

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

PEDRO HENRIQUE HERRERA

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS COMPÓSITAS LAMINADAS VIA DANO
PROGRESSIVO**

CURITIBA

2022

PEDRO HENRIQUE HERRERA

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS COMPÓSITAS LAMINADAS VIA DANO
PROGRESSIVO**

Progressive Damage Analysis of Laminated Composite Structures

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como requisito para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica do Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Marco Antônio Luersen

CURITIBA

2022



[4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

Esta licença permite download e compartilhamento do trabalho desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es), sem a possibilidade de alterá-lo ou utilizá-lo para fins comerciais. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

PEDRO HENRIQUE HERRERA

**ANÁLISE DE ESTRUTURAS COMPÓSITAS LAMINADAS VIA DANO
PROGRESSIVO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação
apresentado como requisito para obtenção do
título de Bacharel em Engenharia Mecânica
do Curso de Engenharia Mecânica da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Data de aprovação: 24/junho/2022

Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira
Dra. Enga.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Ivan Moura Belo
Dr. Eng.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Marco Antônio Luersen
Dr. Eng.
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

**CURITIBA
2022**

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Marco Antônio Luersen pelas orientações e comprometimento em me auxiliar ao longo dos anos durante a iniciação científica e no trabalho de conclusão de curso.

Aos meus familiares, em especial meus pais, pelo apoio e incentivo durante o período de realização deste trabalho.

Aos meus colegas de curso pela parceria e conhecimentos adquiridos juntos ao longo dos anos.

À todos os amigos que me apoiaram e me ajudaram para superar os momentos difíceis.

RESUMO

Na indústria aeronáutica é desejável o uso de materiais que possuam boa resistência mecânica e baixo peso, características que são encontradas em compósitos laminados. No entanto, muitas dessas estruturas são finas e, portanto, sujeitas à instabilidade estrutural, como é o caso de placas na forma de painéis estruturais. Desta maneira, análises de flambagem e pós-flambagem são essenciais para o dimensionamento, que normalmente tenta prever com a maior acurácia possível o comportamento dessas estruturas de alto desempenho. Além disso, critérios de falha e modelos de dano progressivo são importantes para prever quando ocorre a fratura e como ela afeta os painéis. Como não é trivial determinar analiticamente o comportamento de painéis, o método dos elementos finitos é utilizado para prevê-lo. Dentro desse contexto se insere o presente trabalho, cujo objetivo é estudar o comportamento de estruturas compósitas laminadas no regime de pós-flambagem, introduzindo um modelo de dano progressivo. Duas estruturas sujeitas a um carregamento axial compressivo são analisadas, um painel com geometria curva e um furo quadrado central e um cilindro com um furo circular. A modelagem do comportamento em pós-flambagem é realizada com o método dos elementos finitos via *software* ABAQUS. Curvas de força *versus* deslocamento foram levantadas e os resultados obtidos mostraram a importância de considerar um modelo de dano progressivo para a previsão do comportamento de estruturas compósitas.

Palavras-chave: pós-flambagem; materiais compósitos laminados; critérios de falha; dano progressivo.

ABSTRACT

In the aeronautical industry, it is desirable to use materials with high mechanical strength and low weight, characteristics that are present in laminated composites. However, many of these structures are thin and subjected to structural instability, as is the case of plates in the form of structural panels. Buckling and postbuckling analyzes are essential to predict as accurately as possible the behavior of these high-performance structures when designing them. In addition, failure criteria and progressive damage models are important to predict when failure occurs and how it affects the panels. As it is not trivial to analytically determine the behavior of a panel, the finite element method is used to predict it. Within this context the present work is inserted, whose objective is to study the behavior of laminated composite structures in the postbuckling regime, including a progressive damage model. Two structures subjected to a compressive axial load are analyzed. A pannel with a curved geometry wit a centered square hole and a cylinder with a circular hole. The modeling of the postbuckling behavior was performed with the finite element method using the software ABAQUS. Load versus displacement curves are made and the results obtained showed the importance of considering a progressive damage model for predicting the behavior of composite structures.

Keywords: postbuckling; composite laminated materials; failure criteria; progressive damage.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	Caracterização do Problema	9
1.2	Objetivos	9
1.3	Justificativa	9
1.4	Conteúdo do Trabalho	10
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1	Materiais compósitos	11
2.2	Macromecânica de uma lâmina	12
2.3	Flambagem e Pós-Flambagem	17
2.4	CrITÉRIOS de Falha	18
2.4.1	CrITÉrio de Tsai-Hill	19
2.4.2	CrITÉrio de Tsai-Wu	19
2.4.3	CrITÉrio de Hashin	20
2.5	Método da Redução de Rigidez de Chang-Lessard	20
3	METODOLOGIA	23
3.1	Análises via método dos elementos finitos utilizando o ABAQUS	23
3.1.1	Análise de pós-flambagem no ABAQUS	23
3.1.2	Elemento Finito S4R	23
3.1.3	Inclusão do modelo de dano progressivo no ABAQUS	24
4	RESULTADOS	26
4.1	Painel Curvo com Furo Retangular Central	26
4.1.1	Validação do Modelo de Elementos Finitos	26
4.1.2	Implementação do Modelo de Dano Progressivo no Painel Curvo com Furo Retangular Central	28
4.2	Cilindro com Furo Central	39
4.2.1	Modelo de Elementos Finitos do Cilindro com Furo Central	39
4.2.2	Resultados das Análises de Dano Progressivo no Regime de Pós-Flambagem do Cilindro com Furo Central	40
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	42
	REFERÊNCIAS	44

ANEXO A	SUB-ROTINA USDFLD	47
----------------	--------------------------	-----------

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é dedicado ao estudo do comportamento de painéis estruturais de materiais compósitos laminados no regime de pós-flambagem. Através do método dos elementos finitos, introduzindo-se um modelo de dano progressivo, avalia-se a influência do modelo na resposta estrutural de um painel e de um cilindro.

1.1 Caracterização do Problema

Materiais compósitos laminados são conhecidos por possuírem altas razões de rigidez-peso e resistência-peso quando comparados a outros materiais. Por conta dessas vantagens, eles são cada vez mais utilizados em diversas aplicações de engenharia, especialmente nas indústrias aeroespacial, aeronáutica e automotiva. Por exemplo, na indústria aeronáutica, materiais compósitos laminados são usados em aviões, compondo painéis estruturais de asas e fuselagens.

Os painéis compósito são estruturas de parede fina, normalmente sujeitas à instabilidade estrutural quando submetidas a esforços compressivos. Isso implica que estudos de flambagem devem ser considerados em seus projetos. Além disso, determinar o comportamento após a flambagem também é importante, pois essas estruturas suportam carregamentos no regime de pós-flambagem significativamente maiores que a carga crítica de flambagem.

Outra consideração importante nos projetos de estruturas compósitas é o uso de critérios de falhas e a consideração de dano via modelos de degradação, a fim de se obter previsões mais realistas do comportamento estrutural e aproveitar o máximo desempenho dos componentes.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo analisar o comportamento de estruturas compósitas laminadas, através de modelagens numéricas, no regime de pós-flambagem usando o método dos elementos finitos. Cabe destacar que são considerados critérios de falhas e modelos de dano progressivo do material.

1.3 Justificativa

Conforme mencionado anteriormente, painéis compósitos são amplamente empregados em estruturas de alto desempenho e, portanto, técnicas de modelagem acuradas devem ser utilizadas a fim de garantir o máximo aproveitamento e segurança dos componentes.

O tema do trabalho faz parte da área de mecânica estrutural e aborda conhecimentos de ciência dos materiais e métodos numéricos. Portanto, essas três áreas estão relacionadas quando o comportamento estrutural de materiais compósitos é estudado.

1.4 Conteúdo do Trabalho

O conteúdo do trabalho é composto por cinco capítulos. O primeiro é o presente, que introduz o tema do trabalho.

O segundo capítulo é uma revisão bibliográfica, que inicialmente apresenta o que é um material compósito laminado e suas aplicações. A teoria clássica dos laminados e a macromecânica de uma lâmina são abordadas na sequência. Após isso, os fenômenos de flambagem e pós-flambagem são apresentados. Para concluir o capítulo, critérios de falha e modelos de danos progressivos dos materiais compósitos laminados são discutidos.

O terceiro capítulo aborda a metodologia do trabalho, descrevendo as análises do método dos elementos finitos realizadas via *software* ABAQUS. É explicado quais análises são executadas para analisar o comportamento em pós-flambagem, assim como o tipo de elemento utilizado. Por fim é apresentada a parametrização do modelo de dano progressivo utilizado dentro do software, junto com um fluxograma detalhando as etapas das análises.

O quarto capítulo apresenta duas análises realizadas. A primeira é um painel curvo com um furo central. Inicialmente valida-se o modelo comparando com os resultados disponíveis na literatura, realizando duas análises: flambagem linear e pós-flambagem. Após isso, introduziu-se o modelo de dano progressivo, analisando a influência de diferentes configurações de sequência de empilhamento, variando as orientações das lâminas e quantidade total delas. A segunda análise realizada é para um cilindro com furo circular central sob compressão axial. A estrutura é do tipo sanduíche, em que dois materiais distintos são utilizados para compor o empilhamento das lâminas. É analisada a influência do dano progressivo na estrutura, comparando os resultados com e sem o modelo.

No quinto capítulo as conclusões são discutidas e sugestões para trabalhos futuros são propostas.

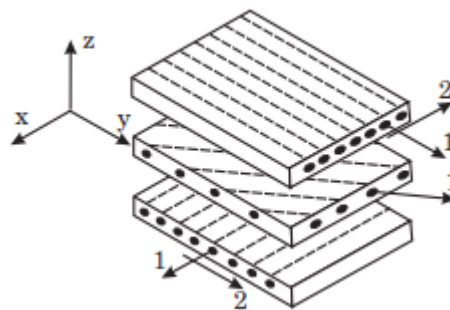
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Materiais compósitos

Um material é denominado compósito quando é formado por dois ou mais constituintes diferentes em uma escala macroscópica formando um terceiro material, que combina as propriedades dos materiais que o formam. Algumas das propriedades que podem ser melhoradas formando um material compósito são: peso, resistência, rigidez, resistência à corrosão e condutividade térmica (JONES, 1999).

O termo compósito laminado se refere aos materiais dessa natureza que são produzidos pelo empilhamento de lâminas, que são compostas de uma matriz reforçada com fibras. Alguns dos materiais mais comuns usados para as fibras são: vidro, carbono e aramida. Já para a matriz, esta pode ser de resinas termofixas, termoplásticas ou materiais metálicos (KASSAPOGLOU, 2011). Como as fibras possuem baixa resistência em sua direção transversal, assim como a resistência da matriz é baixa, é necessário usar diferentes orientações das lâminas para suportar todos os carregamentos impostos. A Figura 1 ilustra como é formado o laminado a partir das lâminas em diferentes orientações. Quanto à disposição das fibras, elas podem ser paralelas, unidirecionais, bidirecionais ou aleatoriamente orientadas (MENDONÇA, 2005).

Figura 1 – Três lâminas formando um laminado.



Fonte: Barbero (2010).

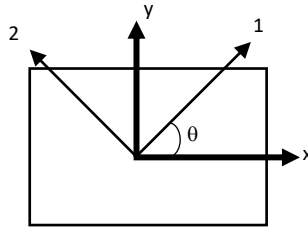
As orientações das fibras seguem uma notação de empilhamento das lâminas. Cada lâmina que compõe o laminado é denotada pela sua orientação θ , em graus, em relação ao seu eixo de referência ($-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$), como mostra a Figura 2. Desta forma, o laminado pode ser definido pela sequência de empilhamento:

$$[\theta_1 \theta_2 \theta_3 \dots \theta_n], \quad (1)$$

em que θ representa as sucessivas orientações das lâminas. A numeração começa do topo do laminado, desde a primeira até a n-ésima lâmina.

Um caso particular é quando um laminado é simétrico, isto é, a sequência de empilhamento é simétrica em relação ao plano médio: para cada par de laminas localizadas simetricamente

Figura 2 – Relação entre os sistemas de coordenadas x-y e 1-2.



Fonte: Autoria própria.

mente, o material, espessura e orientação são iguais. Neste caso, utiliza-se o subscrito *s* para denotar a simetria. Por exemplo, para $[45\ 90\ 0\ 0\ 90\ 45]$ pode ser escrito como $[45\ 90\ 0]_s$.

Quando existe uma sequência dos mesmos ângulos, utiliza-se um subscrito com a quantidade de lâminas que possuem a mesma orientação. Por exemplo, a sequência de empilhamento $[45\ 45\ 90\ 90\ 0\ 45\ 45]$ pode ser escrita como $[45_2\ 90_2\ 0\ 45_2]$. Outra simplificação que pode ser usada é quando o laminado é balanceado, que para cada $+\theta$ existe um $-\theta$ em algum lugar da sequência de empilhamento.

2.2 Macromecânica de uma lâmina

Esta seção é baseada na teoria clássica dos laminados, apresentada em (JONES, 1999).

