

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE CONTROLADORES LINEARES NO
CONTROLE DE POSICIONAMENTO DE UM MANIPULADOR ROBOTICO COM
DOIS GRAUS DE LIBERDADE**

PONTA GROSSA

2023

GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

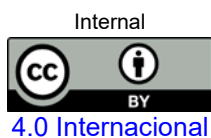
**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE CONTROLADORES LINEARES NO
CONTROLE DE POSICIONAMENTO DE UM MANIPULADOR ROBOTICO COM
DOIS GRAUS DE LIBERDADE**

**Efficiency comparative of linear controllers in positioning control of a robotic
manipulator with two degrees of freedom**

Trabalho de conclusão de curso de Dissertação
apresentada como requisito para obtenção do título de
Mestre em Gestão Industrial da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).
Orientador: Angelo Marcelo Tuset.
Coorientador: Jose Manoel Balthazar.

PONTA GROSSA

2023



Esta licença permite compartilhamento, remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa



GUILHERME PACHECO DOS SANTOS

**COMPARATIVO DE EFICIÊNCIA DE CONTROLADORES LINEARES NO
CONTROLE DE POSICIONAMENTO DE UM MANIPULADOR ROBOTICO COM
DOIS GRAUS DE LIBERDADE**

Trabalho de pesquisa de mestrado apresentado como requisito para obtenção do título de Mestre Em Engenharia De Produção da Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Área de concentração: Gestão Industrial.

Data de aprovação: 24 de Novembro de 2023

Dr. Angelo Marcelo Tuset, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Dr. Clivaldo De Oliveira, Doutorado - Universidade Federal da Grande Dourados (Ufgd)

Dra. Giane Goncalves Lenzi, Doutorado - Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Documento gerado pelo Sistema Acadêmico da UTFPR a partir dos dados da Ata de Defesa em 24/11/2023.

Dedico este trabalho à minha família, Silvio, Silvani,
Tatiana e Skarllt pelos momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

Certamente estes parágrafos não irão atender a todas as pessoas que fizeram parte dessa importante fase de minha vida. Portanto, desde já peço desculpas àquelas que não estão presentes entre essas palavras, mas elas podem estar certas de que fazem parte do meu pensamento e de minha gratidão.

À meu pai Silvio (in memorian), que nos deixou há pouco tempo, mas fez tanto por mim ao longo da sua vida, meu maior exemplo e incentivador desde o início, com todo o meu amor e gratidão.

À minha mãe Silvani, à minha irmã Tatiana, à minha companheira de vida Skarllt, por sempre acreditar, aconselhar, incentivar e estarem comigo nos dias difíceis.

À toda minha família, pela confiança, paciência, compreensão e apoio incondicional.

Ao meu orientador Prof. Dr. Angelo Marcelo Tuset, por ter acreditado em mim e em todos os trabalhos que desenvolvemos, pelos ensinamentos prestados, ajudando no meu desenvolvimento, e por ter me orientado com dedicação e sabedoria ao longo de toda minha graduação e mestrado.

Aos demais professores e colegas de trabalho na Continental presentes durante meu mestrado, pelas incontáveis ajudas, com os conhecimentos técnicos e teóricos compartilhados, e pelo incentivo durante diversos momentos.

A todos os meus amigos, por estarem sempre comigo.

A todos que, embora aqui não citados, de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O estudo de movimento e controle aplicados a manipuladores robóticos tem atraído o interesse de pesquisadores nas áreas de engenharia e robótica, onde o projeto e avaliação dos sistemas de controle de vibração e posicionamento são um dos principais focos em suas seções. Manipuladores robóticos com dois graus de liberdade são um dos principais sistemas mecânicos onde se pode encontrar esses efeitos e, para este fim, se fazem necessários aparatos para estabelecer o controle do conjunto ativo e o estudo dos seus movimentos. Neste trabalho é realizado a modelagem matemática do sistema com objetivo de comparar o desempenho de controles lineares, considerando o Controlador Linear Quadrático (LQR), Controle Feedforward (FFW) e o Controle Integrativo (I) em relação a capacidade de controlar a posição e vibração de um robô composto por dois elos rígidos. A posição é controlada pela corrente aplicada ao motor de corrente contínua. O controle atua na corrente dos motores, e conseqüentemente na posição do eixo do motor e do elo. Os resultados e simulações numéricas realizadas demonstram a viabilidade de aplicação das três técnicas de controle consideradas, Controlador Linear Quadrático (LQR) somente, combinado com o Controle Feedforward (FFW) e o Controle Integrativo (I), em controlar a posição do manipulador robótico de dois graus de liberdade, bem como um comparativo entre a eficiência das propostas de controle aplicadas.

Palavras-chave: controle linear; manipulador robótico; controle linear quadrático; controle feedforward; controle integrativo.

ABSTRACT

The motion and control applied to robotic manipulators has attracted the interest of researchers in the fields of engineering and robotics, where the design and evaluation of vibration and positioning control systems are one of the main focuses in their sections. Robotic manipulators with two degrees of freedom are one of the main mechanical systems where these effects can be found and, for this purpose, devices are needed to establish control of the active set and study its behaviors. In this work, the mathematical modeling of the system is developed in order to compare the performance of linear controls, considering the Linear Quadratic Controller (LQR), Feedforward Control (FFW) and Integrative Control (I) in relation to the ability to control position and vibration of a robot composed of two rigid links. The position is controlled by the electric current applied to the DC motor. The control acts on the motor current, and consequently on the position of the motor shaft and link. The results and numerical simulations carried out demonstrate the feasibility of applying the three control techniques considered, Linear Quadratic Controller (LQR) just, combined with Feedforward Control (FFW) and Integrative Control (I), in controlling the position of the robotic manipulator with two degrees of freedom, as well as a comparison between the efficiency of the applied control proposals.

Keywords: linear control; robotic manipulator; quadratic linear control; feedforward control; integrative control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Manipulador robótico industrial com 6 graus de liberdade.....	14
Figura 2 – Estrutura básica de um manipulador robótico	15
Figura 3 - Principais tipos de juntas.....	16
Figura 4 - Principais tipos de elos	16
Figura 5 - Representação de dois elos unidos por uma junta.....	17
Figura 6 - Garra padrão de movimentação de materiais.....	17
Figura 7 - Sistema com um grau de liberdade	19
Figura 8 – Mecanismo de cadeia cinemática aberta	19
Figura 9 - Mecanismo de cadeia cinemática fechada	20
Figura 10 - Exemplos de mecanismos de cadeia aberta e fechada	20
Figura 11 - Motor de corrente contínua com ímã permanente	21
Figura 12 - Representação diagrama básica de blocos de um sistema	23
Figura 13 – Representação diagrama básico de blocos de um sistema com realimentação	24
Figura 14 – Esquema para junta flexível entre elo e motor CC	31
Figura 15 - Desenho esquemático manipulador robótico com juntas flexíveis.....	32
Figura 16 - Desenho esquemático manipulador robótico com juntas flexíveis.....	38
Figura 17 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 0.	42
Figura 18 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 1.	42
Figura 19 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 2.	43
Figura 20 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 3.	43
Figura 21 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 4.	44
Figura 22 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 5.	44
Figura 23 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 6.	45
Figura 24 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo.....	45
Figura 25 – PD LQR (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2.....	47
Figura 26 – PD (LQR) e FFW (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2	49
Figura 27 – PD (LQR), FFW e I (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2	51
Figura 28 – Erros controladores PD (LQR), PD (LQR) + FFW e PD (LQR) + FFW + I (a) Posição angular do eixo do motor 1. (b) Velocidade angular do eixo do motor 1. (c) Posição angular do elo 1. (d) Velocidade angular do elo 1	53
Figura 29 – Erros controladores PD (LQR), PD (LQR) + FFW e PD (LQR) + FFW + I (a) Posição angular do eixo do motor 2. (b) Velocidade angular do eixo do motor 2. (c) Posição angular do elo 2. (d) Velocidade angular do elo 2.....	54

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações	40
Tabela 2 – Coordenadas e condições desejadas do manipulador robótico no tempo	46
Tabela 3 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 1	56
Tabela 4 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 2	57
Tabela 5 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 2	57

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	MANIPULADORES ROBOTICOS E ATUADORES	13
2.1	Manipuladores robóticos	13
2.1.1	Juntas	15
2.1.2	Elos	16
2.1.3	Garras	17
2.1.4	Graus de liberdade	18
2.1.5	Estrutura dos manipuladores.....	19
2.2	Atuadores.....	20
2.2.1	Motor de corrente contínua	21
3	TEORIA DE CONTROLE	23
3.1	Controlador Proporcional (P)	24
3.2	Controle Proporcional-Integral (PI).....	25
3.3	Controle por realimentação de estados	26
3.4	Controle regulador linear quadrático (LQR).....	27
4	MODELAGEM MATEMATICA MANIPULADOR ROBÓTICO	31
5	PROJETOS DE CONTROLE	37
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	40
6.1	Validação cinemática do modelo	42
6.2	Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estados PD (LQR).....	46
6.3	Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estado PD (LQR) em conjunto com o controle <i>Feedforward</i> (FFW)	48
6.4	Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estado PD (LQR) em conjunto com os controles <i>Feedforward</i> (FFW) e Integrativo (I).....	50
6.5	Simulação numérica comparativa entre o erro das propostas abordadas nas seções 6.1, 6.2 e 6.3	52
7	CONCLUSÃO	59
	REFERÊNCIAS.....	60

1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, diversas pesquisas sobre manipuladores robóticos com dois elos e dois graus de liberdade têm recebido atenção crescente devido às suas vantagens de simulação, modelagem e aplicação. Um dos maiores problemas relacionados aos manipuladores robóticos é o peso excessivo dos membros que compõem o robô. Como proposto por Kalyoncu (2008), para um controle de posição preciso, esses membros são projetados considerando restrições rígidas, resultando em pesados manipuladores robóticos.

Manipuladores robóticos com dois elos e dois graus de liberdade se tornaram um problema clássico de controle devido a sua variedade de utilização prática, principalmente considerando o ambiente industrial. Esse tipo de manipulador robótico é alvo de constantes pesquisas nas áreas de Controle, Dinâmica e Robótica.

Tusset *et al.* (2022a, 2022b) observaram que muitas estratégias de controle foram desenvolvidas para controle destes dispositivos, reportados na comunidade científica e com aplicações práticas.

O controle de posição de manipuladores robóticos possui vasta aplicação industrial principalmente, automatizando atividades repetitivas, realizando atividades não ergonômicas em ambientes hostis, aumentando a eficiência de atividades com roteiro conhecido.

As vantagens incluem respostas relativamente mais rápida, menor consumo de energia, atuadores relativamente similares ao comportamento real e, em geral, menores custos de implementação. Devido à sua natureza, o controle desses manipuladores robóticos leva em consideração tanto corpo rígido, dinâmica do motor e graus de liberdade para o desenvolvimento do modelo matemático. É importante reconhecer a natureza flexível ou rígida do manipulador e construir um modelo matemático para o sistema que leva em conta as interações entre os atuadores e a carga útil.

Em seu estudo, Zakia *et al.* (2019) apresentam uma combinação do controle Sliding Mode Control (SMC) e controle PID. Uma vez que o controle PID ajusta os erros do sistema e o controle SMC garante uma convergência rápida. Este controlador híbrido possibilita maior estabilidade do sistema e os resultados das simulações mostraram que o controlador SMC-PID obteve bom desempenho no controle da trajetória do braço robótico

Na Indústria 4.0 cada vez mais se faz necessário manipuladores robóticos otimizados para a realização das atividades e comunicação nas fábricas, considerando atuadores menores e motores menores, reduzindo custos, e otimizando o fluxo e espaço de produção nas indústrias.

Controles híbridos ou combinados são soluções viáveis que podem apresentar ótimo desempenho na prática, como apresentado por Van *et al.* (2019), onde foi proposto um controlador baseado em um controle Fuzzy-PID e SMC autoajustável e uma estimativa de atraso de tempo (TDE – do inglês Time Delay Estimation). Com base nos resultados obtidos, os autores afirmam que com a lógica fuzzy, os ganhos do controlador PID são selecionados efetivamente e que a integração do TDE ajuda a eliminar o conhecimento prévio da dinâmica exata do sistema, além de reduzir a carga computacional.

Em Lima *et al.* (2014) um controle feedback é obtido por meio do método SDRE (State-Dependent Riccati Equation) para controle de vibração do elo flexível de um manipulador robótico. Os resultados das simulações mostraram que o controlador proposto foi mais eficiente para o controle das vibrações, quando comparado ao controle fornecido apenas pelos motores.

Em Lima *et al.* (2016) pode-se observar o projeto e análise de um braço robótico de dois graus de liberdade com juntas flexíveis acionadas por um motor de corrente contínua (motor CC).

Em alguns trabalhos, a fim de reduzir a vibração do manipulador, o uso de materiais inteligente é proposto.

Como uma opção de aplicação, vê-se as Ligas de Memória de Forma (Shape Memory Alloys - SMAs), que segundo Janzen *et al.* (2014) são um grupo de ligas metálicas com a capacidade de retornar a uma forma ou tamanho aplicando uma mudança de temperatura específica. Como descrito por Piccirillo (2009), este efeito ocorre devido à mudança na estrutura cristalina dos materiais entre duas fases diferentes chamadas martensita e austenita. Quando as SMAs são aquecidas, elas apresentam alterações na estrutura cristalina. Conforme Ge (2006) descreveu, essas mudanças geram grandes forças que podem ser usadas em sistemas atuadores. Desta forma, os SMAs podem ser usados em muitas áreas de aplicações, como a robótica.

Outros materiais aplicados diretamente a viga para o controle de vibração são: Fuidos magneto reológicos, materiais piezoelétricos, Ligas específicas, entre outros.

Os controles propostos foram escolhidos baseados em suas aplicações, modelagem matemática, algoritmo de controle simples e altamente efetivo para o controle de sistemas lineares. Eles são frequentemente usados com sucesso em sistemas lineares, como apresentado em Korayem *et al.* (2011) abordando manipuladores robóticos com controle linear e não linear, em Fenili e Balthazar (2011) com manipulador robótico não linear e o projeto de controle. Considerando o controle, podemos observar diversas aplicações para manipuladores robóticos, como o rastreamento de manipuladores robóticos com controle por modos deslizantes proposto por Ma e Sun (2018), e a comparação entre os controladores PID e SMC, aplicados a um manipulador robótico, proposto por Sareena e Rikesh (2019).

Como projeto propõe-se um controle de manipulador robótico com dois graus de liberdade e dois elos rígidos, onde o controle de posição dos elos é realizado por motores CC.

Neste trabalho é realizado a modelagem matemática do sistema de manipulador robótico com dois graus de liberdade, com objetivo de projetar e comparar o desempenho de controles, considerando o Controlador Linear Quadrático (LQR), Controle Feedforward (FFW) e o Controle Integrativo (I), em relação a capacidade de controlar movimentos do mecanismo de manipulador robótico na realização de uma tarefa pré-determinada. A posição do eixo do motor e dos elos são controlados pela corrente aplicada ao motor de corrente contínua.

