorre com o conteúdo de Probabilidade, que se apresenta objetivamente, a partir de fórmulas, sem um embasamento mais contextualizado. Há apenas um exemplo com situação hipotética com uso de “bolinhas coloridas” para cálculo da probabilidade.

A última aula da TA-3 trata de área de figuras planas. Ela inicia com uma revisão sobre área de retângulos e em seguida é apresentada uma situação problema envolvendo a área de um gramado. O cálculo é realizado de duas formas, com uso da fórmula e com uso de contagem de quadrados unitários. Nesse sentido, essa Trilha de Aprendizagem se diferencia das duas primeiras por demonstrar uma preocupação

do autor em apresentar possibilidades diversas de resolução, tal como ocorreu nos conteúdos de revisão das duas primeiras aulas.

Depois da exposição dos conteúdos, uma lista de exercícios é apresentada para ser realizada pelos estudantes. Nos chama a atenção que na lista, os exercícios de porcentagem e probabilidade envolvem situações-problemas. Admitimos que a resolução de problemas permeia o ensino de matemática e desafia o estudante a criar estratégias para resolver situações é fundamental para o aprendizado. Porém, compreendemos que abordar o conteúdo de forma conteudista e bastante resumida e propor exercícios com outro tipo de abordagem pode causar dificuldades para resolução, especialmente em um período inédito, quando o estudante tinha que ler sozinho, compreender e realizar as atividades, sem mediação docente.

#### 4.2.6 Trilha de Aprendizagem 4

Na TA-4 os estudantes são convidados a estudar o resumo dos conteúdos: área de figuras geométricas planas: área de um quadrado; área de figuras geométricas planas: área de um paralelogramo; área de figuras geométricas planas: área de um triângulo; área de figuras geométricas planas: área de um trapézio; área de figuras geométricas planas: área do losango. A palavra “resumo” aparece logo na apresentação dos conteúdos.

A linguagem apresentada busca o envolvimento do estudante, com frases motivacionais e informais. Também percebemos o uso de alguns *emojis*<sup>22</sup> na Trilha, sugerindo adequação do conteúdo para a faixa etária a qual se destina.

A primeira aula inicia com uma explicação da importância do uso do cálculo da área no cotidiano. Contudo, não se parte de uma situação contextualizada para abordagem do conteúdo. Ao contrário, explica-se que o estudante deve saber a fórmula certa para que possa resolver problemas que envolvam áreas. É exposta a fórmula para cálculo de área de quadrado e dado um exemplo de aplicação.

Na sequência, o estudante é convidado a resolver um exercício de múltipla escolha que envolve o uso de contagem de quadrados que preenchem uma determinada figura. A resolução apresentada na sequência, porém, é feita com uso de fórmula. O quadrado apresentado tinha 1 cm<sup>2</sup> de área e a resolução não aborda a

---

<sup>22</sup> Emojis são figuras, símbolos e demais elementos pictóricos utilizados em linguagem virtual de comunicação.

relação da área com o lado, apenas utiliza 1 cm na fórmula. Isso pode possibilitar que o estudante, ao se deparar com um quadrado de área  $3 \text{ cm}^2$ , por exemplo, infira que seu lado seja 3 cm.

Todas as demais aulas da TA-4 seguem o padrão: apresentação da figura, da fórmula para cálculo e um exemplo de aplicação. Não há exemplos que possam aproximar o estudante de sua realidade.

Depois das aulas, há uma lista de exercícios que apresenta exercícios de aplicação direta das fórmulas. Há um exercício que envolve o cálculo de área a partir da planta baixa de um apartamento. Percebe-se uma adaptação da figura original, com a inserção das medidas laterais. Com isso, o estudante deve apenas aplicar a fórmula da área do quadrado ( $l^2$ ). Em outro viés, há uma figura para cálculo de área que exige a divisão da figura em diferentes partes, para que seja formado um quadrado e um triângulo. Esse tipo de abordagem não foi mencionado nos exemplos e exige um pensamento geométrico que pode não estar desenvolvido em todos os estudantes.

Ao observarmos as orientações curriculares estaduais para o 7º Ano do Ensino Fundamental no que tange o cálculo de áreas, percebemos que um dos objetivos de aprendizagem se relaciona com a decomposição de áreas em quadrados, retângulos e/ou triângulos, a partir de equivalência entre áreas. Tal objetivo, a partir de nossa perspectiva, não foi contemplado na TA-4.

#### 4.2.7 Trilha de Aprendizagem 5

A quinta Trilha de Aprendizagem que analisamos contava com cinco aulas sobre os conteúdos: razões e proporções- porcentagem usando a equivalência de frações; transformações no plano: plano cartesiano, localização de números e pontos; transformações no plano: eixo de simetria de figuras planas; transformações no plano – parte 2; revisão números racionais ( $\mathbb{Q}$ ) envolvendo multiplicação, potência e radiciação – perímetro e área.

Nessa etapa da análise, já conseguimos identificar que a distribuição de conteúdos nas Trilhas acabou ocasionando a contemplação de conceitos de diferentes Unidades Temáticas nas aulas. Apesar disso, tanto na TA-5 como nos outros materiais analisados e revisitados, não é feita qualquer relação entre esses

conceitos, que são apresentados de forma bastante segmentada. Outro fator que observamos frequentemente é uso do termo “revisão”.

A respeito especificamente da TA-5, identificamos que ela apresenta uma figura sobre simetria antes da apresentação do conteúdo, o que pode ter sido um erro ocorrido no momento da edição do documento. Ela também apresenta *emojis*, imagens para exemplificar o uso do plano cartesiano e outras figuras relacionadas ao conteúdo de simetria.

A aula de porcentagem menciona que o termo é utilizado no cotidiano, como em notícias e ofertas comerciais. O conteúdo, por sua vez, é apresentado com uso de um quadro, que relaciona porcentagem com frações. Em seguida, são expostos dois exercícios resolvidos. Eles tratam, respectivamente, de porcentagem populacional e quantidade de medalhas em um campeonato esportivo, o que pode mostrar ao estudante a aplicação da porcentagem no cotidiano mencionada anteriormente.

Acerca de porcentagem, a TA-5 ainda traz um algoritmo para que seja determinada a taxa percentual, com auxílio de fração e equação. Não há explicações sobre o algoritmo, apenas dois exercícios resolvidos, que não deixam claro o porquê de se aplicar o procedimento. Cabe ressaltar ainda que para se apresentar um dos resultados, é utilizado um traço seguido de “50%”. Para um estudante que acabou de ter contato com os números racionais, a resposta sugere que o resultado seja negativo, por conta do traço.

O conteúdo seguinte se refere ao Plano Cartesiano e inicia com o trecho “vamos relembrar conteúdos sobre plano cartesiano, ponto e localização” (PARANÁ, 2020c, on-line). Dois exemplos de utilização do plano são mencionados, um referente a coordenadas geográficas em um mapa, e outro de localização GPS<sup>23</sup>. A TA-5 também apresenta um tabuleiro de xadrez como exemplo de sistema de coordenadas. Depois disso, é apresentada a reta numérica, com um exercício sobre localização de um número racional e a aula finaliza com a definição de números opostos.

As aulas referentes à simetria também trazem exemplos no cotidiano, o que indica uma preocupação do autor da TA-5 nesse sentido, já que todos os conteúdos abordados são exemplificados. São mostradas figuras simétricas na arquitetura e na geometria. O exercício resolvido contempla eixos de simetria e uma aula é dedicada para explicar os tipos de simetria conhecidos.

---

<sup>23</sup> GPS é a sigla utilizada para o sistema de posicionamento global, que, por meio de navegação por satélite, fornece a posição de aparelhos móveis em forma de coordenadas.

A revisão sobre multiplicação de números racionais apresenta, na verdade, dois exemplos resolvidos, um com números decimais e outro com frações. A TA-5 finaliza com uma lista de exercícios, sendo, na maioria, sobre os conteúdos do material. Embora não tenham sido apresentados exemplos com uso de potências negativas, perímetro e área, dois dos exercícios envolvem esses conceitos. Para realizar os exercícios sobre simetria, é preciso que os estudantes tenham alguns conhecimentos sobre geometria, pois são mencionadas figuras específicas, como o triângulo isósceles.

Destacamos que, tal como já identificado nos primeiros materiais, a TA-5 pode não favorecer o desenvolvimento de habilidades pelo estudante, mencionadas nas orientações curriculares estaduais. Como exemplo, destacamos que a proposta se pauta na BNCC para evidenciar que o ensino de simetria deve levar o estudante a utilizar instrumentos e softwares de geometria dinâmica para construção de figuras.

#### 4.2.8 Trilha de Aprendizagem 6

Diferente da maioria das Trilhas, a TA-6 apresenta sete aulas: cálculo dos números racionais, perímetro e área do triângulo e diagonal de um quadrilátero; retomada de conteúdos: números racionais envolvendo área do trapézio e do losango; retomada de conteúdos: números negativos e reta numérica; retomada de conteúdos: módulo de números inteiros e comparação de números inteiros; retomada de conteúdos: adição e subtração de números inteiros; retomada de conteúdos: multiplicação e divisão de números inteiros; retomada de conteúdos: potenciação e raiz quadrada exata de números inteiros.

O primeiro tema, embora tenha sido indicado como “Cálculo dos números racionais” no início do material, é indicado como “Cálculo com números racionais” na primeira aula da Trilha. O conteúdo abordado é área de triângulo, procurando relacioná-la com a metade da área de um quadrilátero. A relação não é mencionada no texto, mas em forma de imagens e indicação da fórmula da área do triângulo. Um dos dois exercícios resolvidos cita a diagonal do quadrilátero, o que requer que os estudantes já saibam do que se trata. Os exercícios podem ser resolvidos com aplicação direta de fórmula de área, o que também ocorre na segunda aula, a respeito da área do losango.

Na aula sobre reta numérica, há uma explanação sobre os números inteiros. Há exemplos sobre o uso dos números negativos no cotidiano, como temperaturas, profundidades e prejuízos. São apresentados três exemplos resolvidos que indicam essas aplicações. Ainda que esse conteúdo tenha sido abordado dessa forma depois da contemplação do conjunto dos números racionais em outras Trilhas, compreendemos que essa aula acabou se tornando uma oportunidade para que os estudantes pudessem relacionar os números negativos com situações reais e entendê-los de forma mais concreta.

A TA-6 também apresenta explicações sobre números opostos, mas de forma mais aprofundada da maneira que ocorreu na TA-5, inclusive com a exposição do conceito de módulo. Quando o símbolo “ $<$ ” aparece, é descrito o que ele significa (menor que).

Os conteúdos de soma e subtração com números inteiros são explicados a partir de situações-problemas, assim como ocorreu na apresentação desse conjunto de números. Já a multiplicação, a divisão, a potenciação e a radiciação são expostas com uso de expressões. Os exercícios que finalizam a TA-6 são condizentes com o material apresentado.

Essa Trilha de Aprendizagem não apresentou conteúdos novos aos estudantes e sugere possibilidades de contribuição com o processo de aprender matemática do estudante, que pode ter desenvolvido novos olhares sobre os conteúdos vistos nas semanas anteriores.

#### 4.2.9 Trilha de Aprendizagem 7

A TA-7 apresenta o conteúdo equivalente a três aulas: números racionais positivos e negativos na reta numérica e sistema de coordenadas; polígonos desenhados em malhas quadriculadas e Volume de um paralelepípedo.

A linguagem utilizada na TA-7 é objetiva e dialógica. No início da apresentação, percebemos um pequeno erro ortográfico, pois o texto introdutório é apresentado como “Veremos neta aula”.

A ideia de o material didático ser uma retomada de conteúdos também está presente na TA-7, com menção a lembrar conjuntos numéricos com representação em forma de diagrama. Nesse tópico, a Trilha apresenta erro conceitual, com a afirmação de que os números racionais são posicionados na reta numérica entre os números inteiros.



Há um exemplo de reta numérica com os números  $-3,18$ ;  $\frac{3}{4}$ ;  $\frac{6}{5}$ ; e  $4,53$  o que reforça a exclusão de um número inteiro como também racional, além da não menção às dízimas periódicas. Não são abordadas as operações com os números racionais.

Não há textos de ligações entre os conteúdos. O sistema de coordenada é apresentado na continuidade do conteúdo de números racionais sem um determinado embasamento. É citado um exemplo da representação gráfica dos vértices de um retângulo.

A aula seguinte apresenta exemplos de polígonos, a partir de imagens que contém o nome de cada um. Na sequência, há uma informação de que os polígonos podem ser representados no plano cartesiano. O que sucede o texto, contudo, é a explicação sobre o uso de malha quadriculada, com representação em forma de imagem de um quadrado e um triângulo. As figuras não utilizam eixos cartesianos.

A última aula da trilha aborda o conteúdo de volume de paralelepípedo. A frase, “Relembrando”, presente predominantemente em todas as Trilhas de Aprendizagem, precede a exposição da fórmula para cálculo do volume.

São apresentados quatro exemplos de aplicação imediata da fórmula. O primeiro possui a ausência da imagem, o que torna incompreensível a resolução. Há um exemplo contextualizado envolvendo o cálculo do volume da carroceria de um caminhão.

Para finalizar, a TA-7 apresenta seis exercícios a serem realizados pelos estudantes. Dois dos exercícios apresentados não abordam os conteúdos apresentados na TA-7. Um deles, o único exercício proposto a partir de uma situação-problema, contempla uma divisão entre racionais. A situação envolve uma determinada quantidade de balas de goma. Outro exercício que não possui relação com os conteúdos expostos na TA-7 se refere à diagonal do quadrado.

