

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ELETROTÉCNICA**

**CÉSAR AUGUSTO MANDZIEROCHA RAMIRO DE ASSIS  
LEONARDO CAMELO CASAGRANDE**

**ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS DE BUSCA DE  
MÁXIMA POTÊNCIA EM SISTEMAS DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**CURITIBA**

**2021**

**CÉSAR AUGUSTO MANDZIEROCHA RAMIRO DE ASSIS  
LEONARDO CAMELO CASAGRANDE**

**ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS DE BUSCA DE MÁXIMA POTÊNCIA  
EM SISTEMAS DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA**

**COMPARATIVE ANALYSIS OF MAXIMUM POWER POINT TRACKING  
ALGORITHMS IN DISTRIBUTED GENERATION SYSTEMS**

Trabalho de conclusão do curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação apresentado à disciplina de Trabalho de conclusão de curso 2, do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) como requisito para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Orientador: Prof. Dr. Elder Oroski.

**CURITIBA  
2021**



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**CÉSAR AUGUSTO MANDZIEROCHA RAMIRO DE ASSIS  
LEONARDO CAMELO CASAGRANDE**

**ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS DE BUSCA DE MÁXIMA POTÊNCIA  
EM SISTEMAS DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA**

Trabalho de conclusão do curso de Graduação em Engenharia de Controle e Automação apresentado à disciplina de Trabalho de conclusão de curso 2, do Departamento Acadêmico de Eletrotécnica (DAELT) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR) como requisito para obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação.

Data de aprovação: 10/agosto/2021

---

Elder Oroski  
Professor Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Ohara Keraususkas Rayel  
Professor Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Victor Baptista Frencl  
Professor Doutor  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**CURITIBA  
2021**

## RESUMO

ASSIS, C. A. M. R. D. e CASAGRANDE, L. C.. ANÁLISE COMPARATIVA DE ALGORITMOS DE BUSCA DE MÁXIMA POTÊNCIA EM SISTEMAS DE GERAÇÃO DISTRIBUÍDA. 123 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2021.

A energia solar fotovoltaica é uma das fontes de energias renováveis mais utilizadas no mundo e uma das que mais crescem em quantidade de geração a cada ano. Portanto é fundamental que módulos fotovoltaicos consigam gerar a máxima potência possível, dadas as características construtivas de cada módulo. O objetivo central deste trabalho é mostrar, por meio de simulações, a limitação de técnicas simples de rastreamento de pontos de máxima potência em um módulo fotovoltaico operando sob condições de sombreamento. Neste contexto, são abordados conceitos de pontos de máximo local e máximo global em funções, visando facilitar o entendimento dos motivos que levam algoritmos simples a divergirem na busca de geração de máxima potência em um módulo fotovoltaico. Como alternativas aos métodos clássicos de rastreamento são apresentados resultados de simulações com métodos determinísticos e heurísticos de busca de máxima potência. A comparação entre os métodos é realizada por cálculo de erro quadrático médio e do erro em regime permanente. Com os resultados das simulações, chegou-se a conclusão que os algoritmos determinísticos, com exceção do método de Levenberg-Mardquardt, apresentam as mesmas limitações que os métodos clássicos. Os métodos heurísticos de busca de máxima potência foram capazes de alcançar resultados satisfatórios, melhores que os demais métodos, portanto podem ser utilizados como alternativa aos métodos clássicos de rastreamento de máxima potência.

**Palavras-chave:** Algoritmos de Busca de Máxima Potência. Maximização. Energia Fotovoltaica. Algoritmos Determinísticos. Algoritmos Heurísticos.

## ABSTRACT

ASSIS, C. A. M. R. D. e CASAGRANDE, L. C.. COMPARATIVE ANALYSIS OF MAXIMUM POWER POINT TRACKING ALGORITHMS IN DISTRIBUTED GENERATION SYSTEMS. 123 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Eletrotécnica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2021.

Photovoltaic solar energy is one of the most used sources of renewable energy in the world and one of the fastest growing in terms of generation each year, so it is essential that photovoltaic modules generate the maximum power possible, given the constructive characteristics of each module. The main objective of this work is to show, through simulations, the limitation of simple techniques of maximum power point tracking in a photovoltaic module operating under shading conditions. In this context, concepts of local maximum and global maximum in functions are approached, aiming to facilitate the understanding of the reasons that lead simple algorithms to diverge in the search for maximum power generation in a photovoltaic module. As alternatives to the classic tracking methods, results of simulations with deterministic and heuristic methods of maximum power search are presented. The methods are compared by calculating the mean square error and the steady state error. With the results of the simulations, it was concluded that deterministic algorithms, excepting the Levenberg-Marquardt method, have the same limitations as the classical methods. The heuristic maximum power point tracking methods were able to achieve satisfactory results, better than the other methods, therefore they can be used as an alternative to the classical tracking methods.

**Keywords:** Maximum Power Point Tracking Algorithms. Maximization. Photovoltaic Solar Energy. Deterministic Algorithms. Heuristic Algorithms.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– Gráfico de unidades de geração distribuída no Brasil. ....	13
FIGURA 2	– Unidades de Geração Distribuída por tipo de fonte de energia no Brasil. ....	14
FIGURA 3	– Característica da curva I-V em pu. ....	16
FIGURA 4	– Comparação de custo da geração de energia na América do Norte. ....	21
FIGURA 5	– Quantidade de energia gerada por diferentes fontes na Alemanha. ....	21
FIGURA 6	– Característica da curva de potência fotovoltaica. ....	22
FIGURA 7	– Curva I-V de células fotovoltaicas sobre diferentes níveis de irradiância. ....	26
FIGURA 8	– Determinação do MPP na operação característica da célula. ....	26
FIGURA 9	– Potência por Tensão da célula fotovoltaica para 4 níveis de irradiância. ....	27
FIGURA 10	– Módulo fotovoltaico com diodos <i>bypass</i> e de bloqueio. ....	28
FIGURA 11	– Operação característica composta de um módulo fotovoltaico. ....	28
FIGURA 12	– Circuito equivalente de um regulador linear. ....	29
FIGURA 13	– Circuito equivalente de um regulador chaveado. ....	29
FIGURA 14	– Circuito básico de um conversor Buck. ....	31
FIGURA 15	– Circuito buck com carga resistiva. ....	31
FIGURA 16	– Ondas de tensão e corrente de saída. ....	32
FIGURA 17	– Circuito do Buck com carga RLE. ....	33
FIGURA 18	– Etapas de funcionamento com carga RLE. ....	33
FIGURA 19	– Principais formas de onda para o Buck com carga RLE. ....	34
FIGURA 20	– Buck em condução contínua. ....	35
FIGURA 21	– Buck em condução descontínua. ....	35
FIGURA 22	– Buck em condução crítica. ....	35
FIGURA 23	– Buck com filtro passa-baixa de entrada. ....	37
FIGURA 24	– Buck com filtro passa-baixa de saída. ....	38
FIGURA 25	– Ligação de diodos de <i>bypass</i> em módulos fotovoltaicos. ....	40
FIGURA 26	– Arranjo Fotovoltaico com diferentes níveis de radiação solar. ....	40
FIGURA 27	– Curva I-V de uma arranjo fotovoltaico sob efeito de sombreamento. ....	41
FIGURA 28	– Curva P-V de uma arranjo fotovoltaico sob efeito de sombreamento. ....	41
FIGURA 29	– P&O: Fluxograma de busca de máxima potência. ....	42
FIGURA 30	– Fluxograma de condutância incremental. ....	44
FIGURA 31	– Fluxograma do método da tensão constante. ....	45
FIGURA 32	– Função $f$ . ....	47
FIGURA 33	– Mínimos de uma função. ....	49
FIGURA 34	– Convexidade de conjuntos. ....	50
FIGURA 35	– Convexidade de funções. ....	51
FIGURA 36	– Direção do gradiente descendente em uma função de duas variáveis. ....	56
FIGURA 37	– Passos em região de confiança e busca em linha. ....	60
FIGURA 38	– Evolução no algoritmo genético. ....	65
FIGURA 39	– Comportamento das formigas à um obstáculo. ....	69
FIGURA 40	– Mecanismo de busca do PSO em um espaço bidimensional. ....	74
FIGURA 41	– Modelo criado no PSIM <sup>®</sup> com um módulo fotovoltaico. ....	76
FIGURA 42	– Curvas I-V e P-V e dados de MPP do módulo fotovoltaico. ....	77

FIGURA 43	– Composição de módulo com 4 grupos de células no PSIM. ....	78
FIGURA 44	– Comunicação entre PSIM <sup>®</sup> e MATLAB <sup>®</sup> . ....	79
FIGURA 45	– Sistema operando sem máximos locais. ....	80
FIGURA 46	– Tensão e corrente em condições ótimas. ....	80
FIGURA 47	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Cenário 1. ....	82
FIGURA 48	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Cenário 2. ....	82
FIGURA 49	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Cenário 3. ....	83
FIGURA 50	– Sistema operando com máximos locais. ....	86
FIGURA 51	– Tensão e corrente em condições de sombreamento. ....	86
FIGURA 52	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 1. ....	87
FIGURA 53	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 2. ....	88
FIGURA 54	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 3. ....	88
FIGURA 55	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 4. ....	89
FIGURA 56	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 5. ....	90
FIGURA 57	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 6. ....	90
FIGURA 58	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 1. ....	92
FIGURA 59	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 2. ....	92
FIGURA 60	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 3. ....	93
FIGURA 61	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 3. ....	94
FIGURA 62	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 4. ....	94
FIGURA 63	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 5. ....	95
FIGURA 64	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 6. ....	95
FIGURA 65	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 1. ...	97
FIGURA 66	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 2. ...	98
FIGURA 67	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 3. ...	99
FIGURA 68	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 1. ...	100
FIGURA 69	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 2. ...	100
FIGURA 70	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 3. ...	101
FIGURA 71	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 1. ...	102
FIGURA 72	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 2. ...	102
FIGURA 73	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 3. ...	103
FIGURA 74	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 1. ...	105
FIGURA 75	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 2. ...	105
FIGURA 76	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 3. ...	106
FIGURA 77	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 4. ...	107
FIGURA 78	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 5. ...	107
FIGURA 79	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 1. ..	109
FIGURA 80	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 2. ..	109
FIGURA 81	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 3. ..	110
FIGURA 82	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 4. ..	111
FIGURA 83	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 1. ..	112
FIGURA 84	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 2. ..	113
FIGURA 85	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 3. ..	113
FIGURA 86	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 4. ..	114
FIGURA 87	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 5. ..	114
FIGURA 88	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 6. ..	115
FIGURA 89	– <i>Duty cycle</i> e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 7. ..	116

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1	– Conversores comuns. ....	30
TABELA 2	– Parâmetros de simulação em condições ótimas. ....	81
TABELA 3	– <i>MSE</i> em diferentes cenários - P&O . ....	84
TABELA 4	– <i>MSE</i> em diferentes cenários - CI. ....	84
TABELA 5	– <i>MSE</i> em diferentes cenários - TC. ....	84
TABELA 6	– Níveis de irradiância. ....	85
TABELA 7	– Parâmetros de simulação em condições de sombreamento. ....	87
TABELA 8	– Resultado das simulações - P&O. ....	91
TABELA 9	– Resultado das simulações - CI. ....	91
TABELA 10	– Resultado das simulações - TC. ....	96
TABELA 11	– Resultado das simulações - Métodos clássicos - Sombreamento. ....	96
TABELA 12	– Resultado das simulações - Método GD. ....	99
TABELA 13	– Resultado das simulações - Método GN. ....	101
TABELA 14	– Resultado das simulações - Método LM. ....	103
TABELA 15	– Resultado das simulações - Métodos Determinísticos. ....	104
TABELA 16	– Resultado das simulações - Método AG. ....	108
TABELA 17	– Resultado das simulações - Método ACO. ....	111
TABELA 18	– Resultado das simulações - Método PSO. ....	116
TABELA 19	– Resultado das simulações - Métodos Heurísticos. ....	117
TABELA 20	– Resultado das simulações - Métodos Heurísticos. ....	117



## LISTA DE SIGLAS

ACO	Ant Colony Optimization
AG	Algoritmo Genético
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
AS	Ant System
CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
CGH	Centrais de Geração Hidrelétrica
CI	Condutância Incremental
DAELT	Departamento Acadêmico de Eletrotécnica
DNA	Deoxyribonucleic acid
DSP	Digital Signal Processor
EOL	Central Geradora Eólica
GA	Genetic algorithm
GD	Gradiente Descendente
GN	Gauss-Newton
ISE	Institute for Solar Energy Systems
LM	Levenberg-Marquardt
MPP	Maximum Power Point
MPPT	Maximum Power Point Tracking
MSE	Mean Square Error
P&O	Perturb and Observe
PG	Programação genética
PI	Proporcional-integral
PSO	Particle Swarm Optimization
PV	Photovoltaic
UFV	Usina Solar Fotovoltaica
UTE	Usina Termelétrica
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

## LISTA DE SÍMBOLOS

$I_{mpp}$	Corrente de máxima potência
$V_{mpp}$	Tensão de máxima potência
$I$	Corrente
$V$	Tensão
$P_{max}$	Potência Máxima
$I_{out}$	Corrente de saída
$V_{out}$	Tensão de saída
$\Delta V$	Variação de tensão
$P$	Potência
$Irr$	Irradiância
$T$	Temperatura
$D_f$	Domínio de $f$
$\lim_{x \rightarrow p}$	Limite de $x$ tendendo a $p$
$f'(p)$	Derivada de $f(p)$
$ x $	Módulo de $x$
$\mathbb{R}^n$	Conjunto dos números reais de $n$ dimensões
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números reais
$S$	Conjunto
$\gamma$	Valor constante máximo de conjuntos de subnível
$L_\gamma$	Conjunto de subnível
$\alpha$	Variável na subseção Convexidade
$\nabla f(\mathbf{x})$	Gradiente de $f$
$\partial f(\mathbf{x})/\partial x$	Derivada parcial de $f$ em função de $x$
$H(\mathbf{x})$	Hessiana
$\mathbf{J}$	Jacobiana de $f$
$\ r(x)\ _2^2$	Norma quadrática euclidiana de $r(x)$
$g_k$	Gradiente de $f$
$\nabla$	Operador nabla
$I$	Matriz identidade
$fit_S$	Função <i>fitness</i>
$\mathbb{R}_0^+$	Conjunto dos números reais positivos
$p_{ij}^k$	Probabilidade de uma formiga na cidade $i$ visitar a cidade $j$ na iteração $k$
$\eta_{ij}$	Informação heurística relacionada às cidades $i$ e $j$
$d_{ij}$	Distância entre $i$ e $j$
$P_{best}$	Melhor valor de solução em PSO
$G_{best}$	Solução global em PSO
$P_{best}_{i,j}^k$	Melhor componente $j$ em $i$ individualmente em $k$ iterações
$G_{best}_j^k$	$j$ -ésimo componente do melhor indivíduo em $k$ iterações
$F_i^k$	Valor <i>fitness</i> das partículas

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
1.1 TEMA	12
1.1.1 Delimitação do Tema	15
1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS	17
1.3 OBJETIVOS	19
1.3.1 Objetivo Geral	19
1.3.2 Objetivos Específicos	19
1.4 JUSTIFICATIVA	20
1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	23
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO	23
<b>2 DESENVOLVIMENTO</b>	<b>25</b>
2.1 SISTEMAS FOTOVOLTAICOS	25
2.1.1 Célula Fotovoltaica	25
2.1.2 Módulo fotovoltaico	27
2.2 CONVERSORES CC-CC	29
2.2.1 Classificação dos conversores CC-CC	30
2.2.2 Conversor Buck	31
2.2.2.1 Buck com carga resistiva	31
2.2.2.2 Buck com carga RLE	33
2.2.2.3 Condução contínua, descontínua e crítica	34
2.2.2.4 Buck em condução contínua para carga RLE	35
2.2.2.5 Cálculo da indutância crítica	37
2.2.2.6 Filtragem da corrente de entrada	37
2.2.2.7 Filtragem da tensão de saída	38
2.3 DIFERENTES TÉCNICAS DE MPPT EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO	39
2.3.1 Métodos Clássicos	41
2.3.1.1 Método P&O	42
2.3.1.2 Método da Condutância Incremental — CI	43
2.3.1.3 Método da Tensão Constante — TC	45
2.4 RESUMO DO CAPÍTULO	45
<b>3 ALGORITMOS DETERMINÍSTICOS</b>	<b>46</b>
3.1 CONSIDERAÇÕES E DEFINIÇÕES INICIAIS	46
3.1.1 Definição de função contínua	47
3.1.2 Diferenciabilidade	47
3.1.3 Definição de mínimo de uma função	48
3.1.4 Coercividade	49
3.1.5 Convexidade	50
3.1.6 O Gradiente na otimização	51
3.1.7 Problemas de mínimos quadrados	54
3.2 GRADIENTE DESCENDENTE	55
3.3 GAUSS-NEWTON	57

3.4	LEVENBERG-MARQUARDT .....	59
3.5	RESUMO DO CAPÍTULO .....	62
<b>4</b>	<b>MÉTODOS HEURÍSTICOS .....</b>	<b>63</b>
4.1	ALGORITMO GENÉTICO .....	63
4.1.1	O modelo do Algoritmo Genético e seus operadores .....	64
4.1.1.1	O operador <i>crossover</i> .....	65
4.1.1.2	O operador Mutação .....	66
4.1.1.3	O modelo do algoritmo .....	67
4.2	OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS .....	67
4.2.1	Metaheurística utilizando ACO .....	69
4.2.1.1	<i>Ant System</i> (AS) .....	70
4.2.1.2	Estrutura do Algoritmo .....	71
4.3	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS .....	72
4.3.1	Modelo PSO .....	73
4.4	RESUMO DO CAPÍTULO .....	75
<b>5</b>	<b>SIMULAÇÕES .....</b>	<b>76</b>
5.1	SIMULAÇÕES EM CONDIÇÕES ÓTIMAS - MÉTODOS CLÁSSICOS .....	79
5.1.1	Varredura em condições ótimas de operação .....	79
5.1.2	Algoritmos clássicos em condições ótimas de operação .....	81
5.1.3	Simulações - Método P&O .....	81
5.1.4	Simulações - Método CI .....	84
5.1.5	Simulações - Método TC .....	84
5.1.6	Conclusões Parciais - Métodos Clássicos - condições ótimas .....	84
5.2	SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS CLÁSSICOS .....	85
5.2.1	Varredura em condições de sombreamento .....	85
5.2.2	Algoritmos clássicos em condições de sombreamento .....	87
5.2.3	Simulações - Método P&O .....	87
5.2.4	Simulações - Método CI .....	91
5.2.5	Simulações - Método TC .....	91
5.2.6	Conclusões Parciais - Métodos clássicos - condições de sombreamento .....	96
5.3	SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS DETERMINÍSTICOS ...	97
5.3.1	Gradiente Descendente - GD .....	97
5.3.2	Gauss-Newton - GN .....	99
5.3.3	Levenberg-Marquardt - LM .....	101
5.3.4	Resultados - Métodos Determinísticos .....	103
5.4	SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS HEURÍSTICOS .....	104
5.4.1	Algoritmo Genético - AG .....	104
5.4.2	Método ACO .....	108
5.4.3	Método PSO .....	111
5.4.4	Resultados - Métodos heurísticos .....	116
5.5	EFICIÊNCIA DOS ALGORITMOS EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO ...	117
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>119</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>121</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 TEMA

O interesse comum da sociedade vem impulsionando a comunidade científica a pesquisar e desenvolver estratégias para o aproveitamento de fontes alternativas de energia menos poluentes, renováveis e que provoquem redução no impacto ambiental. O uso de fontes renováveis de energia não é um assunto discutido apenas nos últimos anos. As primeiras investigações acerca do efeito fotovoltaico, realizados por Antonie Henri Becquerel, datam o ano de 1839. Recentemente, o aproveitamento de fontes renováveis, como a fotovoltaica e a eólica, recebeu inúmeras melhorias tecnológicas e a crescente demanda por alternativas energéticas, e principalmente sustentáveis, fez que com essas antigas tecnologias fossem revisitadas e adaptadas (DUPONT et al., 2016).

Segundo Kibria et al. (2014), a energia solar irradiada e incidente sobre a Terra é capaz de produzir, em um minuto, a quantidade de energia que o mundo necessita em um ano e, em apenas um dia, é fornecida mais energia do que a atual população poderia consumir em 27 anos. Ainda complementa que, de fato, “A quantidade de irradiação solar — quantidade de radiação em watt-hora, Wh, por unidade de área — que atinge a Terra em um período de três dias, é equivalente à energia armazenada em todas as fontes fósseis”.

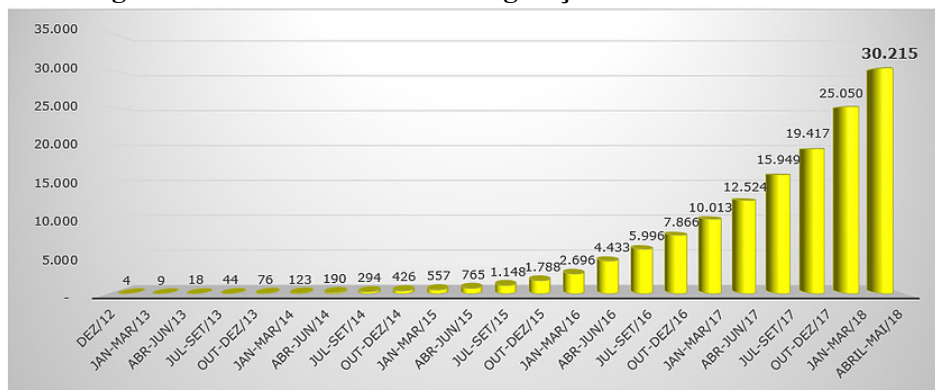
No Brasil, o órgão responsável pela regulamentação da geração, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica é a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Esta agência criou, em 2012, a Resolução Normativa 482, com objetivo de promover e regulamentar o acesso à microgeração distribuída — potência instalada menor ou igual a 75 kW — e minigeração distribuída — potência instalada superior a 75 kW e menor ou igual a 3 MW para a fonte hídrica, ou 5 MW para as demais fontes. A norma diz que o consumidor brasileiro pode gerar sua própria energia elétrica a partir de fontes renováveis e fornecer o excedente produzido para a rede de distribuição de sua localidade. Isto é a micro e minigeração distribuídas de energia elétrica, inovações que podem mesclar economia financeira, consciência socioambiental e autossustentabilidade.

A partir de março de 2016, a ANEEL permitiu o uso de qualquer fonte renovável, seja ela de micro ou minigeração conectada à rede de distribuição por meio de instalações de unidades consumidoras. Além disso, o consumidor que gerar mais energia que consumir, fica com créditos para diminuir a fatura dos meses seguintes. Recentemente, também foi permitida a instalação de unidades em condomínios residenciais, para que a energia gerada possa ser dividida entre os condôminos.

Além dos benefícios em relação à sustentabilidade, a geração distribuída traz também a independência do consumidor perante a distribuidora, no que diz respeito a tarifas, disponibilidade, redução da sobrecarga, além de diminuição de falhas no sistema elétrico. No entanto, ela pode gerar desvantagens, que se dão, principalmente, pelo prejuízo para a concessionária, como a diminuição do faturamento das usinas de geração de energia, distorção da tensão da rede — visto que seriam inseridos harmônicos — bem como um aumento do custo de operação do sistema elétrico (SILVA et al., 2018).

Com a regulamentação de 2016 para incentivar a geração distribuída, ocorreu um incremento no número de unidades instaladas, como mostra o gráfico da Figura 1.

**Figura 1: Gráfico de unidades de geração distribuída no Brasil.**

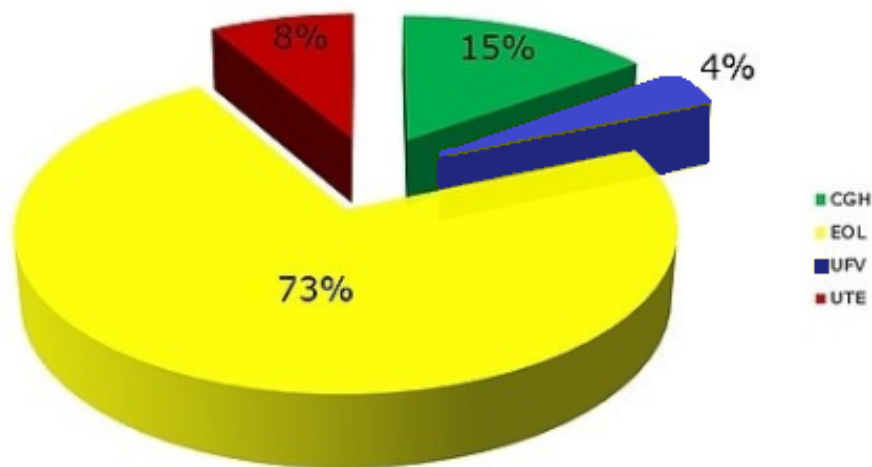


**Fonte: ABGD (2018).**

Uma das tecnologias de fontes renováveis mais populares e aplicadas às micro e mini-gerações distribuídas é a energia proveniente da radiação solar, captada através de módulos fotovoltaicos. Segundo Brito et al. (2011), no campo de células solares, o mercado de painéis fotovoltaicos é dominado por células constituídas de silício, que possuem eficiência de 13% a 17%. Entretanto, pastilhas mais finas têm sido produzidas visando a redução de custos e melhoria da eficiência. Os autores ainda acrescentam que o preço de células solares está decaindo a cada ano, ao contrário do número de sistemas fotovoltaicos instalados, que está crescendo a uma taxa maior que 40% ao ano, mesmo que o custo total do sistema seja grande se comparado a outras formas de obtenção de energia elétrica convencionais.

Apesar disso, no Brasil, são muito pouco utilizadas as Centrais Geradoras Fotovoltaicas, ou Usinas Solares Fotovoltaicas (UFV), para geração de energia, chegando somente a 4% da energia gerada por unidades de geração distribuída. A técnica predominante é pelas Centrais Geradoras Eólica (EOL), seguido pelas Centrais de Geração Hidrelétrica (CGH) e Usinas Termelétricas (UTE) — vide Figura 2. As condições para geração por módulos fotovoltaicos no Brasil são excelentes, principalmente na região nordeste, que possui um alto índice de insolação, ou seja, alto nível de irradiância solar, cuja unidade no SI é watt por metro quadrado,  $W/m^2$ .

**Figura 2: Unidades de Geração Distribuída por tipo de fonte de energia no Brasil.**



**Fonte: (Geração Distribuída - ANEEL, 2015) - Compilada por ABGD.**

Segundo Alves (2008), podem ser realizados cálculos da radiação solar incidente sobre uma superfície horizontal em diferentes latitudes do planeta através de valores conhecidos para os ângulos entre a Terra e o Sol. Os resultados permitem concluir alguns pontos acerca deste fenômeno. Por exemplo, o fato de as maiores quantidades de energia incidentes em um único dia ocorrerem nas latitudes maiores durante o verão, quando o sol nunca se põe, e conclui ainda que ao se integrar os valores diários de radiação em um ano, encontram-se resultados maiores para o Equador e menores para os pólos, os quais têm a redução de radiação ocasionada pelo efeito cosseno — cosseno do ângulo formado pelos raios solares e a reta normal à superfície da Terra.

Os autores Brito et al. (2011) citam que muitas empresas e governos de vários países consideram a energia fotovoltaica como o futuro da produção energética e espera-se que, até 2040, esta seja a fonte mais significativa na produção de energia no planeta. É de extrema importância que a geração, a distribuição e o uso da energia elétrica sejam realizados de maneira eficiente.

Operar de maneira eficiente significa produzir o máximo possível de energia, buscando-se a maior potência do sistema. Rastrear o máximo ponto de potência, do inglês *Maximum Power Point* (MPP) de um sistema fotovoltaico é normalmente uma parte essencial dos sistemas de geração intermitente (ALI et al., 2012).

A potência gerada pelos painéis fotovoltaicos não é injetada diretamente na rede de distribuição, pois estes geram valores contínuos de tensão e a rede é alternada. Isso gera a necessidade de um conversor CC-CA entre o painel e a rede de distribuição. Entretanto, a energia produzida pelo painel, de acordo com Karami et al. (2017), depende de muitas variáveis, como a irradiância solar, a temperatura, o ângulo de incidência do sol, o sombreamento, entre outros fatores meteorológicos. Em consequência, a corrente e, principalmente, a tensão fornecida pelo painel ao inversor podem variar consideravelmente, pois trata-se de um tipo de energia intermitente. Desta forma, nem sempre a corrente e a tensão fornecidas são ótimas para o inversor e o sistema (GULES et al., 2014). Para resolver esse problema utiliza-se de um conversor CC-CC para se adequar o nível de tensão. Os conversores podem controlar a busca pelo Máximo Ponto de Potência (MPP), além de incluir funções típicas atribuídas a controladores. Estes conversores são normalmente chamados de *Maximum Power Point Trackers* (MPPT's) (KARAMI et al., 2017).

### 1.1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

Incluir técnicas de rastreamento do tipo (MPPT) a sistemas fotovoltaicos é um meio para se buscar a obtenção da maior transferência de potência possível, de forma estável, da fonte à carga. Isso acontece devido ao fato da potência gerada pelos painéis variarem continuamente com a mudança das condições climáticas, como irradiância e temperatura e a eficiência da conversão de potência ser baixa — apenas 15% da energia convertida pela luz solar se torna eletricidade (EZINWANNE et al., 2017).

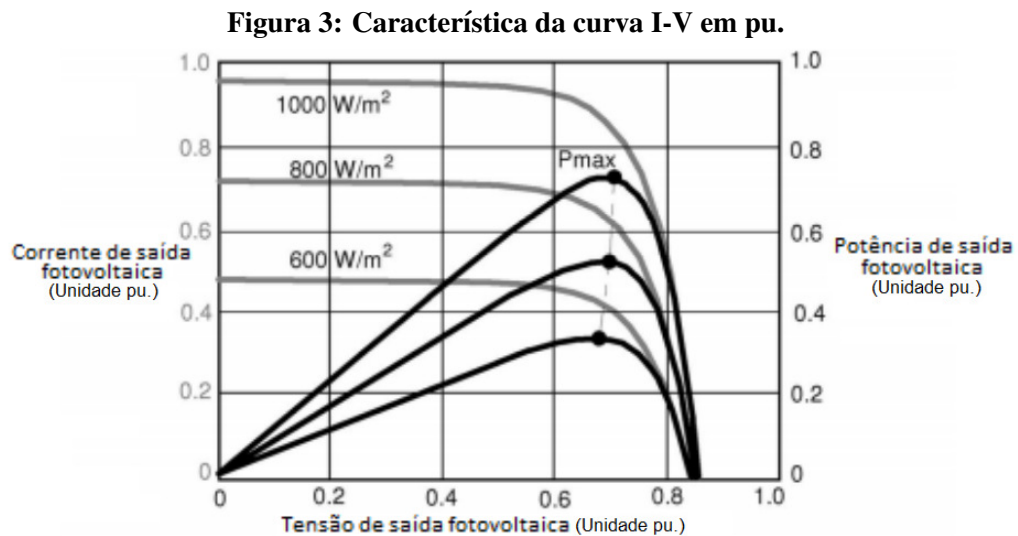
O desempenho de um sistema fotovoltaico depende das condições de operação. Logo, a máxima potência extraída do módulo fotovoltaico depende fortemente de três fatores: (i) irradiância; (ii) temperatura da célula; e (iii) impedância da carga (KARAMI et al., 2017).

As características da potência fotovoltaica, as quais variam com o nível de irradiação e temperatura, não são lineares, tornando a extração da máxima potência uma tarefa complexa, considerando as variações na carga (BRITO et al., 2011).

Segundo Gules et al. (2008), a máxima potência do módulo fotovoltaico varia conforme as condições climáticas e existem valores específicos para corrente de máxima potência,



$I_{mpp}$ , e tensão de máxima potência,  $V_{mpp}$ , que definem o MPP. Existe, portanto, apenas um ponto na curva  $I-V$  do sistema no qual este opera com máxima eficiência e produz a máxima potência de saída. A Figura 3 mostra a característica da curva anteriormente citada, na qual o ponto,  $P_{max}$ , representam o ponto de máxima potência no eixo de corrente por tensão. A localização do MPP não é conhecida, mas é localizável, seja por meio de modelos de cálculo, seja por meio de algoritmos de busca. Desta forma, técnicas de rastreamento MPPT são necessárias para manter o sistema operando em sua máxima potência (ALI et al., 2012).



**Fonte: Adaptado de (GULES et al., 2008).**

Segundo Gules et al. (2008), a irradiação solar afeta, no sistema fotovoltaico, a corrente de saída ( $I_{out}$ ) enquanto que a temperatura afeta a tensão de saída ( $V_{out}$ ). É necessário, portanto, que seja feita a análise de diferentes métodos e algoritmos no sistema para que se atinjam níveis satisfatórios de geração de energia, buscando a redução de perdas.

A eficiência de uma planta fotovoltaica está diretamente ligada ao conversor/inversor, aos módulos fotovoltaicos e ao algoritmo implementado no MPPT. Entretanto, com a melhoria do rastreamento do MPP por meio de novos algoritmos de controle torna-se mais fácil atingir níveis elevados de eficiência e, conseqüentemente, há o acréscimo desejado na geração de energia (KARAMI et al., 2017).

Sabendo a potência atual do sistema, obtida através dos níveis de corrente e tensão, os algoritmos têm a função de adequar o *duty cycle* do conversor de modo a se atingir o máximo ponto de potência. Os algoritmos de MPPT são normalmente implementados por meio de um sistema digital, em que utiliza-se um microcontrolador ou *Digital Signal Processor* (DSP) (GULES et al., 2008).

## 1.2 PROBLEMAS E PREMISSAS

Apenas uma pequena parcela da energia proveniente do sol é convertida em energia elétrica utilizável. Segundo Ezinwanne et al. (2017), apenas 15% da energia convertida pela luz solar se torna, de fato, eletricidade.

Algumas técnicas utilizadas para busca da máxima potência do sistema são os métodos diretos, que utilizam a tensão fotovoltaica e/ou medições de corrente. Destes, o ponto ótimo de operação é obtido, levando em conta as variações nos pontos de operação do gerador fotovoltaico. Estes algoritmos possuem a vantagem de atuarem independentemente do prévio conhecimento das características do gerador fotovoltaico. Entretanto, o ponto de operação é independente da isolação, temperatura ou níveis de degradação. Os problemas encontrados nestes métodos são os erros indesejáveis que afetam a acurácia do rastreamento. Os métodos pertencentes ao grupo dos métodos diretos incluem: diferenciação, tensão de realimentação, perturbação e observação, do inglês *Perturb and Observe* (P&O), entre outros (SALAS et al., 2006).

Segundo Alves (2008), a isolação de um gerador fotovoltaico indica o quão dependente de fontes complementares de energia ele é. Ainda, segundo o autor, são chamados de sistemas híbridos quando não há restrição apenas à geração fotovoltaica. Uma vez que o sistema é puramente fotovoltaico, ele é chamado de sistema autônomo. É comum a utilização de baterias para o fornecimento de energia quando há pouca geração fotovoltaica, em dias nublados ou em períodos noturnos, por exemplo.

De acordo com Karami et al. (2017), cada método possui suas próprias vantagens e desvantagens, considerando a precisão do rastreamento, a velocidade de rastreamento, o custo dos componentes e a complexidade da implementação. É importante mencionar também que, independentemente da técnica utilizada, o tamanho da planta, por si só, impõe restrições ao sistema e compromete os aspectos da técnica aplicada.

Diferentes técnicas têm sido desenvolvidas no campo de otimização da geração de energia solar. Técnicas as quais diferem em complexidade, custo, alcance de efetividade, velocidade de rastreamento, *hardware* e popularidade. Métodos inteligentes de rastreamento, que são mais eficientes, provocam menores oscilações ao atingir o MPP e podem ser mais rápidos na busca de máxima potência (EZINWANNE et al., 2017).

Alguns métodos, como lógica *Fuzzy* e redes neurais, já foram testados em MPPT's. Alguns métodos heurísticos como algoritmo genético, otimização por colônia de formigas e otimização por enxame de partículas, bem como métodos determinísticos como método do

gradiente, método de Gauss-Newton e método de Levenberg-Marquardt, podem ter resultados satisfatórios, sendo, portanto, objetos de estudo no presente trabalho.

De acordo com Poli et al. (2008), uma técnica que pode ser utilizada com a finalidade de substituir os métodos diretos é o Algoritmo Genético (AG), que, estocasticamente, transforma populações de indivíduos em uma nova e aprimorada população. Pode-se, portanto, utilizar um algoritmo no conversor CC-CC baseado neste método, de forma a se obter a máxima potência de um sistema fotovoltaico por meio de gerações de indivíduos, em que o sistema deve aprender a rastrear a máxima potência com melhor eficiência a cada geração.

Outro campo de estudos, o de algoritmos baseados em colônias de formigas, *Ant Colony Optimization* (ACO), deriva da observação de comportamentos reais de formigas e utiliza os modelos como fonte de inspiração para projetar novos algoritmos, utilizados em problemas de otimização e controle. A ideia principal é a de que os princípios da auto-organização, presentes no comportamento de uma colônia de formigas, pode ser explorado com a finalidade de resolver problemas computacionais. A colônia de formigas é coordenada por meio de estigmergia, ou seja, os diversos componentes — agentes — comunicam-se e colaboram entre si. Uma formiga, quando está em busca de alimento, deposita no solo uma substância química chamada feromônio, o que aumenta a probabilidade de outras formigas seguirem o mesmo caminho. Portanto, a ideia dos algoritmos é de utilizar uma forma artificial de estigmergia para coordenar sociedades de agentes artificiais (DORIGO, 2007). Como técnica de MPPT, a busca pela máxima potência deve ser feita através de agentes artificiais que tenham rastreado a curva de máxima potência do sistema e, conseqüentemente, devem direcionar o algoritmo a seguir por aquele caminho.

Outro método heurístico possível de ser aplicado ao arranjo fotovoltaico é a Otimização por Enxame de Partículas, *Particle Swarm Optimization* (PCO), a qual é baseada em fenômenos da natureza, como aves que voam em formação, *bird flocking*, e peixes que nadam em formação, *fish schooling*. Na otimização por enxame de partículas, indivíduos que não se aproximam de um resultado satisfatório, são direcionados ao enxame, uma vez que o conhecimento de boas soluções é retido por todas as partículas. Cada partícula mantém rastreada suas coordenadas no hiperespaço, as quais estão associadas com a melhor solução, *fitness*, alcançada até o presente momento. O valor *fitness*, o qual é armazenado, é chamado de *pbest*. Outros valores *fitness* (*best*) são rastreados. Portanto, há um valor médio entre os melhores, encontrado pelas partículas, chamado de melhor global, *gbest*, que direciona algoritmos à obtenção de melhores resultados do sistema (EBERHART; KENNEDY, 1995). Como a obtenção do MPP é um problema de maximização da curva P-V do módulo fotovoltaico, o resultado esperado do

algoritmo é a obtenção da máxima potência com mínima interferência de possíveis máximos locais presentes na curva, devido à varredura completa presente no algoritmo.

Já pelos métodos determinísticos, um método muito popular na área de otimização é o Método do Gradiente, que é utilizado com a finalidade de se minimizar uma função objetivo conhecida, parametrizada por uma variável, e ir atualizando tais parâmetros na direção oposta do gradiente desta função. Ela basicamente segue a direção da inclinação da função denominada “morro abaixo” até chegar no chamado “vale” (RUDER, 2017).

O método de Gauss-Newton (GN) é um algoritmo que tem como base o método de Newton, modificando sua busca em linha. Ele possui uma convergência rápida para a solução, porém depende de valores iniciais precisos (CROEZE et al., 2012).

Outro método bastante utilizado, principalmente para problemas de mínimos quadrados é o Levenberg-Marquardt (LM), que tem maior eficiência que o método de Gauss-Newton quando a função a ser minimizada é um polinômio de alto grau. Ela utiliza o Método do Gradiente quando a função é de grau elevado e troca para um GN alterado quando a função é de baixo grau. O LM é mais preciso que o GN, mas pode precisar de mais iterações quando está longe do mínimo procurado (CROEZE et al., 2012).

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 OBJETIVO GERAL

Este trabalho tem como objetivo comparar diferentes técnicas de MPPT em sistemas fotovoltaicos, visando a otimização da geração dos mesmos.

### 1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Apresentar o funcionamento de uma planta fotovoltaica, além das suas características funcionais e simulação por meio da comunicação dos *softwares* PSIM<sup>®</sup> e MATLAB<sup>®</sup>;
- Analisar métodos clássicos de MPPT em condições ótimas de operação, bem como em condições de sombreamento, via implementação de algoritmos baseados em fluxogramas presentes na literatura;
- Analisar diferentes algoritmos de busca heurísticos e seus desempenhos para encontrar o ponto de máxima potência do conversor da planta fotovoltaica do estudo;

- Analisar diferentes algoritmos de busca determinísticos e seus desempenhos na busca do ponto de máxima potência do conversor da planta fotovoltaica do estudo;
- Analisar os diferentes algoritmos em um sistema fotovoltaico com sombreamento;
- Comparar o desempenho dos algoritmos resultantes, por meio do erro quadrático médio e erro em regime permanente, tendo como parâmetro a eficiência para encontrar o MPP.

#### 1.4 JUSTIFICATIVA

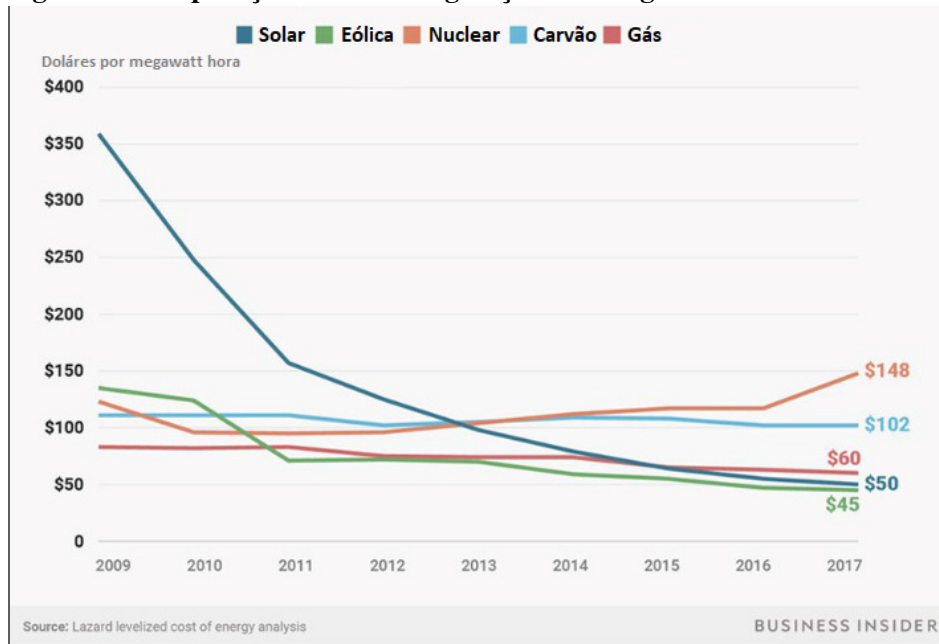
Segundo Dupont et al. (2016), a questão energética mundial, principalmente referente à sustentabilidade, é um dos segmentos o qual mais tem recebido destaque e relevância, uma vez que a demanda por energia imposta ao sistema de geração está sempre crescendo, devido à novos hábitos da humanidade.