Dada a relação tensão-deformação generalizada pela lei de Hooke:

$$\sigma_i = C_{ij}\epsilon_j, \quad (2)$$

em três dimensões, para um material anisotrópico, a Equação (2) expandida e em formato matricial fica:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (3)$$

em que os três primeiros componentes das tensões (σ_i) e deformações (ϵ_j) são nas direções normais e os três restantes devido ao cisalhamento e C_{ij} é a matriz constitutiva do material.

Para o caso de um material ortotrópico, a relação dada antes pela Equação (3) fica simplificada da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \quad (4)$$

Outra relação que pode ser usada é a deformação em função da tensão, dada pela relação inversa da Equação (2). Essa relação na forma matricial e para um material ortotrópico é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & & & & S_{55} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

em que S_{ij} representa a matriz de flexibilidade (*compliance matrix*) e pode ser escrita em função das constantes de engenharia: módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν) e módulo de cisalhamento (G) nas direções principais do material (1-2-3):

$$[S_{ij}] = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_2 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Simplificando para o caso de estado plano de tensões, a Equação matricial (4) é reduzida para:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (7)$$

em que os valores da matriz constituinte Q_{ij} são dados por:

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$Q_{66} = G_{12}.$$

A Equação (5) é reduzida de maneira similar e fica:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

No caso dos materiais compósitos laminados, as direções da lâmina quase nunca coincidem com o sistema de coordenadas global do laminado. Por conta disso, as componentes da lâmina devem ser decompostas para o sistema global usando a matriz transformada, dada por:

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & -2\sin\theta\cos\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 2\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix}, \quad (10)$$

em que o ângulo θ é dado pela diferença entre os eixos global x-y e local 1-2, como mostra a Figura 2.

Portanto, a relação tensão-deformação no estado plano de tensões para uma lâmina é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{16} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{26} \\ Q_{61} & Q_{62} & Q_{66} \end{bmatrix} [R][T][R]^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (11)$$

em que $[R]$ é a matriz de Reuter (JONES, 1999), dada por:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

A Equação matricial (11) pode ser reduzida, finalmente, para:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [\bar{Q}]^{-1} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

em que \bar{Q}_{ij} é a matriz constitutiva de um laminado e seus termos são dados por:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11}\cos^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\text{sen}^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\text{sen}^4\theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})\text{sen}^2\theta\cos^2\theta + Q_{12}(\text{sen}^4\theta + \cos^4\theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11}\text{sen}^4\theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66})\text{sen}^2\theta\cos^2\theta + Q_{22}\cos^4\theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\text{sen}\theta\cos^3\theta + (Q_{12} - Q_{22} + Q_{66})\text{sen}^3\theta\cos\theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\text{sen}^3\theta\cos\theta + (Q_{12} - Q_{22} + Q_{66})\text{sen}\theta\cos^3\theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})\text{sen}^2\theta\cos^2\theta + Q_{66}\text{sen}^2\theta\cos^2\theta \end{aligned} \quad (14)$$

As equações anteriores são utilizadas para uma lâmina e é necessário agora obter as equações do laminado. Apesar das equações em termos da tensões e deformações serem usadas frequentemente, é mais prático definir em termo das forças e momentos resultantes, que são obtidos através da integral das tensões em cada lâmina ao longo da espessura do laminado:

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz, \quad (15)$$

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z dz,$$

em que N_x é a força resultante por unidade de comprimento e M_x o momento resultante por unidade de comprimento e t a espessura da lâmina.

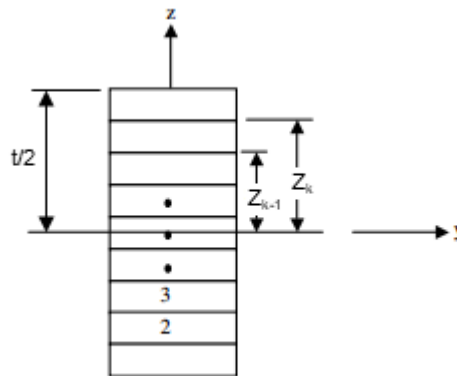
A rigidez é constante em cada lâmina, não necessariamente entre elas, portanto as tensões variam e então as integrais são computadas através de somas. Por exemplo, para N_x e M_x :

$$N_x = \sum_{k=1}^N \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \sigma_x dz, \quad (16)$$

$$M_x = \sum_{k=1}^N \int_{Z_{k-1}}^{Z_k} \sigma_x z dz,$$

em que Z_k e Z_{k-1} são as coordenadas das lâminas, definidos como mostra a Figura 3, e N a quantidade de lâminas que compõem o laminado. As forças N_y , N_{xy} e os momentos M_y e M_{xy} são calculados da maneira análoga à Equação (16).

Figura 3 – Geometria de um laminado de N lâminas.



Fonte: Adaptado de Kassapoglou (2011)..

Sendo assim, o resultado da Equação (16) é obtido, representando as leis constitutivas:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (18)$$

tal que:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k - Z_{k-1}),$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^2 - Z_{k-1}^2), \quad (19)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k (Z_k^3 - Z_{k-1}^3).$$

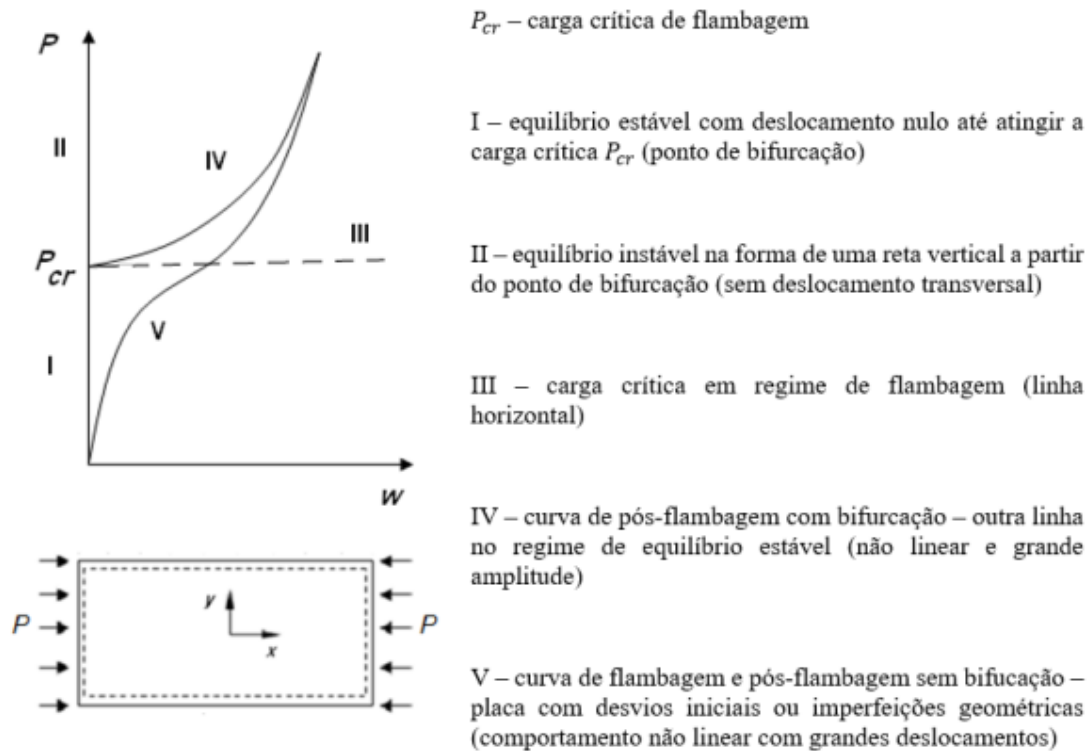
Nota-se nas equações (17) e (18) a presença dos termos $\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$, que representam as deformações no plano médio, e dos termos $\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}$, que são as curvaturas da deformação na superfície média. Além disso as submatrizes A, B e D combinadas formam a matriz de rigidez de um laminado, que também é chamada de matriz ABD. A matriz A é a matriz constitutiva de extensão, a B a matriz de acoplamento flexão-extensão e D a matriz constitutiva de flexão.

2.3 Flambagem e Pós-Flambagem

Placas compósitas em compressão ou cisalhamento são suscetíveis a falhas devido a instabilidade estrutural. Ao contrário de vigas e colunas, onde a flambagem ocorre próxima a situação de falha, placas ainda possuem uma capacidade de absorver esforços no regime de pós-flambagem (KASSAPOGLOU, 2011). No entanto não é trivial determinar como que a estrutura se comporta no regime de pós-flambagem, pois se trata de um fenômeno não-linear de grandes deslocamentos. Uma maneira de se analisar a estabilidade de uma estrutura é realizando um gráfico contendo a força aplicada versus o deslocamento transversal gerado. Um exemplo desta curva é apresentado a Figura 4, retirada de Koide (2016), mostrando o comportamento de uma placa plana sob compressão. No gráfico, P é a força axial compressiva, w o deslocamento transversal na direção z e P_{cr} a carga crítica de flambagem. Segundo Leissa (1983), existem dois caminhos possíveis, as curvas I e V. A curva I representa o caso de uma placa sem imperfeições geométricas e quando P atinge P_{cr} , indicado pela linha pontilhada III, a curva está no ponto de bifurcação, podendo continuar sem deslocamentos transversais (curva II) ou então entrar no regime de pós-flambagem de forma brusca (curva IV). A curva V representa

o caso de quando existe imperfeições geométricas, as quais já implicam em um comportamento não linear de grandes deslocamentos da estrutura desde o início da aplicação da força.

Figura 4 – Carga versus deslocamento transversal de uma placa submetida a carregamento axial compressivo.



Fonte: Koide (2016).

A principal vantagem de se definir o comportamento no regime de pós-flambagem antes da falha é o aumento no desempenho da estrutura, pois permite que peças mais leves sejam dimensionadas. Painéis mais finos podem ser usados para compor fuselagens e asas, porém é necessário identificar os modos de falha que não são presentes no regime de flambagem (KASSAPOGLOU, 2011).

2.4 Critérios de Falha

Esta seção é baseada nas referências: Jones (1999), Kassapoglou (2011) e Mendonça (2005).

Os critérios de falha dão suporte para avaliar a resistência mecânica de estruturas em geral. Para o caso de materiais compósitos laminados, os mecanismos de falha mais comuns são: falha das fibras, falha da matriz, delaminação das camadas e decoesão entre as fibras e a matriz.

Na literatura, os critérios de falha para materiais compósitos mais difundidos são os critérios de: tensão máxima, deformação máxima, Hill, Tsai-Hill, Hoffman, Tsai-Wu e Hashin.

2.4.1 Critério de Tsai-Hill

Hill (1998) propôs um critério para materiais ortotrópicos que considera o efeito combinado dos diferentes mecanismos de falha, pois nos critérios de tensão máxima e deformação máxima os efeitos são considerados um independentemente do outro. O critério de Hill para uma única lâmina em estado plano de tensões, no sistema de coordenadas xy (mostrado na Figura 2) é dado por:

$$F_x \sigma_x^2 + F_y \sigma_y^2 + F_{xy} \sigma_x \sigma_y + F_s \tau_{xy}^2 = 1, \quad (20)$$

em que F_x , F_y , F_{xy} e F_s são os coeficientes de tensão. A Equação (20) é análoga ao critério de falha de von Mises, proposto para materiais isotrópicos, dado por:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_e^2} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_e^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_e^2} + \frac{3\tau_{12}^2}{\sigma_e^2} = 1, \quad (21)$$

em que σ_e representa a tensão de escoamento do material. Como o conceito de escoamento macroscópico não é válido para os materiais compósitos, as tensões de falha substituem a tensão de escoamento. Sendo assim, Tsai determinou os coeficientes de tensão e reduziu a equação para apenas funções do estado de tensões e as resistências do material, resultando no critério de Tsai-Hill, que é dado por:

$$\frac{\sigma_1^2}{X^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X^2} + \frac{\sigma_2^2}{Y^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (22)$$

em que X e Y são as tensões de ruptura em tração (ou compressão) na direção longitudinal e na direção transversal e S é a tensão de ruptura no cisalhamento no plano.

2.4.2 Critério de Tsai-Wu

O critério de falha de Tsai e Wu (1971) surgiu a partir de uma tentativa de melhorar a correlação entre os resultados experimentais e teóricos. Uma maneira de fazer isso é adicionar termos nas equações a fim de se ajustar as curvas. Isso implica que o critério de Tsai-Wu inclui termos empíricos em sua formulação. Além disso, Tsai e Wu consideraram as diferentes

resistências para compressão e tração. Para o caso de uma lâmina em estado plano de tensões, o critério é dado por:

$$\frac{\sigma_1^2}{X_c X_t} + \frac{\sigma_2^2}{Y_c Y_t} + 2F_{12} \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (23)$$

em que F_{12} é um coeficiente de acoplamento, normalmente utilizado para ajustar aos resultados obtidos experimentalmente, dado por:

$$F_{12} = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ 1 - \left[X_c - X_t + \frac{X_t X_c}{Y_c Y_t} (Y_c - Y_t) \right] \sigma + \left(1 + \frac{X_t X_c}{Y_c Y_t} \right) \sigma^2 \right\} \quad (24)$$

sendo σ a tensão de falha em ensaio biaxial.