Há um exercício que envolve o plano cartesiano, que exige que o estudante identifique a abcissa e a ordenada relacionada a um ponto. Os termos não foram mencionados na exposição do conteúdo, exigindo que o estudante os conheça previamente.

#### 4.2.10 Trilha de Aprendizagem 8

A TA-8 inicia com uma orientação ao estudante mencionando que o material apresenta o resumo dos conteúdos e está dividido em cinco aulas sobre: operações com números racionais, envolvendo volume e capacidade de paralelepípedo e cubo;

operações com números racionais, envolvendo volume e capacidade de um paralelepípedo em situações – problema; volume e capacidade do cubo – unidades de medida de volume e capacidade; operação com números racionais, envolvendo volume e capacidade de um cubo; operação com números racionais, envolvendo volume e capacidade de um cubo em situações – problema. Da mesma maneira como o padrão já identificado nas trilhas, percebemos a presença dos termos “vamos rever” e “relembrando”.

A primeira aula da TA-8 se refere a volume e capacidade de paralelepípedo e cubo. Inicialmente, há figuras que representam os sólidos, com fórmulas para cálculo de volume. Em seguida são apresentadas as unidades de medida para volume e as possibilidades de transformações, a partir da multiplicação ou divisão por 1000. Também são descritas as relações entre medidas em  $\text{cm}^3$ ,  $\text{dm}^3$ ,  $\text{m}^3$  e litros.

O texto segue com um exemplo contextualizado envolvendo a carroceria de um caminhão, cujas medidas são números decimais, o que exige operações com racionais, como sugere o título da aula. Além do texto, há imagens que ilustram a situação-problema.

Há mais um exemplo resolvido, que utiliza as transformações entre unidades de medida para estabelecer a capacidade em litros de uma caixa.

A aula seguinte dá continuidade à temática. Novamente são apresentadas imagens, fórmulas para cálculo de volume e técnicas para transformações de unidades. Depois, são apresentados cinco exemplos resolvidos. Quatro deles envolvem sólidos e são solicitados cálculos de volumes e transformações de medidas. O último exemplo apresenta uma situação contextualizada, que envolve o racionamento de água. O exercício demanda cálculos de volume e transformações de unidades. Ressaltamos que, embora o enunciado afirme que uma cidadã resolveu acumular água por conta do racionamento, não é mencionado nenhuma forma de economia. Ao contrário, demonstra-se que a cidadã estava acumulando água em um recipiente.

As próximas aulas acabam se tornando repetitivas na TA-8, pois abordam o volume do cubo. Novamente são apresentadas a fórmula, as unidades de medida e a figura. Na terceira aula, três exemplos de aplicação da fórmula são apresentados e resolvidos. Na quarta aula, apenas um exemplo é apresentado e na quinta aula há três exemplos, dessa vez, mais contextualizados, um deles adaptado do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Os temas presentes nos exemplos se referem à

capacidade de uma caixa d'água em formato de cubo, à capacidade de uma piscina em forma de paralelepípedo e a barras de chocolate que podem ser apresentadas em forma de cubo ou paralelepípedo.

A lista de exercícios presente ao final da TA-8 contém 10 atividades, duas correspondendo a cada aula da trilha. Os exercícios são bem pertinentes ao conteúdo apresentado. Todos os exercícios procuram abordar uma situação cotidiana para tratar de volume, tais como: aquários, carrocerias, caixas e cubos de gelo. Os exercícios são de múltipla escolha e os estudantes teriam as respostas corretas a partir da correção do professor e devolutiva na escola.

#### 4.2.11 Trilha de Aprendizagem 9

A TA-9 apresenta cinco aulas para os estudantes, além da lista de exercícios presente na parte final. Os temas são: unidades de medida de volume: ampliação e redução de paralelepípedos e cubos, envolvendo razão e proporção de volume e capacidade; unidades de medida de capacidade: ampliação e redução de paralelepípedos e cubos, envolvendo razão e proporção de volume e capacidade; ampliação e redução de paralelepípedos e cubos, envolvendo razão e proporção de volume e capacidade; associação entre razão e fração e Resolução de problemas utilizando a associação entre razão e fração para expressar a razão de uma mesma grandeza ou de outra grandeza.

O material começa, em sua primeira aula, explicando do que se trata os termos ampliação e redução. Em seguida, é apresentada a imagem de um paralelepípedo para exemplificação da alteração que a medida da altura pode proporcionar ao volume. Os exemplos apresentados na aula, contudo, não se referem a proporcionalidade de volume, tampouco ampliação ou redução. Eles tratam de comparação entre volumes iguais entre figuras diferentes.

A segunda aula da TA-9 menciona que “vamos compreender que para aumentar a capacidade de um paralelepípedo basta aumentar proporcionalmente uma das dimensões”. O exemplo a seguir questiona a capacidade em litros para encher um aquário. O segundo exemplo se refere ao aumento de uma das medidas de um aquário e o novo cálculo do volume. Contudo, percebemos que não é mencionada a proporção presente, sem qualquer tipo de menção a isso. Apenas o último exemplo menciona que se deseja descobrir as novas dimensões de um aquário para que sua

capacidade dobre, relacionando-se com o conceito de proporcionalidade mencionado no início da aula.

A terceira aula apresenta um texto curto sobre proporcionalidade entre volumes. O primeiro exemplo resolvido contém um erro na resolução, já que usa dados incorretos do enunciado. O segundo exemplo não se refere à proporcionalidade.

Na quarta aula, um texto introdutório resume que a proporcionalidade entre paralelepípedos pode ser indicada por meio de frações. Os exemplos, entretanto, tratam de razão entre números, sem uso de sólidos geométricos.

Na última aula, a temática é a razão entre dois números. Dois dos exemplos envolvem a razão entre o número de habitantes e a área de uma determinada região, possibilitando contextualização do conceito de razão.

Essa trilha é bastante extensa, com muitos exemplos que não ilustram o conteúdo exposto nos títulos e trechos de texto. As imagens acabam sobrecarregando ainda mais o texto. Não identificamos uma tentativa de motivar ou dialogar com o estudante. Algo positivo é que os exercícios são apresentados com um layout menos carregado e abordam os conteúdos e exemplos apresentados na TA-9. Um dos exercícios envolve a preferência de estudantes com relação a um esporte, em uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, envolvendo o conceito de razão.

#### 4.2.12 Trilha de Aprendizagem 10

Os conteúdos presentes na TA-10, divididos em cinco aulas, são: razão e proporção, envolvendo fração e porcentagem; razões escritas na forma percentual; razão e proporção; propriedade fundamental das proporções – parte 1 e propriedade fundamental das proporções parte 2.

Dada a semelhança entre os temas, fizemos uma análise da totalidade da trilha, ao invés de analisar cada aula. Em todas elas, o texto que descreve o conteúdo é bastante reduzido e são apresentados exemplos, exceto na terceira aula que conta apenas com um breve texto. Os exemplos apresentados são resolvidos detalhadamente, o que acaba contribuindo com um possível entendimento do estudante, já que a parte teórica é resumida.

Os exemplos utilizados na TA-10 envolvem situações-problema: uma obra de arte fabricada com cobre e estanho, o rótulo de um suco, notas de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, distância percorrida por um avião, preparo de uma

omelete, venda de salgados e fabricação de automóveis. Percebemos que os exemplos podem estar relacionados com situações cotidianas dos estudantes.

Com relação aos exercícios apresentados, também fazem uso de situações-problema e estão em sintonia com os exemplos resolvidos. Contudo, identificamos que um deles aborda o conceito de velocidade em km/h. Tal unidade não foi abordada na TA-10 e pode não ser conhecida e compreendida pelos estudantes para os quais se destina o material.

#### 4.2.13 Trilha de Aprendizagem 11

A TA-11 conta com cinco aulas que contempla os seguintes conteúdos: números diretamente proporcionais; números inversamente proporcionais; retomada: razão e proporção – parte 1; retomada: razão e proporção – parte 2; retomada de plano cartesiano: localização de pontos e construção de polígonos no plano. O texto é dialógico, conforme padrão utilizado nas demais trilhas, contando com termos como “vamos”, “perceba” e “observe”.

As duas primeiras aulas tratam de números proporcionais. Para isso, o texto menciona o conceito de grandezas diretamente proporcionais e apresenta exemplos a partir de situações-problemas. Notamos que não existe uma explicação aprofundada que diferencie grandezas direta e inversamente proporcionais, embora os exemplos utilizados sugestionem essa diferenciação.

Nas aulas 3 e 4, existe uma revisão sobre razão e proporção, a partir da exposição de conceitos e exemplos, que se referem à situações-problema. Um deles utiliza a quantidade de estudantes matriculados em uma turma de 7º ano.

A última aula aborda o estudo do plano cartesiano, localização de pontos e construção de polígonos no plano. Um dos exemplos utilizados se relaciona com as demais aulas da TA-11, já que se refere à determinação da razão dos lados de polígonos construídos no plano cartesiano.

A lista de exercícios disponível na trilha contém dois exercícios para cada aula. Um dos exercícios solicita que o estudante identifique quais grandezas são inversamente proporcionais, a partir de pares de informações. Para isso, ele precisa ter compreendido esse conceito, a partir do exemplo apresentado na trilha.

Os exercícios se referem à situações-problemas sobre alimentos, quadra de futebol, velocidade em uma viagem, distância, revistas e fotocópias. Percebe-se que

se referem a situações que poderiam ser vivenciadas por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental.

#### 4.2.14 Trilha de Aprendizagem 12

Na TA-12 verificamos a inserção de cinco aulas que abordam os seguintes conteúdos: coordenadas cartesianas; ampliação e redução de polígonos envolvendo razão e proporção – parte 1; ampliação e redução de polígonos envolvendo razão e proporção – parte 2; espaço e forma e simetria no plano cartesiano. A linguagem utilizada no material é dialógica e formal.

Uma característica peculiar desse material é que ele menciona descritores nos títulos de cada aula, com menções como “descriptor D09” ou “envolvendo o descriptor – D05”. Não fica claro para o leitor da TA ao que se refere esse descriptor.

A aula sobre coordenadas cartesianas apresenta a figura de um mapa em um plano cartesiano, como exemplo. A segunda e terceira aula se referem à ampliação e redução de polígonos. Há uma explicação escrita sobre conceitos de polígono, ampliação, redução e proporcionalidade. Os exemplos apresentados na terceira aula, contudo, não se referem a esses conceitos, abordando pares ordenados e medidas de lados de polígonos construídos no plano cartesiano.

O título da quarta aula não deixa claro para o estudante o que será abordado, pois é mencionado como “Espaço e forma situações problema envolvendo o descriptor – D05”. O conteúdo da aula se refere à relação existente entre perímetro e área de um polígono construído no plano cartesiano e a ampliação e redução de seus lados.

A última aula se refere à simetria no plano cartesiano. Há uma explicação teórica e a apresentação de duas figuras, além de exemplos que solicitam o desenho de partes simétricas. Notamos que todas as aulas procuram relacionar conceitos de proporcionalidade com a representação de pontos no plano cartesiano.

Na lista de exercícios presente na parte final da TA-12, vemos que há exercícios de treinamento e outros contextualizados. Além deles abordarem os conceitos presentes no material, exigem que o estudante retome os conceitos do material anterior, relacionado principalmente à razão e proporção.

#### 4.2.15 Trilha de Aprendizagem 13

Esse material é composto pelos seguintes conteúdos: simetria e suas transformações – parte 1; simetria e suas transformações – parte 2; retomada simetria e plano cartesiano; sequências recursivas e não recursivas e termo geral de uma sequência recursiva. Os conteúdos estão dispostos em cinco aulas, escritas no material a partir de uma linguagem formal e dialógica. Nenhum exemplo apresentado na aula se refere a situações contextualizadas.

Na primeira aula da TA-13, é apresentada a ideia de simetria e de linha de simetria. Os exemplos se referem à simetria de reflexão e rotação. A explicação sobre as possibilidades de transformação (reflexão e translação) é dada na segunda aula do material, que também apresenta um exemplo.

A terceira aula retoma as explicações de transformações da aula anterior e apresenta o conceito de simetria de rotação. Os exemplos da aula utilizam figuras com simetrias de translação e rotação.

Na quarta aula, são apresentados os conceitos de sequências numéricas recursivas e não recursivas, com indicação de exemplos. A última aula complementa o conteúdo, uma vez que aborda o termo geral de uma sequência recursiva. Percebemos que a explicação sobre o termo geral de uma sequência é resumida e há apenas dois exemplos relacionados.

A lista de exercícios contempla atividades semelhantes aos exemplos apresentados e não envolvem situações-problema.

#### 4.2.16 Trilha de Aprendizagem 14

A TA-14 é composta por três aulas, referentes à: ideia de variável – parte 1; ideia de variável – parte 2 e diferenciado a ideia de incógnita e variável. É um material compacto, disponível em apenas três páginas, uma delas correspondente à lista de exercícios. A trilha apresenta uma imagem e um quadro, além de textos e exemplos.

Percebemos que embora o material procure diferenciar incógnita de variável, o exemplo apresentado na primeira aula se refere à incógnita, mesmo que a aula tenha como título “ideia de variável”. A aula que se destina a apresentar a diferença entre incógnita e variável apenas indica que as letras presentes em expressões algébricas são chamadas de variáveis. Há um exemplo com a solicitação de se identificar se as

sentenças matemáticas se referem à incógnita ou à variável, com resolução. Embora a resolução esteja correta, acreditamos que não é suficiente para que o estudante compreenda a diferenciação. Também não existe explicações sobre a diferença entre expressões e equações.

Nos exercícios propostos, há tarefas sobre conteúdos vistos em trilhas anteriores, como sequências e razão. A maioria dos exercícios indica situações-problema sobre esses conteúdos. O único exercício que menciona o termo incógnita se refere à determinação de uma expressão. Contudo, as alternativas não são expressões, mas equações.