De acordo com Tiepolo et al. (2016), é estimado no Brasil, um aumento na demanda de energia elétrica nos próximos anos, de 581,48 TWh em 2015 para aproximadamente 1.624 TWh em 2050. Sendo assim, faz-se necessário uma maior oferta de energia para o abastecimento das unidades consumidoras. Ainda, segundo os autores, a energia proveniente de fontes hidráulicas é predominante no país. Todavia, seus impactos sociais e ambientais causados dificultam a expansão da matriz elétrica. Uma alternativa para contornar esse problema é a implementação de sistemas fotovoltaicos.

O custo para cada 1 W da geração de energia através de módulos fotovoltaicos em 2017, utilizando um sistema residencial, multicristalinas (compostas por muitos cristais na composição de silício) com 16,2% de eficiência, é de 2,80 dólares americanos. Comparado com 7,24 dólares americanos por 1 W de 2010, nota-se uma diminuição no preço de 258%, em que 61% desta redução é atribuída a custos totais de *hardware* (FU et al., 2017).

Com a maior eficiência e menores custos construtivos dos módulos fotovoltaicos e inversores, a competitividade da energia solar aumentou, em relação às outras formas de geração de energia, como ilustra o gráfico da Figura 4.

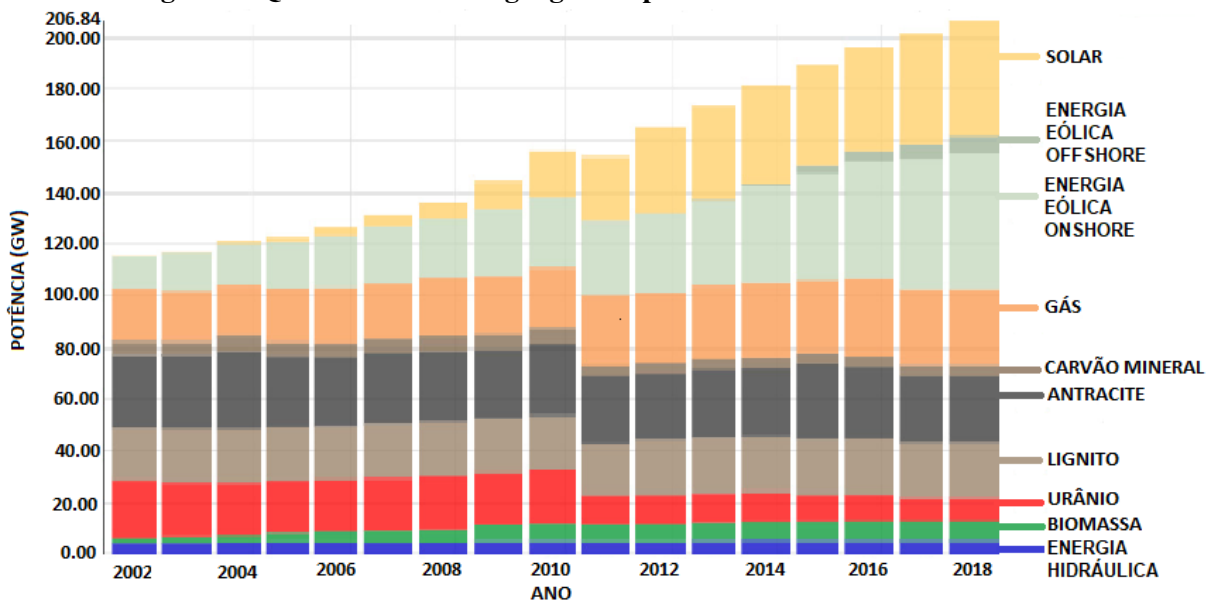
**Figura 4: Comparação de custo da geração de energia na América do Norte.**



Fonte: Adaptado de (Lazard, 2017).

Um fato que eleva a importância da energia solar é o crescimento recente do percentual da geração por painéis fotovoltaicos na Alemanha, país referência na geração por métodos renováveis, que, segundo dados de Fraunhofer ISE (2018), possui aproximadamente 56,7% de toda energia gerada sendo renovável, e destas, 38,4% é de origem solar — vide Figura 5.

**Figura 5: Quantidade de energia gerada por diferentes fontes na Alemanha.**



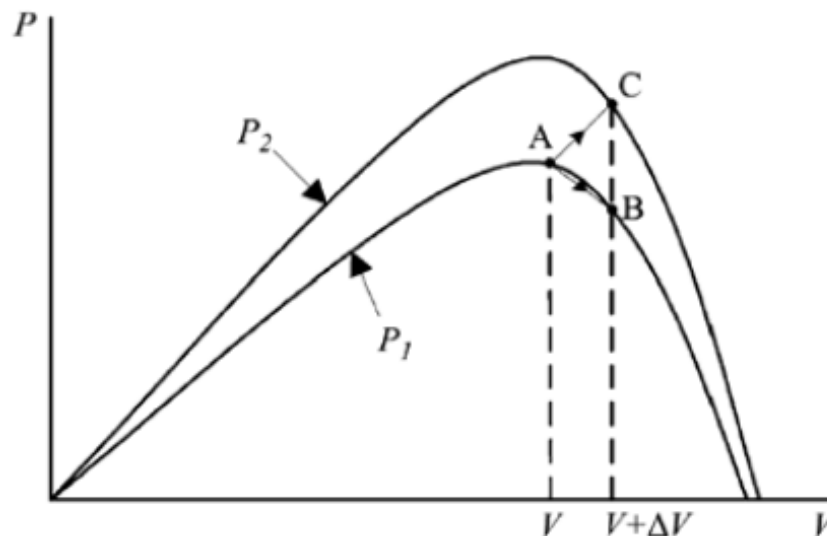
Fonte: Adaptado de (Fraunhofer ISE, 2018).

Analisando o aumento da geração de energia por painéis fotovoltaicos, destacando sua relevância, é importante estudar métodos que busquem a melhor eficiência do módulo fotovoltaico, com a finalidade de gerar a maior quantidade possível de energia limpa.

Em relação aos algoritmos, ou métodos aplicados em um conversor de um módulo fotovoltaico, deve-se analisar suas capacidades de geração em diferentes situações, por exemplo, em condições com máxima irradiância e em condições com sombreamento, para que se possa definir as melhores alternativas, ou melhores algoritmos a serem implementados.

Os métodos clássicos, citados nas Seções 1.1 e 1.2, podem falhar caso ocorram mudanças atmosféricas bruscas em um sistema fotovoltaico. A Figura 6 ilustra um exemplo em que um algoritmo clássico pode falhar. Iniciando-se a varredura de um algoritmo pelo ponto de operação A, na curva  $P_1$ , caso as condições atmosféricas permaneçam aproximadamente constantes, uma perturbação  $\Delta V$  na tensão fotovoltaica  $V$  levará o ponto de operação até B, conseqüentemente a perturbação irá inverter devido ao decaimento da potência. Entretanto, se a irradiância aumentar e mudar a curva de potência de  $P_1$  para  $P_2$ , em apenas um período de amostragem, o ponto de operação irá se mover de A até C. Isto representa um acréscimo na potência devido à característica da curva  $P_2$ , enquanto que a perturbação é a mesma. Conseqüentemente, o ponto de operação diverge do MPP e continuará a divergir se a irradiância permanecer aumentando (ALI et al., 2012).

**Figura 6: Característica da curva de potência fotovoltaica.**



Fonte: Ali et al. (2012).

## 1.5 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Primeiramente foram realizados os estudos bibliográficos dos algoritmos anteriormente citados, os quais foram implementados e comparados por meio do erro quadrático médio e erro em regime permanente. São eles:

- Métodos clássicos: *Perturb and Observe*, Condutância Incremental e Método da Tensão Constante;
- Métodos determinísticos: Método do Gradiente, Método de Gauss-Newton e Método de Levenberg-Marquardt.
- Métodos heurísticos: Algoritmo Genético, Otimização por Colônia de Formigas e Otimização por Enxame de Partículas;

Em seguida, foi gerado um modelo de módulo fotovoltaico através da comunicação do *software* PSIM<sup>®</sup> com blocos do Simulink do MATLAB<sup>®</sup> para, assim, aplicar os algoritmos de MPPT.

Então, foram desenvolvidos os diferentes modelos de MPPT com os diferentes algoritmos e, também, foram feitos testes de validação dos modelos, utilizando um gerador climático estocástico e o modelo fotovoltaico para checar sua eficácia.

Por fim, os métodos desenvolvidos foram avaliados por meio dos erros quadráticos médios, aplicados na curva de potência do módulo fotovoltaico referente a um degrau com o valor do MPP, com a finalidade de se comparar os diferentes algoritmos e formular as conclusões acerca dos mesmos.

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho será composto por seis capítulos. O Capítulo 2 inicia a fundamentação teórica, no qual são mostradas características de um módulo fotovoltaico, equações acerca de um conversor *Buck* que foi utilizado nas simulações, características das curvas I-V e P-V de um módulo fotovoltaico com efeito de sombreamento e três métodos clássicos de MPPT que foram estudados. Já o Capítulo 3 apresenta o embasamento teórico dos algoritmos determinísticos que foram estudados e desenvolvidos posteriormente. São apresentados no Capítulo 4 as fundamentações biológicas dos algoritmos heurísticos que foram desenvolvidos, bem como suas equações. O Capítulo 5 mostra as simulações realizadas em conjunto nos *softwares* PSIM<sup>®</sup>



e MATLAB<sup>®</sup>, indicando os valores calculados e adotados para a criação do módulo fotovoltaico e do conversor, os resultados para todos os algoritmos em condições ótimas de operação e os resultados para todos os algoritmos operando em condições de sombreamento. Por fim, no Capítulo 6, são mostradas as conclusões referentes às simulações e análises realizadas ao longo trabalho, assim como sua contribuição para futuros estudos na área.

## 2 DESENVOLVIMENTO

### 2.1 SISTEMAS FOTOVOLTAICOS

Sistemas fotovoltaicos são desenvolvidos em torno de células fotovoltaicas. Como uma célula fotovoltaica típica produz cerca de 3 W com aproximadamente 0,5 V<sub>cc</sub>, as células são conectadas em configurações série-paralelo para produzir potência suficiente para aplicações de alta potência (MESSENGER; VENTRE, 2004).

#### 2.1.1 CÉLULA FOTOVOLTAICA

Uma junção PN é a simples junção de um material do tipo P com um do tipo N, que são materiais geralmente constituídos de Silício, com a adição de uma impureza de três elétrons e cinco elétrons na camada de valência, respectivamente. Esta junção é a base para a criação do elemento semiconductor (BOYLESTAD; NASHELKY, 2013).

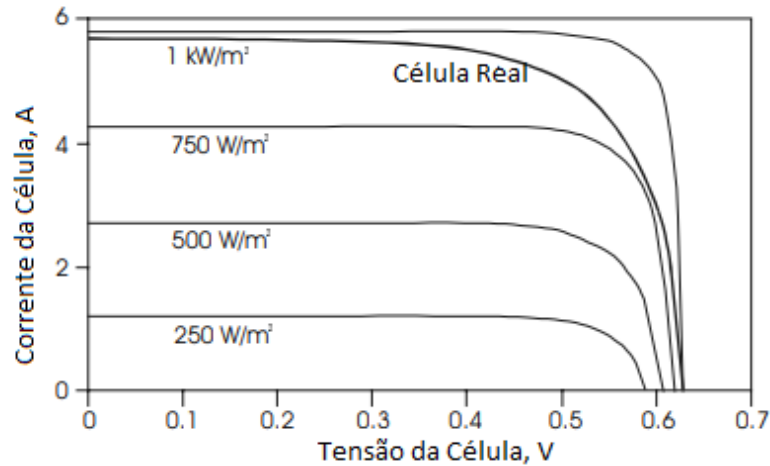
A célula fotovoltaica é uma junção PN especial, que, quando iluminada, a interação dos fótons incidentes com os átomos da célula geram pares elétrons/lacunas, que geram um campo elétrico, que causam a movimentação dos elétrons na região N da célula (MESSENGER; VENTRE, 2004).

A equação que define, na situação ideal, a característica I-V de uma célula fotovoltaica pode ser definida por:

$$I = I_l - I_o \left( \exp\left(\frac{qV}{kT}\right) - 1 \right), \quad (1)$$

sendo  $I_l$  a componente da corrente da célula devido aos fótons,  $I_o$  a corrente de saturação reversa,  $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{C}$ ,  $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{J/K}$  e  $T$  é a temperatura da célula. As Figuras 7 e 8 mostram gráficos característicos de uma célula fotovoltaica.

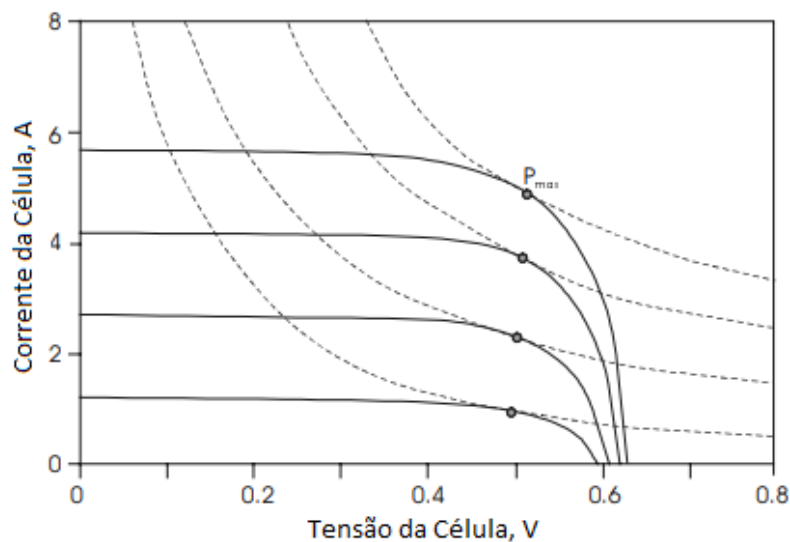
**Figura 7: Curva I-V de células fotovoltaicas sobre diferentes níveis de irradiância.**



**Fonte: Adaptado de (MESSENGER; VENTRE, 2004).**

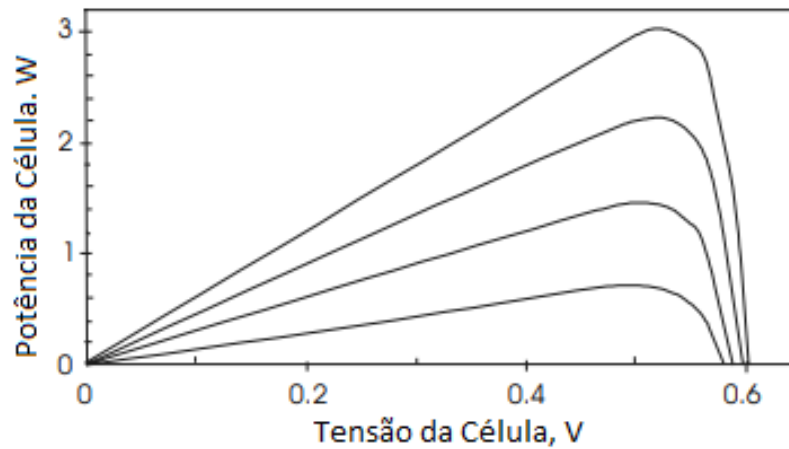
Multiplicando a corrente pela tensão da célula, obtém-se a sua potência. Para retirar o máximo de energia da célula, deseja-se operá-la de modo a produzir máxima potência. É possível observar o ponto máximo na característica I-V através de curvas com produtos  $IV$  constantes tangentes à curva I-V, mas o ponto é mais notável através da curva P-V, cujo MPP é o máximo da curva. Ela pode ser observada nas Figuras 8 e 9.

**Figura 8: Determinação do MPP na operação característica da célula.**



**Fonte: Adaptado de (MESSENGER; VENTRE, 2004).**

**Figura 9: Potência por Tensão da célula fotovoltaica para 4 níveis de irradiância.**



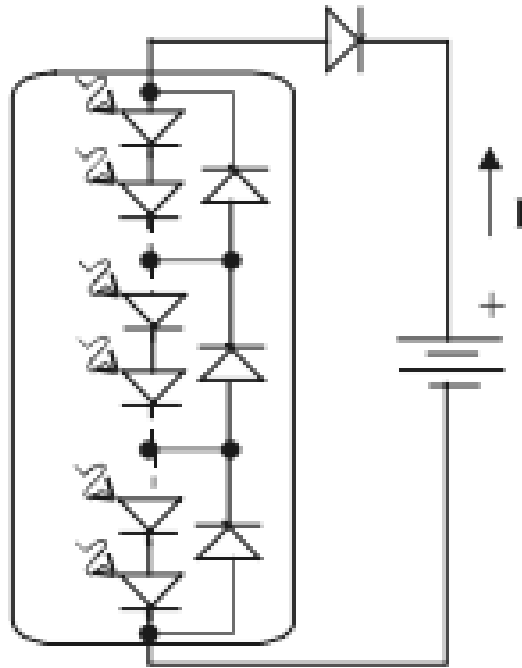
Fonte: Adaptado de (MESSENGER; VENTRE, 2004).

### 2.1.2 MÓDULO FOTOVOLTAICO

Para obter uma tensão de saída maior, as células fotovoltaicas são conectadas em série, formando um módulo fotovoltaico. Uma observação importante relacionada à conexão série de células fotovoltaicas é o sombreamento de células individuais. Caso uma célula esteja sombreada, o desempenho daquela célula será comprometido. Como as células estão em série, a célula pode ficar polarizada diretamente, e assim, ocasionando aquecimento da célula, falha prematura e interrupção da geração da linha série inteira. Para proteger o sistema desta falha são comumente inseridos nos módulos diodos *bypass*; se a corrente fotovoltaica não conseguir fluir por uma ou mais células no módulo, ela fluirá pelo diodo (MESSENGER; VENTRE, 2004).

O diodo de bloqueio é utilizado para impedir o fluxo de corrente no sentido contrário, mas como ele gera uma queda de tensão e, com isso, uma perda de potência de, aproximadamente, 1W quando o módulo está gerando corrente, ele raramente é utilizado. Em vez disso, são simplesmente associadas mais células fotovoltaicas em série, de forma que a soma das tensões geradas pelas células, mesmo durante à noite, seja maior que a tensão da bateria, assim garantindo o fluxo de corrente no sentido correto. (MESSENGER; VENTRE, 2004). Um exemplo com os diodos *bypass* e de bloqueio pode ser observado na Figura 10.

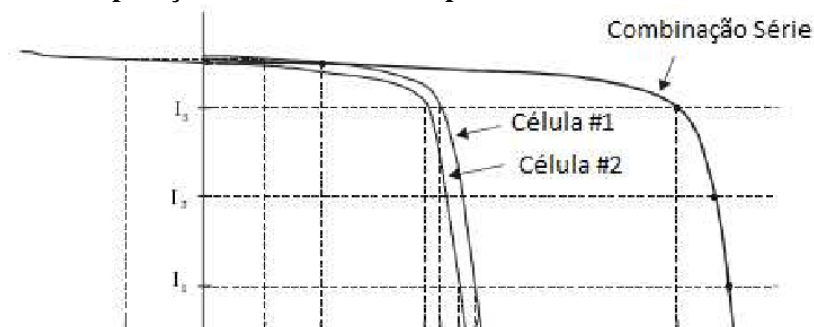
**Figura 10: Módulo fotovoltaico com diodos *bypass* e de bloqueio.**



Fonte: Adaptado de (MESSENGER; VENTRE, 2004).

Para obter a curva I-V composta de células em série, basta somar as respectivas tensões necessárias para produzir a respectiva corrente de cada célula, como mostra a Figura 11. Nota-se também que, caso uma célula tenha corrente de curto circuito ( $I_{sc}$ ) menor que a outra célula, enquanto a tensão da combinação é zero, a tensão de cada célula não é necessariamente zero. Na Figura 11, a célula 2 tem  $I_{sc}$  menor que a célula 1 e, assim, sua tensão é negativa até que a corrente chegue na corrente da célula 1. Isso significa que a célula 1 está gerando potência, e a célula 2 está dissipando esta potência (MESSENGER; VENTRE, 2004).

**Figura 11: Operação característica composta de um módulo fotovoltaico.**



Fonte: Adaptado de (MESSENGER; VENTRE, 2004).

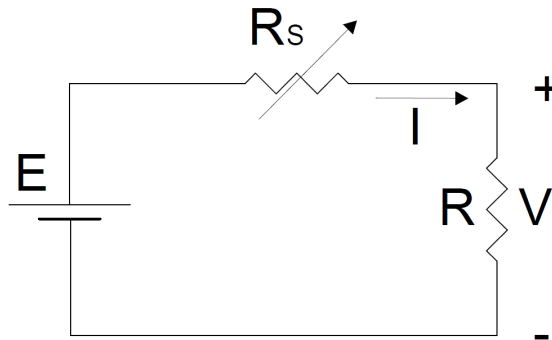
## 2.2 CONVERSORES CC-CC

Um conversor CC-CC é um elemento capaz de converter um nível de tensão CC de entrada,  $V_{in}$  em uma tensão de saída  $V_{out}$ , idealmente com perdas nulas, no qual o ganho estático é definido pela seguinte equação:

$$K = \frac{V_{out}}{V_{in}}. \quad (2)$$

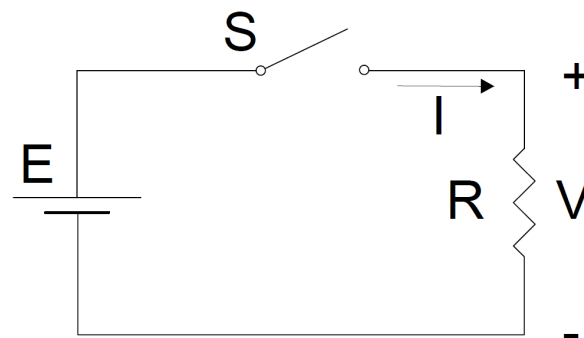
Dentre as técnicas para obter este efeito, as mais recorrentes na literatura são os reguladores lineares e os conversores chaveados, que estão representados nas Figuras 12 e 13, respectivamente.

**Figura 12: Circuito equivalente de um regulador linear.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

**Figura 13: Circuito equivalente de um regulador chaveado.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

Nas Figuras 12 e 13  $E$  é definido como a tensão de entrada,  $R_s$  a resistência variável,  $R$  a resistência da carga,  $I$  a corrente de saída e  $V$  a tensão de saída e  $S$  é uma chave.

No caso do regulador linear, o controle da tensão de saída é feito por meio da calibração da resistência  $R_s$ , assim, pela queda de tensão proporcionada pelo resistor, é possível alterar o

nível de tensão na carga. Nota-se a baixa eficiência do regulador, visto que as perdas são muito grandes no resistor série. Já no caso do conversor chaveado, com chave ideal, a perda seria zero, pois toda a potência da fonte está sobre a carga.

Na prática, o rendimento de um conversor CC-CC pode variar de 70% a 98%, dependendo das potências, correntes, tensões, frequências de chaveamento e das tecnologias empregadas (BARBI; MARTINS, 2000).

### 2.2.1 CLASSIFICAÇÃO DOS CONVERSORES CC-CC

Dentre as diversas topologias de conversores CC-CC, seis são mais populares e difundidos na área. São eles: Buck, Boost, Buck-Boost, Ćuk, Sepic e Zeta (BARBI; MARTINS, 2000).

Todos estes conversores são chaveados, assim, possuem seu ganho estático em função do tempo em que a chave fica nos estados ligado e desligado. A fração de tempo em que a chave do conversor permanece em estado ativo, ou seja, fechada, é denominada *duty cycle*, e é representada na literatura pela letra  $D$ . O *duty cycle* pode ser calculado utilizando a equação (3).

$$D = \frac{t_c}{T}, \quad (3)$$

sendo  $t_c$  o tempo que a chave permanece fechada, e  $T$  é o período de chaveamento. A Tabela 1 mostra os conversores apresentados, com seus respectivos ganhos estáticos, em função do *duty cycle* das suas chaves.

**Tabela 1: Conversores comuns.**

Conversor	Ganho
Buck	$D$
Boost	$1/(1-D)$
Buck-Boost	$D/(1-D)$
Ćuk	$D/(1-D)$
Sepic	$D/(1-D)$
Zeta	$D/(1-D)$

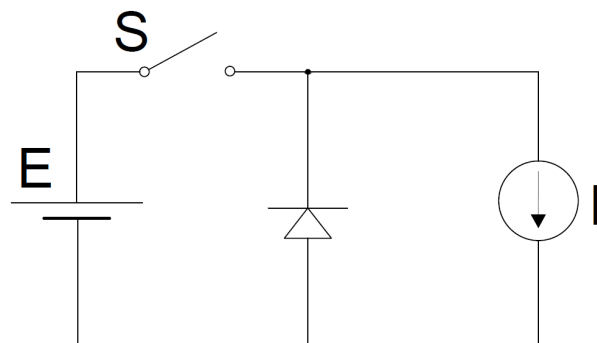
**Fonte: (BARBI; MARTINS, 2000).**

Dentre eles, o único com relação linear entre tensão de entrada e tensão de saída é o conversor Buck, sendo assim o mais fácil de ser controlado com emprego das técnicas clássicas de controle (BARBI; MARTINS, 2000).

## 2.2.2 CONVERSOR BUCK

O conversor Buck, sendo um conversor abaixador de tensão, produz um valor médio de tensão na saída inferior ao valor médio da tensão de entrada, enquanto que a corrente média de saída é maior que a corrente média de entrada. Ou seja, ele é concebido de forma a possibilitar uma variação contínua da tensão média na carga desde zero até a tensão de alimentação (BARBI; MARTINS, 2000). O circuito básico de um conversor Buck pode ser observado na Figura 14.

**Figura 14: Circuito básico de um conversor Buck.**

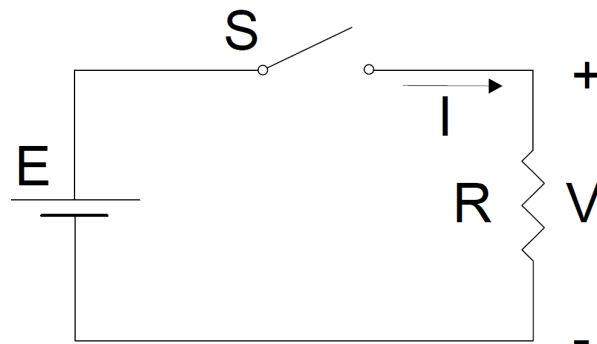


**Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).**

### 2.2.2.1 BUCK COM CARGA RESISTIVA

Considerando o circuito da Figura 15, supondo que a chave  $S$  comuta seu estado periodicamente com período  $T$ , alimentado por uma fonte de tensão CC de valor  $E$ , o comportamento das ondas de tensão e corrente pode ser observado na Figura 16.

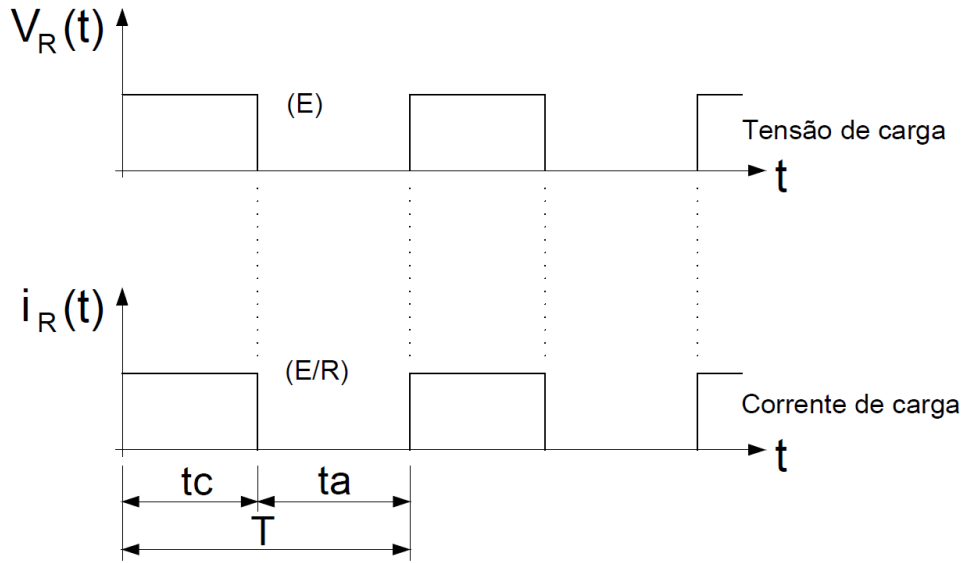
**Figura 15: Circuito buck com carga resistiva.**



**Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).**



Figura 16: Ondas de tensão e corrente de saída.



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

O valor médio da tensão na carga é dado por:

$$V_{Rmd} = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} E dt = \frac{t_c}{T} E. \quad (4)$$

Logo, a partir da equação (3), obtém-se:

$$V_{Rmd} = DE. \quad (5)$$

A corrente média também pode ser obtida, e é dada por:

$$I_{Rmd} = \frac{V_{Rmd}}{R} = D \frac{E}{R}. \quad (6)$$

A potência de entrada é igual a potência de saída, é obtida na equação (7):

$$P_E = \frac{1}{T} \int_0^T v_R(t) i_{R(t)} dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_c} \frac{v_R(t)^2}{R} dt = D \frac{E^2}{R}. \quad (7)$$

Logo, a resistência vista pela entrada é dada pela equação (8):

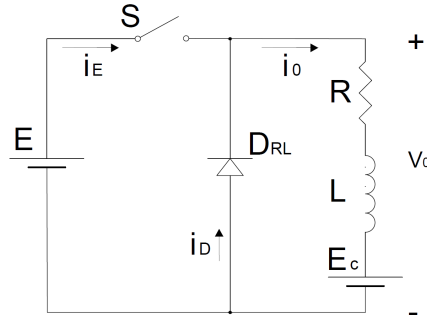
$$R_E = \frac{E}{I_{Rmd}} = \frac{R}{D}. \quad (8)$$

Assim, nota-se a variação linear da tensão média na carga com duty cycle, possibilitando o controle da tensão média na carga por meio da razão cíclica. A tensão média na carga varia de 0 a  $E$  e a potência pode ser controlada.

### 2.2.2.2 BUCK COM CARGA RLE

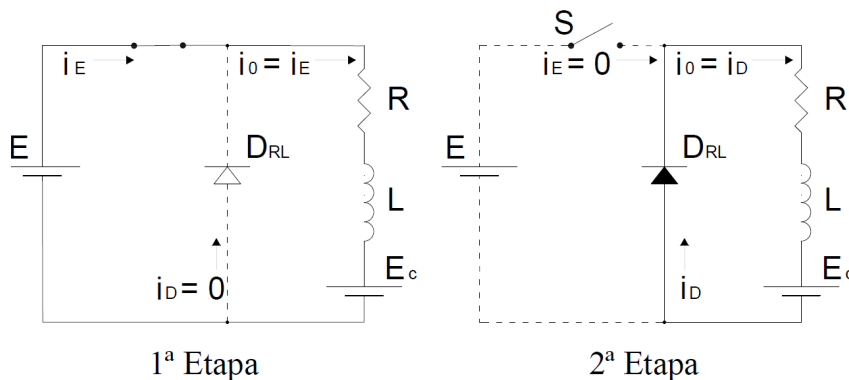
A configuração do conversor Buck alimentando uma carga RLE é mostrada na Figura 17, com suas etapas de funcionamento sendo apresentadas na Figura 18.

**Figura 17: Circuito do Buck com carga RLE.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

**Figura 18: Etapas de funcionamento com carga RLE.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

Nota-se a inserção do diodo no circuito, justificado pelo fato de uma fonte de corrente, ou carga com características de fonte de corrente, faz com que a corrente continue fluindo. Logo, é inserido o diodo em anti-paralelo, ou seja, paralelo com a carga e impedindo o fluxo de corrente no sentido contrário, com a carga que será submetida à abertura (BARBI; MARTINS, 2000).

As duas etapas da Figura 18 são representadas pelas equações (9) e (10).

$$E = Ri_E + L \frac{di_E}{dt} + E_c, \quad (9)$$

$$0 = Ri_D + L \frac{di_D}{dt} + E_c. \quad (10)$$

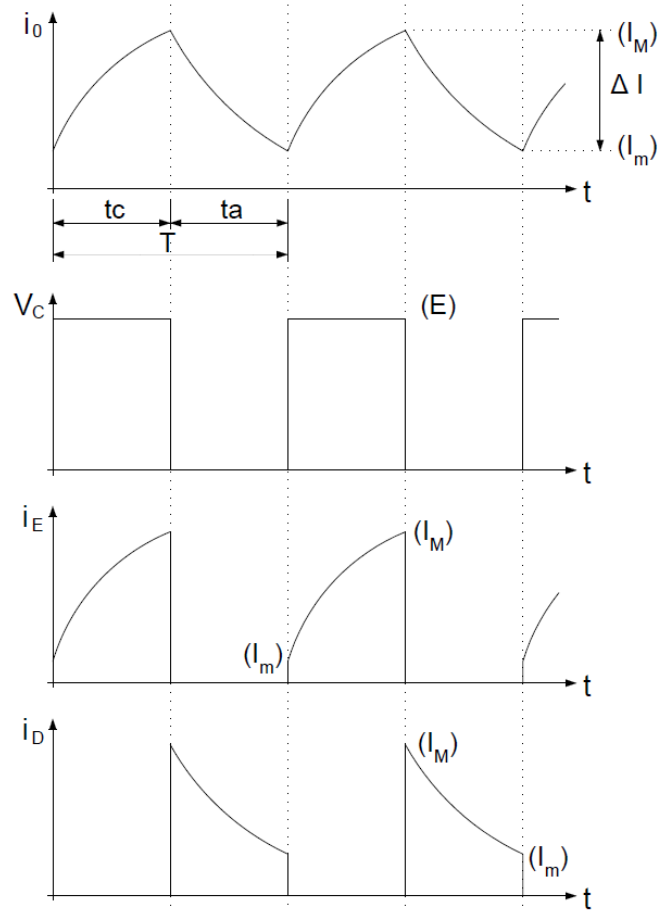
Solucionando as equações diferenciais, suas respostas no tempo são apresentadas nas equações (11) e (12):

$$i_E = I_m e^{\frac{-t}{T}} + \frac{E - E_c}{R} (1 - e^{\frac{-t}{T}}), \quad (11)$$

$$i_D = I_m e^{\frac{-t}{T}} - \frac{E_c}{R} (1 - e^{\frac{-t}{T}}). \quad (12)$$

As correntes  $I_M$  e  $I_m$  são respectivamente os valores máximo e mínimo da corrente de carga  $i_o$ , que pode ser visualizada na Figura 19, apresentando as ondas fundamentais da análise do Buck.

**Figura 19: Principais formas de onda para o Buck com carga RLE.**



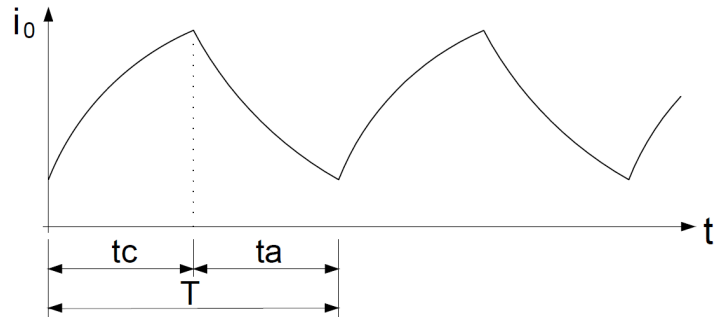
Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

### 2.2.2.3 CONDUÇÃO CONTÍNUA, DESCONTÍNUA E CRÍTICA

Dependendo da corrente de carga  $i_o$ , a condução pode ser caracterizada em contínua, descontínua ou crítica. O conversor em condução descontínua pode proporcionar inconvenientes, visto que o controle da tensão média na carga não depende somente da duty cycle  $D$ ,

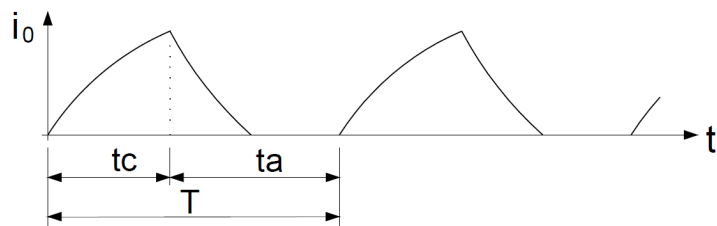
mas também da razão referente ao tempo de presença de corrente no indutor. Os casos estão representados nas Figuras 20, 21 e 22:

**Figura 20: Buck em condução contínua.**



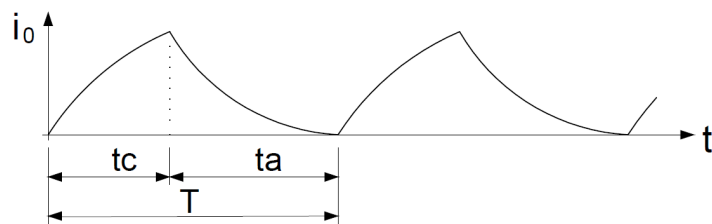
Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

**Figura 21: Buck em condução descontínua.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

**Figura 22: Buck em condução crítica.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

#### 2.2.2.4 BUCK EM CONDUÇÃO CONTÍNUA PARA CARGA RLE

Analisando a Figura 19, obtém-se que o valor médio da tensão de carga é dado pela equação (13).

$$V_o = DE. \quad (13)$$

A média da tensão de carga também pode ser obtida a partir da seguinte expressão:

$$V_o = E_c + V_{Rmd} + V_{Lmd}. \quad (14)$$

Como a tensão média no indutor é zero, nota-se que a tensão média e a corrente média de carga relacionam pela seguinte equação:

$$V_o = E_c + RI_o. \quad (15)$$

Dividindo por  $E$  a equação acima, tem-se:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{E_c}{E} + \frac{R}{E}I_o. \quad (16)$$

A partir da equação (13), define-se:

$$D = \frac{V_o}{E}, \quad (17)$$

e para facilidade de representação, tem-se:

$$a = \frac{E_c}{E} \quad (18)$$

e

$$I = \frac{E}{R}, \quad (19)$$

sendo  $D$  o *duty cycle*,  $a$  a relação entre as tensões e  $I$  definido como pseudo-corrente. Destas relações, obtém-se:

$$\frac{I_o}{I} = D - a. \quad (20)$$

Multiplicando-se as equações (17) e (20), resulta:

$$\frac{V_o I_o}{EI} = D(D - a). \quad (21)$$

Como a potência média de saída é definida como:

$$P_o = V_o I_o. \quad (22)$$

Substituindo a equação (22) em (21) tem-se:

$$\frac{P_o}{EI} = D(D - a). \quad (23)$$

A equação acima, em conjunto com as equações (17) e (20) representam o comportamento da tensão, corrente e potência média na carga em função do *duty cycle*. Assim, mostrando a possibilidade de regulação da tensão média e da corrente média por meio da razão cíclica.

### 2.2.2.5 CÁLCULO DA INDUTÂNCIA CRÍTICA

A indutância crítica é a indutância mínima capaz de assegurar condução contínua no conversor, sendo assim um parâmetro de projeto importante a ser considerado. A equação referente à indutância crítica é representada por:

$$\frac{2L_{CR}I_o}{TE} = D - D^2. \quad (24)$$

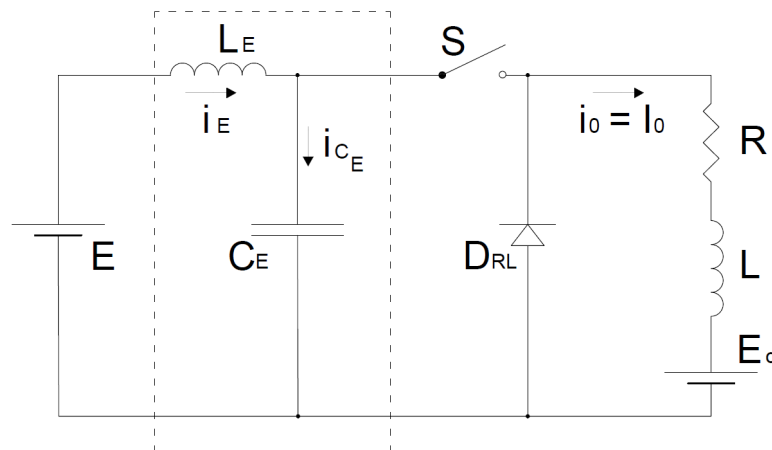
Como a parcela do lado esquerdo de (24) é maximizada para  $D = 0,5$ , obtém-se o pior caso da indutância crítica. Substituindo-se  $D = 0,5$  em (24), e isolando  $L_{CR}$ :

$$L_{CR} = \frac{E}{8fI_o}. \quad (25)$$

### 2.2.2.6 FILTRAGEM DA CORRENTE DE ENTRADA

Nos casos apresentados, a corrente  $i_E$  que alimenta o conversor é pulsada, podendo ocasionar problemas como elevado conteúdo harmônico. Para contornar este problema, pode ser utilizado um filtro  $LC$ , assim limitando a variação de tensão e corrente de entrada, de acordo com os valores dos componentes selecionados. O esquema do circuito pode ser observado na Figura 23.

**Figura 23: Buck com filtro passa-baixa de entrada.**



Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).

O valor da capacitância para uma máxima variação de tensão desejada pode ser calculada a partir de (26), tal que a relação considera o pior caso com  $D = 0,5$ .

$$C_E = \frac{I_o}{4f\Delta V C_{E_{max}}}. \quad (26)$$

sendo  $C_E$  o capacitor do conversor,  $I_o$  a corrente de saída e  $f$  a frequência de comutação da chave eletrônica

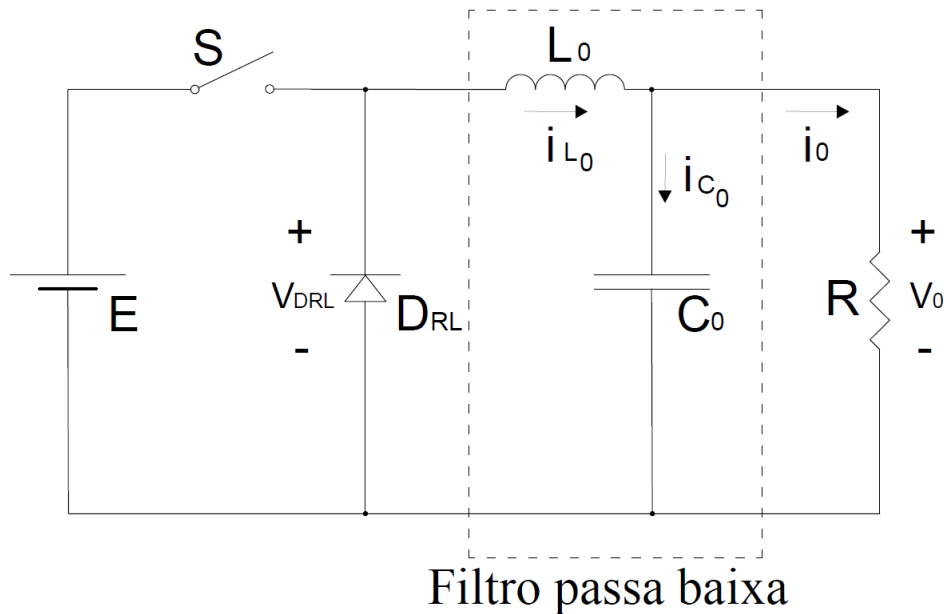
Para a indutância, deve se levar em conta a componente alternada da corrente no indutor. A expressão que relaciona a indutância com a variação na corrente é descrita a seguir:

$$L_E = \frac{1}{31} \frac{I_o}{f^2 C_E \Delta I E_{max}}. \quad (27)$$

### 2.2.2.7 FILTRAGEM DA TENSÃO DE SAÍDA

Para os casos em que o conversor necessita ter uma tensão contínua de baixa ondulação na saída, adiciona-se um filtro passa-baixa na saída, como mostra a Figura 24.