2.4.3 Critério de Hashin

O critério de Hashin (1980) se difere dos descritos anteriormente por detectar como o material falhou. Isto é, se é na matriz, nas fibras ou se por delaminação entre lâminas adjacentes. Sendo assim, esses modos de falha são avaliados individualmente conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Critério de falha de Hashin

Modo de falha	Critério de falha (Hashin)
Tração na matriz	$\left(\frac{\sigma_{22}}{Y_T} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 = 1$
Compressão na matriz	$\left(\frac{\sigma_{22}}{2S_T} \right) + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_T} \right)^2 - 1 \right] \frac{\sigma_{22}}{Y_C} + \left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^2 = 1$
Tração nas fibras	$\left(\frac{\sigma_1}{X_T} \right)^{\frac{1}{2}} = 1$
Compressão nas fibras	$\left(\frac{\sigma_1}{X_C} \right)^{\frac{1}{2}} = 1$
Cisalhamento fibra-matriz	$\left(\frac{\sigma_{12}}{S} \right)^{\frac{1}{2}} = 1$

Apesar do critério exigir um cálculo por modo de falha, as equações são mais realistas e simples do que um único critério, pois evita a necessidade de previsão de resistências multi-axiais e ensaios experimentais complexos. Além disso, a identificação do modo de falha é um requisito para o uso de modelos de dano progressivo em materiais compósitos laminados.

2.5 Método da Redução de Rigidez de Chang-Lessard

O método da redução de rigidez de Chang-Lessard é um modelo de dano progressivo, proposto inicialmente por Chang e Lessard (1991). O método, que partiu de uma aproximação analítica para investigar o dano em compósitos laminados sofrendo cargas compressivas, avalia

os modos de falha e elimina a rigidez que atuava antes dos colapsos, de acordo com cada modo. O elemento que sofre a falha tem as propriedades elásticas do material desconsideradas ou reduzidas, representando uma falha local. Uma combinação do modelo criado por Chang e Lessard (1991) com o critério de falha de Hashin (1980) é apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 – Critério de falha de Hashin e método de redução de rigidez de Chang-Lessard

Modo de falha	Critério de falha (Hashin)	Propriedades reduzidas (Chang-Lessard)
Tração na matriz	$(\frac{\sigma_{22}}{Y_T})^2 + (\frac{\sigma_{12}}{S})^2 > 1$	E_2, ν_{12}
Tração nas fibras	$(\frac{\sigma_1}{X_T})^{\frac{1}{2}} > 1$	E_1, ν_{12}
Compressão nas fibras	$(\frac{\sigma_1}{X_C})^{\frac{1}{2}} > 1$	G_{12}, G_{13}, G_{23}
Cisalhamento fibra-matriz	$(\frac{\sigma_{12}}{S})^{\frac{1}{2}} > 1$	ν_{12}, G_{12}, G_{13}

É possível encontrar na literatura trabalhos que utilizaram esse modelo de dano progressivo e alguns deles são citados a seguir.

Ambur *et al.* (2004) analisaram o método de dano progressivo de Chang-Lessard em painéis curvos submetidos à carregamentos axiais compressivos. Duas configurações foram realizadas, uma com um furo circular central e outra sem. Os resultados numéricos foram comparados com experimentais, que mostraram boa correlação na maior parte do carregamento. A consideração de imperfeições geométricas mostraram melhor acuracidade nos resultados para o painel sem o furo.

Goyal *et al.* (2004) utilizaram o método de redução de rigidez de Chang-Lessard combinado com o critério de falha de Hashin, incluindo também falhas por delaminação em um painel curvo com furo central no regime de pós-flambagem, sob carregamentos compressivos e cisalhantes. A metodologia foi validada comparando os resultados obtidos com testes experimentais e os autores concluíram que a combinação dos mecanismos de falha garantiram uma boa acuracidade em comparação com os testes, em que os modelos apresentaram as falhas nos mesmos locais dos testes experimentais.

Ambur, Jaunky e Hilburger (2004) aplicaram o modelo de redução de rigidez de Chang-Lessard em um painel reforçado sob um carregamento cisalhante. Duas variações da estrutura foram analisadas, uma com um entalhe no centro do painel e outra sem, em que imperfeições geométricas foram introduzidas no modelo. Os resultados numéricos foram comparados com testes experimentais e mostraram que ambas as configurações foram capazes de prever os modos de falha e a localização do dano.

Araico, Alberdi e Arribas (2010) utilizaram esta combinação para prever o comportamento de painéis reforçados sob compressão e obtiveram boas correlações entre testes experimentais e análises de elementos finitos. Além da degradação das lâminas, o efeito da delaminação entre reforços e o painel foi considerado, utilizando elementos coesivos para modelar a junta adesiva. Os autores concluíram que este método fornece resultados acurados para o dimensionamento de estruturas aeronáuticas.

Kapidžić, Nilsson e Ansell (2014) utilizaram um critério baseado no de Chang-Lessard, ampliando ele para três dimensões, devido a estrutura ser híbrida, combinando placas de alu-

mínio com compósitos laminados unidas por uma junta. A estrutura recebe um carregamento do tipo de tração e efeitos térmicos são considerados na análise. É analisado o efeito da falha na junta e os resultados obtidos são comparados com os experimentais e mostraram boa concordância ao comparar-se as curvas de força *versus* deslocamento.

Orifici, Herszberg e Thomson (2008) realizaram uma revisão bibliográfica das metodologias utilizadas para prever o comportamento de estruturas de materiais compósitos laminados incluindo o efeito do dano. Os autores apresentaram as formulações de critérios para cada modo de falha e citaram o método de Chang-Lessard como adequado para análises de dano progressivo. Além disso, devido a complexidade das aplicações das estruturas compósitas laminadas, os autores concluíram que é fundamental definir o grau de precisão no dimensionamento dessas estruturas.

3 METODOLOGIA

3.1 Análises via método dos elementos finitos utilizando o ABAQUS

As resoluções dos problemas são realizadas via método dos elementos finitos com o auxílio do *software* ABAQUS, pois o fenômeno estudado possui não linearidades e o uso de soluções analíticas são inviáveis para geometrias mais complexas. Além do *software* possuir boa interface para a modelagem de compósitos laminados, é possível implementar sub-rotinas para customizar as simulações, como a de modelos de dano progressivo da estrutura.

3.1.1 Análise de pós-flambagem no ABAQUS

Para avaliar o comportamento em pós-flambagem de materiais compósitos laminados sob carregamentos estáticos, é necessário considerar a não-linearidade do tipo geométrica (grandes deslocamentos). Desta forma, o tipo de análise utilizada é a estática não-linear, na qual o carregamento é incrementado ao longo da análise em função do tempo, em que a cada incremento de tempo são avaliadas as soluções das equações de equilíbrio. O ABAQUS utiliza o método de Newton para a resolução destes problemas (SIMULIA, 2012).

Em alguns casos, o modelo pode não encontrar o equilíbrio no final de uma iteração, sendo assim o *software* reinicia a iteração com um incremento menor de tempo até que se encontre o equilíbrio. Este processo pode encontrar soluções divergentes, não sendo possível concluir a análise, portanto é importante que a malha e os incrementos sejam bem definidos para evitar este tipo de problema. Existem duas técnicas importantes para melhorar a convergência da análise, uma é considerar deslocamentos prescritos no lugar de carregamentos na condição de contorno, a outra é incluir imperfeições geométricas nas estruturas, principalmente se tratando de superfícies planas. Neste trabalho ambas as técnicas foram utilizadas.

3.1.2 Elemento Finito S4R

Existem diversos elementos que podem ser considerados ao utilizar o método dos elementos finitos, sendo necessário selecioná-los de acordo com a natureza das geometrias e análises. Para o caso deste trabalho, o elemento considerado foi o S4R, ilustrado na Figura 5, que é um elemento quadrilateral do tipo casca (*shell*), com 4 nós de seis graus de liberdade por elemento e integração reduzida. A integração reduzida garante um menor tempo de processamento sem comprometer os resultados.

Devido ao fato das estruturas compósitas laminadas serem delgadas, isto é, a espessura é menor do que as demais dimensões, os elementos do tipo casca são utilizados para a modela-

gem destas estruturas. O elemento possui a formulação do tipo deformação finita (*Finite-strain*), adequada para análises que possuem grandes deslocamentos (SIMULIA, 2012).

Figura 5 – Elemento de casca S4R.



Fonte: Simulia (2012).

3.1.3 Inclusão do modelo de dano progressivo no ABAQUS

Para a consideração do dano, a sub-rotina USDFLD do ABAQUS foi utilizada, apresentada no Anexo A. A sub-rotina utiliza a linguagem em Fortran e permite a definição de variáveis dependentes da solução, sendo possível a modificação de propriedades dos materiais em cada incremento. Para isso, é necessário definir as propriedades do material em função dessas variáveis.

A parametrização das propriedades é descrita na Tabela 3, na qual as variáveis do modo de falha podem assumir os valores 0 ou 1, sendo 0 para o estado normal e 1 para quando ocorre a falha. Cada variável assume um dos modos de falha e são definidas conforme a regra:

- Variável 1: Falha por tração na matriz;
- Variável 2: Falha por tração nas fibras;
- Variável 3: Falha por compressão nas fibras;
- Variável 4: Falha por cisalhamento fibra-matriz.

A cada iteração são avaliadas as equações dos modos de falha para cada elemento. Quando ocorrer um modo de falha em uma iteração, a subrotina atualiza o valor da variável de 0 para 1, implicando que na próxima iteração a matriz de rigidez seja recalculada de acordo com as propriedades parametrizadas.

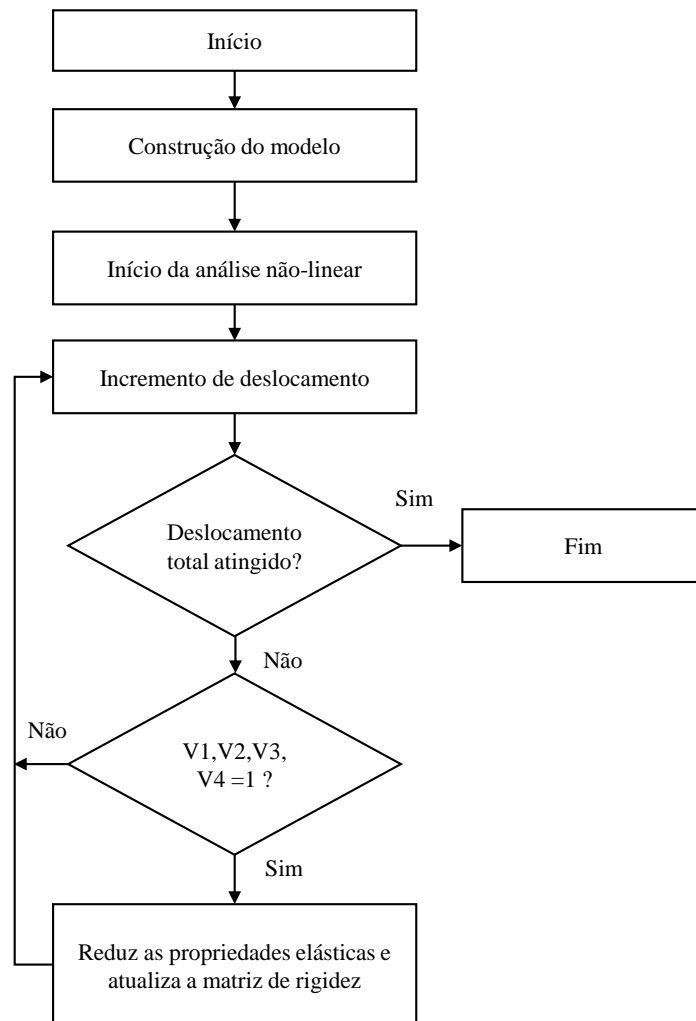
Conforme mencionado na revisão bibliográfica, neste trabalho utiliza-se o método de redução de Chang e Lessard (1991) combinado com o critério de falha de Hashin, reduzindo em até 10% as propriedades elásticas quando algum modo de falha ocorre.

Portanto, a metodologia das análises é descrito no fluxograma da Figura 6, na qual V1, V2, V3 e V4 são as variáveis dos modos de falha.

Tabela 3 – Parametrização das propriedades do material em função das variáveis do modo de falha.

Propriedades						Modo de falha			
E_1	E_2	ν_{12}	G_{12}	G_{13}	G_{23}	Variável 1	Variável 2	Variável 3	Variável 4
100%	100%	100%	100%	100%	100%	0	0	0	0
100%	10%	10%	100%	100%	100%	1	0	0	0
10%	100%	10%	100%	100%	100%	0	1	0	0
10%	10%	10%	100%	100%	100%	1	1	0	0
100%	100%	100%	10%	10%	10%	0	0	1	0
100%	10%	10%	10%	10%	10%	1	0	1	0
10%	100%	10%	10%	10%	10%	0	1	1	0
100%	100%	10%	10%	10%	100%	0	0	0	1
100%	10%	10%	10%	10%	100%	1	0	0	1
10%	100%	10%	10%	10%	100%	0	1	0	1
10%	10%	10%	10%	10%	100%	1	1	0	1
100%	100%	10%	10%	10%	10%	0	0	1	1
10%	100%	10%	10%	10%	10%	1	0	1	1
10%	100%	10%	10%	10%	10%	0	1	1	1
10%	10%	10%	10%	10%	10%	1	1	1	1

Figura 6 – Fluxograma detalhando a implementação do dano na análise de pós-flambagem.