#### 4.2.17 Trilha de Aprendizagem 15

Na TA-15 estão presentes cinco aulas, relacionadas aos conteúdos: expressões algébricas – parte 1; expressões algébricas – parte 2; princípio de igualdade em uma expressão algébrica; propriedades da igualdade – parte 1; propriedades da igualdade – parte 2. Todos os tópicos contam com exemplos, incluindo ilustrações.

A parte textual, destinada às explicações teóricas, é bastante resumida, não apresentando contextualização histórica, definições ou explicações aprofundadas. Na primeira aula, por exemplo, o texto relacionado às expressões algébricas se limita a indicar que valores desconhecidos na matemática são substituídos por letras do alfabeto. Na segunda aula, não há texto explicativo, apenas dois exemplos. O primeiro é uma situação-problema que deve ser escrita em forma de expressão algébrica. A resolução é feita de forma incorreta, já que o que se apresenta é uma equação. Um segundo exemplo trata da compra de uma quantidade de fio elétrico por um determinado valor. Em seguida, apresenta-se três questionamentos sobre a situação-problema. Dessa vez, quando da solicitação da expressão algébrica, o exemplo é resolvido de forma correta.

A terceira aula aborda o princípio da igualdade. O título menciona que esse princípio se refere “a uma expressão algébrica”. Identificamos que o texto presente na TA-15 não diferencia expressão de equação e o título sugere que toda a igualdade se refere a uma única expressão. O texto usa linguagem matemática que pode não ser reconhecida pelos estudantes, mencionando, por exemplo,  $a = b$ . Há explicações sobre os membros de uma igualdade.



São apresentados dois exemplos na aula. Um deles se refere ao estabelecimento de uma equação e a identificação dos membros da igualdade. No segundo exemplo presente, é solicitado que seja escrita uma igualdade que represente o perímetro de um retângulo, mas a resolução apresenta uma expressão algébrica.

As duas últimas aulas tratam das propriedades da igualdade. Na aula 4, não fica evidenciado quais são as propriedades e em que contextos podem ser utilizadas, já que são indicados apenas exemplos que se referem a determinar o valor de uma incógnita, sabendo que ela é igual a outra. Na quinta aula, menciona-se que existem as propriedades reflexiva, simétrica e transitiva. Contudo, elas não são explicadas. O primeiro exemplo pertinente à aula, se refere ao estabelecimento de uma expressão. No segundo exemplo, menciona-se que se está utilizando a propriedade transitiva para resolução. A solicitação é de que seja identificada a idade de um indivíduo, sabendo-se que é igual a de outro.

Na lista de exercício fica novamente evidenciada a falta de diferenciação entre expressão e equação. As questões solicitam que o estudante assinale a expressão que se refere à situação proposta, mas as alternativas apresentam equações. Há uma questão que solicita que o estudante selecione qual foi a propriedade da igualdade utilizada em uma resolução, o que demandaria que ele conhecesse tais propriedades e elas não foram explicadas na TA-15.

#### 4.2.18 Trilha de Aprendizagem 16

A TA-16, como a maioria dos materiais analisados, apresenta cinco aulas em sua composição. Os conteúdos selecionados são: Princípio de equivalência – parte 1; Princípio de equivalência – parte 2; O número “ $\pi$ ” – parte 1; O número “ $\pi$ ” – parte 2 e circunferência – parte 1. O diálogo com o estudante se faz presente a partir de termos presentes na TA, como “vamos”, “estudaremos” e “você deve”. Há figuras para ilustrar o texto explicativo e os exemplos. Não existem menções às conexões com os materiais interiores, nem uma contextualização histórica do conteúdo.

A primeira aula apresenta uma explicação resumida sobre o Princípio de equivalência. No texto, menciona-se os termos de uma equação, o que difere da abordagem da trilha anterior, que usava o termo “expressão” para tratar de equações algébricas. O exemplo apresentado conta com figuras de balanças, que precisam ser equilibradas a partir do princípio aditivo da igualdade. O mesmo princípio é abordado

no exemplo da segunda aula, que não contém textos explicativos para além de um exercício resolvido.

As próximas duas aulas da TA-16 apresentam o número pi. Percebemos que o conteúdo é apresentado de forma isolada das demais aulas, sem uma contextualização histórica. O número é indicado no cálculo do comprimento da circunferência. O exemplo da terceira aula se refere ao cálculo da circunferência da roda de uma bicicleta, com aplicação direta da fórmula dada. Na quarta aula, é mencionada a razão entre comprimento e diâmetro de uma circunferência e são resolvidos dois exemplos, um relacionado à relação entre o comprimento e o diâmetro de figuras de pizzas e outro referente ao contorno de um canteiro circular, representado em uma imagem.

A última aula apresenta os elementos de uma circunferência em forma de imagem, sem explicações teóricas sobre eles. São indicados dois exemplos resolvidos, um deles sobre a classificação de segmentos em uma circunferência e outro acerca do cálculo da medida do diâmetro.

Os exercícios propostos, dois para cada aula, se referem à resolução de equações, cálculo de comprimento de circunferência e definição dos elementos da circunferência. Alguns apresentam situações-problemas sobre turistas em um lago, joias e pistas de atletismos. O primeiro exercício contém erro nas alternativas: o enunciado solicita a escolha da expressão que representa a situação dada, mas são elencados números como opções para a resposta.

Existe um exercício, o de número 4, que exige que o estudante domine o processo de modelagem matemática, já que o enunciado faz sentido à medida que a situação é escrita em forma de equação, pois são elencados passos relacionados aos “membros”. É necessário, assim, que o estudante compreenda que deve escrever uma equação e que os membros se referem a ela.

#### 4.2.19 Trilha de Aprendizagem 17

Os seguintes conteúdos são apresentados nas cinco aulas da TA-17: circunferência – parte 2; ângulos – parte 1; ângulos – parte 2; ângulos – parte 3; ângulos congruentes, ângulos consecutivos e ângulos adjacentes – parte 1. A trilha é

apresentada de forma semelhante às demais: poucos textos, imagens que resumem o conteúdo, exemplos e exercícios propostos.

Inicialmente, são apresentados os elementos da circunferência e uma figura que os contém. Também são indicadas, a partir de figuras, as posições relativas entre ponto e circunferência. São resolvidos dois exemplos na primeira aula. Um deles se refere à classificação de segmentos em uma circunferência e o outro à determinação do raio, de forma bastante semelhante à última aula da TA-15. No último exemplo são indicadas, no enunciado, as medidas dos segmentos PB e PA a serem verificadas em uma figura. Contudo, a figura não indica os pontos A e B, o que compromete a interpretação.

A segunda aula da TA-17 se refere à ângulos. Provavelmente por um erro técnico, a imagem com os elementos de uma circunferência usada em outras aulas consta no início da explicação, que envolve a definição de ângulo e de transferidor.

Na sequência, são resolvidos dois exemplos. O primeiro solicita a medida de diferentes ângulos em um transferidor. O segundo exemplo envolve a observação em uma figura do movimento de um limpador de para-brisa. A figura é a mesma utilizada na aula anterior sobre circunferência, porém adaptada. Ela não condiz com os dados do enunciado, que afirmavam que o movimento completo do limpador correspondia a um ângulo de  $180^\circ$ . A imagem, claramente, não traz um movimento de meia volta equivalente à medida do ângulo informado.

A continuidade do estudo de ângulos ocorre na próxima aula, que apresenta a classificação de ângulos a partir do uso de diferentes imagens. Nessa aula, todos os ângulos apresentados estão ilustrados de forma apropriada. O exemplo apresentado envolve a classificação de ângulos relacionados ao movimento dos braços de um boneco.

A quarta aula apresenta uma frase sobre a continuidade do estudo de ângulos e uma figura com transferidores e algumas informações sobre ângulos de volta inteira e meia volta. O exemplo a seguir se refere à determinação dos ângulos entre ponteiros de um relógio. A resolução transforma a figura do relógio em um polígono de doze lados. A resolução não é concluída.

Na última aula da TA-17 são indicadas as características sobre os ângulos adjacentes, congruentes e consecutivos. O exemplo solicita a análise de pares de ângulos e a resolução indica duas respostas opostas, o que sugere que não está completa.

A falta de resolução dos exemplos nas duas últimas aulas torna ainda mais comprometedor a aprendizagem do estudante que possui apenas as Trilhas de Aprendizagem como material de ensino. Esses lapsos também estão presentes em um dos exercícios propostos pela Trilha, que solicita o estabelecimento do menor ângulo formado pelos ponteiros de um relógio, mas não indica o horário ou uma figura de base.

O décimo exercício proposto exige conhecimentos avançados sobre ângulos, o que nos leva a crer que existe um erro no enunciado que solicita a medida de “FAB”, quando poderia solicitar  $\widehat{FBA}$ . Outros exercícios demandam a compreensão sobre ângulos complementares e suplementares, o que não foi abordado nas aulas da TA-17.

Os demais exercícios são condizentes com os conceitos abordados no material.

#### 4.2.20 Trilha de Aprendizagem 18

Na TA-18, cinco aulas abordam os conteúdos a seguir: ângulos congruentes, ângulos consecutivos e ângulos adjacentes – parte 2; ângulos complementares; ângulos suplementares; ângulos opostos pelo vértice; ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Como a aula trata apenas de ângulos e suas possibilidades, há muitas figuras de forma a complementar as explicações, exemplos e exercícios. Também notamos a presença de notações específicas e apropriadas, como  $\widehat{AOB}$  para indicar o ângulo formado pelos segmentos  $\overline{AO}$  e  $\overline{OB}$ .

O primeiro conteúdo abordado são as definições de ângulos congruentes, bissetrizes, ângulos opostos pelo vértice e ângulos adjacentes. Há um erro na apresentação dos ângulos opostos pelo vértice, que são indicados pelo título “ângulos congruentes”. O exemplo resolvido na primeira aula não contempla esses conteúdos, pois se refere ao estabelecimento de três ângulos suplementares.

A segunda aula traz a definição de ângulos complementares. É utilizado um quadro que indica a definição e a representação gráfica. Um exemplo é apresentado e resolvido e se trata do cálculo da medida de um dos ângulos em uma figura. A resolução é detalhada com elucidação dos passos efetuados.

A próxima aula discute os ângulos suplementares. Há um texto mencionado como “Importante” e uma figura que complementa a explicação dada. São indicados dois exemplos, sendo o primeiro relacionado ao estabelecimento de medidas “x” e “y” relacionadas à figura de uma escada. O segundo exemplo mostra os ângulos formados por ruas a partir de uma figura. Há um questionamento sobre o fato de esses ângulos serem ou não suplementares, o que é explicado em forma de texto. Depois, é pedido que seja calculado o valor do ângulo destacado em vermelho. Como o material é disponibilizado em preto e branco, a compreensão fica comprometida.

A quarta aula aborda os ângulos opostos pelo vértice. Nessa aula, o símbolo “//” é apresentado como representação para retas paralelas, que são conceituadas no texto. Também ocorre a explicação sobre retas concorrentes, com uso de figuras. O exemplo apresenta a figura de uma tesoura e quatro ângulos representados por x, y, z e  $40^\circ$ . Na resolução, retoma-se a ideia de ângulos suplementares para além do conceito de ângulos opostos pelo vértice.

Os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal são apresentados na última aula da TA-18. São retomados os conceitos de retas paralelas e introduzidos os tópicos: reta transversal, retas paralelas cortadas por uma transversal e ângulos correspondentes. Todos os itens contam com figuras para melhor representação. O exemplo também é indicado com uma figura de base e resolvido de forma detalhada.

A lista de exercícios dessa Trilha de Aprendizagem envolve os conteúdos abordados, sendo dois exercícios sobre ângulos congruentes, dois sobre ângulos complementares, dois sobre ângulos suplementares, dois sobre ângulos opostos pelo vértice e dois sobre ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. Cinco dos exercícios deveriam ser resolvidos com base em figuras.

#### 4.2.21 Trilha de Aprendizagem 19

A TA-19 é composta por quatro aulas, que possuem os seguintes títulos: ângulos retomada; retomada ângulos – parte 2; retomada circunferência e número “pi”; retomada linguagem simbólica da matemática.

A primeira aula apresenta o conceito de ângulo e as características sobre ângulos opostos pelo vértice. Há figuras que complementam a explicação escrita. Um exemplo que envolve o cálculo da medida de ângulos em uma figura é apresentado sequencialmente.

Os ângulos formados por retas transversais são apresentados na segunda aula, em forma de texto explicativo, figuras e exemplo. No exemplo, aparece o símbolo “//” para representar o paralelismo entre retas, o que pode dificultar o entendimento do estudante. Vale pontuar que o símbolo foi apresentado na Trilha de Aprendizagem anterior, mas não há garantia de que o estudante tenha em seu poder esse material ou domine a linguagem matemática. A resolução do exemplo, contudo, é bastante detalhada e retoma o conceito de ângulos suplementares, além de evidenciar os ângulos correspondentes.

A terceira aula traz os conceitos de circunferência, raio, corda e diâmetro. Além disso, é apresentada a fórmula para o cálculo do comprimento a partir do raio ou do diâmetro. O exemplo apresentado envolve a distância percorrida por uma roda.

A linguagem simbólica da matemática é o tema da quarta aula, que apresenta seis símbolos como importantes:  $=$ ;  $\neq$ ;  $\leftrightarrow$ ;  $\rightarrow$ ;  $>$ ;  $<$ . Nos dois exemplos apresentados, apenas o símbolo da igualdade é utilizado para modelar em equações duas situações. A primeira referente à metade de um número mais sete e a segunda relacionada ao enchimento de um reservatório diante de sua capacidade em litros. Na resolução do último exemplo, foram utilizadas figuras para representar os procedimentos.