As propostas de controle são projetadas para combinar a aplicação dos controladores da seguinte forma:

- 1 – Controle PD (LQR)
- 2 – Controle PD (LQR) + Feedforward (FFW)
- 3 – Controle PD (LQR) + Feedforward (FFW) + Integrativo (I)

Desta forma pode-se avaliar a aplicação de três diferentes técnicas de controle e suas combinações, tornando o sistema mais complexo.

O ganho de eficiência para realizar a mesma atividade em um robô pode ser uma oportunidade de melhoria dentro de uma indústria, e o trabalho apresenta a comparação de eficiência das estratégias propostas, possibilitando a avaliação e redução de custos, tempos e complexidade de aplicação e controle de robôs.

2 MANIPULADORES ROBOTICOS E ATUADORES

Na indústria 4.0 a automação de atividades é um dos pontos centrais de pesquisa, considerando ganhos de produtividade, rastreabilidade de atividades, planejamento preciso de produção e estoque, entre outros.

Uma das principais formas de se automatizar uma atividade fabril é a através do emprego de robôs, onde pode-se aplicá-los em diversos ambientes e atividades. Comumente usados para realização de atividades repetitivas, complexas, não ergonômicas ou de risco.

Desta forma, em uma indústria pode-se observar robôs com diferentes tamanhos e formatos, dependendo de sua finalidade.

Pode-se dividir essa seção entre manipuladores robóticos e os atuadores, principalmente considerando a aplicação de um atuador específico para este trabalho.

2.1 Manipuladores robóticos

Manipuladores robóticos são dispositivos usados e destinados a manipulação de materiais, soldagem, pintura e montagem, de forma manual, semiautônoma e autônoma. Empregados em grande escala em setores como industrial, de saúde, aeronáutico, mineração, segurança, entre outros.

A capacidade de manipulação é uma habilidade avançada que separa os robôs de outros sistemas computadorizados e automatizados. A capacidade de um robô de interagir fisicamente e modificar o ambiente, abre margem para inúmeras aplicações.

Normalmente são utilizados para realização das seguintes atividades: Paletização, Empacotamento, Manuseio de peças e Alimentação de máquinas.

As principais vantagens da utilização de manipuladores robóticos estão relacionadas a sua precisão, produtividade, flexibilidade, qualidade do produto e segurança.

A seguir pode-se observar um exemplo de manipuladores robóticos utilizado atualmente em indústrias de diferentes segmentos, conforme Figura 1.

Figura 1 - Manipulador robótico industrial com 6 graus de liberdade



Fonte: Produtos ABB (2022)

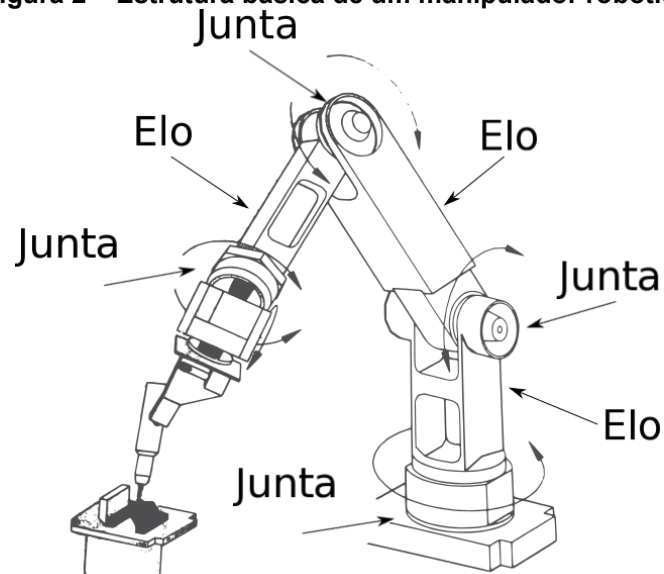
Os principais componentes envolvidos na robótica industrial são os elos, juntas e a base conforme apresentados na Figura 2. A base geralmente é dita como o referencial do sistema, ou seja, o referencial fixo da base.

O braço consiste em elementos denominados elos, que são conectados entre eles por juntas que realizam os movimentos relativos, que por sua vez estão acoplados aos atuadores responsáveis pelos movimentos, dotados de uma capacidade sensorial e instruídos por um sistema de controle.

Na extremidade do braço encontra-se o punho, que consiste em conexões de juntas próximas entre si, permitindo a orientação da extremidade do manipulador no espaço.

No último elo, na extremidade, temos o último fator que está diretamente ligado a algum tipo de garra ou ferramenta, responsáveis por realizar uma determinada tarefa exigida pelo sistema.

Figura 2 – Estrutura básica de um manipulador robótico



Fonte: Adaptado de Pazos, Fernando (2002)

Um manipulador robótico pode ter diferentes estruturas considerando suas aplicações, finalidades, sensibilidade, tamanho e função.

As principais classificações são:

1 - Paralela, formada tipicamente por duas plataformas, sendo uma fixa (denominada base) e outra móvel (denominada plataforma móvel), estão ligadas entre si por duas ou mais cadeias cinemáticas abertas e independentes.

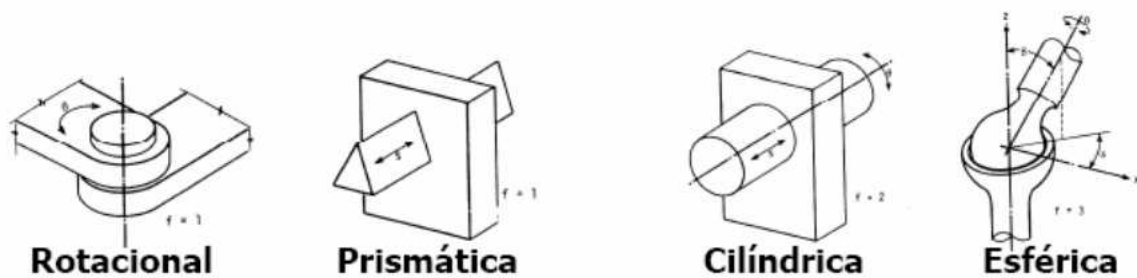
2 - Serial, que podem ser formadas por n estruturas rígidas ligadas linearmente e dependentes (A posição inicial de uma depende da final da anterior). Assemelha-se com o braço humano, onde temos um membro ligado ao próximo por articulações.

2.1.1 Juntas

As juntas são definidas como a ligação entre elementos, e nesse caso conectam os braços e são responsáveis por permitir determinados tipos de movimentos, estabelecendo o Grau de Liberdade de um corpo no espaço.

Os principais tipos de juntas podem ser visualizadas na Figura 3 e descritas como Prismática ou Linear, Rotacional, Esférica e Parafuso.

Figura 3 - Principais tipos de juntas



Fonte: Adaptado de Pazos, Fernando (2002)

Os tipos de juntas mais empregadas em manipuladores robóticos são basicamente dois tipos, sendo:

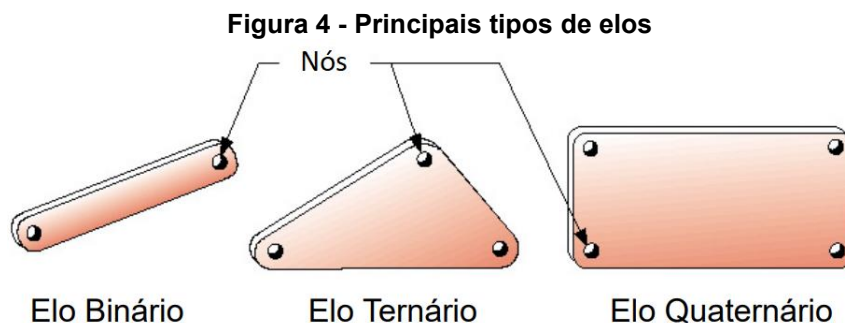
- 1 – Prismáticas: permitem a movimentação linear dos elos fazendo com que eles possam mover-se para frente e para trás em um dos três eixos (x, y ou z)
- 2 - De revolução: permitem a movimentação angular dos elos conectados as juntas.

2.1.2 Elos

Um elo é um corpo rígido ou flexível, idealmente sem deformação pela ação de forças aplicadas sobre estes, que define uma relação entre duas juntas adjacentes de um manipulador.

Elos são enumerados de forma crescente, desde a base imóvel, sendo o elo 0, passando para o primeiro em movimento, o elo 1, e assim sucessivamente. Podem se apresentar de diversos tamanhos e formatos.

Elos podem ser classificados quanto a quantidade de nós presente em cada corpo, conforme Figura 4:

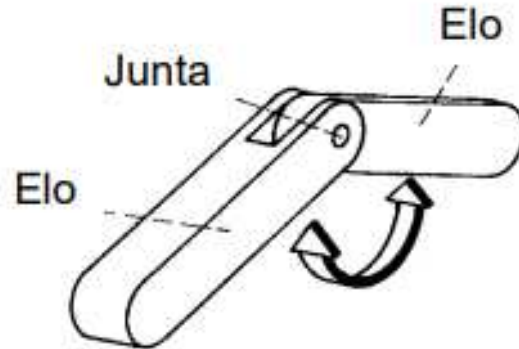


Fonte: Adaptado de Norton (2010)

Onde o elo binário possui 2 nós, o terciário 3 nós, quaternário 4 nós, e assim sucessivamente. Com os nós sendo os pontos de ligação dos elos às juntas.

A Figura 5 apresenta um exemplo de elo normalmente utilizado para estudos de robótica.

Figura 5 - Representação de dois elos unidos por uma junta



Fonte: Adaptado de Craig, John J (2005)

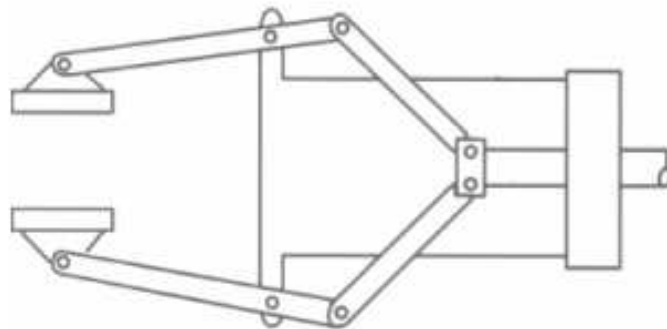
As dimensões de cada elo de um robô e o tipo de junta utilizada para conectá-los influenciam no chamado Volume de Trabalho, que é o espaço total no qual o manipulador robótico pode se movimentar, sendo definido como a trajetória e o espaço alcançado pela extremidade mais longa do robô.

De acordo com a quantidade e dimensões dos elos, bem como os tipos de juntas utilizadas, o Volume de trabalho pode assumir diversos formatos diferentes, tais como cubo, esfera etc.

2.1.3 Garras

As garras são responsáveis pela realização de um tipo de tarefa manipulação do material em si, e podem ser de diferentes formas, aplicações e conceitos. A Figura 6 ilustra o um dos tipos mais convencionais de garras utilizadas na indústria.

Figura 6 - Garra padrão de movimentação de materiais



Fonte: Adaptado de Pazos, Fernando (2002)

As garras podem ter diferentes finalidades dependendo do tipo do atuador, conectados ao último elo, as garras ou ferramentas são responsáveis por realizar determinado tipo de tarefa, como por exemplo: aparafusar um determinado equipamento, soldar uma determinada peça, encaixar um pino em uma determinada superfície, pegar algum tipo de instrumento através de uma pinça.

2.1.4 Graus de liberdade

Graus de liberdade podem ser definidos como o número total de movimentos independentes que um dispositivo pode efetuar. Um cubo no espaço com 3 dimensões pode deslocar-se ao longo dos três eixos, e rodar em torno de cada um deles, dando assim um total de 6 graus de liberdade para sua movimentação.

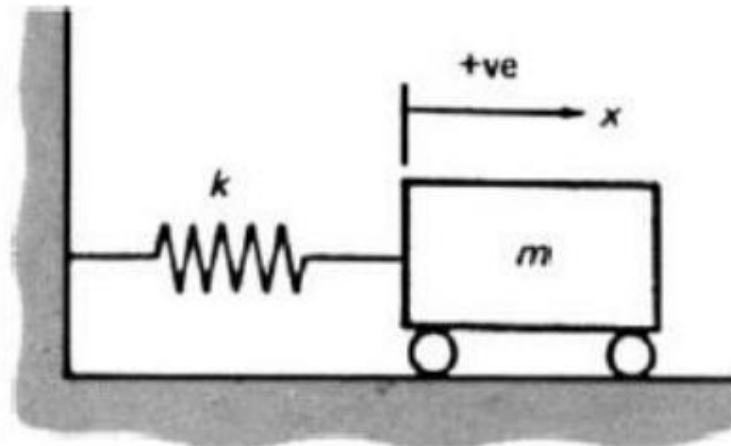
Segundo Singiresu Rao (2008) sistemas que requerem duas coordenadas independentes para descrever seu movimento são denominados sistemas com dois graus de liberdade.

Segundo Beards (1995) o movimento e vibração de alguns sistemas dinâmicos pode ser analisada os considerando como sistemas com um grau de liberdade (1 GDL), quando, apenas uma coordenada é necessária para descrever o movimento a ser analisado.

Mesmo que haja movimentos acontecendo em outras coordenadas, serão considerados irrelevantes. Esse é o caso mais simples a ser tratado, porém muitas técnicas de análise de um único grau de liberdade são aplicáveis a sistemas mais complexos.

Na Figura 7 é apresentado o caso mais simples de um sistema com 1 GDL, onde um corpo de massa m está livre para se movimentar horizontalmente e uma mola de rigidez constante k é fixada no corpo e em uma superfície fixa.

Figura 7 - Sistema com um grau de liberdade



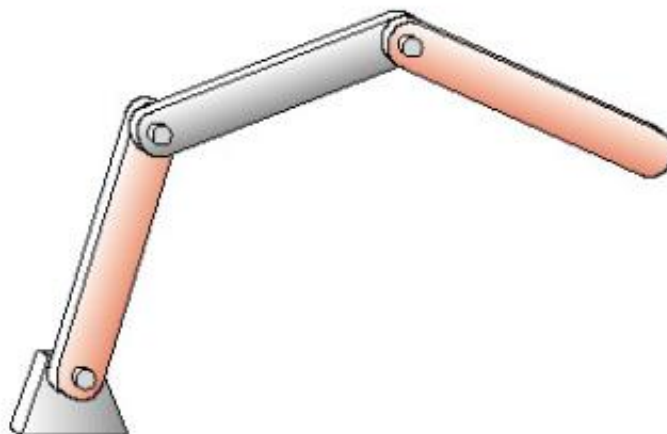
Fonte: Bears (1995, p. 11)

Sistemas que possuem um número finito de graus de liberdade são chamados discretos, enquanto sistemas com infinitos graus de liberdade são chamados de sistemas contínuos ou sistemas de parâmetros distribuídos.

2.1.5 Estrutura dos manipuladores

A estrutura mais comum é a do mecanismo de cadeia cinemática aberta. Do ponto de vista topológico, uma cadeia é aberta quando só há uma sequência de ligamentos conectando duas extremidades (podem incluir juntas ou o efetuator) da cadeia, conforme Figura 8.

