

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e
Tecnológica

O ensino de Álgebra nos Anos Iniciais do
Ensino Fundamental: uma proposta para
a formação continuada de professores

Anderson Minosso – Autor

Dr.^a Maria Lucia Panossian – Orientadora

Curitiba, PR
2023

DESCRIÇÃO TÉCNICA DO PRODUTO EDUCACIONAL

Nível de Ensino a que se destina o produto: Educação Básica.

Área de Conhecimento: Ensino.

Público-alvo: Professores da Educação Básica.

Categoria deste produto: Material Didático/Instrucional (PTTI).

Finalidade: Auxiliar professores no ensino de álgebra, em especial em turmas dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Organização do produto: O produto está organizado em seis capítulos, com a intenção de apresentar o fundamento teórico-metodológico que guiou a constituição do curso de formação continuada de professores que ensinam álgebra nos Anos Iniciais, a partir do qual foram constituídos os dados de análise da pesquisa de doutoramento.

Registro de Propriedade Intelectual: Licença Creative Commons.

Disponibilidade: Irrestrita, desde que mantido respeito à autoria do produto, mas vedado o uso comercial por terceiros.

Divulgação: Meio digital ou impresso ou os dois.

Produto disponível na página de produções acadêmicas do PPGFCET:

<http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/2105>.

Processo de validação: Validado na banca de defesa da tese, com aprovação do Comitê de Ética da UTFPR sob o registro (CAAE) nº 40450420.2.0000.5547 e Parecer nº 4.549.134.

Processo de aplicação: Desenvolvido por meio da oferta e análise dos dados constituídos em um curso de formação continuada com professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e durante as ações de estudo do doutoramento.

Origem do produto: Tese de doutoramento intitulada “**Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por professores dos anos iniciais do ensino fundamental em um curso *online***”, desenvolvida no Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), *Campus* Curitiba, PR, associado à linha de pesquisa “Práticas Pedagógicas e Formação de Professores em Ensino de Ciências e Matemática”.



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es) e que licenciem as novas criações sob termos idênticos. Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

Sobre o autor



Anderson Minosso é licenciado em Matemática pelo Instituto Federal Catarinense – *Campus* Concórdia, SC, especialista em Metodologia do ensino de Matemática e Física pelo Centro Universitário Internacional Uninter, mestre em Educação Básica pela Universidade do Alto Vale do Rio do Peixe (Uniarp) e doutor pelo Programa de Pós-graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

Lattes:  <http://lattes.cnpq.br/6296609983058434>.

APRESENTAÇÃO

O presente Produto Educacional é oriundo da tese de doutoramento **Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por professores dos anos iniciais do ensino fundamental em um curso *online***, organizada em seis capítulos, que apresentam, de forma sucinta, elementos teóricos e metodológicos desenvolvidos para constituição dos dados da pesquisa, isto é, o curso de formação continuada.

A pesquisa foi guiada pelo objetivo de **analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem**. Para alcançar esse objetivo, foi desenvolvido um curso de formação continuada com professores atuantes dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, que teve duração de 30 horas e foi constituído por tarefas síncronas e assíncronas, denominado **Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?**

Para o desenvolvimento do processo formativo, utilizou-se o Ambiente Virtual de Aprendizagem – Moodle UTFPR e a plataforma de *webconferência* Google Meet para a realização das tarefas síncronas e assíncronas em cada módulo.



Martin Dougiamas, foi o criador do ambiente em 1999 por meio de uma comunidade virtual.
Moodle (2020)

© itesgilk.com

Nesse sentido, este produto é um compilado do material apresentado no curso de formação, posteriormente reformulado, que poderá ser utilizado como proposta para formação continuada de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, bem como como suporte norteador para grupos de estudo entre professores.

Para alcançar essa intenção, o Produto Educacional foi organizado em seis capítulos:

- ✚ I. **INTRODUÇÃO:** Busca apresentar aspectos gerais da pesquisa e as condições de desenvolvimento do curso de formação continuada que originou o Produto Educacional;
- ✚ II. **NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA:** A organização deste capítulo centra-se em apresentar a compreensão da álgebra e de seu ensino considerada pelo pesquisador para elaboração e sistematização do curso de formação continuada;

- ✚ III. O CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA: Apresenta como as tarefas foram conduzidas e sistematizadas;
- ✚ IV. O JOGO PEGA-VARETAS: UMA SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM: Sistematiza e conceitua as Situações Desencadeadoras de Aprendizagem e como estas foram consideradas para a constituição dos dados, em especial na utilização do jogo pega-varetas, utilizado para constituição do segundo módulo do curso de formação continuada;
- ✚ V. ENCONTROS SÍNCRONOS E O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO: Evidencia a importância do desenvolvimento das ações no coletivo e a importância deste procedimento para o desenvolvimento do pensamento algébrico;
- ✚ VI. NÃO PARA CONCLUIR, MAS PARA ABRIR POSSIBILIDADES: Não apresenta conclusões, e sim as possibilidades de sínteses constituídas com o desenvolvimento do curso de formação continuada.

No decorrer deste material, serão apresentados diferentes recursos (como o ícone de sugestão ao lado, sobre os Produtos Educacionais) que podem ser acessados, como vídeos, textos complementares, *hiperlinks* e indicação das pesquisas associadas ao ensino de matemática e, em especial, à álgebra nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que compuseram o *corpus* da pesquisa.

SUGESTÃO de leitura: Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores, de Ivanise Maria Rizzatti, entre outros. Clique **AQUI**.

Espera-se que este Produto Educacional auxilie professores, escolas, acadêmicos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, gestores escolares, mestrandos e doutorandos dos programas de pós-graduação a terem uma proposta de formação e estudo que associe a álgebra e seu ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Ótimo estudo a todos!

SUMÁRIO

I. INTRODUÇÃO	7
II. NEXOS CONCEITUAIS DA ÁLGEBRA	9
III. O CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA	15
IV. O JOGO PEGA-VARETAS: UMA SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM	22
V. ENCONTROS SÍNCRONOS E O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO	25
VI. NÃO PARA CONCLUIR, MAS PARA ABRIR POSSIBILIDADES!	30

I. INTRODUÇÃO

O presente Produto Educacional (PE) é parte integrante da pesquisa de doutorado **Indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por professores dos anos iniciais do ensino fundamental em um curso *online***, que teve início no segundo semestre de 2019 e foi finalizada no segundo semestre de 2023.

Os PEs são interligados às pesquisas desenvolvidas “[...] na modalidade Profissional, diferentemente da modalidade Acadêmica, os discentes precisam desenvolver um Produto/Processo Educacional (PE) que necessita ser aplicado em um contexto real, podendo ter diferentes formatos” (Rizzatti *et al.*, 2020, p. 2). Silva e Sousa (2010, p. 2) entendem que o Produto Educacional

[...] está ligado ao que se diz respeito às metodologias de aplicação em sala de aula, de recursos didáticos já prontos, ao processo de adaptação de materiais para esta aplicação, ao planejamento de currículo, ou seja, tudo que possa vir a ter influência direta na prática do professor em sala de aula.

Uma de suas finalidades é desenvolver, de algum modo, estratégias ou metodologias de ensino diversificadas, abordando um determinado conteúdo, um aplicativo, um Ambiente Virtual de Aprendizagem, enfim, um processo ou produto com finalidade educacional e que implemente, em condições reais, na sala de aula, em espaços formais ou informais de ensino, os resultados de seus estudos, contribuindo com as práticas pedagógicas dos profissionais atuantes na educação.

Nesse sentido, a pesquisa foi desenvolvida com professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, guiada pelo seguinte problema: **como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada online?** Como hipótese, propôs-se que **os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual, e os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.**

Para conduzir a busca pela resposta à indagação, guiamo-nos pelo objetivo de **analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem.**

Os dados foram constituídos a partir do desenvolvimento e da oferta de um curso de formação continuada para professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais em âmbito nacional, com chamada para inscrição divulgada em grupos de Facebook voltados ao ensino de matemática para esse segmento de ensino.

O curso de formação continuada, registrado como ação de extensão pela UTFPR, foi denominado **Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?** e ocorreu nos meses de maio e junho de 2021, organizado em três módulos. Na realização do curso, os participantes vivenciaram diferentes tarefas individuais e coletivas, que foram propostas de forma assíncrona e síncrona.

Para as tarefas síncronas foi utilizada a plataforma de *webconferência* Google Meet institucional da UTFPR.

Para constituição do curso, foi utilizada como princípio teórico e metodológico a Atividade

Orientadora de Ensino (AOE). A atividade de ensino-aprendizagem foi estruturada na AOE, de modo a fazer com que os sujeitos envolvidos “[...] interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema” (Moura, 2012, p. 155), que, no caso dos professores, é o planejamento de uma situação associando a álgebra e seu ensino.