A TA-19 é finalizada com a apresentação de uma lista de exercícios. Os dois iniciais pedem os ângulos suplementares e complementares a um dado ângulo. Destacamos que os ângulos complementares não foram mencionados nessa Trilha de Aprendizagem, mas foi apresentado na TA-18. Nos dois próximos exercícios, os estudantes devem observar as figuras para identificar os ângulos correspondentes formados a partir de retas paralelas cortadas por uma transversal.

Os exercícios que correspondem à aula de circunferência demandam a aplicação imediata da fórmula de comprimento e se referem à roda de uma circunferência e à uma praça circular. Por fim, dois exercícios se referem à aula de linguagem matemática, um deles exigindo a modelagem e a solução de uma equação e o outro solicitando a expressão correspondente à situação-problema dada.

#### 4.2.22 Trilha de Aprendizagem 20

Cinco aulas compõem a TA-20. Elas foram elaboradas a partir dos conteúdos seguintes: soma dos ângulos internos de um triângulo; soma dos ângulos internos de

um quadrilátero – parte 1; soma dos ângulos internos de um quadrilátero – parte 2; soma dos ângulos internos de um polígono regular – parte 1; soma dos ângulos internos de um polígono regular – parte 2. O diálogo com o estudante é semelhante ao que vem se constituindo nas demais Trilhas de Aprendizagem, com termos como “vamos estudar sobre...”.

O título “Importante” aparece no início da primeira aula desse material destacando o valor da soma dos ângulos internos de um triângulo. A seguir, é indicado um exemplo para cálculo da medida dos ângulos internos de um triângulo, tal como representado em uma figura. A resolução ocorre de forma detalhada.

Na segunda aula, o termo “Importante” destaca o valor da soma da medida dos ângulos internos de um quadrilátero. O exemplo apresenta a figura de um quadrilátero com três ângulos internos identificados e solicita que o valor do outro seja calculado. Em seguida é indicada a resolução. A próxima aula dá continuidade no tema com a apresentação e resolução de outro exemplo. Dessa vez, basta que seja indicado o valor da soma dos ângulos internos da figura indicada, que se refere a um quadrilátero.

A quarta aula indica uma definição para polígonos regulares e apresenta três figuras que se referem a um quadrado, um hexágono e um triângulo equilátero. Os valores das somas dos ângulos internos do quadrado e do triângulo equilátero também são mencionados. O exemplo da aula utiliza uma figura que faz parte de um mosaico, composta por um pentágono e dois quadrados. É solicitado que seja calculado um ângulo em específico, o que requer o conhecimento da medida do ângulo interno do pentágono e do quadrado. O valor do ângulo interno do pentágono é utilizado na resolução sem uma menção de como se chegou a ele, o que acaba acontecendo somente na aula seguinte.

Um único exemplo compõe essa aula seguinte, última da TA-21, que não conta com textos prévios. O exemplo apresenta uma figura com o tampo de vidro de uma mesa, no formato de pentágono. É solicitado o cálculo da medida do ângulo interno e para a resolução é aplicada imediatamente a fórmula de soma de ângulos internos de polígonos, porém sem a apresentação dela.

A lista de exercícios presente no final da Trilha de Aprendizagem é composta por dez enunciados, agrupados dois a dois para cada aula. Quatro desses exercícios apresentam figuras que são fundamentais para a resolução, pois indicam polígonos com seus ângulos internos. São apresentados enunciados que se referem ao cálculo da medida de ângulos internos de triângulos, quadrados, pentágonos, hexágonos e

heptágonos. Cabe pontuar que o heptágono não foi apresentado em nenhuma Trilha de Aprendizagem e o estudante pode não lembrar à qual figura se refere o termo. Muitos dos estudantes que estudaram por esses materiais não tinham outras fontes de consulta, pela dificuldade no acesso à internet.

#### 4.2.23 Trilha de Aprendizagem 21

Na TA-21 estão dispostas cinco aulas, que abordam os conteúdos de: soma dos ângulos internos de um polígono regular – parte 3; associação entre gráficos e tabelas – parte 1; associação entre gráficos e tabelas – parte 2; associação entre gráficos e tabelas – parte 3; retomada: soma dos ângulos internos de um polígono – parte 1.

A primeira aula da TA-21 apresenta a fórmula para cálculo da soma dos ângulos internos de um polígono convexo. Também mostra um quadro resumo com o nome de alguns polígonos, sua representação geométrica e o valor da soma da medida de seus ângulos internos. No exemplo da aula, é realizada a soma dos ângulos internos de um icosaígono, representado em uma figura.

A segunda aula menciona que as informações de uma pesquisa podem ser representadas em gráficos e tabelas. Um exemplo é apresentado e ele aborda uma tabela com dados sobre o número de praticantes de alguns esportes. O enunciado solicita que seja escolhido o melhor gráfico de barras para representar os dados da tabela. Na resolução, os dados da tabela são manipulados a partir de razões e porcentagens para indicação do gráfico correspondente.

Na terceira aula, não há textos iniciais e são resolvidos dois exemplos. O primeiro mostra o gráfico do consumo de água de uma família e solicita a tabela que indica os dados. Não há explicações ou reflexões sobre os motivos de se escolher a alternativa correta. Isso também ocorre no segundo exemplo, que apresenta um gráfico sobre a preferência de pessoas por animais em um zoológico. Consideramos que a falta de uma discussão sobre os dados pode dificultar a compreensão do estudante sobre o motivo de se escolher uma determinada tabela para representar os dados.

A quarta aula é bastante similar à anterior. Há apenas um exemplo que apresenta uma tabela com as temperaturas mínimas em dias da semana no Rio Grande do Sul. Solicita-se o gráfico que represente a situação e é indicada apenas a



alternativa correta, sem comentários que possam esclarecer o motivo de ela ter sido selecionada.

Na última aula, que também não contém textos explicativos embora aborde um conteúdo desconectado das últimas aulas que o estudante deve estar estudando, um único exemplo trata da soma de ângulos internos em um triângulo. O triângulo é representado em uma figura que apresenta um prédio.

Os dois primeiros e o nono exercício da lista proposta no final da TA-21 abordam a soma das medidas de ângulos internos em um polígono. O primeiro e o nono requerem a aplicação direta da fórmula de soma de ângulos. O segundo apresenta o valor da soma e solicita o polígono correspondente. Ainda sobre polígonos, o último exercício demanda o conhecimento de diagonais, que não foi abordado ao longo da TA-21.

Os demais exercícios se referem à relação entre gráficos e tabelas. Os dados se referem a diferentes temas, tais como preferência dos espectadores com relação aos tipos de programação de um canal televisivo; número de alunos matriculados em uma faculdade; nível de satisfação de clientes de um supermercado; temperaturas em uma cidade; reações de consumidores no caso de mau atendimento e preferência de funcionários de uma empresa quanto às opções de lanche.

#### 4.2.24 Trilha de Aprendizagem 22

A TA-22 é organizada em cinco aulas que apresentam os conteúdos a seguir: retomada: soma dos ângulos internos de um polígono – parte 2; retomada: propriedades de uma igualdade e princípios de equivalência – parte 1; retomada: propriedades de uma igualdade e princípios de equivalência – parte 2; equações – parte 1; equações – parte 2.

Na primeira aula são indicados os conceitos de polígono regular e de diagonal ilustrados exemplos por meio de figuras. Também é apresentada a fórmula para cálculo da soma das medidas dos ângulos internos de um polígono regular. Essa soma é solicitada em um enunciado que equivale ao exemplo da aula.

A segunda aula apresenta uma breve explicação sobre igualdade e sobre os princípios aditivos e multiplicativos em uma igualdade. Não há exemplos. Na terceira aula, as mesmas explicações são repetidas e um exemplo é apresentado e resolvido. Ele é ilustrado pela figura de um circo e trata sobre a quantidade de pessoas que visitaram um circo, entre adultos e crianças. A resolução é extremamente minuciosa e

retoma conceitos relevantes como o critério de divisibilidade por 3. Percebemos a preocupação do autor em detalhar cada procedimento, circulando algumas ações e criando setas para explicar passos que fazem uso dos princípios aditivos e multiplicativos.

A quarta aula inicia com a explicação sobre o conceito de equação. Há um exemplo sobre o comprimento de uma avenida. Ele é explicado de forma detalhada, com utilização de imagens para representar o que se pontua no texto.

A última aula apresenta uma frase introdutória que convida o estudante a continuar revendo equações. Um exemplo é resolvido e trata de valores aplicados pela prefeitura de uma cidade na construção de uma creche.

No final da Trilha de Aprendizagem é apresentada uma lista de exercícios. Os dois primeiros se referem a ângulos internos de polígonos. Depois, os demais exercícios envolvem equações de 1º grau, por meio de diferentes situações-problemas, como receita de um pão caseiro, dinheiro guardado em casa, idades e massa de um indivíduo. Há figuras para ilustrar e para auxiliar os estudantes nas resoluções, como no caso de exercícios que envolvem equilíbrio em pratos de balanças.

#### 4.2.25 Trilha de Aprendizagem 23

Na TA-23, o conteúdo de equações é abordado em cinco aulas, que possuem como títulos: equações – parte 3; equações – parte 4; equações – parte 5; equações – parte 6; equações – parte 7.

A primeira aula mostra um exemplo para o estabelecimento de um número, conhecendo-se a soma de sua metade com seu dobro. O exemplo é resolvido dando ênfase no procedimento de soma de frações com denominadores diferentes, o que pode auxiliar o estudante que tem dificuldade com esse processo.

A segunda aula menciona o termo “Conjunto Universo da equação”, como um conjunto que possui os valores que a incógnita “x” pode assumir. Nos chama a atenção que esse conjunto é apresentado também como conjunto dos números naturais. Notamos um equívoco do autor, pois equações podem apresentar resultados de outros conjuntos, para além dos naturais. Também consideramos que limitar o uso de incógnitas à letra “x” pode dificultar a compreensão do estudante com outras

terminologias. Nessa aula, há um exemplo resolvido sobre a soma do dobro do antecessor de um número com cinco.

Na aula 3, é apresentada a definição de equações equivalentes. Há dois exemplos na sequência. O primeiro indica a modelagem de uma situação-problema em uma equação de 1º grau e o segundo solicita que sejam identificadas quais são as equações equivalentes à primeira obtida, dentre três opções. Elas são resolvidas para se verificar quais apresentam o mesmo resultado que à equação do primeiro exemplo.

Na quarta aula não há texto explicativo prévio e um exemplo com a figura de uma balança com pesos e bolas de metal é resolvido. É solicitado que seja escrita uma equação para representar a situação e em seguida seja feito o cálculo do valor da massa do peso contido no prato da balança.

A última aula conta com dois exemplos e, tal como na aula anterior do material, não apresenta textos prévios, para além da frase “vamos estudar equações”. O primeiro exemplo indica um conjunto com quatro elementos e questiona qual deles pode ser usado como solução de uma equação. O autor não optou por resolver a equação, mas por substituir cada um dos elementos para verificação se a sentença ficava falsa ou verdadeira. Embora a proposta tenha sido interessante, apenas dois elementos foram testados. A resposta é apresentada sem que o elemento tenha sido utilizado, o que pode trazer dificuldade de compreensão ao estudante. No momento que se apresenta a solução, é mencionado que ela é a raiz da equação.

Um segundo exemplo solicita a escrita da equação que corresponde a duas sentenças que envolvem o quadrado de um número, a quinta parte dele, o quádruplo de um número, entre outras possibilidades. As equações correspondentes são apresentadas.

Dez exercícios são propostos sequencialmente. Os três primeiros solicitam a raiz de equações dadas. O quarto exercício solicita o estabelecimento de dois números ímpares consecutivos. Os exercícios 5 e 6 se referem a equações equivalentes.

No sétimo exercício, o estudante deve observar e verificar a massa dos objetos distribuídos em dois pratos de uma balança indicada em uma figura. Os demais exercícios abordam perímetro de retângulo, quádruplo de um número e medidas de barbantes. Eles podem ser resolvidos com o uso de equações.

Percebemos que a TA-23 não focou em situações-problemas, indicando exemplos e exercícios que já apresentavam equações prontas ou que se limitavam a exemplificações comuns da matemática, como dobro de números e números consecutivos.

#### 4.2.26 Trilha de Aprendizagem 24

Quatro aulas compõem a TA-24, que trata de: equações – parte 8; equações – parte 9; equações – parte 10 e equações na resolução de problemas – parte 1. Essa TA apresenta as quatro aulas predominantemente a partir de exemplos. Apenas na quarta aula existe um trecho textual que indica os passos para transformar uma situação problema em equação e depois resolvê-la.

O material conta com a expressão "modo prático para resolução de equações". O termo não é explicado, mas, quando mencionado, refere-se à resolução de equações a partir do uso dos princípios aditivos e multiplicativos de forma direta. Na primeira aula, por exemplo, um exercício é resolvido por meio desses procedimentos, conforme indicamos na Figura 14.

**Figura 14 - Trecho da resolução de exemplo pelo modo prático**

$$2p + 6 = 20$$

$$2p = 20 - 6 \longrightarrow \text{pelo princípio aditivo}$$

$$2p = 14$$

$$p = \frac{14}{2} \longrightarrow \text{pelo princípio multiplicativo}$$

$$p = 7$$

Fonte: Recorte da TA-24 (PARANÁ, 2020)

Na segunda aula há um exemplo contendo um exercício que solicita a transformação da situação-problema em equação, sem necessidade de resolução. O exemplo conta com alternativas de múltipla escolha. Quando é apresentada a resolução, cada termo da equação é explicado por frases conectadas a eles por setas.