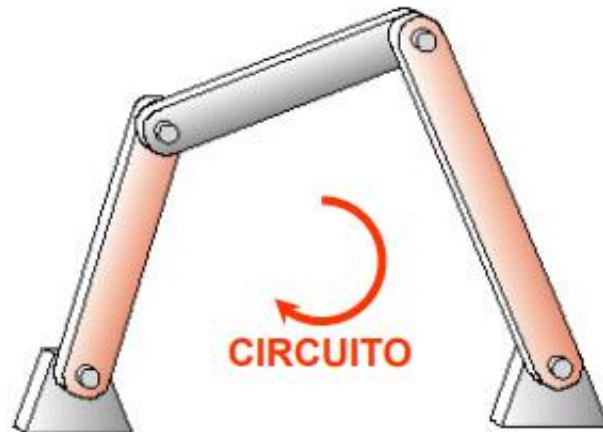
Figura 8 – Mecanismo de cadeia cinemática aberta



Fonte: Norton (2010)

Quando a sequência de ligamentos entre extremidades consideradas forma um laço, ou, em geral, quando uma junta se liga a mais de duas juntas, conforme Figura 9, temos um mecanismo de cadeia cinemática fechada.

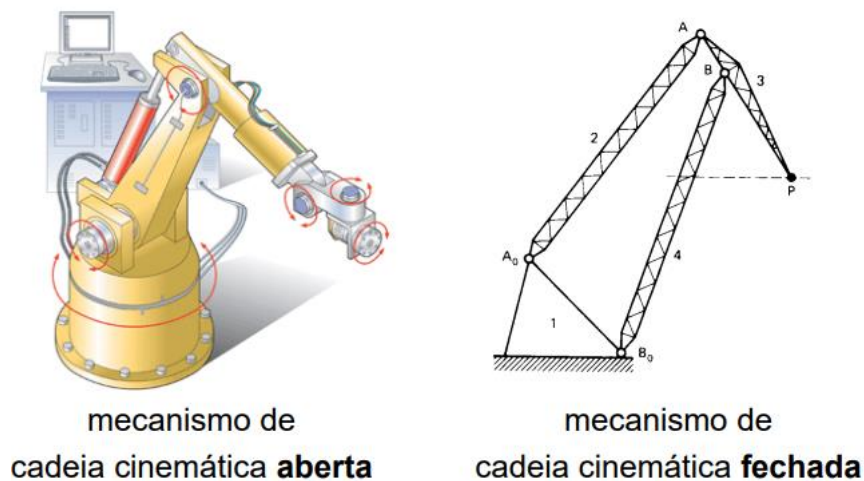
Figura 9 - Mecanismo de cadeia cinemática fechada



Fonte: Adaptado Norton (2010)

Exemplos de mecanismos de cadeia cinemática fechada e aberta podem ser visualizados na Figura 10, respectivamente.

Figura 10 - Exemplos de mecanismos de cadeia aberta e fechada



Fonte: Norton (2010)

Mecanismos de cadeia aberta e fechada são usados diariamente para solução de movimentações em diversas aplicações.

2.2 Atuadores

Para movimentar algum dos elos do manipulador necessita-se de um atuador, este é o elemento responsável pela inserção da força no mecanismo, a classificação deste é dada de acordo com a fonte de energia que é utilizada para efetuar um movimento.

Segundo Wilson e Sadler (1993), atualmente os três principais tipos são os hidráulicos, pneumáticos e elétricos.

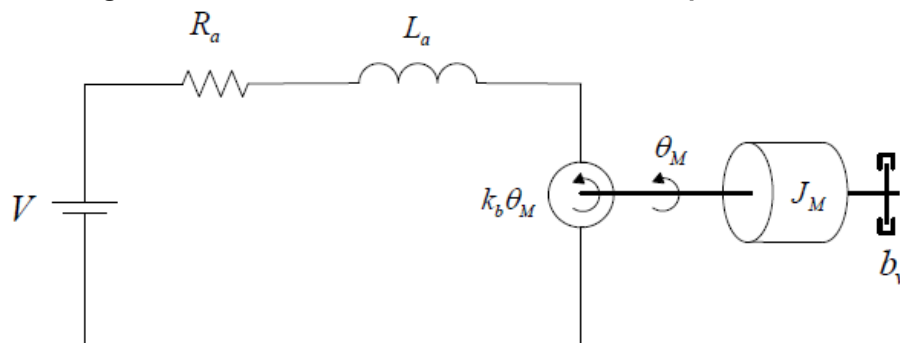
Nesse trabalho abordaremos o seguinte atuador: Motor de corrente contínua CC.

2.2.1 Motor de corrente contínua

Os motores CC são atuadores populares para manipuladores leves não apenas porque podem gerar uma ampla faixa de torque e velocidade angular, mas também porque são silenciosos, limpos e eficientes. No entanto, esses atuadores têm dificuldade em gerar energia suficiente quando seus tamanhos e pesos são de alguma forma reduzidos.

Neste trabalho, a menção a motor de corrente contínua sugere-se a configuração de motor de ímã permanente onde o campo é gerado por um fluxo magnético constante através da utilização de ímãs. Desta forma o controle é feito apenas pela tensão V aplicada na armadura do motor CC, conforme a Figura 11.

Figura 11 - Motor de corrente contínua com ímã permanente



Fonte: Lima (2015)

Para que o motor CC possa ser utilizado como atuador em um manipulador robótico, precisamos definir as equações que regem a dinâmica do motor. Segundo Jabloniski *et al.* (2007), a equação dinâmica do motor de corrente contínua é dada pelas seguintes equações:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_v}{J_M} & \frac{k_t}{J_M} \\ 0 & -\frac{k_b}{L_a} & -\frac{R_a}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_M \\ \omega_M \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{J_M} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_a} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau \\ V \end{bmatrix} \quad (1)$$

Onde $\frac{d\omega_M}{dt}$ é a aceleração angular, $\omega_M = \dot{\theta}_M$ é a velocidade angular do motor de corrente contínua, i é a corrente e V é a tensão elétrica aplicada no motor. As constantes R_M , k_b e L_a são respectivamente a resistência elétrica do motor, a constante de força eletromotriz do motor e a indutância da armadura.

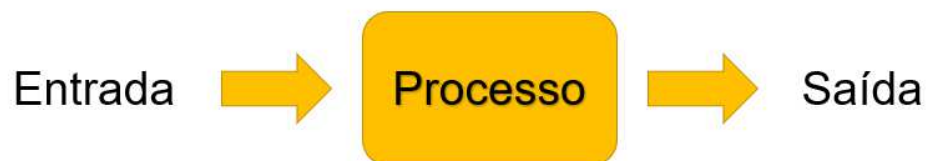
3 TEORIA DE CONTROLE

O controle de sistemas está presente em diversos projetos de engenharia, sendo aplicado através de diferentes técnicas. Segundo Ogata (1990), podemos considerar que o funcionamento de um controlador se baseia na comparação dos sinais de resposta e referência, determinação do erro e produção do sinal de controle para redução desse erro. Como principais características pode-se mencionar a estabilidade, rigidez e robustez do sinal.

Pode-se desenvolver um projeto de controle para inúmeras aplicações, como: robótica, aeroespacial, processos de fabricação, monitoramento, entre outros. A aplicação do controle determina a qualidade, desenvolvimento, assertividade, custo e automação.

Geralmente os sistemas podem ser representados em diagramas de blocos, como apresentado na Figura 12, com entradas, processo e saídas.

Figura 12 - Representação diagrama básica de blocos de um sistema



Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2009)

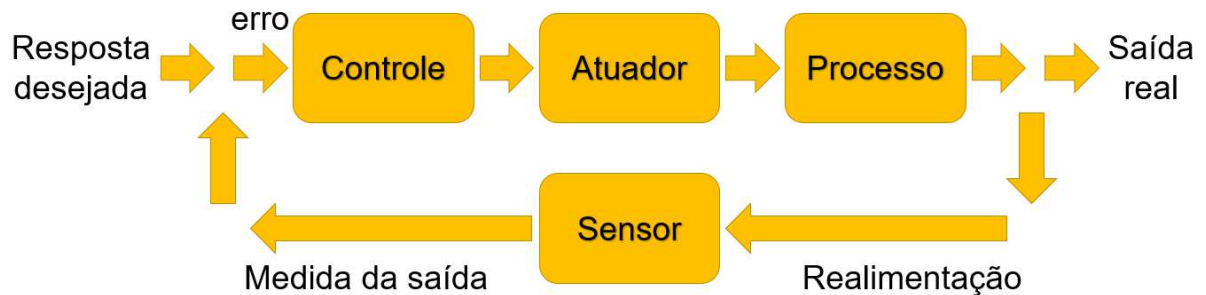
Os sistemas de controle podem ser confeccionados em malha fechada ou aberta. Malha fechada é aquela na qual o sinal de saída possui um efeito direto na ação de controle, ou seja, ocorre uma realimentação do sinal corrigido para a redução gradual do erro do sistema. Malha aberta é aquela na qual a saída não é medida, nem realimentada. A malha fechada se destaca por tornar a resposta do sistema relativamente insensível a distúrbios eternos e variações internas de determinados parâmetros.

Pode-se definir que geralmente a entrada refere-se a variáveis manipuláveis, e por consequência a saída refere-se a variáveis controladas.

A aplicação de um controle com realimentação, de malha fechada, pode ser observada na Figura 13, onde esse sistema tende a diminuir o erro entre a saída do sistema e a resposta desejada considerando a entrada do sistema.

Todos os sistemas dinâmicos, de diversas naturezas, podem ser modelados por equações diferenciais. A resposta de um sistema dinâmico a uma determinada entrada pode ser obtida pela resolução destas equações diferenciais.

Figura 13 – Representação diagrama básico de blocos de um sistema com realimentação



Fonte: Adaptado de Dorf e Bishop (2009)

A caracterização das relações entrada-saída de sistemas lineares invariantes no tempo é denominada função de transferência, ou seja, a relação da transformada de Laplace da função resposta (saída) com a transformada de Laplace da excitação (entrada), de acordo com as condições iniciais e de contorno do sistema em questão

Um dos principais aspectos de um sistema de controle é a estabilidade. Além da estabilidade final do sistema, um sistema de controle deve ter uma margem de estabilidade razoável, assim, a resposta deve apresentar um amortecimento significativo.

Além disso, a velocidade de resposta deve apresentar um comportamento veloz na medida do possível, dentro das características do sistema, e o sistema de controle deve ser capaz de reduzir erros a zero ou um valor tolerável. Um sistema de controle, para ser considerado eficiente, deve se enquadrar dentro desses requisitos.

3.1 Controlador Proporcional (P)

O controle proporcional é baseado no controle clássico *on-off*, este com funcionamento simples, com atuação baseado em duas funções: Liga e Desliga. Segundo Ogata (2010), quando o erro do controlador é maior que zero (0), o atuador age de uma, quando o erro do atuador é menor que zero (0) o atuador age de forma inversa. O controlador *on-off* pode ser exemplificado conforme Equação (2):

$$U(t) = \begin{cases} U_1, & \text{para } e(t) > 0 \\ U_2, & \text{para } e(t) < 0 \end{cases} \quad (2)$$

O controlador proporcional apresentado na Equação (3), gera respostas proporcionais ao erro $e(t)$, segundo Stephanopoulos (1984), quanto maior o valor do ganho proporcional K_p , maior será a sensibilidade do sinal de atuação aos erros.

$$U(t) = K_p e(t) \quad (3)$$

De acordo com Stephanopoulos (1984), o controlador do tipo proporcional não atinge um valor desejado tendo uma pequena diferença chamada de desvio. Normalmente em processos mais simples que não exigem tanta precisão, como controle de volume de um tanque essa diferença é pouco significativa, podendo ser utilizado em diferentes aplicações.

3.2 Controle Proporcional-Integral (PI)

Segundo Ogata (2010), o controlador Proporcional Integral trata-se de um sistema de controle com dois termos, um proporcional ao erro e outro integral.

A representação desse controlador pode ser visualizada na Equação (4), onde K_p representa o ganho proporcional assim como na seção anterior, e T_i representa a taxa de restabelecimento.

$$U(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (4)$$

Conforme descrito por Ogata (2010), o número de vezes em que o ganho proporcional é duplicado, é representado pela taxa de restabelecimento.

Como apresentado por Stephanopoulos (1984), a diferença em relação ao controle proporcional (P) é que o termo integral adicionado ao controlador corrige o desvio que o controlador proporcional apresenta. No entanto, a resposta gerada é lenta e com um sinal de correção oscilatório, dificultando a estabilização do processo no valor desejado.

3.3 Controle por realimentação de estados

A teoria de controle clássico utiliza extensivamente o conceito de função de transferência. Geralmente o projeto e a análise são realizados no domínio de Laplace ou no domínio da frequência. A teoria de controle moderno é baseada no conceito de espaço de estados, conforme apresentado por Ogata (2003), diversos problemas de controle podem ser representados pelo sistema de Equações (5).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{5}$$

Onde A é uma matriz de coeficiente $n \times n$ (matriz de controle do processo), B é a matriz de controle $n \times r$, D e C são matrizes resposta $m \times n$. A variável x representa o vetor de estados, u é um vetor de controle r -dimensional e y um vetor resposta m -dimensional.

O sistema de Equações (5), segundo Dorf e Bishop (1998), pode ser definido como controlável no caso de existir um vetor u que leve ou retorne o sistema para a origem em um tempo finito.

Então pela definição apresentada por Ogata (2003), podemos considerar que o sistema de Equações (5) um sistema em espaço de estados controlável se a Matriz (6) tiver razão igual a n .

$$CO = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]\tag{6}$$

Sendo o vetor $u = -Kx$ como a lei de controle, onde K é a matriz de ganho de realimentação dos estados. Substituindo o vetor de controle na Equação (5), obtém-se a Equações (7) correspondente em malha fechada conforme:

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)\tag{7}$$

Tem-se a Equação (8) como solução da Equação (6).

$$x(t) = e^{(A-BK)t}x(0) \quad (8)$$

Onde, segundo Ogata (2003), $x(0)$ é definido como o estado inicial do sistema. Através da Equação (8) evidencia-se que as características da resposta do sistema e do critério de estabilidade são determinadas pelos autovalores de do termo $(A - BK)$.

Na literatura encontra-se diversas técnicas para solucionar a matriz K , onde, consideramos para aplicação as técnicas de Regulador Linear Quadrático e Estados Dependentes Da Equação De Riccati (SDRE).

3.4 Controle regulador linear quadrático (LQR)

A principal ação do controle baseado nos reguladores ótimos quadráticos é de minimizar a função custo do sistema, como apresentado em Tusset (2008) e Kanieski (2010). A formulação do controle ótimo (LQR) pode ser representada da seguinte forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (9)$$

A lei de controle do regulador LQR é dada pela Equação (10):

$$u = -Kx \quad (10)$$

De modo a minimizar o índice de desempenho J , conforme:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (11)$$

Onde Q é uma matriz simétrica definida positiva (ou semidefinida positiva) e R é uma matriz simétrica definida positiva. As matrizes Q e R determinam a relevância do erro e a quantidade de energia dos estados.