O PE está organizado em seis capítulos, conforme descrito na apresentação, com ícones de acesso a materiais extras, vídeos, *podcast* e sugestões de estudo.

Espera-se que este PE seja utilizado para estudo e formação continuada de professores, bem como de fonte de pesquisa em programas de pós-graduação, na formação inicial de professores que ensinam matemática (Licenciandos em Matemática e Pedagogia), por gestores escolares, enfim, por toda comunidade que objetiva aprofundar seu conhecimento no que concerne à álgebra e ao seu ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

SUGESTÃO de leitura: **Ações mediadoras de desenvolvimento do pensamento teórico em uma formação continuada remota e síncrona de professores do Ensino Fundamental I**, de Alex Garcia Smith Ângelo e Vanessa Dias Moretti. Clique **AQUI**.

II. NEXOS CONCEITUAIS DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO

O conhecimento algébrico é compreendido por muitos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e até mesmo por professores e estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, como o conjunto de procedimentos necessários à resolução de um determinado exercício, uma equação ou uma função, por exemplo.

Uma possibilidade didática para organizar o ensino priorizando não os aspectos procedimentais, mas sim os **nexos conceituais** e as necessidades do conhecimento é deixar-se guiar pela premissa didática do movimento lógico-histórico (Sousa, 2018). Nessas lentes teóricas, o conhecimento não é visto como algo pronto e acabado, mas sim em movimento, apresentando as angústias, necessidades e imperfeições das diferentes gerações que constituíram seus conceitos.

SUGESTÃO de leitura: **O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática**, de Maria do Carmo de Sousa. Clique [AQUI](#).

Compreender o movimento lógico-histórico da vida é compreender que todo conhecimento contém angústias, medos, aflições, ousadias, inesperados, novas qualidades, conflitos entre o velho e o novo, entre o passado e o futuro. É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser. (Sousa, 2018, p. 45).

Radford (2017b) afirma que o conhecimento é colocado em movimento no trabalho conjunto dos sujeitos, no qual os saberes são atualizados em conhecimento. Esses saberes aparecem sensorialmente por diferentes ações, percepções, símbolos, gestos, sons e linguagens, isto é, diferentes **meios semióticos**.

Meios semióticos:
compreende-se como as representações, que levam em conta os signos sob todas as formas e manifestações que assumem, linguísticas ou não.

Não se pretende apresentar a história cronológica do conhecimento algébrico, mas sim destacar momentos de seu movimento de constituição revelado historicamente, o qual evidencia-se por meio dos nexos conceituais que embasam o seu desenvolvimento.

A essência de um objeto de conhecimento científico, no caso aqui da álgebra, não se apresenta em sua forma mais desenvolvida em todas as fases históricas, podendo ser reconhecida em alguns momentos da experiência humana apenas em uma fase embrionária. Isso porque essa relação teórica essencial também se modifica e se aprofunda na medida em que o conhecimento se desenvolve. (Panossian, 2014, p. 84)

Para compreender a essência do conhecimento algébrico, é necessário recorrer constantemente ao movimento dialético entre o lógico e o histórico:

O lógico e o histórico estão em unidade e devem ser considerados em estreita relação. A isso deve ser adicionado que é uma unidade na qual o histórico, isto é, o mundo objetivo em desenvolvimento, determina o lógico, e na qual o lógico é um reflexo do histórico, é derivado com respeito a ele. (Rosental; Straks, 1960, p. 324).

Assim, “[...] ao considerarmos a unidade dialética apresentada no lógico-histórico do

→ **SUGESTÃO** de leitura: **O movimento lógico-histórico em atividades de ensino de matemática: unidade dialética entre ensino e aprendizagem**, de Maria do Carmo de Sousa e Manoel Oriosvaldo de Moura. Clique [AQUI](#).

movimento do pensamento, defendemos a ideia de que esse movimento, durante toda sua existência, procura se aproximar do movimento que compõe o objeto de estudo” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 89). A aproximação do hoje com o ontem, do passado com o presente, do pensamento individual com o social, resolve-se com a compreensão da essência do

conhecimento, em especial do algébrico, ao se adotar as categorias do lógico e do histórico.

Ao considerar o movimento histórico-lógico como uma possibilidade para o processo de organização do ensino, caminha-se em um viés diferente do processo tradicional de ensino, no qual o estudante é receptor do conhecimento passado pelo professor.

→ **SUGESTÃO** de leitura: **O movimento lógico-histórico na formação de professores e nas práticas de sala de aula**, de Ana Paula Gladcheff Munhoz e colaboradores. Clique [AQUI](#).

Nesse movimento, no processo de organização do ensino, em especial da álgebra, o conhecimento é considerado em seu desenvolvimento, e os estudantes, em um trabalho conjunto com o professor, vivenciam tarefas que apresentam necessidades, angústias e imperfeições que lhes possibilitam compreender, de uma forma humanizada, que este conhecimento não é o único, nem está pronto e acabado.

Em outras palavras, colocam-se os sujeitos no movimento da vida e do conhecimento, o qual é despertado por ações coletivas que geram a necessidade do conceito

em sua gênese. “É compreender que a totalidade do conhecimento é o próprio movimento da realidade objetiva que sempre estará por vir a ser” (Sousa, 2018, p. 45).

Uma aproximação a esse movimento pode ser associada ao que a Teoria da Objetivação (TO) (Radford, 2017a) denomina de *labor conjunta*, que se trata de uma forma de integração coletiva entre professores e estudantes, com vistas a atingir um único objetivo, de forma que haja cooperação humana para apropriação e aprimoramento do conhecimento. O professor, mesmo tendo seu papel definido, quando participa do *labor conjunta*, também “[...] está em formação trabalhando ombro a ombro” (Radford, 2017b, p. 138), com os estudantes.

→ **SUGESTÃO** de leitura:
Aspectos conceituais e práticos da teoria da objetivação, de Luis Radford. Clique [AQUI](#).

Pode-se inferir que a possibilidade didática de considerar o movimento lógico-histórico do conhecimento e o *labor conjunta* da TO geram possibilidades de organização do ensino que potencializam os processos de objetivação dos **nexos conceituais** do conhecimento algébrico, compreendidos “[...] como o elo entre as formas de pensar o conceito, que não coincidem, necessariamente, com as diferentes linguagens do conceito” (Sousa, Panossian; Cedro, 2014, p. 96), e que se “[...] apresentam no movimento do pensamento tanto daquele que ensina como daquele que aprende” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 97).

Sousa (2018) evidencia alguns possíveis **nexos conceituais** do conhecimento algébrico, posteriormente ampliados por Panossian (2014, 2008) e aqui sintetizados:

(a) Reconhecimento das grandezas variáveis:

Moura *et al.* (2019, p. 5) explicam que “[...] a grandeza pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada”. Esse conhecimento evoluiu conforme o desenvolvimento humano e possibilita a compreensão da qualidade atribuída a uma quantidade. Por exemplo, no tempo das cavernas contava-se a quantidade de animais caçados, e os registros eram feitos nas paredes da caverna; na contemporaneidade, é possível registrar em Gigabyte determinada quantidade de dados armazenada em um *pendrive*.

(b) Movimento e fluência dos fenômenos

Reconhecer a fluência e o movimento dos fenômenos possibilita a compreensão das relações existentes na realidade objetiva, ou seja, é possível entender as infinitas relações que acarretam as modificações desta mesma realidade, isto é, todas as coisas estão em constante movimento e mudança.

Associar a realidade fluente à matemática contribui para explicar os diferentes movimentos regulares, como de figuras geométricas, e as imagens, porém essa “[...] realidade não é composta apenas de movimentos regulares” (Sousa, 2004, p. 133) mas também de movimentos irregulares.

(c) Interdependência das grandezas e dos fenômenos

A realidade está em constante movimento e fluência; possui vários objetos e fenômenos, que atuam de forma direta ou indireta uns sobre os outros. Nesse sentido, pode-se compreender a característica de interdependência da realidade.

Caraça (1951, p. 109), no esforço de compreender a interdependência, afirma, de forma geral, que, no “*Mundo*, toda esta *Realidade* em que estamos mergulhados é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros” (grifo do autor).

(d) Controle das quantidades do concreto sensível

Controlar quantidades, sejam elas discretas ou contínuas, possibilitou que diferentes gerações solucionassem seus problemas, e essas soluções, por sua vez, contribuíram para o aperfeiçoamento da contagem e do sistema de numeração decimal.

Considera-se que o controle das quantidades é um elemento fundamental da Matemática. Os numerais indo-arábicos, usados atualmente, constituem exemplo singular dentre tantos símbolos produzidos pela humanidade em diversos espaços e tempos, que expressam a ideia de número para realizar esse controle de quantidades. (Panossian, 2014, p. 91).