A terceira aula conta com um desafio em forma de figuras. São apresentadas três somas diferentes com uso dessas figuras e é necessário verificar o valor de cada uma. As figuras são diferentes flores. Na resolução indicada, elas são substituídas pelas incógnitas x, y e z. O enunciado solicita uma nova operação entre as figuras,

mas isso não é observado na resolução, que finaliza no estabelecimento dos valores para as incógnitas.

A última aula da TA contempla um texto curto que sugere um roteiro para resolução de problemas que podem ser transformados em equações. Em seguida, o roteiro é utilizado para resolução de um exemplo que trata da quantidade de pessoas atendidas em um hospital. Mencionamos que essa é a única menção a um ambiente hospitalar que observamos nas Trilhas de Aprendizagem, embora o contexto da produção seja de uma grave crise sanitária. O exemplo, contudo, não faz qualquer alusão à pandemia vivenciada à época.

Como temos observado na análise, a lista de exercícios proposta segue um padrão de indicar dois enunciados por aula. Desse modo, a lista da TA é composta por oito exercícios, que se referem a equações e três deles dependem da análise de figuras para a resolução. Um deles apresenta uma balança com pesos para equilíbrio, outro indica um desafio com operações com figuras, e o oitavo exercício da lista aborda o perímetro de um triângulo. Os exercícios também contemplam situações-problemas sobre frutas, idades e potência de um chuveiro.

#### 4.2.27 Trilha de Aprendizagem 25

Nesse material didático, há quatro aulas que abordam os conteúdos de: equações na resolução de problemas – parte 2; equações na resolução de problemas – parte 3; equações na resolução de problemas – parte 4 e retomada: equações – parte 1.

Nessa TA há apenas figuras ilustrativas, que não contém informações ou dados relevantes para o conteúdo. O material compreende quatro aulas relacionadas a equações do 1º grau.

Na primeira aula são indicados os mesmos passos mostrados na última aula da TA anterior. O procedimento precede a resolução de um exemplo que envolve o uso de baldes para retirada de água em um poço.

Na segunda aula, destaca-se a presença de um quadro intitulado "Linguagem Algébrica". Ele é composto por duas colunas, sendo a primeira relativa a algumas descrições como "dobro de um número". A segunda coluna indica a expressão algébrica correspondente. Nessa aula também há menção aos números consecutivos e a respectiva representação algébrica.

A terceira aula mostra a resolução de uma situação-problema relacionada a esportes, que questiona a quantidade de pontos marcados por uma determinada equipe. Os dados são indicados na resolução, transformados em uma equação e esta é resolvida.

A última aula menciona o conceito de equação e informações sobre o princípio aditivo da igualdade. Mesmo que se trate de um texto de retomada, percebemos que a conceituação de equação é mais clara, embora ainda bastante reduzida, do que a presente em demais Trilhas de Aprendizagem que apresentavam o conceito pela primeira vez. A aula envolve um exemplo resolvido de uma equação de primeiro grau. Na lista proposta ao final do material, a maioria dos exercícios se refere à situações-problemas que repercutem na utilização de equações de 1º Grau para resolução.

Há situações sobre figurinhas, candidatos para uma vaga de emprego, idades, aposta e balança. O sétimo exercício apresenta uma equação e solicita a raiz dela. Não foi explicado em algum momento da TA-25 ao que se refere essa convenção.

Percebemos, por outro lado, que a maioria dos exercícios requer transformação de ideias quantitativas em expressões algébricas e elas podem ser verificadas no Quadro apresentado na segunda aula da TA-25, como por exemplo “soma de um número com seu triplo”.

#### 4.2.28 Trilha de Aprendizagem 26

As cinco aulas presentes na TA-26 se referem aos conteúdos seguintes: retomada: equações – parte 2; retomada: equações – parte 3; retomada: razões e proporções – parte 1; retomada: razões e proporções – parte 2; grandezas diretamente proporcionais. São conteúdos que já foram estudados em outras Trilhas de Aprendizagem.

É, como já temos observado em todas as Trilhas, um material bastante sucinto e com pouco conteúdo teórico. As duas primeiras aulas apresentam apenas um exemplo cada, sem texto explicativo. Na primeira aula é resolvido um exercício sobre o dobro de um número mais 24. Na segunda aula, é solicitado o cálculo da área de um terreno, a partir de características quanto aos seus lados e perímetro. Para a resolução, uma figura é utilizada como apoio, o que pode contribuir com a compreensão do estudante. A resolução, porém, apresenta as dimensões para o retângulo, mas não sua área, conforme havia sido enunciado.

A terceira aula apresenta, primeiramente, o conceito de razão, densidade demográfica, escala e velocidade média. Os três últimos termos são conceituados como exemplos de razões. Há dois exemplos relacionados a essa terceira aula, o primeiro abordando densidade demográfica e o segundo escala de um desenho.

Na quarta aula, também há explicações sobre razão, com indicação dos termos “antecedente” e “consequente”. Um primeiro exemplo se refere à razão entre meninos e meninas em uma creche. O segundo trata da venda de lanches e de proporção.

A última aula da TA-26 inicia com uma explanação resumida sobre o que ocorre com uma grandeza quando ela dobra, triplica ou é reduzida pela metade. Não são explicados outros fatores de multiplicação ou outros procedimentos para cálculo de elementos faltantes em uma razão. Na sequência, dois exemplos são resolvidos. O primeiro deles demanda a mudança de “quilômetros” para “metros”. O exemplo é resolvido normalmente com multiplicação por 1000. No segundo exemplo, é preciso identificar a razão entre o número de tijolos e sacos de cimento para responder quantos tijolos podem ser alocados em um caminhão.

Os dois primeiros exercícios da lista proposta ao final da TA-26 apresentam alternativas incorretas, já que solicitam no enunciado uma equação que modele a situação descrita e indicam números como opções de resposta. Isso não ocorre no exercício 3, que apresenta uma estrutura correta. O exercício 4 envolve o cálculo do volume de uma mala, a partir da indicação de suas medidas no enunciado. Há uma figura que indica as medidas com variáveis  $x$ ,  $y$  e  $z$ . O exercício solicita uma expressão que dê o cálculo do volume e o valor dele com base nos dados enunciados.

Os exercícios 5 e 8 envolvem a utilização da fórmula de velocidade média, mencionada no texto, mas não exemplificada ou mesmo detalhada. O sexto exercício contempla grandezas inversamente proporcionais, que também não foram abordadas na TA-26. O exercício 7 envolve o uso de proporções para resolver uma situação sobre quantidade de cloro em uma piscina. Os dois últimos exercícios tratam, respectivamente, da razão entre homens e mulheres em uma festa e do valor a ser pago por uma quantidade de laranjas.

#### 4.2.29 Trilha de Aprendizagem 27

A TA-27 é apresentada de forma peculiar, com relação às demais trilhas. Ela possui como temas “Semana do Conhecimento: A Geometria no cotidiano” e

“Frações”. O texto é apresentado em forma de diálogo com o estudante, a partir de uma linguagem que procura envolvê-lo na leitura do material. Um exemplo dessa possível aproximação é encontrado no trecho “vamos dar uma olhada no que o pessoal da matemática preparou para nossa semana do conhecimento lá no Parque Tanguá!” (PARANÁ, 2020, Semana 30, p. 1).

Esse material apresenta a presença da geometria nas construções presentes no Parque Tanguá, no Parque Barigui e no Bosque do Alemão, pontos turísticos da cidade de Curitiba. Os locais são apresentados aos estudantes, a partir de textos e fotografias. Além disso, a TA-27 trata do Tangram, descrevendo-o e indicando um tutorial para construção do quebra-cabeça. Depois da indicação do procedimento para construção o Tangram, há atividades a serem realizadas com ele, relacionadas a construções geométricas.

Ao invés da apresentação de lista de exercícios, a TA indica a seção “Momento Mão na Massa”. Nela, o estudante é convidado a envolver sua família na montagem de quadrados com o Tangram e na colagem das peças no material impresso.

#### 4.2.30 Trilha de Aprendizagem 28

Cinco aulas sobre grandezas proporcionais são apresentadas na TA-28. Os conteúdos são: grandezas inversamente proporcionais – parte 1; grandezas inversamente proporcionais – parte 2; regra de três simples – parte 1; regra de três simples – parte 2; regra de três simples – parte 3.

O conceito de grandezas inversamente proporcionais consta no início da primeira aula deste material. O texto menciona que grandezas são inversamente proporcionais quando contam com variação na razão inversa. O estudante precisa subentender o que significa essa razão inversa. O exemplo, que trata de baldes para encher um reservatório, acaba apresentando informações que não são utilizadas na resolução. A segunda aula apresenta o mesmo conceito mencionado anteriormente e um exemplo sobre a velocidade de uma bola ao se deslocar em um determinado tempo. Nas duas aulas ocorre o uso de quadros para auxílio no processo resolutivo.

A terceira aula indica o princípio fundamental da proporção como respaldo para a “Regra de três simples”. No exemplo da aula, um enunciado trata da altura de dois indivíduos e das sombras no chão em um determinado horário. A resolução faz uso de um quadro para organização dos dados. Na quarta aula, há um parágrafo que explica do que se trata a “regra de três”. O exemplo se refere à quantidade de tijolos



a ser usado de acordo com o tamanho de um muro. Há uma figura ilustrativa. Novamente, usa-se um quadro para tabulação dos dados do enunciado.

A última aula repete o texto da aula anterior e apresenta um exemplo com grandezas inversamente proporcionais, que trata de velocidade e tempo utilizado em um percurso. A resolução não evidencia a inversão da fração para cálculo da proporção.

A TA-28 é finalizada com a apresentação de uma lista de exercícios que aborda questões com grandezas direta e inversamente proporcionais. Elas abordam temas variados como velocidade e tempo; quantidades de produto e rendimento; quantidades de produtos e preço pago e quantidade de trabalhadores e tempo para a execução de uma obra.

#### 4.2.31 Trilha de Aprendizagem 29

A TA-29 está dividida em cinco aulas, que se referem aos conteúdos seguintes: problemas com porcentagem – parte 1; problemas com porcentagem – parte 2; ideia de desconto e juros – parte 1; ideia de desconto e juros – parte 2; ideia de desconto e juros – parte 3. Esse material não apresenta figuras.

O conteúdo de porcentagem é abordado a partir da resolução de exemplos nas duas primeiras aulas da Trilha. As resoluções são feitas com a distribuição dos dados em uma tabela e o cálculo a partir da multiplicação cruzada de frações. Percebemos uma preocupação em se apresentar todos os passos do processo resolutivo.

Na terceira aula há uma explicação sobre as expressões à vista e a prazo. Em seguida, um exemplo envolvendo um desconto percentual para pagamento à vista é apresentado. A quarta aula apresenta a fórmula de juros simples e um exemplo de aplicação direta da fórmula. A última aula segue a mesma estrutura, mas com a peculiaridade de apresentar a taxa de juros ao mês e o tempo em dias.

Os dez exercícios indicados na última página da TA-29 solicitam a determinação do percentual de meninas em uma turma do 7º ano; a quantidade de usuários do transporte público, considerando uma determinada porcentagem; o valor a ser pago na compra de produtos a partir de um percentual de desconto; o tamanho de uma imagem digital após redução percentual e o cálculo de juros simples de uma aplicação financeira.

#### 4.2.32 Trilha de Aprendizagem 30

Na TA-30 cinco aulas tratam de probabilidade e estatística. Os títulos das aulas são: probabilidade – parte 1; probabilidade – parte 2; probabilidade – parte 3; probabilidade – parte 4; medidas em estatística: Média – parte 1.

O texto da primeira aula é apresentado em tópicos que conceituam a probabilidade e os experimentos aleatórios. Há uma figura ilustrativa contendo cartas de um baralho. O exemplo envolve um quadro com números, no qual os números primos estão destacados. O enunciado questiona a possibilidade de ser selecionado um número primo e um número par diante de todos os números disponíveis.

A segunda aula não conta com texto, apenas com um exemplo sobre o lançamento de um dado, ilustrado com uma figura. Na terceira aula, um parágrafo trata da probabilidade como a razão entre o número de possibilidades favoráveis e o número total de possibilidades. Um exemplo é apresentado sobre o lançamento de duas moedas de forma simultânea. O enunciado solicita a quantidade de resultados possíveis e a probabilidade de se obter apenas uma cara. Na resolução, apenas a quantidade total de resultados é apresentada, a partir do uso de imagens.

A quarta aula menciona que a probabilidade pode ser representada em forma de porcentagem. Um exemplo sobre cartas de baralho é apresentado em forma de texto e imagem e é resolvido. São exploradas diferentes possibilidades de sorteio de cartas envolvendo apenas cartas de cor vermelha, do naipe de espadas e da figura de damas.

Na última aula da TA-30, não há um texto introdutório. É apresentado um exemplo sobre a média aritmética anual de um estudante de 7º ano, a partir de suas três notas trimestrais.

Os exercícios propostos possuem relação com os conteúdos abordados. Oito deles se referem ao cálculo de probabilidade, com alternativas em forma de razão ou porcentagem. Os dois últimos exercícios se referem ao cálculo da média aritmética entre notas em Matemática e áreas de flores em um jardim.

#### 4.2.33 Trilha de Aprendizagem 31

Essa trilha contém cinco aulas, cujos títulos são: medidas em estatística: Média – parte 2; medidas em estatística: Média – parte 3; medidas em estatística: Moda e

Mediana – parte 1; medidas em estatística: Moda e Mediana – parte 2; medidas em estatística: amplitude.