Assim, pode-se observar que caso os elementos da matriz K da Equação (10) sejam determinados de modo a minimizar o índice de desempenho, então u é ótimo

em qualquer estado inicial $x(0)$. Substituindo a Equação (10) na Equação (9), obtém-se a Equação (12).

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (12)$$

Considerado a matriz $A - BK$ estável, pode-se substituir a Equação (12) na Equação (11), onde obtém-se:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + x^T K^T R K x) dt = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt \quad (13)$$

Assim, considerando:

$$x^T (Q + K^T R K) x = -\frac{d}{dt} (x^T P x) \quad (14)$$

Onde P é definida como uma matriz simétrica positiva. Então, resolvendo a Equação (14), obtém-se:

$$x^T (Q + K^T R K) x = -x^T P - x^T P \dot{x} = -x^T [(A - BK)^T + P(A - BK)] x \quad (15)$$

Considerando a Equação (15), sendo esta verdadeira para qualquer x , tem-se a Equação (16).

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T R K) \quad (16)$$

Considerando o sistema $A - BK$ como uma matriz estável, existe uma matriz P definida positiva que satisfaz a Equação (16). Assim, pode-se obter o índice de desempenho J considerando as condições iniciais como $x(0)$, tendo a Equação (17):

$$J = \int_0^{\infty} x^T (Q + K^T R K) x dt = -x^T P x \Big|_0^{\infty} = -x^T(\infty) P x(\infty) + x^T(0) P x(0) \quad (17)$$

A partir das considerações anteriormente apresentadas, temos que $x(\infty) \rightarrow 0$, então o índice de desempenho pode ser expresso em função da matriz P , conforme:

$$J = x^T(0)Px(0) \quad (18)$$

Para a solução de um problema de controle ótimo, supõe-se a existência de uma matriz R real, simétrica e definida positiva, conforme a modelagem apresentada em Lima (2015), onde:

$$R = T^T T \quad (19)$$

Onde T é uma matriz não singular. Então a Equação (16) pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} (A - BK)^T P + P(A - BK) + QK^T T^T T K &= 0 \\ A^T P + PA + [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] - PBR^{-1} B^T P + Q &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

A minimização de J com relação a K , requer a minimização da seguinte equação:

$$x^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P]^T [TK - (T^T)^{-1} B^T P] x \quad (21)$$

Como a Equação (21) é definida não-negativa, ou seja, o mínimo ocorre quando ela vale zero. Então chega-se a equação referente a matriz ótima de ganho K , onde:

$$K = T^{-1} (T^T)^{-1} B^T P = R^{-1} B^T P \quad (22)$$

Onde, substituindo a Equação (22) na Equação (20), obtém-se o vetor de controle ótimo.

$$u = -Kx = R^{-1}B^T Px \quad (23)$$

Considerando que R é uma matriz simétrica definida positiva. Conforme apresentado por Phillips e Nagle (1995), a matriz P deve ser obtida resolvendo-se a equação algébrica reduzida de Riccati, dada por:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (24)$$

Com desenvolvimento apresentado, é possível determinar a matriz de ganho K e a equação de Riccati associada do regulador quadrático, linear, contínuo no tempo.

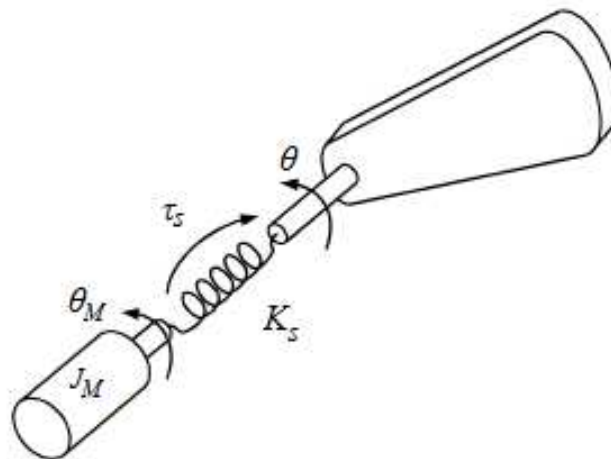
4 MODELAGEM MATEMATICA MANIPULADOR ROBÓTICO

Para esta seção, enfatiza-se que estudo se baseia em diferentes modelos como no modelo apresentado em Lima *et al.* (2014), Lewis *et al.* (2003) e Lima (2015), considerando um manipulador robótico com dois elos e dois graus de liberdade.

Como apresentado em Lewis *et al.* (2003), e com o objetivo de modelar o manipulador robótico mais próximo do modelo físico real será considerada na modelagem a flexibilidade ou elasticidade do material presente na estrutura dos materiais, parâmetros que muitas vezes são desconsiderados.

O sistema de transmissão de torque para a articulação flexível é ilustrado pela Figura 14, onde o acoplamento do motor com o manipulador possui características flexíveis.

Figura 14 – Esquema para junta flexível entre elo e motor CC



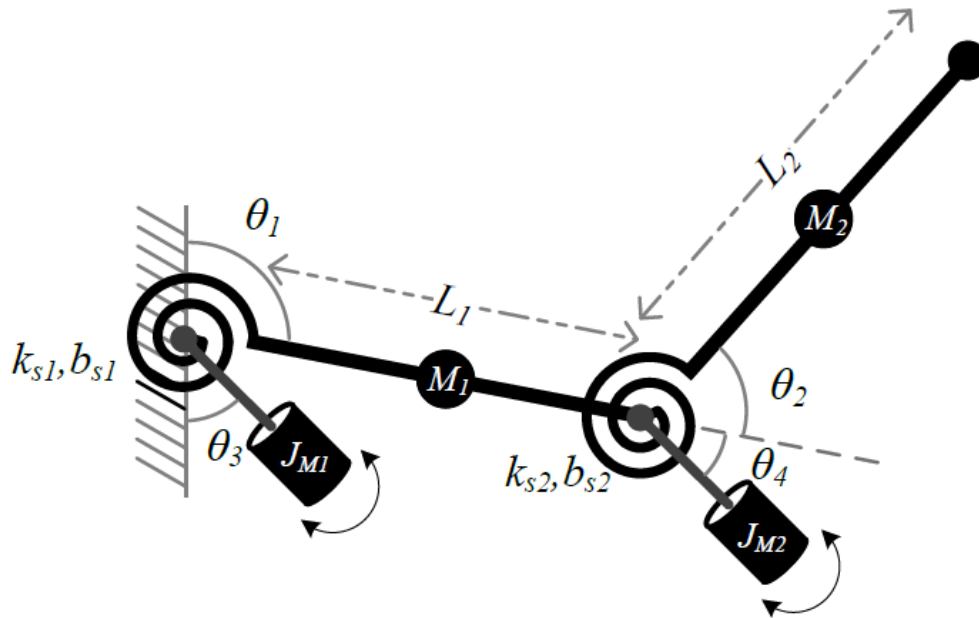
Fonte: De Lima *et al.* (2014)

Segundo Ichikawa e Furuta (2014), o efeito flexível ocorre no acoplamento do elo do sistema robótico com o eixo do motor ou em sistemas de transmissão, como caixa de redução entre outros.

Para uma modelagem mais precisa do sistema considerado, o efeito de articulação flexível é aplicado para as juntas dos elos como acoplamento dos motores entre os elos, desta forma é possível observar comportamentos dinâmicos próximos conhecidos dentro dos estudos e pesquisas sobre robôs de diferentes aplicações, funções, tamanhos e características.

Os motores CC e as juntas do manipulador robótico são apresentados na Figura 15, juntamente com a apresentação dos elos de um manipulador com dois graus de liberdade.

Figura 15 - Desenho esquemático manipulador robótico com juntas flexíveis



Fonte: Lima et al. (2016)

Onde θ_1 e θ_2 são os ângulos da junta do elo 1 e elo 2, respectivamente. θ_4 e θ_5 são os ângulos do motor correspondentes para cada elo, b_s é a constante de amortecimento e k é a constante da mola.

As equações governantes dos movimentos são obtidas através da energia do sistema. Para análise e simulação, é considerada a modelagem de um sistema com dois graus de liberdade com juntas flexíveis.

Considerando as coordenadas generalizadas da Figura 15 descritas pelos sistemas de Equações (25):

$$\begin{aligned}
 p_{x_1} &= L_1 \sin(\theta_1) \\
 p_{y_1} &= L_1 \cos(\theta_2) \\
 p_{x_2} &= L_1 \sin(\theta_1) + L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
 p_{y_2} &= L_1 \cos(\theta_2) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)
 \end{aligned} \tag{25}$$

A equação que define a energia cinética do sistema representado pela Figura 15 é dada por:

$$\xi_c = \frac{1}{2} \left(M_1 \dot{p}_{x_1}^2 + M_1 \dot{p}_{y_1}^2 + M_2 \dot{p}_{x_2}^2 + M_2 \dot{p}_{y_2}^2 \right) \quad (26)$$

Como apresentado em Lima *et al.* (2014), a energia potencial é obtida através da equação:

$$\xi_p = M_1 g L_1 \cos(\theta_1) + M_2 g (L_1 \cos(\theta_1) + L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)) \quad (27)$$

Pelo balanço de energias temos a equação de Lagrange:

$$\xi = \xi_c - \xi_p \quad (28)$$

Substituindo as Equações (26) e (27) na Equação (28) temos:

$$\begin{aligned} \xi = & \left(\frac{1}{2} M_1 L_1^2 + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_1^2 + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 \dots \\ & \dots + \frac{1}{2} M_2 L_2^2 \dot{\theta}_2^2 - M_2 g L_2 \cos(\theta_1) - M_2 g L_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) - M_1 g L_1 \cos(\theta_1) \end{aligned} \quad (29)$$

Para obtenção do modelo matemático considera-se a equação de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial \xi}{\partial \theta_i} = \tau_i \quad (30)$$

Sendo θ_i as coordenadas generalizadas e τ_i representa o torque. Sendo a equação do torque $\tau_{1,2}$ dadas pela Equação (31):

$$\begin{aligned}
\tau_1 &= \left(M_2 L_2^2 + 2 M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) + M_1 L_1^2 + M_2 L_1^2 \right) \ddot{\theta} + \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_2 \cdots \\
&\cdots - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \ddot{\theta}_2 - 2 M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - M_1 g L_1 \sin(\theta_1) - M_2 g L_1 \sin(\theta_1) \cdots \\
&\cdots - M_2 g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) - M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \\
\tau_2 &= \left(M_2 L_2^2 + M_2 L_1 L_2 \cos(\theta_2) \right) \ddot{\theta}_1 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2^2 \ddot{\theta}_2 + M_2 L_2 L_1 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \cdots \\
&- M_2 L g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)
\end{aligned} \tag{31}$$

Acrescentando a matriz de atrito $F(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 & \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$ no sistema de Equações (30) e organizando em forma matricial, temos a Equação (32):

$$\ddot{\theta} = \mathbf{M}(\theta)^{-1} \left(-\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} - \mathbf{F}(\dot{\theta}) - \mathbf{G}(\theta) + \boldsymbol{\tau} \right) \tag{32}$$

$$\text{Sendo: } \mathbf{C}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}(\dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G}(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} \quad \text{e}$$

$$\mathbf{M}(\theta)^{-1} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}.$$

Onde a constante k_a representa o coeficiente de atrito do manipulador, e os coeficientes das matrizes $\mathbf{C}(\theta, \dot{\theta})$ e $\mathbf{G}(\theta, \dot{\theta})$ são dadas por:

$$\begin{aligned}
c_1 &= -M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\
c_2 &= -2 M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\
g_1 &= -(M_1 + M_2) g L_1 \sin(\theta_1) - M_2 g L_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \\
g_2 &= -2 M_2 L_1 L_2 \sin(\theta_2) (2 \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)
\end{aligned} \tag{33}$$

As variáveis que representam as juntas com características elásticas τ_s são dadas por:

$$\boldsymbol{\tau}_s = \begin{pmatrix} b_s(\dot{\theta}_{M_1} - \dot{\theta}_1) + k_s(\theta_{M_1} - \theta_1) \\ b_s(\dot{\theta}_{M_2} - \dot{\theta}_2) + k_s(\theta_{M_2} - \theta_2) \end{pmatrix} \quad (34)$$

De acordo com Jablonski *et al.* (2007), a equação que representa o motor CC é dada por:

$$\ddot{\theta}_M = \frac{1}{J_M} (k_M \mathbf{i} - b_v \dot{\theta}_M - \boldsymbol{\tau}_s) \quad (35)$$

Assim como apresentado em Lima (2016), considerando as equações (31) e (35) o modelo matemático do manipulador robótico pode ser escrito na forma de espaço de estados:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -p_{11}k_s x_1 + \alpha x_2 - p_{12}k_s x_3 + \beta x_4 + p_{11}k_s x_5 + p_{11}b_s x_6 + p_{12}k_s x_7 + p_{12}b_s x_8 - p_{11}g_1 - p_{12}g_2 \\ \dot{x}_3 &= x_4 \\ \dot{x}_4 &= -p_{21}k_s x_1 + \gamma x_2 - p_{22}k_s x_3 + \delta x_4 + p_{21}k_s x_5 + p_{21}b_s x_6 + p_{22}k_s x_7 + p_{22}b_s x_8 - p_{21}g_1 - p_{22}g_2 \\ \dot{x}_5 &= x_6 \\ \dot{x}_6 &= \frac{1}{J_m} (-k_s x_1 + b_s x_2 - k_s x_5 - (b_v + b_s) x_6 + k_t i_1) \\ \dot{x}_7 &= x_8 \\ \dot{x}_8 &= \frac{1}{J_m} (-k_s x_3 + b_s x_4 - k_s x_7 - (b_v + b_s) x_8 + k_t i_2) \end{aligned} \quad (36)$$

Sendo: $x_1 = \theta_1$, $x_2 = \dot{\theta}_1$, $x_3 = \theta_2$, $x_4 = \dot{\theta}_2$, $x_5 = \theta_{M_1}$, $x_6 = \dot{\theta}_{M_1}$, $x_7 = \theta_{M_2}$, $x_8 = \dot{\theta}_{M_2}$,

$$\alpha = -p_{11}(k_a + b_s) - p_{12}c_2, \quad \beta = p_{11}c_1 - p_{12}(k_a + b_s), \quad \gamma = -p_{21}(k_a + b_s) - p_{22}c_2,$$

$$\delta = -p_{22}(k_a + b_s) - p_{21}c_1, \quad p_{11} = \frac{-m_{22}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}}, \quad p_{12} = \frac{-m_{21}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}},$$

$$p_{21} = \frac{-m_{12}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}} \text{ e } p_{22} = \frac{-m_{11}}{-m_{12}m_{21} + m_{11}m_{22}}.$$

5 PROJETOS DE CONTROLE

Nesta seção serão apresentados os projetos de controle aplicados ao sistema desenvolvido na seção 3 e 4. Os Controladores Linear Quadrático (LQR), *Feedforward* e Integrativo são aplicados ao controle de posição das ligações do motor e do eixo do motor é dado pela corrente elétrica (i). Introduzindo o controle da corrente elétrica no sistema de Equações (36), teremos o seguinte sistema:

