

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS PATO BRANCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
PPGEE**

CARLOS HENRIQUE ROSSI

**METODOLOGIA DE PROJETO DE CONTROLADORES DE
AMORTECIMENTO PARA POSICIONAMENTO PARCIAL DE POLOS
DE MODELOS MULTIMÁQUINAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

DISSERTAÇÃO

**PATO BRANCO
2012**

CARLOS HENRIQUE ROSSI

**METODOLOGIA DE PROJETO DE CONTROLADORES DE
AMORTECIMENTO PARA POSICIONAMENTO PARCIAL DE POLOS
DE MODELOS MULTIMÁQUINAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Área de Concentração: Sistemas e Processamento de Energia.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Vasques de Oliveira.

PATO BRANCO

2012

Catálogo na Fonte por Elda Lopes Lira CRB9/1295

R831 Rossi, Carlos Henrique
Metodologia de projeto de controladores de amortecimento para
posicionamento parcial de pólos de modelos multimáquinas de sistemas de
potência / Carlos Henrique Rossi – 2012.
130 f. : il.; 30 cm.

Orientador: Ricardo Vasques de Oliveira
Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Pato Branco / PR,
2012.
Bibliografia: f. 1117 - 120

1. Dinâmica e controle de sistemas de potência. 2. Controle robusto.
3. Desigualdades matriciais lineares. 4. Oscilações eletromecânicas. 5.
Controlador de amortecimento. I. Oliveira, Ricardo Vasques, orient.
II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD (22. ed.) 621.3



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Pato Branco
Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica



TERMO DE APROVAÇÃO

Título da Dissertação nº 014

**Metodologia de Projeto de Controladores de Amortecimento para
Posicionamento parcial de Polos de Modelos Multimáquinas de Sistemas de
Potência.**

por

Calos Henrique Rossi

Dissertação apresentada às oito horas e trinta minutos do dia dez de agosto de dois mil e doze, como requisito parcial para obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Linha de Pesquisa – Análise de Sistemas Dinâmicos. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (Área de Concentração: Sistemas e Processamento de Energia), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Pato Branco. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho. . A.PROVADO

Banca examinadora:

Prof. Dr. Roman Kuiava
UFPR/Ctba

Prof. Dr. Miguel Moreto
UTFPR/PB

Prof. Dr. César Rafael Claire Torrico
UTFPR/PB

Prof. Dr. Ricardo Vasques de Oliveira
UTFPR/PB (Orientador)

Prof. Dr. Rafael Cardoso
Coordenador do PPGEE



Aos meus pais, João Carlos e Zeny que sempre acreditam em minhas lutas, à minha irmã Valéria e em especial à minha esposa Gisele, que me apoia e vive ao meu lado em todas as dificuldades e constantes falta de tempo, decorrente dos estudos.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Ricardo Vasques de Oliveira, pela orientação, pelo exemplo de profissional e dedicação na condução dos estudos.

Aos colegas de estudos Jean Carlos Gentilini, José Alexandre Zamadei , Jacson Rodrigo Dreher e Newton Carlos Will pelo companheirismo e estudos realizados.

A todos os Professores do PPGEE da UTFPR de Pato Branco.

Aos Professores que participaram das avaliações e acrescentaram melhorias a este trabalho.

A todos os companheiros do PPGEE da UTFPR de Pato Branco.

À UTFPR, pela oportunidade de realizar o mestrado.

A Deus e N. Sra. Aparecida que me deram forças e me protegeram nos mais de

17.000 Km percorridos entre Reserva do Iguazu e Pato Branco no período de estudos.

RESUMO

ROSSI, Carlos Henrique. **PROJETO DE CONTROLADORES DE AMORTECIMENTO PARA POSICIONAMENTO PARCIAL DE POLOS DE MODELOS MULTIMÁQUINAS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA**. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2012.