Fonte: Autoria própria.

4 RESULTADOS

4.1 Painel Curvo com Furo Retangular Central

Nesta seção são apresentados os resultados de um estudo de um painel compósito sob compressão. O painel possui geometria curva e um furo central. O objetivo deste problema é usar o método dos elementos finitos para analisar o comportamento no regime de pós-flambagem, levantando uma curva de força aplicada versus deslocamento axial e comparar os resultados encontrados por outros autores. Este problema foi inicialmente proposto em Sabik e Kreja (2011), cujo objetivo foi avaliar a estabilidade dessa estrutura por meio de análises de flambagem linear, análises não-lineares de grandes deslocamentos e do uso do critério de Tsai-Wu.

O modelo foi validado realizando tanto a análise de flambagem linear quanto a análise de pós-flambagem. Após validado, foi introduzido o modelo de dano progressivo e comparou-se a influência da sequência de empilhamento e quantidades de lâminas na estrutura.

4.1.1 Validação do Modelo de Elementos Finitos

O painel sofre um carregamento compressivo P , que foi considerado utilizando um deslocamento prescrito na direção axial em uma das extremidades e fixando os graus de liberdade da outra extremidade. A geometria, condições de contorno e o modelo criado estão apresentados na Figura 7.

A Tabela 4 mostra os valores das dimensões do painel, em que L representa o comprimento do painel, R o raio, α o ângulo de abertura e a o lado do furo.

Tabela 4 – Dimensões do painel

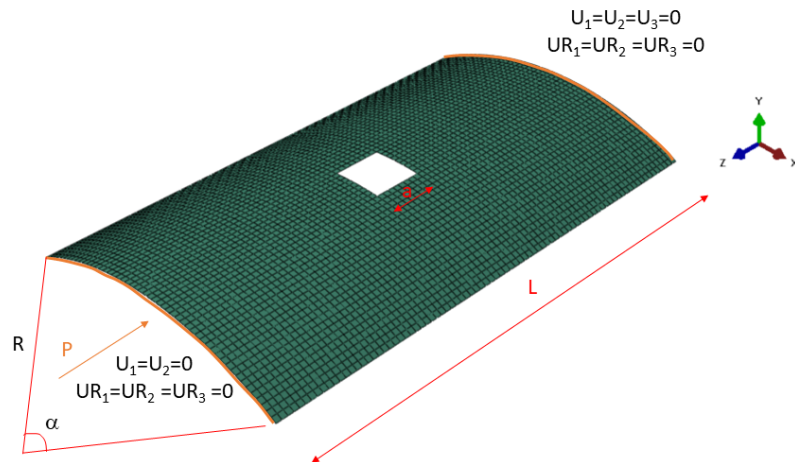
Dimensão	Valor
a	50,8 mm
R	304,4 mm
L	508 mm
α	57.3°

A malha do painel é composta por 4212 elementos quadrilaterais S4R, que são elementos do tipo casca com quatro nós e seis graus de liberdade por nó e o material utilizado para as lâminas é o grafite-epóxi AS4/3501-6 e suas propriedades elásticas e suas tensões de falha estão mostradas na Tabela 5.

O laminado é composto por 16 lâminas de 0,127 mm de espessura e sua sequência de empilhamento é $[0 \pm 45 90]_{2s}$

Para a flambagem linear, que consiste de uma análise de autovalores, os resultados são apresentados na Tabela 6 e pode-se notar que existe uma boa correlação entre os valores das cargas de flambagem em todos os modos de flambagem, quando comparadas aos resultados

Figura 7 – Malha e condições de contorno do painel.



Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 – Propriedades das lâminas de grafite-epóxi AS4/3501-6

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
E_{11} (GPa)	135,8	X_t (MPa)	1950
E_{22} (GPa)	10,9	X_c (MPa)	1480
ν_{12}	0,276	Y_t (MPa)	48
G_{12} (GPa)	6,4	Y_c (MPa)	200
G_{13} (GPa)	6,4	S_{12} (MPa)	79
G_{23} (GPa)	3,2		

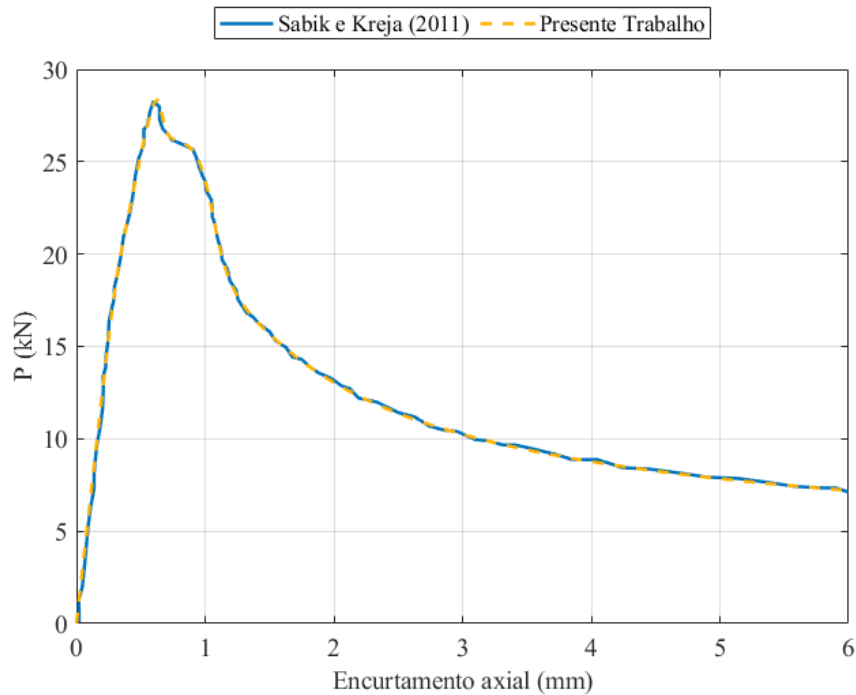
obtidos por Sabik e Kreja (2011). A maior diferença entre os resultados é de -9% para o segundo modo e a menor de 1% para o quarto.

Tabela 6 – Resultados da validação do modelo MEF para a flambagem linear

Modo de flambagem	Carga de Flambagem		
	Sabik e Kreja (2011)	Presente estudo	Diferença
1	21,95	21,14	-4%
2	26,10	23,80	-9%
3	26,51	25,50	-4%
4	27,70	27,90	1%
5	34,55	33,59	-3%

Para o caso de regime de pós-flambagem, uma análise não-linear de grandes deslocamentos foi realizada e uma curva de força aplicada *versus* encurtamento foi levantada e comparada com a obtida por Sabik e Kreja (2011). As curvas estão apresentadas na Figura 8 e apresentam uma excelente concordância, possuindo o mesmo comportamento, não sendo perceptível uma diferença entre elas.

Figura 8 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel.



Fonte: Autoria própria.

Além disso, é perceptível o comportamento linear da curva próximo ao primeiro autovalor encontrado na análise de flambagem linear ($21,14kN$) e um valor máximo de ($28,37kN$) que a curva atinge. A primeira falha encontrada, de acordo com o critério de Tsai-Wu, foi em 0,8 mm de encurtamento, logo após atingir a carga máxima.

4.1.2 Implementação do Modelo de Dano Progressivo no Painel Curvo com Furo Retangular Central

Após validado o modelo, a próxima etapa foi a inclusão do dano progressivo, avaliando diferentes configurações das sequências de empilhamento, em que lâminas de 0° , 45° e 90° foram combinadas, assim como a quantidade total delas. A Tabela 7 mostra as análises realizadas. Cada sequência foi associada a um código. Para as sequências de C_1 a C_5 a quantidade de lâminas foi mantida (16 lâminas) e para as sequências de C_6 a C_{10} possuem o dobro, 32 lâminas.

As análises foram realizadas e curvas de força *versus* deslocamento foram criadas para identificar o dano progressivo ao longo do carregamento no painel. As primeiras ocorrências de cada modo de falha foram identificadas nas curvas.

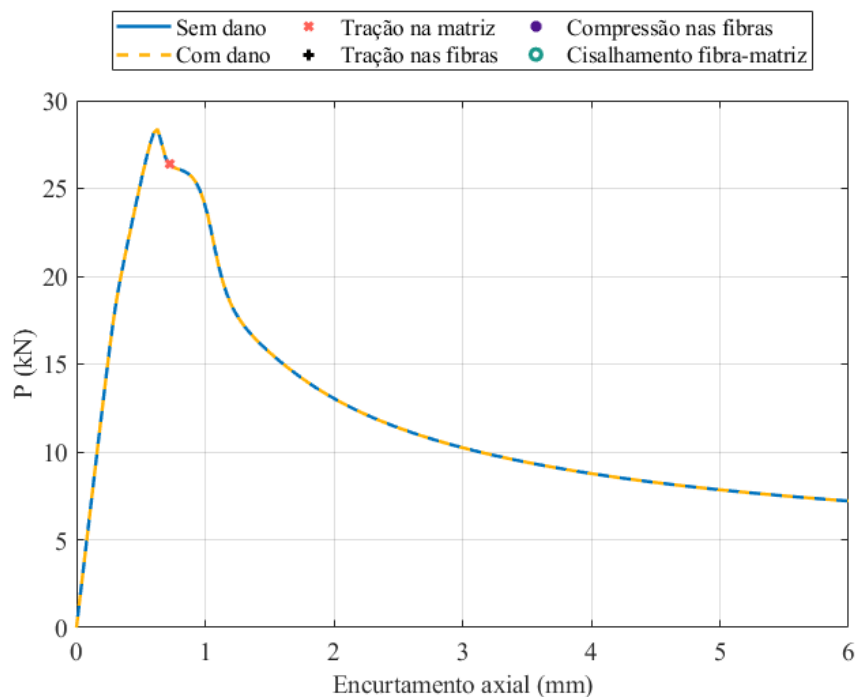
A primeira análise é a configuração original do painel, C_1 , com os resultados representados na Figura 9. O único modo de falha apresentado é a falha por tração na matriz, não sendo possível identificar mudanças na rigidez do painel, mantendo a curva *versus* deslocamento origi-

Tabela 7 – Configurações analisadas para o painel curvo

Código	Sequência de empilhamento
C ₁	[0 ±45 90] _{2s}
C ₂	[90 ±45 0] _{2s}
C ₃	[0] ₁₆
C ₄	[±45] ₈
C ₅	[90] ₁₆
C ₆	[0 ±45 90] _{4s}
C ₇	[90 ±45 0] _{4s}
C ₈	[0] ₃₂
C ₉	[±45] ₁₆
C ₁₀	[90] ₃₂

nal. A primeira falha ocorre após o início do regime de pós-flambagem e a força máxima atingida é no encurtamento de 0,78 mm.

Figura 9 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C₁.

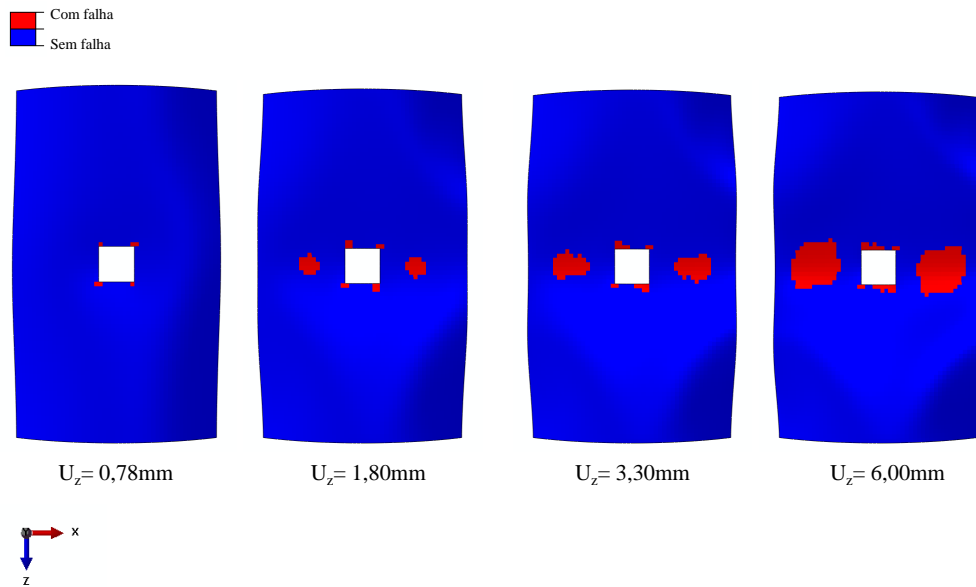


Fonte: Autoria própria.