O conceito de média aritmética é apresentado na primeira aula da TA-31. Um exemplo sobre a média dos “pesos” de recém-nascidos complementa a explicação. O termo “peso” aparece dentro de aspas. Na segunda aula, o mesmo conceito de média aritmética é repetido e um exemplo sobre a média entre notas de uma estudante é apresentado.

A terceira aula aborda os conceitos de moda e mediana e um exemplo sobre a quantidade de habitantes em casas de um conteúdo envolve o cálculo da moda. Na quarta aula, há um exemplo para cálculo da mediana da estatura de cinco jogadores de um time de futsal. O exemplo conta com uma figura contendo os jogadores e suas respectivas alturas e a resolução utiliza uma imagem com os jogadores ordenados em ordem crescente de estatura, o que pode facilitar a compreensão do estudante.

A última aula da TA-31 não apresenta a definição de amplitude, mas um exemplo que parte dos dados de um gráfico para analisar a amplitude da produção de calças jeans em uma fábrica.

A lista de exercícios envolve o conteúdo de média aritmética nos quatro primeiros enunciados. Dois deles contemplam interpretação gráfica. Outros quatro exercícios envolvem o cálculo de moda e mediana. Os dois últimos tratam do cálculo de amplitude de temperaturas e tempo. Os exercícios apresentam dados expressos nos enunciados e em tabelas e quadros.

#### 4.2.34 Trilha de Aprendizagem 32

A TA-32 é apresentada em cinco aulas, que se referem aos conteúdos de: população e amostra – parte 1; população e amostra – parte 2; adição e subtração com os números racionais – parte 1; adição e subtração com os números racionais – parte 2; retomada: multiplicação e divisão com os números racionais – parte 1.

O texto presente na primeira aula explica o que é população em uma pesquisa estatística. É apresentado um exemplo sobre uma empresa farmacêutica que objetiva verificar se as cápsulas produzidas diariamente possuem o mesmo tamanho. No exemplo, são descritos alguns itens relacionados: objetivo, característica da pesquisa, população e amostra. Há uma figura ilustrativa com alguns medicamentos. A segunda

aula apresenta o conceito de amostra e um exemplo sobre intenção de votos em uma eleição, com porcentagens de moradores da cidade e do campo.

A terceira aula envolve a adição e subtração de números racionais, conteúdo que também é abordado na quarta aula. O texto inicia apresentando o conjunto dos números racionais e segue pontuando os procedimentos de adição e subtração de frações, com quadros que resumem a técnica a ser utilizada no caso de denominadores iguais ou diferentes.

O exemplo, contudo, não aborda operações com frações, mas uma situação-problema sobre uma instalação elétrica que exige adição e subtração de decimais. Há uma figura de um homem e o símbolo de tensão elétrica. Caso o estudante não conheça o símbolo, pode não compreender do que se trata a figura, que tem caráter meramente ilustrativo. Vale destacar que a utilização de figuras em problemas matemáticos pode ser interessante, quando ela se relaciona com a temática e pode estimular o estudante a desenvolver estratégias para a resolução, o que não se aplicava na ilustração utilizada na TA-32.

Na quarta aula, também é apresentado o conceito de números racionais. Há um exemplo sobre temperatura que solicita a variação entre  $-1,3^{\circ}\text{C}$  e  $-4,1^{\circ}\text{C}$ . A resolução indica a subtração entre a temperatura final e a inicial.

A quinta aula apresenta novamente o conceito de números racionais. Além disso, há um quadro com os sinais para multiplicação e divisão. Esse quadro é composto por três colunas com os símbolos de positivo e negativo. Não fica claro a que correspondem cada coluna. São apresentadas três expressões numéricas sobre multiplicação e divisão de frações.

Os quatro primeiros exercícios propostos se referem à população e à amostra e possuem sintonia com os exemplos apresentados na TA-32. Os demais exercícios envolvem interpretação de situações-problema e transformação delas em operações com números racionais, em forma de fração e números decimais.

#### 4.2.35 Trilha de Aprendizagem 33

A última Trilha analisada conta com cinco aulas de retomada de conteúdos: Retomada: multiplicação e divisão com números racionais – parte 2; Retomada: potenciação e radiciação com números racionais – parte 1; Retomada: potenciação e radiciação com números racionais – parte 2; Retomada: expressões numéricas com

números racionais – parte 1; Retomada: expressões numéricas com números racionais – parte 2.

Logo no início do material, há uma figura com um estudante sentado diante do computador, que apresenta na tela um triângulo. Percebemos que a figura não tem relação com o conteúdo.

O texto da primeira aula apresenta um resumo sobre os algoritmos de multiplicação e divisão de frações e números decimais. Em seguida, há apenas um exemplo sobre divisão de decimais, a partir de uma situação-problema envolvendo uma pesquisa na internet em uma loja que fornece acesso à internet. O exemplo utilizado pode ser condizente com a realidade dos estudantes que estudam a partir dos materiais impressos, já que possivelmente a maioria deles não tem conexão em suas casas.

Na segunda aula, há a definição de potenciação e um exemplo que envolve proliferação de bactérias. Na resolução, é apresentada uma tabela que pode auxiliar o estudante a compreender o conceito de potenciação.

A aula destinada à retomada de radiciação não conta com texto, apenas com um exemplo que não apresenta explicações. São apresentados três quadrados de lado 6; 0,7 e  $\frac{2}{3}$ . Em seguida, é solicitado que sejam descobertos geometricamente o valor das raízes quadradas de 36,  $\frac{4}{9}$  e 0,49. A aula é finalizada com as respostas  $\frac{2}{3}$ , 6 e 0,7. Identificamos que os estudantes não conseguiriam, apenas diante do exemplo dado sem explicações, compreender as relações entre a área de um quadrado e a raiz quadrada.

A penúltima aula apresenta o ordenamento das operações na resolução de uma expressão numérica. Há um exemplo resolvido sem explicações sobre os procedimentos efetuados. O mesmo ocorre na última aula, que apresenta um texto similar e dois exemplos de expressões numéricas, um envolvendo frações e outro números decimais.

Os exercícios propostos envolvem situações-problemas sobre lanches, tecidos, depósitos de livros e canteiros de flores. Eles envolvem os conteúdos abordados nas aulas, embora demandem conhecimentos que não foram exemplificados nas aulas da TA-33, como é o caso de potência com base negativa.

## CAPÍTULO 5 - AS TRILHAS FORAM DE APRENDIZAGEM

“Estou na estrada  
Ou a estrada é que está em mim?  
Tenho pressa  
Será que a estrada é que não tem fim?”

Em cada curva uma vontade  
Em cada reta uma ilusão  
Se eu queria uma resposta  
Só encontro interrogação”  
(Titãs).

### 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa apresentada nesse trabalho nasceu em um triste momento histórico: uma pandemia avassaladora que tirou a vida de milhares de pessoas no mundo. Entre as medidas de enfrentamento à doença, estudantes de diversos países ficaram sem aulas presenciais, o que repercutiu na criação de estratégias para que ocorresse a continuidade da escolarização.

No Paraná, uma das estratégias correspondeu à elaboração e distribuição de materiais impressos chamados de Trilhas de Aprendizagem pela SEED. Nesse contexto, o objetivo geral da pesquisa consistiu em analisar como a Matemática foi mobilizada nas Trilhas de Aprendizagem disponibilizadas pela SEED para turmas de 7º ano do Ensino Fundamental, durante o ano de 2020, no estado do Paraná. Para alcançar nosso objetivo, utilizamos o referencial teórico metodológico da HP, a partir da concepção de Thompson (2011).

É comum que hermeneutas optem por um determinado tipo de análise, entre os sugeridos por Thompson (2011), para a mobilização da HP. Nessa investigação, embora tenhamos predominantemente utilizado uma análise descritiva, não selecionamos um determinado método específico, mas direcionamos o olhar sobre os aspectos intencionais, convencionais, estruturais, referenciais e contextuais presentes nos materiais selecionados (THOMPSON, 2011). Durante a fase de interpretação-reinterpretação, procuramos evidenciar esses aspectos.

Além de verificarmos as alterações nos processos de ensino e aprendizagem diante da produção e distribuição das Trilhas de Aprendizagem, procuramos realizar um exercício contínuo de análise que nos levasse a perceber como a Matemática estava sendo mobilizada nesses materiais.

A tarefa de interpretar e reinterpretar esses aspectos é bastante complexa ao hermeneuta, pois exige dele um olhar aprofundado às formas simbólicas analisadas. Desse modo, mencionamos que o processo de interpretação e reinterpretação pode ser inesgotável e nossas inferências atuais não se referem a verdades absolutas, refletindo a compreensão momentânea atribuída pelo pesquisador. Destarte:

É assim que exames hermenêuticos conduzidos pela HP dispõem possibilidades de análise que nunca se esgotam, assim como nunca se definem as possibilidades de a forma simbólica ser e estar no mundo. O hermeneuta em exercício de análise se modifica, evolui, e nada está ou será igual ao que era antes de um determinado olhar para uma forma simbólica; uma leitura sempre altera a perspectiva do hermeneuta quanto ao texto, quanto ao mundo (ANDRADE; CERQUEIRA NETTO, 2019, p. 11).

No caminho de identificar os aspectos que buscávamos, tivemos algumas dificuldades, principalmente relacionadas aos aspectos referenciais e intencionais, uma vez que nem todas as informações sobre a produção das Trilhas de Aprendizagem foram disponibilizadas publicamente. Não sabíamos, por exemplo, quais foram as recomendações direcionadas aos autores dos materiais, o que exigiu um olhar atento para que se identificasse algumas das intenções na produção e o “algo” a mais contido em cada Trilha de Aprendizagem.

Por outro lado, a familiaridade do pesquisador com os conteúdos de Matemática do 7º ano do Ensino Fundamental e sua própria experiência profissional se tornaram um fator facilitador para a interpretação dos aspectos estruturais e convencionais.

Durante o itinerário de interpretação e reinterpretação, também concluímos o desenvolvimento do nosso produto educacional, o que dialoga com dois de nossos objetivos específicos: estudar as potencialidades do Referencial Metodológico e contribuir para o avanço na discussão de como a HP pode ser mobilizada para analisar materiais didáticos em Educação Matemática.

Cabe destacar que a prática docente envolve diferentes ações, tal como a análise e seleção de materiais didáticos. Nesse sentido, o professor de Matemática

que tem a sua disposição sugestões que possam auxiliá-lo na interpretação de diferentes aspectos pode repensar essa ação e realizá-la de forma diferenciada.

Nessa investigação, por exemplo, o pesquisador, professor de Matemática, precisou desenvolver novos olhares sobre os materiais didáticos analisados, buscando compreender diferentes aspectos, o que possibilitou uma interpretação crítica sobre cada uma das Trilhas de Aprendizagem. A partir disso, em uma possível atuação em sala de aula, existirá mais critério para seleção de materiais aos estudantes, na tentativa de se aliar a intenção docente com a intenção desses materiais.

Consideramos que o estudo da HP ocorreu de forma ininterrupta na condução investigativa. Almejamos que o trabalho desenvolvido possa suscitar o avanço das discussões sobre essa abordagem, não somente pela apreciação desse texto, mas também por intermédio da visitação ao site que elaboramos. Nesse sentido, professores de Matemática poderão conhecer e utilizar a HP para que possam selecionar materiais didáticos para os seus estudantes. Também sugerimos que outras pesquisas que mobilizem a HP na análise de materiais didáticos possam ser desenvolvidas.

Além de estudar as potencialidades do Referencial Metodológico e contribuir para o avanço na discussão da HP na Educação Matemática, tínhamos como objetivo específico verificar, por meio de um exercício hermenêutico, aspectos intencionais, convencionais, estruturais, referenciais e contextuais presentes nos materiais selecionados. As análises realizadas nos possibilitaram verificar esses aspectos, evidenciando que um modelo de ensino extremamente padronizado em larga escala pode limitar a autonomia intelectual docente, mesmo que tenha minimizado problemas de acesso à escolarização em um período pandêmico. Cada um dos aspectos foi interpretado e reinterpretado de forma contínua e verificamos algumas características principais, a saber:

Sobre o aspecto contextual, percebe-se que a urgência na elaboração do material pode ter repercutido na forma pela qual foram apresentadas as Trilhas de Aprendizagem, com poucas páginas e com conteúdo abordado de forma resumida. O contexto contemporâneo foi evidenciado nos exemplos utilizados nos materiais, embora não tenham mencionado a pandemia da COVID-19.

Com relação aos aspectos estruturais, as Trilhas de Aprendizagem apresentavam o padrão de pouco conteúdo, exemplos e exercícios na parte final. Os



conteúdos foram apresentados de forma segmentada. Os termos “revisão” e “retomada” foram comuns a todos os materiais. Foram usados ilustrações, gráficos, quadros e tabelas para complementar a compreensão das explicações e exemplos. Algumas Trilhas de Aprendizagem apresentaram erros conceituais ou de formatação.

Acerca do aspecto convencional, a maioria dos materiais procuravam garantir que o estudante compreendesse do que se tratava os símbolos e demais aspectos da linguagem matemática. Quanto ao aspecto intencional, destaca-se o caráter de revisão que é dado ao material didático, o que sugere uma intenção de não demonstrar ao estudante de que os textos tratavam de novos conhecimentos. Identificamos que o intuito principal da elaboração e distribuição das Trilhas de Aprendizagem foi o de resolver a situação atípica vivenciada por parte da população, que não tinha acesso aos materiais digitais, sem que necessariamente houvesse um grande avanço teórico quanto aos conteúdos.