Este trabalho propõe uma metodologia de projeto de controladores para o amortecimento de oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas elétricos de potência. O problema de controle é estruturado na forma de desigualdades matriciais, as quais permitem a busca por uma solução numérica para o problema de controle. Os controladores de amortecimento baseados na realimentação dinâmica de saída, gerados por metodologias de projeto na forma de desigualdades matriciais, geralmente apresentam ordem elevada. Além disso, projetos considerando sistemas de potência de médio porte demandam elevado tempo computacional. Nesse contexto, o presente trabalho propõe uma metodologia de projeto capaz de gerar controladores de ordem reduzida. A metodologia proposta adota um índice de desempenho que possibilita a redução do tempo computacional demandado no projeto. O índice de desempenho adotado para o sistema em malha fechada é a energia do sinal de saída do sistema. Essa energia corresponde à integral do valor quadrático do sinal adotado como saída do sistema. A metodologia proposta permite especificar um índice de desempenho apenas para aos modos de resposta de interesse do sistema, contornando as limitações das metodologias baseadas em posicionamento regional de polos. A relação entre o valor da energia do sinal de saída do sistema e seu fator de amortecimento é estabelecida por meio de uma equação algébrica. Neste trabalho, a metodologia é aplicada na geração de controladores de amortecimento para geradores síncronos. Entretanto, o procedimento proposto é genérico o suficiente para ser aplicado a outros tipos de geradores (gerador de indução empregado em unidades eólicas, por exemplo), a dispositivos FACTS (do Inglês, *Flexible AC Transmission System*) assim como a outros tipos de sistemas dinâmicos. A metodologia gerou um controlador eficaz para um caso onde a formulação baseada no tradicional posicionamento regional de polos é incapaz de gerar um controlador que assegure uma boa margem de estabilidade para o modo de resposta de interesse.

Palavras-Chave: Dinâmica e controle de sistemas de potência, controle robusto, desigualdades matriciais lineares, oscilações eletromecânicas, controlador de amortecimento.

ABSTRACT

ROSSI, Carlos Henrique. **DESIGN OF DAMPING CONTROLLERS FOR PARTIAL POLE PLACEMENT OF MULTIMACHINE POWER SYSTEMS**. Dissertation – Electrical Engineering Graduate Program, Federal Technological University of Parana, Pato Branco, Brazil, 2012.

This work proposes a methodology for the design of controller to damp low frequency electromechanical oscillations in power systems. The control problem is structured in the form of matrix inequalities, which allows obtaining a numerical solution for the control problem. The damping controllers based on dynamic output feedback, generated by design methodologies in the form of matrix inequalities, usually presents high order. In addition, the design of this controller, considering large power systems, usually requires excessive computational effort. In this context, this work proposes a methodology for the design of reduced order controllers. The proposed methodology employs a performance index that is less costly in terms of computational effort when compared to the one with the traditional regional pole placement. The adopted performance index for the closed loop system is the energy of the system output. This energy corresponds to the integral of the signal squared regarding the system output. The proposed methodology allows specifying a performance index only for the response modes of interest, overcoming the limitations of the methodologies based on regional pole placement. The relation between the energy value of the output signal of the system and its damping factor is established by means of an algebraic equation. In this paper, the methodology is applied to generate damping controller for synchronous generators. However, the proposed procedure is general enough to be applied to other kinds of power plants (wind generation, for example), to FACTS devices, as well as to other dynamic systems. The methodology has generated an effective controller for a case where the formulation based on the regional pole placement is unable to generate a controller which assures a good stability margin for the response mode of interest.

Keywords – Power system dynamics, robust control, linear matrix inequalities, electromechanical oscillations, damping controller.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação simplificada da máquina síncrona de dois polos .	28
Figura 2 – Ilustração dos enrolamentos da máquina síncrona posicionados nos eixo direto e em quadratura do referencial girante adotado na modelagem	32
Figura 3 – Circuito equivalente da máquina síncrona	35
Figura 4 – Curva típica de capacidade do gerador síncrono	36
Figura 5 – Representação da saturação do entreferro para valores de tensão e corrente de excitação	37
Figura 6 – Esquema geral do processo de excitação de um gerador síncrono..	38
Figura 7 – Diagrama de blocos do sistema de excitação do tipo IEEE ST1.....	39
Figura 8 – Diagrama esquemático do sistema de excitação com o estabilizador de sistemas de potência	40
Figura 9 – Diagrama fasorial referente ao novo sistema de referência	42
Figura 10 – Representação do sistema multimáquinas	45
Figura 11 – Esquema da divisão dos estudos de estabilidade	48
Figura 12 – Representação da linearização do sistema em um ponto de operação	51
Figura 13 – Representação da função de transferência do sistema em malha aberta.....	57
Figura 14 – Localização da região D no plano complexo para posicionamento dos polos.....	62
Figura 15 – Exemplo hipotético do PRP para um sistema multimáquinas: a) Sistema sem controlador de amortecimento; b) Sistema com controlador de amortecimento adicionado apenas ao gerador G1.....	64
Figura 16 – Exemplo hipotético da energia de sinais oscilatórios.....	69
Figura 17 – Estrutura do controlador robusto resultante.....	73
Figura 18 – Estrutura de Realimentação.....	73
Figura 19 – Ângulo de compensação do resíduo correspondente ao i -ésimo gerador e h -ésimo modo de oscilação.....	80
Figura 20 – Fluxograma referente ao método VK aplicado para a resolução das BMIs da formulação do problema de controle proposto	84