A Figura 10 representa a evolução da falha por tração na matriz, em quatro diferentes incrementos de deslocamentos axiais U_z . O início das falhas se localiza nos cantos das arestas do furo central e a região onde mais se concentram as falhas é no pico do deslocamento transversal, com início no encurtamento de 1,8 mm.

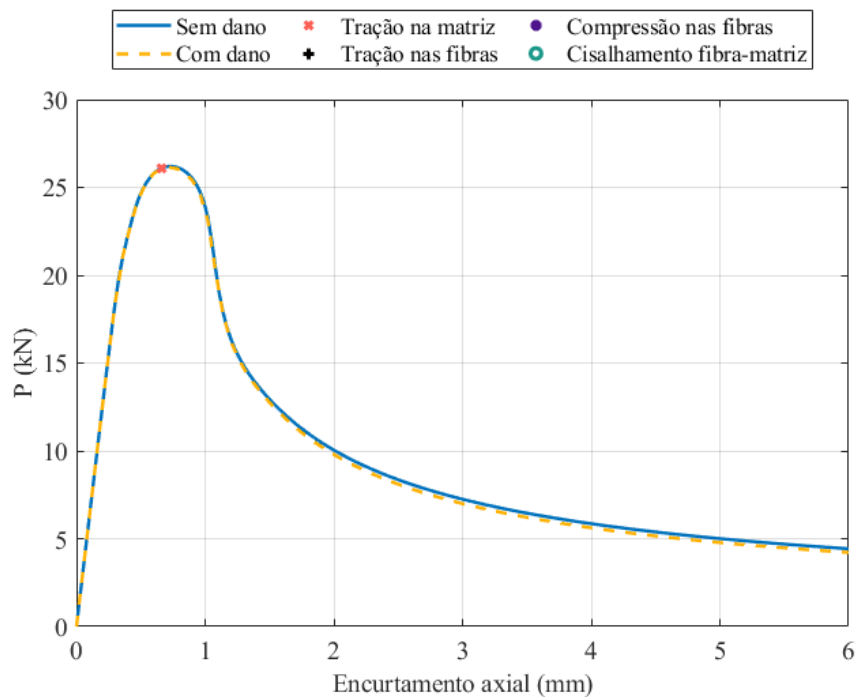
A configuração C₂ tem a posição das lâminas de 0° e 90° trocadas em relação a configuração inicial e o resultado está apresentado na Figura 11. A curva atinge uma força máxima de 26 kN, no encurtamento de 0,72 mm.

Figura 10 – Propagação das falhas por tração na matriz na configuração original C_1 .



Assim como em C_1 , em C_2 o único modo de falha apresentado é o de tração na matriz, com a primeira ocorrência logo no início da flambagem, para o encurtamento em 0,66 mm. Pode-se perceber que esta sequência de empilhamento tem uma perda de rigidez maior do que C_1 no regime de pós-flambagem.

Figura 11 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C_2 .



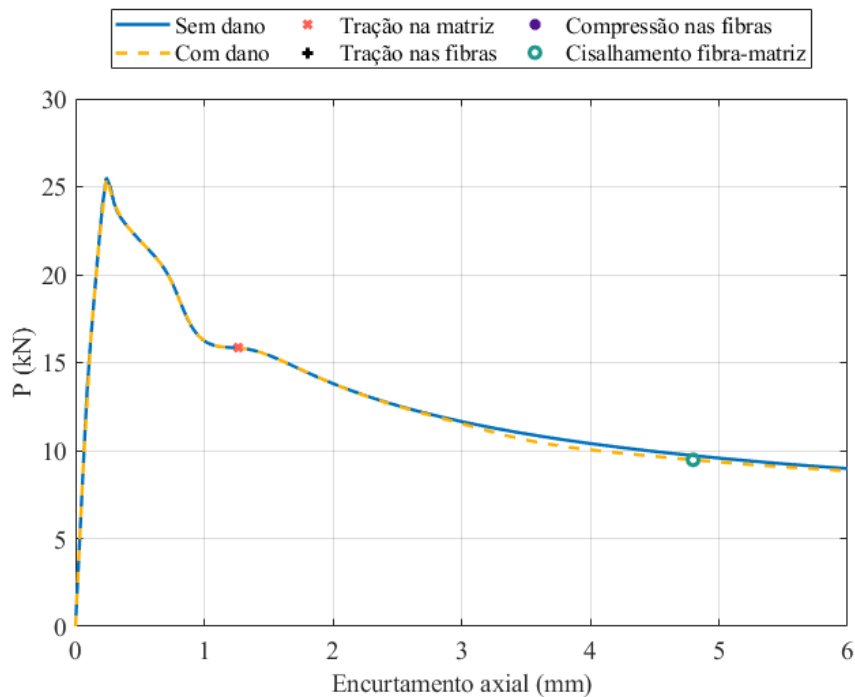
Fonte: Autoria própria.

Em C_3 somente lâminas de 0° foram utilizadas, com a curva atingindo o pico de 25,5 kN, no encurtamento de 0,24 mm, conforme apresentado na Figura 12.

A carga máxima atingida é próxima a de C_1 e C_2 , porém a flambagem ocorre com um deslocamento inferior. O primeiro modo de falha é o de tração na matriz, no deslocamento de 1,26 mm. Nesta configuração o modo de falha por cisalhamento entre fibra e matriz tem a primeira ocorrência no encurtamento de 4,8 mm. É perceptível uma mudança no comportamento da curva com dano e sem dano, a partir de 3,1 mm.

A curva demonstra que o uso da sequência de empilhamento composta de lâminas a 0° apresenta maior resistência à falha e maior rigidez na direção do carregamento, porém é mais suscetível à flambagem do que as demais configurações.

Figura 12 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C_3 .



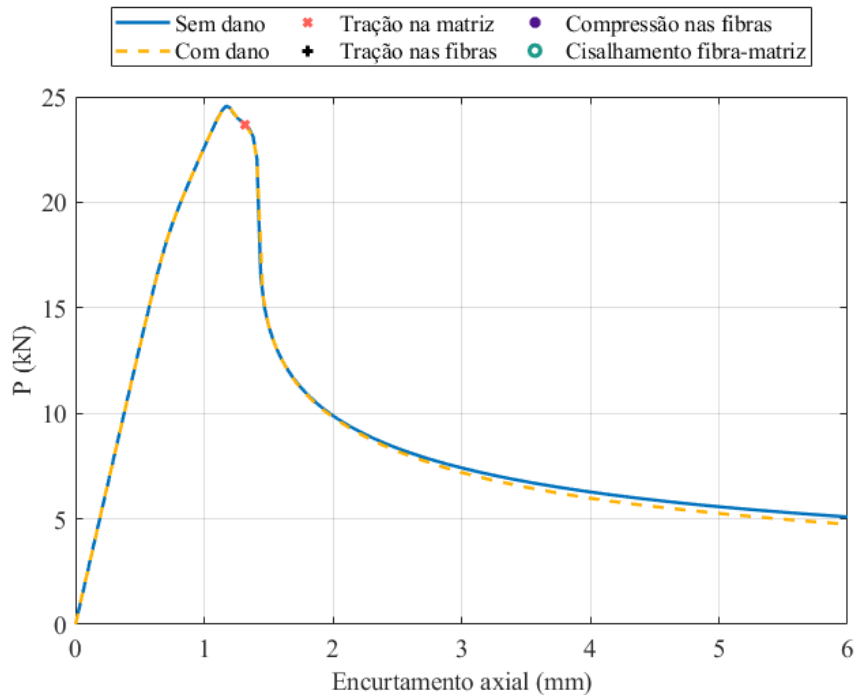
Fonte: Autoria própria.

A configuração C_4 possui a sequência de empilhamento composta de lâminas de $\pm 45^\circ$ e o resultado da curva é apresentado na Figura 13.

A força máxima atingida foi de 24,5 kN, para o deslocamento em 1,2 mm. Nesta configuração a única incidência de falha é o modo de tração na matriz, com a primeira ocorrência em 1,32 mm, logo após o início da flambagem. O comportamento da curva com dano e sem dano é similar e diverge a partir do deslocamento axial de 2,2 mm.

C_5 tem sua curva representada na Figura 14. Lâminas de 90° são utilizadas para esta configuração, que possui uma menor resistência a falha e menor rigidez quando comparada as configurações anteriores.

Figura 13 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C₄.



Fonte: Autoria própria.

Dois modos de falha ocorrem em C₅, falha por tração na matriz e falha por cisalhamento fibra-matriz. As curvas com dano e sem dano divergem antes do pico da carga, no encurtamento de 1,62 mm. A carga máxima atingida na curva sem dano é de 14,3 kN no encurtamento de 2,04 mm. Na curva com dano, a carga máxima é de 13,0 kN no encurtamento de 1,68 mm.

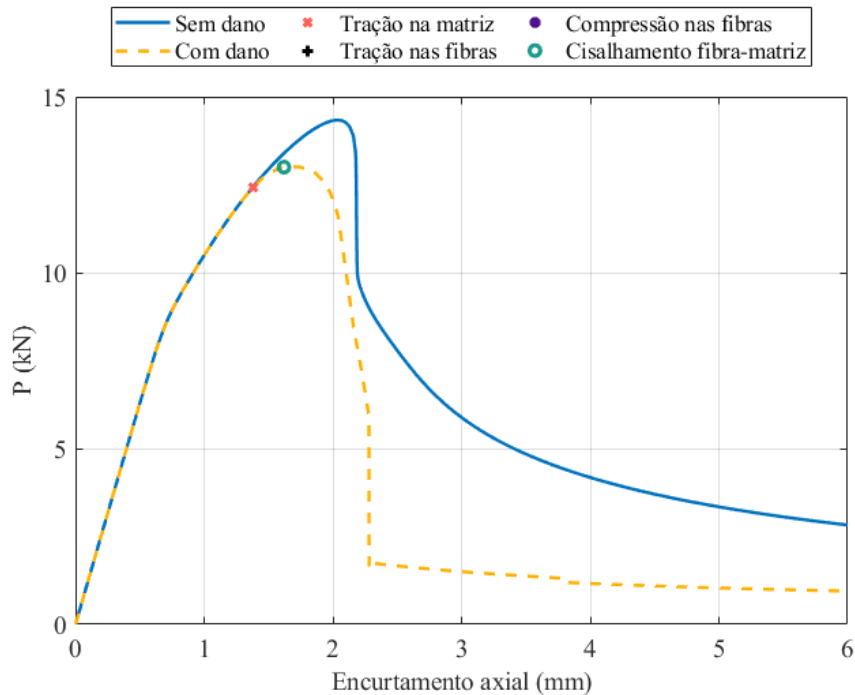
Somente as falhas por tração na matriz e por cisalhamento fibra-matriz ocorrem nas configurações de 16 lâminas e o efeito de degradação da estrutura é percebido com mais intensidade em C₅, devido ao painel ter um índice de esbeltez alto, isto é, uma grande razão entre comprimento e espessura, em que a resposta no regime de pós-flambagem não gera tensões capazes de incidir falhas nas fibras. Nas demais configurações as curvas possuem o comportamento muito próximo, mesmo quando incide o dano progressivo.

O modo de falha por cisalhamento entre fibra e matriz foi o que mais ocasionou mudanças significativas no comportamento do painel, estando presente nas configurações C₃ e C₅,

Com o objetivo de analisar o efeito do aumento da espessura total do painel, a quantidade de lâminas nas configurações de C₆ a C₁₀ foi aumentada para 32 e manteve-se a espessura de 0,127 mm por lâmina. Nestas configurações ocorrem os modos de falha por tração nas fibras e compressão nas fibras, antes não encontradas.

A curva da força resultante da configuração C₆ é apresentada na Figura 15. A sequência de empilhamento é baseada na original, com o dobro de lâminas. Nesta configuração os 4

Figura 14 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C₅.



Fonte: Autoria própria.

modos de falha ocorrem. A curva atinge o pico em 1,69 mm de encurtamento, com uma carga de 160,9 kN. A primeira ocorrência de falha é do modo tração na matriz, em 1,2 mm, e a falha por compressão nas fibras ocorre junto com a carga máxima.

As curvas com dano e sem dano começam a divergir após a primeira falha por cisalhamento fibra-matriz, em 1,80 mm de encurtamento. Esta divergência amplia após a primeira falha por tração nas fibras, em 3,53 mm.