Sousa (2004, p. 66) estabelece a relação do controle de quantidade com o conhecimento algébrico nestes termos: “[...] o pensar algébrico, ao considerar o conceito mais geral do número não pode estar apenas relacionado à presença física e formal do número: o numeral”, isto é, faz-se necessário o conhecimento algébrico para se pensar no número sem a existência do numeral.

(e) Variável

Sousa (2004, p. 80) compreende que a “[...] variável é a fluência, o próprio movimento, fluxo do pensamento. Sua constituição considera os pensamentos do campo numérico e geométrico”. Panossian, Moretti e Sousa (2017, p. 147) complementam essa concepção explicando que a ideia de variável está associada a uma determinada situação, que trata de “[...] estabelecer a relação entre grandezas e, portanto, é necessário considerar que elas variam: essa situação remete-se à variável”.

(f) Campo de variação

A ideia de campo de variação está associada ao conjunto numérico que será considerado para expressar a variação de uma determinada grandeza, podendo essa ser no conjunto dos números naturais, inteiros ou complexos, por exemplo.

(g) Linguagem

A linguagem pode ser considerada um fenômeno que “[...] constitui uma particularidade determinante para a constituição da álgebra” (Panossian, 2021, p. 277). A linguagem simbólica apresenta avanços para a álgebra e seu ensino, desde que seja a ela atribuída sentido. Mas pode-se considerar que diferentes formas da linguagem foram utilizadas na experiência humana para representar o conhecimento algébrico; ainda que haja controvérsias, alguns autores consideram a linguagem retórica (associada à fase inicial, à escrita das grandezas por palavras, por exemplo), sincopada (realiza a abreviação de palavras com números), geométrica (representação de situações algébricas por meio da geometria – representação de um trinômio quadrado perfeito, por exemplo) e simbólica (representação das grandezas por incógnitas, variáveis ou parâmetros).

(h) Generalização

O processo de generalização consiste no domínio das grandezas de forma geral e se constitui em estratégia para resolução de diferentes situações-problema que se enquadram em determinado caso particular.

Os nexos foram explicitados separadamente, por uma simples organização de apresentação no PE, contudo não são considerados elementos isolados nem estáticos, mas sim inter-relacionados e mutáveis.

Além disso, conduzem à compreensão da relação essencial do conhecimento algébrico, a saber, o estabelecimento de relações entre grandezas variáveis de forma geral (Panossian, 2014), que foi considerado premissa no movimento de constituição do curso de formação continuada.



III. O CURSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA

O curso de formação continuada desenvolveu-se nos meses de maio e junho de 2021 e contou com tarefas¹ síncronas e assíncronas, que foram divididas em três módulos no Ambiente Virtual de Aprendizagem – Moodle UTFPR, conforme apresentado abaixo:

MÓDULO	TAREFAS DESENVOLVIDAS	ORGANIZAÇÃO NO MOODLE
1	Vamos nos conhecer? Álgebra nos Anos Iniciais? Tarefa Síncrona 1 Álgebra na BNCC: Vamos dialogar? Tarefa Síncrona 2;	
2	Instalando o Jogo Pega-Varetas Fórum Dúvidas Tarefa Síncrona 3 – Subgrupos Dialogando sobre o Jogo Pega-Varetas Google Drive Tarefa Síncrona 4 Vamos Sistematizar?	
3	Organizando o Ensino de Álgebra Tarefa Síncrona 5 O que cultivamos?	

“Organização da formação continuada”.

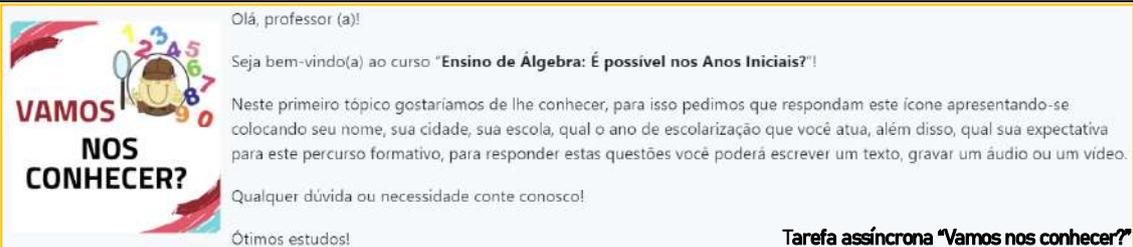
No **primeiro módulo**, buscou-se conhecer os participantes e proporcionar a **troca entre os pares** (professoras-professoras e professoras-pesquisador), com a apresentação das experiências, expectativas, angústias e aflições acerca da álgebra e de seu ensino.

SUGESTÃO de leitura: **Atividade orientadora de ensino: uma experiência utilizando trocas nos anos iniciais**, de Naíse Pereira Cardoso e Jucilene Hundertmarck. Clique [AQUI](#).

¹ Os encontros síncronos foram realizados pelos Google Meet. Para mencionar esses momentos, utilizou-se a terminologia “encontros síncronos” com os participantes, em virtude de ser uma expressão do cotidiano do período do curso, advinda do Ensino Remoto Emergencial (ERE), acarretado pela Covid-19. Neste PE é utilizada a nomenclatura “tarefas síncronas”, pois, como proposto na Teoria da Objetivação, esses momentos permitiram analisar os diferentes meios semióticos, como falas, gestos, olhares e escritas, visto que a “[...] aprendizagem é o processo social, semiótico e corporificado, de discernimento criativo e crítico, familiarização e conversação com formas históricas e culturais de expressão, ação e reflexão” (Morey, 2020, p. 64).

O professor, ao considerar e refletir sobre sua prática, também forma-se (Marco; MOURA, 2016), considerando que lida com seu objeto, isto é, o ensino. Por meio de encaminhamentos orientadores, os participantes da formação foram convidados à reflexão acerca de suas próprias práticas pedagógicas, explicitando as **necessidades** e os **motivos** em relação ao conhecimento algébrico e sua materialização em sala de aula no processo de organização do ensino.

Nesse sentido, visando conhecer os participantes e os motivos que os conduziram ao curso, foi organizada a tarefa assíncrona (fórum) descrita na sequência:



Olá, professor (a)!

Seja bem-vindo(a) ao curso "Ensino de Álgebra: É possível nos Anos Iniciais?!"

Neste primeiro tópico gostaríamos de lhe conhecer, para isso pedimos que respondam este ícone apresentando-se colocando seu nome, sua cidade, sua escola, qual o ano de escolarização que você atua, além disso, qual sua expectativa para este percurso formativo, para responder estas questões você poderá escrever um texto, gravar um áudio ou um vídeo.

Qualquer dúvida ou necessidade conte conosco!

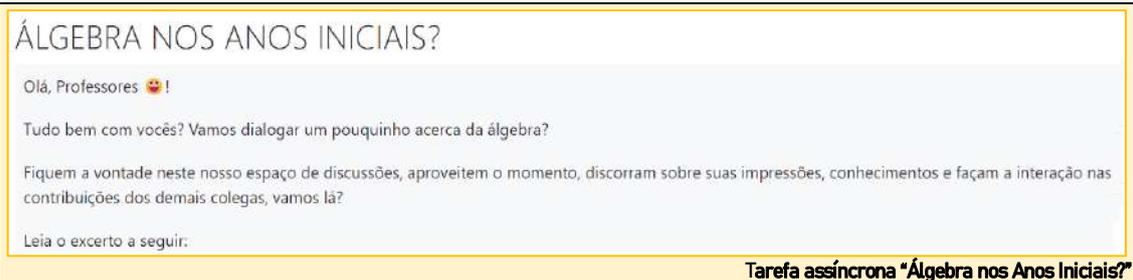
Ótimos estudos!

Tarefa assíncrona "Vamos nos conhecer?"

Esse convite de apresentação poderá ser realizado em um fórum de discussão, onde os sujeitos envolvidos poderão interagir, conhecer uns aos outros, promovendo maior engajamento nas ações que visam colocar em movimento o conhecimento algébrico. Além disso, é possível que o formador (quem está conduzindo o curso) instigue os participantes a realizarem suas apresentações de maneira multimodal, com vídeo, áudio ou texto, por exemplo.

No ícone ao lado (*podcast*), apresentam-se algumas dicas para a organização de uma tarefa assíncrona de apresentação em uma formação  continuada. Para acessar, basta **clicar** na imagem.

Ainda no primeiro módulo do curso, objetivou-se compreender a relação dos sujeitos com o conhecimento algébrico, ou seja, quais as necessidades que estes participantes apresentavam acerca da álgebra e de seu ensino. Assim, foi organizada a segunda tarefa assíncrona (fórum), denominada **Álgebra nos Anos Iniciais?**, conforme apresentado a seguir:



ÁLGEBRA NOS ANOS INICIAIS?