Figura 21 – Fluxograma representando os principais passos da metodologia de projeto proposta.....	87
Figura 22 – Representação do ângulo de fase ϕ no plano complexo	88
Figura 23 – Diagrama unifilar do sistema teste 1.....	93
Figura 24 – Autovalores relacionados com os modos de oscilação eletromecânicos considerando o sistema operando sem o controlador gerado pela metodologia proposta.....	94
Figura 25 – Resposta não linear da velocidade dos geradores para o sistema operando no caso base com apenas um controlador no gerador 3.....	95
Figura 26 – Autovalores correspondentes aos modos de resposta do sistema teste 1 com o controlador projetado inserido no gerador G1.....	97
Figura 27 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com o controlador proposto incluído no gerador G1.....	98
Figura 28 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta inter-área..	100
Figura 29 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta local dos geradores G1 e G2.....	100
Figura 30 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta local dos geradores G3 e G4.....	101
Figura 31 – Valor da energia do sinal de saída em função do valor do fator de amortecimento para uma condição inicial $x(0)$ igual a 0,2	101
Figura 32 – Valor da energia do sinal de saída em função do valor do fator de amortecimento para uma condição inicial $x(0)$ igual a 0,6	102
Figura 33 – Diagrama unifilar do sistema teste 2	103
Figura 34 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando sem os controladores projetados pela metodologia proposta	105
Figura 35 – Resposta não linear da velocidade do gerador 12 para o sistema operando no caso base com controladores inicialmente instalados em 12 geradores do sistema teste 2	106
Figura 36 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando com o controlador projetado para o gerador 12 por meio da metodologia proposta.	107
Figura 37 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com o controlador projetado para o gerador 12 por meio da metodologia proposta.....	108

Figura 38 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando sem controladores nos geradores 3, 6, 12,13 e 14.....	109
Figura 39 – Resposta não linear da velocidade dos geradores considerando o sistema operando sem controladores nos geradores 3, 6, 12,13 e 14..	110
Figura 40 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando com os controladores projetados para os geradores 3 e 12.....	110
Figura 41 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com os controladores projetados para os geradores 3 e 12..	111
Figura 1A – Diagrama unifilar do sistema teste 1.....	119
Figura 1B – Diagrama unifilar do sistema teste 2	123

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores da energia do sinal de saída do sistema teste 1 obtidos por meio da expressão analítica e resposta linear no domínio do tempo	99
Tabela 2 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 em malha aberta e valores absolutos dos resíduos da função de transferência dos geradores G1 ao G8.....	103
Tabela 3 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 em malha aberta e valores absolutos dos resíduos da função de transferência dos geradores G9 ao G16.....	104
Tabela 1A – Dados do sistema de transmissão do sistema teste 1.	119
Tabela 2A – Condição de operação referente ao caso base do sistema teste 1.	120
Tabela 3A – Parâmetros dos geradores do sistema teste 1	121
Tabela 4A – Parâmetros do estabilizador inserido no sistema teste 1.....	122
Tabela 1B – Dados do sistema de transmissão do sistema teste 2	123
Tabela 2B – Condição de operação referente ao caso base do sistema teste 2.....	126
Tabela 3B – Parâmetros dos geradores do sistema teste 2	128
Tabela 4B – Parâmetros dos PSSs inicialmente inseridos no sistema teste 2 antes do projeto dos controladores propostos	129
Tabela 5B – PSS projetado para o gerador 12 do sistema teste 2	130
Tabela 6B – PSSs projetados para os geradores 3 e 12 do sistema teste 2.....	130

LISTA DE ABREVIATURAS

<i>AVR</i>	<i>Automatic Voltage Regulator</i>
<i>BMI</i>	<i>Bilinear Matrix Inequality</i>
<i>FACTS</i>	<i>Flexible AC Transmission Systems</i>
<i>IDLP</i>	<i>Inclusão Diferencial Linear Politópica</i>
<i>LMI</i>	<i>Linear Matrix Inequality</i>
<i>PRP</i>	<i>Posicionamento Regional de Pólos</i>
<i>PSS</i>	<i>Power System Stabilizer</i>
<i>ONS</i>	<i>Operador Nacional do Sistema</i>
<i>SIN</i>	<i>Sistema Interligado Nacional</i>
<i>SEP</i>	<i>Sistema Elétrico de Potência</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