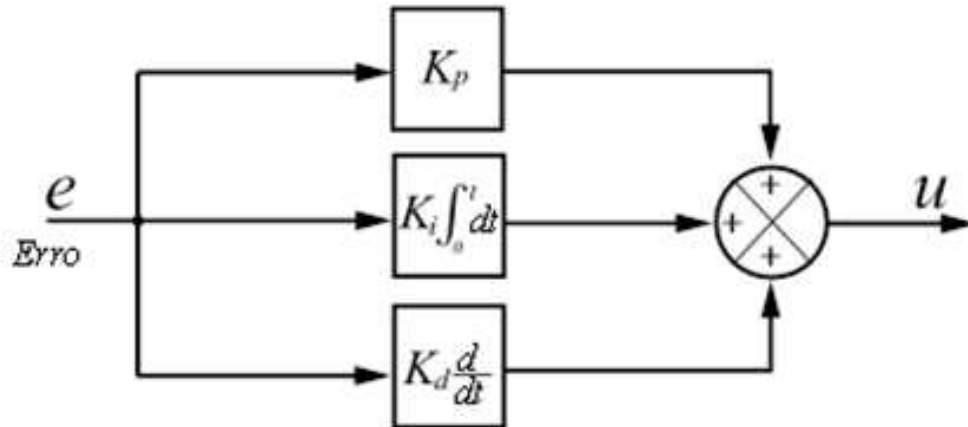
$$\begin{aligned}
 \dot{x}_1 &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= -p_{11}k_s x_1 + \alpha x_2 - p_{12}k_s x_3 + \beta x_4 + p_{11}k_s x_5 + p_{11}b_s x_6 + p_{12}k_s x_7 \\
 &\quad + p_{12}b_s x_8 - p_{11}g_1 - p_{12}g_2 \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= -p_{21}k_s x_1 + \gamma x_2 - p_{22}k_s x_3 + \delta x_4 + p_{21}k_s x_5 + p_{21}b_s x_6 + p_{22}k_s x_7 \\
 &\quad + p_{22}b_s x_8 - p_{21}g_1 - p_{22}g_2 \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= \frac{1}{J} \left(-k_s x_1 + b_s x_2 - k_s x_5 - (b_v + b_s) x_6 + k_t U_1 \right) \\
 \dot{x}_7 &= x_8 \\
 \dot{x}_8 &= \frac{1}{J} \left(-k_s x_3 + b_s x_4 - k_s x_7 - (b_v + b_s) x_8 + k_t U_2 \right)
 \end{aligned} \tag{37}$$

Onde: $U_i = u_i + \tilde{u}_i$, u_i é o controle de realimentação de estado, e \tilde{u}_i é o controle *feedforward*, sendo este último composto por termos que dependem da força gravitacional g na seguinte forma, como apresentado em Lima *et al.* (2016):

$$\begin{aligned}
 \tilde{u}_1 &= p_{11}g_1 + p_{12}g_2 \\
 \tilde{u}_2 &= p_{21}g_1 + p_{22}g_2
 \end{aligned} \tag{38}$$

Como apresentado em Pereira (2022), o controle de realimentação de estado é um controlador PID e opera de acordo com o diagrama de blocos da Figura 16:

Figura 16 - Desenho esquemático manipulador robótico com juntas flexíveis



Fonte: Pereira (2022)

Onde: K_p é o ganho proporcional, K_d é o ganho derivado e K_i é o ganho integral correspondente da malha de controle, respectivamente. Os erros, $e_1 = \tilde{x}_1 - x_1$, $e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1$, $e_3 = \tilde{x}_3 - x_3$, $e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3$, $e_5 = \tilde{x}_5 - x_5$, $e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5$, $e_7 = \tilde{x}_7 - x_7$ e $e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7$, onde \tilde{x}_- representam os estados desejados para a posição angular dos elos e do eixo do motor.

O controle LQR foi usado para determinar os ganhos de K_p e K_d , o que permite o projeto de um controle PD ótimo.

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (39)$$

Onde: $K_p = k_{i,j}$ para $j = 1, 3, 5, 7, \dots$, $K_d = k_{i,j}$ para $j = 2, 4, 6, 8, \dots$, para o controle PD: U_j . A matriz \mathbf{P} é obtido resolvendo a seguinte equação de Riccati:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0} \quad (40)$$

A função de custo para o problema de controle para controle ótimo de PD é dada por:

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{\infty} (\mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \quad (41)$$

Sendo: \mathbf{Q} e \mathbf{R} matrizes definidas positivas.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção serão apresentadas as simulações numéricas, análise de eficiência e comparação entre os controladores Linear Quadrático (LQR), *Feedforward* e Integrativo considerando a rotina de um manipulador para realizar uma tarefa pré-programada com pontos específicos de movimentação. A análise se baseia em três configurações de controles diferentes. No primeiro caso considera-se o controle PD (LQR) somente. No segundo caso, considera-se a atuação conjunta dos controles PD (LQR) com *Feedforward* (FFW). Para o terceiro caso, considera-se a atuação dos controles em conjunto das três técnicas de controle, LQR, *Feedforward* (FFW) e Controle Integrativo (I).

Em todos os três casos, os elos são posicionados em pontos fixos a simular uma tarefa de um robô em uma possível rotina em uma indústria.

Os parâmetros utilizados nas simulações numéricas são apresentados na Tabela (1):

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
m_1	I [kg]	k_s	450 [Nm/rad]
m_2	I [kg]	b_s	510 [Nms/rad]
L_1	$0,8$ [m]	k_a	6 [Nm/rad]
L_2	$0,8$ [m]	b_v	$0,02$ [Nms/rad]
g	$9,8$ [m/s^2]	J	$0,0002$ [kgm^2]
k_t	$0,8$ [Nm/A]	$x_i(0), i=1:8$	0

Fonte: Tuset et al. (2022a)

Considerando os parâmetros da Tabela (1) e a equação (37) na forma matricial da Equação (9), temos as seguintes as matrizes **A** e **B**:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -kp_{11} & \alpha & -kp_{12} & \beta & kp_{11} & b_s p_{11} & kp_{12} & b_s p_{12} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -kp_{21} & \gamma & -kp_{22} & \delta & kp_{21} & b_s p_{21} & kp_{22} & b_s p_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{-k}{J} & \frac{b_s}{J} & 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{-(b_s + b_v)}{J} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{b_s}{J} & 0 & 0 & \frac{-k}{J} & \frac{-(b_s + b_v)}{J} \end{bmatrix} \quad \text{e } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{k_t}{J} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{k_t}{J} \end{bmatrix}$$

Definindo as matrizes positivas \mathbf{Q} e \mathbf{R} :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^2 \end{bmatrix} \quad \text{e } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^{-3} & 0 \\ 0 & 10^{-3} \end{bmatrix}.$$

Considerando a Equação (37), obtemos os ganhos PD ótimos:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -708316,20 & -5234,94 & 989,1866 & 1928,63 & -705899,35 & 74,669 & -1086,83 & 0,1509 \\ 1036,8334 & 1928,90 & -707146,83 & -3008,18 & -989,18 & 0,1509 & -707630,34 & 74,8439 \end{bmatrix}$$

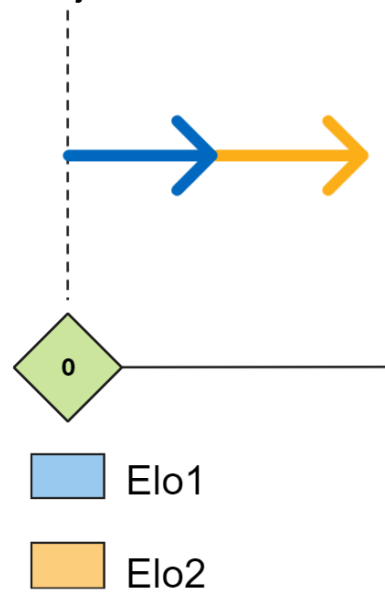
Conforme apresentado em Tuset *et al.* (2022a), os ganhos do controle integrativo são dados por K_i e considerados: u_1 ($K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$), e u_2 ($K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$).

6.1 Validação cinemática do modelo

Como descrito no início da seção, o posicionamento dos dois elos em simula a atividade de um manipulador uma aplicação industrial, ao longo do tempo em 6 combinações de pontos. Pode-se visualizar a disposição desejada dos elos 1 e 2 ao longo tempo a seguir, juntamente com a posição desejada de cada elo.

Atividade 0: $X_5 = \pi/2$ (90°) e $X_7 = \pi/1$ (180°), conforme Figura 17:

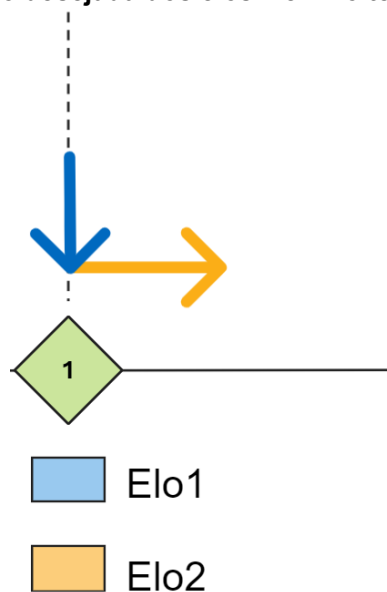
Figura 17 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 0.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 1: $X_5 = \pi/1$ (180°) e $X_7 = \pi/2$ (90°), conforme Figura 18:

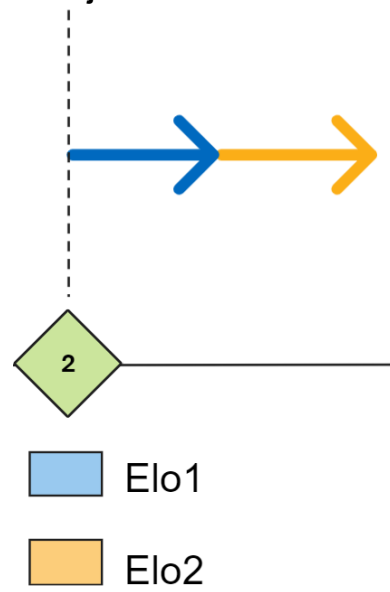
Figura 18 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 1.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 2: $X_5 = \pi/2$ (90°) e $X_7 = \pi/1$ (180°), conforme Figura 19:

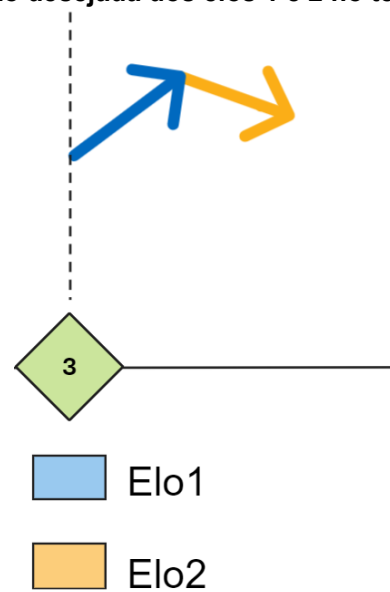
Figura 19 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 2.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 3: $X_5 = \pi/4$ (45°) e $X_7 = \pi/3$ (60°), conforme Figura 20:

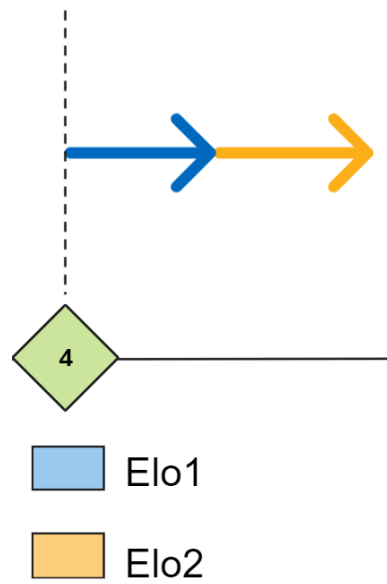
Figura 20 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 3.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 4: $X_5 = \pi/2$ (90°) e $X_7 = \pi/1$ (180°), conforme Figura 21:

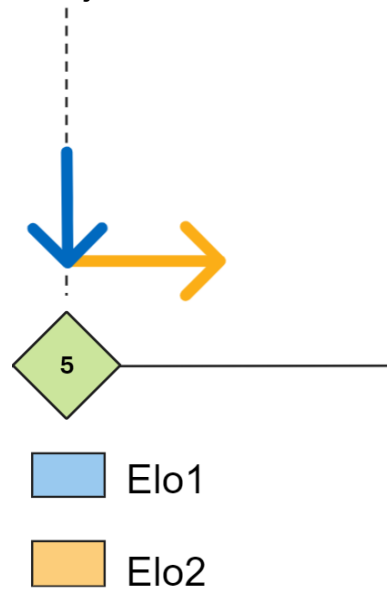
Figura 21 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 4.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 5: $X_5 = \pi/1$ (180°) e $X_7 = \pi/2$ (90°), conforme Figura 22:

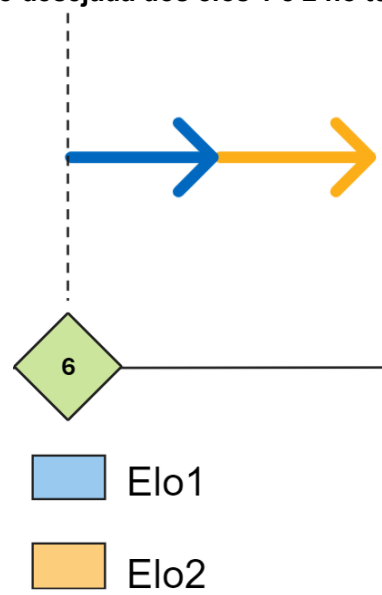
Figura 22 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 5.



Fonte: Autoria própria (2023)

Atividade 0: $X_5 = \pi/2$ (90°) e $X_7 = \pi/1$ (180°), conforme Figura 23:

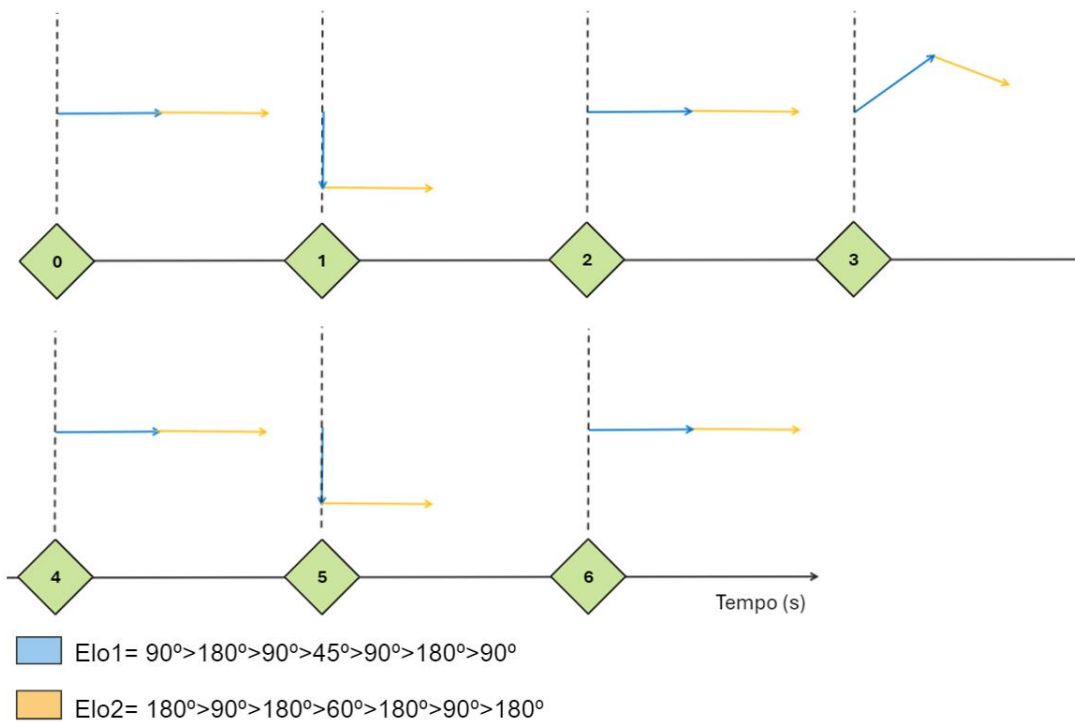
Figura 23 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo na atividade 6.