**Figura 24: Buck com filtro passa-baixa de saída.**



**Fonte: Adaptado de (BARBI; MARTINS, 2000).**

Ainda considerando o pior caso, com  $D = 0,5$ , obtém-se a indutância calculada referente à variação máxima de corrente projetada:

$$L_o = \frac{E}{4f\Delta I_{L_{max}}}. \quad (28)$$

Para o cálculo do capacitor em função da ondulação máxima de tensão, apresenta a seguinte equação:

$$C_o = \frac{E}{31L_o f^2 \Delta V_{C_{omax}}}. \quad (29)$$

Nota-se também a importância de se considerar, para ambos os filtros, a sua frequência de ressonância  $f_o$ , que é a própria frequência de corte  $f_c$  do filtro, representada por (30). Para tal, deve-se escolher filtro cuja frequência de ressonância seja muito menor que a frequência de chaveamento; caso contrário, a tensão de saída pode apresentar ondulações excessivas.

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_o C_o}}. \quad (30)$$

Nas seções anteriores deste capítulo foram mostradas características de elementos que compõem um sistema fotovoltaico. Na sequência serão mostradas possíveis limitações presentes em um sistema fotovoltaico operando em condições de sombreamento, bem como a características de métodos clássicos de MPPT.

### 2.3 DIFERENTES TÉCNICAS DE MPPT EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO

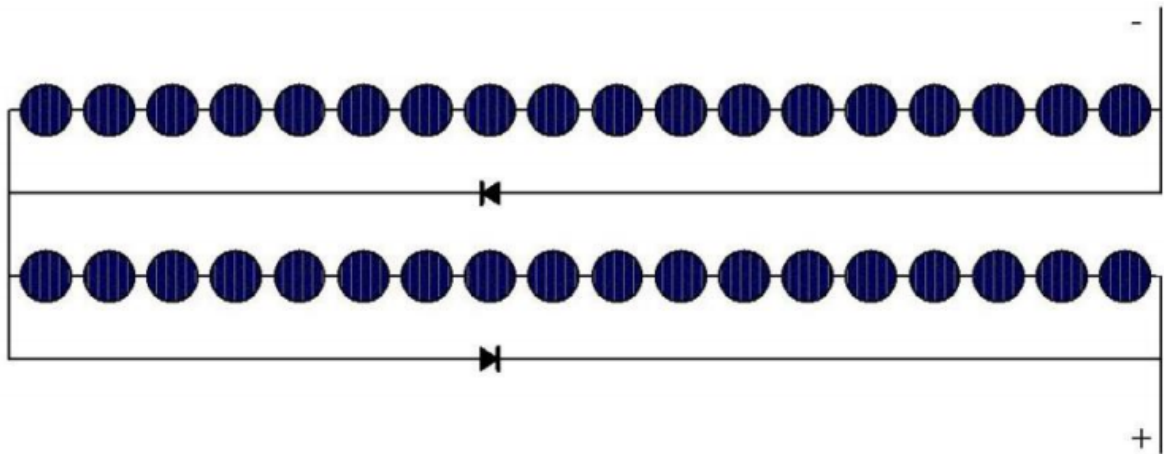
A radiação solar que incide sobre um módulo fotovoltaico está diretamente relacionada à energia elétrica produzida por ele. Desta forma, quando uma parte do módulo deixa de receber radiação solar, ou seja, é sombreada, ela deixa de fornecer potência à carga.

Estruturado com apenas um inversor, cada painel fotovoltaico deve operar em seu ponto de máxima potência, desde que não haja qualquer tipo de sombreamento no módulo, seja por nuvens, árvores, edificações, ou outros elementos. Em um arranjo com vários painéis em série, o sombreamento torna-se um grande problema pois, sombreado apenas um dos painéis do módulo, ele limita a corrente do sistema e, conseqüentemente, a eficiência de todo o arranjo será reduzida. Na teoria, utilizar um diodo *bypass* como caminho alternativo à corrente seria a solução ideal, pois assim não limitaria a potência do sistema. Entretanto, como os painéis produzem correntes muito elevadas, há uma grande dissipação de potência no próprio diodo (BRITO et al., 2011).

A Figura 25 ilustra um módulo fotovoltaico composto por dois grupos de células com diodos de *bypass* em paralelo.



**Figura 25: Ligação de diodos de *bypass* em módulos fotovoltaicos.**

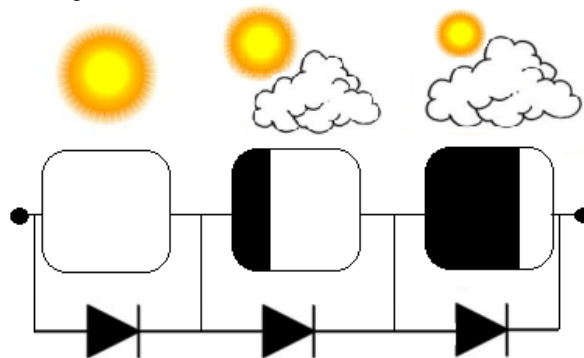


**Fonte: (PINHO; GALDINO, 2014).**

O sombreamento parcial do painel interfere diretamente na curva P-V do sistema, podendo criar múltiplos pontos de máximo local, dificultando, o trabalho de diferentes algoritmos aplicados no inversor. Deste modo, é importante elaborar um algoritmo complexo e flexível que tenha a capacidade de distinguir máximos locais de máximos globais, melhorando a performance do sistema (EZINWANNE et al., 2017).

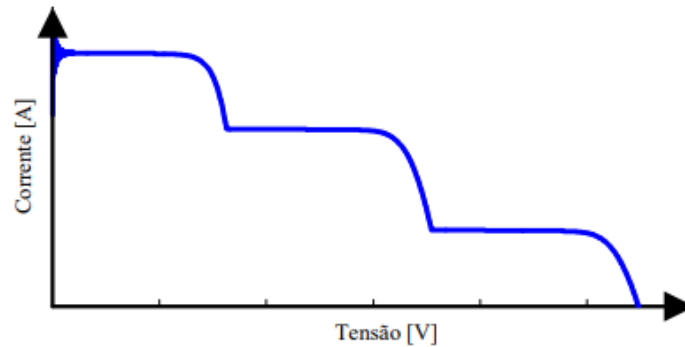
A Figura 27 mostra a curva I-V do arranjo ilustrado na Figura 26 sob condições de sombreamento e a Figura 28 a característica P-V, dando ênfase aos seus máximos locais e ao máximo global.

**Figura 26: Arranjo Fotovoltaico com diferentes níveis de radiação solar.**



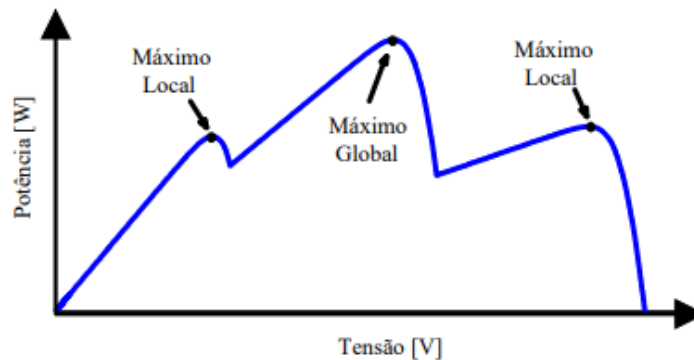
**Fonte: Adaptado de (COUTINHO, 2016).**

**Figura 27: Curva I-V de uma arranjo fotovoltaico sob efeito de sombreamento.**



**Fonte: (OLIVEIRA, 2015).**

**Figura 28: Curva P-V de uma arranjo fotovoltaico sob efeito de sombreamento.**



**Fonte: (OLIVEIRA, 2015).**

A redução na potência entregue à carga se deve à redução do nível da tensão do arranjo e não da corrente, já que os módulos estão em série. Caso haja sombreamento total em uma célula de um grupo de células de um módulo fotovoltaico, a corrente segue pelo diodo de *bypass* e há redução na potência gerada, proporcional ao número de módulos sombreados no arranjo (COUTINHO, 2016).

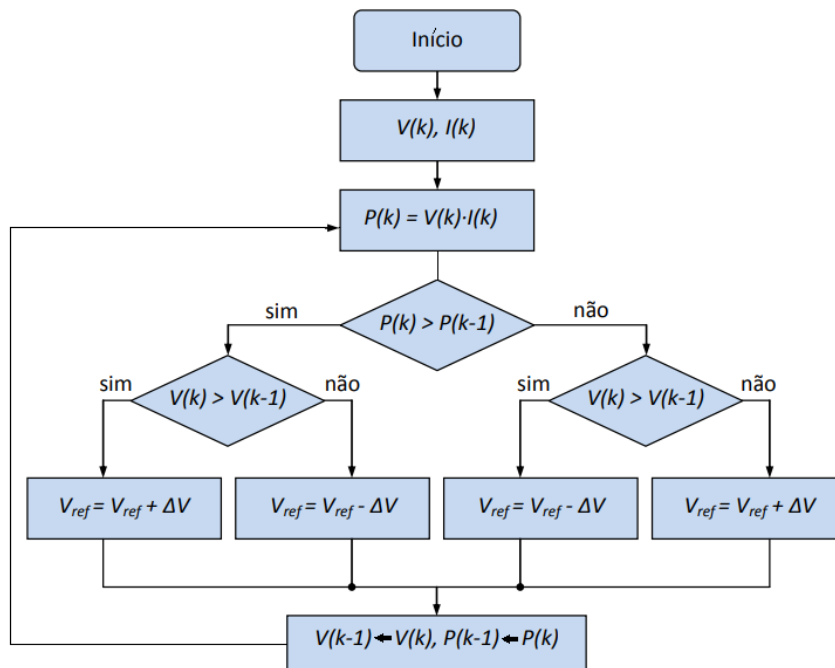
### 2.3.1 MÉTODOS CLÁSSICOS

Nesta seção serão mostrados três métodos clássicos, bem como seus modelos de algoritmos, utilizados em sistemas de MPPT com a finalidade de compará-los aos demais algoritmos que serão apresentados nas Seções seguintes.

### 2.3.1.1 MÉTODO P&O

Um método clássico de MPPT comumente utilizado em sistemas fotovoltaicos é o P&O. De acordo com Femia et al. (2005), o método P&O é normalmente utilizado devido à sua fácil implementação. Ele funciona obedecendo aos seguintes critérios: se a tensão de operação do painel for perturbada em uma certa direção e se a potência do módulo aumentar, significa que o ponto de operação moveu-se em direção ao máximo ponto de potência, logo, a tensão de operação deve ser perturbada na mesma direção. Em contrapartida, se a potência do sistema diminuir, significa que o ponto de operação afastou-se do MPP e, conseqüentemente, a direção da perturbação na tensão deve ser invertida; vide Figura 29.

**Figura 29: P&O: Fluxograma de busca de máxima potência.**



**Fonte: Adaptado de (MOÇAMBIQUE, 2012).**

Considera-se  $V_{ref}$  como a tensão de referência com a qual o painel fotovoltaico é forçado a operar e, quando o sistema estiver operando no MPP, ela se iguala à  $V_{MPP}$ , tensão de máxima potência (MOÇAMBIQUE, 2012).

Segundo Karami et al. (2017), o ponto de máxima potência será atingido quando (31) for satisfeito, isto é:

$$\frac{dP_{pv}}{dV_{pv}} = 0. \quad (31)$$

Um problema ao utilizar o método P&O é que, quando o sistema encontra-se em regime permanente, o ponto de operação oscila em torno do MPP, resultando em grandes perdas

de potência gerada. A busca por diminuição nas oscilações neste método acabam por ocasionar em retardamento na resposta do algoritmo a mudanças climáticas e diminuição da eficiência do algoritmo a condições de sombreamento (FEMIA et al., 2005).

Segundo Karami et al. (2017), o rastreamento do algoritmo depende de dois critérios principais: a velocidade de rastreamento e o passo da perturbação. Ainda, de acordo com os autores, as oscilações em regime permanente são proporcionais ao valor do passo, para valores fixos de perturbação, valores de passos maiores podem causar oscilações e, infelizmente, pequenos passos podem resultar em resposta lenta. É possível se perceber, neste caso, o conflito comum entre uma resposta rápida e oscilações em regime permanente, presente em sistemas de controle (KARAMI et al., 2017).

### 2.3.1.2 MÉTODO DA CONDUTÂNCIA INCREMENTAL — CI

Segundo Moçambique (2012), o método de condutância incremental, de forma similar ao P&O, baseia-se no princípio de que a derivada da curva P–V é zero no MPP, positiva à esquerda deste ponto e negativa à direita. Segue-se, portanto, as relações:

$$\begin{cases} \frac{dP}{dV} = 0, \text{ no MPP,} \\ \frac{dP}{dV} > 0, \text{ à esquerda do MPP,} \\ \frac{dP}{dV} < 0, \text{ à direita do MPP.} \end{cases} \quad (32)$$

Sabendo-se que:

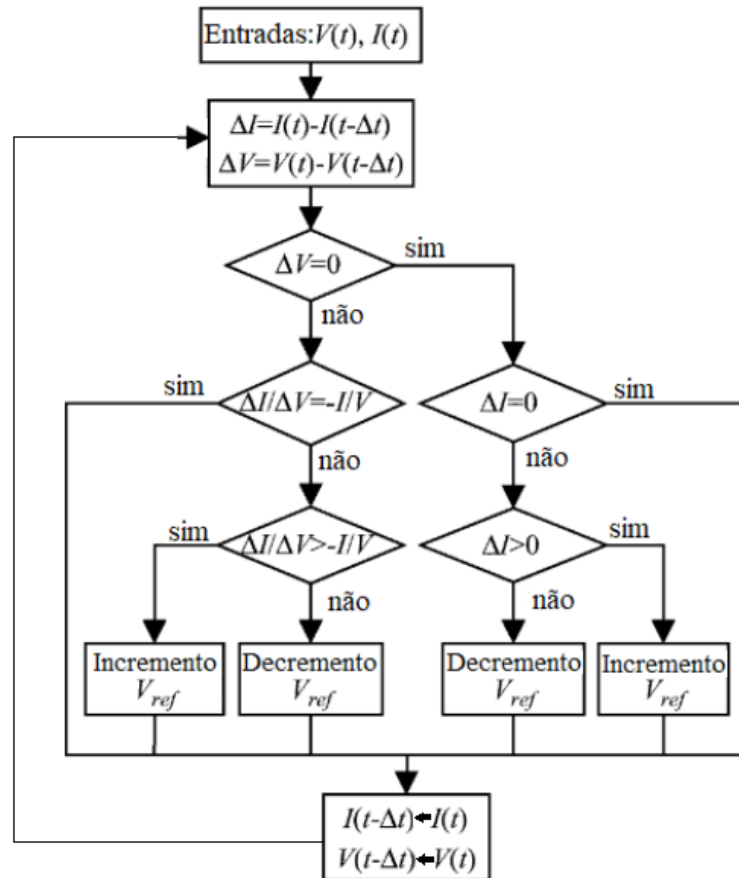
$$\frac{dP}{dV} = \frac{d(IV)}{dV} = I + V \frac{dI}{dV} \cong I + V \frac{\Delta I}{\Delta V}. \quad (33)$$

Levando em conta as condições em (32), a equação (33) pode ser reescrita sob o ponto de vista de cada um dos casos listados em (32):

$$\begin{cases} \frac{\Delta I}{\Delta V} = -\frac{I}{V}, \text{ no MPP,} \\ \frac{\Delta I}{\Delta V} > -\frac{I}{V}, \text{ à esquerda do MPP,} \\ \frac{\Delta I}{\Delta V} < -\frac{I}{V}, \text{ à direita do MPP.} \end{cases} \quad (34)$$

Segundo ESRAM e Chapman (2007), o MPP pode ser rastreado pela comparação da condutância instantânea ( $I/V$ ) com a incremental ( $\Delta I/\Delta V$ ), como mostra a Figura 30. O algoritmo de condutância incremental trabalha com uma tensão de referência  $V_{ref}$ , com a qual o sistema é forçado a operar. No MPP, essa tensão é igual à tensão de máxima potência  $V_{mpp}$ . Uma vez que o MPP é atingido, a operação do painel se mantém no MPP até que uma mudança na corrente seja notada, indicando assim, sombreamento, alterando portanto, o MPP. Por fim, o algoritmo decrementa ou incrementa a tensão de referência para rastrear o novo MPP.

Figura 30: Fluxograma de condutância incremental.



Fonte: Adaptado de (ESRAM; CHAPMAN, 2007).

Uma forma não tão óbvia, porém efetiva de se utilizar a técnica da condutância incremental, é utilizando a condutância instantânea e a condutância incremental de forma a gerar um sinal de erro  $e$ :

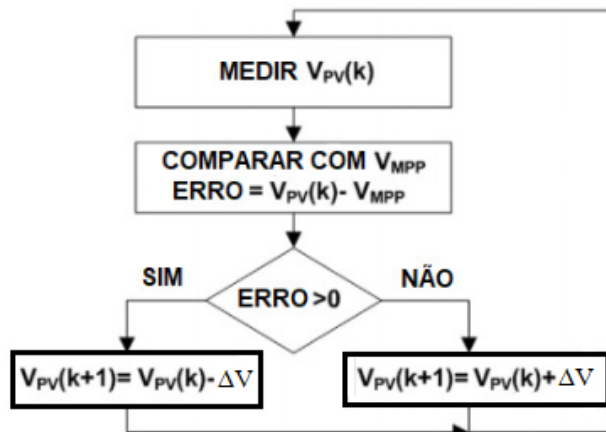
$$e = \frac{I}{V} + \frac{dI}{dV}. \quad (35)$$

Sabe-se, dadas as Equações em (32), que o erro é nulo no MPP. Um simples controlador Proporcional-Integral (PI) pode ser utilizado para levar o erro à zero (ESRAM; CHAPMAN, 2007).

### 2.3.1.3 MÉTODO DA TENSÃO CONSTANTE — TC

O método da tensão constante é a técnica mais simples de controle de MPPT. O ponto de operação do módulo fotovoltaico mantém-se próximo ao MPP pela regulação da tensão, comparando-a à tensão que oferece a máxima potência ao sistema,  $V_{MPP}$ . O algoritmo do método da tensão constante, ilustrado na Figura 31, omite os efeitos da irradiância e da temperatura no módulo e assume que a tensão constante de referência é uma aproximação adequada ao verdadeiro MPP. No entanto, o ponto de operação não condiz exatamente com o MPP e a tensão de referência tem que ser adotada para diferentes posições geográficas (KARAMI et al., 2017).

**Figura 31: Fluxograma do método da tensão constante.**



Fonte: Adaptado de (KARAMI et al., 2017).

Feita a análise do erro, incrementa-se ou decrementa-se a tensão no instante  $k + 1$  com uma tensão  $\Delta V$  em relação à tensão no instante  $k$ . O circuito que utiliza o método da tensão constante necessita de apenas um sensor para a medida da tensão para se definir o *duty cycle* do conversor.

## 2.4 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentadas as características de um sistema fotovoltaico, o modo de funcionamento de um conversor *buck*, o comportamento de um sistema fotovoltaico em condições de sombreamento, bem como o modo de funcionamento de três algoritmos clássicos de MPPT. Na sequência serão apresentadas as características de métodos determinísticos de otimização, com a finalidade de utilizá-los posteriormente como algoritmos de busca de máxima potência.

### 3 ALGORITMOS DETERMINÍSTICOS

Neste capítulo serão apresentadas as fundamentações matemáticas necessárias para o entendimento e aplicação da otimização determinística. Os métodos que serão descritos e desenvolvidos no trabalho são:

- Método do Gradiente Descendente - GD;
- Método de Gauss-Newton - GN;
- Método de Levenberg-Marquardt - LM.

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES E DEFINIÇÕES INICIAIS

Segundo Rodríguez (2011), é possível dividir a otimização de sistemas em duas classes: local e global. A otimização local encontra a melhor solução dentro de um conjunto de soluções próximo a um outro conjunto de soluções, sendo que a solução encontrada depende do ponto de início do processo de otimização. Já a otimização global deve encontrar a melhor solução independentemente do ponto de início do processo de otimização, necessitando de um maior processamento computacional. Com a atuação da otimização determinística, espera-se maximizar a potência do sistema, alterando-se os valores de tensão e corrente da função  $f$ , com a qual o módulo fotovoltaico está operando. Tem-se, portanto, a seguinte relação:

$$f(V,I) \rightarrow \max P(Irr,T) = \min P(Irr,T)^{-1}, \quad (36)$$

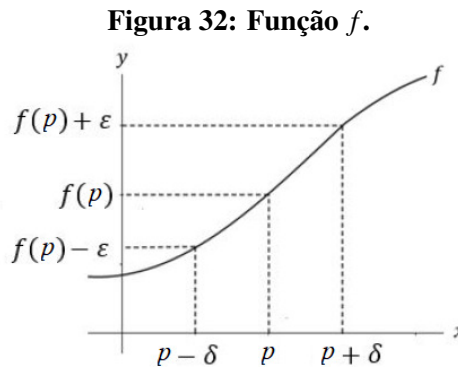
sendo  $Irr$  a irradiância e  $T$  a temperatura, variáveis com as quais o sistema está operando. Busca-se, portanto, maximizar a potência, que depende das variáveis irradiância e temperatura, variando-se  $V$  e  $I$ .

Algumas definições precisam ser apresentadas antes de se trabalhar com a otimização determinística. A seguir, serão mostradas as definições de continuidade, diferenciabilidade, mínimo, coercividade e convexidade de funções bem como vetor gradiente, matriz hessiana, matriz jacobiana e sua utilização no problema de mínimos quadrados.

### 3.1.1 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO CONTÍNUA

De acordo com Guidorizzi (2003), seja a função  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ilustrada na Figura 32. Para todo  $\varepsilon > 0$  dado, existe  $\delta(\varepsilon) > 0$ , tal que,  $\forall x \in D_f$ :

$$p - \delta < x < p + \delta \Rightarrow f(p) - \varepsilon < f(x) < f(p) + \varepsilon. \quad (37)$$



Fonte: Adaptado de (GUIDORIZZI, 2003).

Sabendo-se que:

$$|x - p| < \delta \Leftrightarrow p - \delta < x < p + \delta \quad (38)$$

e

$$|f(x) - f(p)| < \varepsilon \Leftrightarrow f(p) - \varepsilon < f(x) < f(p) + \varepsilon, \quad (39)$$

pode-se definir a continuidade da função  $f$  em  $p$  como:

$$f \text{ contínua em } p \Leftrightarrow \begin{cases} \forall \varepsilon > 0 \text{ dado, } \exists \delta > 0 \text{ tal que, } \forall x \text{ em } D_f, \\ |x - p| < \delta \Rightarrow |f(x) - f(p)| < \varepsilon. \end{cases} \quad (40)$$

Diz-se então que  $f$    contínua em  $A \subset D_f$  se  $f$  for contínua em todo ponto  $p \in A$ , ou simplesmente, contínua em todo ponto  $p$  de seu domínio.

### 3.1.2 DIFERENCIABILIDADE

Seja o seguinte teorema:

**Teorema 1.** Se  $f$  for derivável em  $p$ , então  $f$  será contínua em  $p$ .

Prova:



$$\exists \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} = f'(p). \quad (41)$$

Precisa-se provar no entanto que  $f$  é contínua em  $p$ , ou seja,

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p). \quad (42)$$

Portanto:

$$f(x) - f(p) = \frac{f(x) - f(p)}{x - p} (x - p), x \neq p, \quad (43)$$

daí,

$$\lim_{x \rightarrow p} [f(x) - f(p)] = \lim_{x \rightarrow p} \frac{f(x) - f(p)}{x - p} \lim_{x \rightarrow p} (x - p) = f'(p)0 = 0, \quad (44)$$

ou seja,

$$\lim_{x \rightarrow p} [f(x) - f(p)] = 0. \quad (45)$$

Portanto, tem-se que:

$$\lim_{x \rightarrow p} f(x) = f(p). \quad (46)$$

□

Segundo Guidorizzi (2003), diz-se que uma função  $f(x) = |x|$  não é diferenciável em  $p = 0$ . No entanto, ela é contínua nesse mesmo ponto, logo a função pode ser contínua e não derivável no mesmo ponto. Deste modo, continuidade não implica em diferenciabilidade, mas diferenciabilidade implica em continuidade.

### 3.1.3 DEFINIÇÃO DE MÍNIMO DE UMA FUNÇÃO

Segundo Heath (2002), o mínimo de uma função pode ser definido da seguinte forma:

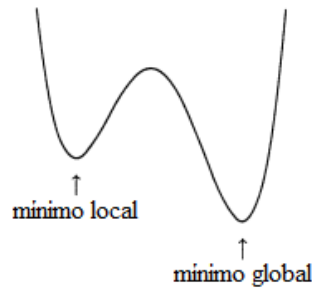
Definição 1: dada uma função  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  e um conjunto  $S \subseteq \mathbb{R}^n$ , procura-se  $x^* \in S$  tal que  $f$  atinge seu mínimo em  $S$  em  $x^*$ , isto é:

$$f(x^*) \leq f(x), \forall x \in S, \quad (47)$$

em que  $x$  é chamado de minimizador da função. O máximo de  $f$  é igual ao mínimo de  $-f$ , tem-se, portanto, que a minimização de  $-f$  é equivalente à maximização de  $f$ .

A Figura 33, representa um problema de uma dimensão com seus mínimos indicados.

**Figura 33: Mínimos de uma função.**



**Fonte: Adaptado de (HEATH, 2002).**

### 3.1.4 COERCIVIDADE

Uma função contínua  $f$ , em um conjunto ilimitado  $S \subseteq \mathbb{R}^n$ , é dita coerciva se:

$$\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} f(x) = +\infty, \quad (48)$$

ou seja, para qualquer constante  $M$ , existe um conjunto  $r > 0$  de  $f$  (dependendo de  $M$ ) tal que  $f(x) \geq M$  para qualquer  $x \in S$  (conjunto de possíveis soluções), tal que  $\|x\| \geq r$ . Desta forma,  $f(x)$  deve ser grande sempre que  $\|x\|$  é grande, portanto, se  $f$  é coerciva em um conjunto fechado e ilimitado  $S \subseteq \mathbb{R}^n$ , então  $f$  tem um mínimo global em  $S$ .

Um conjunto de níveis para uma função  $f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é um conjunto de todos os pontos em  $S$  para o qual a função tem valores constantes atribuídos. Em  $\mathbb{R}^2$ , conjuntos de nível são chamados de linhas de contorno, enquanto que em  $\mathbb{R}^n$  são chamados de isosuperfícies da função. É importante definir essas regiões em  $\mathbb{R}^n$  para se ter a noção de conjuntos de subnível, que são regiões no interior das fronteiras dos conjuntos de nível, ou seja, o conjunto de todos os pontos para o qual a função é menor ou igual a um valor constante atribuído,  $\gamma \in \mathbb{R}$  (HEATH, 2002). Portanto, define-se conjunto  $L_\gamma$  de subnível como:

$$L_\gamma = \{x \in S : f(x) \leq \gamma\}. \quad (49)$$

Sendo  $f$  contínua em um conjunto  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  e tendo um conjunto de subnível não vazio, fechado e limitado, então  $f$  tem mínimo global em  $S$ . Sendo  $S$  ilimitado, então  $f$  é coerciva em  $S$  se, e somente se, todos seus conjuntos de subnível forem limitados.

### 3.1.5 CONVEXIDADE

Algumas suposições precisam ser feitas acerca da convexidade de conjuntos quando se trata de problemas de mínimos locais e mínimo global em problemas (HEATH, 2002). Um conjunto  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  é convexo se ele contém um segmento de linha para quaisquer dois pontos do conjunto, ou seja:

$$\{\alpha x + (1 - \alpha)y : 0 \leq \alpha \leq 1\} \subseteq S, \forall x, y \in S, \quad (50)$$

sendo  $\alpha$  um número pertencente ao intervalo  $[0,1]$ , cuja função é realizar a combinação linear entre dois pontos,  $x$  e  $y$ , resultando em um ponto no seguimento de linha entre estes dois pontos.

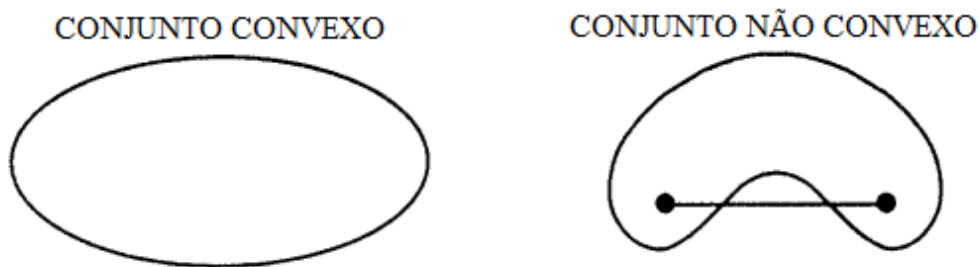
Uma função  $f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é convexa em um conjunto  $S$  convexo se seu traçado sobre qualquer segmento de linha em  $S$  se situar dentro ou acima da fronteira da função, isto é:

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y), \forall \alpha \in [0,1] \text{ e } \forall x, y \in S. \quad (51)$$

Em (51), se a desigualdade for mantida para todo  $\alpha \in (0,1)$ ,  $f$  é dita estritamente convexa. Uma função é dita estritamente convexa se seu gráfico em  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$  não contém segmentos de linha retos.

A Figura 34 compara um conjunto convexo a um não convexo contidos em  $\mathbb{R}^2$ .

**Figura 34: Convexidade de conjuntos.**



**Fonte: Adaptado de (HEATH, 2002).**

Sendo  $f$  uma função convexa em um conjunto convexo  $S$ , então  $f$  é necessariamente contínua em qualquer ponto no interior de  $S$  e qualquer conjunto de subnível da função também é convexo. Disso, tem-se que:

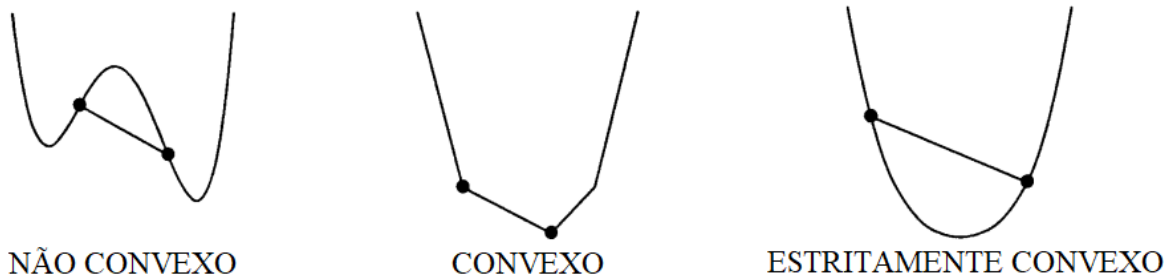
- Qualquer mínimo local da função convexa  $f$  em um conjunto convexo  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  é um mínimo global de  $f$  em  $S$ ;

- Qualquer mínimo local de uma função estritamente convexa  $f$  em um conjunto convexo  $S \subseteq \mathbb{R}^n$  é o único mínimo global de  $f$  em  $S$ .

O segundo ponto mencionado indica apenas a unicidade de um mínimo global de  $f$  em  $S$  e não a sua existência. De fato, se  $S$  for um conjunto fechado e limitado, então a existência de um mínimo global é garantida.

São mostradas na Figura 35, as diferentes convexidades de funções, definidas conforme em (50) e (51).

**Figura 35: Convexidade de funções.**



**Fonte: Adaptado de (HEATH, 2002).**

No caso de conjunto estritamente convexo, os pontos da função, ou seja, todos os pontos entre os dois pontos da reta traçada, nunca possuem valores maiores que os pontos do seguimento de reta.

### 3.1.6 O GRADIENTE NA OTIMIZAÇÃO

Muitos algoritmos de otimização possuem modelo de convergência da seguinte forma:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \alpha \mathbf{s}(k), \quad (52)$$

sendo  $\mathbf{x}(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , a sequência minimizadora. O vetor  $\mathbf{s}(k)$  é denominado vetor de busca e  $\alpha$  é o valor do passo com o qual o algoritmo procede em direção ao vetor de busca na obtenção de  $\mathbf{x}(k+1)$ . O valor ótimo da função é denominado  $x^*$ , como visto anteriormente (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011).

É necessário inicializar a otimização com um ponto aleatório inicial  $\mathbf{x}(0)$  e definir critérios de parada. Um dos critérios a serem respeitados para que haja um mínimo local em uma função sem restrições é  $\nabla f(\mathbf{x}) = 0$ , sendo  $\nabla f(\mathbf{x}) = \partial f(\mathbf{x}) / \partial x$  o gradiente da função  $f$  que pode ser definido como:

$$\nabla f(\mathbf{x}) = \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_n} \end{bmatrix}. \quad (53)$$

Define-se também a matriz hessiana como:

$$H(\mathbf{x}) = \nabla^2 f(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n \partial x_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_1 \partial x_n} & \cdots & \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}. \quad (54)$$

Nota-se que a matriz hessiana de  $f$  é a matriz jacobiana  $\mathbf{J}$  de  $\nabla f$ . Caso as segundas derivadas parciais de  $f$  sejam contínuas, então a igualdade a seguir é válida:

$$\frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_i \partial x_j} = \frac{\partial^2 f(\mathbf{x})}{\partial x_j \partial x_i}, \quad (55)$$

consequentemente a matriz hessiana de  $f$  é simétrica (HEATH, 2002).

Segundo Isermann e Münchhof (2011), a matriz hessiana deve ser definida positivamente de forma a garantir, pelo menos, a existência de um mínimo local na função. No entanto, devido à falta de acurácia numérica, o mínimo não é encontrado com exatidão. Portanto, são definidos critérios de parada,  $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_f$ , baseados no tamanho do passo de atualização e na melhora do custo da função, como segue:

$$\begin{cases} \|\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)\| \leq \varepsilon_x, \\ f(\mathbf{x}(k)) - f(\mathbf{x}(k+1)) \leq \varepsilon_f. \end{cases} \quad (56)$$

É possível, então, classificar os diferentes tipos de otimização de uma função custo  $f$ , baseados nas informações obtidas em relação à função  $f$ , como:

- Métodos de ordem zero: Apenas consideram a função custo  $f(\mathbf{x})$ ;
- Métodos de primeira ordem: Emprega-se a função  $f(\mathbf{x})$  bem como o seu gradiente  $\nabla f(\mathbf{x})$ ;
- Métodos de segunda ordem: Utilizam a função  $f(\mathbf{x})$ , seu gradiente  $\nabla f(\mathbf{x})$  e sua hessiana  $H(\mathbf{x})$ .

Um importante fato sobre o vetor gradiente de uma função  $f$  continuamente diferenciável, é que ele aponta “morro acima”, traduzido literalmente do inglês *uphill*, de  $f(\mathbf{x})$ , e o gradiente

negativo,  $-\nabla f(\mathbf{x})$ , aponta “morro abaixo”, tradução literal do termo em inglês *downhill*, ou seja, apontam em direção a pontos com menores valores que  $f(\mathbf{x})$  (HEATH, 2002).

Verifica-se a veracidade desta afirmação, utilizando o Teorema de Taylor da seguinte forma:

$$f(x+s) = f(x) + \nabla f(x + \alpha s)^\top s, \forall s \in \mathbb{R}^n \text{ e } \alpha \in (0,1). \quad (57)$$

Tomando-se  $s = -\nabla f(\mathbf{x})$  e utilizando-se da continuidade de  $\nabla f$ , tem-se que  $f$  diminui ao longo de  $-\nabla f(\mathbf{x})$  em alguma vizinhança de  $x$ , resultando em  $\nabla f(\mathbf{x}) \neq 0$ . Caso  $x^*$  seja um mínimo local de  $f$ , por definição, não pode existir direção “morro abaixo” em torno do mínimo. Logo, tem-se que  $\nabla f(x^*) = 0$ , tal que  $x^*$  é chamado de ponto crítico, estacionário ou de equilíbrio da função  $f$ . Conclui-se, portanto, que se  $f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  é continuamente diferenciável e  $x^*$  é um ponto interior de  $S$  no qual  $f$  tem mínimo local, então  $x^*$  deve ser ponto crítico de  $f$ . Isso é conhecido como condição necessária de primeira ordem para um mínimo, uma vez que envolve apenas a primeira derivada da função objetivo (HEATH, 2002).

Assumindo que  $f$  é continuamente diferenciável e sendo  $x^*$  um ponto crítico de  $f$ , aplica-se o operador  $\nabla$  mais uma vez em (57), obtendo:

$$f(x^* + s) = f(x^*) + \nabla f(x^*)^\top s + \frac{1}{2} s^\top H_f(x^* + \alpha s) s, \text{ sendo } s \in \mathbb{R}^n, \forall \alpha \in (0,1). \quad (58)$$

Segundo Heath (2002), sendo  $x^*$  um ponto crítico, tem-se que  $\nabla f(x^*) = 0$ , então o termo envolvendo a matriz hessiana determina se  $f(x^* + s)$  é maior ou menor do que  $f(x^*)$ . Caso  $H_f(x^*)$  seja definida positivamente em  $x^*$  então, pela continuidade,  $H_f(x^* + \alpha s)$  também é contínua em alguma vizinhança de  $x^*$  e o valor de  $f$  deve aumentar perto de  $x^*$ . Conclui-se, portanto, que se a matriz hessiana for definida positivamente em um ponto crítico  $x^*$ , então  $x^*$  deve ser mínimo local de  $f$ . A isso se dá o nome de condição suficiente de segunda ordem para o mínimo, pois envolve derivadas de segunda ordem da função objetivo. Portanto, em um ponto crítico  $x^*$ , no qual  $\nabla f(x^*) = 0$ , se  $H_f(x^*)$  é:

- Definida positivamente ( $x^* M x > 0$ )  $\rightarrow x^*$  é um mínimo de  $f$ ;
- Definida negativamente ( $x^* M x < 0$ )  $\rightarrow x^*$  é um máximo de  $f$ ;
- Indefinida (nenhum dos casos anteriores)  $\rightarrow x^*$  é um ponto sela de  $f$ .

Sendo  $M$  a matriz hermitiana, em que todos seus autovalores são números reais.

É possível testar a convexidade de funções através de suas hessianas. Sendo  $f: S \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  continuamente diferenciável por duas vezes em um conjunto  $S$  e sendo  $H_f(x)$  definida

positivamente em um ponto  $x \in S$ , então  $f$  é convexa em alguma vizinhança de  $x$ . Além disso, se  $H_f(x)$  é definida positivamente em todo  $x \in S$ , então  $f$  é dita convexa em  $S$  (HEATH, 2002).

### 3.1.7 PROBLEMAS DE MÍNIMOS QUADRADOS

Em problemas de mínimos quadrados, uma função  $f$  pode ser descrita da seguinte forma:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m r_j^2(x), \quad (59)$$

na qual cada  $r_j$  é uma função suave, ou seja, possui derivada de todas as ordens, com domínio em  $\mathbb{R}^n$  e contradomínio em  $\mathbb{R}$ . Cada  $r_j$  é dito resíduo, assumindo  $m \geq n$  (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

Para se visualizar o porquê da forma de  $f$  mostrada em (59) tornar problemas de mínimos quadrados mais fáceis de serem resolvidos em comparação a problemas de minimização sem restrições, deve-se reunir os componentes  $r_j$  de (59) em um vetor de resíduos  $r \in \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ , definido como:

$$r(x) = [r_1(x), r_2(x), r_3(x), \dots, r_m(x)]^T, \quad (60)$$

Com a equação (60), pode-se reescrever  $f$  como:

$$f(x) = \frac{1}{2} \|r(x)\|_2^2. \quad (61)$$

Então a derivada de  $f(x)$  pode ser expressa em termos da jacobiana de  $r$ , sendo uma matriz  $m \times n$  de derivadas parciais, definida como:

$$\mathbf{J}(x) = \left[ \frac{\partial r_j}{\partial x_i} \right], \quad (62)$$

sendo  $j = 1, 2, \dots, m$  e  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Aplicando-se o operador  $\nabla$  em (59), tem-se que:

$$\nabla f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m [2(r_j(x) + \nabla r_j(x))] = \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla r_j(x) = \mathbf{J}(x)^T r(x). \quad (63)$$

Aplicando duas vezes o operador  $\nabla$  em (59), se tem a seguinte equação resultante:

$$\nabla^2 f(x) = \sum_{j=1}^m \nabla r_j(x) \nabla r_j(x)^T + \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla^2 r_j(x) = \mathbf{J}(x)^T \mathbf{J}(x) + \sum_{j=1}^m r_j(x) \nabla^2 r_j(x). \quad (64)$$

Há muitas aplicações em que se é possível calcular as primeiras derivadas parciais que compõem a matriz jacobiana explicitamente. Então, pode-se utilizar as derivadas parciais para o cálculo do gradiente, como em (63). No entanto, a característica do método dos mínimos quadrados é que, conhecendo-se a jacobiana, é possível computar a primeira parte da hessiana, como em (64). Além do mais, o primeiro termo de (64),  $\mathbf{J}(x)^T \mathbf{J}(x)$ , é mais importante que o segundo termo, devido a não linearidade do modelo perto da solução, ou seja,  $\nabla^2 r_j$  pequeno, ou devido a resíduos pequenos, ou seja,  $r_j$  pequeno, sendo esta uma propriedade explorada da matriz Hessiana (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

### 3.2 GRADIENTE DESCENDENTE

De acordo com Meza (2010), o método GD, proposto inicialmente por Cauchy em 1847, é um dos métodos mais antigos de minimização de funções não lineares. Em seus estudos, Cauchy propôs o uso do gradiente como forma de resolver equações não lineares na forma

$$f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = 0, \quad (65)$$

sendo  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua de valor real que nunca se torna negativa a determinados limites.

A base do método GD vem da observação de que uma função contínua deve decrescer na direção do seu gradiente negativo. Entretanto, há a dificuldade de se definir o tamanho do passo a ser dado (MEZA, 2010).