δ_i	- Ângulo do rotor do gerador i , [rad]
δ_m	- Ângulo do rotor com relação à referência girante
ω_i	- Velocidade angular do rotor do gerador i , [p.u.]
$\Delta\omega_i$	- Desvio de velocidade angular do gerador i , [p.u.]
ω_s	- Velocidade síncrona / velocidade da referência girante
θ_i	- Ângulo do rotor do gerador i , [rad]
θ_m	- Posição angular de eixo direto do rotor [rad]
λ_F	- Fluxo concatenado gerado pela corrente do enrolamento de campo
J	- Momento de inércia do gerador e turbina [kg.m ²]
M_m	- Momento angular do gerador [$\omega.s^2$]
E'_{qi}	- Componente da tensão transitória ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]
E_{FDi}	- Tensão de campo do gerador i , [p.u.]
P_{mi}	- Potência mecânica do gerador i , [p.u.]
H_i	- Constante de inércia do gerador i , [s]
M_i	- Momento angular do gerador i , [p.u.]
M_F	- Indutância mútua entre enrolamento de campo e o enrolamento fictício do eixo d
L_{FF}	- Indutância própria do circuito de campo
R_F	- Resistência do circuito de campo
λ_i	- Autovalor i da matriz de estados do modelo do sistema
D_i	- Constante de amortecimento do gerador i , [p.u torque/ p.u. Velocidade]
I_{di}	- Componente da corrente do estator ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]
I_{qi}	- Componente da corrente do estator ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]
V_{di}	- Componente da tensão terminal ao longo do eixo direto do gerador i , [p.u.]
V_{qi}	- Componente da tensão terminal ao longo do eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]
x_{di}	- Reatância síncrona de eixo direto do gerador i , [p.u.]
x'_{di}	- Reatância transitória de eixo direto do gerador i , [p.u.]
x'_{qi}	- Reatância transitória de eixo em quadratura do gerador i , [p.u.]
τ'_{doi}	- Constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto do gerador i , [s]
r_i	- Resistência de uma fase do estator do gerador i , [p.u.]
K_{ei}	- Ganho do regulador de tensão do gerador i
T_{ei}	- Constante de tempo do regulador de tensão do gerador i , [s]
V_{ti}	- Tensão terminal do gerador i , [p.u.]
V_{refi}	- Referência para o regulador de tensão do gerador i , [p.u.]

- V_{si} - Sinal estabilizante para o regulador de tensão do gerador i , [p.u.]
- \mathbf{I} - Vetor com as correntes injetadas na rede de transmissão, [p.u.]
- \mathbf{V} - Vetor com as tensões dos barramentos da rede de transmissão, [p.u.]
- \mathbf{Y}_{bus} - Matriz com as admitâncias da rede de transmissão, [p.u.]
- V_i - Módulo da tensão terminal do barramento i , [p.u.]
- β_i - Ângulo da tensão terminal do barramento i , [rad]
- V_{Ri} - Componente da tensão terminal do gerador i ao longo do eixo real da referência síncrona comum, [p.u.]
- V_{Ii} - Componente da tensão terminal do gerador i ao longo do eixo imaginário da referência síncrona comum, [p.u.]
- I_{Ri} - Componente da corrente do estator do gerador i ao longo do eixo real da referência síncrona comum, [p.u.]
- I_{Ii} - Componente da corrente do estator do gerador i ao longo do eixo imaginário da referência síncrona comum, [p.u.]
- \mathbf{Y}_r - Matriz admitância modificada da rede de transmissão, [p.u.]
- G_{ik} - Parte real do elemento da matriz \mathbf{Y}_r , [p.u.]
- B_{ik} - Parte imaginária do elemento da matriz \mathbf{Y}_r , [p.u.]
- n - Número de geradores do sistema
- p - Número de polos do rotor
- \mathbf{x} - Vetor de estados
- \mathbf{x}_0 - Vetor de estados no tempo $t = 0$
- $\Delta\mathbf{x}$ - Vetor de desvios com relação ao estado \mathbf{x}_0
- ζ_0 - Fator de amortecimento mínimo do sistema em malha fechada
- $\bar{\epsilon}_0$ - Limite superior para a energia da saída do sistema em malha fechada
- s - Frequência complexa
- K_{pssi} - Ganho do estabilizador de sistema de potência do gerador i
- T_{wsi} - Constante de tempo do filtro tipo *washout*, [s]
- T_{li} a T_{4i} - Constante de tempo do i -ésimo estabilizador de sistema de potência, [s]
- $\mathbf{A}_C, \mathbf{B}_C$ e \mathbf{C}_C - Matrizes da realização de estados dos estabilizadores robustos
- \mathbf{y} - Vetor de saídas do modelo linearizado
- \mathbf{u} - Vetor de entradas do modelo linearizado
- θ - Ângulo do setor cônico no posicionamento regional de polos
- Ω - Conjunto convexo que define uma Inclusão Diferencial Linear Politópica
- Sg_{base} - Potência base dos geradores, [MVA]
- Vg_{base} - Tensão base dos geradores, [kV]
- S_{base} - Potência base do sistema, [MVA]
- V_{base} - Tensão base do sistema, [kV]
- ΔP_{gi} - Parcela de variação de potência ativa total requerida pelas cargas, [MW]
- ΔP_{total} - Variação de potência ativa total assumida pelo gerador i , [MW]
- $F_i(s)$ - Funções de transferência dos controladores propostos projetados