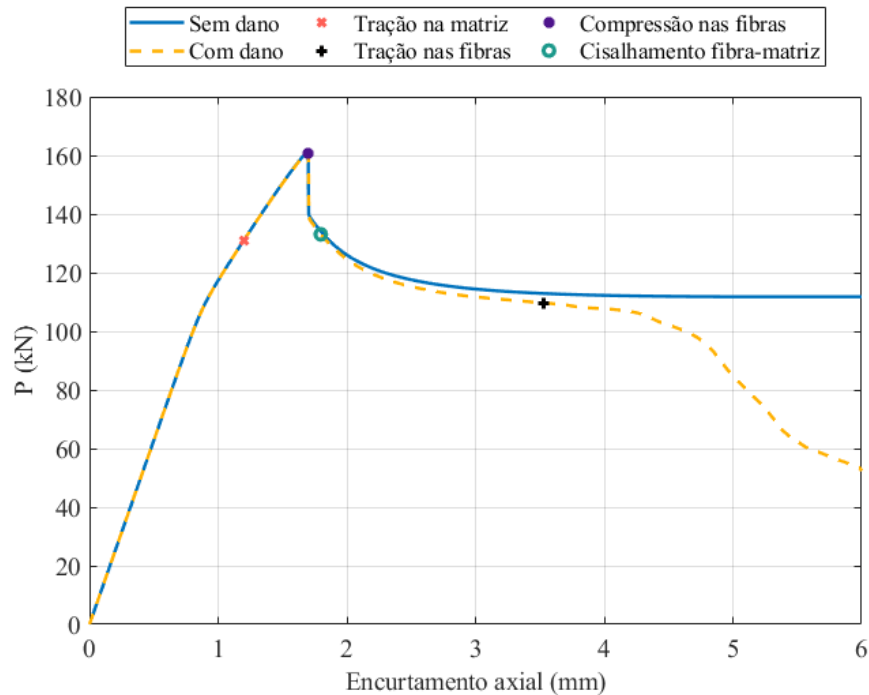
Nesta configuração é possível perceber o efeito em que a falha por tração nas fibras gera na redução de rigidez do painel, devido principalmente pela redução do módulo de elasticidade na direção das fibras (E_1) na região em que ocorre a falha.

Na configuração C₇ também estão presentes os quatro modos de falha ao decorrer do deslocamento aplicado, conforme apresentado na Figura 16. Todas as falhas ocorrem após a carga máxima de 140,9 kN, localizada no encurtamento de 1,38 mm.

A primeira ocorrência de falha é do tipo tração na matriz, em 1,56 mm. Semelhante a C₆, as curvas sem dano e com dano começam a divergir após a primeira ocorrência da falha por cisalhamento fibra-matriz e o comportamento da curva se altera com mais intensidade após a primeira ocorrência da falha por tração nas fibras, em 2,76 mm, e da falha por compressão nas fibras, em 2,91 mm.

Enquanto a carga se estabiliza após o início da flambagem na curva sem dano, a curva com dano apresenta uma maior alteração no comportamento devido à mudança da rigidez do

Figura 15 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C₆.



Fonte: Autoria própria.

panel, ocasionada pela propagação da falha por cisalhamento entre fibra e matriz ao longo do deslocamento. A queda da rigidez da estrutura é agravada após as falhas nas fibras, resultando em uma diminuição da carga até o deslocamento máximo de 6 mm.

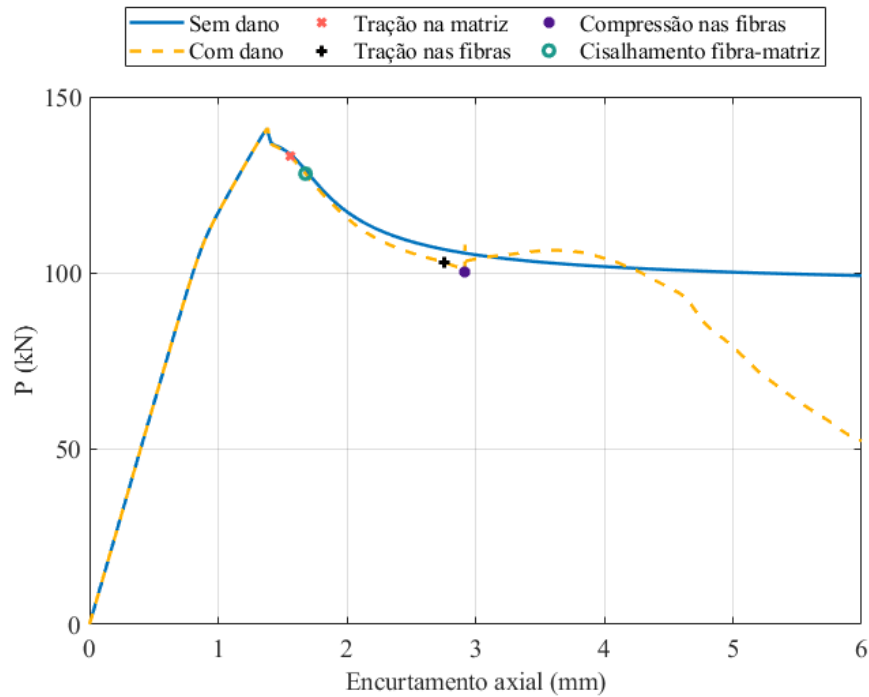
Assim como em C₃, a configuração C₈ também possui somente lâminas com orientação de 0° em seu empilhamento e possui características similares na curva de força *versus* deslocamento, apresentada na Figura 17.

A carga máxima é de 125,3 kN e é atingida no deslocamento de 0,6 mm. Neste caso, a primeira falha por tração na matriz ocorre antes do início da flambagem, em 0,48 mm. A propagação deste modo de falha muda sutilmente o comportamento da curva, até a primeira ocorrência da falha por cisalhamento fibra-matriz, em 1,56 mm, acentuando a mudança na curva quando comparada à análise sem dano. Em C₈ os primeiros casos dos modos de falha por tração nas fibras e compressão nas fibras acontecem em sequência, em 4,28 mm.

As falhas nas fibras geram uma queda acentuada na rigidez do painel, reduzindo a carga de 67 kN para 40 kN após a introdução do dano. Devido ao fato da estrutura possuir somente lâminas orientadas na mesma direção do carregamento, a falha nas fibras ocorre simultaneamente entre as camadas do laminado, sendo por compressão ou tração, dependendo do estado de tensões em cada posição, ocasionando este efeito na curva.

Com o objetivo de identificar a evolução das falhas que ocasionam a queda da curva em 4,28 mm, as Figuras 18 e 19 mostram o painel deformado no plano X-Z em duas etapas da

Figura 16 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C₇.



Fonte: Autoria própria.

análise, antes e a após a queda da rigidez. São destacadas as regiões em que ocorrem cada modo de falha para cada incremento.

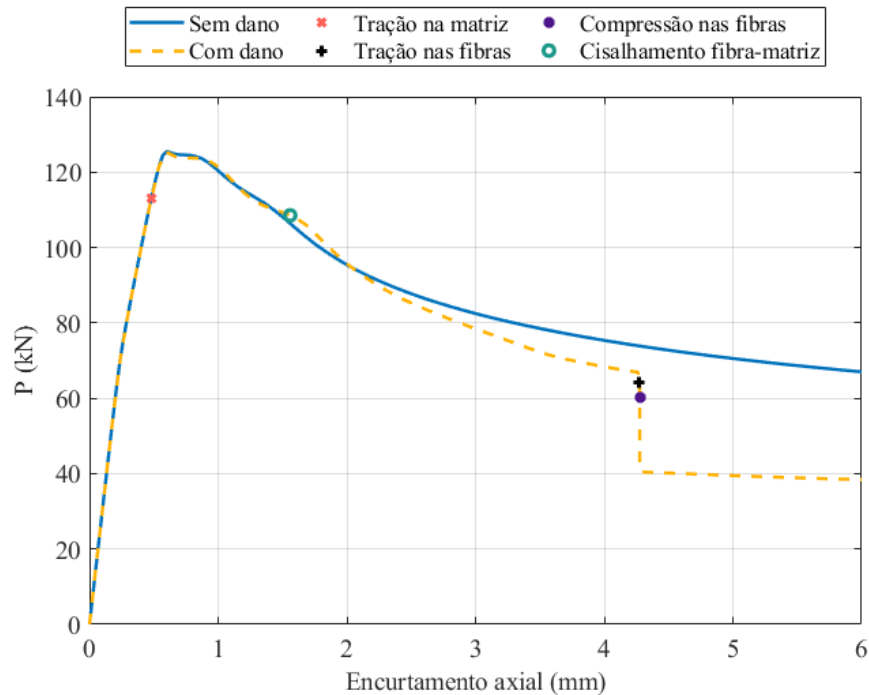
A Figura 18 apresenta o estado do painel para um encurtamento de 4,24 mm. As falhas por tração na matriz estão presentes em quase toda a área do painel, sendo concentradas na faixa central do painel. As falhas por cisalhamento fibra-matriz estão concentradas nos cantos das arestas do furo e com mais incidências nas regiões próximas aos cantos do painel.

A Figura 19 é referente ao encurtamento de 4,31 mm. Nela os quatro modos de falha estão presentes. A falha por tração na matriz se propaga principalmente na região ao redor do furo central. A falha por tração nas fibras ocorre nos dois cantos das arestas do furo. A falha por compressão nas fibras ocorre na mesma região da falha por tração nas fibras, porém em uma região maior. A falha que mais se propagou foi a do tipo cisalhamento fibra-matriz, estando presente em quase toda a totalidade da faixa central do painel e ao redor do furo.

Além disso, é perceptível a mudança na deformação total do painel quando compara-se as duas etapas, em 4,24 mm a região do furo do painel a componente do deslocamento transversal U_y está na direção negativa de Y, enquanto em 4,31 mm o deslocamento U_y é no sentido positivo para a região do furo.

A configuração C₉ é composta por lâminas com orientações de $\pm 45^\circ$ em sua sequência de empilhamento e as curvas sem dano e com dano possuem cargas máximas diferentes, pois

Figura 17 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C_8 .



Fonte: Autoria própria.

a incidência da falha por cisalhamento fibra-matriz ocorre no regime linear do painel, antes do início da flambagem.

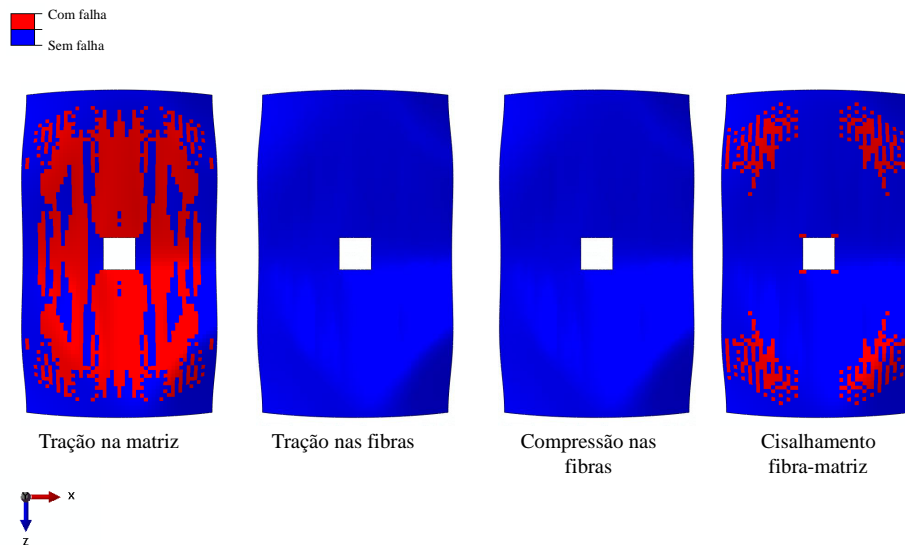
A carga máxima obtida para a curva sem dano é de 110,0 kN no encurtamento de 2,13 mm. Para a análise com o dano, a carga máxima é de 105,6 kN e é localizada em 2,04 mm. A primeira ocorrência da falha por cisalhamento fibra-matriz é em 1,92 mm e a falha por tração na matriz tem a primeira incidência em 2,1 mm.

Apesar de não possuir falhas nas fibras, as curvas de C_9 possuem um comportamento heterogêneo após a propagação do dano causado pelas falhas, em que a curva com dano possui uma queda acentuada no início do regime de pós flambagem e a curva sem dano apresenta uma queda com menor intensidade até o fim do deslocamento.

A última configuração analisada é a C_{10} , composta por lâminas de 90° ao longo do empilhamento. A curva com dano e sem dano divergem antes de atingirem o seus valores máximos de carga.

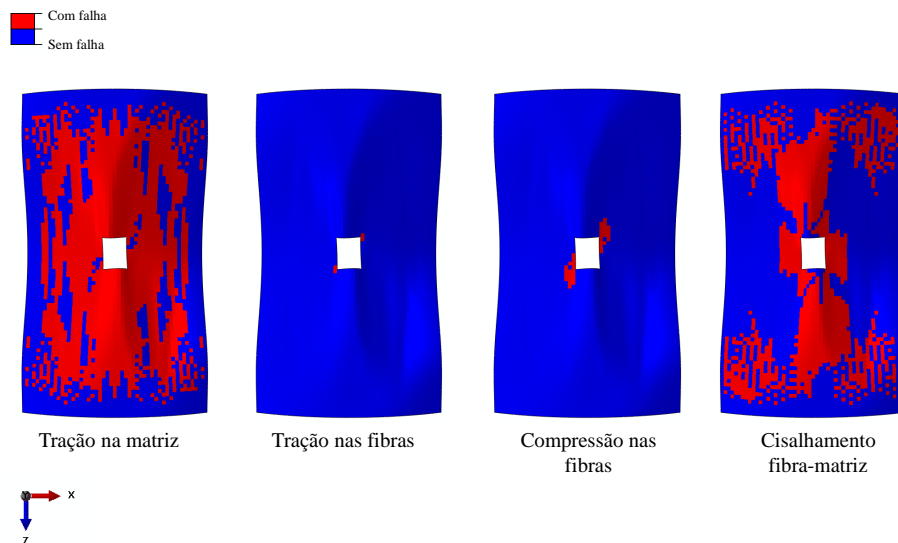
A curva sem dano atinge o valor máximo de 57,8 kN para um encurtamento de 3,57 mm e a curva com dano possui uma carga máxima de 53,3 kN em 2,64 mm. A primeira ocorrência de falha é do tipo tração na matriz, em 2,4 mm. O outro modo de falha presente é o de cisalhamento entre fibra e matriz, em 2,76 mm, que muda o comportamento da curva após sua propagação, reduzindo abruptamente a rigidez do painel.