Fonte: Autoria própria (2023)

Dessa forma, pode-se visualizar na Figura 24 a disposição dos elos ao longo do tempo.

Figura 24 – Posição desejada dos elos 1 e 2 no tempo.



Fonte: Autoria própria (2023)

Como pode ser observado na Figura 24 e na Tabela (2), o as posições do desejadas dos elos se alteram ao longo tempo, simulando uma atividade de pegar uma peça em um ponto inicial (0), realizar uma atividade específica (1-5), e retornar a peça a posição de origem (6).

Tabela 2 – Coordenadas e condições desejadas do manipulador robótico no tempo

Atividade	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	Tempo t (s)
0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	0
1	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$0 < t \leq 2$
2	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$2 < t \leq 4$
3	$\pi/4$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$4 < t \leq 6$
4	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$6 < t \leq 8$
5	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$8 < t \leq 10$
6	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$\pi/2$	0	$\pi/1$	0	$10 < t$

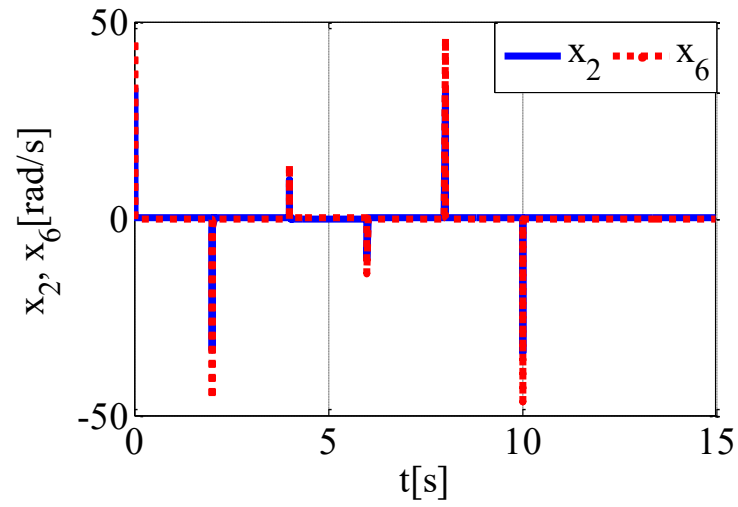
Fonte: Autoria própria (2023)

Sendo considerados os pontos da Tabela (2) como pontos desejados durante as simulações desse trabalho.

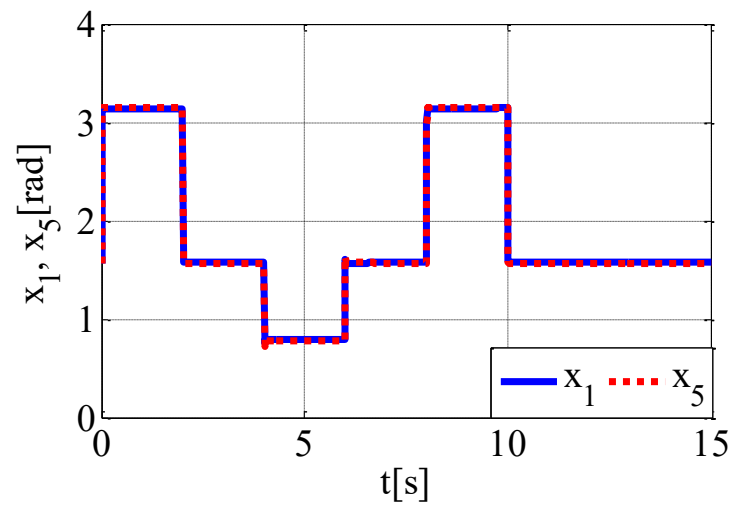
6.2 Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estados PD (LQR)

O controlador PD (LQR) u_i é aplicado ao sistema para controle de corrente elétrica do motor, controle de posicionamento do eixo do motor e conseqüentemente controle de posição dos elos 1 e 2. O comportamento do sistema durante a realização das atividades 0 a 6 da Tabela (2) é apresentado na Figura 25:

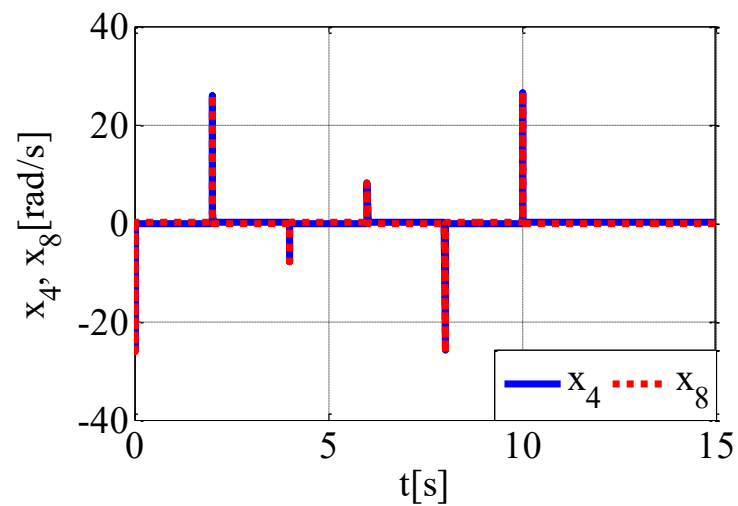
Figura 25 – PD LQR (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2



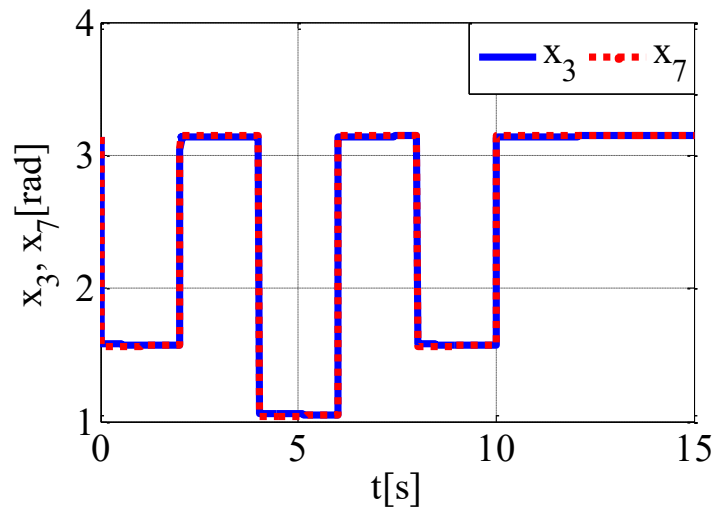
(a)



(b)



(c)



(d)

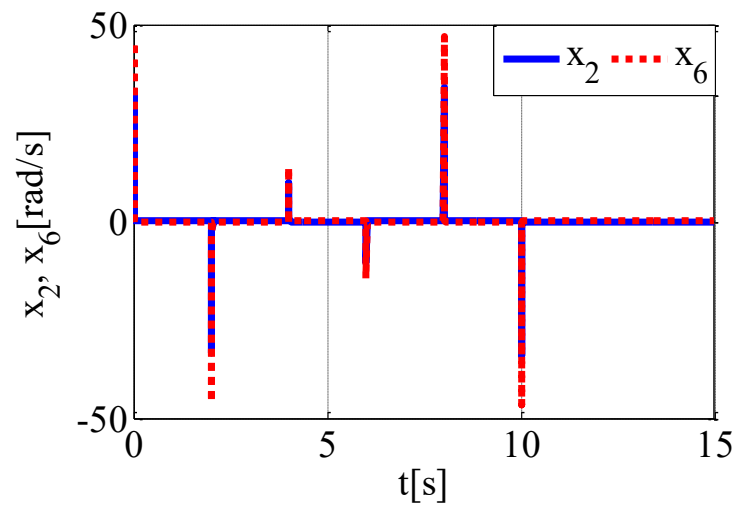
Fonte: Autoria própria (2023)

Pode-se observar que os resultados para o sistema controlado pelo controlador PD (LQR) apresenta boa resposta para direcionar e manter os manipuladores robóticos nos pontos desejados.

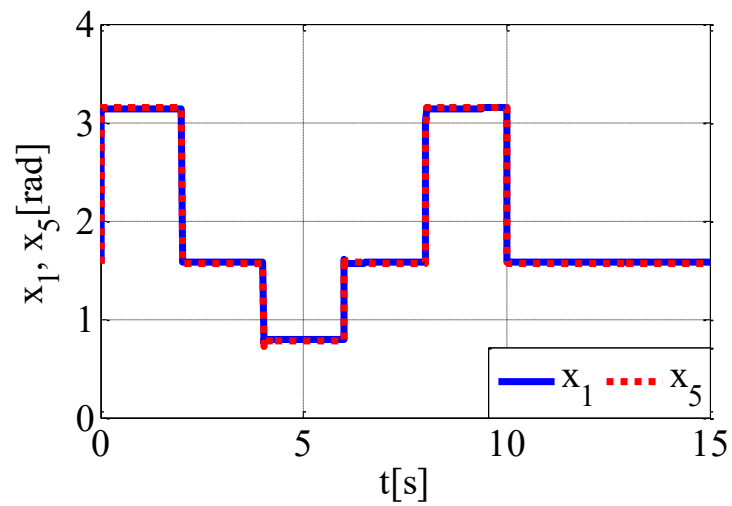
6.3 Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estado PD (LQR) em conjunto com o controle *Feedforward* (FFW)

O controlador PD (LQR) u_i é aplicado em conjunto com o controle *Feedforward* (FFW) \tilde{u}_i ao sistema para controle de corrente elétrica do motor, controle de posicionamento do eixo do motor e consequentemente controle de posição dos elos 1 e 2. O comportamento do sistema durante a realização das atividades 0 a 6 da Tabela (2) é apresentado na Figura 26:

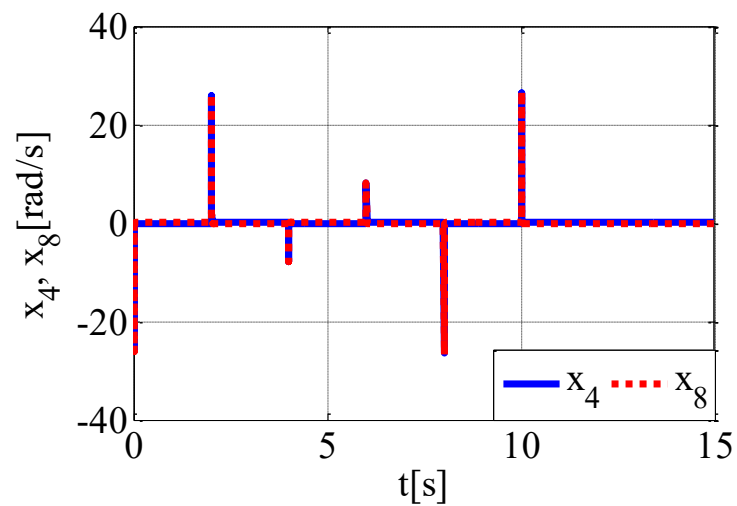
Figura 26 – PD (LQR) e FFW (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2



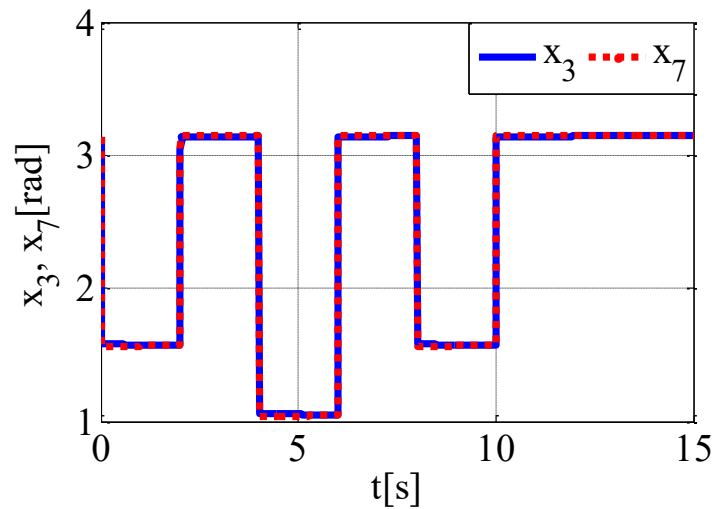
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: Autoria própria (2023)

Pode-se observar que os resultados para o sistema controlado pelo controlador PD (LQR) em conjunto com *Feedforward* (FFW) também se mostra capaz e com boa resposta para direcionar e manter os manipuladores robóticos nos pontos desejados.

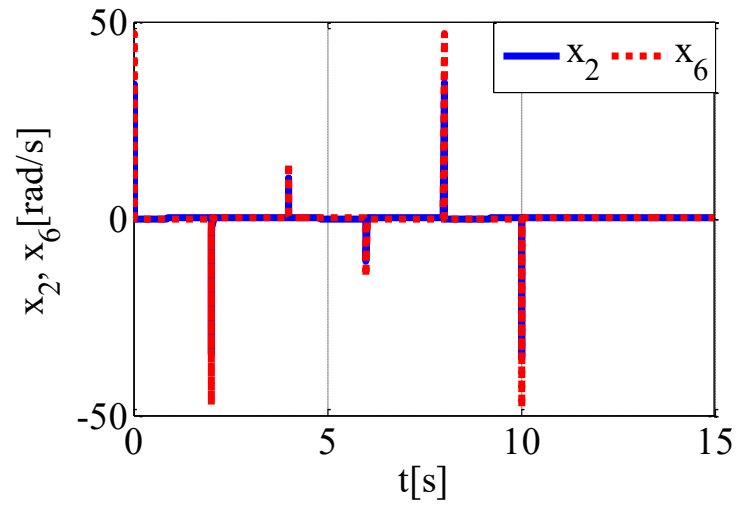
6.4 Simulações numéricas considerando o controle por realimentação de estado PD (LQR) em conjunto com os controles *Feedforward* (FFW) e Integrativo (I)

O controlador PD (LQR) u_i é aplicado em conjunto com os controles *Feedforward* (FFW) \tilde{u}_i e Integrativo (I) ao sistema para controle de corrente elétrica do motor, controle de posicionamento do eixo do motor e conseqüentemente controle de posição dos elos 1 e 2.