Olá, Professores 🍌!

Tudo bem com vocês? Vamos dialogar um pouquinho acerca da álgebra?

Fiquem a vontade neste nosso espaço de discussões, aproveitem o momento, discorram sobre suas impressões, conhecimentos e façam a interação nas contribuições dos demais colegas, vamos lá?

Leia o excerto a seguir:

Tarefa assíncrona "Álgebra nos Anos Iniciais?"

"Por muito tempo temos escutado e vivenciado que a álgebra deveria ter seu início nos Anos Finais do Ensino Fundamental, ou seja, aqueles conceitos complexos atrelados as incógnitas, equação, inequação e função."

Neste sentido, chegou a sua vez de compartilhar um pouco do seu conhecimento e de suas experiências, vamos lá? Reflita sobre as indagações a seguir e produza por meio de um vídeo ou áudio:

- Quando você estava em período escolar (anos finais) você se recorda sobre os conceitos de função, equação e inequação por exemplo? quais seus sentimentos em relação aos estudos destes conceitos?
- Que aspectos da vida você acha que a álgebra explica e que o número não explica?
- O que você compreende por álgebra nos Anos Iniciais?
- Quais conceitos você acredita que sejam abordados nesta etapa de escolarização (anos iniciais)?
- Existe relação entre número, geometria e álgebra nos Anos Iniciais? Explique.
- Você acredita que já utilizou ou ensinou a álgebra em suas turmas dos anos iniciais? Comente em sua produção (áudio/vídeo)
- o que você sabe sobre a álgebra.

Boa atividade e contem conosco!

Grande abraço,

Tarefa assíncrona "Álgebra nos Anos Iniciais?"

E então? Você já se questionou acerca destes elementos que abarcam o conhecimento algébrico para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Comente no fórum acerca das indagações por áudio, vídeo ou escrita.

Uma possibilidade para colocar em movimento as necessidades dos sujeitos, no que concerne à álgebra e ao seu ensino, é organizar, a partir dos questionamentos acima, uma tarefa assíncrona (ou até mesmo síncrona), na qual os participantes poderão dialogar, apresentando suas dúvidas e opiniões. Pode ser em um Ambiente Virtual de Aprendizagem ou em um grupo presencial.

No terceiro momento do primeiro módulo, foi considerada como premissa a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018). Apresentou-se aos participantes esse documento regulamentador da Educação Básica, bem como o modo como contempla o ensino de álgebra. Paralelamente, buscou-se desenvolver uma ação desencadeadora das necessidades associadas aos **nexos conceituais**, que não estão contemplados pela BNCC, mas são superados pelo reconhecimento das grandezas e suas variações, conforme destacado:

Nexos conceituais

movimento, grandezas, interdependência, controle de quantidades, variáveis, campo de variação, linguagem e generalização.



Olá, professores!

Vamos conhecer um pouco sobre como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) que prevê o ensino de álgebra desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Este documento possui caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica.

Para conhecermos sobre este documento vejamos o vídeo que segue:

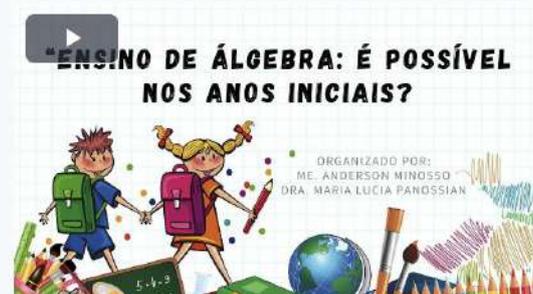
Tarefa assíncrona "Álgebra na BNCC: vamos dialogar?"



(CLIQUE na imagem ao lado para acessar o vídeo)

Tarefa assíncrona “Álgebra na BNCC: vamos dialogar?”

Vamos olhar de forma mais detalhada o que a BNCC está considerando como ensino de álgebra?



(CLIQUE na imagem ao lado para acessar o vídeo)

Tarefa assíncrona “Álgebra na BNCC: vamos dialogar?”

No transcorrer do texto de apresentação da unidade temática de álgebra a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), destaca que “é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as **ideias de regularidade, generalização de padrões** (p.270, grifo nosso)”, assim vamos desenvolver neste tópico de estudo alguns encaminhamentos envolvendo esta temática, ou seja, ideias de regularidade e generalização de padrões. Para isso, observe atentamente a sequência abaixo e responda no fórum os encaminhamentos:

Posição 1	Posição 2	Posição 3	Posição 4

Atividade adaptada de: RADFORD, L. On the development of algebraic thinking. *PNA* 64(1), 117-133, 2012.

- Continue a sequência até a posição 6 e explique o que está acontecendo com os retângulos (Você poderá desenvolver a atividade por meio de texto escrito em word ou manuscrito postando a imagem na entrega da tarefa por exemplo).
- Qual procedimento podemos realizar para encontrar a quantidade de retângulo correspondente à posição 12? E a posição 25?
- Veja com atenção o vídeo para realizar a atividade:

Tarefa assíncrona “Álgebra na BNCC: vamos dialogar?”



(CLIQUE na imagem ao lado para acessar o vídeo)

Tarefa assíncrona “Álgebra na BNCC: vamos dialogar?”

d) Partindo da proposta apresentada acima, com qual habilidade da BNCC esta atividade enquadra-se na sua opinião? Para quais anos escolares podemos trabalhar com estes encaminhamentos? (Clique AQUI para acessar a BNCC e localizar as habilidades da unidade temática de álgebra)

Dica: Você poderá desenvolver esta atividade, por meio de texto digitado no word, manuscrito ou ainda desenvolver uma estratégia audiovisual que considerar melhor para postar no Ambiente Virtual de Aprendizagem.

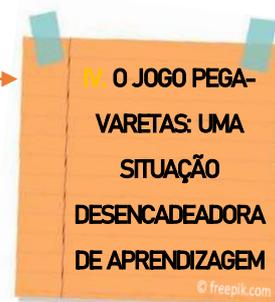
REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília-DF, 2018.

Tarefa assíncrona “Álgebra na BNCC: vamos dialogar?”

O **segundo módulo** foi organizado no desenvolvimento de **ações** com o jogo pega-varetas, uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem (SDA) que será apresentada de forma detalhada no **CAPÍTULO IV** deste Produto Educacional.

Esse jogo foi escolhido de forma intencional e direcionada, porque, no seu desenvolvimento, é possível evidenciar os nexos conceituais da álgebra, como:



- ✚ Controle de quantidade na contagem das varetas e da pontuação;
- ✚ Variação da pontuação, que está atrelada à cor e à quantidade de retirada por cada jogador;
- ✚ Campo de variação da pontuação de cada jogador;
- ✚ Estabelecimento da linguagem que poderá ser utilizada para representar a pontuação, associando a quantidade de varetas retiradas com a pontuação e a cor de cada vareta;
- ✚ Generalização para determinar a pontuação, associando a quantidade de varetas com a pontuação e a cor das varetas;

É plausível considerar que os nexos conceituais podem ser evidenciados por meio da utilização do jogo pega-varetas, desde que ocorra a condução de forma ordenada pelo professor, desencadeando a necessidade dos nexos nos estudantes. Na formação continuada, foram encontradas limitações no desenvolvimento desta ação, pois cada participante necessitou realizar o jogo individualmente, em seu próprio aparelho celular, impossibilitando o ato de jogar em grupos – objetivo definido nas regras do jogo –, além das diferenças entre as versões do jogo devido às peculiaridades de cada sistema operacional dos celulares (IOS² e Android³).

No **terceiro módulo**, os professores foram convidados a apresentar um planejamento de aula tendo como tema central a álgebra e seu ensino para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, considerando os elementos estudados durante o percurso formativo ou alguma prática que já realizavam com seus estudantes e contemplasse o conhecimento algébrico.

² "iPhone Operating System" ou "sistema operacional do iPhone". Mais informações podem ser encontradas em: <https://encurtador.com.br/iCMRX>. Acesso em: 13 ago. 2023.

³ Android é um termo proveniente do inglês e significa tanto o sistema operacional para aparelhos moveis quanto uma máquina que possui aparência humana. Mais informações podem ser encontradas em: <https://encurtador.com.br/sEG25>. Acesso em: 13 ago. 2023.

Tarefa Módulo III: Organizando o Ensino de Álgebra



Com base nos estudos que desenvolvemos ao longo deste curso, e em suas experiências docente, as discussões, as trocas e as leituras dos textos apresente uma situação de ensino sobre álgebra e seu Ensino para os Anos Iniciais essa poderá ser feita de forma individual ou em dupla. Indique os motivos que pelos quais escolheu esta situação e como você considera que ela possibilita o trabalho com a álgebra e seu ensino.