Figura 18 – Regiões com incidência dos modos de falha para um deslocamento de 4,24 mm em C₈.



Fonte: Autoria própria.

Figura 19 – Regiões com incidência dos modos de falha para um deslocamento de 4,31 mm em C₈.

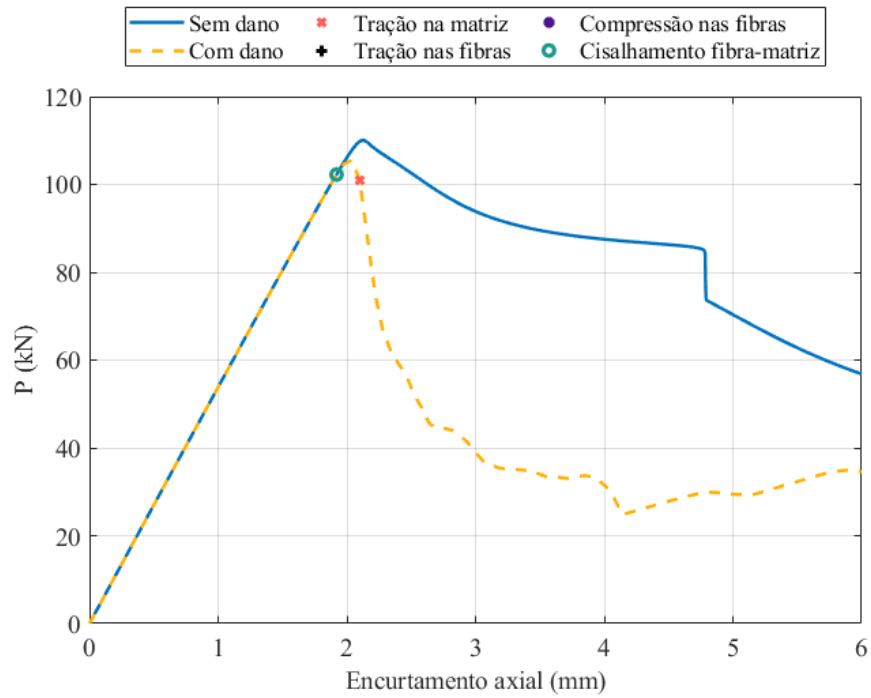


Fonte: Autoria própria.

Enquanto a curva sem dano atinge um valor de 50 kN para o deslocamento máximo de 6 mm, a curva com dano encerra com uma carga de 7,7 kN, sendo mais um caso em que a consideração do modelo de dano progressivo muda o comportamento do painel antes de atingir a carga máxima.

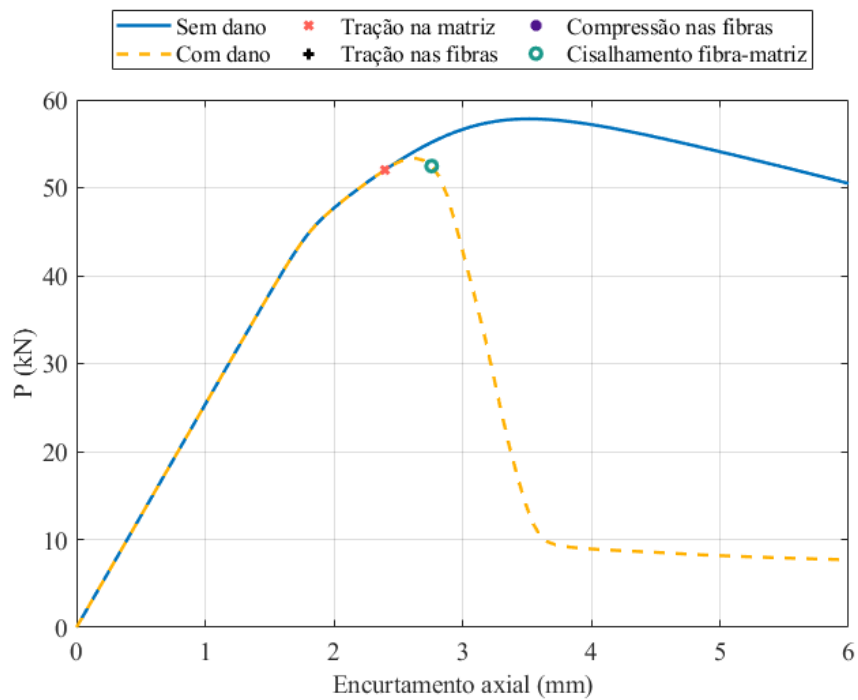
A partir dos resultados encontrados, é possível identificar a relevância na consideração dos critérios de falha e dano progressivo no dimensionamento do painel, principalmente nas estruturas menos suscetíveis à flambagem, que neste caso são as de 32 lâminas. O comportamento das curvas é similar ou igual para as configurações de C₁ a C₅ e divergente para as configurações de C₆ a C₁₀, em alguns casos antes da flambagem iniciar.

Figura 20 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C_9 .



Fonte: Autoria própria.

Figura 21 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para a configuração C_{10} .



Fonte: Autoria própria.

4.2 Cilindro com Furo Central

A segunda análise realizada é uma estrutura cilíndrica com furo circular central submetido à um carregamento compressivo axial.

4.2.1 Modelo de Elementos Finitos do Cilindro com Furo Central

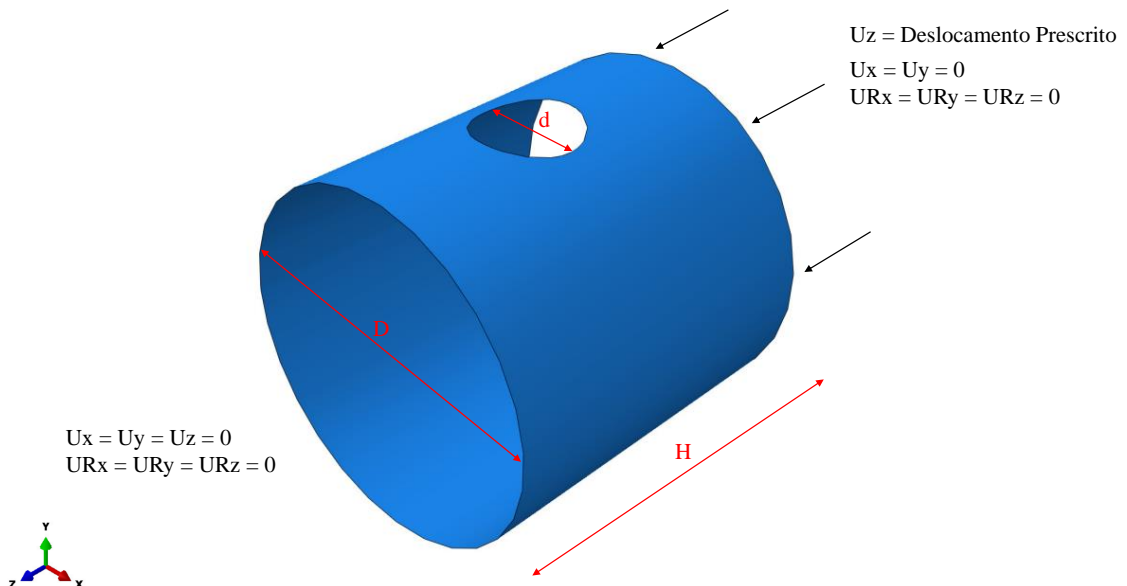
A estrutura foi inicialmente proposta por Arbelo *et al.* (2015) e suas dimensões do cilindro estão apresentadas na Tabela 8, em que H é a altura do cilindro, D representa o diâmetro do cilindro e d o diâmetro do furo central.

Tabela 8 – Dimensões do cilindro

Dimensão	Valor (mm)
H	510
D	500
d	150

As condições de contorno são apresentadas na Figura 22. O painel é engastado em uma das extremidades e sofre um deslocamento axial prescrito na outra, estando preso para os deslocamentos e rotações em outras direções. As demais regiões são livres.

Figura 22 – Condições de contorno do cilindro com furo circular central.



Fonte: Autoria própria.

Para este estudo foi adaptada a configuração proposta em Arbelo *et al.* (2015), em que tanto o material quanto o empilhamento foram modificados.

Para a sequência de empilhamento foram utilizadas 16 lâminas de 0,125 mm de espessura, orientadas de maneira balanceada e simétrica: $[0 \pm 45 90]_{2s}$.

O material é alterado em relação àquele utilizado devido à falta de propriedades de falha no artigo original, impossibilitando a introdução do modelo de dano progressivo. Desta forma, o material é modificado para um estrutura do tipo sanduíche, em que as duas lâminas superiores e as duas inferiores são compostas por fibras de carbono com matriz de resina epóxi e as lâminas do meio por fibras de vidro com matriz de resina epóxi. As propriedades dos materiais foram as mesmas utilizadas por Vummadisetti e Singh (2020) e são apresentadas nas Tabelas 9 (Carbono-Epóxi) e 10 (Vidro-Epóxi).

Tabela 9 – Propriedades das lâminas de grafite-epóxi

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
E_{11} (GPa)	69,1	X_t (MPa)	1150
E_{22} (GPa)	5,46	X_c (MPa)	840
ν_{12}	0,25	Y_t (MPa)	26
G_{12} (GPa)	2,73	Y_c (MPa)	36
G_{13} (GPa)	2,73	S_{12} (MPa)	18
G_{23} (GPa)	1,37		

Tabela 10 – Propriedades das lâminas de vidro-epóxi.

Propriedade	Valor	Propriedade	Valor
E_{11} (GPa)	24,3	X_t (MPa)	750
E_{22} (GPa)	5,18	X_c (MPa)	680
ν_{12}	0,3	Y_t (MPa)	74
G_{12} (GPa)	2,59	Y_c (MPa)	81
G_{13} (GPa)	2,59	S_{12} (MPa)	40
G_{23} (GPa)	1,29		

Um estudo de convergência da malha é realizado, encontrando a quantidade de 12737 elementos do tipo casca com 4 nós (S4R).

4.2.2 Resultados das Análises de Dano Progressivo no Regime de Pós-Flambagem do Cilindro com Furo Central

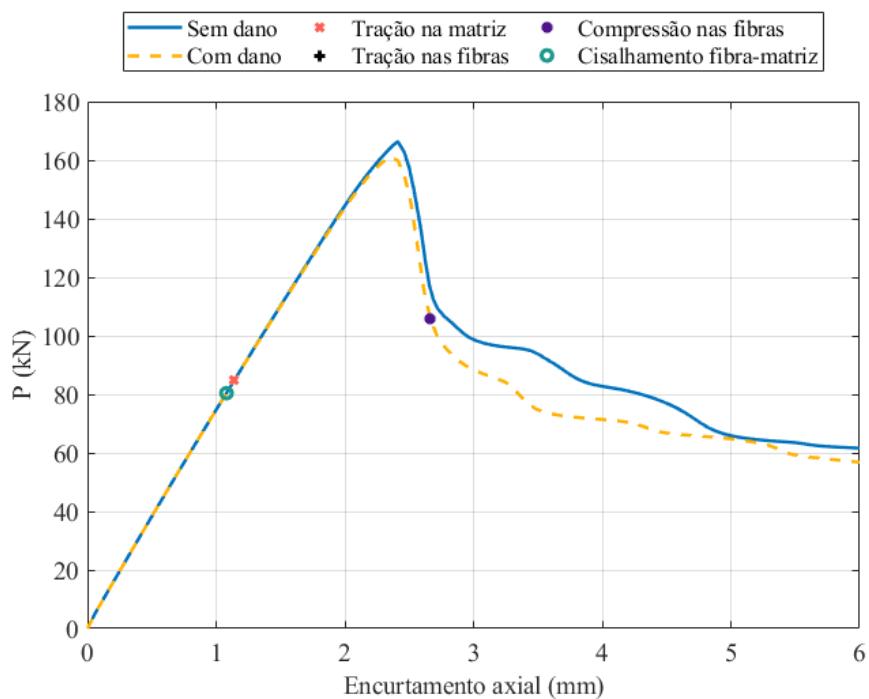
Com a construção do modelo finalizada, a primeira análise realizada é a de flambagem linear, em que se obteve os modos de flambagem. Após isso é introduzida uma imperfeição geométrica no painel equivalente a 10% do primeiro modo de flambagem. Esta imperfeição é adicionada para provocar uma perturbação na estrutura, com o objetivo de evitar a instabilidade estrutural na análise não linear. Para concluir, são realizadas duas análises estáticas não lineares de grandes deslocamentos, uma sem o modelo redução de rigidez de Chang-Lessard e a outra com, com o objetivo de avaliar o comportamento da estrutura sanduíche no regime de pós-flambagem com a consideração do dano progressivo.