Com relação ao aspecto referencial, mesmo em face a um material resumido, com limitações referente ao tempo de produção e revisão, quantidade limitada de páginas e estrutura fixa, existe uma tentativa de se mostrar algumas aplicações da Matemática no cotidiano do estudante. Os exemplos utilizados em muitos materiais se referem à situações-problemas comuns à vivência de um adolescente ou de seus familiares, a partir de uma conexão entre a Matemática e a sociedade. Contudo, a partir de um olhar crítico, também percebemos algumas ausências nas Trilhas de Aprendizagem. Não conseguimos identificar que as situações-problemas selecionadas pudessem levar o estudante à reflexão e análise de problemas sociais, ao estabelecimento de relações entre a Matemática e outras ciências ou ao resgate da construção histórica dos conceitos.

Ao considerar o aspecto referencial, também refletimos sobre a disparidade entre os estudantes que tinham nas Trilhas de Aprendizagem a única forma de acesso aos conteúdos e aqueles com acesso à internet. Os estudantes com acesso às tecnologias digitais poderiam revisitar as aulas gravadas sempre que desejassem, além de terem possibilidade de acesso a diferentes atividades, exemplos e conteúdos.

Com relação ao nosso objetivo geral, consideramos que ele foi atingido pois conseguimos proceder com todas as fases de análise das Trilhas de Aprendizagem e pudemos verificar como a Matemática foi mobilizada nelas.

No caminho percorrido, as trilhas nos trouxeram angústias, pois sabíamos da situação sanitária que havia repercutido na necessidade de elaboração desses

materiais. Nos trouxeram dúvidas, pois tínhamos algumas limitações de informações relacionadas ao processo de produção. Nos trouxeram reflexões, para que pudéssemos compreender os aspectos relacionados à abordagem metodológica selecionada. Mas, acima de tudo, nos trouxeram aprendizados.

Aprendemos sobre a HP, sobre os materiais didáticos, os produtos educacionais, a produção de sites, sobre a Educação Matemática e sobre as condições econômicas e sociais do estado. E aprendemos, ou relembramos, que “onde quer que haja mulheres e homens, há sempre o que fazer, há sempre o que ensinar, há sempre o que aprender” (FREIRE, 2000, p. 85). Mesmo diante de uma situação tão crítica, as escolas conseguiram se organizar, divulgar e distribuir esses materiais. Mesmo com tantas dificuldades, muitas famílias foram até a escola retirar as Trilhas de Aprendizagem. Mesmo com limitações, os professores faziam as correções. A Educação, nesse sentido, acaba sempre encontrando um modo de, em qualquer caminho, apontar a direção.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, M. M.; CERQUEIRA NETTO, F. P. Hermenêutica de Profundidade: um referencial, dois ensaios e alguns apontamentos. **Zetetiké**, Campinas, SP, v.27, 2019, p.1-15.

ANDRADE, M. M. **Ensaio sobre o Ensino em geral e o de Matemática em particular, de Lacroix**: Análise de uma forma simbólica à luz do Referencial Metodológico da Hermenêutica de Profundidade. 2012. 281 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2012.

ANDRADE, M. M. Hermenêutica de Profundidade dos Ensaio sobre o ensino em geral, e sobre o de matemática em particular, de Lacroix. In: Encontro Nacional de Pesquisa em História da Educação Matemática, 2. 2014. **Anais...** Universidade Estadual Paulista

Júlio De Mesquita Filho, Bauru, 2014. Disponível em:

<https://docplayer.com.br/201255196-Indice-das-mesas-redondas-submetidas.html>.

Acesso em: 06 mar. 2021.

AULETE, C. **Novíssimo Aulete dicionário contemporâneo da língua portuguesa** [org. Paulo Geiger], Rio de Janeiro. Lexicon, 2011.

AZEVEDO, D. P. **Uma análise de livros didáticos de Matemática da coleção “EJA – Mundo do Trabalho”**. 2017. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Bauru – UNESP, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. **Documento da Área de Ensino**. Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-CAPE, 2013.

BRITO, G.; GARCIA, M.; MORAIS, F. A. F.; MATEUS, M. C. A Reconfiguração de Aulas no Período Pandêmico: Percepções de Professores das Escolas Públicas de Ensino do Estado do Paraná – Brasil. **Revista Interações**. vol 16. n. 55. 2020. P. 186-206.

CERQUEIRA NETTO, F. P.; PULCINELLI, M. C. G.; GONÇALEZ, M. M. A. A hermenêutica de profundidade em alguns trabalhos de pesquisa em educação matemática. In: Encontro Paranaense de Educação Matemática, 14. 2017. **Anais...** Unioeste, Cascavel, 2017. Disponível em:

[http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV\\_EPREM/paper/viewFile/254/215](http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/254/215). Acesso em: 06 mar. 2021.

D'AMBRÓSIO, U. Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 13-31.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 1998.

FREIRE, P. **Pedagogia da indignação**: cartas pedagógicas a outros escritos. São Paulo: UNESP, 2000.

FRIGÉRIO, R. C.; LUIGI, R. DIÁLOGOS DOCENTES: sobre ser professor e aluno em tempos de pandemia. **Giramundo**, Rio de Janeiro, v. 7, n. 13, p. 133 - 141, jan. / jun. 2020. Disponível em: <https://www.cp2.g12.br/ojs/index.php/GIRAMUNDO/article/view/3166/1956>. Acesso em: 10 abr. 2021.

GOMES, M. F. V. B. *et al.* Ensino remoto emergencial no contexto da pandemia da COVID - 19: trabalho e formação do professor de geografia no Paraná. **Revista Pegada**. v. 21, n. 3, p. 307-331. 2020. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/pegada/article/view/7817/pdf>. Acesso em: 10 abr. 2021.

LINS, R. C. Matemática, monstros, significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 101-131.

MARQUES, R.; FRAGUAS, T. A resignificação da educação: virtualização de emergência no contexto de pandemia da COVID-19. **Braz. J. of Develop.**, Curitiba, v. 6, n. 11, p.86159-86174, nov. 2020. Disponível em: <https://www.brazilianjournals.com/index.php/BRJD/article/view/19557/15671>. Acesso em: 10 abr. 2021.

MILANEZ, N. C. **A coleção matemática, metodologia e complementos para professores primários, de Ruy Madsen Barbosa**: um estudo. 2020. 218 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2020.

MORAIS, F. A. F.; BRITO, C. S. Alunos e a reconfiguração da presencialidade em tempos de cibercultura: análise de relatos em redes sociais sobre as dificuldades no ensino remoto em tempos de pandemia. **Revista Interinstitucional Artes de Educar**. Rio de Janeiro, V. 6 - N. Especial II – p. 392-415 (jun - out 2020): “Educação e Democracia em Tempos de Pandemia”. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/riae/article/view/52233/35781>. Acesso em: 10 abr. 2021.

MOREIRA, J. A.; SCHELEMMER, E. Por um novo conceito e paradigma de educação digital onlife. **Revista UFG**, v.20, p. 2020. Disponível em: <https://www.revistas.ufg.br/revistaufg/article/view/63438/36079>. Acesso em: 10 abr. 2021.

NAZARIO, H. R.; REINO, L. S. S.; MANFREDINI, R. A hermenêutica de profundidade e suas aplicações. **Linguagens - Revista de Letras, Artes e Comunicação**. Blumenau, v. 10, n. 2, p. 288-305, mai./ago. 2016. Disponível em: <https://proxy.furb.br/ojs/index.php/linguagens/article/view/5164>. Acesso em: 06 mar. 2021.

NUÑEZ, I. B. et al. O livro didático para o ensino de Ciências. Seleccioná-los: um desafio para os professores do ensino fundamental. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 3., 2001, Atibaia. **Anais...** Atibaia, 2001.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Aula Paraná**. Curitiba: SEED, 2020c. Disponível em: [http://www.aulaparana.pr.gov.br/matematica\\_7ano2020](http://www.aulaparana.pr.gov.br/matematica_7ano2020). Acesso em: 31 maio 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Referencial curricular do Paraná: princípios, direitos e orientações**. Curitiba: SEED, 2018. Disponível em: [http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/bncc/2018/referencial\\_curricular\\_parana\\_cee.pdf](http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/bncc/2018/referencial_curricular_parana_cee.pdf). Acesso em 29: maio 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Resolução SEED n.º 1.016, de 3 de abril de 2020**. Estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais, em decorrência da pandemia causada pelo COVID-19. Curitiba: SEED, 2020a. Disponível em: [http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos\\_restritos/file/documento/2020-05/resolucao\\_1016\\_060420.pdf](http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/file/documento/2020-05/resolucao_1016_060420.pdf). Acesso em: 12 abr. 2021.

PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. **Resolução nº 1.522, de 7 de maio de 2020**. Estabelece em regime especial as atividades escolares na forma de aulas não presenciais em decorrência da pandemia causada pela COVID-19. Curitiba: SEED, 2020 b. Disponível em: [http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos\\_restritos/files/documento/2020-05/resolucao\\_gsseed\\_1522\\_2020.pdf](http://www.educacao.pr.gov.br/sites/default/arquivos_restritos/files/documento/2020-05/resolucao_gsseed_1522_2020.pdf). Acesso em: 12 abr. 2021.

OLIVEIRA, F. D. **Análise de textos didáticos**: três estudos. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). 2008. 224 f. Universidade Estadual Paulista – UNESP, Rio Claro, 2008.

OLIVEIRA, F. D.; ANDRADE, M. M.; SILVA, T. T. S. A Hermenêutica de Profundidade: possibilidades em Educação Matemática. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v.6, n.1, p. 119-142, abril 2013.

OLIVEIRA, W. K. et al. Como o Brasil pode deter a COVID-19. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**. vol 29. n. 2, p. 1 – 8, 2020. Disponível em: <https://www.scielo.org/pdf/ress/2020.v29n2/e2020044/pt>. Acesso em: 10 abr. 2021.

SOUZA, L. A.; CURY, F. G. A Hermenêutica de Profundidade como recurso metodológico para as pesquisas em História da Educação Matemática. **Perspectivas da Educação Matemática**. v.8, n.18, p. 822-838, 2015.

SOUZA, L. J.; DASSIE, B. A.; ANDRADE, M. M. Alguns apontamentos acerca da mobilização da Hermenêutica de Profundidade como referencial teórico-metodológico em pesquisas em Educação Matemática. In: Encontro Nacional De Pesquisa em História da Educação Matemática, 2018. **Anais...** Campo Grande, 2019.

THOMPSON, J. B. **Ideologia e Cultura Moderna**: Teoria social crítica na era dos meios de comunicação de massa. Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

VERONESE, M. V.; GUARESCHI, P. A. Hermenêutica de Profundidade na pesquisa social. **Revista Ciências Sociais Unisinos**, v. 42, n. 2, p. 85 – 93, maio/agosto 2006.

**ANEXO A - TA - 1**



## MATEMÁTICA Semana 3

7º  
ano

**Prezados Estudantes,**

Esta semana tivemos a oportunidade de estudarmos na Aula Paraná os seguintes assuntos:

<b>AULA: 11</b>	Tratamento da Informação: Análise de gráficos com números negativos - Reta numérica com números racionais
<b>AULA: 12</b>	Adição algébrica de números racionais, decomposição em fatores primos, Mínimo Múltiplo Comum (MMC)
<b>AULA: 13</b>	Adição algébrica de Números Racionais
<b>AULA: 14</b>	Situações problemas envolvendo adição algébrica de Números Racionais
<b>AULA: 15</b>	Multiplicação de Números Racionais

Para ajudá-los em seus estudos, você está recebendo o resumo dos conteúdos trabalhados durante essas aulas.

### RESUMO DA SEMANA

- Aula 11 – TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: ANÁLISE DE GRÁFICOS COM NÚMEROS NEGATIVOS e RETA NUMÉRICA COM NÚMEROS RACIONAIS

Nesta aula vamos relembrar juntos:

- conjunto dos números inteiros (Z): formado pelos números positivos e negativos, incluindo o zero.

$$Z = \{ \dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

- operações básicas com números inteiros

#### Regra de sinais

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Soma e subtração</li> <li><math>+ 5 + 8 = +13</math></li> <li><math>- 5 - 13 = -13</math></li> <li><b>Sinais iguais:</b> soma e repete o sinal</li> <li><math>+5 - 8 = - 3</math></li> <li><math>- 5 + 8 = + 3</math></li> <li><b>Sinais diferentes:</b> subtrai e põe o sinal do maior</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Multiplicação e divisão</li> <li><math>(+4).(+5) = +20</math></li> <li><math>(-4). (-3) = + 12</math></li> <li><b>Sinais iguais:</b> o resultado é positivo</li> <li><math>(-5).(+8) = - 40</math></li> <li><math>(+6).(-7) = - 42</math></li> <li><b>Sinais diferentes:</b> o resultado é negativo</li> </ul>
---	---

Agora que você já entrou no mundo dos números inteiros(Z), veja uma de suas aplicações!





Nessa aula estaremos trabalhando dois assuntos. Vamos ao 1º deles.

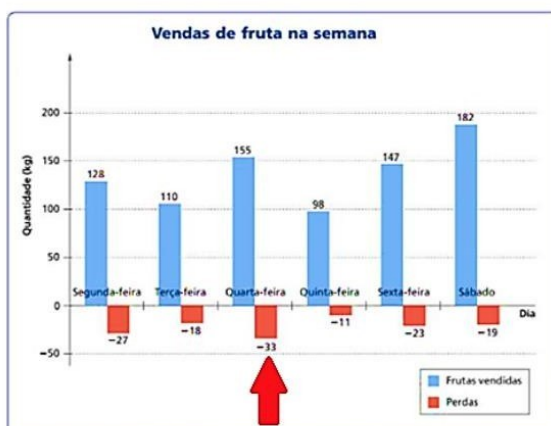
### TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO: ANÁLISE DE GRÁFICOS COM NÚMEROS NEGATIVOS

Gustavo é comerciante e proprietário de um sacolão, para minimizar as perdas, semanalmente ele faz um levantamento da quantidade de frutas vendida e de frutas que perecem na loja.