• Possibilidades:

Se já realizou isso com sua turma, pode descrevê-la brevemente como um relato, colocando ou não resoluções dos alunos, fotos sem identificação de pessoas ou instituições, transcrição de alguma fala significativa que observou no decorrer da sua atividade.

Os textos, atividades sugeridas no curso e livros didáticos trazem algumas situações de ensino que podem ajudar na realização da tarefa, também pode ser uma opção.

Obs. Ao realizar sua tarefa, por gentileza, salve seu arquivo (word ou pdf) com o nome: "nome completo_tarefa_móduloIII", sendo que a mesma deverá ser entregue até **25/06/2021**.

Qualquer dúvida, estamos à disposição.

Tarefa assíncrona "Organizando o Ensino de Álgebra"

Possibilidades:

- ✚ Se já realizou isso com sua turma, pode descrevê-la brevemente como um relato, colocando ou não resoluções dos alunos, fotos sem identificação de pessoas ou instituições, transcrição de alguma fala significativa que observou no decorrer da sua atividade;
- ✚ Textos e atividades sugeridas no curso e em livros didáticos, desde que tragam alguma situação de ensino que ajude na realização da tarefa, também podem ser uma opção.

Como **última ação do módulo** e do **curso**, foi solicitado dos participantes um *feedback* das contribuições que a formação continuada pudesse ter proporcionado, chamado de "**O que cultivamos?**", conforme indicado abaixo:



Olá, querido(a) professor(a)!

Que bom encontrá-lo(a) nesta última atividade!

Estamos chegando ao final do nosso curso, um fim "cronológico", mas que pode ser uma abertura para continuarmos trocando experiências sobre o Ensino da Matemática em outros ambientes.

Diga para nós quais foram as contribuições que o percurso formativo, ou seja, quais ideias algébricas nossa caixa lhe trouxe?, sugestões? Aproveite este momento final e compartilhe conosco, assim, poderemos aprimorar para atender suas necessidades.

Tarefa assíncrona "O que cultivamos?"

Em meio às ações desenvolvidas, ocorreram tarefas síncronas e também diálogos por *e-mail* e WhatsApp, que possibilitaram a comunicação e a troca entre o pesquisador e as participantes. Acredita-se que esses momentos propiciaram a permanência e sistematização do conhecimento objetivado, servindo como uma ação de aproximação e acolhimento dos professores, como exposto por Joana:

Boa noite!

Tinha muitas expectativas em relação ao ensino da álgebra nos anos iniciais e certamente os encaminhamentos do curso superaram todas elas. A oportunidade de acesso ao referencial, juntamente com o compartilhamento de atividades foram muito importantes para que eu começasse a ter uma nova perspectiva para o trabalho com os conceitos algébricos. Agradeço muitíssimo pela oportunidade formativa! Agradeço ainda mais pela condução cuidadosa e atenta que tiveram conosco!

Muitíssimo obrigada por tudo!

Até a próxima 😊

“O que Cultivamos?”, Relato da professora Joana.

O processo formativo teve suas limitações, em decorrência das condições do desenvolvimento do próprio curso, considerando aspectos tecnológicos, limitação de tempo e tímida participação das professoras nas tarefas síncronas e assíncronas, por exemplo.

A organização didática adotada no curso de formação continuada de professores **Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?** não necessita ser desenvolvida no formato *online* como nesta pesquisa; pode ser presencialmente, com mais encontros ou de forma híbrida, por exemplo, tendo como referência as condições e necessidades dos sujeitos envolvidos no processo formativo.

IV. O JOGO PEGA-VARETAS: UMA SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM

As Situações Desencadeadoras de Aprendizagem não foram o foco da pesquisa, mas serviram de fundamento teórico para elucidar o conhecimento algébrico em sua gênese, pelos nexos conceituais, que conduziram a realização do curso de formação continuada.

A situação desencadeadora de aprendizagem (SDA) deve contemplar a gênese do conceito, ou seja, a sua essência; ela deve explicitar a necessidade que levou a humanidade à construção do referido conceito, como foram aparecendo os problemas e as necessidades humanas em determinada atividade e como os homens foram elaborando as soluções ou sínteses no seu movimento lógico-histórico. (Moura *et al.*, 2010, p. 222-223).

Moura *et al.* (2010) explicam que as SDAs podem ser materializadas por meio de diferentes estratégias metodológicas, como, por exemplo, jogo, situação emergente do cotidiano e história virtual do conceito, que, ao serem conduzidas pelas mediações do professor, proporcionam ao estudante a possibilidade de reconhecer a essência do conceito.

A escolha do jogo pega-varetas foi intencional, pois teve-se o objetivo de, por meio do jogo, desencadear nos participantes a necessidade do conhecimento algébrico e o reconhecimento dos seus nexos conceituais, possibilitando a compreensão da “[...] confluência existente entre o movimento lógico-histórico, ou ainda entre as classes da álgebra que constituem o lógico do histórico da formação de sua linguagem formal” (Sousa, 2018, p. 52).

Com essa organização, esperava-se contribuir para o desenvolvimento de participantes de diferentes regiões do Brasil, a partir de tarefas síncronas e assíncronas compartilhadas.

Essa ação, por sua vez, desencadeou operações, associadas com as condições – ou seja, as formas de realização desta ação – por condições materiais e tecnológicas disponíveis no contexto das tarefas síncronas. As participantes realizaram o *download* do App do jogo pega-varetas (clique no ícone ao lado para acessar o tutorial) em seus celulares, para vivenciar o jogo e, posteriormente, compartilhar, nos seus subgrupos, suas percepções e considerações sobre o jogo em seu modelo digital.



A escolha do jogo pega-varetas não ocorreu de forma espontânea, mas sim de forma intencional, pois este proporciona o estabelecimento das relações do conhecimento algébrico, que se evidenciam no movimento histórico e lógico.

Essa discussão parte do que a AOE denomina de Situação Desencadeadora de Aprendizagem, que considera: o movimento histórico e lógico do conceito, os momentos dialéticos da sua formação e a vivência dos sujeitos, possibilitando que estes se tornem ativos e reflexivos por meio do trabalho coletivo (Sousa, 2018).

Marães e Panossian (2017, p. 9) explicam que “[...] os jogos também são considerados como uma situação desencadeadora de aprendizagem da álgebra, pois conduzem o pensamento teórico dos estudantes [...]” possibilitando o desenvolvimento das relações entre os nexos conceituais do conhecimento algébrico.

SUGESTÃO de leitura:
Situações desencadeadoras de aprendizagem para introdução de conteúdo algébrico, de Melissa Zen Marães e Maria Lúcia Panossian. Clique [AQUI](#).

A organização do jogo, seja em sala de aula presencial ou síncrona, necessita ser planejada previamente, de modo a ser orientadora aos sujeitos para que consigam atingir o propósito da formação do conhecimento algébrico. Nesse processo, primeiramente os sujeitos se aproximam do jogo, para que, entre eles, joguem e descubram as regras e as relações existentes, que podem ser evidenciadas no processo de organização de ensino elaborado pelo professor ou pelas perguntas orientadoras que o professor poderá desenvolver no desenrolar das atividades.

O jogo pega-varetas foi utilizado como condutor da organização do segundo módulo do curso de formação continuada, no qual as participantes foram convidadas a se subdividirem em grupos e, após a vivenciarem o jogo (jogar), a organizarem uma proposta de ensino que elucidasse os conceitos algébricos.

O segundo módulo do curso de formação continuada foi denominado como: “Vamos brincar de Pega-Varetas?”.
© freepik.com

Essa proposta foi guiada e subdividida em oito itens no *Moodle*.



“Vamos Brincar de Pega Varetas?”, Estrutura do Módulo II do curso de formação continuada.

No primeiro momento (**Nexos conceituais da Álgebra? Vamos Entender?**), foi realizada uma explanação sobre os nexos conceituais e suas relações no processo de organização do ensino; em seguida, os participantes foram convidados a instalar o jogo pega-varetas.

Como poderiam ocorrer dúvidas no processo de instalação e manuseio do jogo na sua versão digital, foi organizada a tarefa síncrona de dúvidas (**Dúvidas – Jogo Pega-Varetas**). Após a formação dos subgrupos, as participantes realizaram as tarefas síncronas por meio do *link* disponibilizado pelo pesquisador na tarefa **Dialogando sobre o Jogo Pega-Varetas – Etapa 2**, no *Moodle*.

Na etapa 3, os subgrupos organizaram os planos de aula e os disponibilizaram na pasta do *Google Drive*. Como última ação, os professores foram convidados a participar da tarefa síncrona coletiva. Além desse momento, foi organizado um vídeo-síntese dos conceitos algébricos que podem ser estabelecidos a partir do jogo pega-varetas (**clique** na imagem ao lado para acessar o vídeo mencionado).