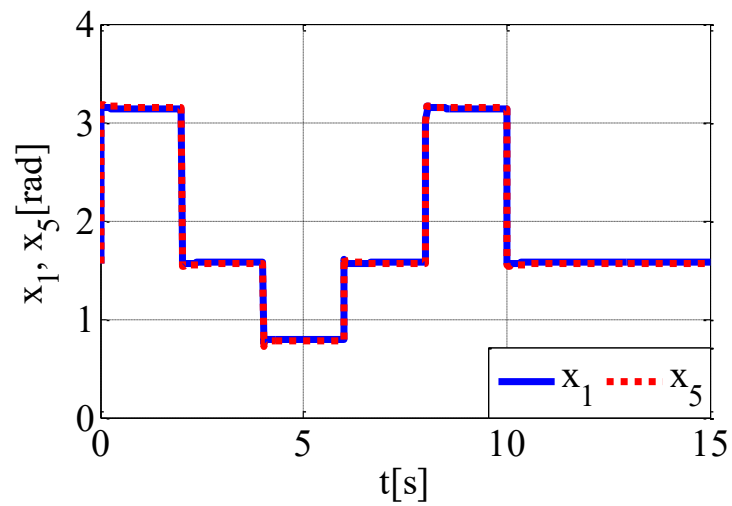
De acordo com Tusset *et al.* (2022a), o ganho integral K_i é dado para u_1 : $K_{i_1} = 2179449,33$, $K_{i_3} = 224821,58$, $K_{i_5} = 2280104,28$ e $K_{i_7} = 21848,79$ e para u_2 : $K_{i_1} = 162457,09$, $K_{i_3} = 2950790,59$, $K_{i_5} = 170105,19$ e $K_{i_7} = 300778,54$.

O comportamento do sistema durante a realização das atividades 0 a 6 da Tabela (2) é apresentado na Figura 27:

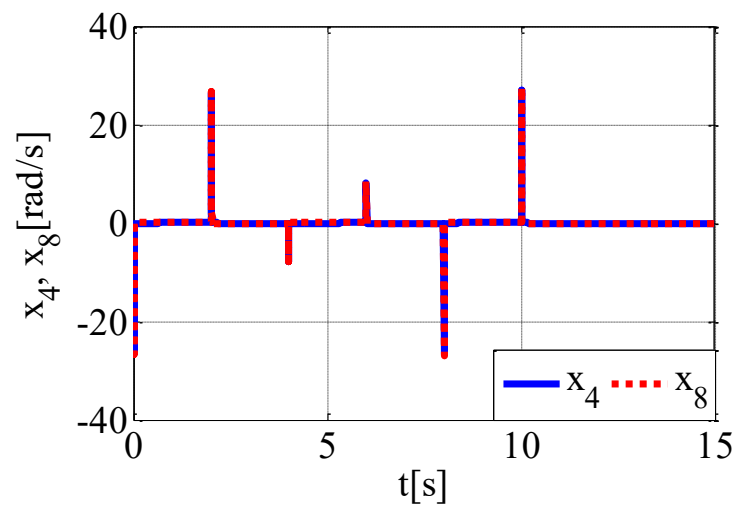
Figura 27 – PD (LQR), FFW e I (a) Velocidade angular do eixo do motor 1 e elo 1. (b) Posição angular do eixo do motor 1 e elo 1. (c) Velocidade angular do eixo do motor 2 e elo 2. (d) Posição angular do eixo do motor 2 e elo 2



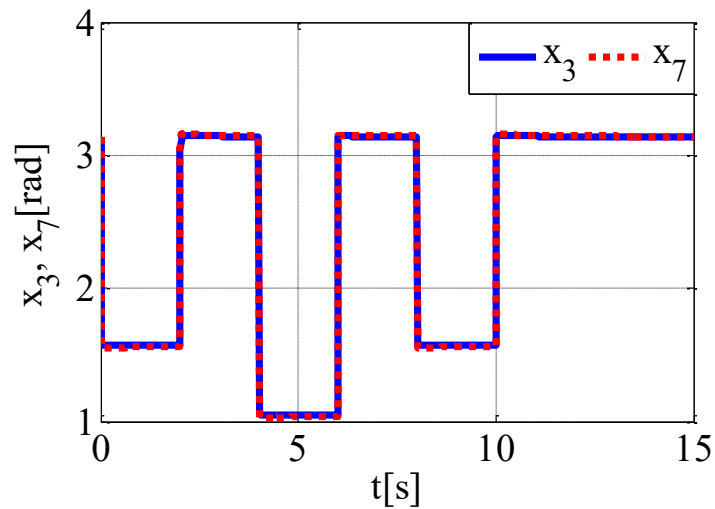
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: Autoria própria (2023)

Pode-se observar que os resultados para o sistema controlado pelo controlador PD (LQR) em conjunto com *Feedforward* (FFW) e Integrativo (I) se mostra capaz e com boa resposta para direcionar e manter os manipuladores robóticos nos pontos desejados, com comportamento similar aos controles apresentados nas seções 6.1 e 6.2.

6.5 Simulação numérica comparativa entre o erro das propostas abordadas nas seções 6.1, 6.2 e 6.3

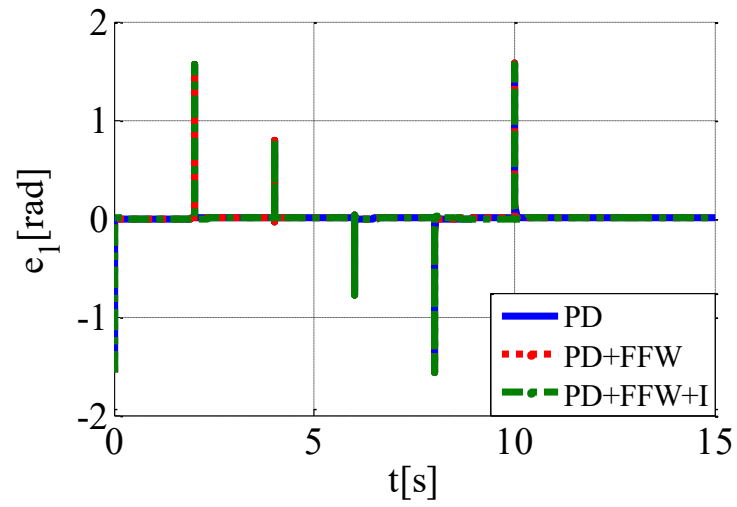
Em caráter comparativo, avaliou-se também as variações do erros:

$$e_1 = \tilde{x}_1 - x_1 \text{ [rad]}, \quad e_2 = \dot{\tilde{x}}_1 - \dot{x}_1 \text{ [rad/s]}, \quad e_3 = \tilde{x}_3 - x_3 \text{ [rad]}, \quad e_4 = \dot{\tilde{x}}_3 - \dot{x}_3 \text{ [rad/s]},$$

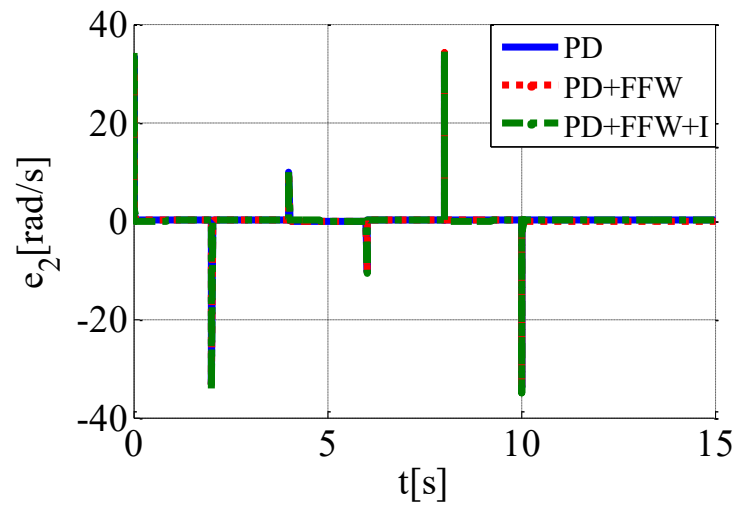
$$e_5 = \tilde{x}_5 - x_5 \text{ [rad]}, \quad e_6 = \dot{\tilde{x}}_5 - \dot{x}_5 \text{ [rad/s]}, \quad e_7 = \tilde{x}_7 - x_7 \text{ [rad]} \text{ e } e_8 = \dot{\tilde{x}}_7 - \dot{x}_7 \text{ [rad/s]}.$$

Na Figura 28 pode-se observar os erros dos controladores das seções 6.1, 6.2 e 6.3 em relação ao motor e elo 1:

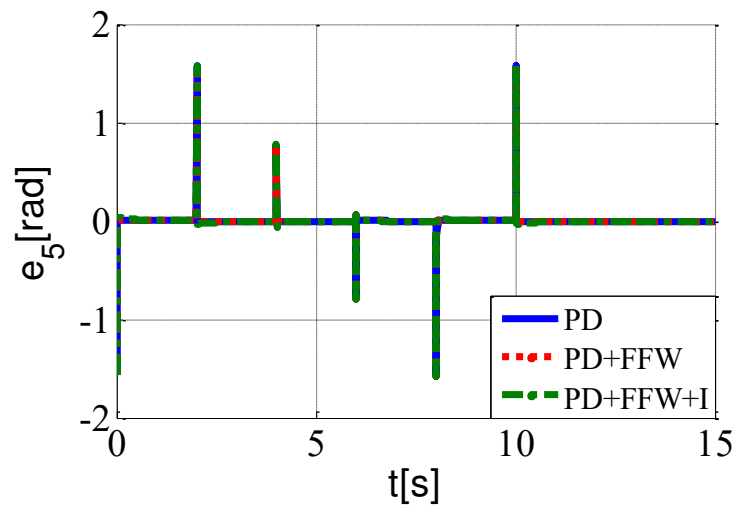
Figura 28 – Erros controladores PD (LQR), PD (LQR) + FFW e PD (LQR) + FFW + I (a) Posição angular do eixo do motor 1. (b) Velocidade angular do eixo do motor 1. (c) Posição angular do elo 1. (d) Velocidade angular do elo 1



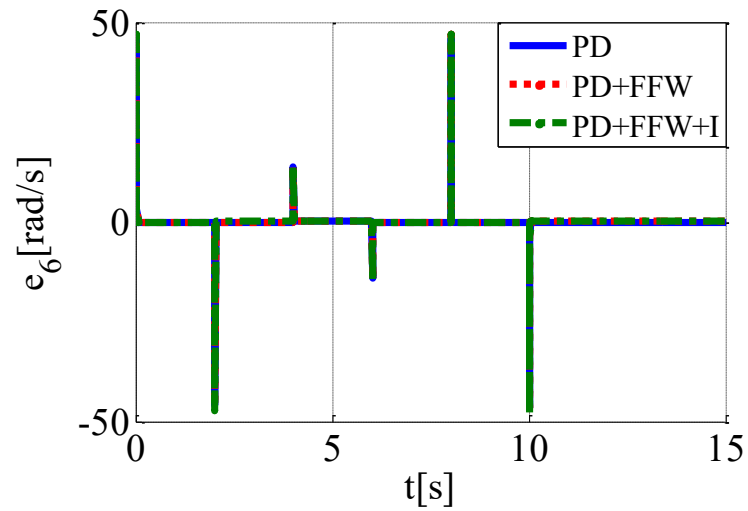
(a)



(b)



(c)

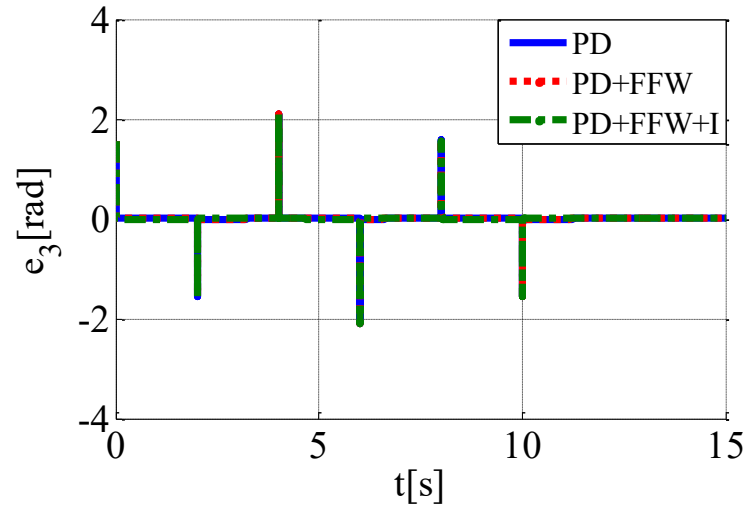


(d)

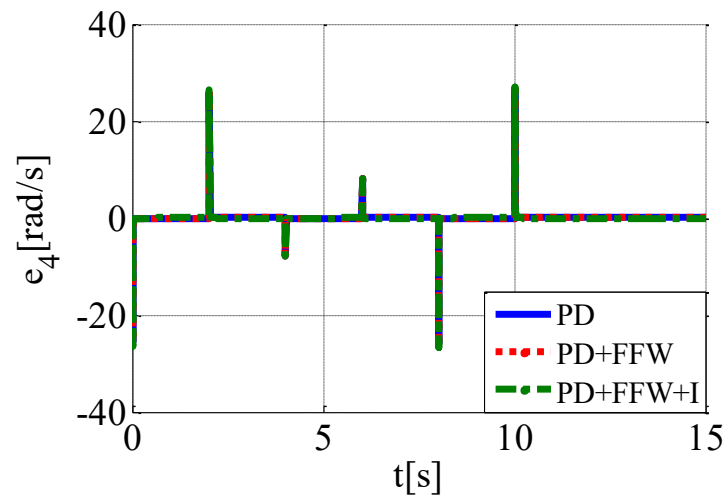
Fonte: Autoria própria (2023)

Na Figura 29 pode-se observar os erros dos controladores das seções 6.1, 6.2 e 6.3 em relação ao motor e elo 2:

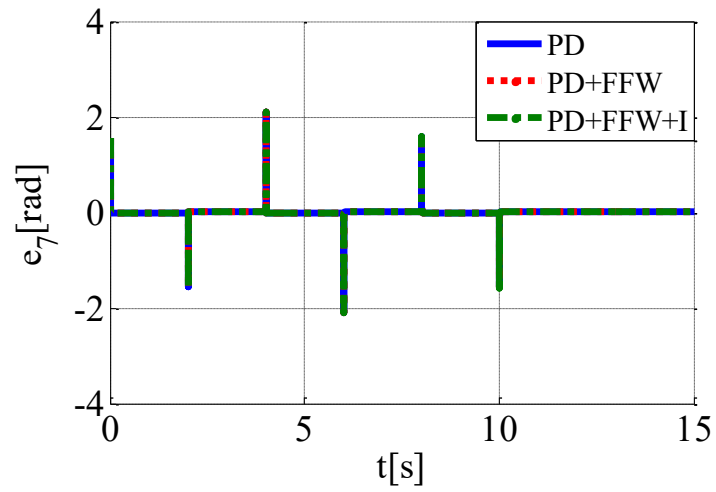
Figura 29 – Erros controladores PD (LQR), PD (LQR) + FFW e PD (LQR) + FFW + I (a) Posição angular do eixo do motor 2. (b) Velocidade angular do eixo do motor 2. (c) Posição angular do elo 2. (d) Velocidade angular do elo 2



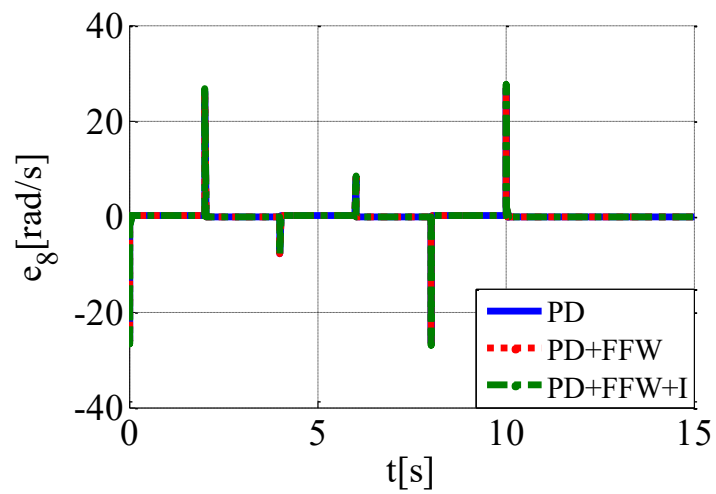
(a)



(b)



(c)



(d)

Fonte: Autoria própria (2023)

Como o comportamento das propostas de controle se mostraram similares, para avaliação e análise do desempenho dos controladores, a Tabela (3) é apresentada.