Observe no gráfico a seguir esse levantamento feito por Gustavo em certa semana.



a) Em qual dia dessa semana foi desperdiçada a maior quantidade de frutas? Quantos quilogramas de frutas foram desperdiçados nesse dia?



Analisando o gráfico, percebe-se que **- 33 (quantidade em Kg)** está localizado no eixo da horizontal e corresponde ao dia da semana (**quarta-feira**).

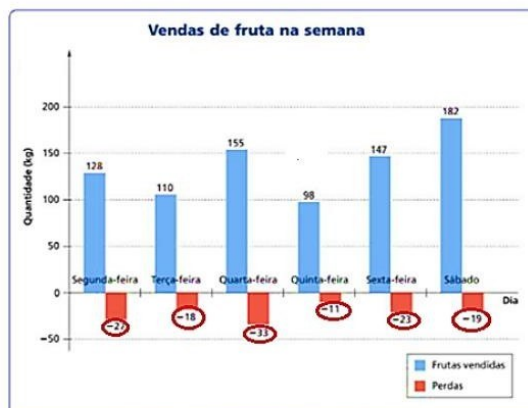


b) Em qual dia da semana foi vendida a menor quantidade de frutas? Quantos quilogramas de frutas foram vendidos nesse dia?



Analisando o gráfico, percebe-se que na quinta-feira a **quantidade 98 Kg** que pode ser vista na coluna relacionada com o eixo na vertical (quantidade em Kg) com o valor de 98 kg no dia da semana referente a **quinta-feira**.

c) Quantos quilogramas de frutas pereceram na loja de Gustavo nessa semana?



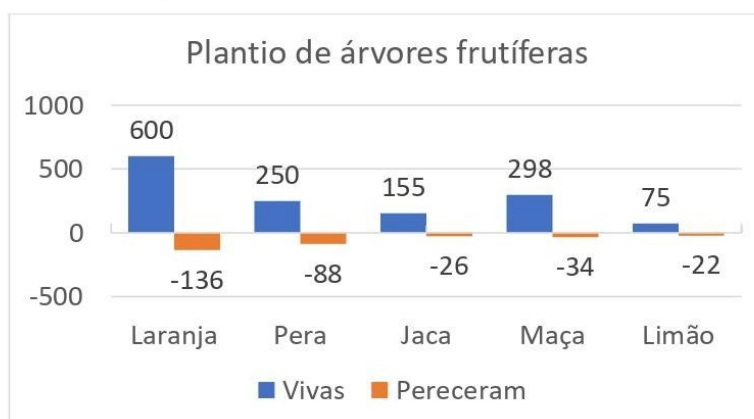
Percebam que para resolver este item vocês precisaram lembrar como fazer a adição dos valores negativos (por isso aquele quadro da regra de sinais), ou seja,

$$- 27 + (- 18) + (- 33) + (- 11) + (- 23) + (- 19) = - 131 \text{ kg}$$

**Agora é com você!!!!**



1. Em uma fazenda o proprietário realizou o plantio de algumas árvores frutíferas, porém algumas mudas acabaram perecendo, conforme o gráfico abaixo:



- Qual o total de árvores que estão vivas após o plantio?
- Qual foi a árvore frutífera que menos pereceu? E quantas?
- Qual foi o total de árvores frutíferas que acabaram perecendo?
- Quais foram as árvores plantadas acima de 200 mudas?
- Qual a soma das mudas de árvores frutíferas que pereceram mais de -50

Lembra que falei que seriam dois assuntos nessa aula? Então, vamos ao 2º.

### RETA NUMÉRICA COM NÚMEROS RACIONAIS

São Números Racionais:

- as frações:  $\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{5}$  (positivas e negativas)
- os decimais: 2,5, -0,9 (positivos e negativos)

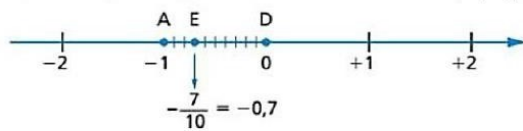


- As dízimas periódicas: 3,3333...

Na reta numérica os números racionais também serão representados: os negativos para o lado esquerdo do zero (centro) e os positivos para o lado direito.

Representar na reta numérica o número racional  $-0,7$ .  $\Rightarrow -0,7 = -\frac{7}{10}$

$-0,7$  está localizado entre os números inteiros  $-1$  e  $0$ . Dividindo o espaço entre o  $0$  e o  $-1$  em 10 partes iguais e considerar ponto D, para a representação de  $-0,7$ . 7 dessas partes, a partir do esquerda. O ponto E é a  $0,7$ .



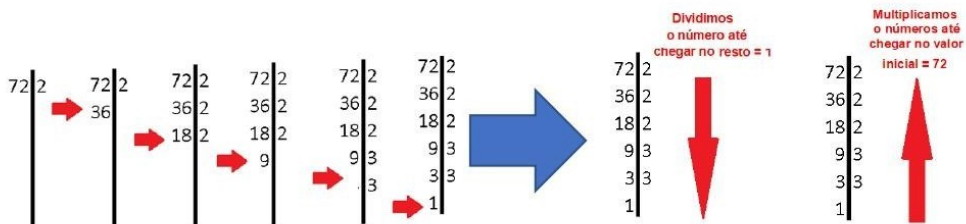
• **Aula 12 – NÚMEROS PRIMOS E MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (MMC):**

Vamos continuar nosso estudo e precisamos lembrar o que é um número primo, a decomposição em fatores primos e mínimo múltiplo comum (MMC).

**NÚMEROS PRIMOS** são números naturais que têm apenas dois divisores diferentes o número 1 e ele mesmo. {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 ...}

**DECOMPOR UM NÚMERO EM FATORES PRIMOS:**

- ✓ Tomar o número composto que se quer decompor
- ✓ Dividir este número por um número primo que seja seu divisor
- ✓ Dividir o quociente obtido por um número primo que seja seu divisor
- ✓ O quociente obtido sempre é igual a 1



$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

**MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM (M.M.C.)** Veja alguns múltiplos do 12, 15 e do 20. Circulados você vê o 60, que é o primeiro número que repete ao mesmo tempo nos três conjuntos.

- M(12)  $\rightarrow$  0, 12, 24, 36, 48, **60**, 72, 84, 96, ...
- M(15)  $\rightarrow$  0, 15, 30, 45, **60**, 75, 90, 105, ...
- M(20)  $\rightarrow$  0, 20, 40, **60**, 80, 100, 120, ...

O número **60** é chamado de **mínimo múltiplo comum (m.m.c.)** de **12, 15 e 20**.



Indicamos: m.m.c. (12, 15, 20) = 60.

Agora usando a decomposição em fatores primos:

$$\begin{array}{r|l}
 12, 15, 20 & 2 \\
 6, 15, 10 & 2 \\
 3, 15, 5 & 3 \\
 1, 5, 5 & 5 \\
 1, 1, 1 & 
 \end{array}
 \quad \text{m.m.c. (12, 15 e 20) = } 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Tente você.

1 Quais são os primeiros 15 números naturais primos?

2. Calcule o m.m.c. dos números:

a) 180 e 84

b) 375 e 225

### • Aula 13 – ADIÇÃO ALGÉBRICA DE NÚMEROS RACIONAIS

Para trabalhar o conteúdo dessa aula, você vai precisar a regra de sinais lembrada na aula 11 e da revisão de MMC, feita na aula 14. Acompanhe o exemplo.

Exemplo: Calcular o valor da adição  $\frac{1}{6} + \frac{3}{4} + \frac{5}{2}$

1º mmc entre 6, 4 e 2 = 12 (faça pela decomposição em fatores primos)

2º Refazer as frações equivalentes:

$$\begin{array}{c}
 \times \left( \frac{1}{6} \right) \\
 \div \left( \frac{2}{12} \right)
 \end{array}
 + 
 \begin{array}{c}
 \times \left( \frac{3}{4} \right) \\
 \div \left( \frac{9}{12} \right)
 \end{array}
 + 
 \begin{array}{c}
 \times \left( \frac{5}{2} \right) \\
 \div \left( \frac{30}{12} \right)
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \frac{2}{12} + \frac{9}{12} + \frac{30}{12} = \frac{41}{12}$$

Sua vez!



1. Efetue os cálculos algébricos:

$$a) -\frac{5}{8} + \frac{5}{6} =$$

$$b) -\frac{5}{6} + \frac{3}{4} =$$

2. Qual é o maior número inteiro que é maior que o número racional expresso por  $2,5 - [0,2 + (-3,7 + 5) - 1,4]$ ?

#### • Aula 14 – ADIÇÃO ALGÉBRICA DE NÚMEROS RACIONAIS

Continuando o que aprendemos nas aulas anteriores, agora nessa aula o objetivo é resolver situações problemas envolvendo adição algébrica de Números Racionais.

Vamos ver os exemplos:

1. Qual é a distância, em metros, de um ponto situado a  $-6,35$  m do nível do mar até um ponto situado a  $-1,5$  m do nível do mar? Suponha que os dois pontos considerados estejam alinhados verticalmente.

Vamos lembrar do conceito de variação  
 $(-6,35) - (-1,5) = -6,35 + 1,5 = -4,85$

Como é **distância**, devemos pensar no **módulo**.  
 $|-4,85| = 4,85$

**Resposta correta**

2. Em uma jarra foi colocado 1 litro de água e ainda sobraram  $\frac{1}{3}$  da jarra para completar. Quantos litros de água cabem nessa jarra?

Observe a situação



Então cada  $\frac{1}{3}$  corresponde a 0,5 litro

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} \text{ jarra inteira}$$

$$1 \text{ LITRO} = \frac{2}{3}$$

$$0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5 = 1 \frac{1}{2}$$

Resposta: Cabem na jarra  $1 \frac{1}{2}$  litros de água.

Um probleminha para você resolver.



3. Um caminhão pode transportar, no máximo, 3000 quilogramas de carga. Se ele deve levar 683,5 quilogramas de batata, 1562,25 quilogramas de cebola, 428,75 quilogramas de alho e 1050 quilogramas de tomate, vai ser possível transportar toda essa carga de uma única vez? Se houver excesso de carga, de quantos quilos será esse excesso?

- a) 724,5 quilogramas de excesso
- b) 724 quilogramas de excesso
- c) não haverá excesso de carga
- d) 100 quilogramas de excesso

• **Aula 15 – MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS REAIS**

E para encerrar a semana, não poderia faltar a multiplicação, vamos relembrar a multiplicação de números reais.

• Escritos na forma de decimal

- 1º Multiplica sem considerar as casas decimais;
- 2º “conta-se” as casas decimais dos fatores, que será a quantidade de casas decimais equivalente no produto.

• Escritos na forma de fração

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

		1,	5	3	→ 2 casas decimais
×			1,	2	→ 1 casa decimal
<hr/>					
		3	0	6	
+	1	5	3		
<hr/>					
	1,	8	3	6	→ 3 casas decimais

$$\frac{153}{100} \cdot \frac{12}{10} = \frac{1836}{1000} = 1,836$$

1. Gabriela tem uma fita com dois quintos de metro de comprimento. Para um trabalho escolar, ela precisará de 3 fitas iguais a essa. Quantos metros de fita ela vai usar nesse trabalho?

- a) 1,20 m
- b) 40 m
- c) 4,00m
- d) 1,00 m

M	DM	CM	MM
1	0	0	

$\frac{2}{5}$  de 1 m =  $\frac{2}{5}$  de 100 cm

1 m = 100 cm

$\frac{2}{5}$  de 1 m = ?

→

100 : 5 = 20 cm  
 20 x 2 = 40 cm  
 40 x 3 = 120 cm = 1,2 m



2. Resolver a expressão:

$$\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot (+2,1) - \left(+\frac{5}{9}\right) \cdot (-1,5)$$

Transformando a escrita decimal em fracionária

$$\rightarrow 2,1 = \frac{21}{10} \quad \rightarrow 1,5 = \frac{15}{10}$$

$$\left(-\frac{3}{7}\right) \cdot \left(\frac{21}{10}\right) - \left(+\frac{5}{9}\right) \cdot \left(-\frac{15}{10}\right)$$

$$\left(-\frac{63}{70}\right) - \left(-\frac{75}{90}\right)$$

$$\left(-\frac{9}{10}\right) - \left(-\frac{15}{18}\right)$$

$$\left(-\frac{162}{180}\right) - \left(-\frac{150}{180}\right)$$

$$\left(-\frac{162}{180}\right) + \frac{150}{180} = \frac{12}{180} = -\frac{1}{15}$$

$$\begin{array}{r} :7 \\ :7 \end{array} -\frac{63}{70} + \frac{75}{90} = -\frac{9}{10} + \frac{15}{18} =$$

$$\text{m.m.c. (10, 18) = 180}$$

Para você:

3. Entre quais números inteiros se situa o resultado da expressão  $\left(-\frac{3}{4} - 1\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right)$ ?

- a) -3 e -2
- b) -2 e -1
- c) -1 e 0
- d) 0 e -1

Isso foi o que aprendemos nesta semana. Até a próxima! 😊



#### Sugestões

1. Escolha na sua casa um ambiente confortável e tranquilo para estudar.
2. Faça uma rotina de estudos, separando um momento do dia só para estudar.
3. Evite distrações, concentre-se.
4. Tenha tudo que precisa sempre à mão – lápis, caneta, caderno e seus livros.
5. Anote tudo, principalmente as dúvidas. Quando voltar às aulas, você poderá tirá-las com seu professor.
6. Bom estudo e Sucesso!