É pertinente destacar que esse processo foi desenvolvido considerando as ações, operações e condições em que o curso se desenvolveu, podendo ser ajustado conforme a necessidade dos sujeitos envolvidos, variando do síncrono ao assíncrono ou presencial.

V. ENCONTROS SÍNCRONOS E O DESENVOLVIMENTO DO CONHECIMENTO ALGÉBRICO

A organização deste capítulo decorreu das experiências vivenciadas no curso de formação continuada, em especial durante as tarefas síncronas coletivas.

As aulas síncronas permitem um maior processo de interação com o discente e sua maior característica é o feedback instantâneo. Elas ocorrem em tempo real e possuem os seguintes benefícios: aprendizado dinâmico, melhor engajamento da turma e aprofundamento da relação aluno-professor — tudo devido ao feedback instantâneo. (Soares, 2020, p. 11).

As tarefas síncronas propiciaram a troca entre pesquisador-participantes e participantes-participantes, que estavam atreladas e interligadas às tarefas assíncronas propostas no Ambiente Virtual de Aprendizagem da UTFPR. Nesse ambiente, foram realizadas propostas de discussão relativas à álgebra e seu ensino.

Por exemplo, no primeiro fórum realizado na formação, o pesquisador indagou as participantes acerca de seus conhecimentos sobre a álgebra e seu ensino. Uma das passagens evidenciadas é da participante Patricia, que apresentou indícios da álgebra associada a letras e fórmulas (Podcast – [clique](#) na imagem).



1. Recordo-me de algumas experiências com a álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental, a maioria que ainda estão vivas na memória tendem para a visualização de letras em meio às fórmulas. A lembrança de dificuldade é presente e me parece ser direcionada às incógnitas.
2. A natureza é dotada de álgebra implicitamente, mas descobri isso depois de muito tempo de ter terminado o Ensino Médio.
- 3 e 4. A álgebra nos Anos Iniciais comparece em aspectos como: regularidades, padrões, incógnitas (ex: $5 + _ = 8$), desafios de lógica, proporcionalidade, generalizações e, principalmente, a compreensão (o início dela) da linguagem algébrica.
5. Sim! Muito! Acho que explicar por meio de um exemplo fique mais claro: no ensino da multiplicação essa relação fica bastante evidente, uma vez que é possível (e interessante) realizar a visualização geométrica do algoritmo que ora está expresso em números. Enxergo a álgebra aqui com a regularidade da tabuada da multiplicação.
6. Como trabalhei a maior parte da minha carreira em escolas montessorianas e fiz minha dissertação de mestrado voltada para a matemática na perspectiva dessa metodologia, entendo que na maioria dos momentos proporcionados nessa área do conhecimento estava me dirigindo à relação aritmética-álgebra-geometria. Quando cheguei às escolas públicas, já tinha essa bagagem, então, mesmo sem todos os recursos das escolas anteriores que trabalhei, consegui inserir muitos aspectos e práticas condizentes com essa relação. Percebi inclusive que lá para o meio do ano, tinham um vocabulário e um raciocínio mais apurado que as crianças das outras turmas.
7. Gostaria de ouvir e conhecer outras perspectivas da álgebra, a troca é algo que valorizo muito na profissão/ação docente.

“Ensino de álgebra: é possível nos anos iniciais?”, Resposta da participante Patrícia a tarefa assíncrona.

Após as discussões das tarefas assíncronas, ocorria a estruturação das dúvidas e dos assuntos apresentados pelas participantes. Para cada tarefa síncrona foi organizado

pelo pesquisador, no *Moodle*, um espaço com o *link* de acesso à plataforma de *webconferência* (imagem abaixo), bem como o compartilhamento no grupo do *WhatsApp* e envio para o *e-mail* de cada participante, informando sobre a tarefa.

1° - Encontro Síncrono

Olá, professor (a)!

Vamos nos conhecer de forma distante, mas próximos?

Isso mesmo, no próximo dia 12/05/2021, das 19:00 as 21:00 teremos o primeiro encontro síncrono via Google Meet, para dialogarmos sobre a álgebra e seu ensino, bem como, as próximas etapas e a organização do nosso curso.

Fico no aguardo de todos!

Grande abraço,

Clique o link <https://meet.google.com/sns-trdt-hra> para abrir o recurso.

1° Encontro Síncrono – Módulo I – Curso de formação continuada.

Partindo das tarefas síncronas realizadas, apresentam-se na sequência a descrição e a proposta de uma das tarefas realizadas com os participantes. Foi proposta a tarefa **O problema do taxista**, que consiste no reconhecimento de grandezas variáveis e no estabelecimento de uma função $f(x)$, em que o valor a ser pago pelo usuário depende diretamente da quilometragem que rodada pelo táxi, conforme descrito:

O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado.

Sendo assim, responda:

a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km?

b) Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?

c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)?

(Panossian, 2008, p. 87).

Com a realização da tarefa que contém o problema do taxista, esperava-se que os sujeitos se tornassem conscientes acerca das relações do conhecimento algébrico, ou seja, objetivassem nexos conceituais do conhecimento algébrico, em especial o reconhecimento das **grandezas** envolvidas.

Os nexos conceituais não estão apresentados na tarefa de forma explícita, mas emergem do trabalho desenvolvido pelo professor com seus estudantes; neste caso, pesquisador e participantes. Se esse movimento não for realizado, a tarefa poderá se tornar

uma resolução de exercício aritmético para determinar o valor a ser pago pelos quilômetros rodados ou apurar quantos quilômetros foram rodados com o valor pago pelo usuário.

É possível reconhecer alguns dos nexos conceituais do conhecimento algébrico nessa tarefa e conduzir os sujeitos, por meio de uma sequência ordenada de encaminhamentos, à tomada de consciência acerca destes elementos. Na proposta, é apresentada a informação de que o usuário do taxi deverá realizar o pagamento fixo da bandeirada, seguido do valor da quilometragem rodada, situação em que já se vê a relação de **interdependência** entre o **valor** (quantidade de dinheiro) a ser pago pelo passageiro e a quilometragem que o taxi rodar, ou seja, trata-se de duas **grandezas** distintas (valor e quilometragem).

A partir dessa **interdependência** entre o valor a ser pago pelo passageiro e a quilometragem rodada, pode-se reconhecer dois dos nexos anteriormente apresentados: a quantidade de quilômetros rodados é **variável** e irá variar em um determinado **campo numérico**; neste caso, dos números reais positivos (\mathbb{R}_+). Essa **interdependência**, assim como a **variação**, poderá ser representada por uma **linguagem algébrica**, que expressa uma possibilidade de **generalização** desta relação entre o valor a ser pago pelo usuário e a quilometragem rodada.

Assim, nessa tarefa, pode-se identificar as **grandezas** envolvidas (quilometragem, valor a ser pago pelo usuário, por exemplo); a **variação** destas **grandezas** (da quilometragem e do valor a ser pago), que se encontra no **campo dos números** reais positivos; e a expressão destas grandezas por uma linguagem algébrica, que representará a **generalização** de uma solução para o problema.

Nesse sentido, na sequência, descreve-se como foi realizada a tarefa. Inicialmente, foi apresentado o **problema do taxista** (Figura 2 – à esquerda), com algumas indagações sobre este. No decorrer da leitura, o pesquisador comentou as respostas e foi mediando as discussões.

A intenção da tarefa é fazer que os participantes reconheçam os nexos conceituais do conhecimento algébrico. Assim, foi proposta a realização de uma dinâmica usando o Mentimeter³, na qual as participantes, de forma anônima, expuseram quais conceitos algébricos acreditavam estar presentes no problema (figura à direita).

Vamos praticar?

O preço de uma corrida de táxi é igual ao valor da bandeirada (taxa fixa que pagamos ao utilizarmos o serviço do taxista) mais o valor que pagamos a cada quilômetro rodado. Em uma determinada cidade, os taxistas cobram R\$ 3,00 pela bandeirada e R\$ 2,00 a cada quilômetro rodado.

Sendo assim, responda:

a) Quanto devo pagar ao motorista se rodar 30 km?

b) Gastei R\$103,00 em uma corrida de táxi, quantos quilômetros percorri?

c) Se rodei um valor desconhecido de km (x) como posso indicar o valor a pagar (p)?



QUAL CONHECIMENTO ALGÉBRICO ESTÁ ENVOLVIDO NESTA SITUAÇÃO?

generalização

proporcionalidade

variação regularidades regularidade variação
proporção grandezas positivas

Foto: E. B. Oliveira

O problema do taxista e o *Mentimeter* elaborado pelo autor com base em Panossian (2008).