Suponha que se queira encontrar o mínimo de uma função  $f(x_k)$ ,  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ . Denota-se o gradiente de  $f$  como  $g_k = g(x_k) = \nabla f(x_k)$ . Deve-se computar um passo atribuído à uma dada direção de busca  $d_k$ , como segue:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots \quad (66)$$

Na estratégia de busca em linha, o algoritmo escolhe uma direção  $d_k$  e procura através dessa direção, partindo da iteração atual  $x_k$ , por uma nova iteração com um menor valor da função (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

O tamanho do passo  $\alpha_k$  é dado como argumento do mínimo da função:

$$\alpha_k = \arg \min_{\alpha \geq 0} f(x_k + \alpha d_k). \quad (67)$$



Para o método do gradiente descendente, a direção de busca é dada como:

$$d_k = -\nabla f(x_k). \quad (68)$$

Pelo teorema de Taylor, para qualquer direção de busca e parâmetro de passo  $\alpha$ , tem-se que:

$$f(x_k + \alpha d) = f(x_k) + \alpha d^T \nabla f(x_k) + \frac{1}{2} \alpha^2 d^T \nabla^2 f(x_k + \rho d) d \dots \forall \rho \in (0, \alpha). \quad (69)$$

A taxa de mudança de  $f$  sobre a direção  $d$  de (69) em  $x_k$  é simplesmente o coeficiente de  $\alpha$ , ou seja,  $d^T \nabla f(x_k)$ . Desta forma, a direção unitária  $d$  que diminui mais rapidamente é a solução para o problema

$$\min_d d^T \nabla f(x_k), \|d\| = 1. \quad (70)$$

Uma vez que

$$d^T \nabla f(x_k) = \|d\| \|\nabla f(x_k)\| \cos \theta, \quad (71)$$

sendo  $\theta$  o ângulo entre  $d$  e  $\nabla f(x_k)$ , tem-se por  $\|d\| = 1$  que:

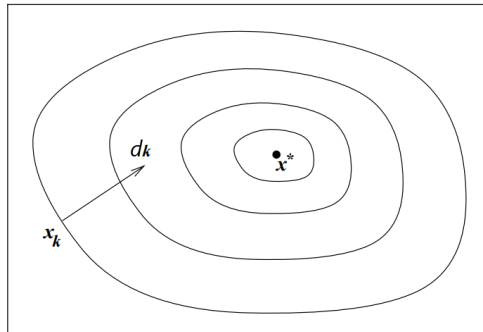
$$d^T \nabla f(x_k) = \|\nabla f(x_k)\| \cos \theta. \quad (72)$$

A equação (72) é minimizada quando  $\theta$  tem seu menor valor em  $\theta = \pi$  igual à -1, resultando em:

$$d = \frac{-\nabla f(x_k)}{\|\nabla f(x_k)\|}. \quad (73)$$

A Figura 36 mostra a ortogonalidade da direção de busca com os contornos da função.

**Figura 36: Direção do gradiente descendente em uma função de duas variáveis.**



Fonte: Adaptado de (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

O Algoritmo 1 descreve os passos do método GD, sendo  $x_0$  o ponto de início do processo de otimização,  $\varepsilon$  o critério de parada e  $k$  o número máximo de iterações.

---

**Algoritmo 1: MODELO DO ALGORITMO GRADIENTE DESCENDENTE**


---

- 1 Define-se o ponto inicial  $x_0$ ;  
 Define-se a direção inicial de busca  $d_0 = -g_0$ ;  
 Define-se um valor  $k$  máximo de iterações;  
 Define-se a tolerância de convergência  $\varepsilon$ .  
**para**  $\|g_{k+1}\|_2 > \varepsilon$  & *iteração*  $\leq k$  **faça**
  - 2     Calcula-se  $\alpha_k = f(x_k) - \alpha g_k$ ;  
       Calcula-se  $x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k$ ;  
       Calcula-se  $g_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})$ ;  
       Calcula-se  $\|g_{k+1}\|_2$ .
  - 3 **fim**
- 

### 3.3 GAUSS-NEWTON

O método Gauss-Newton foi inicialmente proposto por Gauss em 1809 na resolução de um problema de mínimos quadrados não linear. A ideia é linearizar uma função de regressão não linear sobre a estimativa atual de um parâmetro desconhecido através da expansão de séries de Taylor de primeira ordem e tornar o problema de minimização não linear em uma simples programação quadrática (WANG, 2012).

Primeiramente, é necessário se ter conhecimento do método de Newton para melhor situar o método de Gauss-Newton na sequência. Considere a expansão em séries de Taylor truncada para aproximação de  $f$ :

$$f(x_0 + \Delta x) \approx f(x_0) + \nabla f(x_0)\Delta x + \frac{1}{2}\Delta x^T \nabla^2 f(x_0)\Delta x. \quad (74)$$

No ponto ótimo, o gradiente relacionado ao vetor de parâmetros  $x$  deve ser nulo, portanto tem-se que:

$$\frac{\partial f(x_0 + \Delta x)}{\partial \Delta x} = \nabla f(x_0) + \nabla^2 f(x_0)\Delta x = 0 \Leftrightarrow \Delta x = -(\nabla^2 f(x_0))^{-1}\nabla f(x_0), \quad (75)$$

em que  $\Delta x = x_{k+1} - x_k$  é o passo de Newton. Sendo a notação recursiva, conforme a equação (75):

$$x_{k+1} = x_k - (\nabla^2 f(x_0))^{-1}\nabla f(x_0). \quad (76)$$

Sendo  $f(x)$  de fato quadrática, o passo de Newton, considerando  $\alpha = 1$ , irá direcionar o problema de otimização ao valor ótimo  $x^*$ . Entretanto, a necessidade de se ter conhecimento

de  $\nabla^2 f(x)$ , bem como de sua inversa, pode ser numericamente problemática, diminuindo a eficiência do algoritmo (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011).

Para o método de Gauss-Newton, considera-se uma função objetivo baseada na soma dos erros quadrados de uma função  $e_k(x)$ ,

$$f(x) = \sum_{k=1}^N e_k^2(x), \quad (77)$$

pela qual é possível encontrar uma aproximação da matriz hessiana a qual direciona ao algoritmo de Gauss-Newton (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011).

O método de Gauss-Newton pode ser visto como uma modificação do método de Newton com busca em linha. Ao invés de se gerar a direção de busca  $d_k$  resolvendo a equação  $\nabla^2 f(x_k)\Delta x = -f(x_0)$ , o termo de segunda ordem é excluído de forma a obter a direção de busca de Gauss-Newton (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

Aplicando-se o operador  $\nabla$  na Equação (77), tem-se que:

$$\nabla f(x) = J_e(x)e(x). \quad (78)$$

Agora, aplicando o operador  $\nabla$  na Equação (78), tem-se que:

$$B(x) = \nabla^2 f(x) \approx J_e(x)^T J_e(x). \quad (79)$$

Portanto, segue que:

$$B(x)\Delta x = -\nabla f(x) \rightarrow B(x_0)\Delta x_0 = -\nabla f(x_0). \quad (80)$$

O pseudo-código do método de Gauss-Newton é mostrado no Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 2:** MODELO DO ALGORITMO GAUSS-NEWTON
 

---

- 1 Calcula-se  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ ;  
 Calcula-se  $\Delta x_0$  pela Equação (80);  
 Calcula-se portanto  $x_1 = x_0 + \Delta x_0$ ;  
 Define-se um valor  $k$  máximo de iterações;  
 Defini-se a tolerância de convergência  $\varepsilon$ .  
**para**  $\|g_{k+1}\|_2 > \varepsilon$  & *iteração*  $\leq k$  **faça**
    - 2 Calcula-se  $\Delta x_k$  de  $B(x_k)\Delta x_k = -\nabla f(x_k)$ ;  
 Calcula-se  $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$ ;  
 Calcula-se  $g_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})$ ;  
 Calcula-se  $\|g_{k+1}\|_2$ .
  - 3 **fim**
- 

### 3.4 LEVENBERG-MARQUARDT

O algoritmo de Levenberg-Marquardt é o mais utilizado em problemas de otimização, pois tem melhor performance em relação ao método do GD e a outros métodos de gradiente conjugado em diversos problemas. No presente trabalho, serão apresentados resultados comparativos dos algoritmos no Capítulo 5 (RANGANATHAN, 2004).

O problema para o qual o algoritmo LM fornece uma solução é chamado de minimização não linear de mínimos quadrados e tem a forma vista na equação (59) (RANGANATHAN, 2004).

O LM é um método que trabalha somente com a avaliação da função e a informação do gradiente e estima a matriz hessiana pela soma do produto externo dos gradientes (ROWEIS, 1996).

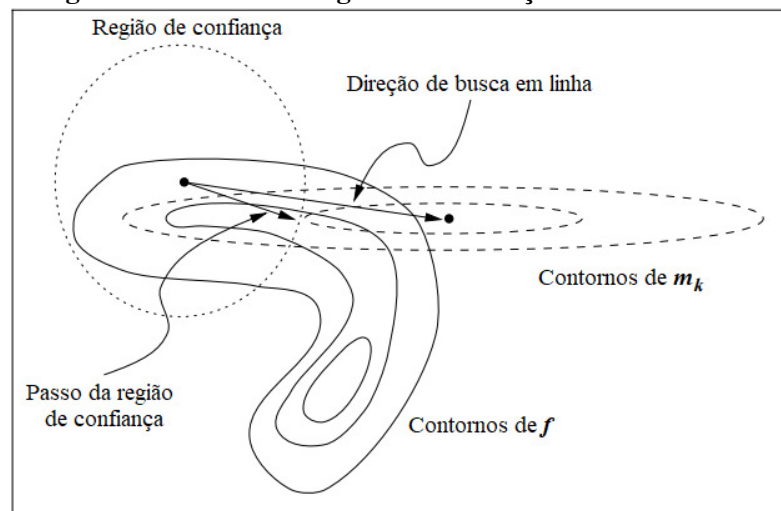
É importante notar que o método de Gauss-Newton é similar ao método de Newton com busca em linha, exceto pelo fato de que utiliza da aproximação vista em (79) para a hessiana. O método de LM pode ser derivado através da substituição da busca em linha pela estratégia de região de confiança. A utilização da região de confiança evita um dos problemas do método de Gauss-Newton, em que a jacobiana  $\mathbf{J}(x)$  deixa de ser posto pleno. O termo de segunda ordem da hessiana continua a ser ignorado e as propriedades da convergência local dos dois métodos são similares (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

Tanto os métodos de busca em linha quanto os métodos de região de confiança geram passos com a ajuda do modelo quadrático da função objetivo, ainda que utilizem o modelo

de formas diferentes. Métodos de busca em linha utilizam do modelo quadrático para gerar uma direção de busca e, então, focam na busca de um tamanho de passo  $\alpha$  adequado através da direção gerada. Já os métodos de região de confiança definem uma região sobre a iteração atual na qual se confia no modelo como sendo uma representação adequada à função objetivo. Então é escolhido o passo como sendo a aproximação minimizadora do modelo na região de confiança.

De fato, a direção e o tamanho do passo são escolhidos simultaneamente. Se o passo não é aceitável, o tamanho da região é reduzido de forma a encontrar um novo minimizador. No geral, a direção do passo muda sempre que o tamanho da região de confiança é alterado. A Figura 37 ilustra a aproximação da região de confiança em uma função  $f$  de duas variáveis nas quais o ponto atual se encontra em um final de um vale curvado, enquanto que o minimizador  $x^*$  se encontra no outro final. O modelo quadrático da função  $m_k$ , que possui contornos elípticos mostrados em linhas tracejadas, é baseado na função e na informação derivativa em  $x_k$  e também possivelmente na informação acumulada de iterações e passos anteriores. O método de busca em linha, baseado no seguinte modelo, procura sobre o passo ao minimizador de  $m_k$ , essa direção apenas permite uma pequena redução em  $f$ , mesmo que um passo ótimo seja dado. O método de região de confiança por outro lado, dá o passo ao minimizador de  $m_k$  dentro do círculo pontilhado, o qual oferece uma redução mais significativa em  $f$  e um melhor passo (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

**Figura 37: Passos em região de confiança e busca em linha.**



**Fonte: Adaptado de (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).**

O modelo para obtenção dos passos em região de confiança é o seguinte:

$$\min_{p \in \mathbb{R}^n} m_k(p) = f_{x_k} + \nabla f_{x_k}^T p + \frac{1}{2} p^T B_k p, \text{ sujeito a } \|p\| \leq \Delta_k, \quad (81)$$

sendo  $\Delta_k > 0$  o raio da região de confiança.

O primeiro problema a surgir na definição do método de região de confiança é a estratégia de se escolher  $\Delta_k$  a cada iteração. A escolha é baseada na concordância entre o modelo da função  $m_k$  e a função objetivo  $f$  nas iterações anteriores. Define-se, portanto, o coeficiente  $\rho_k$  como:

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k + p_k)}{m_k(0) - m_k(p_k)}, \quad (82)$$

sendo que ao numerador se dá o nome de redução atual e ao denominador o nome de redução prevista. O Algoritmo 3 mostra o pseudo-código do processo da região de confiança.

---

**Algoritmo 3: MÉTODO DA REGIÃO DE CONFIANÇA.**

---

```

1  Dados  $\bar{\Delta} > 0$ ,  $\Delta_0 \in (0, \bar{\Delta})$  e  $\eta \in [0, \frac{1}{4})$ .
   para  $k=0, 1, 2, \dots$  faça
2  |   Calcula-se  $p_k$  como solução aproximada de (81);
   |   Obtém-se  $\rho_k$  por meio de (82).
   |   se  $\rho_k < \frac{1}{4}$  então
3  |   |    $\Delta_{k+1} = \frac{1}{4} \|p_k\|$ 
4  |   |   fim
5  |   se  $\rho_k > \frac{3}{4}$  e  $\|p_k\| = \Delta_k$  então
6  |   |    $\Delta_{k+1} = \min(2 \Delta_k, \bar{\Delta})$ 
7  |   |   fim
8  |    $\Delta_{k+1} = \Delta_k$ ; se  $\rho_k > \eta$  então
9  |   |    $x_{k+1} = x_k + p_k$ 
10 |   |   fim
11 |    $x_{k+1} = x_k$ ;
12 fim

```

---

As condições atribuídas a  $\rho_k$  podem possuir valores diferentes dos mostrados no pseudo-código, deve-se no entanto buscar valores com os quais a resposta do sistema seja satisfatória.

Uma modificação no método de Gauss-Newton é empregada no algoritmo de Levenberg-Marquardt. Considerando-se  $\mathbf{J}_e(x) = \mathbf{J}_e$ , tem-se que:

$$\begin{cases} x_{k+1} = x_k + \Delta x_k, \\ \Delta x_k = -(\mathbf{J}_e^T \mathbf{J}_e + \lambda \mathbf{I})^{-1} (\mathbf{J}_e^T e), \end{cases} \quad (83)$$

em que  $I$  é a matriz identidade com dimensões adequadas. Esta técnica empregada é chamada região de confiança. O termo adicional no denominador permite rodar a atualização do vetor de busca  $\Delta x_k$  na direção da descida mais íngreme. Para melhores resultados, o parâmetro deve ser atualizado a cada passo de busca. No entanto, uma aproximação heurística é utilizada e  $\lambda$  é aumentado se o algoritmo é divergente e diminuído se o algoritmo é convergente. Pela introdução do termo  $\lambda I$  e pela escolha apropriada de  $\lambda$ , pode-se reforçar valores da função descendente na sequência otimizadora. Além disso, o termo  $\lambda I$  pode ser utilizado de forma a aumentar a estabilidade numérica do algoritmo (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2011).

Então, pela Equação (80), para o método de LM, pode-se escrever  $-\nabla f(x_k)$  da seguinte forma:

$$(B(x) + \lambda I)\Delta x = -\nabla f(x) \rightarrow (B(x_0) + \lambda I)\Delta x_0 = -\nabla f(x_0). \quad (84)$$

O pseudo-código do Algoritmo 4 mostra os passos do método LM.

---

**Algoritmo 4:** MODELO DO ALGORITMO LEVENBERG-MARQUARDT

---

- 1 Calcula-se  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ ;  
 Calcula-se  $\Delta x_0$  por (84);  
 Calcula-se portanto  $x_1 = x_0 + \Delta x_0$ ;  
 Define-se um valor  $k$  máximo de iterações;  
 Define-se a tolerância de convergência  $\varepsilon$ .  
**para**  $\|g_{k+1}\|_2 > \varepsilon$  & *iteração*  $\leq k$  **faça**
  - 2     Calcula-se  $\Delta x_k$  de  $(B(x_k) + \lambda I)\Delta x_k = -\nabla f(x_k)$ ;  
       Calcula-se  $x_{k+1} = x_k + \Delta x_k$ ;  
       Calcula-se  $g_{k+1} = \nabla f(x_{k+1})$ ;  
       Calcula-se  $\|g_{k+1}\|_2$ .
  - 3 **fim**
- 

### 3.5 RESUMO DO CAPÍTULO

No Capítulo 3 foram mostradas as equações nas quais os métodos determinísticos de otimização se fundamentam, bem como pseudo-códigos, que foram utilizados na criação dos algoritmos de MPPT. No próximo capítulo serão mostradas as características de três métodos heurísticos de otimização, com a finalidade de utilizá-los como algoritmos de busca de máxima potência em sistemas fotovoltaicos.

## 4 MÉTODOS HEURÍSTICOS

Neste capítulo serão apresentadas as fundamentações biológicas nas quais os métodos heurísticos de otimização se baseiam, bem como as formulações matemáticas dos mesmos. Os métodos de otimização que serão apresentados na sequência são:

- Otimização por Algoritmo Genético - AG;
- Otimização por Colônia de Formigas - ACO;
- Otimização por Enxame de Partículas - PSO.

Uma vez que os algoritmos aplicados no conversor alteram o *duty cycle* do sistema, de forma a regular a tensão, tem-se como objetivo realizar as leituras das variáveis do processo das quais a tensão é dependente. São elas: irradiância,  $Irr$ , e temperatura,  $T$ . Desta forma, as variáveis devem ser avaliadas pelos métodos de otimização heurística de modo que se defina um modelo, como em (85).

$$V(Irr, T) \rightarrow V_k = a_1 Irr_k + a_2 Irr_{k-1} + a_3 T_k + a_4 T_{k-1}, \quad (85)$$

sendo o subíndice  $k$  referente ao instante de tempo em que  $V_k$  foi gerada. Tem-se, portanto, conforme a equação (85), a tensão  $V_k$  dependente das respostas do sistema nos instantes  $k$  e  $k - 1$ , sendo esta a característica evolutiva dos métodos heurísticos.

Conforme o algoritmo aplicado evolui a cada instante  $k$ , esperam-se resultados com menor erro quadrático médio.

### 4.1 ALGORITMO GENÉTICO

No século XIX, Gregor Johann Mendel foi o primeiro homem a definir as bases de estudo de hereditariedade. Neste mesmo século, Charles Darwin apresentou a teoria da evolução em seu livro “A Origem das Espécies”. Então, no século XX, mais precisamente na década de



1970, essas teorias de evolução das espécies inspiraram cientistas da computação a desenvolverem algoritmos evolucionários. O primeiro cientista a desenvolver algoritmos genéticos foi John Henry Holland, em 1975. Já no final da década, J. Koza propôs, baseado nos princípios da evolução natural, a programação genética (TALBI, 2009).

De forma geral, os algoritmos genéticos são algoritmos matemáticos baseados nos princípios Darwinianos de reprodução e sobrevivência do mais forte, ou mais apto, e operação genética de recombinação sexual, denominado *crossover*. Desta forma, um caractere presente em uma posição de uma *string* de caracteres dentro de um algoritmo genético é análogo a uma das quatro bases nucleotídicas (adenina, citosina, guanina ou timina) presentes nas moléculas de DNA (KOZA, 1998).

O algoritmo genético pode ser descrito como uma sistemática e utiliza um método independente do domínio, ou *domain-independent*, em que não é necessário se conhecer a forma ou a estrutura da solução para a resolução de problemas. Sendo independente do domínio, o único *feedback* que o sistema necessita é de quando houve “comportamento útil” ou de quando se alcançou objetivos desejados (RIOLO, 1988). Os passos básicos no sistema do algoritmo genético são:

- Rodar o conjunto de possíveis soluções, ou seja, inicia-se o processo de avaliação das variáveis para se definir o modelo e descobrir o quão eficiente ele é;
- Comparar o comportamento do modelo com algum ideal;
- Quantificar a comparação a um valor chamado *fitness*.

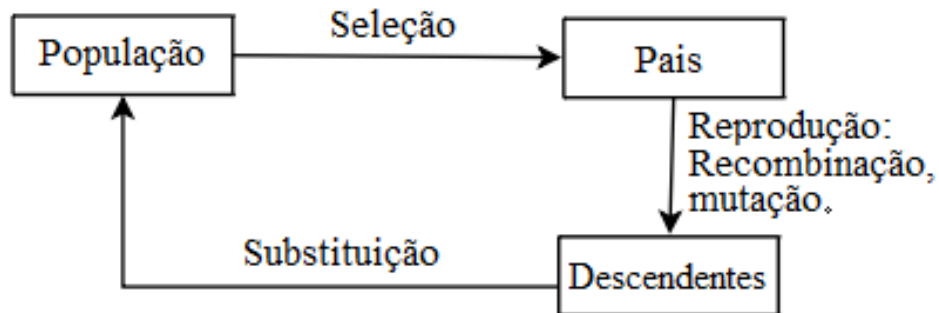
Segundo Poli et al. (2008), os indivíduos que melhor se adequarem ao problema devem ser selecionados à procriação, criando novos indivíduos para a próxima geração. As operações primárias da genética utilizadas à criação de novas populações no AG são:

- *Crossover*: Combinam-se partes (cromossomos) escolhidas aleatoriamente de dois indivíduos pais selecionados.
- *Mutação*: Altera-se uma parte aleatória (cromossomo) de um indivíduo pai selecionado para a criação de um indivíduo filho.

#### 4.1.1 O MODELO DO ALGORITMO GENÉTICO E SEUS OPERADORES

O AG é um algoritmo evolucionário, baseado em competição e representa uma classe de algoritmos que simulam a evolução de uma espécie, como mostra a Figura 38:

Figura 38: Evolução no algoritmo genético.



Fonte: Adaptado de (TALBI, 2009).

A ação comum de convergência do AG se deve à ação dos operadores Mutação e *Crossover*, juntamente com a maior probabilidade de reprodução dos indivíduos com melhor imagem na função *fitness* (OROSKI, 2015).

No AG, um indivíduo é modelado como um conjunto de genes, que são constantes e formam um vetor **C** chamado cromossomo:

$$\mathbf{C} : \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline c_1 & c_2 & c_3 & \dots & c_n \\ \hline \end{array}.$$

Define-se, então, uma população *P* de cromossomos em (86):

$$P = \left\{ \mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2, \mathbf{C}_3, \dots, \mathbf{C}_n \right\}. \quad (86)$$

Portanto, o AG é formado por uma população de cromossomos e não apenas um único cromossomo. Os cromossomos são aplicados a uma função, o resultado é comparado a um valor *fitness* e os cromossomos que forem mais adequados ao problema terão maior probabilidade de reprodução nas novas gerações (OROSKI, 2015).

#### 4.1.1.1 O OPERADOR *CROSSOVER*

O operador *Crossover* tem como objetivo encontrar novas e melhoradas soluções ao problema, recombinao as informações codificadas nos indivíduos. Em outras palavras, o operador busca gerar um novo cromossomo partindo de dois cromossomos diferentes (LIMA, 2008). No cruzamento de pelo menos dois cromossomos pais, deve-se gerar uma ou mais novas soluções, mesclando as informações genéticas em um ou mais pontos de cisão aleatórios (BOECHEL, 2003).

Generalizando, assume-se um cromossomo  $\mathbf{A} = [a_1, a_2, a_3, \dots, a_n]$  e um  $\mathbf{B} = [b_1, b_2, b_3, \dots, b_n]$  os quais irão gerar um novo cromossomo  $\mathbf{C}$  com partes gênicas de ambos, como segue no exemplo:

$$\mathbf{A} : \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ \hline \end{array} .$$

$$\mathbf{B} : \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline b_1 & b_2 & b_3 & \dots & b_n \\ \hline \end{array} .$$

$$\mathbf{C} : \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline b_1 & b_2 & a_3 & \dots & a_n \\ \hline \end{array} .$$

Vale ressaltar que o processo pode escolher indivíduos que são inferiores e que indivíduos adequados ao problema não estão garantidos no processo, pois trata-se de populações geradas aleatoriamente (POLI et al., 2008).

#### 4.1.1.2 O OPERADOR MUTAÇÃO

A mutação opera em apenas um indivíduo, adicionando uma constante aleatória em sua *string* genética, num ponto chamado de ponto de mutação. É importante se perceber que o algoritmo genético não opera convertendo uma *string* da população inicial em uma solução ótima global por meio da mutação. A mutação é, portanto, uma operação secundária que é utilizada de forma a restaurar a diversidade na população (KOZA, 1998). A restauração da diversidade na população faz com que se evite pontos de mínimos ou máximos locais no problema (LIMA, 2008).

A seguir, está representada uma simples mutação do cromossomo original ( $\mathbf{C}_0$ ), o transformando em  $\mathbf{C}_m$ .

$$\mathbf{C}_0 : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} .$$

$$\mathbf{C}_m : \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} .$$

Criando-se uma população inicial de pontos aleatórios no espaço de busca, o valor 1 no exemplo, que pode ser uma variável aleatória não nula com distribuição normal, em uma posição genética pode produzir, constantemente, um melhor valor na avaliação do *fitness*. Devido a esse melhor valor altamente associado com o valor 1 na posição genética determinada, o efeito da reprodução das soluções pode eliminar (por pressão seletiva) o valor 0 no ponto determinado da *string* em toda a população. Isso é um grande problema visto que o valor 0 pode estar na melhor solução global no conjunto de possíveis soluções (KOZA, 1998).

No geral, o operador mutação pode ser mostrado como:

$$\mathbf{A}_o : \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ \hline \end{array}$$

$$\mathbf{A}_m : \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & m_a & \dots & a_n \\ \hline \end{array},$$

sendo  $m_a$  o resultado de uma variável aleatória acrescentada à posição  $a_3$ , que foi aleatoriamente escolhida.

#### 4.1.1.3 O MODELO DO ALGORITMO

Conforme o pseudo-código do Algoritmo 5, cria-se em um AG uma população aleatória  $P$ , a qual é composta de possíveis soluções  $S$  ao problema. As soluções são então avaliadas pela função *fitness*,  $fit_S$ , dada sua proposta de solução ao problema. Dessa forma, o algoritmo entra em um ciclo no qual os melhores indivíduos são, de forma probabilística, selecionados para serem os progenitores da próxima geração (OROSKI, 2015). Em seguida aplica-se os operadores do AG à população e os novos indivíduos gerados são avaliados. O ciclo é repetido até que o critério de parada ( $\epsilon$ ) seja atingido.

---

#### Algoritmo 5: MODELO DO ALGORITMO GENÉTICO

---

- 1 Define-se as taxas de mutação e *crossover*;  
 Inicializa-se com uma população  $P$  de soluções;  
 Simula-se o modelo gerado por cada cromossomo;  
 Avalia-se o valor *fitness* ( $fit_S$ ) para cada cromossomo;  
 Define-se um valor *fitness* desejado associado à um critério de parada  $\epsilon$ ;  
 Define-se  $k$ , número máximo de iterações;  
**para**  $fitness_{min} > \epsilon$  &  $iteração \leq k$  **faça**
  - 2     Avalia-se o valor *fitness* ( $fit_S$ ) para cada cromossomo;  
       Seleciona-se os progenitores;  
       Ação do operador *Crossover*;  
       Ação do operador Mutação;  
       Simula-se o modelo gerado para cada cromossomo;
  - 3 **fim**
- 

## 4.2 OTIMIZAÇÃO POR COLÔNIA DE FORMIGAS

Nas décadas de 1940 e 1950 do século XX, Pierre-Paul Grassé, um entomologista francês, observou que algumas espécies de cupins reagiram a algo que ele chamou de “estímulo

significante”. Esse estímulo por ele atribuído tinha efeito tanto no inseto que o produzia, quanto em qualquer outro da colônia. Assim Grassé utilizou o termo estigmergia para a definição do comportamento dos insetos (DORIGO et al., 2006).

A otimização por colônias de formigas é baseada nos comportamentos reais de formigas e utilizam desse modelo como fonte de inspiração para o desenvolvimento de algoritmos para soluções de problemas computacionais.

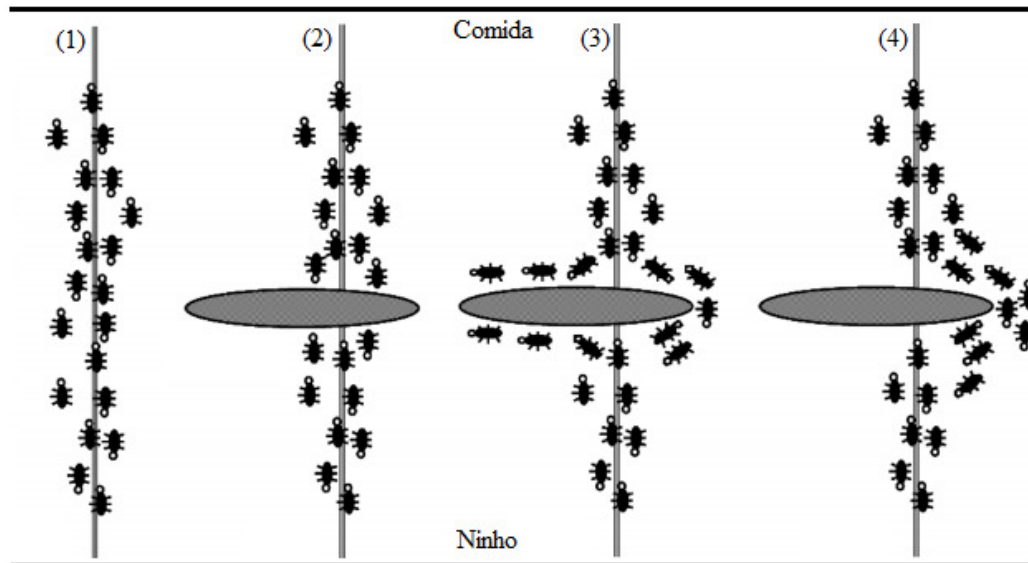
Biólogos já mostraram que é suficiente considerar a estigmergia, método indireto de comunicação entre indivíduos de um sistema que buscam a colaboração mútua, como responsável pela auto-organização das formigas. Portanto, a ideia por trás dos algoritmos é de se utilizar uma forma artificial de estigmergia para coordenar sociedades de agentes artificiais (DORIGO; STÜTZLE, 2004).

Um dos elementos essenciais ao entendimento do *Ant Colony Optimization*, ACO, é uma substância olfativa e volátil chamada feromônio. As formigas depositam o feromônio no chão com a finalidade de marcar um caminho mais favorável que deve ser seguido por outros indivíduos da colônia. Então, pode-se dizer que o mecanismo da colônia de formigas é similar a um processo de otimização (DORIGO et al., 2006).

As formigas, utilizando do comportamento coletivo, conseguem desempenhar tarefas complexas como o transporte de comida e a procura por caminhos curtos por fontes de comida. O algoritmos do ACO baseiam-se nessas tarefas desenvolvidas pelas formigas, ou seja, buscam o menor caminho entre dois pontos.

A Figura 39, ilustra o comportamento das formigas quando um obstáculo é inserido no caminho entre o ninho e a comida. É também possível de se observar o efeito do feromônio depositado pelas formigas. Em (1), as formigas tem acesso direto à comida. Em (2), o obstáculo é inserido e, posteriormente, em (3), as formigas trilham em direções opostas. Em (4), já feita a otimização, as formigas trilham o caminho mais curto à comida pois, como o caminho é menor, a taxa de feromônio ali é maior, pois trata-se de uma substância volátil.

Figura 39: Comportamento das formigas à um obstáculo.



Fonte: Adaptado de (TALBI, 2009).

#### 4.2.1 METAHEURÍSTICA UTILIZANDO ACO

A otimização por colônia de formigas é uma técnica metaheurística baseada em inteligência de enxames a qual busca solucionar problemas de otimização, desenvolvidos inicialmente por Marco Dorigo e seus co-pesquisadores no início da década de 1990 (DEEPA; SENTHILKUMAR, 2016).

A metaheurística é um conjunto de algoritmos que podem ser utilizados para definir métodos heurísticos aplicáveis a um grande número de problemas. Em outras palavras, a metaheurística é uma estrutura de algoritmos que podem ser aplicados a diversos problemas de otimização, com algumas modificações a serem feitas. De forma a se aplicar o ACO a um problema de otimização, um modelo adequado  $P = (\mathbf{S}, \Omega, f)$  se faz necessário (DORIGO et al., 2006).

Vamos considerar, portanto, a minimização do problema  $P = (\mathbf{S}, \Omega, f)$ , sendo:

- $\mathbf{S}$ : O conjunto de possíveis soluções, definido sobre um conjunto finito de variáveis discretas de decisão:  $X_i, i = 1, \dots, n$ , em que a variável genérica  $X_i$  toma valor no conjunto  $\mathbf{D}_i = [v_i^1, \dots, v_i^{|\mathbf{D}_i|}]$ ;
- $\Omega(t)$ : O conjunto de restrições entre as variáveis, que podem ser dependentes do tempo;

- $f$ : A função objetivo que deve ser minimizada, a qual atribui um valor  $f(s,t)$  para cada candidato de solução  $s \in \mathbf{S}$ , em que  $f: \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}_0^+$ , em cada instante de tempo  $t \in \mathbb{R}$ .

Uma solução viável  $s \in \mathbf{S}$  é uma atribuição completa de valores a variáveis que satisfazem todas as restrições de  $\Omega(t)$ . Portanto, uma solução  $s^* \in \mathbf{S}$  é dita global se, e somente se,  $f(s^*) \leq f(s) \forall s \in \mathbf{S}$  (DORIGO et al., 2006).

#### 4.2.1.1 ANT SYSTEM (AS)

De acordo com Boechel (2003), para a simulação com formigas artificiais, são definidas algumas mudanças em relação a formigas reais, sendo elas:

- A cada intervalo de tempo um novo conjunto de formigas percorre o trajeto, as quais morrem ao final do trajeto percorrido;
- As formigas movem-se a uma velocidade constante;
- O feromônio depositado pelas formigas é evaporado completamente entre intervalos.

Segundo Dorigo et al. (2006), o AS é o primeiro algoritmo de ACO proposto na literatura. Sua principal característica é que, a cada iteração, os valores de feromônio são atualizados por todas as  $m$  formigas que fazem parte da solução. O feromônio  $\tau_{ij}$ , associado à junção entre duas cidades, ou pontos,  $i$  e  $j$ , é atualizado conforme a expressão a seguir:

$$\tau_{ij} \leftarrow (1 - \rho) \tau_{ij} + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k, \quad (87)$$

sendo  $\rho$  a taxa de evaporação do feromônio, no intervalo  $[0,1]$ , e  $\Delta \tau_{ij}^k$  a quantidade de feromônio despejada por uma formiga  $k$  na borda  $ij$ , em que:

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} Q/L_k, & \text{se a formiga } k \text{ utilizar a borda } ij \text{ em seu trajeto,} \\ 0, & \text{demais casos,} \end{cases} \quad (88)$$

sendo  $Q$  uma constante real e positiva e  $L_k$  o comprimento do caminho percorrido pela formiga  $k$ , também chamado de distância euclidiana entre  $i$  e  $j$  (BOECHEL, 2003).

$$L_k = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}. \quad (89)$$

As formigas selecionam a cidade seguinte a ser visitada por meio de um mecanismo estocástico, no qual a formiga  $k$  está na cidade  $i$  e construiu, até então, a solução parcial  $s^p$ .

Então a probabilidade  $p_{ij}^k$  da formiga ir à cidade  $j$  é dada por:

$$p_{ij}^k = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{c_{il} \in \mathbf{N}(s^p)} \tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta} & , \text{ se } c_{ij} \in \mathbf{N}(s^p), \\ 0 & , \text{ em qualquer outro caso,} \end{cases} \quad (90)$$

em que  $\mathbf{N}(s^p)$  é o conjunto de componentes possíveis, ou seja, bordas  $(i,l)$ , em que  $l$  é uma cidade ainda não visitada pela formiga  $k$ . Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  controlam a relação feromônio versus informação heurística,  $\eta_{ij}$ , dada por:

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{ij}}, \text{ sendo } d_{ij} = L_k, \quad (91)$$

em que  $d_{ij}$  é a distância entre as cidade  $i$  e  $j$ .

A relação dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  implementam no sistema a característica de ser autocatalítico, ou seja, um dos elementos da função atua como catalisador da própria função, acelerando o processo. Desta forma, como  $\alpha$  representa a intensidade de feromônio num determinado caminho  $(i,j)$  relacionado diretamente a  $\beta$ , o parâmetro acaba determinando qual caminho é mais desejável, acelerando o processo (BOECHEL, 2003).

#### 4.2.1.2 ESTRUTURA DO ALGORITMO

A estrutura do método ACO, baseada no *Ant System*, é mostrado no Algoritmo 6.



---

**Algoritmo 6: MODELO DO ALGORITMO ACO**


---

- 1 Define-se os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ ;  
 Define-se um número  $K$  de formigas artificiais;  
 Comuta-se as distâncias entre as  $N$  cidades artificiais em uma matriz  $\mathbf{D}$ ;  
 Comuta-se uma lista de vizinhanças mais próximas;  
 Define-se o valor da constante  $Q$ ;  
 Define-se a taxa de feromônio inicial  $\tau_0 = \frac{Q}{Nmédia(\mathbf{D})}$ ;  
 Define-se a taxa de evaporação do feromônio  $\rho$ ;  
 Define-se a matriz da informação heurística  $\eta = \mathbf{D}^{-1}$ ;  
 Define-se um valor *fitness* mínimo desejado associado a um critério de parada  $\varepsilon$ ;  
 Define-se um número  $k$  máximo de iterações;  
**para**  $fitness_{min} > \varepsilon$  &  $iteração \leq k$  **faça**
    - 2 Inicia-se o trajeto das formigas artificiais;  
 Atualiza-se  $p_{ij}^k$ ;  
 Atualiza-se  $\tau$  conforme a taxa de evaporação;  
 Compara-se as soluções encontradas com o valor  $fitness_{min}$  desejado;
  - 3 **fim**
- 

### 4.3 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

A Otimização por Enxame de Partículas foi inventada em meados da década de 1990 por James Kennedy e Russel Eberhart enquanto tentavam simular revoadas de pássaros como parte de um estudo sociocognitivo, investigando as noções de inteligência coletiva em populações biológicas (HASSAN et al., 2004).

Métodos de otimização por enxame de partículas, baseados em competição e cooperação em populações, conseguem encontrar soluções eficientes e efetivas a diversos problemas. A maioria desses métodos é fundamentada em evoluções presentes na natureza, tal como o algoritmo genético. A otimização por enxame de partículas, de forma diferente, é baseada na simulação de comportamentos coletivos, ainda que os métodos operem de forma semelhante, atualizando populações de indivíduos. A atualização é feita aplicando diversos operadores, dadas as informações cruciais dos melhores indivíduos, *fitness*, que melhor se adaptam ao problema, criando possíveis soluções (SHI; EBERHART, 1999).

O PSO é similar ao algoritmo genético, uma vez que o sistema é inicializado com uma população aleatória de soluções, chamadas de partículas, as quais flutuam no hiperespaço do

problema. No entanto, os métodos diferem já que no enxame da partículas é atribuída uma velocidade aleatória a cada possível solução (EBERHART; KENNEDY, 1995).

Ainda, segundo Eberhart e Kennedy (1995), cada partícula mantém rastreadas suas coordenadas no hiperespaço, as quais estão associadas à melhor solução, *fitness*, atingida até determinado momento, a qual também se mantém armazenada no sistema. O melhor valor de solução é chamado de  $P_{best}$ . Outro valor também é rastreado, sendo a solução global do problema,  $G_{best}$ , e mantém armazenado o melhor valor ao problema e sua localização no hiperespaço, obtidos até determinado momento por qualquer partícula da população.

#### 4.3.1 MODELO PSO

De acordo com Alam (2016), o algoritmo de PSO utiliza das soluções  $P_{best}$ ,  $G_{best}$  e do movimento atual das partículas no sistema para decidir qual será a próxima posição de cada partícula no espaço de busca. Além disso, os experimentos são acelerados por dois fatores,  $c_1$  e  $c_2$ , e por dois números presentes no intervalo  $[0,1]$ , gerados aleatoriamente com distribuição normal. O movimento atual das partículas é multiplicado por um fator de inércia  $w \in [w_{min}, w_{max}]$ . A população de partículas inicial  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times D}$  é denotada por:

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N]^T, \quad (92)$$

e cada partícula  $\mathbf{X}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , é dada por:

$$\mathbf{X}_i = [\mathbf{X}_{i,1}, \mathbf{X}_{i,2}, \dots, \mathbf{X}_{i,D}]. \quad (93)$$

A velocidade inicial  $\mathbf{V}$  da população de partículas é denotada por:

$$\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_N]^T. \quad (94)$$

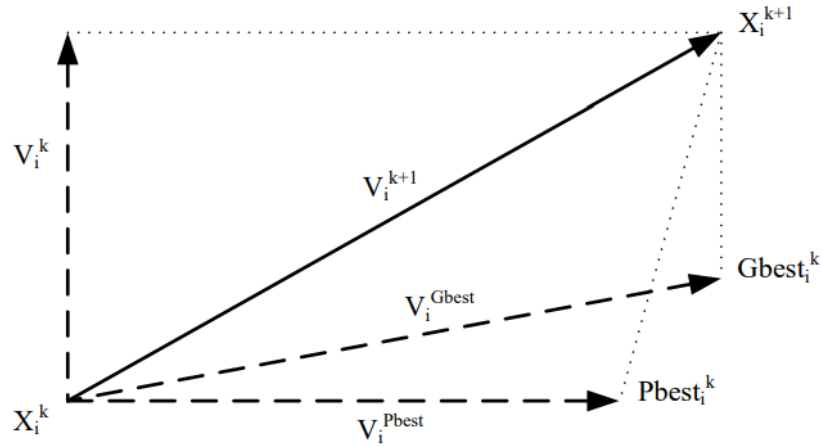
e a velocidade  $\mathbf{V}_i$  de cada partícula  $\mathbf{X}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$ , é dada por:

$$\mathbf{V}_i = [\mathbf{V}_{i,1}, \mathbf{V}_{i,2}, \dots, \mathbf{V}_{i,D}]. \quad (95)$$

O índice  $i$ , que representa o número de determinada partícula, varia de 1 até  $N$  enquanto que  $j$ , que representa uma componente de dimensão das partículas, varia de 1 até  $D$  (ALAM, 2016).

A Figura 40 representa o mecanismo de busca do PSO em um espaço bidimensional.

Figura 40: Mecanismo de busca do PSO em um espaço bidimensional.



Fonte: (ALAM, 2016).

Percebe-se, portanto, a influência das soluções  $P_{best}$  e  $G_{best}$  na evolução de uma partícula no espaço de possíveis soluções.

As equações a seguir representam matematicamente os conceitos mostrados na Figura 40.

$$\begin{cases} V_{i,j}^{k+1} = wV_{i,j}^k + c_1r_1(Pbest_{i,j}^k - X_{i,j}^k) + c_2r_2(Gbest_j^k - X_{i,j}^k) \\ X_{i,j}^{k+1} = X_{i,j}^k + V_{i,j}^{k+1} \end{cases}, \quad (96)$$

em que  $Pbest_{i,j}^k$  representa o melhor componente  $j$  em  $i$  individualmente, enquanto que  $Gbest_j^k$  representa o  $j$ -ésimo componente do melhor indivíduo da população de partículas em  $k$  iterações.