O resultado obtido da análise é apresentado na curva *versus* deslocamento na Figura 23. A curva com dano e sem dano possuem divergências logo no início do regime de pós-

flambagem. A curva sem dano atinge a carga máxima de 166 kN em um deslocamento de 2,41 mm, enquanto a curva com dano atinge um máximo de 161 kN no deslocamento de 2,38 mm.

A primeira falha encontrada é do tipo cisalhamento entre fibra e matriz, no deslocamento de 1,08 mm e, logo em seguida, ocorre a primeira falha por tração na matriz, em 1,14 mm. A propagação dessas falhas começa a influenciar a redução da rigidez da estrutura e no valor do pico da flambagem, modificando o comportamento entre as curvas. A falha por tração nas fibras não é observada nessa estrutura. A primeira ocorrência da falha por compressão ocorre nas fibras é no deslocamento de 2,66 mm e isso aumenta a divergência entre as curvas devido ao dano progressivo.

Figura 23 – Curva força versus deslocamento do regime de pós-flambagem do painel para o cilindro com furo circular central.



Fonte: Autoria própria.

O uso do modelo do dano progressivo nesta estrutura mostra-se relevante para garantir maior confiabilidade no dimensionamento, em que a estrutura muda seu comportamento logo no início da flambagem. Apesar de pequena, a carga máxima obtida é 3% inferior na curva com dano ao se comparar com a curva sem dano. Além disso, é perceptível a redução de rigidez global do cilindro conforme ocorrerem as falhas.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, uma pesquisa da bibliografia referente às análises estruturais de materiais compósitos laminados foi realizada, incluindo desde as leis constitutivas até uma teoria de dano progressivo. Devido às instabilidades estruturais que estruturas compósitas laminadas possuem, se faz necessário a consideração da não-linearidade de grandes deslocamentos e de critérios de falha nos modelos, para garantir maior confiabilidade em seus dimensionamentos.

Foi investigado o fenômeno da pós-flambagem com a influência do uso de um modelo de dano progressivo para um painel curvo e para um cilindro.

Para o painel curvo, inicialmente duas análises foram realizadas e comparadas com os resultados disponíveis na literatura. A primeira foi a de flambagem linear, obtendo-se um valor de 21,14 kN para a carga de flambagem. A segunda análise foi do tipo estática não-linear de grandes deslocamentos, onde foi possível identificar o comportamento no regime de pós-flambagem do painel. Ambas análises tiveram excelentes correlações com resultados disponíveis na literatura.

Após a validação do modelo, introduziu-se um modelo de dano progressivo na análise e estudou-se dez configurações diferentes do painel, variando a sequência de empilhamento e quantidade total de lâminas, com o objetivo de comparar a resposta do painel considerando ou não o dano.

Os resultados obtidos nas análises de configurações utilizando a mesma quantidade de lâminas do que a original mostraram que as curvas de força *versus* deslocamento sem dano e com dano ficaram próximas, em que as falhas se propagavam já no regime de pós-flambagem. Nestas análises somente as falhas do tipo tração na matriz e cisalhamento fibra-matriz estão presentes. Os resultados mostram que com a espessura original o painel não gera estados de tensões suficientes para a ocorrência de falhas nas fibras, devido à sua alta esbeltez.

Para as configurações considerando o dobro de quantidades de lâminas, todos os modos de falha ocorreram, sendo possível identificar que as repostas ao carregamento mudam após a introdução do dano. Para os casos das configurações que consideraram somente lâminas com $\pm 45^\circ$ ou 90° em sua sequência de empilhamento tiveram comportamentos divergentes antes do início da flambagem, devido à propagação de falhas. As demais configurações também tiveram respostas divergentes quando se compara a consideração ou não do dano.

Para o cilindro, utilizou-se um modelo disponível na literatura e realizaram-se adaptações no material para possibilitar a inclusão do dano progressivo. Dois materiais foram utilizados na configuração de sanduíche, onde as duas lâminas superiores e inferiores são compostas de fibra de carbono com matriz de resina epóxi e as lâminas do meio são compostas de fibra de vidro com resina epóxi. Inicialmente uma análise de flambagem linear foi realizada para a introdução de uma imperfeição geométrica no modelo. Após isso duas análises de pós-flambagem são realizadas, uma sem considerar o dano progressivo e outra com. As curvas de força *versus* deslocamento das duas análises são comparadas e é possível perceber a perda da rigidez

global da estrutura devido à propagação das falhas. A carga máxima de flambagem obtida na curva com dano é 3% inferior à curva dano. Falhas por tração na matriz, cisalhamento entre fibra e matriz e compressão nas fibras ocorrem nesta análise.

Portanto, conclui-se que a utilização do modelo do dano progressivo é relevante para o dimensionamento de estruturas deste tipo, devido às naturezas das aplicações em que estão presentes. Dimensionar somente pela carga crítica de flambagem ou carga máxima em pós-flambagem pode não prever uma falha que acontece no regime linear, sendo possível que esta falha mude completamente a resposta estrutural do painel. Para os casos em que o dimensionamento considera a resposta no regime em pós-flambagem, o estudo mostra que é necessário a consideração do modelo do dano para garantir a acuracidade e prever grandes quedas de rigidez que as falhas ocasionam.

Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo do modelo do dano progressivo em outros tipos de estruturas, como a de painéis com reforços. Sugere-se também realizar análises considerando o efeito da delaminação combinando com o modelo de dano progressivo. Outro tema a ser desenvolvido é a utilização do modelo em estudos de otimização estrutural. Por fim, propõe-se utilizar outros critérios de dano progressivo, como o critério de Puck e Schürmann (2004).

REFERÊNCIAS

- AMBUR, D. R. *et al.* Progressive failure analyses of compression-loaded composite curved panels with and without cutouts. **composite structures**, Elsevier, v. 65, n. 2, p. 143–155, 2004.
- AMBUR, D. R.; JAUNKY, N.; HILBURGER, M. W. Progressive failure studies of stiffened panels subjected to shear loading. **Composite structures**, Elsevier, v. 65, n. 2, p. 129–142, 2004.
- ARAICO, J. A.; ALBERDI, I. O. D. Z.; ARRIBAS, F. R. Postbuckling degradation fe analysis of stiffened composite panels. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, World Scientific, v. 10, n. 04, p. 645–668, 2010.
- ARBELO, M. A. *et al.* Investigation of buckling behavior of composite shell structures with cutouts. **Applied Composite Materials**, Springer, v. 22, n. 6, p. 623–636, 2015.
- BARBERO, E. J. **Introduction to composite materials design**. [S.l.]: CRC press, 2010.
- CHANG, F.-K.; LESSARD, L. B. Damage tolerance of laminated composites containing an open hole and subjected to compressive loadings: Part i—analysis. **Journal of Composite Materials**, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 25, n. 1, p. 2–43, 1991.
- GOYAL, V. K. *et al.* Intralaminar and interlaminar progressive failure analyses of composite panels with circular cutouts. **Composite Structures**, Elsevier, v. 64, n. 1, p. 91–105, 2004.
- HASHIN, Z. Failure criteria for unidirectional fiber composites. **Journal of applied mechanics**, American Society of Mechanical Engineers, v. 47, n. 2, p. 329–334, 1980.
- HILL, R. **The mathematical theory of plasticity**. [S.l.]: Oxford university press, 1998. v. 11.
- JONES, R. M. **Mechanics of composite materials**. 3. ed. [S.l.]: Taylor & Francis, Philadelphia, 1999.
- KAPIDŽIĆ, Z.; NILSSON, L.; ANSELL, H. Finite element modeling of mechanically fastened composite-aluminum joints in aircraft structures. **Composite structures**, Elsevier, v. 109, p. 198–210, 2014.
- KASSAPOGLOU, C. **Design and Analysis of Composite Structures: With Applications to Aerospace Structures**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 47.
- KOIDE, R. **Aplicação de regressão de vetores de suporte na otimização em flambagem e pós-flambagem de estruturas compósitas laminadas**. 2016. Tese (Doutorado) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2016.
- LEISSA, A. Buckling of composite plates. **Composite Structures**, Elsevier, v. 1, n. 1, p. 51–66, 1983.
- MENDONÇA, P. d. T. R. de. **Materiais compostos e estruturas-sanduiche: projeto e análise**. [S.l.]: Manole, 2005.
- ORIFICI, A. C.; HERSZBERG, I.; THOMSON, R. S. Review of methodologies for composite material modelling incorporating failure. **Composite structures**, Elsevier, v. 86, n. 1-3, p. 194–210, 2008.
- PUCK, A.; SCHÜRMAN, H. Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. In: **Failure criteria in fibre-reinforced-polymer composites**. [S.l.]: Elsevier, 2004. p. 832–876.

SABIK, A.; KREJA, I. Stability analysis of multilayered composite shells with cut-outs. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, Elsevier, v. 11, n. 1, p. 195–207, 2011.

SIMULIA. **ABAQUS/standard User's Manual 6.14**. [S.l.: s.n.], 2012.

TSAI, S. W.; WU, E. M. A general theory of strength for anisotropic materials. **Journal of composite materials**, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 5, n. 1, p. 58–80, 1971.

VUMMADISETTI, S.; SINGH, S. Buckling and postbuckling response of hybrid composite plates under uniaxial compressive loading. **Journal of Building Engineering**, Elsevier, v. 27, p. 101002, 2020.

ANEXO A – Sub-rotina USDFLD

```

SUBROUTINE
USDFLD(FIELD,STATEV,PNEWDT,DIRECT,T,CELENT,TIME,DTIM
E,
    1
CMNAME,ORNAME,NFIELD,NSTATV,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KS
TEP,KINC,
    2 NDI,nshr,coord,jmac,jmtyp,matlayo,laccflg)
C
    INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
C MATERIAL AND STRENGTH PARAMETERS
    PARAMETER(YT=48,XC=1480,YC=200,SC=79,XT=1950)
    PARAMETER(G12=6.4D3)
C
    CHARACTER*80 CMNAME,ORNAME
    CHARACTER*3 FLGRAY(15)
    DIMENSION
FIELD(NFIELD),STATEV(NSTATV),DIRECT(3,3),T(3,3),TIME(2),
    * coord(*),jmac(*),jmtyp(*)
    DIMENSION ARRAY(15),JARRAY(15)
C
C INITIALIZE FAILURE FLAGS FROM STATEV.
    MFT = STATEV(1)
    FFT = STATEV(2)
    FFC = STATEV(3)
    FMS = STATEV(4)
C
C GET STRESSES FROM PREVIOUS INCREMENT
    CALL GETVRM('S',ARRAY,JARRAY,FLGRAY,jrcd,

```

```

$  jmac, jmtyp, matlayo, laceflg)
S11 = ARRAY(1)
S22 = ARRAY(2)
S12 = ARRAY(4)
CALL GETVRM('E',ARRAY,JARRAY,FLGRAY,jrcd,
$  jmac, jmtyp, matlayo, laceflg)
E12 = ARRAY(4)
C
C MATRIX TENSILE FAILURE
  IF (MFT .LT. 1.D0) THEN
    IF (S22 .LT. 0.D0) THEN
      MFT = 0
    ELSE
      MFT = (S22/YT)**2+(S12/SC)**2
    ENDIF
    STATEV(1) = MFT
  ENDIF
C
C FIBER FAILURE TENSION
  IF (FFT .LT. 1.D0) THEN
    IF (S11 .LT. 0.D0) THEN
      FFT = 0
    ELSE
      FFT = SQRT(S11**2/XT**2)
    ENDIF
    STATEV(2) = FFT
  ENDIF

```


C FIBER FAILURE COMPRESSION

IF (FFC .LT. 1.D0) THEN

IF (S11 .LT. 0.D0) THEN

FFC = SQRT(S11**2/XC**2)

ELSE

FFC = 0

ENDIF

STATEV(3) = FFC

ENDIF

C FIBER-MATRIX SHEAR FAILURE

IF (FMS .LT. 1.D0) THEN

FMS = SQRT(S12**2/SC**2)

STATEV(4) = FMS

ENDIF

C UPDATE FIELD VARIABLES

C

FIELD(1) = 0.D0

FIELD(2) = 0.D0

FIELD(3) = 0.D0

FIELD(4) = 0.D0

IF (MFT .GE. 1.D0) FIELD(1) = 1.D0

IF (FFT .GE. 1.D0) FIELD(2) = 1.D0

IF (FFC .GE. 1.D0) FIELD(3) = 1.D0

IF (FMS .GE. 1.D0) FIELD(4) = 1.D0

C

RETURN

END