Após os participantes evidenciarem quais conceitos entendiam que estavam presentes no problema, buscou-se conduzi-los ao reconhecimento dos nexos conceituais da álgebra, pois, quando se tem esse objetivo, não se inicia pelo cálculo que deverá ser pago ao final de x km, mas sim “[...] de forma orientada chegam até este registro, garantindo a atribuição de significados aos símbolos utilizados” (Sousa; Panossian; Cedro, 2014, p. 147).

Como possibilidade para se chegar ao estabelecimento das relações entre as **grandezas**, bem como reconhecer as grandezas, é possível lançar alguns questionamentos ordenados aos participantes, como:

“[...] a grandeza pode ser definida como uma qualidade de um objeto, ou fenômeno, que pode ser quantificada” (Moura *et al.*, 2019, p. 5)

© freepik.com

- ✚ Quais grandezas estão envolvidas?
- ✚ É possível generalizar modos de resolver o problema?
- ✚ Quais conceitos algébricos estão envolvidos?
- ✚ Quais grandezas estão variando?

Os participantes podem ser convidados, a partir da tarefa, a identificar quais são as grandezas presentes, conforme apresentado no trecho abaixo, extraído do diálogo de Patricia e Marcela com o pesquisador sobre a identificação das grandezas envolvidas no problema:

Pesquisador (01:02:36–01:02:37): *Vocês saberiam reconhecer quais as grandezas envolvidas?* [pausa]

Pesquisador (01:02:40–01:02:43): *Qual são as grandezas que estão aí envolvidas?*

Patrícia (01:02:44–01:02:50): *Eu enxergo que é a distância em quilometragem* [pausa].

Pesquisador (01:02:50–01:02:55): *Isso! A quantidade de quilômetros rodado!* *Perfeito!*

Marcela (01:02:55–01:02:56): *É o valor!*

Pesquisador (01:02:56–01:02:57): *O valor em que sentido o valor profe?*

Marcela (01:02:57–01:03:01): *Um valor fixo, e o valor por quilometro rodado.*

O pesquisador, após apresentar a tarefa, convida as participantes a vivenciar a prática matemática do reconhecimento das grandezas na situação, porém, no primeiro convite, impera o silêncio, sem manifestação das participantes, provocando um momento tenso. Com isso, o professor reforça novamente o convite, isto é, realiza mediação para gerar engajamento e participação ativa por parte das professoras.

Após o segundo convite, Patrícia, mesmo manifestando incerteza, considerando que iniciou seu discurso com a expressão “eu enxergo”, explicou que se referia à distância em quilômetros rodados pelo passageiro, que interfere diretamente no valor a ser pago ao final do trajeto.

É importante incentivar os participantes, como propôs o pesquisador à Patrícia, dizendo-lhe que seu raciocínio estava correto. Antes mesmo de o pesquisador terminar seu discurso, Marcela exclama, com tom de entusiasmo, que a grandeza se tratava do valor apresentado no problema.

O pesquisador buscou entender, por meio do trabalho conjunto, ao que ela estava se referindo. Marcela prontamente explica que se referia ao valor fixo presente no problema, bem como aponta que existe outra grandeza, que é fixa ao valor fixo da bandeirada. Não é possível reconhecer se Marcela compreendeu a distinção entre as grandezas, identificando as que variam e as que são fixas.

Após o **problema do taxista**, as participantes expuseram situações que já haviam explorado com seus estudantes e que acreditavam que envolviam nexos conceituais e o movimento lógico-histórico, a exemplo de Denise:

Denise (01:12:36-1:13:06): *Eu tenho uma situação que eu trabalhei, mas é mais no concreto, assim, eu diria. O pão, ele custava R\$ 1,00, aí a gente foi nessa da multiplicação, sabe? Se comprar 2 pães, vai dar R\$ 2,00, com a taxa do Ifood, que seria R\$ 5,00 para entrega, aí a taxa era fixa, só que eu trabalhei essa situação, era R\$ 1,00 mesmo, e foi com o 2º Ano. [...]*

Marcela (1:13:25-1:13:26): *É dentro da realidade deles, do concreto.*

Marcela (1:13:28-1:13:37): *Quanto mais real for a situação que a criança vivencia culturalmente, melhor para você trabalhar.*

Denise busca correlacionar o seu exemplo com o movimento conduzido no **problema do taxista**. Entretanto, uma possível leitura sobre seu posicionamento é que ela não apresenta foco na variação das grandezas ou no seu reconhecimento, mas sim no processo

associado ao trabalho de resolução aritmético de multiplicação e na associação com a realidade cotidiana.

Nesse caso, os estudantes não têm como foco o reconhecimento das grandezas que variam, as relações existentes entre si ou a variação que acontece no valor que corresponde ao quilo de pão e o custo total a ser pago. Nesse viés, Marcela e Denise estão preocupadas em proporcionar o processo de organização do ensino voltado ao contexto dos estudantes, ao qual chama “concreto”, ao invés do reconhecimento dos nexos conceituais e suas relações.

Entretanto, é importante considerar que a análise realizada neste PE é permeada pela interpretação do pesquisador, com base no conhecimento da TO. Isso não significa que a interpretação reflita de forma integral o real sentido atribuído pelas participantes, considerando também a impossibilidade de se registrar, na forma de linguagem, todo o processo de pensamento. Mas, neste breve exposto, é possível inferir alguns indícios da objetivação do reconhecimento das grandezas pelas professoras participantes a partir da tarefa encaminhada, que pode ser adaptada conforme a necessidade e as condições dos sujeitos envolvidos.

VI. NÃO PARA CONCLUIR, MAS PARA ABRIR POSSIBILIDADES!

O ensino de álgebra, tema norteador da pesquisa, que culminou neste PE, ganhou publicidade e destaque em âmbito nacional após a homologação da BNCC (Brasil, 2018), que insere a álgebra de maneira explícita como uma unidade temática desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental no componente curricular de Matemática.

A inclusão da álgebra nos currículos nacionais vai ao encontro das diversas pesquisas que ocorreram na década de 1980, nas quais os pesquisadores afirmam que a álgebra pode ser ensinada desde os primeiros anos de escolarização (Blanton; Kaput, 2005; Kieran, 2004; Schliemann; Carraher; Brizuela, 2007; entre outros).

A inserção da álgebra nos Anos Iniciais pode ser considerada um avanço para Educação Básica brasileira, pois, antes da homologação da BNCC, não se tinha uma orientação assegurando o ensino nesse segmento de ensino. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997) apresentavam aos educadores a possibilidade do desenvolvimento de uma pré-álgebra, mas era nos Anos Finais que o trabalho com esse conhecimento se ampliava e aprofundava.

Entende-se que a BNCC possui ainda limitações no contexto do processo de ensino aprendizagem da álgebra, uma vez que grande parte das habilidades formuladas ficam restritas à observação de padrões aparentes (cor e forma de objetos, por exemplo), à identificação de elementos ausentes em uma sequência ou à continuidade de sequências recursivas ou repetitivas, que são apresentadas com a expectativa do reconhecimento de uma única grandeza pré-estabelecida. Além disso, é importante refletir sobre o processo de formação de professores e a organização do ensino, para que ocorra uma unicidade entre esses dois elementos, propiciando o desenvolvimento de estudantes éticos, críticos e científicos.

Uma forma de conduzir o desenvolvimento de sujeitos críticos, éticos e científicos é compreender e organizar o processo de ensino por meio dos nexos conceituais da álgebra (Panossian, 2008, 2014; Sousa, 2004, 2018), que se constituem no elo entre o histórico e lógico, envolvendo os aspectos essenciais do conceito.

Neste PE, associado o ensino de álgebra e a formação continuada de professores dos Anos Iniciais, foram considerados como nexos conceituais da álgebra o reconhecimento

das grandezas, o controle de quantidade, a fluência e o movimento dos fenômenos, interdependência, a variável, o campo de variação, a linguagem e a generalização (Panossian, 2014; Sousa, 2004).

O conhecimento é compreendido como um processo de objetivação do saber constituído historicamente que permite ao sujeito tornar-se consciente, alterando seu posicionamento perante os fatos e artefatos matemáticos. Os processos de objetivação também criam e modificam o “eu”, ou seja, os processos de subjetivação. Assim, concorda-se com Panossian (2014, p. 264) acerca do fato de que

[...] o que se apresenta como objeto de ensino da álgebra cumpre minimamente duas funções: desenvolver o sujeito e possibilitar a apropriação dos conhecimentos já formados historicamente. Essas duas funções são interdependentes, sendo impossível separá-las. O sujeito se desenvolve ao se apropriar dos conhecimentos, e seu desenvolvimento permite a apropriação de novos conhecimentos.