A estrutura do método *PSO* é mostrado no Algoritmo 7.

---

**Algoritmo 7: MODELO DO ALGORITMO PSO**


---

1 Define-se os parâmetros  $w_{min}$ ,  $w_{max}$ ,  $c_1$  e  $c_2$ ;  
 Inicializa-se uma população com posições definidas em  $\mathbf{X}$  e velocidades definidas em  $\mathbf{V}$ ;  
 Calcula-se o melhor valor, *fitness*, das partículas  $F_i^k = f(\mathbf{X}_i^k)$ ,  $\forall i$  e acha-se o índice  $b$  da melhor partícula;  
 Seleciona-se  $Pbest_i^k = \mathbf{X}_i^k$ ,  $\forall i$  e  $Gbest^k = \mathbf{X}_b^k$ ;  
 Define-se um valor *fitness* mínimo desejado associado à um critério de parada  $\varepsilon$ ;  
 Define-se um valor  $k$  máximo de iterações;  
**para**  $fitness_{min} > \varepsilon$  &  $iteração \leq k$  **faça**

2  $w = w_{max} - iteração(w_{max} - w_{min})/k$ ;  
 Atualiza-se as velocidades  $V_{i,j}^{k+1}$  e posições  $X_{i,j}^{k+1}$  das partículas,  $\forall i$  e  $\forall j$ , sendo  $r_1$  e  $r_2$  dois valores aleatórios entre 0 e 1, com distribuição normal;  
 Calcula-se o novo valor *fitness*  $F_i^{k+1} = f(\mathbf{X}_i^{k+1})$ ,  $\forall i$  e acha-se o índice  $b_1$  da nova melhor partícula;  
 Atualiza-se o *Pbest* da população;  
**se**  $F_i^{k+1} < F_i^k$  **então**  
 3     |  $Pbest_i^{k+1} = \mathbf{X}_i^{k+1}$   
 4     **fim**  
 5      $Pbest_i^{k+1} = Pbest_i^k$  Atualiza-se *Gbest* da população;  
**se**  $F_{b_1}^{k+1} < F_b^k$  **então**  
 6     |  $Gbest^{k+1} = Pbest_{b_1}^{k+1}$  e  $b = b_1$   
 7     **fim**  
 8      $Gbest^{k+1} = Gbest^k$  Tem-se a melhor solução  $Gbest^k$ ;  
 Faz-se  $iteração = iteração + 1$ .  
 9 **fim**

---

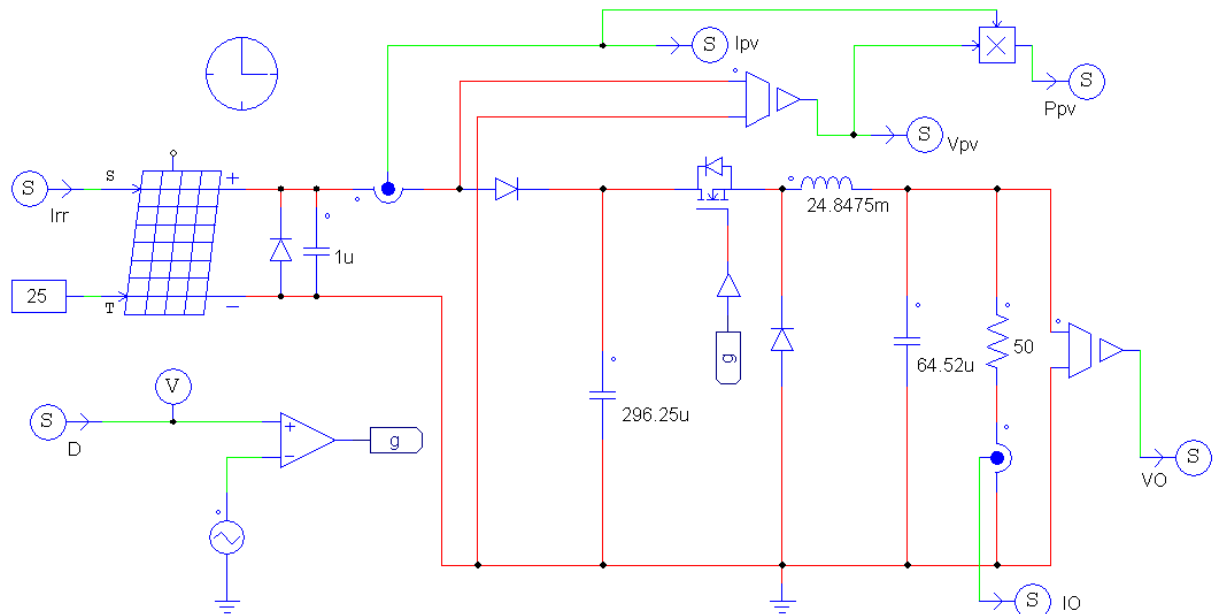
#### 4.4 RESUMO DO CAPÍTULO

No Capítulo 4 foram mostrados os fenômenos biológicos em que os métodos heurísticos se baseiam, também foram mostradas as equações matemáticas utilizadas no desenvolvimento dos pseudo-códigos, que foram utilizados para o desenvolvimento dos algoritmos de MPPT. O ambiente de simulação será mostrada na sequência do trabalho.

## 5 SIMULAÇÕES

Para efetuar as simulações criou-se um módulo fotovoltaico no PSIM<sup>®</sup>, como ilustra a Figura 41.

**Figura 41: Modelo criado no PSIM<sup>®</sup> com um módulo fotovoltaico.**



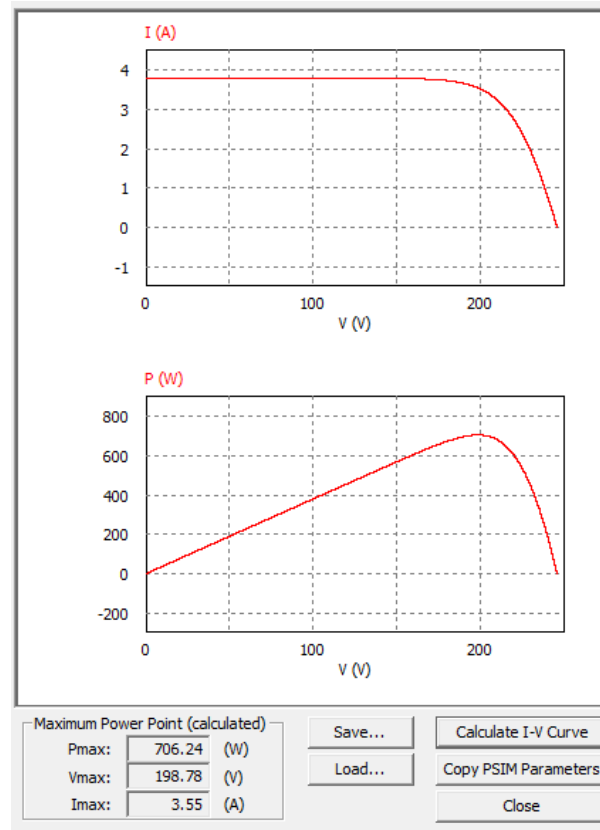
**Fonte: Autoria própria.**

Para este módulo utilizou-se de um conversor *Buck*. As curvas I–V e P–V, bem como os dados de máxima potência do módulo ( $P_{max}$ ,  $V_{max}$  e  $I_{max}$ ), estão ilustrados na Figura 42. Os dados do módulo criado são os seguintes:

- Número de células = 420;
- Intensidade luminosa padrão =  $1000 \text{ W/m}^2$ ;
- Temperatura de referência =  $25^0 \text{ C}$ ;
- Resistência série =  $0.008 \Omega$ ;

- Resistência shunt = 1000  $\Omega$ ;
- Corrente de curto-circuito = 3,8 A;
- Corrente de saturação =  $2,16 \times 10^{-8}$  A;
- Energia de banda = 1,12;
- Fator de idealidade = 1,2;
- Coeficiente de temperatura = 0,0024.

**Figura 42: Curvas I-V e P-V e dados de MPP do módulo fotovoltaico.**



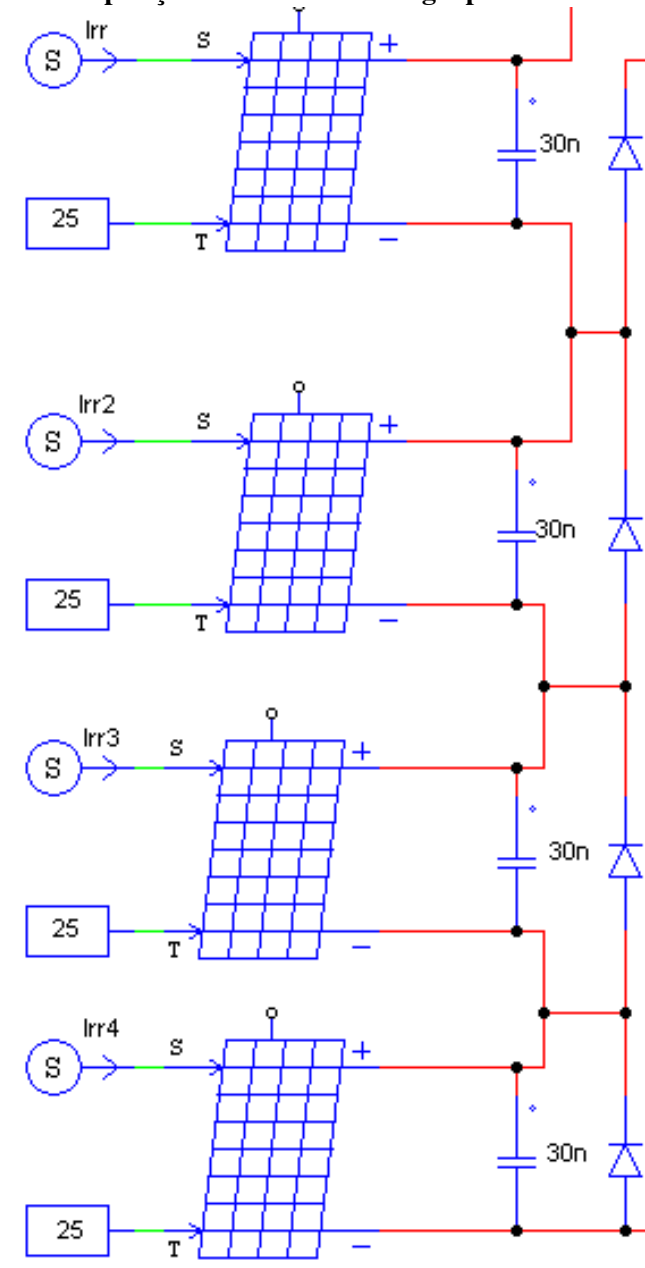
**Fonte: Autoria própria.**

Para o cálculo dos componentes do conversor utilizou-se das equações (26), (28) e (29). Para o filtro de entrada utilizou-se da corrente resultado de entrada do módulo para  $D = 0,5$ . Para a saída utilizou-se valores de tensão e corrente máximas do módulo fotovoltaico, conforme mostrado na Figura 42.

Com a finalidade de testar a operação do módulo fotovoltaico com diferentes pontos de máxima potência, substituiu-se o painel mostrado no modelo da Figura 41 por quatro painéis

em série, sendo que cada um possui 105 células, totalizando 420 células. A Figura 43 ilustra o modelo em questão.

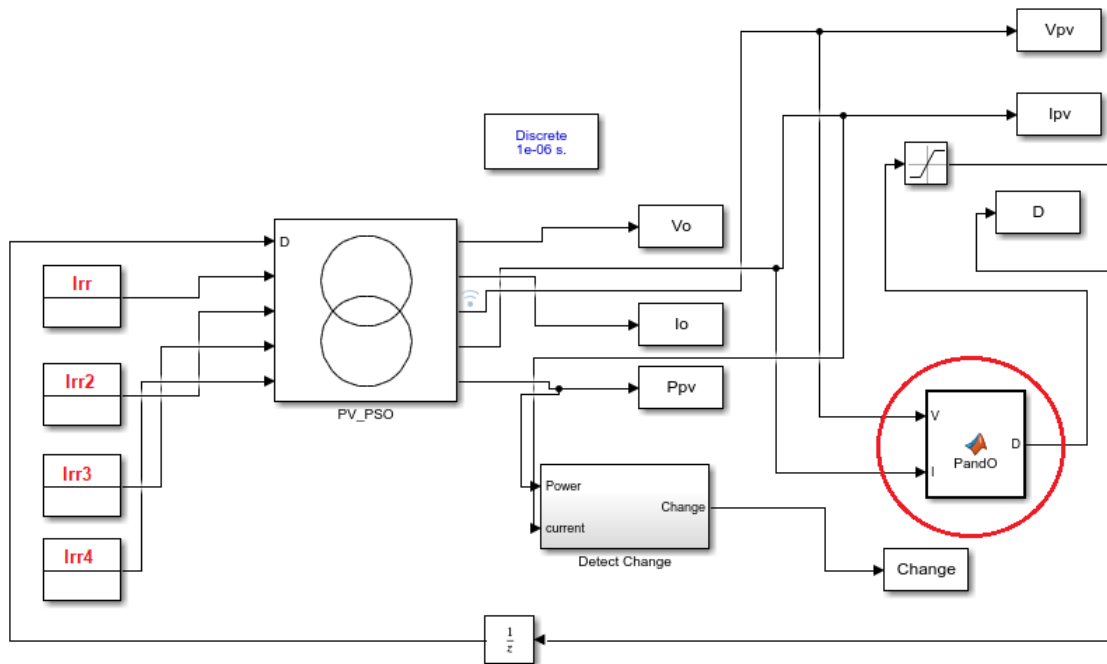
**Figura 43: Composição de módulo com 4 grupos de células no PSIM.**



**Fonte: Autoria própria.**

Com o modelo pronto no PSIM<sup>®</sup>, fez-se a comunicação com o módulo no Simulink do MATLAB<sup>®</sup>, como ilustra a Figura 44. Os algoritmos criados são implementados na caixa inferior direita circulada, a qual recebe os valores de corrente e tensão do módulo fotovoltaico.

**Figura 44: Comunicação entre PSIM® e MATLAB®.**



**Fonte: Autoria própria.**

No modelo mostrado *Irr*, *Irr2*, *Irr3* e *Irr4* são as respectivas irradiâncias sobre os quatro diferentes conjuntos de 105 células do módulo fotovoltaico, ilustrado na Figura 43. Nas simulações, a temperatura dos painéis foi mantida constante em 25 graus celsius, de modo a verificar apenas a influência das variações de irradiância. De maneira prática, a temperatura aumentaria conforme o aumento da irradiância e a tensão do arranjo reduziria. No entanto, para estudo de convergências para máximos locais e máximo global, variou-se apenas a irradiância dos módulos.

## 5.1 SIMULAÇÕES EM CONDIÇÕES ÓTIMAS - MÉTODOS CLÁSSICOS

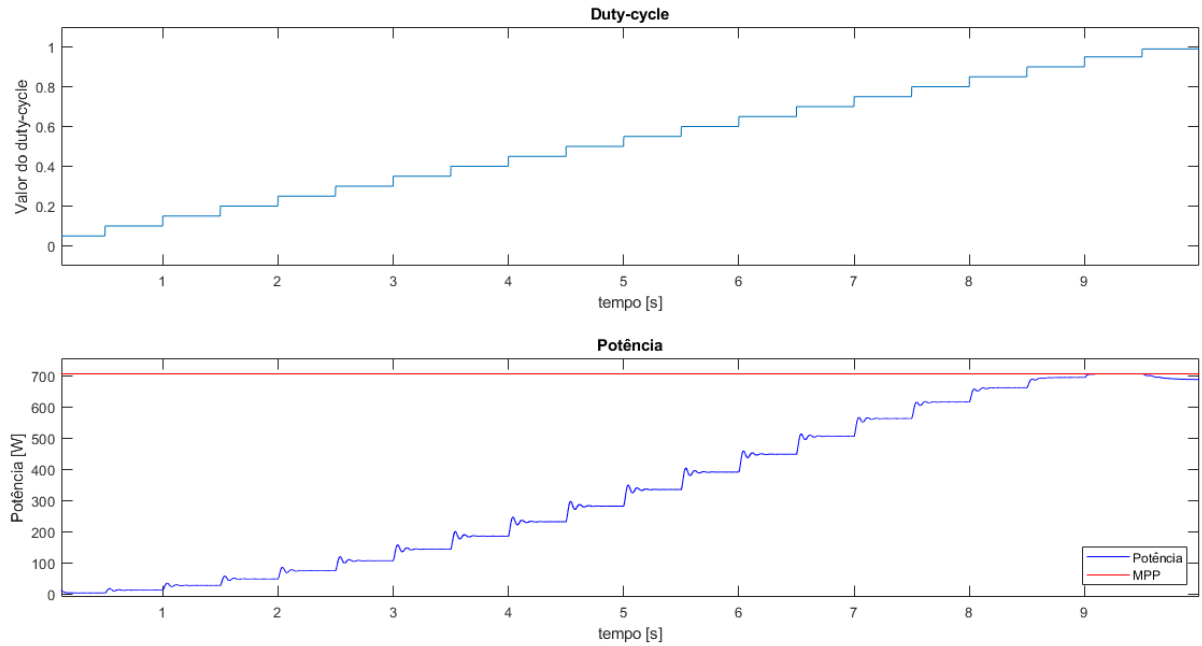
Nesta seção serão mostrados os resultados obtidos com os métodos clássicos atuando em condições ótimas de operação, ou seja, com todos os painéis recebendo mesmo nível de irradiância.

### 5.1.1 VARREDURA EM CONDIÇÕES ÓTIMAS DE OPERAÇÃO

Quando os quatro níveis de irradiância possuem o mesmo valor, o módulo fotovoltaico não possui máximo local de potência, conforme pode ser visto na Figura 45, na qual as quatro irradiâncias foram mantidas em  $1000 \text{ W/m}^2$ .



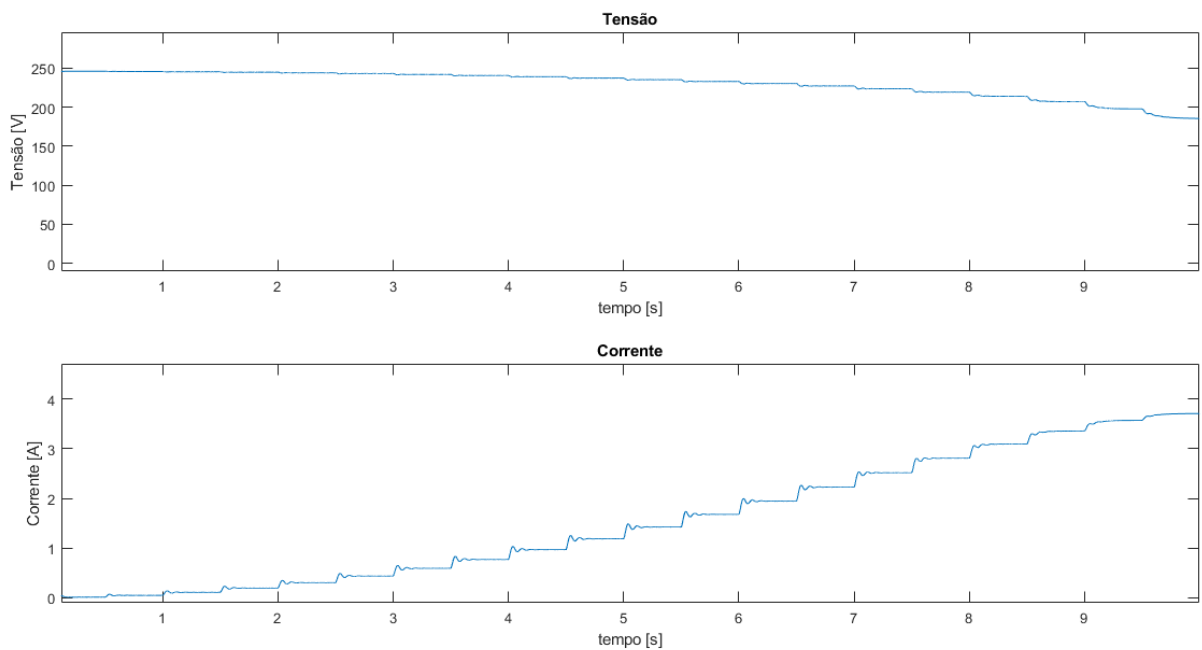
**Figura 45: Sistema operando sem máximos locais.**



**Fonte: Autoria própria.**

Nota-se que nessas condições a máxima potência é alcançada com  $D = 0,96$ . A relação de tensão e corrente do módulo em função do tempo são mostradas na Figura 46.

**Figura 46: Tensão e corrente em condições ótimas.**



**Fonte: Autoria própria.**

### 5.1.2 ALGORITMOS CLÁSSICOS EM CONDIÇÕES ÓTIMAS DE OPERAÇÃO

Nas simulações em condições ótimas de operação foram definidas as irradiâncias em cada um dos quatro painéis como  $700 \text{ W/m}^2$ . Foram realizados ao todo nove simulações, três cenários com cada um dos algoritmos clássicos. A Tabela 2 mostra a diferença dos parâmetros utilizados em cada cenário de simulação. Sendo  $D_0$  o *duty cycle* inicial da simulação e  $\Delta D$  a variação de *duty cycle* a cada avaliação do algoritmo.

**Tabela 2: Parâmetros de simulação em condições ótimas.**

Simulação	$D_0$	$\Delta D$
Cenário 1	0,10	0,00010
Cenário 2	0,95	0,00010
Cenário 3	0,50	0,01000

**Fonte: Autoria própria.**

Para se comparar os resultados obtidos com os diferentes métodos, utilizou-se o erro médio quadrático, como segue:

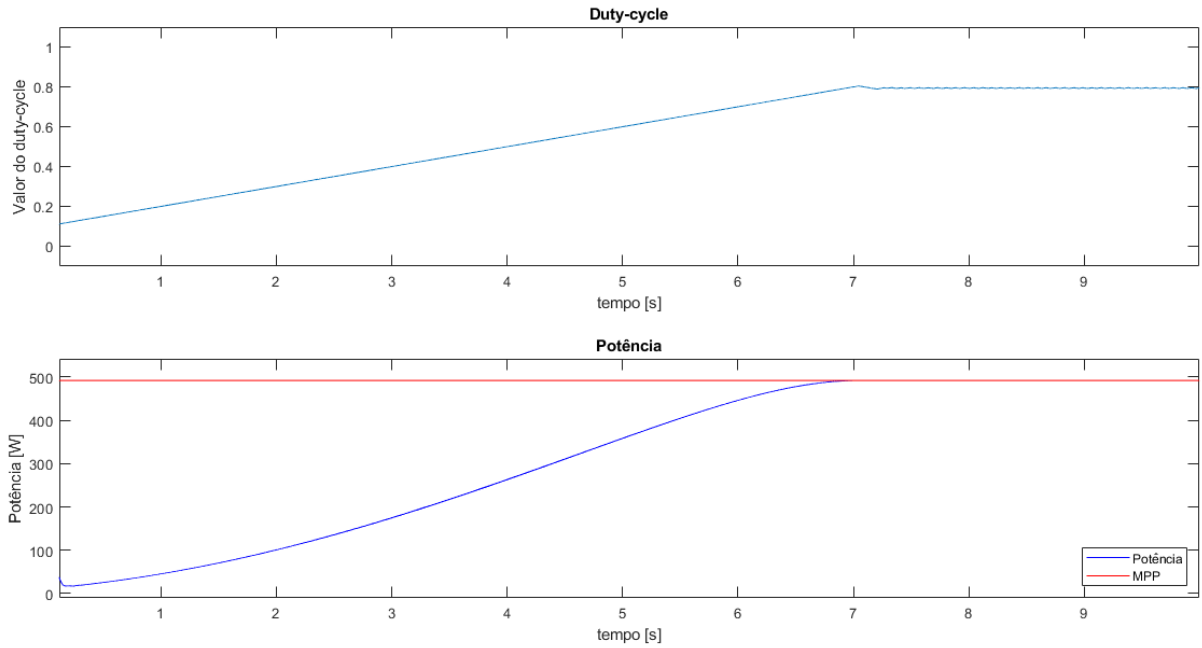
$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_{ref} - P_i)^2, \quad (97)$$

em que  $P_{ref}$  é o valor de máxima potência do módulo, referente ao nível de irradiância sobre o qual ele está operando,  $P_i$  é a potência ponto a ponto e  $n$  o número de amostras medidas.

### 5.1.3 SIMULAÇÕES - MÉTODO P&O

O primeiro algoritmo clássico a ser testado foi o P&O. A Figura 47 mostra o resultado da simulação no cenário 1.

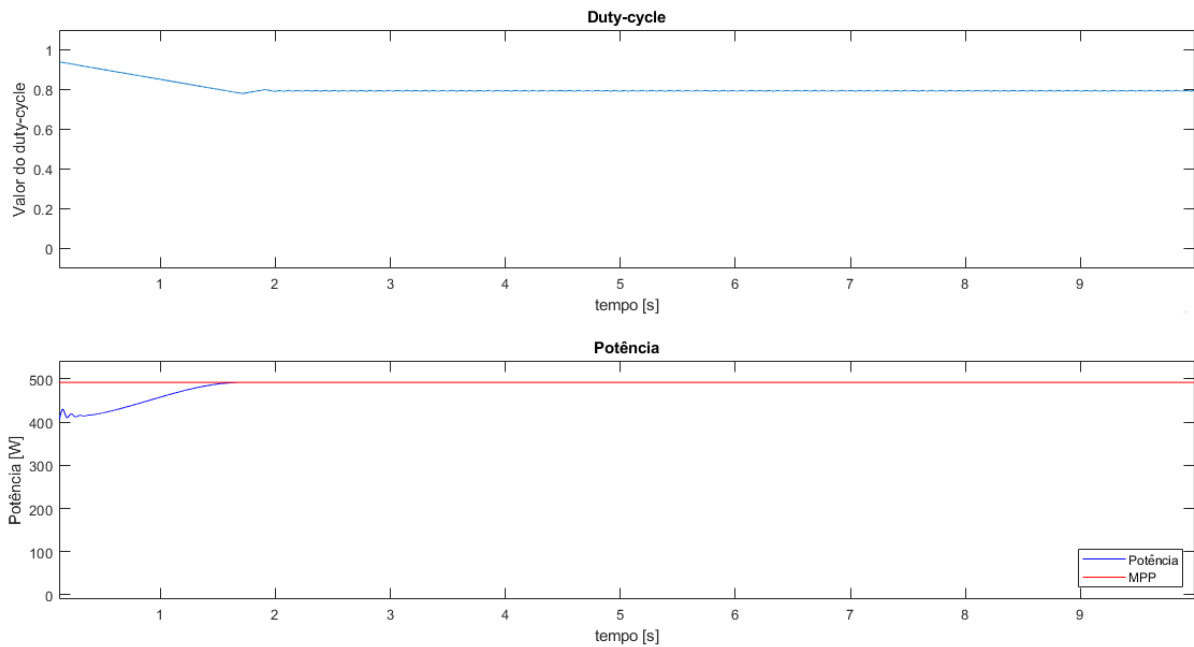
**Figura 47: Duty cycle e potência - Método P&O - Cenário 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

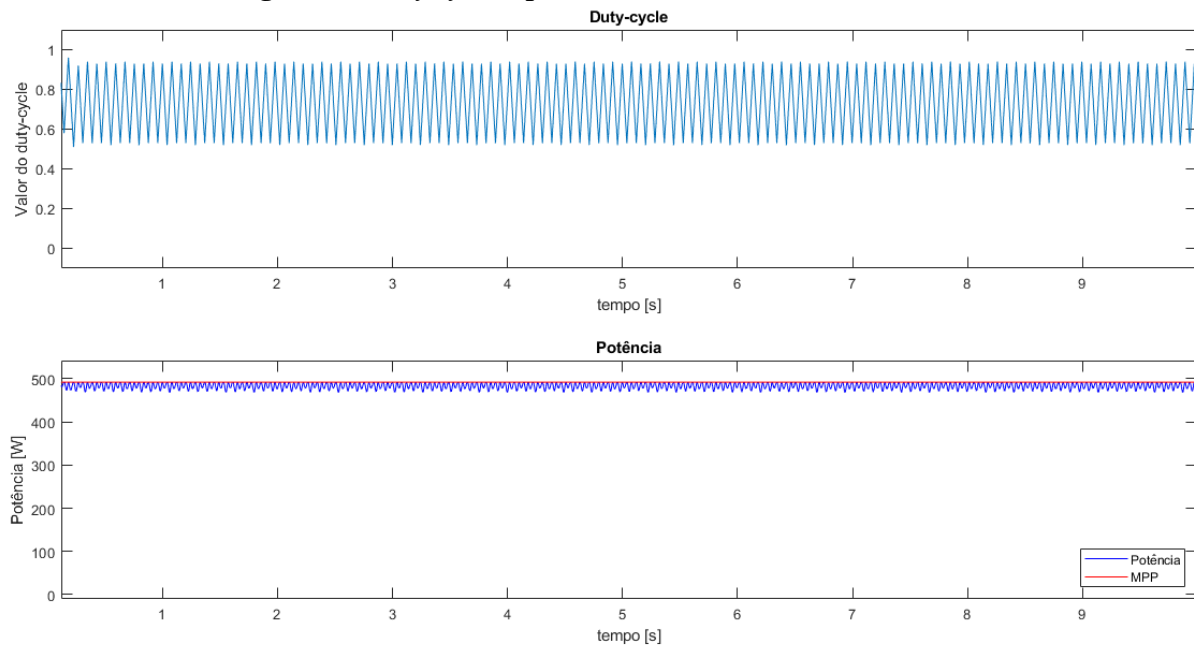
A Figura 48 mostra o resultado obtido com a simulação no cenário 2.

**Figura 48: Duty cycle e potência - Método P&O - Cenário 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

A simulação no cenário 3 está ilustrada na Figura 49.

**Figura 49: Duty cycle e potência - Método P&O - Cenário 3.**

**Fonte: Autoria própria.**

Nota-se, portanto, que em todos os casos a máxima potência foi alcançada. Na simulação do cenário 1 a resposta do algoritmo foi lenta pelo fato da condição inicial, ou razão cíclica inicial ( $D_0$ ), estar muito longe da condição ótima de operação e, principalmente, pelo fato da variação do *duty cycle* ( $\Delta D$ ) ter sido definida como um valor muito baixo. Em contrapartida, o sistema não apresentou, em regime permanente, grandes variações em torno do ponto ótimo de operação.

Na simulação do cenário 2, o sistema alcançou mais rápido o ponto ótimo de operação em relação à simulação do cenário 1, devido ao  $D_0$  estar mais próximo do ponto de máxima potência.

Na simulação do cenário 3, o sistema alcançou muito mais rapidamente o ponto de máxima potência comparando-se às outras duas simulações, pois o  $\Delta D$  foi aumentado em cem vezes. Por outro lado, uma resposta mais rápida acaba ocasionando em oscilações em regime permanente, o que deve ocasionar em grandes perdas de geração em tempos maiores de operação.

A Tabela 3 mostra os valores de  $MSE$  para cada simulação, conforme equação (97).

**Tabela 3: MSE em diferentes cenários - P&O .**

Simulação	MSE [ $W^2$ ]
Cenário 1	$6,215 \times 10^4$
Cenário 2	433,043
Cenário 3	128,871

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.1.4 SIMULAÇÕES - MÉTODO CI

As simulações com o método CI obtiveram os resultados iguais aos vistos no método P&O. Isso ocorreu por conta dos algoritmos atuarem de forma muito semelhante, conforme mostrado no Capítulo 2. A Tabela 4 mostra os resultados com o método CI.

**Tabela 4: MSE em diferentes cenários - CI.**

Simulação	MSE [ $W^2$ ]
Cenário 1	$6,215 \times 10^4$
Cenário 2	433,043
Cenário 3	128,871

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.1.5 SIMULAÇÕES - MÉTODO TC

Com o método TC, obteve-se resultados muito semelhantes aos resultados obtidos com os outros dois métodos clássicos vistos anteriormente. A Tabela 5 mostra os resultados com o método da tensão constante.

**Tabela 5: MSE em diferentes cenários - TC.**

Simulação	MSE [ $W^2$ ]
Cenário 1	$6,212 \times 10^4$
Cenário 2	431,823
Cenário 3	150,215

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.1.6 CONCLUSÕES PARCIAIS - MÉTODOS CLÁSSICOS - CONDIÇÕES ÓTIMAS

Foi possível visualizar, pelas simulações em condições ótimas, que todos os três algoritmos clássicos apresentaram comportamento semelhante e foram capazes de alcançar o ponto de máxima potência de operação. Percebe-se que o valor anterior de operação do *duty cycle*, em

relação à razão cíclica de máxima potência, tem grande impacto nos resultados, em conjunto com o incremento  $\Delta D$ , mesmo em condições ótimas de operação.

## 5.2 SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS CLÁSSICOS

Nesta seção serão mostradas as simulações com os algoritmos clássicos atuando em condições de sombreamento, em que cada um dos quatro painéis fotovoltaicos irão receber um valor diferente de irradiância.

### 5.2.1 VARREDURA EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO

Definiu-se os valores de irradiância para cada módulo; de acordo com a Tabela 6:

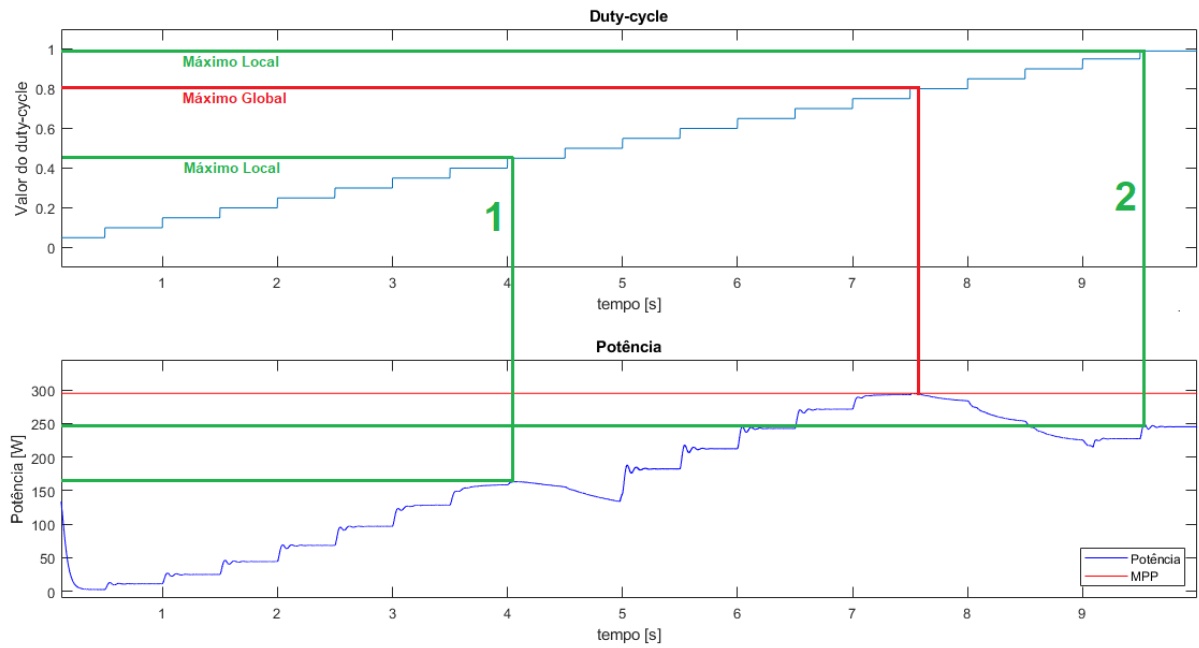
**Tabela 6: Níveis de irradiância.**

Módulo	Irradiância [ $W/m^2$ ]
1	Irr = 1000
2	Irr2 = 750
3	Irr3 = 500
4	Irr4 = 200

**Fonte: Autoria própria.**

A Figura 50 mostra os máximos locais presentes na operação do módulo. Percebe-se que o sistema possui dois máximos locais, quando  $D = 0,45$  e  $D = 0,99$ , com máximas potências em 163,4 e 245,3 W, respectivamente. O máximo global está em  $D = 0,80$ , sendo a potência máxima 295,1 W.

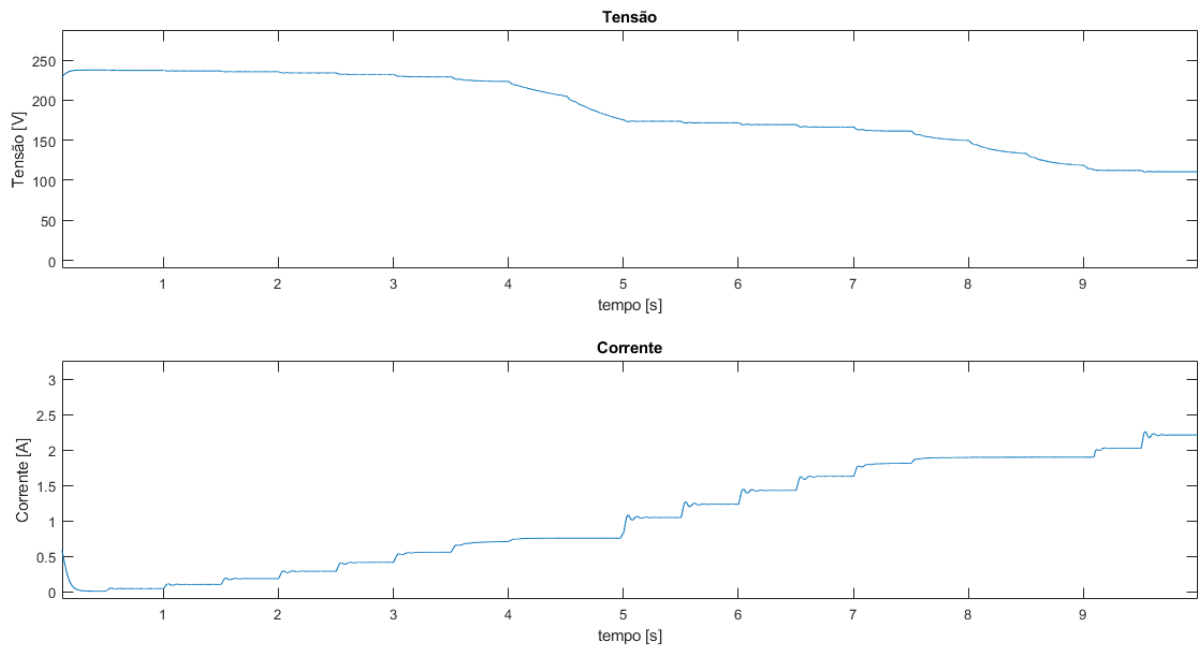
**Figura 50: Sistema operando com máximos locais.**



**Fonte: Autoria própria.**

As relações de tensão e corrente em função do tempo estão ilustradas na Figura 51.

**Figura 51: Tensão e corrente em condições de sombreamento.**



**Fonte: Autoria própria.**

### 5.2.2 ALGORITMOS CLÁSSICOS EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO

Foram realizadas, ao todo, seis simulações diferentes com cada método clássico em condições de sombreamento, conforme mostra a Tabela 7.

**Tabela 7: Parâmetros de simulação em condições de sombreamento.**

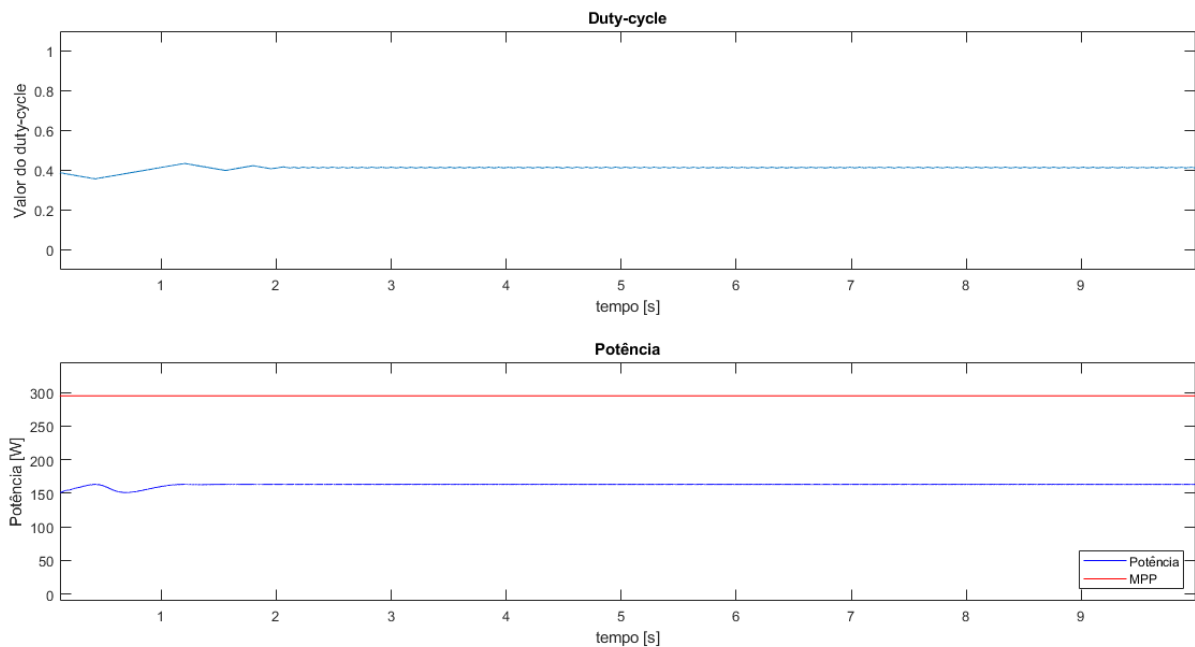
Simulação	$D_0$	$\Delta D$
Cenário 1	0,40	0,00010
Cenário 2	0,40	0,01000
Cenário 3	0,98	0,00010
Cenário 4	0,98	0,01000
Cenário 5	0,60	0,00010
Cenário 6	0,60	0,01000

**Fonte: Autoria própria.**

### 5.2.3 SIMULAÇÕES - MÉTODO P&O

A Figura 52 mostra o resultado da simulação no cenário 1. Percebe-se que o algoritmo ficou preso no máximo local 1, mostrado na Figura 50.