Tabela 3 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 1

Controle		Atividade					
		1	2	3	4	5	6
PD (LQR)	e1	0,003055	0,0103	0,007754	0,003862	0,000124	0,01074
	e2	0,00485	0,00041	0,00023	0,00610	0,00205	0,00002
	e5	0,00794	0,00783	0,00652	0,00143	0,00487	0,00827
	e6	0,00483	0,00040	0,00022	0,00607	0,00205	0,00002
PD (LQR)+FFW	e1	0,00306	0,01046	0,00759	0,00399	0,00075	0,01091
	e2	0,00481	0,00226	0,00019	0,00593	0,00148	0,00013
	e5	0,00803	0,00801	0,00638	0,00163	0,00423	0,00846
	e6	0,00483	0,00025	0,00009	0,00590	0,00148	0,00013
PD (LQR)+FFW+I	e1	0,00440	0,00803	0,00750	0,00280	0,00126	0,00845
	e2	0,00013	0,00390	0,00012	0,00593	0,00144	0,00365
	e5	0,00666	0,01011	0,00712	0,00284	0,00363	0,01047
	e6	0,00833	0,00327	0,00065	0,00582	0,00570	0,00351
Tempo t (s)		$0 < t \leq 2$	$2 < t \leq 4$	$4 < t \leq 6$	$6 < t \leq 8$	$8 < t \leq 10$	$10 < t$

Fonte: Autoria própria

A Tabela (3) considera a coleta de dados dos erros no sistema logo após 1 segundo do pico de movimentação. Na Tabela (4) pode-se observar o erro de cada proposta de controle para o motor e elo 2, logo após 1 segundo do pico de movimentação, para avaliação do erro de posicionamento no manipulador após o movimento.

Tabela 4 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 2

Controle		Atividade					
		1	2	3	4	5	6
PD (LQR)	e3	0,00567	0,00054	0,00706	0,00071	0,00537	0,00065
	e4	0,00392	0,00265	0,00541	0,00154	0,00360	0,00240
	e7	0,00318	0,00557	0,00523	0,00431	0,00285	0,00566
	e8	0,00394	0,00264	0,00538	0,00153	0,00361	0,00271
PD (LQR)+FFW	e3	0,00577	0,00046	0,00687	0,00085	0,00552	0,00051
	e4	0,00396	0,00268	0,00551	0,00155	0,00367	0,00268
	e7	0,00297	0,00574	0,00571	0,00444	0,00271	0,00579
	e8	0,00393	0,00264	0,00543	0,00154	0,00365	0,00269
PD (LQR)+FFW+I	e3	0,00137	0,00137	0,00076	0,00062	0,00153	0,00138
	e4	0,00081	0,00149	0,00109	0,00064	0,00131	0,00147
	e7	0,01019	0,00755	0,01320	0,00418	0,00977	0,00769
	e8	0,00870	0,00681	0,00979	0,00375	0,00869	0,00699
Tempo t (s)		$0 < t \leq 2$	$2 < t \leq 4$	$4 < t \leq 6$	$6 < t \leq 8$	$8 < t \leq 10$	$10 < t$

Fonte: Autoria própria (2023)

Com base nas seções 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, pode-se observar com os resultados apresentados que o a proposta de controle PD (LQR) se mostrou mais eficiente para o problema proposto. Essa observação é importante, pois mesmo com controladores mais complexos e atuando em conjunto, não apresentaram o mesmo desempenho em comparação ao PD (LQR). O erro médio para realização das atividades para cada proposta de controle pode ser visualizado na Tabela (5):

Tabela 5 – Erros dos controladores no posicionamento do motor e elo 2

Controle		Média de tempo Atividades 1 a 6 (s)	Controle		Média de tempo Atividades 1 a 6 (s)
PD (LQR)	e1	0,00417	PD (LQR)	e3	0,00359
	e2			e4	
	e5			e7	
	e6			e8	
PD (LQR)+FFW	e1	0,00421	PD (LQR)+FFW	e3	0,00364
	e2			e4	
	e5			e7	
	e6			e8	
PD (LQR)+FFW+I	e1	0,00482	PD (LQR)+FFW+I	e3	0,00463
	e2			e4	
	e5			e7	
	e6			e8	

Fonte: Autoria própria (2023)

Observa-se na Tabela (5) que o comportamento dos controles PD (LQR) e PD(LQR)+FFW se assemelha, mas com vantagem para o controle PD (LQR), que possui um erro médio menor quando comparado aos demais controladores.

Destaca-se que a eficiência dos controladores esta baseada no manipulador robótico com dois graus de liberdade, para realização de atividades no tempo.

Com isso, o projeto de controle, equipamentos e aplicações podem ser considerados com reduções significativas de custo, tempo e complexidade de implementação em indústrias que utilizam manipuladores robóticos com dois graus de liberdade para realização de tarefas pré-definidas.

7 CONCLUSÃO

A comparação entre as três estratégias de controles aplicadas a um manipulador robótico com 2 graus de liberdade é inédita e os resultados numéricos apresentados neste trabalho mostram que pode-se considerar um braço robótico com dois graus de liberdade como um sistema controlável para as três estratégias de controle propostas. Esse comportamento ficou claro ao observar as atividades programadas para o robô, os motores e elos realizaram as atividades com sucesso.

Os resultados numéricos mostraram que o Controle PD (LQR) é a mais indicada para casos de manipuladores robóticos com dois graus de liberdade com atividades pré-definidas no tempo, e que o controle aplicado ao motor somente, funciona bem para controlar a posição dos elos no sistema. Pode-se observar que a combinação dos controladores PD(LQR) + Feedforward(FFW) e PD(LQR) + Feedforward(FFW) + Integrativo(I) apresentam boa eficiência em controlar o sistema, mas ainda assim, menor que a eficiência do PD (LQR) somente, o que diminui a complexidade do projeto de controle para aplicações industriais.

Sugere-se para trabalhos futuros, o desenvolvimento de um modelo no sistema contínuo, o desenvolvimento de um modelo matemático com três graus de liberdade, e a análise de outras estratégias de controle, como Modos deslizantes.

REFERÊNCIAS

- ABB. **Portifólio de produtos**. Disponível em: <https://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/>. Acesso em: 09 de maio 2022.
- BEARDS, C. **Engineering vibration analysis with application to control systems**. 1. ed. Londres: Butterworth-Heinemann. Elsevier, 1995.
- CRAIG, John J. **Introduction to robotics: mechanics and control**. Pearson Educacion, 2005.
- DORF, R. C.; BISHOP, E. R. H. **Sistemas de controle modernos**. 1998.
- DORF, R. C.; BISHOP, E. R. H. **Sistemas de controle modernos**, 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- FALK, F. Model free energy, mechanics, and thermodynamics of shape memory alloys. **Acta Metallurgica**, v. 28, n. 12, p. 1773-1780, 1980.
- FENILI, A.; BALTHAZAR, M. J. The rigid-flexible nonlinear robotic manipulator: Modeling and control. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 16, n. 5, p. 2332-2341, 2011.
- GE S. S.; TEE, K. P.; VAHVI, I. E.; TAY, F. E. Tracking and vibration control of flexible robots using shape memory alloys. **IEEE/ASME Transactions On Mechatronics**, v. 11, n. 6, p. 690-698, 2006.
- ICHIKAWA, A.; FURUTA, K. **Advances in control education**. Elsevier, 2014.
- JABLONSKI, R.; TURKOWSKI, M.; SZEWCZYK, R. **Recent advances in mechatronics**. Springer Science & Business Media, 2007.
- JANZEN, F. C., TUSSET, A. M., PICCIRILLO, V., BALTHAZAR, J. M., PONTES, B. R., SILVEIRA, M., & BRASIL, R. M. Control of slewing motions of flexible structures using shape memory alloy. In **ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition**. American Society of Mechanical Engineers. Vol. 46483, p. V04BT04A028, 2014.
- KALYONCU, M. Mathematical modelling and dynamic response of a multi-straight-line path tracing flexible robot manipulator with rotating-prismatic joint. **Applied Mathematical Modelling**, v. 32, n. 6, p. 1087-1098, 2008.
- KANIESKI, J. M. **Modelagem e controle LQR aplicado a um condicionador de energia**. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2010.

KORAYEM, M. H.; IRANI, M.; NEKOO, S. R. Load maximization of flexible joint mechanical manipulator using nonlinear optimal controller. **Acta Astronautica**, v. 69, n. 7-8, p. 458-469, 2011.4

LEWIS, F. L.; DAWSON, D. M.; ABDALLAH, C. T. **Robot manipulator control: theory and practice**. CRC Press, 2003.

LIMA, J. J. **Controle não linear de posição e vibração de manipuladores robóticos com juntas e elos flexíveis utilizando materiais inteligentes**. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2015.

LIMA, J. J., TUSSET, A. M., JANZEN, F. C., PICCIRILLO, V., NASCIMENTO, C. B., & BRASIL, F. R. M. Nonlinear state estimation and control applied to a manipulator robotic including drive motor. **Mathematics in Engineering, Science & Aerospace (MESA)**, v. 5, n. 4, 2014.

LIMA, J. J., TUSSET, A. M., JANZEN, F. C., PICCIRILLO, V., NASCIMENTO, C. B., BALTHAZAR, J. M., & DE Fonseca, R. M. L. R. SDRE applied to position and vibration control of a robot manipulator with a flexible link. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, v. 54, n. 4, p. 1067-1078, 2016.

LOOKHEED MARTIN COMPANY. **SMA-Based actuation systems**. Disponível em <http://www.continuum-dynamics.com/old/lib-pro-htsma.html>. Acesso em: 10 de maio 2022.

MA, Zhiqiang; SUN, Guanghui. Dual terminal sliding mode control design for rigid robotic manipulator. **Journal of the Franklin Institute**, v. 355, n. 18, p. 9127-9149, 2018.

NORTON, Robert L. **Cinemática e dinâmica dos mecanismos**. AMGH Editora, 2010.

OGATA, KATSUHIKO. **Modern control engineering**, Prectice-Hall. 1990.

OGATA, KATSUHIKO. **Engenharia de controle moderno**, 4. ed. São Paulo, 2003.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Education, 2010.

PAZOS, F. **Automação de sistemas e robótica**. Rio de Janeiro: Axcel Books do Brasil. 2002.

PEREIRA, A. E. B. **Simulações numéricas e computacionais de controle de posicionamento de manipuladores robóticos sujeitos a excitação de fontes não ideais**. 2022. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

PHILLIPS, C. L.; NAGLE, H. R. **Digital control system analysis and design**. Upper Saddle River, USA: Prentice-Hall, 1995.

PICCIRILLO, V., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., & FELIX, J. L. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control: Part I: Ideal energy source. **Nonlinear Dynamics**, v. 55, n. 1, p. 139-149, 2009.

RAO, S. **Vibrações mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

ROMANO, R; TANNURI, E. A. Modeling, control and experimental validation of a novel actuator based on shape memory alloys. **Mechatronics**, v. 19, n. 7, p. 1169-1177, 2009.

SAREENA, A.; RIKESH, P. Application of PID controller and nonlinear sliding mode control on two link robotic manipulator. **International Journal of Engineering Research & Technology**, v. 8, p. 504-508, 2019.

SHAWKY, A.; ZYDEK, D.; ELHALWAGY, Y. Z.; ORDYS, A. Modeling and nonlinear control of a flexible-link manipulator. **Applied Mathematical Modelling**, 37(23), 9591-9602, 2013.

SLOTINE, J. J. E. Sliding controller design for non-linear systems. **International Journal of control**, v. 40, n. 2, p. 421-434, 1984.

SLOTINE, J. J. E., & Li, W. **Applied nonlinear control**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall, 1991.

STEPHANOPOULOS, G. **Chemical process control: An introduction to theory and practice**. 1. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Pearson Education, 1984.

TUSSET, A. M. **Controle Ótimo aplicado em modelo de suspensão veicular não-linear controlada através de amortecedor magneto-reológico**. 2008.

TUSSET, A. M., DE LIMA, J. J., JANZEN, F. C., FILHO, P. P., JUNIOR, J. L., BALTHAZAR, J. M., & KOSSOSKI, A. **A Hybrid PID-LQR Control Applied in Positioning Control of Robotic Manipulators Subject to Excitation from Non-ideal Sources**. In: Mechanisms and Machine Science. 1. ed. Springer, Cham, v. 116, p. 393-403, 2022a.

TUSSET, A. M., FILHO, P. P., PICCIRILLO, V., LENZI, G. G., BALTHAZAR, J. M., OLIVEIRA, C., & VARANIS, M. **Dynamic Analysis and PID Control of a Double Pendulum Arm Excited by a Nonideal Source**. Mechanisms and Machine Science. 1. ed. Springer, Cham, v. 116, p. 343-356, 2022b.

UTKIN, V. I. Sliding modes and their applications in variable structure systems. **Mir, Moscow**, 1978.

VAN, M.; DO, X. P; MAVROVOUNIOTIS M. Self-tuning fuzzy PID-nonsingular fast terminal sliding mode control for robust fault tolerant control of robot manipulators. **ISA Trans**, v. 1, p. 1-12, 2019.

WILSON, C. E. & SADLER, J. P. **Kinematics and Dynamics of Machinery**. 2. ed. Edition. Harper Collins College Publishers, 1993.

ZAKIA, U.; MOALLEM, M.; MENON, C. PID-SMC controller for a 2-DOF planar robot. In: **2019 international conference on electrical, computer and communication engineering**. IEEE, p. 1-5, 2019.