Entende-se que apropriação do conhecimento, denominado como processo de objetivação, dar-se-á pelos indícios da compreensão dos nexos conceituais da álgebra, os quais foram evidenciados pelas participantes do curso de formação continuada que culminou na elaboração deste PE.

Nesse contexto, o Produto Educacional é oriundo da formação continuada **Ensino de Álgebra: é possível nos Anos Iniciais?**, que ocorreu entre os meses de maio e junho de 2021, com tarefas síncronas e assíncronas usando as plataformas Google Meet e Moodle, respectivamente, com 20 professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A análise dos dados constituídos foi guiada pelo objetivo de **analisar indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra por parte de professores atuantes nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental em um curso de formação continuada organizado em um Ambiente Virtual de Aprendizagem.**

A partir desse objetivo, foi delimitado o seguinte problema de pesquisa: **como professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental apresentam indícios de objetivação dos nexos conceituais da álgebra durante um curso de formação continuada *online*? Como hipótese, foi proposto que os processos de objetivação dos nexos conceituais da álgebra e seu ensino também se manifestam em ambiente virtual, e os meios semióticos utilizados apresentam vantagens e desvantagens em relação ao ambiente presencial.**

As vantagens do formato *online* estão associadas à possibilidade de abranger, em um único espaço, diferentes pessoas, de lugares e estados diferentes, porém com a desvantagem da presencialidade para os diálogos e registros multimodais.

Considera-se que existem limitações em reconhecer os processos de objetivação, isto é, na atualização do saber em conhecimento unicamente por meio de um curso de formação continuada de curta duração. Percebe-se a importância do desenvolvimento de novas pesquisas nesta modalidade, considerando um acompanhamento longitudinal, como proposto por Radford (2015; 2006).

As limitações mencionadas anteriormente vão ao encontro de algumas situações, como as condições acarretadas pelo Covid-19, que interferiu diretamente no processo de constituição dos dados e na análise dos indícios da objetivação do conhecimento algébrico:

- Ausência dos recursos tecnológicos que proporcionem e capturem a totalidade da interação entre pesquisador e participantes;
- Permanência das câmeras fechadas de participantes durante a captura dos meios semióticos;
- Participação limitada dos professores participantes nas tarefas propostas;
- Curto prazo de duração do curso, para que ocorresse a efetiva tomada de consciência do conhecimento algébrico, por este motivo refere-se a em diversos momentos da pesquisa a indícios da tomada de consciência;
- Captura limitada dos meios semióticos como os gestos, que tenham ocorrido fora do campo de gravação;
- Tempo reduzido dos participantes para dedicar-se a formação, pelas condições acarretadas pela pandemia do COVID-19;
- Dificuldade para a formação dos subgrupos entre os participantes em função de horários e demandas diferentes.

Essas limitações são aspectos da formação continuada e, conseqüentemente, da pesquisa que interferiram diretamente no processo de análise objetivado pelo pesquisador, o qual também se encontrava em formação (ouça o podcast do pesquisador).



© freepik.com

O labor conjunto em processos de formação, ou mesmo diretamente na prática destes professores, pode contribuir para a apropriação e objetivação do conhecimento algébrico, desde que conduzido continuamente, como processo. As possibilidades deste trabalho conjunto se realizam durante as ações síncronas remotas, que também apresentam

limitações quanto às possibilidades de interação (por exemplo: câmeras fechadas ou expressões em áudio que precisam ser sincronizadas e não podem acontecer simultaneamente) e de reconhecimento de expressões corporais e diferentes gestos dos participantes, o que limita consequentemente as análises.

Compreende-se que a pesquisa que culminou neste PE se mostrou inédita, autêntica e relevante, por propor a busca dos indícios dos processos de objetivação do conhecimento algébrico em uma formação continuada de professores virtual ancorada nos pressupostos teóricos e metodológicos da TO (Radford, 2006).

A TO apresenta-se como uma possibilidade a ser considerada nas diferentes pesquisas em Educação Matemática, pois permite a compreensão dos sujeitos envolvidos no processo como seres em formação, inacabados, que a cada momento estão no ato de se tornarem conscientes das práticas matemáticas.

É pertinente retomar o fato de que a presente pesquisa apresenta viés teórico que não contradiz os documentos curriculares, com a BNCC, mas sim contempla as habilidades e objetos do conhecimento. Compreende-se que, ao se considerar o conhecimento algébrico partindo das lentes teóricas nos nexos conceituais, ocorre a superação da observação de características aparentes e comuns do conceito, conduzindo às necessidades humanas que acarretaram o conceito.

Considerando a presente pesquisa, atrelada a este PE de forma direta e indireta, conclui-se com a crença de que os dados constituídos e o material elaborado, em sua totalidade, poderão auxiliar com sugestões para formações continuadas de professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, compreendendo os sujeitos como seres inacabados e em constante formação e transformação, frutos das suas relações sociais.

REFERÊNCIAS

01. BRASIL Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997. v. 3.
02. BRASIL **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.
03. BRASIL **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.
04. BLANTON, M.; KAPUT, J. Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. In: **Journal for Research in Mathematics Education**, v.36, n.5, p. 412-46, 2005.
05. KIERAN, C. Algebraic thinking in the early grades: What is it? **The Mathematics Educator**, Georgia, p. 139-151, 2004.
06. MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In A. D. CASTRO, & A. M. P. CARVALHO (Orgs.). **Ensinar a ensinar: didática para a Escola Fundamental e Média**. São Paulo: Cengage, Learning. 2012.
07. MOURA, MO e cols. (org.). **Atividades para o ensino de matemática nos anos Iniciais da educação básica**. Volume II: Medidas. Ribeirão Preto, SP: FFCLRP/USP, 2019.
08. MORETTI, V. D.; VIRGENS, W. P. das; ROMEIRO, I. de O. Generalização Teórica e o Desenvolvimento do Pensamento Algébrico: contribuições para a formação de professores dos Anos Iniciais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 35, n. 71, p. 1457-1477, dez. 2021.
09. MOODLE. Disponível em: <<https://moodle.com/pt-br/>> Acesso em 20 de ago. 2020.
10. PANOSSIAN, M. L. **Manifestações do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes: indicadores para a organização do ensino**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.
11. PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para constituição do objeto de ensino da álgebra**. 2014. 317 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.
12. RADFORD, L. Elementos de una teoría cultural de la objetivación. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, RELIME**, n. Esp, p. 103-129, 2006.
13. RADFORD, L. On the development of algebraic thinking. **PNA 64(1)**, 117-133, 2012.
14. RADFORD, L. Methodological Aspects of the Theory of Objectification. **Perspectivas da Educação Matemática**. Campo Grande, v. 8, n.18, p. 547-567, 2015.
15. RADFORD, L. A Teoria da Objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. **Educação Matemática e a Teoria Histórico-Cultural: um Olhar Sobre as Pesquisas**, p. 229-261, 2017a.

- • • • •
16. RADFORD, L. Ser, subjetividad y alienación. In B. D'Amore, & L. Radford. **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. (p. 137-166) Bogotá, Colombia: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2017b.
 17. RIZZATTI, I. M.; MENDONÇA, A. P.; MATTOS F.; RÔÇAS, G., SILVA, M. A. B. VAZ da; CAVALCANTI, R. J. de S.; OLIVEIRA, R. R. Os produtos e processos educacionais dos programas de pós-graduação profissionais: proposições de um grupo de colaboradores. **ACTIO**, Curitiba, v. 5, n. 2, p. 1-17, mai./ago. 2020.
 18. ROSENAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico**. México: Grijalbo. 1960.
 19. SILVA, Keila Crystyna Brito e; SOUZA, Ana Cláudia Ribeiro de. **MEPE**: Metodologia para elaboração de produto educacional. 2018. Produto educacional (Mestrado Profissional em Ensino Tecnológico) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Amazonas, Campus Manaus Centro, Manaus, 2018.
 20. SOUSA, M. C. **O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica**: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.
 21. SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do Movimento Lógico e Histórico à Organização do Ensino o Percurso dos Conceitos Algébricos**. Mercado de Letras: Campinas – SP, 2014.
 22. SOUSA, M. C. O movimento lógico-histórico enquanto perspectiva didática para o ensino de matemática. **Obutchénie**: R. de Didat. E Psic. Pedag. Uberlândia, MG, v.2, .40-68, jan./abr. 2018.
 23. SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER, D. W.; BRIZUELA, B. M. **Trazendo Forao Algebraico Personagem de Aritmética: Deinfantil eudeaspara Clasala de aula Practice**. 1aed.EUA:LawrenceErlbaum Associates, 2007

O ensino de Álgebra nos Anos Iniciais
do Ensino Fundamental: uma
proposta para a formação continuada
de professores

Anderson Minosso - Autor

Dr.^a Maria Lucia Panossian - Orientadora

Curitiba - PR

2023