**Figura 52: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 1.**

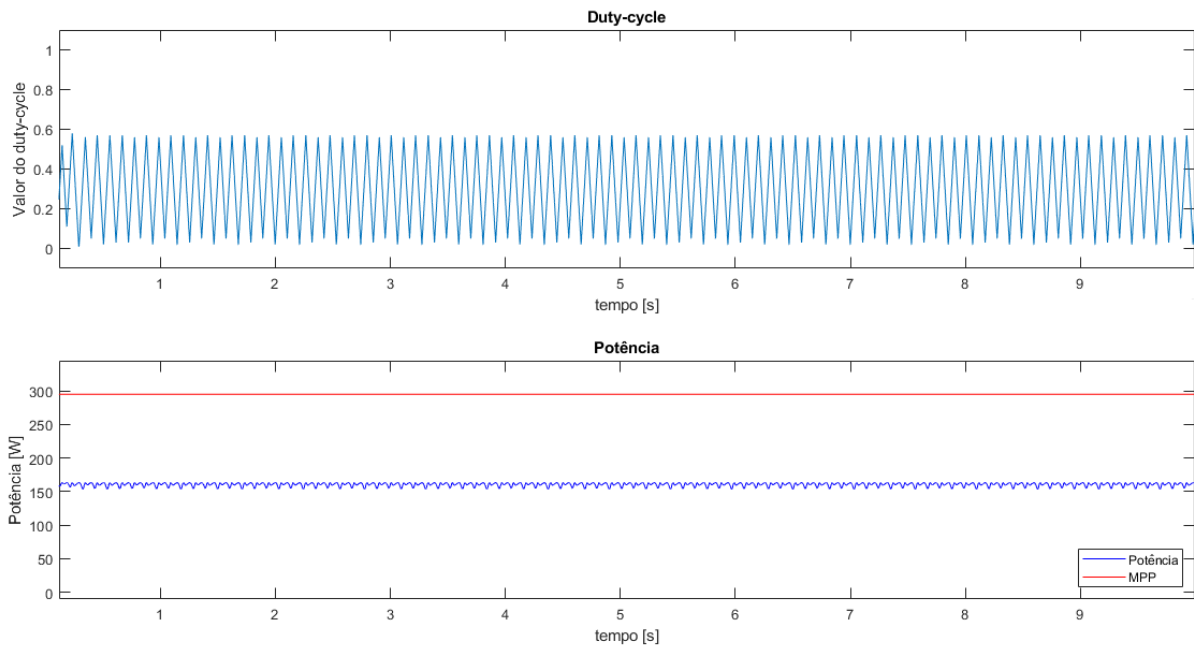


**Fonte: Autoria própria.**

O resultado da simulação no cenário 2 está ilustrado na Figura 53.



**Figura 53: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 2.**

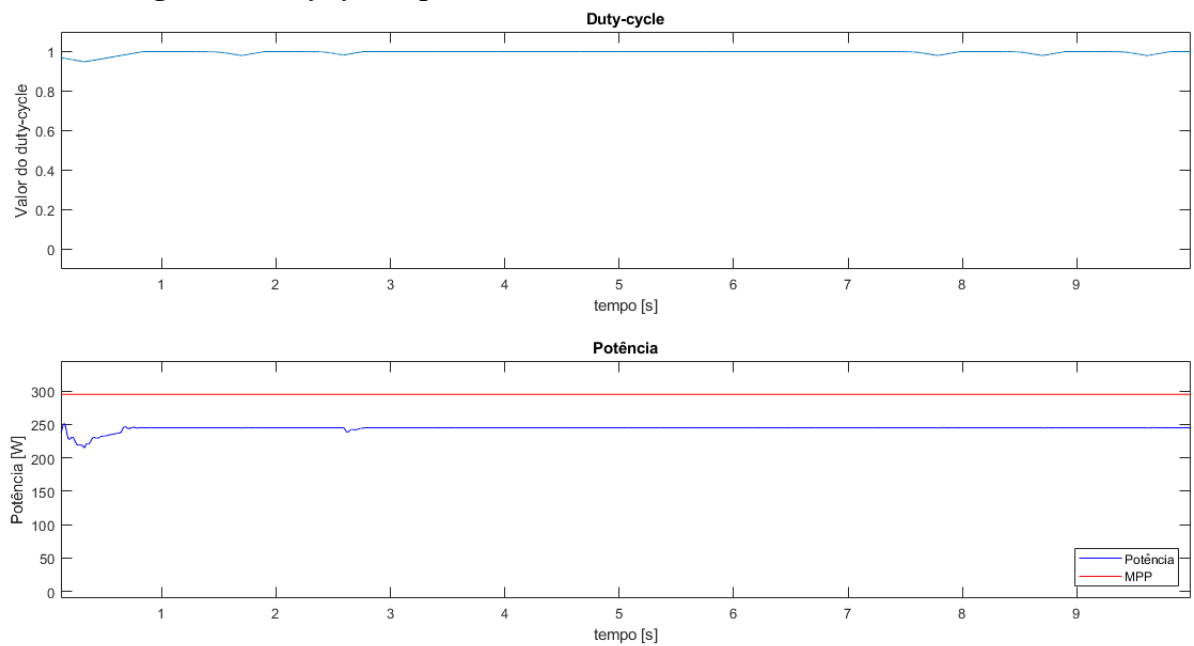


**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se que, mesmo aumentando o incremento de  $D$ , o algoritmo não foi capaz de escapar do máximo local 1, ficou apenas oscilando em torno do ponto.

A Figura 54 ilustra o resultado da simulação do cenário 3.

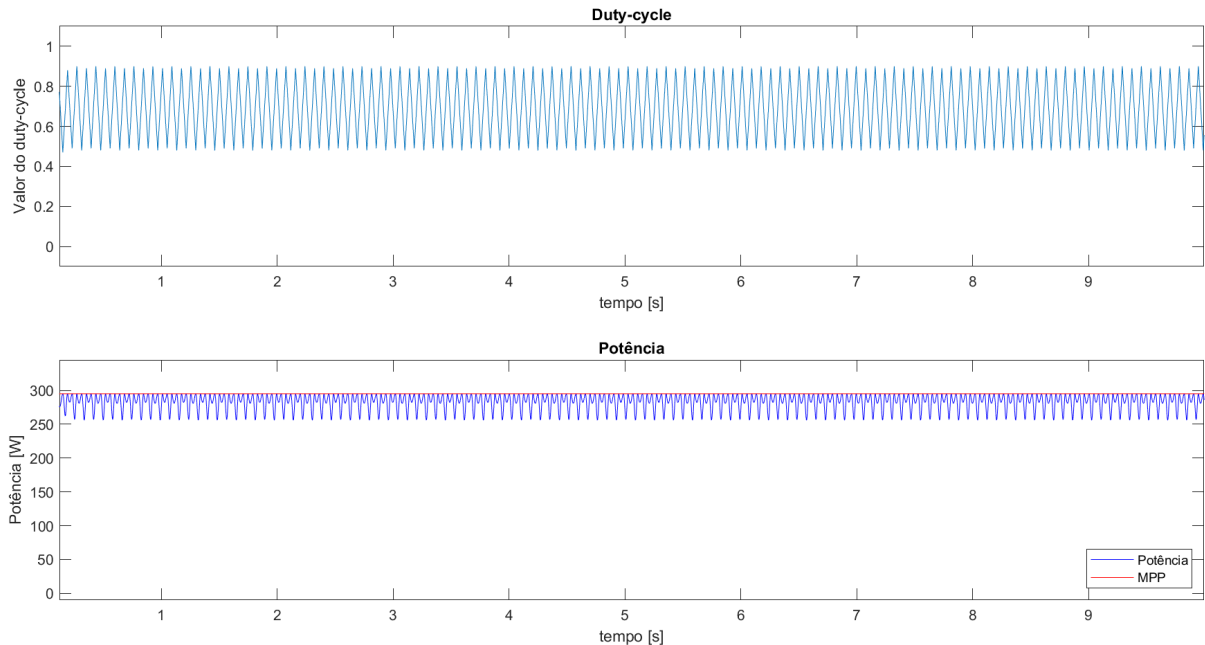
**Figura 54: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

Neste caso o algoritmo ficou preso no máximo local 2. Com o aumento do incremento de  $D$  na simulação no cenário 4, o algoritmo foi capaz de escapar do máximo local 2. No entanto houve oscilação em regime permanente, vide Figura 55.

**Figura 55: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 4.**



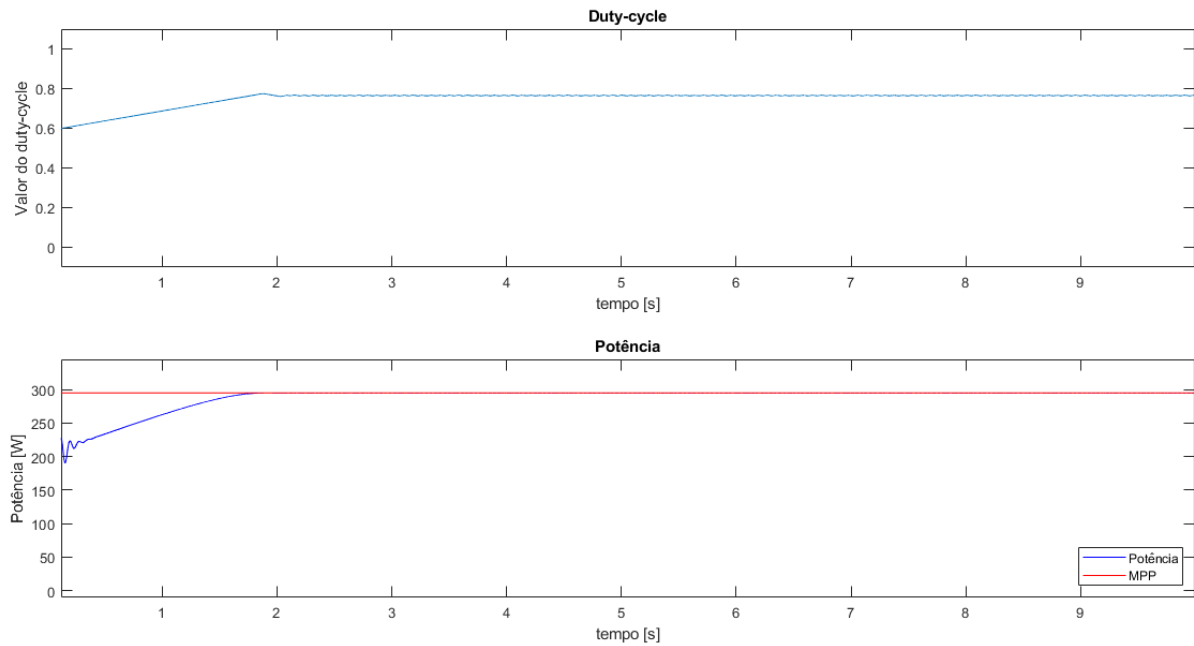
**Fonte: Autoria própria.**

Na simulação do cenário 5, o algoritmo foi capaz de encontrar o ponto de máxima potência global, mesmo com  $\Delta D$  pequeno, pois estava numa região em que o sistema já estava operando fora das regiões dos máximos locais.

Na simulação do cenário 6, mesmo com o sistema operando fora da região dos máximos locais, o algoritmo acabou caindo em um máximo local, devido ao  $\Delta D$  ser cem vezes maior que o incremento da simulação do cenário 5 — vide Figura 57.

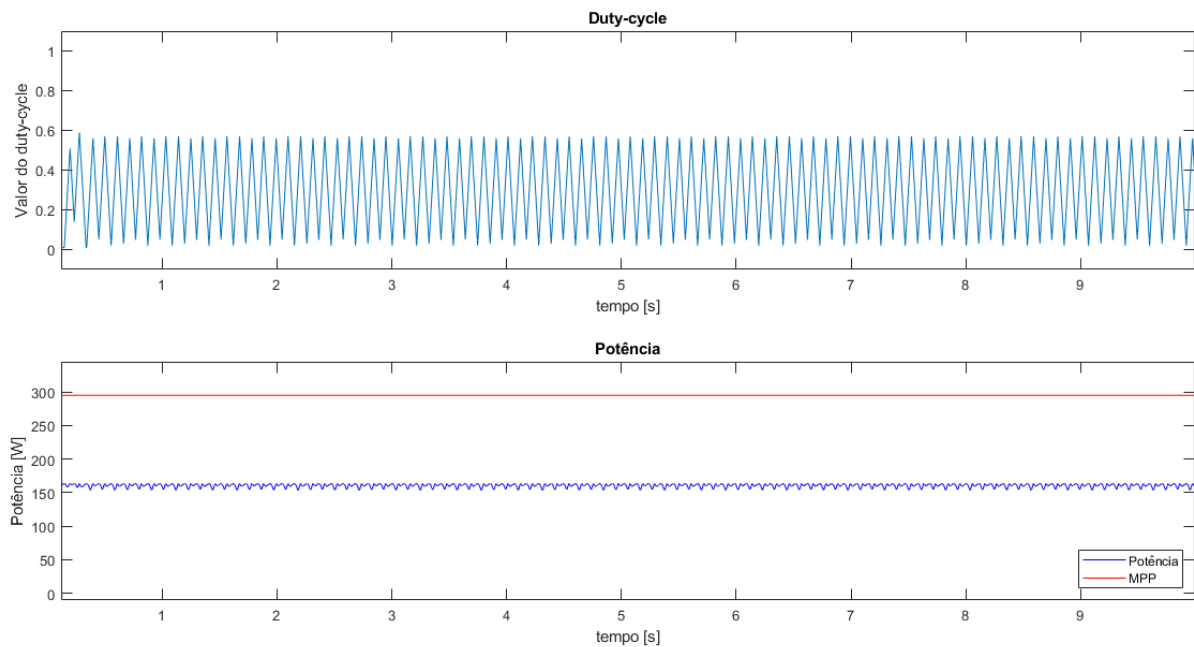
A Figura 56 mostra o resultado da simulação no cenário 5.

**Figura 56: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 5.**



**Fonte: Autoria própria.**

**Figura 57: Duty cycle e potência - Método P&O - Sombreamento - Cenário 6.**



**Fonte: Autoria própria.**

A relação de *MSE* e máxima potência alcançada pelas simulações encontra-se na Tabela 8.

**Tabela 8: Resultado das simulações - P&O.**

Simulação	$MSE [W^2]$	$Ppv_{max} [W]$
Cenário 1	$1,758 \times 10^4$	163,4
Cenário 2	$1,812 \times 10^4$	163,4
Cenário 3	$2,609 \times 10^3$	245,3
Cenário 4	339,613	295,1
Cenário 5	570,289	295,1
Cenário 6	$1,814 \times 10^4$	163,4

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.2.4 SIMULAÇÕES - MÉTODO CI

Os resultados obtidos com o método da condutância incremental foram iguais ou muito próximos aos obtidos com o método P&O, dadas as semelhanças entre os dois métodos. A Tabela 9 mostra os resultados com o método CI.

**Tabela 9: Resultado das simulações - CI.**

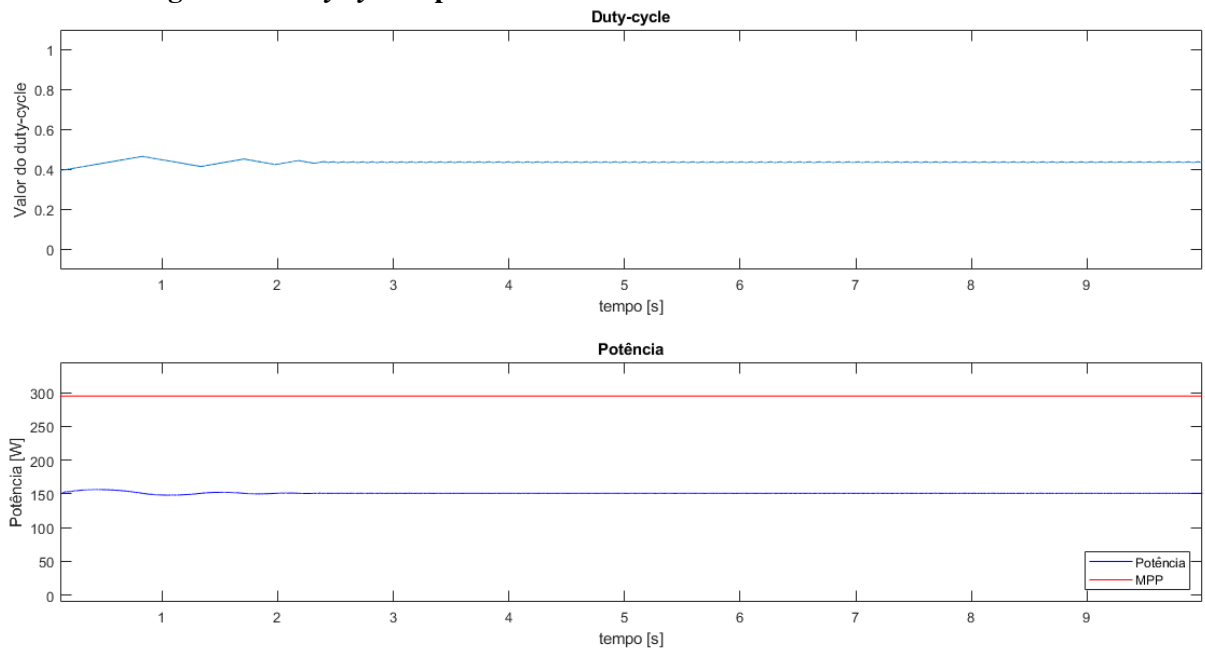
Simulação	$MSE [W^2]$	$Ppv_{max} [W]$
Cenário 1	$1,758 \times 10^4$	163,4
Cenário 2	$1,812 \times 10^4$	163,4
Cenário 3	$2,609 \times 10^3$	245,3
Cenário 4	339,599	295,1
Cenário 5	570,289	295,1
Cenário 6	$1,814 \times 10^4$	163,4

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.2.5 SIMULAÇÕES - MÉTODO TC

Na simulação no cenário 1, o método da tensão constante acabou permanecendo num ponto inferior ao máximo local 1, dada a simplicidade do algoritmo, que verifica apenas a relação da tensão de operação com a tensão de máxima potência do arranjo, portanto, o algoritmo faz com que o sistema mantenha-se em 198,78 V, sendo esta a tensão referente à máxima potência do módulo. A Figura 58 mostra o resultado da primeira simulação com o método TC.

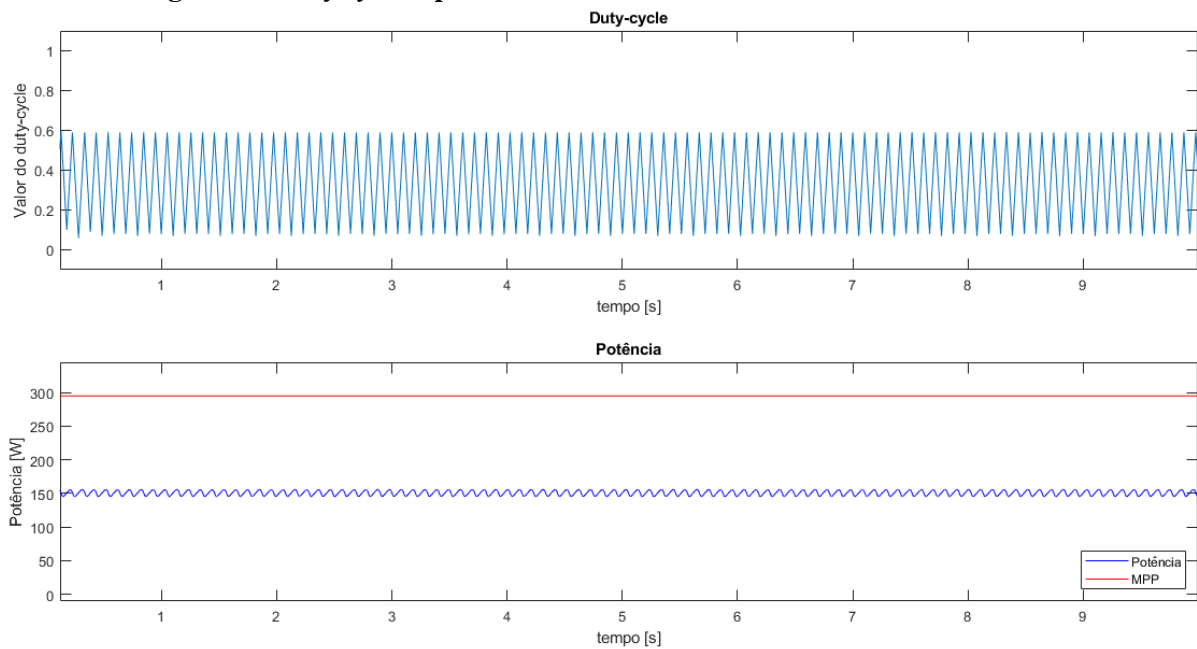
**Figura 58: *Duty cycle* e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

A Figura 59 mostra a simulação no cenário 2, na qual o algoritmo conseguiu chegar mais próximo ao ponto de máxima potência local 1, devido ao aumento de  $\Delta D$ . No entanto, houve uma grande oscilação em torno de 150 W.

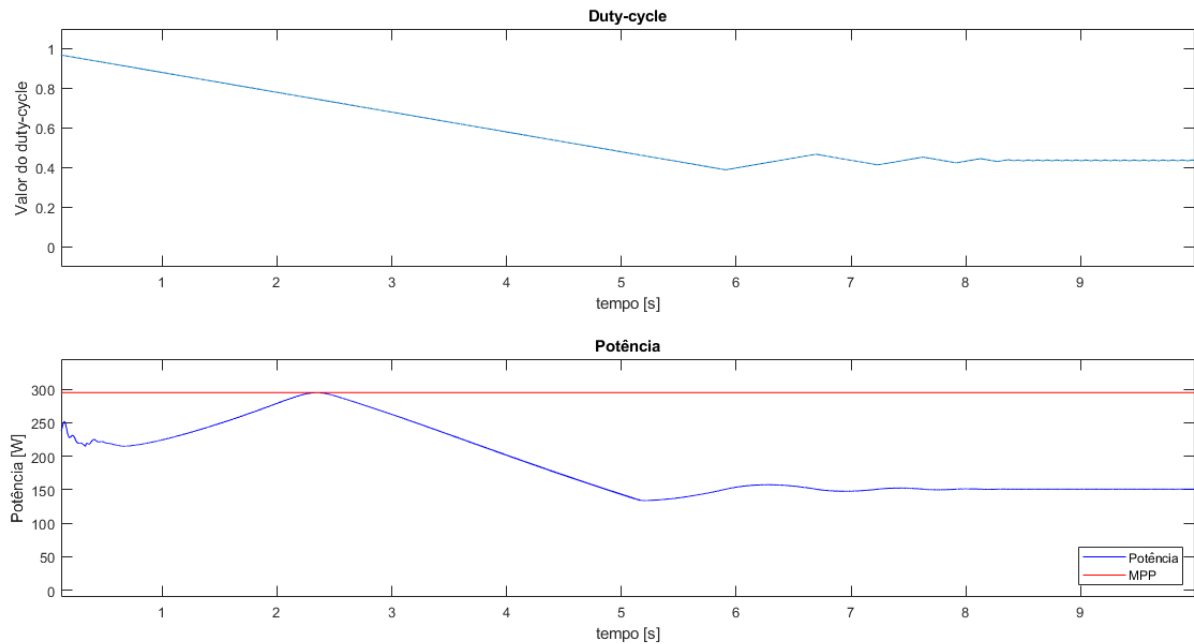
**Figura 59: *Duty cycle* e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

Na simulação do cenário 3, ilustrada na Figura 60, é possível ver a grande limitação do método TC, relacionado à lógica simples do algoritmo. A Figura 61 mostra as curvas de tensão e corrente em função do tempo para a simulação do cenário 3, é possível visualizar que o algoritmo tende a buscar a tensão de máxima potência do módulo em condições ótimas de operação, ou seja, tende a manter o sistema operando a  $V_{pv} = 198,78$ .

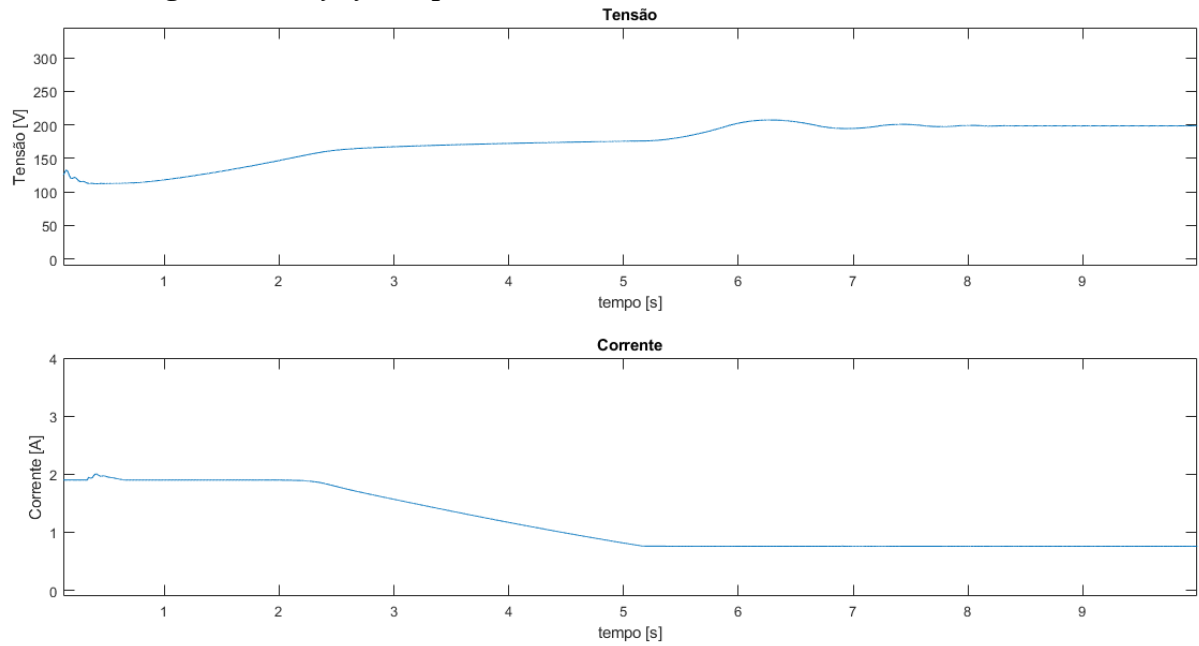
**Figura 60: Duty cycle e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

É notável a grande queda da corrente do módulo. Neste caso o método TC alcançou o ponto de máxima potência global, mas a lógica do algoritmo elevou a tensão para um valor muito maior que a tensão de máxima potência com os níveis de irradiância estabelecidos. Em outras situações, em que a tensão de máxima potência obtida seja próxima da tensão de máxima potência em condições ótimas, o método pode apresentar um erro muito baixo, não caindo em um máximo local.

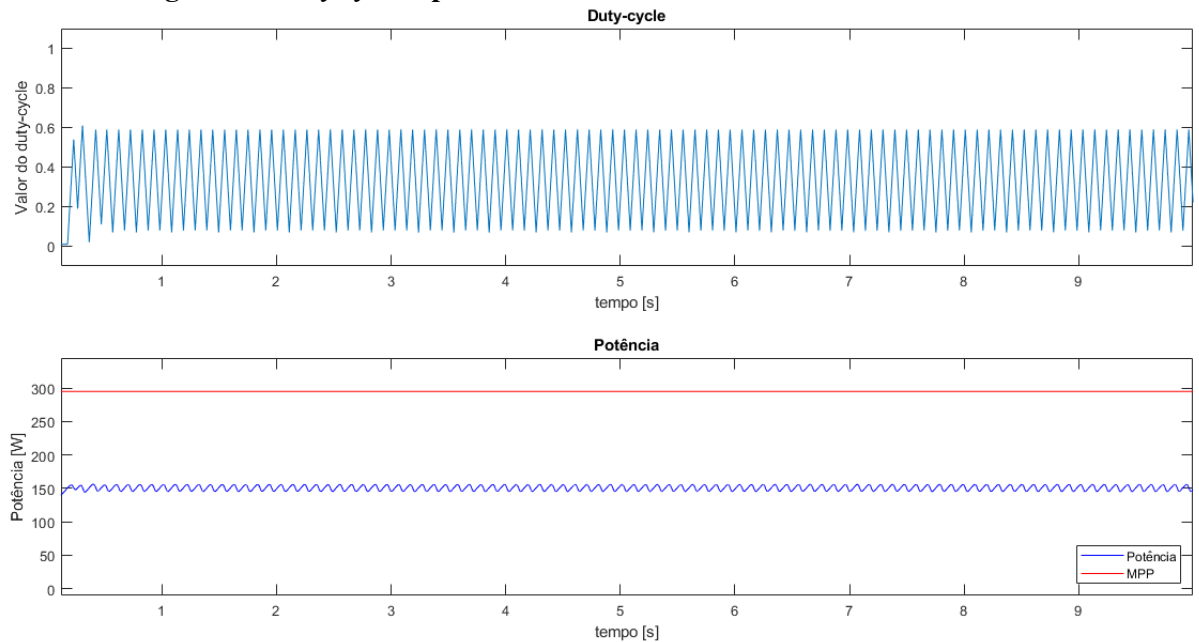
**Figura 61: Duty cycle e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

O resultado da simulação do cenário 4 está ilustrada na Figura 62.

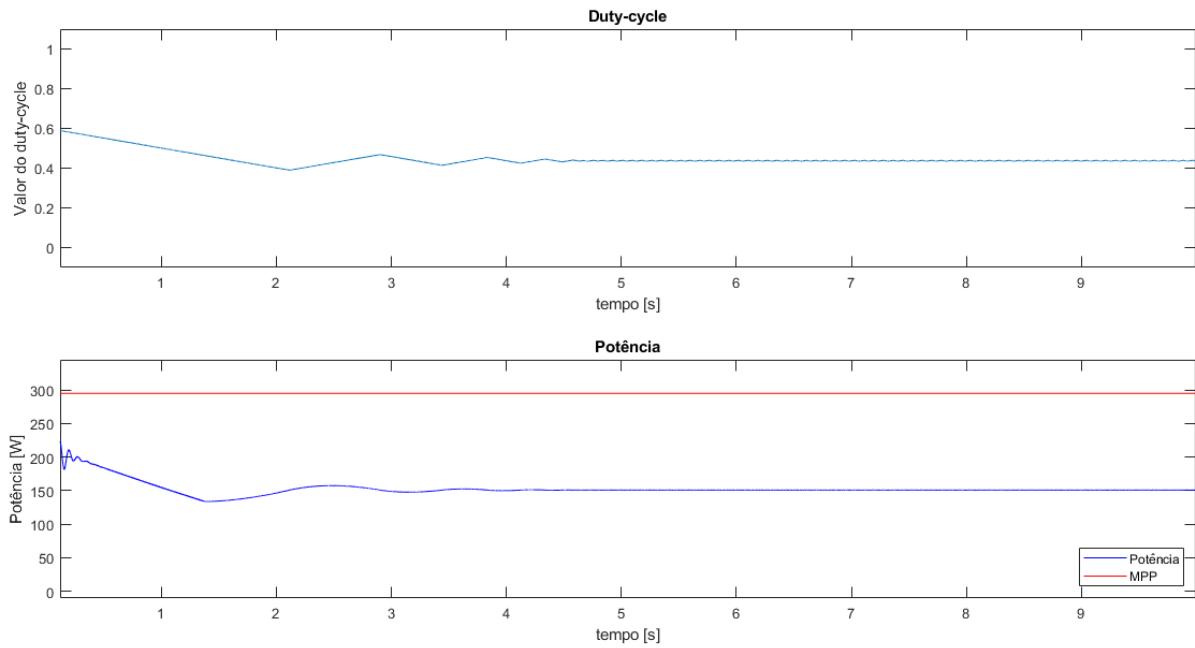
**Figura 62: Duty cycle e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 4.**



**Fonte: Autoria própria.**

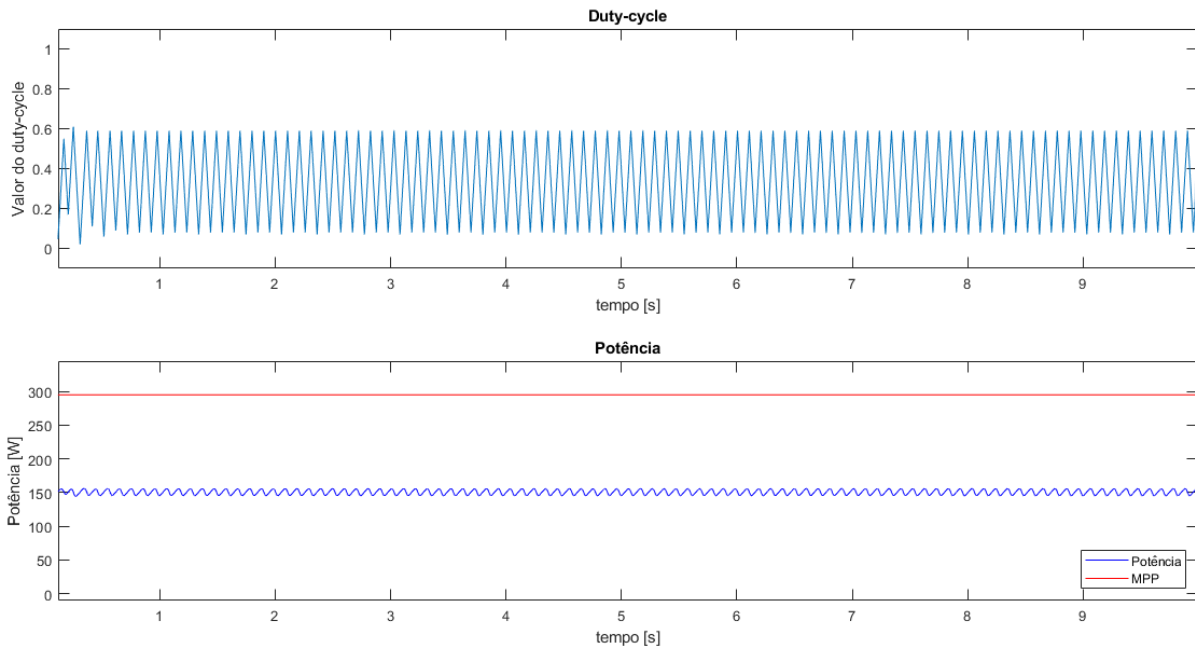
As simulações do cenário 5 e 6 estão ilustradas nas Figuras 63 e 64 respectivamente.

**Figura 63: Duty cycle e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 5.**



**Fonte: Autoria própria.**

**Figura 64: Duty cycle e potência - Método TC - Sombreamento - Cenário 6.**



**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se pelas curvas P-t que pelo método TC a potência do sistema tende a convergir para o mesmo valor de potência, referente ao valor de tensão de máxima potência em condições ótimas de operação.



A Tabela 10 mostra os resultados obtidos com o método TC.

**Tabela 10: Resultado das simulações - TC.**

Simulação	$MSE[W^2]$	$P_{pv,max}[W]$
Cenário 1	$2,0728 \times 10^4$	151,1
Cenário 2	$2,082 \times 10^4$	155,9
Cenário 3	$1,337 \times 10^4$	295,1
Cenário 4	$2,072 \times 10^4$	155,9
Cenário 5	$2,035 \times 10^4$	223,4
Cenário 6	$2,084 \times 10^4$	155,9

**Fonte: Autoria própria.**

### 5.2.6 CONCLUSÕES PARCIAIS - MÉTODOS CLÁSSICOS - CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO

A Tabela 11 mostra os resultados obtidos nas simulações realizadas com os três algoritmos clássicos.

**Tabela 11: Resultado das simulações - Métodos clássicos - Sombreamento.**

Simulação	P&O		CI		TC	
	$MSE$	$P_{max}$	$MSE$	$P_{max}$	$MSE$	$P_{max}$
Cenário 1	$1,76 \times 10^4$	163,4	$1,76 \times 10^4$	163,4	$2,07 \times 10^4$	151,1
Cenário 2	$1,81 \times 10^4$	163,4	$1,81 \times 10^4$	163,4	$2,08 \times 10^4$	155,9
Cenário 3	$2,61 \times 10^3$	245,3	$2,61 \times 10^3$	245,3	$1,34 \times 10^4$	295,1
Cenário 4	339,62	295,1	339,60	295,1	$2,07 \times 10^4$	155,9
Cenário 5	570,29	295,1	570,29	295,1	$2,03 \times 10^4$	223,4
Cenário 6	$1,81 \times 10^4$	163,4	$1,81 \times 10^4$	163,4	$2,08 \times 10^4$	155,9

**Fonte: Autoria própria.**

Pelos resultados percebe-se que os métodos P&O e CI obtiveram resultados muito semelhantes, com diferenças de  $MSE$  apenas em algumas simulações. Ambos os métodos mostraram grandes limitações relacionadas ao *duty cycle* inicial, em que uma delas poderia ser a razão cíclica de operação antes de ocorrer sombreamento nos painéis. Também mostraram-se limitados quanto ao valor de  $\Delta D$ , causando grandes oscilações em regime permanente.

Já o método TC obteve piores resultados devido à maior limitação que a simplicidade do algoritmo proporciona, ficando preso à tensão de máxima potência do módulo. Em contrapartida, como mencionado na subseção 7.2.3, o método TC pode ter resultados melhores em comparação ao P&O e CI, caso a tensão de máxima potência em condições ótimas seja próxima à tensão de máxima potência das condições do módulo, uma vez que o método da tensão constante não fica limitado aos máximos locais.

### 5.3 SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

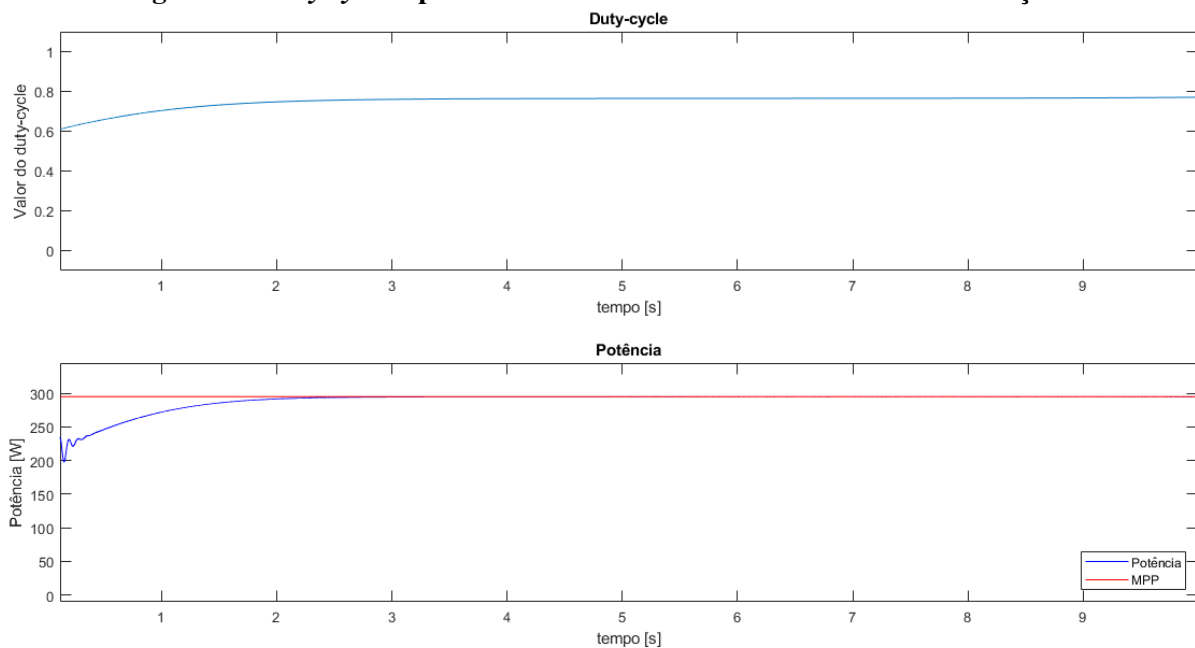
Nesta seção serão mostrados os resultados das simulações de MPPT utilizando métodos determinísticos. Os valores de irradiância nos painéis foram mantidos iguais aos valores utilizados nos testes com sombreamento com os métodos clássicos.

#### 5.3.1 GRADIENTE DESCENDENTE - GD

Nas simulações com os métodos determinísticos, buscou-se fazer uma comparação semelhante à realizada com os métodos clássicos, no que diz respeito à não convexidade presente na otimização envolvendo o módulo fotovoltaico com sombreamento. A não convexidade está relacionada ao inverso da máxima potência, já que se busca maximizar a função e não minimizá-la.

No algoritmo GD, o tamanho do passo a ser dado na direção de busca da maximização da potência tem grande efeito no resultado. Na Figura 65 está ilustrado o resultado de uma simulação realizada com o valor inicial de *duty cycle*,  $D_0 = 0,60$ , acima do valor correspondente ao ponto de máximo local 1, portanto, o algoritmo foi capaz de encontrar o máximo global, considerando que foi o único ponto de máximo encontrado na sua direção de busca.

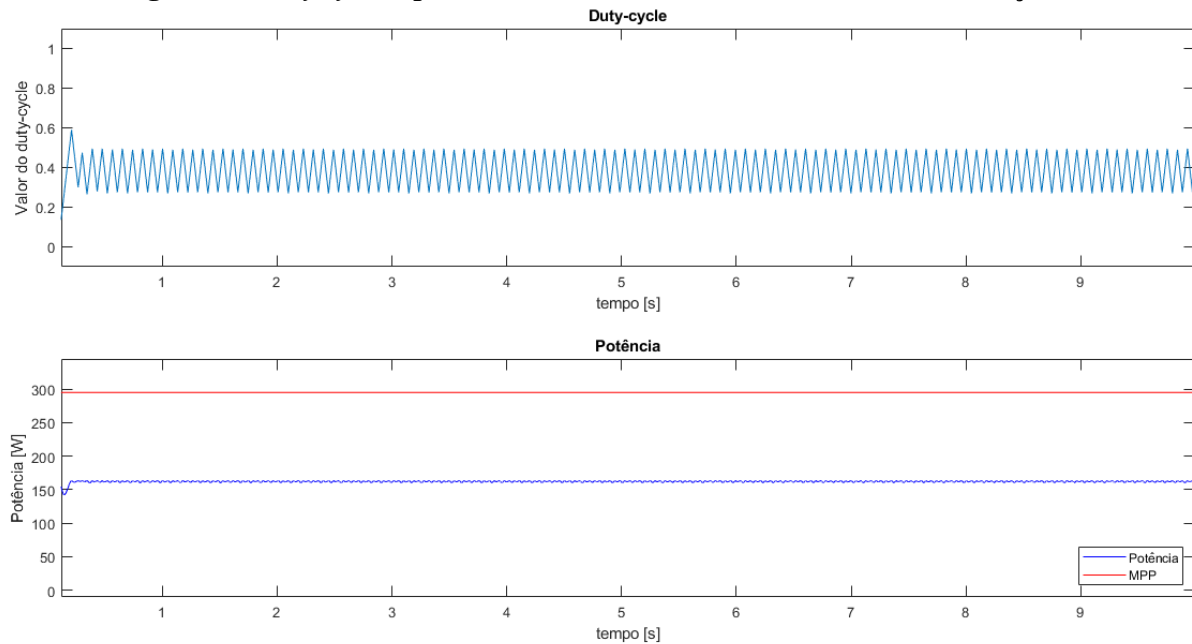
**Figura 65: Duty cycle e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

Com o aumento do tamanho do passo a ser dado a cada iteração, o algoritmo acaba se perdendo em máximos locais da mesma maneira, caso  $D_0$  esteja próximo à região de um mínimo local. A Figura 66 mostra o algoritmo indo em direção ao ponto de máxima potência local 1, apresentando ainda grande oscilação em regime permanente. A razão cíclica inicial foi definida como  $D_0 = 0,30$ .

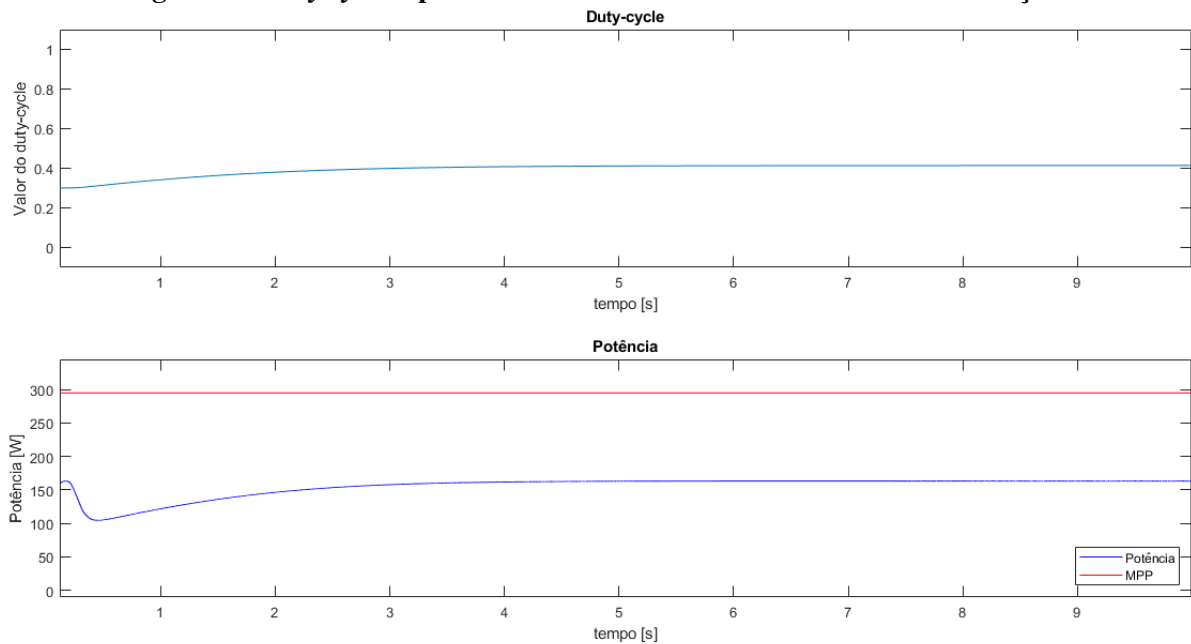
**Figura 66: Duty cycle e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

Com a redução do tamanho do passo, o algoritmo terá uma evolução mais lenta e poderá facilmente cair em qualquer um dos máximos locais, vide Figura 67.

O algoritmo de GD pode até alcançar o máximo ponto de potência global após passar por um ponto de máximo local, mas não é garantido que o algoritmo vá permanecer neste ponto de máxima potência global. Pode-se acrescentar uma condição de parada após o algoritmo encontrar um valor de máximo, considerando-se um valor mínimo de  $D$ , por exemplo.

**Figura 67: Duty cycle e potência - Método GD - Sombreamento - Simulação 3.**

**Fonte: Autoria própria.**

A Tabela 12 mostra os resultados obtidos com o método GD, sendo  $\alpha_k$  o tamanho do passo na direção de busca.

**Tabela 12: Resultado das simulações - Método GD.**

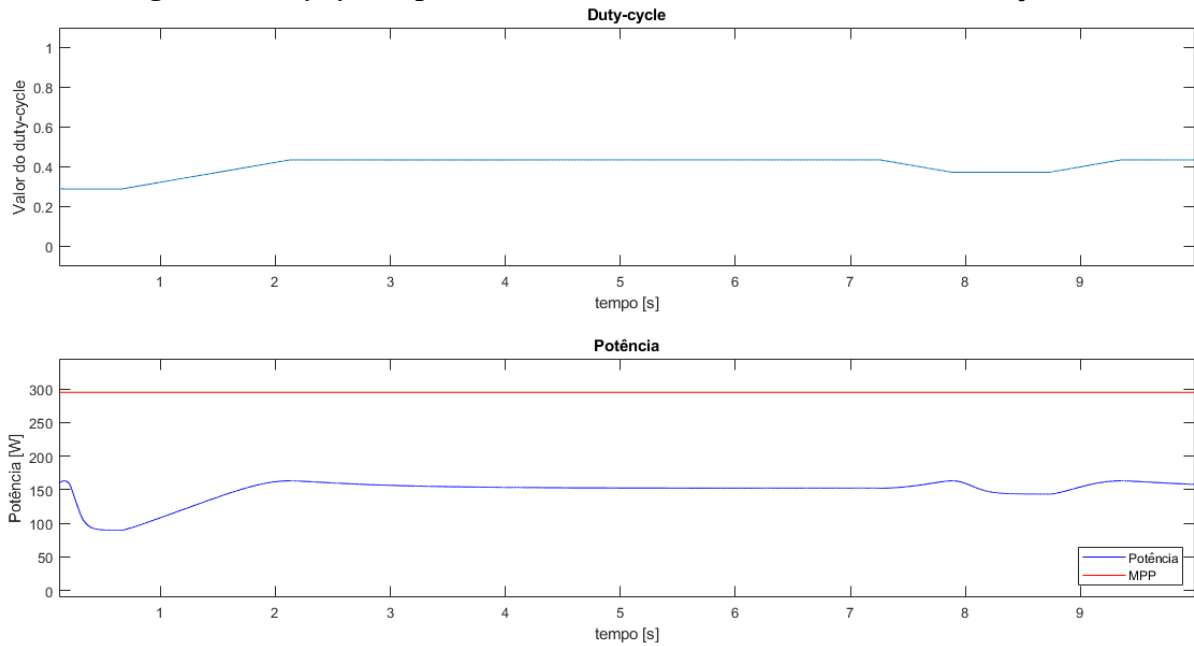
Simulação	$MSE [W^2]$	$P_{max} [W]$	$D_0$	$\alpha_k$
1	570,29	295,0	0,60	0,0010
2	$1,77 \times 10^4$	163,4	0,30	0,0100
3	$1,87 \times 10^4$	163,3	0,30	0,0010

**Fonte: Autoria própria.**

### 5.3.2 GAUSS-NEWTON - GN

Nas simulações com o método GN foram observadas limitações iguais às encontradas com nos testes com o método GD. O valor inicial da razão cíclica ( $D_0$ ) influencia diretamente na resposta do algoritmo. Na Figura 68 percebe-se que a resposta ficou em torno do máximo local 1, com  $D_0 = 0,30$ .

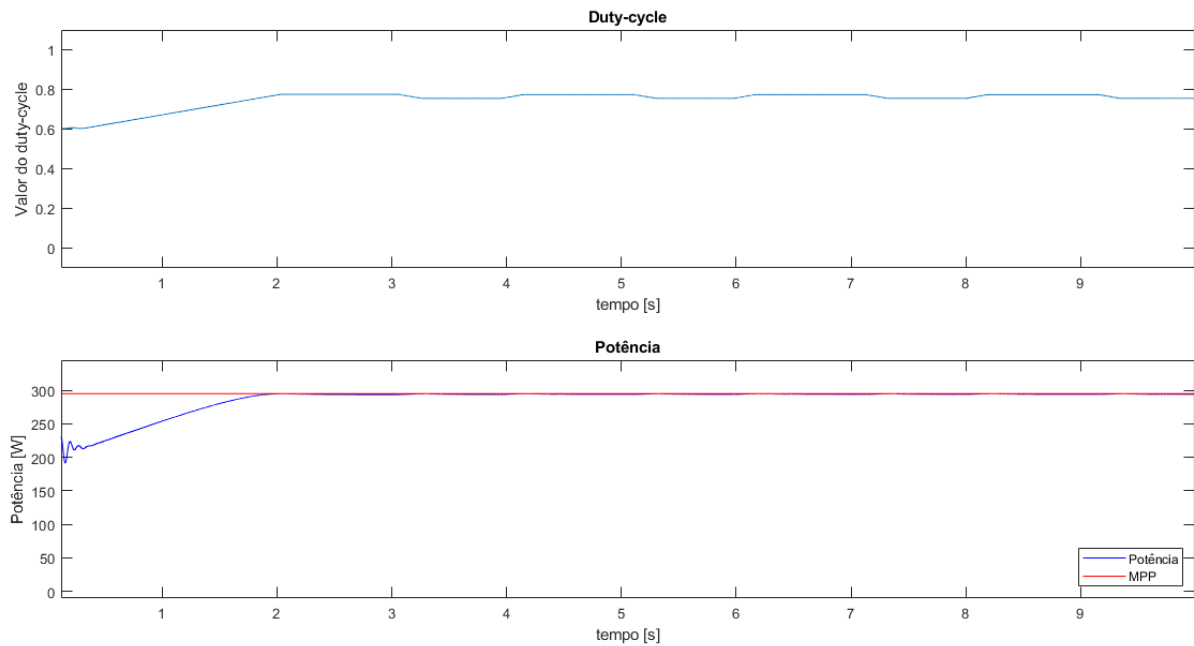
**Figura 68: Duty cycle e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

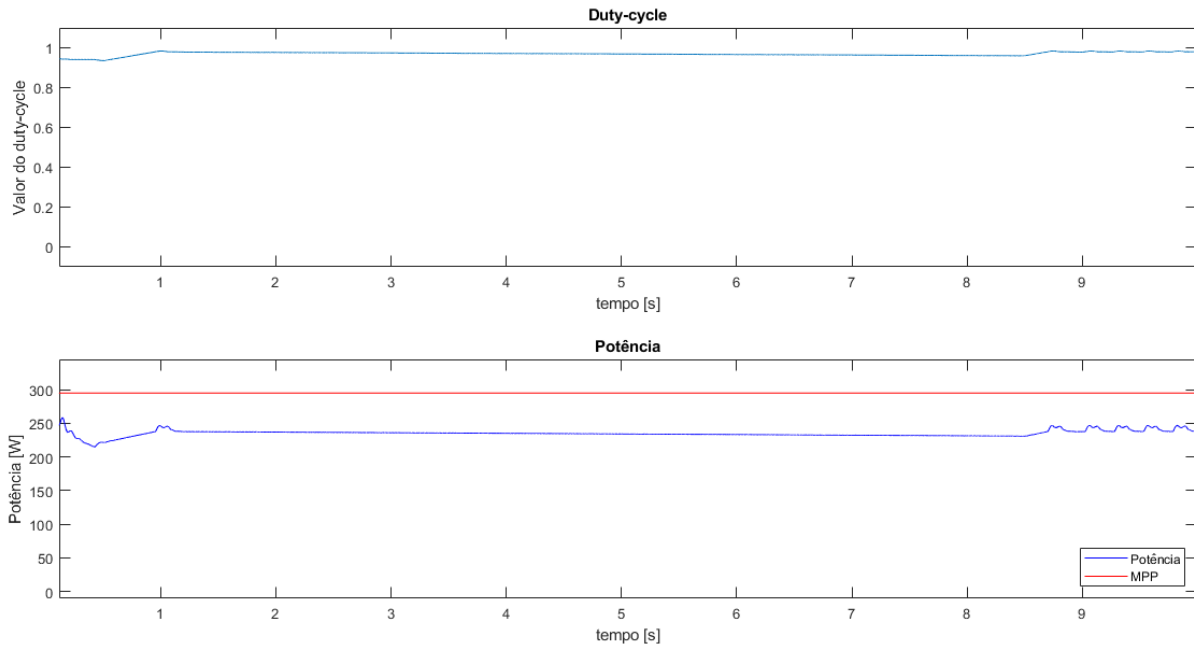
Já com  $D_0 = 0,60$ , o sistema conseguiu chegar ao ponto de máxima potência global, vide Figura 69.

**Figura 69: Duty cycle e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

Já com  $D_0 = 0,95$ , o algoritmo acabou ficando em torno do máximo local 2.

**Figura 70: Duty cycle e potência - Método GN - Sombreamento - Simulação 3.**

**Fonte: Autoria própria.**

A Tabela 13 mostra os resultados obtidos com o método GN.

**Tabela 13: Resultado das simulações - Método GN.**

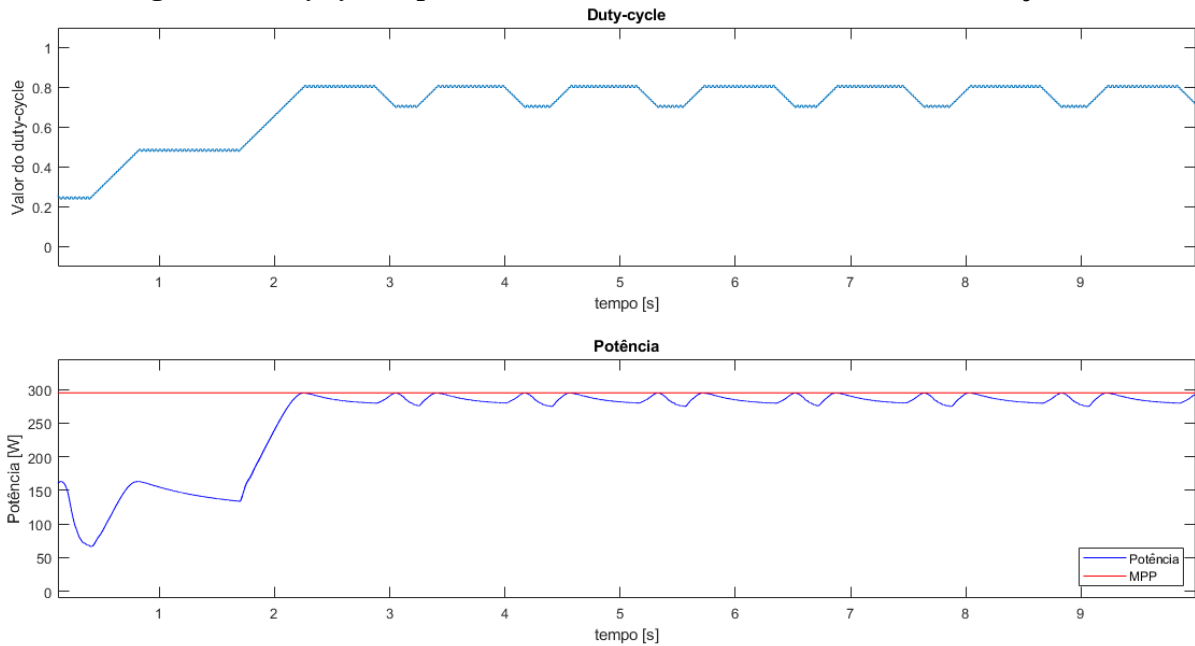
Simulação	$MSE [W^2]$	$P_{max} [W]$	$D_0$
1	$2,16 \times 10^4$	163,4	0,30
2	662,45	295,0	0,60
3	$3,62 \times 10^3$	246,6	0,95

**Fonte: Autoria própria.**

### 5.3.3 LEVENBERG-MARQUARDT - LM

No método LM há a presença de informação heurística ( $\lambda$ ) na estimativa do passo a ser dado na direção de busca. Pela Figura 71, pode-se perceber que mesmo iniciando a simulação com  $D_0 = 0,30$  o algoritmo foi capaz de escapar do máximo local 1, e acabou oscilando em torno do ponto de máximo global.

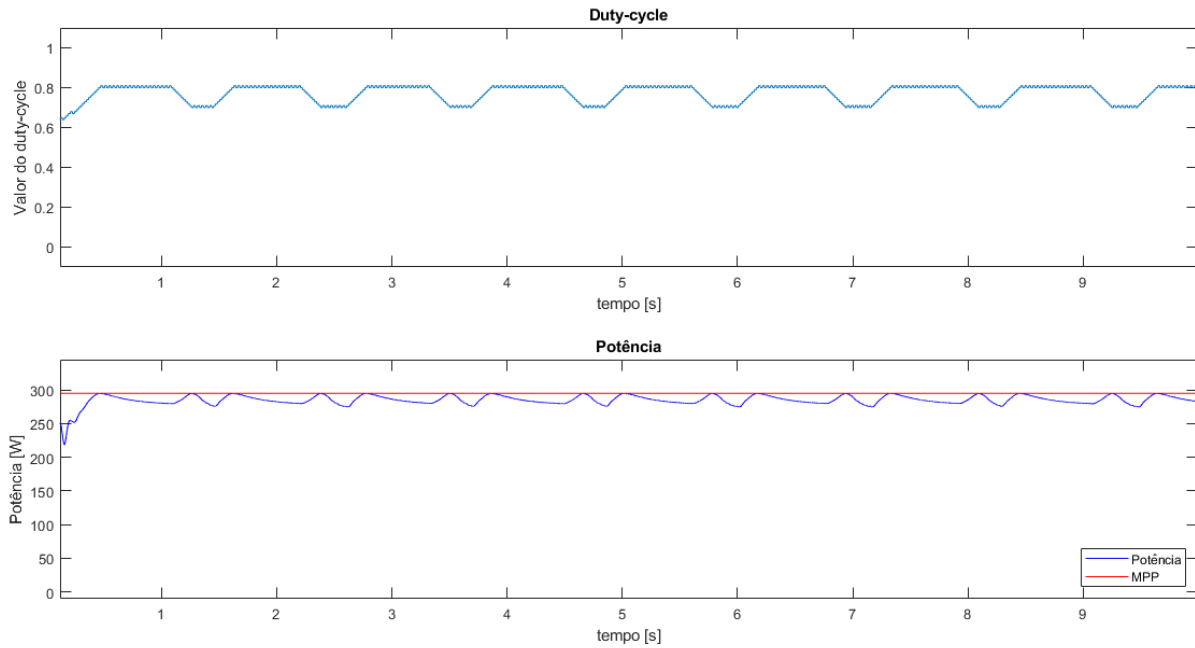
**Figura 71: Duty cycle e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

Ao se iniciar a simulação com  $D_0 = 0,60$ , o algoritmo fica oscilando da mesma maneira em torno do ponto de máxima potência global, vide Figura 72.

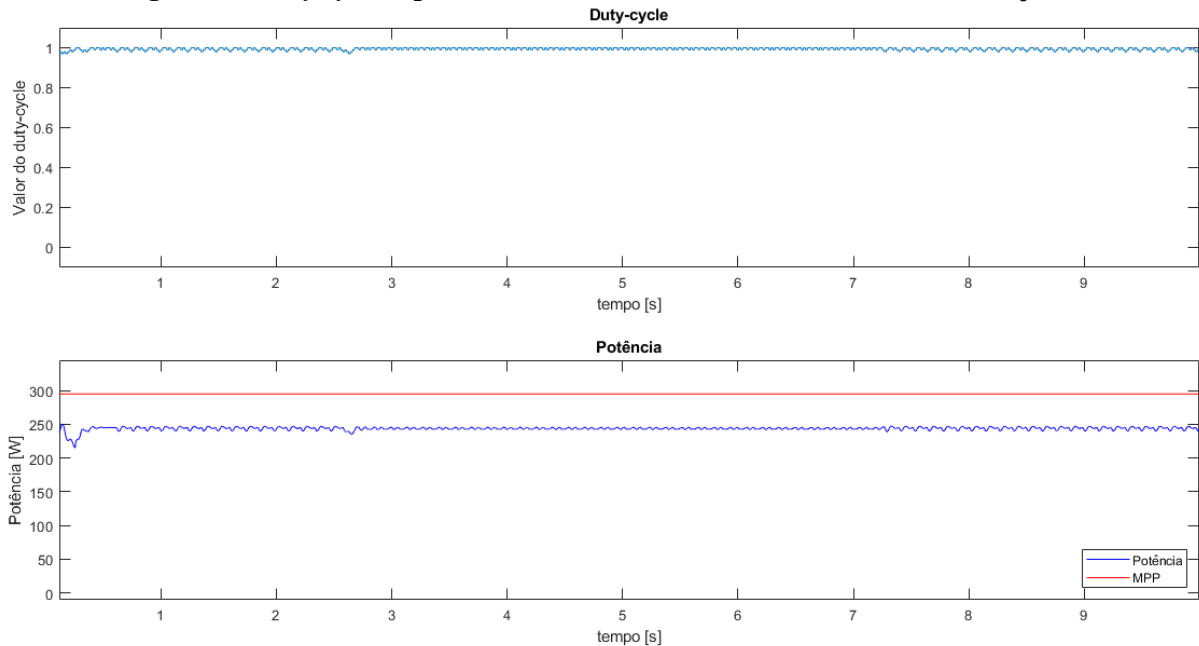
**Figura 72: Duty cycle e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

Há a possibilidade do algoritmo não conseguir sair de um máximo local, conforme mostra a Figura 73. A simulação foi iniciada com  $D_0 = 0,95$ .

**Figura 73: Duty cycle e potência - Método LM - Sombreamento - Simulação 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

O fato do algoritmo levar o sistema a operar em um máximo local pode ocorrer em situações em que  $D_0$  esteja muito próximo a pontos de máximos locais e então, mesmo com a presença da aproximação heurística  $\lambda$ , o algoritmo pode não possuir estabilidade numérica para “pular” pontos de máximos locais, possuindo, portanto, resultados semelhantes aos demais métodos determinísticos.

A Tabela 14 mostra os resultados obtidos com o método LM.

**Tabela 14: Resultado das simulações - Método LM.**

Simulação	$MSE[W^2]$	$P_{final}[W]$	$D_0$
1	$4,98 \times 10^3$	295,0	0,30
2	360,37	295,0	0,60
3	$2,66 \times 10^3$	247,0	0,95

**Fonte: Autoria própria.**

### 5.3.4 RESULTADOS - MÉTODOS DETERMINÍSTICOS

A Tabela 15 mostra os melhores resultados atingidos com os métodos determinísticos.



**Tabela 15: Resultado das simulações - Métodos Determinísticos.**

Método	$MSE [W^2]$	$P_{max} [W]$	$D_0$
GD	570,29	295,0	0,60
GN	662,45	295,0	0,60
LM	360,37	295,0	0,60

**Fonte: Autoria própria.**

## 5.4 SIMULAÇÕES COM SOMBREAMENTO - MÉTODOS HEURÍSTICOS

Nesta seção serão mostrados os resultados das simulações de MPPT utilizando métodos heurísticos. Os valores de irradiância nos painéis foram mantidos iguais aos valores utilizados nos testes com sombreamento com os métodos clássicos e determinísticos.

### 5.4.1 ALGORITMO GENÉTICO - AG

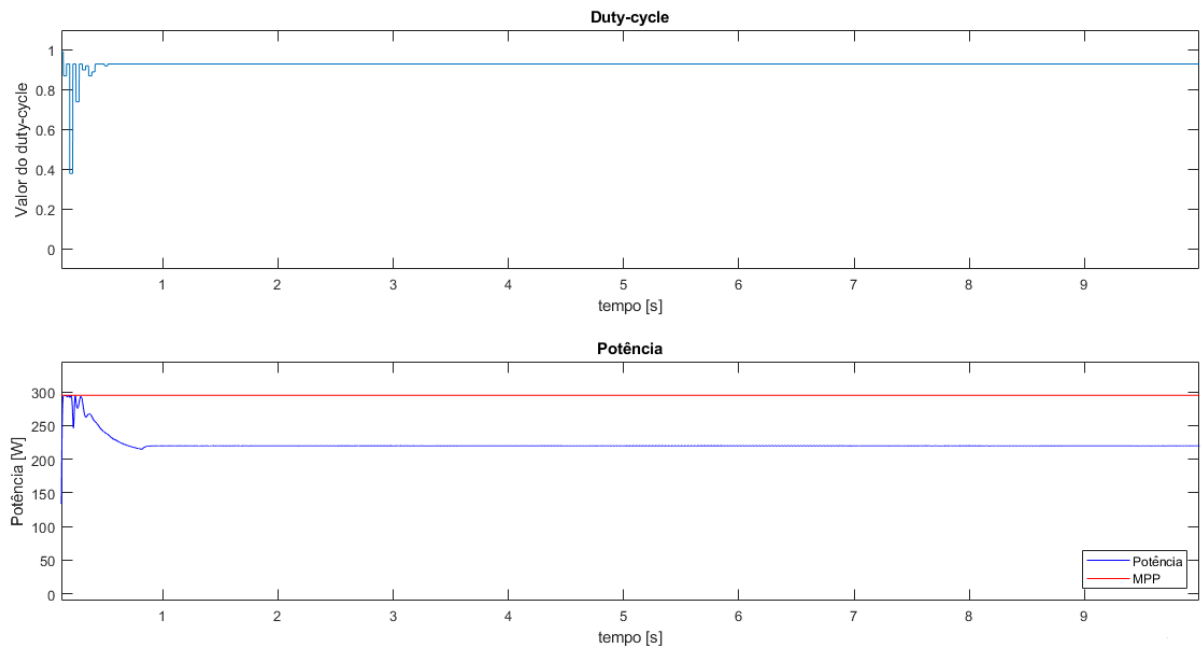
Foram realizadas algumas variações nas simulações com algoritmo genético para se verificar a influência dos operadores *crossover* e mutação na eficiência do algoritmo.

O algoritmo utilizado foi inicializado com cinco valores distintos de *duty cycle*, em que cada um destes valores representa um cromossomo. Na sequência do algoritmo cada indivíduo foi testado e, então, os dois melhores indivíduos — que possuem menor erro em relação à máxima potência do módulo — foram escolhidos para criação de uma nova geração de cromossomos (valores de *duty cycle*), sendo que cada novo cromossomo é um valor aleatório entre os dois melhores da geração anterior. O operador mutação foi aplicado apenas em dois indivíduos de cada nova geração, a um deles foi somado um valor aleatório e no outro foi subtraído um valor aleatório, com limitações impostas, conforme será mostrado posteriormente.

A Figura 74 mostra a resposta do sistema quando não há qualquer mutação nos indivíduos gerados.

O resultado para cinco iterações, neste caso, foi igual ao resultado para 40 iterações. Nota-se que, após 5 iterações, o algoritmo já converge para um valor não ótimo.

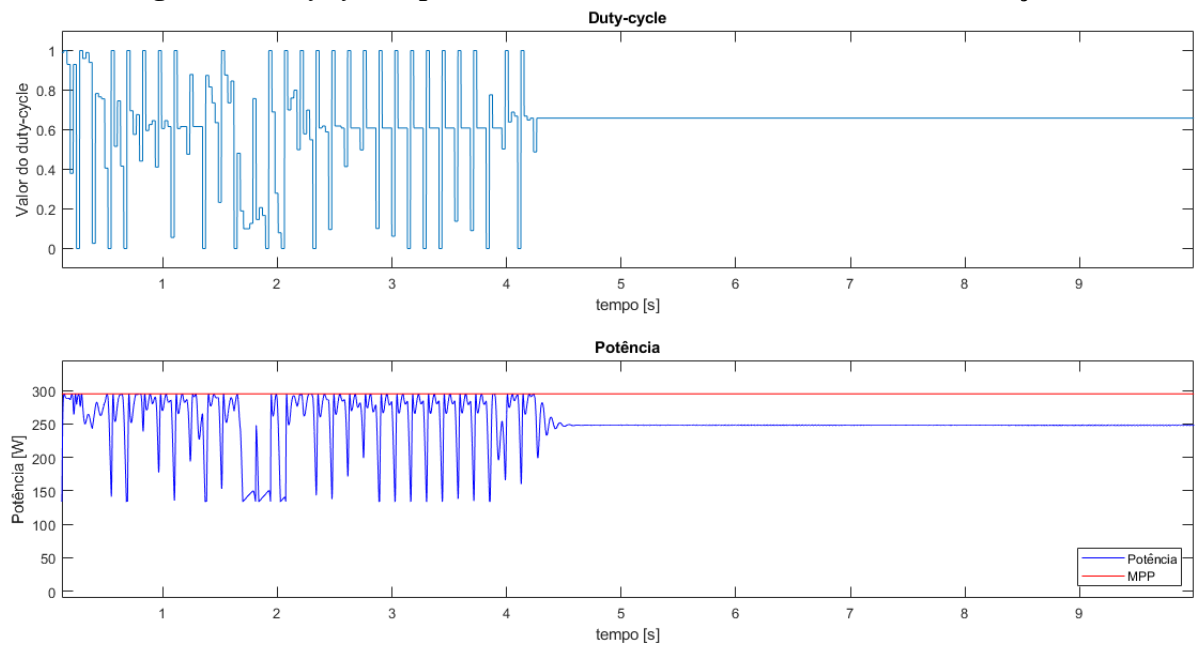
**Figura 74: Duty cycle e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

Na sequência foram utilizados valores aleatórios no intervalo  $M = [0,01,0,99]$ , com distribuição normal, na mutação de dois indivíduos de cada geração. A Figura 75 mostra o resultado com aplicação da mutação.

**Figura 75: Duty cycle e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 2.**

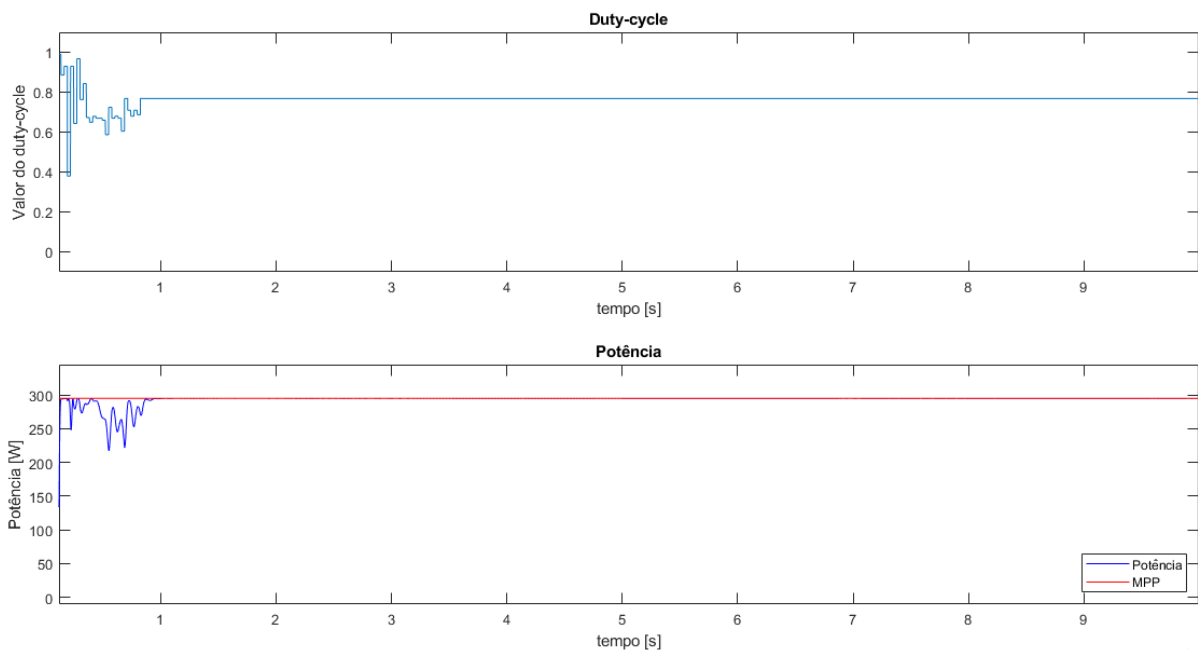


**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se que mesmo após 30 iterações, o algoritmo não foi capaz de alcançar o ponto de máxima potência, devido à grande variação das razões cíclicas, provocada pelo valor alto de mutação, mesmo que em apenas dois dos cinco indivíduos de cada geração.

Na sequência, foi realizada a redução do fator mutação, agora com valores aleatórios no intervalo  $[0,001, 0,099]$ , com distribuição normal. A Figura 76 mostra o resultado do algoritmo após cinco iterações.

**Figura 76: Duty cycle e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 3.**

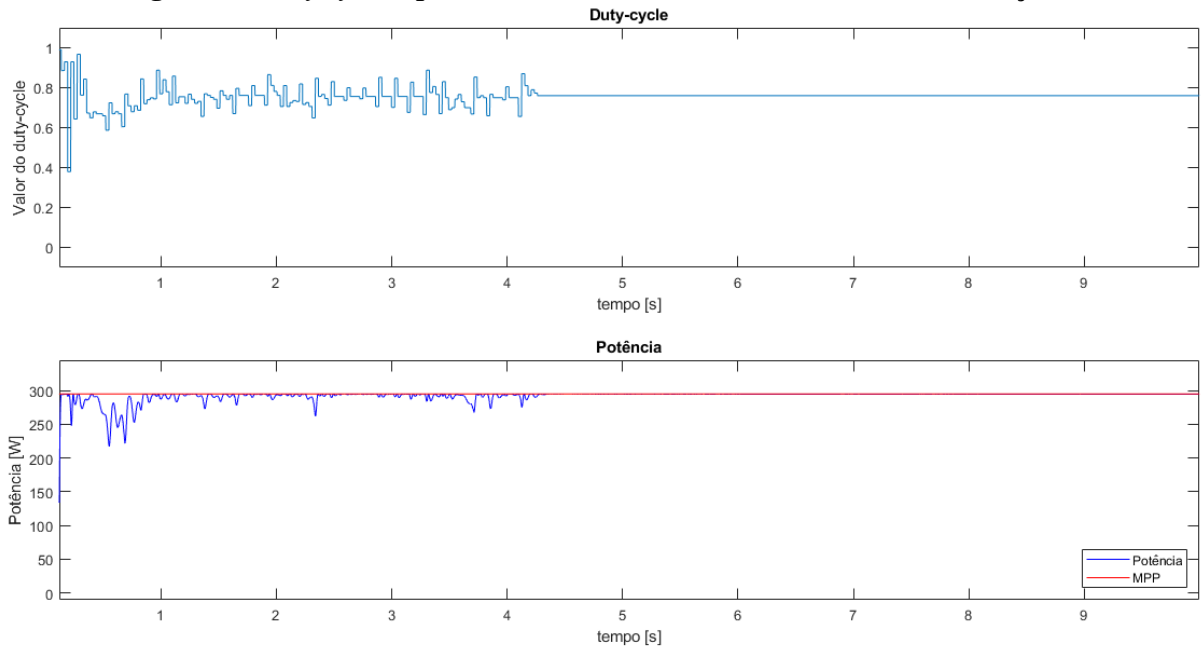


**Fonte: Autoria própria.**

Deve-se ressaltar a importância da escolha da quantidade de indivíduos testados a cada iteração, pois quanto maior o número de indivíduos mais computacionalmente custosa será a resposta do sistema, considerando-se o mesmo número de iterações com um sistema com menos indivíduos.

A Figura 77 mostra que, após algumas iterações, o fator de mutação reduzido já não provoca grande variação na potência, porém é essencial para que o algoritmo consiga encontrar o valor de máxima potência do módulo.

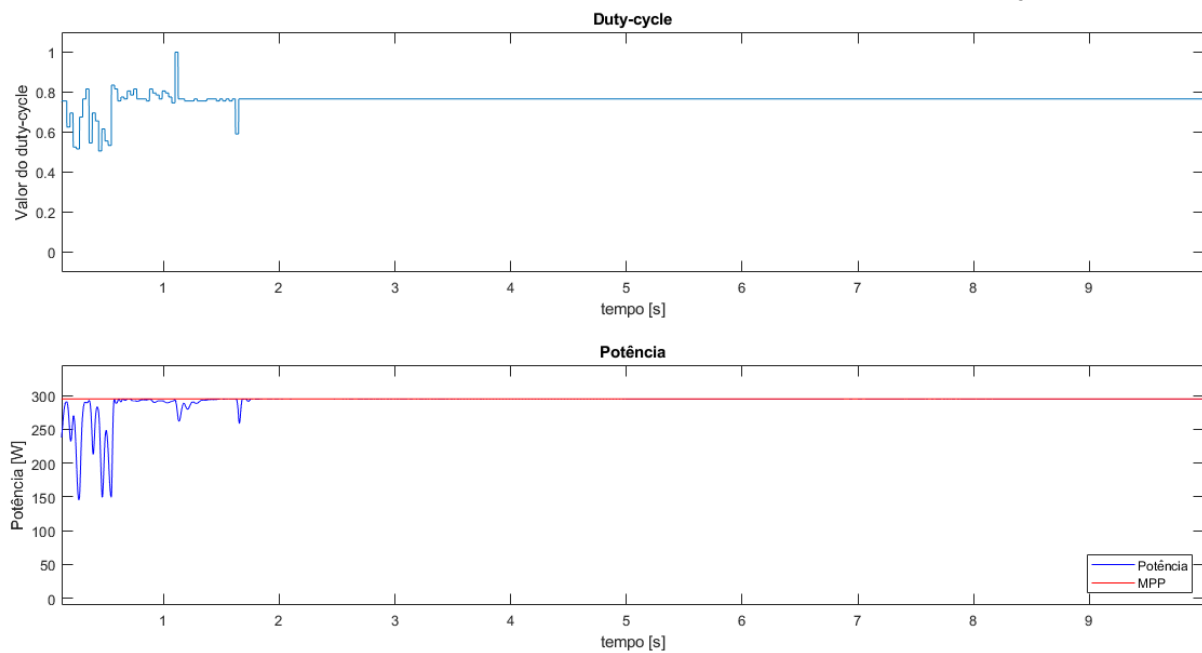
**Figura 77: Duty cycle e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 4.**



**Fonte: Autoria própria.**

A Figura 78 mostra a simulação realizada com uma população de 20 indivíduos e três iterações, com mutação baixa.

**Figura 78: Duty cycle e potência - Método AG - Sombreamento - Simulação 5.**



**Fonte: Autoria própria.**

A Tabela 16 mostra os resultados com o método AG.

**Tabela 16: Resultado das simulações - Método AG.**

Simulação	$MSE [W^2]$	$P_{final} [W]$	População	Iterações	Mutação
1	$5,60 \times 10^3$	220,2	5	30	Sem
2	$3,10 \times 10^3$	248,5	5	30	Alta
3	309,24	294,9	5	5	Baixa
4	319,04	294,8	5	30	Baixa
5	322,33	295,0	20	3	Baixa

**Fonte: Autoria própria.**

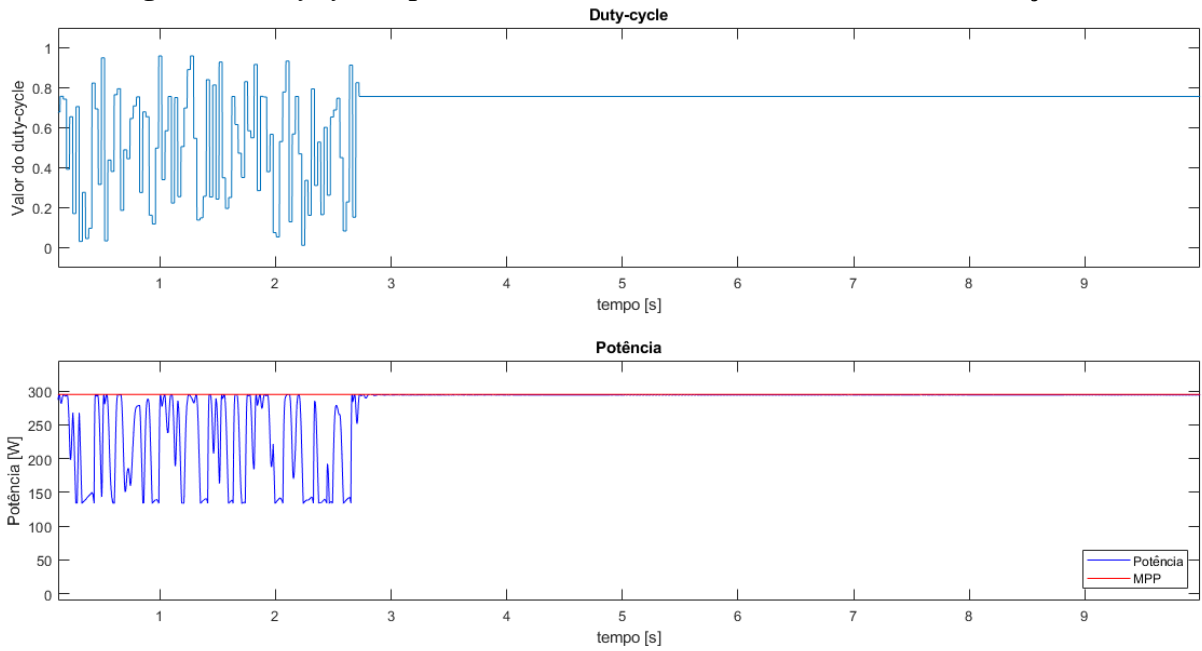
A mutação baixa refere-se ao intervalo [0,001, 0,099] e a mutação alta ao intervalo [0,01, 0,99], ambos os casos com distribuição normal.

#### 5.4.2 MÉTODO ACO

Nas simulações do método ACO foram utilizadas as equações vistas na seção 4.2.1.1. A cada nova iteração do algoritmo novos indivíduos (estruturas das quais se extrai a razão cíclica) aleatórios eram gerados. No método ACO um número muito pequeno de formigas artificiais, neste caso valores de *duty cycle* errado, reduz consideravelmente a eficiência do algoritmo. Os parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$ , que controlam as informações heurísticas, podem acelerar o processo em direção a uma solução ótima ou em direção a uma solução diversa, dependendo muito do tamanho do conjunto de possíveis soluções testadas. O método ACO depende muito da presença da solução no conjunto de possíveis soluções. Considerando que o caminho da melhor solução pode não ser percorrido em uma iteração, o algoritmo estará direcionando o *duty cycle* final (relacionado a um critério de parada) para um ponto que não é o de máxima potência do sistema.

Nas simulações, os coeficientes foram mantidos fixos, sendo  $\alpha = \beta = 1$ . A Figura 79 mostra o resultado da simulação após cinco iterações, com um conjunto de 20 razões cíclicas a cada iteração.

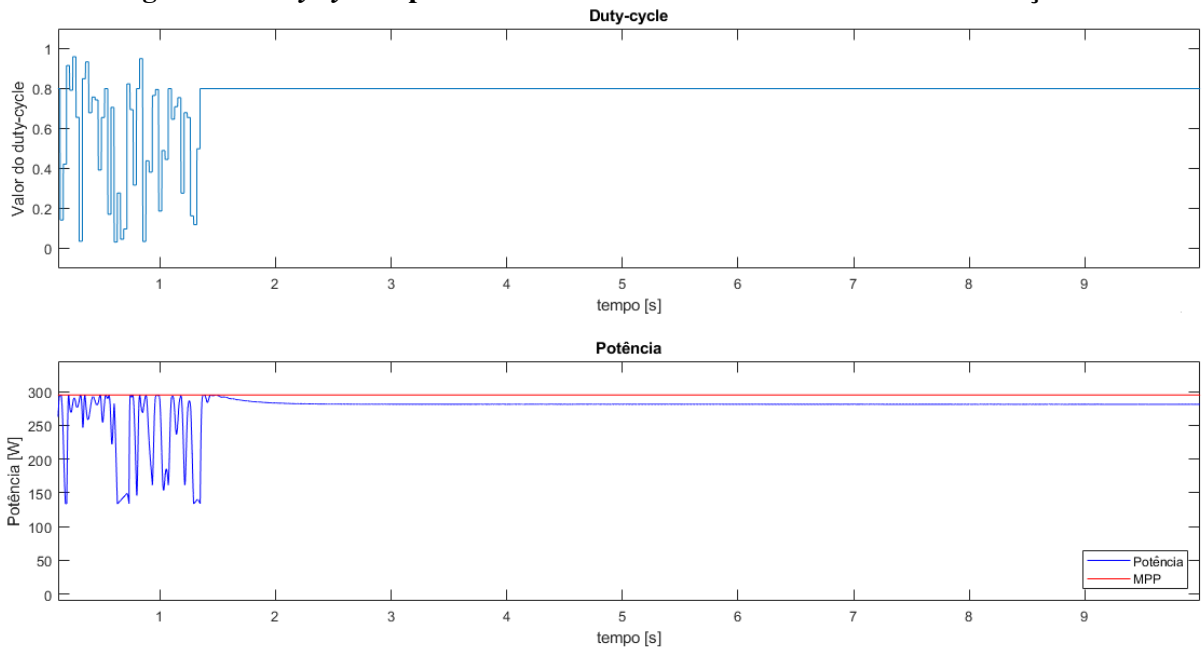
**Figura 79: Duty cycle e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 1.**



**Fonte: Autoria própria.**

Reduzindo o conjunto de possíveis soluções para dez a cada iteração tem-se o resultado mostrado na Figura 80.

**Figura 80: Duty cycle e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 2.**

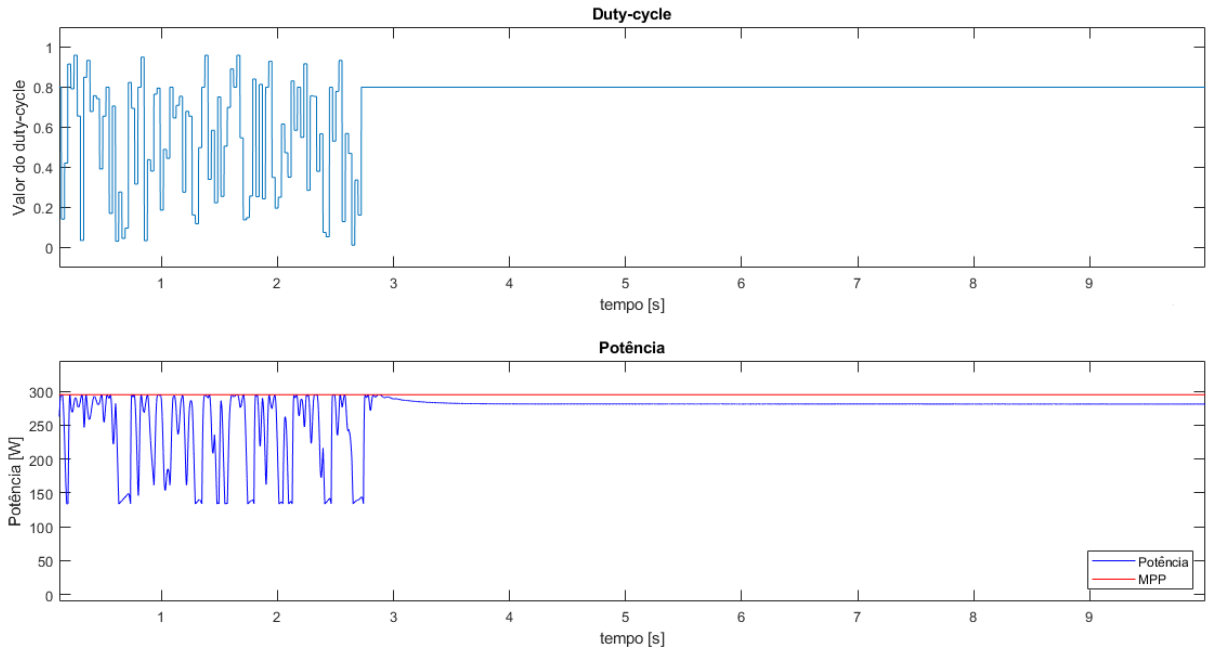


**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se que houve maior erro em regime permanente neste caso, o algoritmo considerou outro ponto que não o ótimo como final, devido ao número reduzido do conjunto de

possíveis soluções. A Figura 81 mostra a resposta do sistema após dez iterações, com um conjunto de dez possíveis soluções.

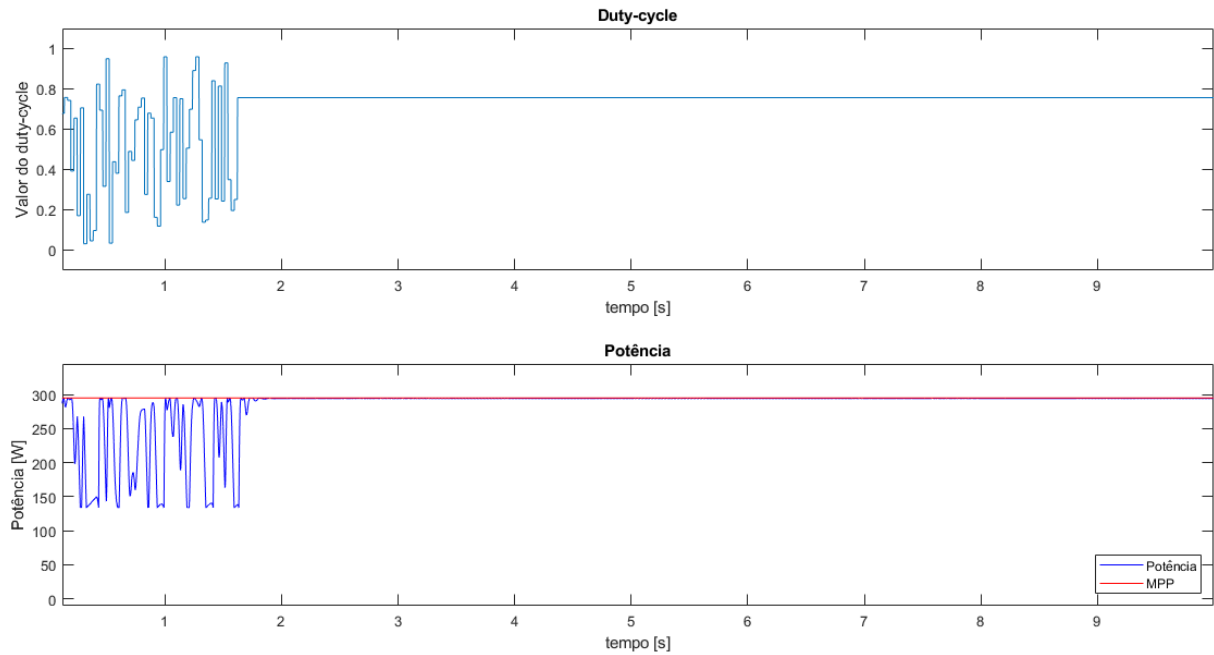
**Figura 81: Duty cycle e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

Pela resposta do sistema mostrada na Figura 81 percebe-se que o número de possíveis soluções tem grande impacto na resposta final do sistema, pois mesmo que sejam realizadas muitas iterações, o valor de *duty cycle* que levaria o sistema à máxima potência pode não ter sido testado ou foi testado muitas vezes a menos que outra razão cíclica, que no final deve ser escolhida pelo método como a melhor.

A Figura 82 mostra o resultado da simulação realizada com um conjunto de vinte possíveis soluções em três iterações.

**Figura 82: Duty cycle e potência - Método ACO - Sombreamento - Simulação 4.**

**Fonte: Autoria própria.**

A Tabela 17 mostra os resultados das três simulações com o método ACO.

**Tabela 17: Resultado das simulações - Método ACO.**

Simulação	$MSE[W^2]$	$P_{final}[W]$	População	Iterações
1	$2,70 \times 10^3$	294,5	20	5
2	$1,20 \times 10^3$	281,5	10	5
3	$2,10 \times 10^3$	281,5	10	10
4	$1,53 \times 10^3$	294,8	20	3

**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se, portanto, que a quantidade reduzida do conjunto de possíveis soluções podem ocasionar em grande erro em regime permanente.

### 5.4.3 MÉTODO PSO

Nas primeiras simulações com o algoritmo de PSO foram utilizados, assim como no método AG, apenas cinco partículas a cada iteração. Nas simulações utilizou-se coeficiente de inércia adaptativo, calculado conforme a seguinte equação:

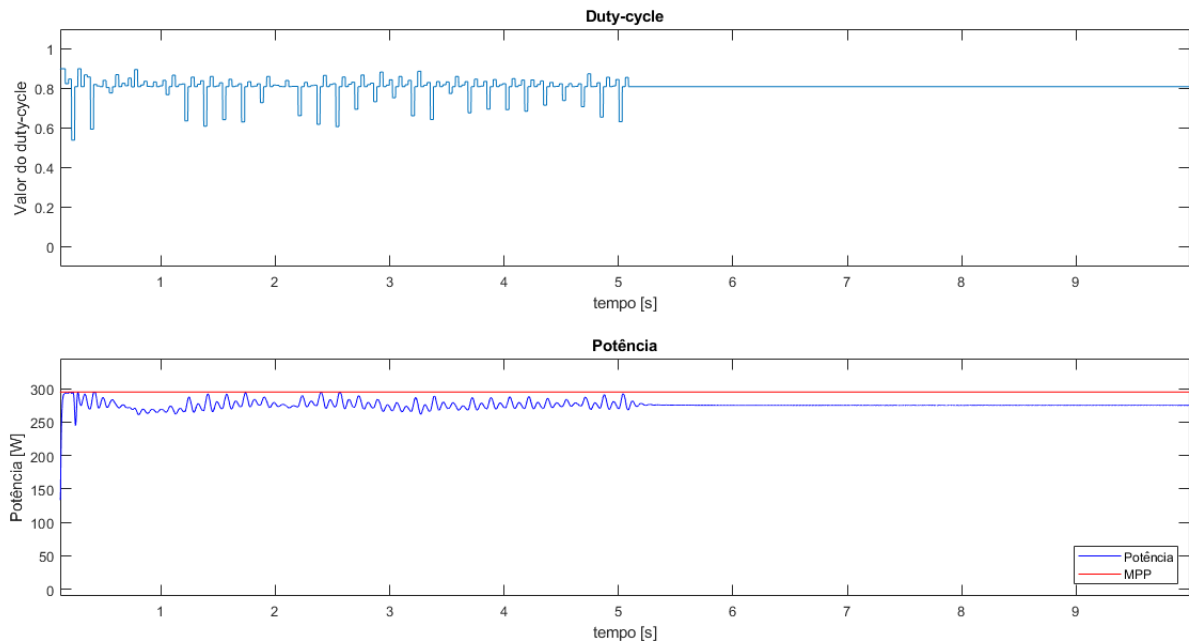
$$w = 1,1 - \frac{P_{best}}{G_{best}}. \quad (98)$$



Desta forma, cada partícula têm seu coeficiente de inércia ajustando sua velocidade à direção de melhor resposta do sistema.

Os únicos fatores a serem ajustados no método PSO são os coeficientes de aprendizado individual,  $c_1$ , e aprendizado social,  $c_2$ . A primeira simulação foi realizada com  $c_1 = c_2 = 1$ . O resultado está ilustrado na Figura 83.

**Figura 83: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 1.**

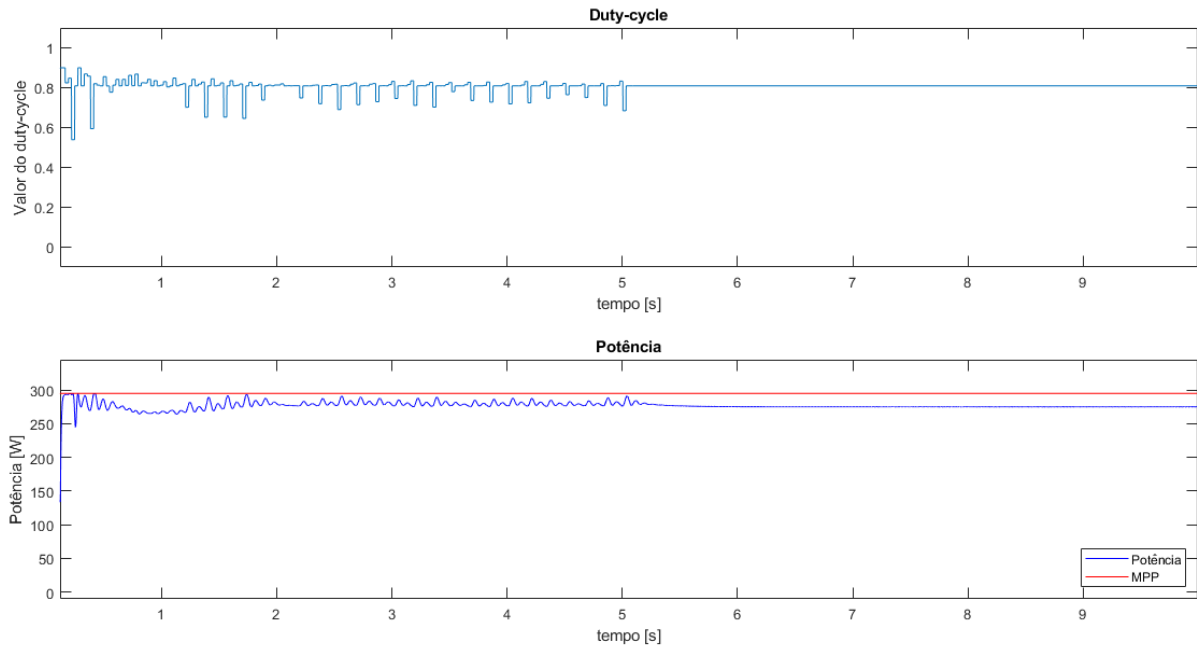


**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se que o sistema ficou com erro em regime permanente. Na sequência foram testadas diferentes configurações do algoritmo.

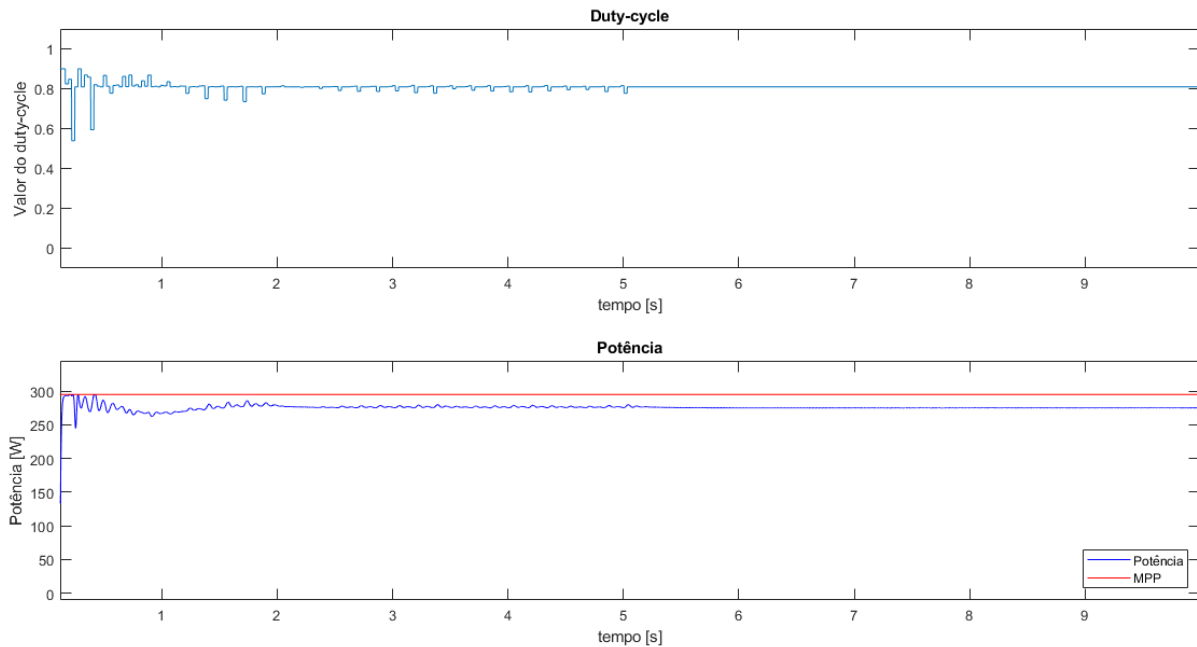
A Figura 84 mostra a resposta do sistema para  $c_1 = 0,5$  e  $c_2 = 1$ , a Figura 85 mostra o sistema operando com  $c_1 = 0,1$  e  $c_2 = 1$  e a Figura 86 mostra o resultado do sistema operando com  $c_1 = 1$  e  $c_2 = 0,5$ . Em todos estes casos o sistema também apresentou erro em regime permanente.

**Figura 84: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 2.**



**Fonte: Autoria própria.**

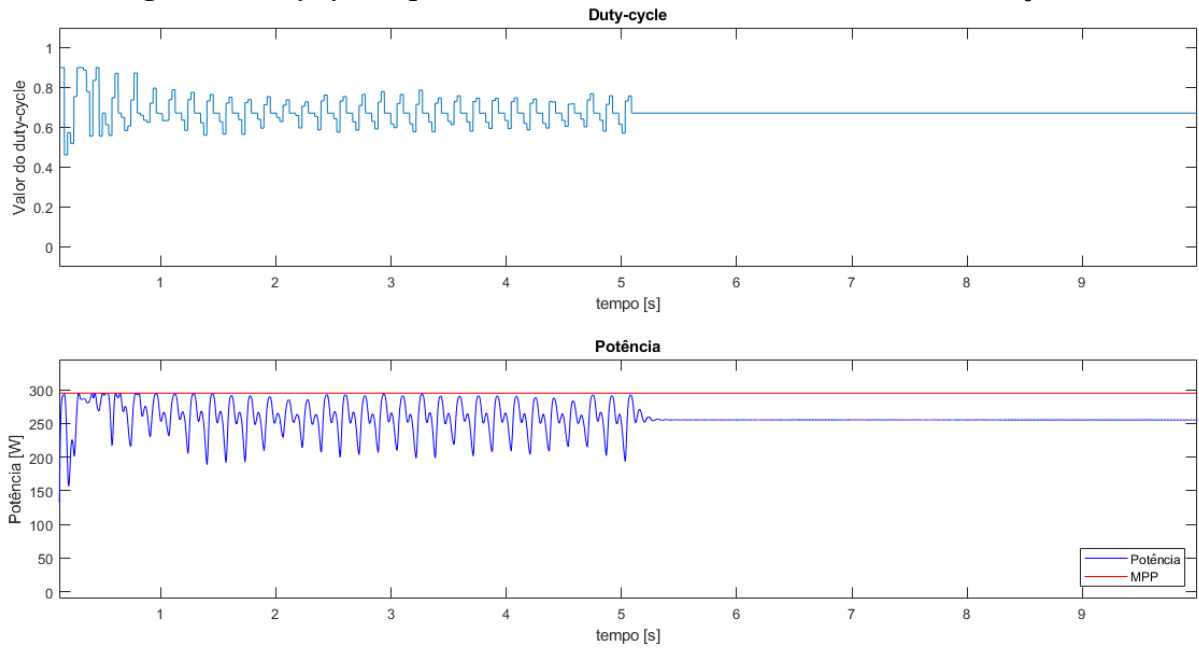
**Figura 85: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 3.**



**Fonte: Autoria própria.**

Nota-se que a redução de  $c_1$ , deixando  $c_2$  cada vez maior diminui a oscilação do sistema, no entanto nenhuma das três configurações vistas foi capaz de zerar, ou quase zerar, o erro em regime permanente.

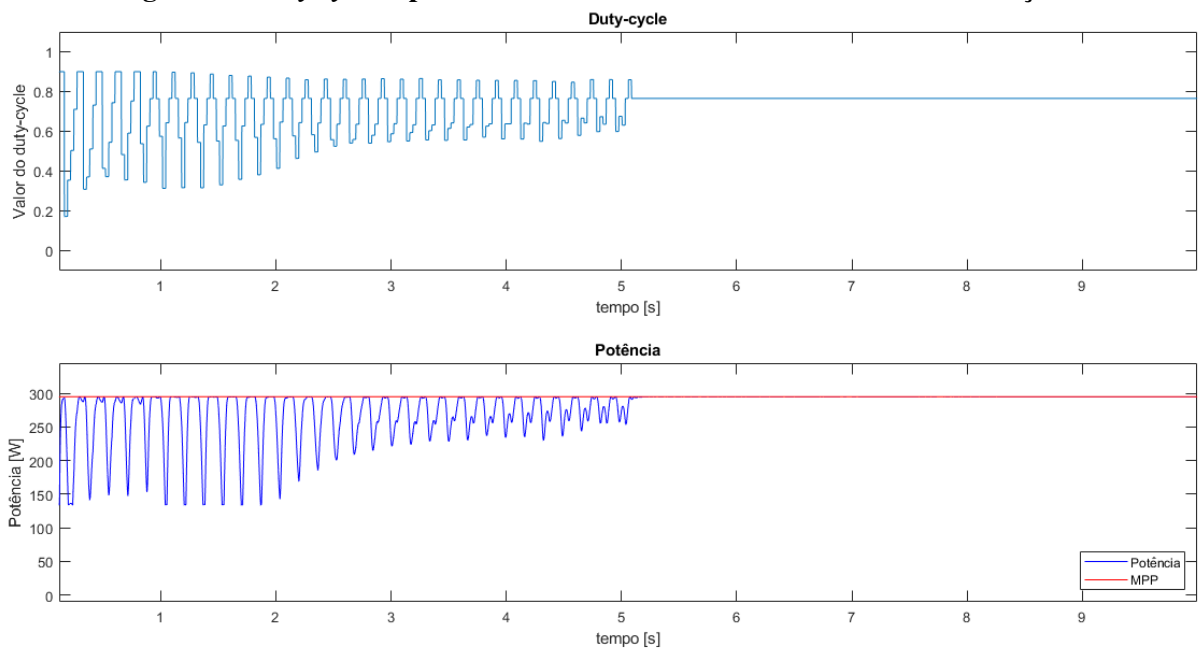
**Figura 86: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 4.**



**Fonte: Autoria própria.**

Percebe-se na Figura 86 que houve grande aumento da oscilação e o sistema permaneceu com erro em regime permanente. Na sequência testou-se o sistema com  $c_1 = 1$  e  $c_2 = 0,1$ , o resultado está ilustrado na Figura 87.

**Figura 87: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 5.**

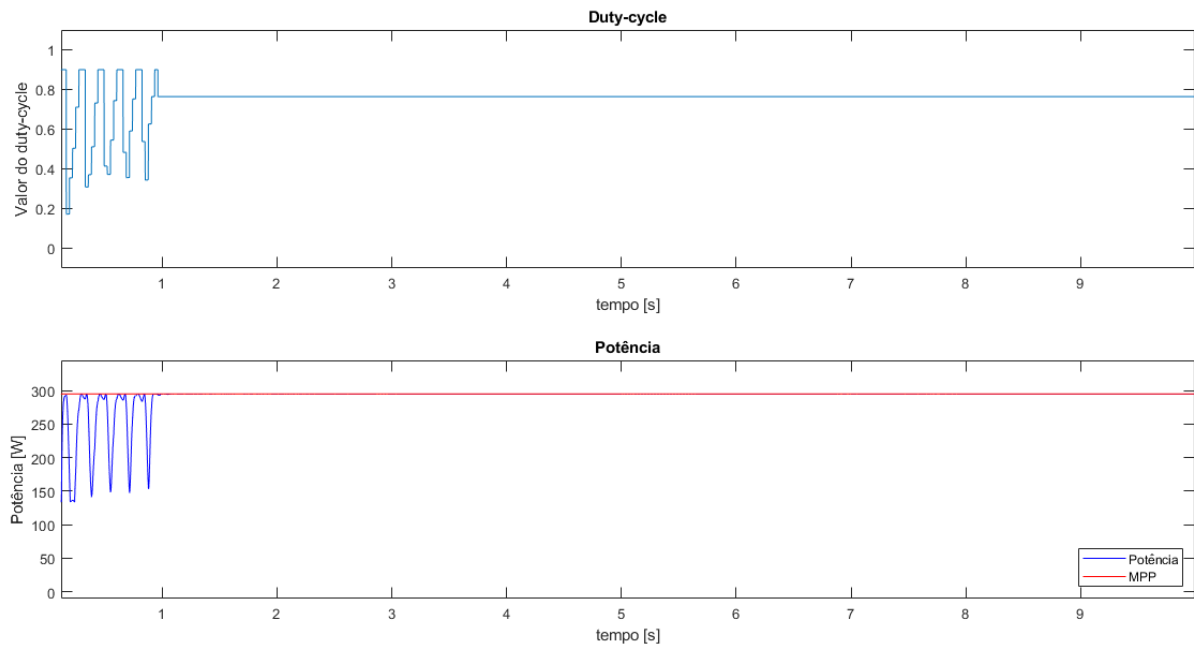


**Fonte: Autoria própria.**

A simulação ilustrada na Figura 87 mostra que o sistema possuiu grande oscilação, no entanto conseguiu atingir o ponto de máxima potência.

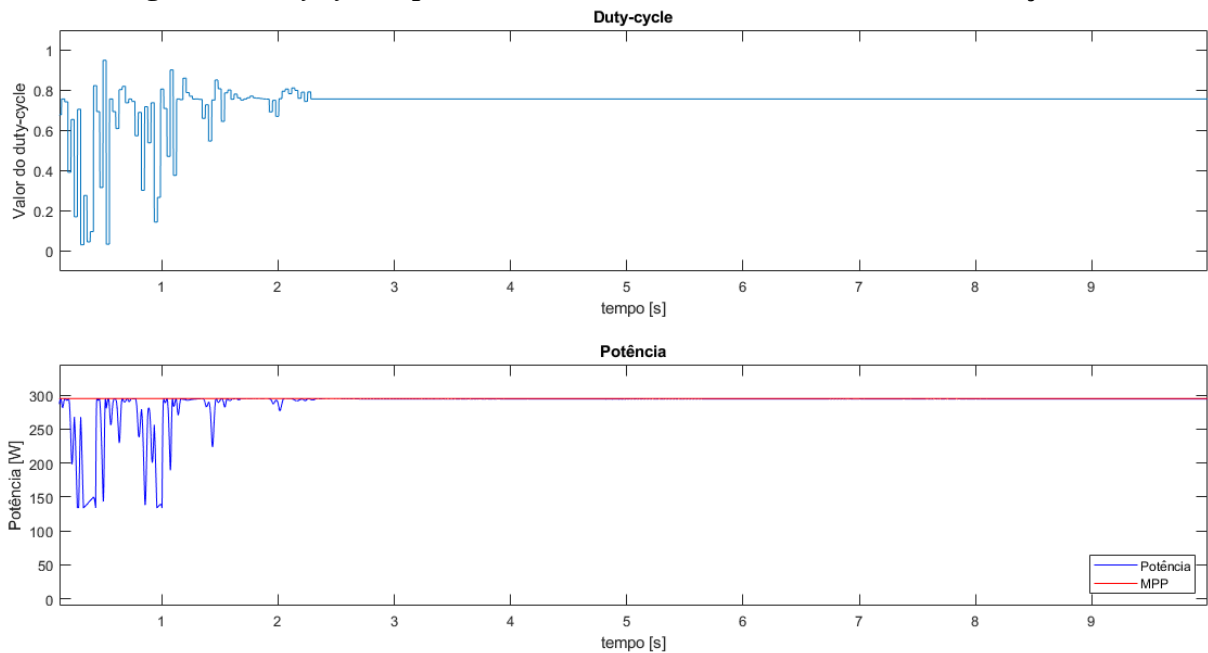
Todas as simulações anteriores, com o algoritmo PSO, foram realizadas com trinta iterações, no entanto, ao se fazer uma simulação com apenas cinco iterações e com os parâmetros iguais ao da simulação anterior, percebe-se que o algoritmo já tinha conhecimento do ponto ótimo de operação muito antes das trinta iterações, vide Figura 88.

**Figura 88: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 6.**



**Fonte: Autoria própria.**

Por fim, foi realizada uma simulação com vinte indivíduos e três iterações, sendo as constantes de aprendizagem  $c_1 = 0,1$  e  $c_2 = 1$ . O resultado desta simulação está ilustrado na Figura 89.

**Figura 89: Duty cycle e potência - Método PSO - Sombreamento - Simulação 7.**

**Fonte: Autoria própria.**

Os resultados obtidos com o método *PSO* encontram-se na Tabela 18.

**Tabela 18: Resultado das simulações - Método PSO.**

Simulação	$MSE [W^2]$	$P_{final} [W]$	População	Iterações	$c_1$	$c_2$
1	656,73	275,4	5	30	1	1
2	602,17	276,2	5	30	0,5	1
3	638,99	275,3	5	30	0,1	1
4	$1,96 \times 10^3$	255,9	5	30	1	0,5
5	$1,61 \times 10^3$	295,0	5	30	1	0,1
6	650,59	295,0	5	5	1	0,1
7	835,03	295,0	20	3	0,1	1

**Fonte: Autoria própria.**

#### 5.4.4 RESULTADOS - MÉTODOS HEURÍSTICOS

Nas seções anteriores foi possível visualizar graficamente que os três algoritmos heurísticos conseguiram atingir o ponto de máxima potência do sistema. Pode-se perceber também as limitações que os métodos podem ter em relação aos seus coeficientes específicos, ao número de iterações e tamanho de populações (conjunto de possíveis soluções). A Tabela 19 mostra os resultados da última simulação de cada método heurístico de busca de máxima potência.

**Tabela 19: Resultado das simulações - Métodos Heurísticos.**

Métodos	$MSE[W^2]$	$P_{final}[W]$	População	Iterações
AG	322.33	295,0	20	3
ACO	$1.53 \times 10^3$	294,8	20	3
PSO	835.03	295,0	20	3

Fonte: Autoria própria.

## 5.5 EFICIÊNCIA DOS ALGORITMOS EM CONDIÇÕES DE SOMBREAMENTO

A Tabela 20 mostra um compilado de alguns resultados envolvendo todos os métodos testados.

**Tabela 20: Resultado das simulações - Métodos Heurísticos.**

Método	Cenário	$MSE[W^2]$	$P_{max}[W]$	População	Iterações	$D_0$	Eficiência [%]
P&O	5	570,29	295,1	–	–	0,60	100
P&O	3	$2,61 \times 10^3$	245,3	–	–	0,98	83,1
CI	5	570,29	295,1	–	–	0,60	100
CI	3	$2,61 \times 10^3$	245,3	–	–	0,98	83,1
TC	6	$2,08 \times 10^4$	155,9	–	–	0,60	52,8
TC	4	$2,07 \times 10^4$	155,9	–	–	0,98	52,8
GD	1	570,29	295,0	–	–	0,60	99,9
GD	3	$1,87 \times 10^4$	163,3	–	–	0,30	55,3
GN	1	$2,16 \times 10^4$	163,4	–	–	0,30	55,4
GN	2	662,45	295,0	–	–	0,60	99,9
LM	1	$4,98 \times 10^3$	295,0	–	–	0,30	99,9
LM	3	$2,66 \times 10^3$	247,0	–	–	0,95	83,7
AG	2	$3,10 \times 10^3$	248,5	5	30	–	84,2
AG	5	322,33	295,0	20	3	–	99,9
ACO	2	$1,20 \times 10^3$	281,5	10	5	–	96,7
ACO	4	$1,53 \times 10^3$	294,8	20	3	–	99,9
PSO	4	$1,96 \times 10^3$	255,9	5	30	–	86,7
PSO	7	835,03	295,0	20	3	–	99,9

Fonte: Autoria própria.

A eficiência dos algoritmos, mostrada na Tabela 20, está relacionada à potência final atingida pelos algoritmos, em relação à máxima potência possível do arranjo, nas condições de sombreamento definidas.

Comparando-se os resultados, pode-se verificar que apenas o método TC não conseguiu atingir ou ficou próximo de atingir a máxima potência do sistema em condições de sombreamento. Os demais algoritmos, em determinadas simulações, foram capazes de alcançar o valor de máxima potência do módulo ou ficaram muito próximos disso. Os algoritmos heurísticos se

mostraram menos limitados que os demais algoritmos, mesmo quando a máxima potência do módulo não foi alcançada, garantindo maior eficiência de maneira geral. Tanto os algoritmos clássicos quanto os determinísticos se mostraram muito limitados quanto ao *duty cycle* inicial nas simulações.

## 6 CONCLUSÕES

Com as simulações realizadas no Capítulo 5 foi possível verificar a limitação dos algoritmos clássicos de MPPT em condições adversas de operação, como sombreamento parcial de conjuntos de células fotovoltaicas ou de painéis em série em um módulo fotovoltaico. Como alternativas ao uso de algoritmos clássicos, foram estudados algoritmos determinísticos e heurísticos na tentativa de superar a limitação imposta por algoritmos simples.

Os algoritmos do gradiente descendente e Gauss-Newton não se mostraram eficientes no rastreamento de máxima potência, pois, assim como os algoritmos clássicos, caíam em direções de máximos locais da curva P-t, limitando, portanto, a geração de energia do módulo simulado. A não convexidade da curva P-V do módulo operando sob condições de sombreamento limitou a eficácia dos algoritmos determinísticos. O algoritmo baseado no método de Levenberg-Marquardt obteve melhores resultados que os demais algoritmos determinísticos, pois, devido à informação heurística presente no algoritmo, conseguia-se por muitas vezes encontrar o máximo global da função, mesmo que o algoritmo passasse por um máximo local na região de busca durante sua avaliação.

Por outro lado, os algoritmos heurísticos se mostraram muito eficientes na busca de máxima potência do módulo. A característica evolutiva dos métodos heurísticos teve grande impacto nos resultados, mesmo que soluções sub-ótimas fossem encontradas, pois mesmo não atingindo o ponto de máxima potência, os algoritmos foram capazes, por muitas vezes, de encontrar valores acima dos máximos locais, pois os métodos dos algoritmos evolutivos não ficam presos à valores de máximo local e global, mas sim à comparação de conjuntos de soluções a cada iteração. Foram realizados testes para mostrar possíveis limitações que os algoritmos heurísticos possam ter. No entanto, em muitas das simulações, foi mostrado que soluções sub-ótimas acabavam por ser encontradas, mostrando maior eficiência dos algoritmos em situações de sombreamento do módulo fotovoltaico em relação aos demais métodos.

Foi avaliado, por meio de comparação de MSE e erro em regime permanente, que um valor mais alto de erro quadrático médio não necessariamente significa que o algoritmo apresen-



tou baixa eficiência, pois em algumas simulações com os algoritmos heurísticos, ficou evidente que o valor quase que integral do MSE estava concentrado nas iterações iniciais dos algoritmos, de forma que os métodos apresentaram erro muito pequeno em regime permanente. Mesmo em simulações em que os algoritmos heurísticos não apresentaram eficiência próxima à 100%, a eficiência ainda foi maior que a obtida com qualquer outro método clássico ou determinístico que levasse o sistema a operar em um máximo local.

Portanto, conclui-se que os algoritmos com características evolutivas são alternativas à utilização de algoritmos clássicos ou determinísticos de busca de máxima potência em sistemas fotovoltaicos, principalmente sob condições de sombreamento.

De forma a não se limitar a geração do módulo a uma possível solução sub-ótima, pode-se criar algoritmos híbridos de forma a aumentar a eficácia na geração de energia. Recomenda-se, portanto, que em trabalhos futuros os algoritmos sejam utilizados de forma híbrida com o objetivo de melhorar velocidades de convergência e eliminar possíveis erros em regime permanente.

## REFERÊNCIAS

- ALAM, M. N. Particle Swarm Optimization: Algorithm and its Codes in MATLAB. n. March, 2016. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/297245624> .
- ALI, A. N. A. et al. A survey of maximum PPT techniques of PV systems. In: **2012 IEEE Energytech, Energytech 2012**. [S.l.: s.n.], 2012. ISBN 9781467318365.
- ALVES, A. F. **Desenvolvimento de um sistema de posicionamento automático para painéis fotovoltaicos**. [S.l.], 2008. 152 p.
- BARBI, I.; MARTINS, D. C. **Conversores CC-CC Básicos Não Isolados**. Florianópolis: UFSC: [s.n.], 2000. 377 p.
- BOECHEL, T. ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO: UMA ABORDAGEM HÍBRIDA UTILIZANDO O ALGORITMO DAS FORMIGAS E GENÉTICO. 2003.
- BOYLESTAD, R.; NASHELKY, L. **Dispositivos Eletrônicos e Teoria de Circuitos**. 11. ed. [S.l.]: Pearson Education, Inc, 2013. 766 p. ISBN 978-85-64574-21-2.
- BRITO, M. A. G. et al. Research on photovoltaics: Review, trends and perspectives. **Power Electronics Conference**, 2011.
- COUTINHO, C. R. O EFEITO DO SOMBREAMENTO E DIODOS DE BYPASS EM MÓDULOS FOTOVOLTAICOS. 2016.
- CROEZE, A.; PITTMAN, L.; REYNOLDS, W. SOLVING NONLINEAR LEAST-SQUARES PROBLEMS WITH THE GAUSS-NEWTON AND LEVENBERG-MARQUARDT METHODS. LSU, 2012.
- DEEPA, O.; SENTHILKUMAR, A. Swarm Intelligence from Natural to Artificial Systems: Ant Colony Optimization. **International Journal on Applications of Graph Theory In wireless Ad Hoc Networks And sensor Networks**, v. 8, n. 1, p. 9–17, 2016. ISSN 09757260.
- DORIGO, M. Ant colony optimization. **Scholarpedia**, 2007. ISSN 1941-6016.
- DORIGO, M.; BIRATTARI, M.; STÜTZLE, T. Ant Colony Optimization Artificial Ants as a Computational Intelligence Technique. **IEEE COMPUTATIONAL INTELLIGENCE MAGAZINE**, 2006.
- DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant Colony Optimization**. [S.l.: s.n.], 2004. ISBN 0262042193.
- DUPONT, F. H.; GRASSI, F.; ROMITTI, L. Energias Renováveis : buscando por uma matriz energética sustentável. **CEBRI ; Konrad Adenauer Stiftung**, 2016. ISSN 0103-4014.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A New Optimizer Using Particle Swarm Theory. 1995.

ESRAM, T.; CHAPMAN, P. L. Comparison of photovoltaic array maximum power point tracking techniques. **IEEE Transactions on Energy Conversion**, v. 22, n. 2, p. 439–449, 2007. ISSN 08858969.

EZINWANNE, O.; ZHONGWEN, F.; ZHIJUN, L. Energy Performance and Cost Comparison of MPPT Techniques for Photovoltaics and other Applications. In: **Energy Procedia**. [S.l.: s.n.], 2017. ISBN 0038-092X. ISSN 18766102.

FEMIA, N. et al. Optimization of perturb and observe maximum power point tracking method. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 20, n. 4, p. 963–973, 2005. ISSN 08858993.

FU, R. et al. **U . S . Solar Photovoltaic System Cost Benchmark : Q1 2017 U . S . Solar Photovoltaic System Cost Benchmark : Q1 2017**. [S.l.], 2017.

Geração Distribuída - ANEEL. **Superintendência de Regulação dos Serviços de Distribuição - SRD**. 2015. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/geracao-distribuidaback-top> .

GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo Vol.1 - 5ªEd.** 2003.

GULES, R. et al. A maximum power point tracking system with parallel connection for PV stand-alone applications. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2008. ISSN 02780046.

GULES, R. et al. A modified SEPIC converter with high static gain for renewable applications. **IEEE Transactions on Power Electronics**, 2014. ISSN 08858993.

HASSAN, R.; COHANIM, B.; WECK, O. d. A COPMARISON OF PARTICLE SWARM OPTIMIZATION AND THE GENETIC ALGORITHM. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, 2004.

HEATH, M. T. **SCIENTIFIC COMPUTING - An Introductory Survey - Second Edition**. 2002.

ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. **Identification of dynamic systems: An introduction with applications**. [S.l.: s.n.], 2011. 1–705 p. ISBN 9783540788782.

KARAMI, N.; MOUBAYED, N.; OUTBIB, R. **General review and classification of different MPPT Techniques**. 2017.

KIBRIA, M. T. et al. A Review : Comparative studies on different generation solar cells technology. **International Conference on Environmental Aspects of Bangladesh**, 2014.

KOZA, J. R. **Genetic algorithms and genetic programming at Stanford, 1998**. [S.l.]: Stanford Bookstore, Stanford University, 1998. 176 p. ISBN 0182125688.

Lazard. Levelized cost of energy v11.0. **lazard**, 2017. ISSN 0022328X.

LIMA, E. O. **ALGORITMO GENÉTICO HÍBRIDO APLICADO À OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES**. 2008.

MESSENGER, R. A.; VENTRE, J. **Photovoltaic systems engineering**. [S.l.]: CRC Press, 2004. 455 p. ISBN 0849317932.

MEZA, J. C. Steepest descent. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics**, John Wiley & Sons, Ltd, v. 2, n. 6, p. 719–722, 11 2010.

MOÇAMBIQUE, N. E. M. Aplicação de Algoritmos de Busca do Ponto de Máxima Potência e controladores lineares e/ou Fuzzy para a regulação da tensão terminal de Painéis Fotovoltaicos. p. 134, 2012. Disponível em: <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18153/tde-26072012-091641/en.php> .

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. [s.n.], 1999. 1–9 p. ISSN 0011-4235. ISBN 0-387-98793-2. Disponível em: [www.bioinfo.org.cn/wangchao/maa/Numerical\\_optimization.pdf](http://www.bioinfo.org.cn/wangchao/maa/Numerical_optimization.pdf).

OLIVEIRA, F. M. d. RASTREAMENTO DA MÁXIMA POTÊNCIA EM ARRANJOS FOTOVOLTAICOS SOB EFEITO DE SOMBREAMENTO PARCIAL BASEADO NO MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS. n. July 2016, 2015.

OROSKI, E. **IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS NÃO LINEARES UTILIZANDO MODELOS NARX, FUNÇÕES ORTONORMAIS E OTIMIZAÇÃO HEURÍSTICA**. 145 p. Tese (Doutorado) — UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, 2015.

PINHO, J. T.; GALDINO, M. A. Manual de Engenharia para Sistemas Fotovoltaicos. 2014.

POLI, R.; LANGDON, W.; MCPHEE, N. **91.A Field Guide to Genetic Programming**. [S.l.: s.n.], 2008. ISSN 00219991. ISBN 978-1-4092-0073-4.

RANGANATHAN, A. The Levenberg-Marquardt Algorithm. **Tutorial on LM algorithm**, v. 11, n. June, p. 101–110, 2004. Disponível em: <http://twiki.cis.rit.edu/twiki/pub/Main/AdvancedDipTeamB/the-levenberg-marquardt-algorithm.pdf> .

RODRÍGUEZ, R. A. M. Teoria e Aplicação do Classificador baseado em Segmentos de Reta em Problemas de Multiclassificação. 2011.

ROWEIS, S. Levenberg-Marquardt Optimization. **Notes, University Of Toronto**, 1996.

RUDER, S. An overview of gradient descent optimization algorithms. **Insight Centre for Data Analytics**, 2017.

SALAS, V. et al. **Review of the maximum power point tracking algorithms for stand-alone photovoltaic systems**. 2006.

SHI, Y.; EBERHART, R. C. Empirical study of Particle Swarm Optimization. 1999.

SILVA, J. L. d. S. et al. Análise Do Avanço Da Geração Distribuída No Brasil. **VII Congresso Brasileiro de Energia Solar - CBENS 2018**, 2018.

TALBI, E.-G. **METAHEURISTICS FROM DESIGN TO IMPLEMENTATION**. [S.l.: s.n.], 2009. ISBN 9783540773405.

TIEPOLO, G. et al. Contribuição da fonte solar fotovoltaica na matriz elétrica do estado do Paraná no horizonte 2050. **CIEI&EXPO 2016**, 2016.

WANG, Y. Gauss-Newton method. **Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics**, v. 4, n. 4, p. 415–420, 2012. ISSN 19395108.