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	18
2 – MODELAGEM DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES	26
2.1 – MODELAGEM DO GERADOR SÍNCRONO	26
2.2 – MODELAGEM DA DINÂMICA MECÂNICA DO ROTOR DO GERADOR	28
2.3 – MODELAGEM DA DINÂMICA ELÉTRICA DO GERADOR	31
2.4 – SISTEMA DE EXCITAÇÃO	36
2.5 – REDE DE TRANSMISSÃO E CARGAS	40
2.6 – SISTEMA DE REFERÊNCIA	41
2.7 – REDUÇÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO	44
3 – ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES	47
3.1 – CLASSIFICAÇÃO DOS ESTUDOS DE ESTABILIDADE	47
3.2 – SISTEMAS LINEARES	50
3.2.1 – Linearização do Modelo do Sistema ..	50
3.3 – MODOS DE OSCILAÇÃO	53
3.4 – FATOR DE PARTICIPAÇÃO	55
3.5 – RESÍDUOS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA	57
4 – FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE PROPOSTO	60
4.1 – POSICIONAMENTO REGIONAL DE POLOS (PRP)..	61
4.2 – CONTROLADOR BASEADO NA REALIMENTAÇÃO DINÂMICA DE SAÍDA....	65
4.3 – ROBUSTEZ DE ESTABILIDADE DO SISTEMA	65
4.4 – METODOLOGIA DE PROJETO BASEADA NA ENERGIA DO SINAL DE SAÍDA DO SISTEMA..	68
4.4.1 – Considerações a respeito da Energia do Sinal de Saída	68
4.4.2 - Formulação LMI baseada na Energia do Sinal de Saída	69
4.5 – FORMULAÇÃO DA METODOLOGIA DE PROJETO PROPOSTA	72

4.5.1 – Características no Domínio da Frequência.....	78
4.5.2 – Formulação considerando a seleção do modo de resposta de interesse como Saída do Sistema	85
4.5.3 – Relação entre a Energia do Sinal de Saída e o Fator de Amortecimento do Sinal de Saída	88
5 – RESULTADOS	93
5.1 – PROJETO DO CONTROLADOR PARA O SISTEMA TESTE 1	95
5.2 – CÁLCULO DA ENERGIA DO SINAL DE SAÍDA	99
5.3 – PROJETO DE CONTROLADORES PARA O SISTEMA TESTE 2	102
6 – CONCLUSÕES.....	112
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	115
APÊNDICE A : Dados relativos ao sistema teste 1 utilizado nos estudos	119
APÊNDICE B : Dados relativos ao sistema teste 2 utilizado nos estudos	123

1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica é de forma direta ou indireta responsável pela qualidade dos produtos e serviços nas mais diversas áreas dos setores produtivos, ela mesma também possui premissas para sua qualidade, como planejamento e operação adequados dos sistemas elétricos de potência, para que seja garantido um fornecimento contínuo de energia elétrica. No contexto de planejamento e operação, o projeto e ajuste dos controladores e reguladores exercem uma influência significativa no desempenho e confiabilidade dos sistemas elétricos de potência. Mesmo com estas premissas os sistemas elétricos estão sujeitos a distúrbios que podem afetar a estabilidade do sistema e a qualidade da energia fornecida.

Os sistemas elétricos de potência, responsáveis pela geração, transmissão e distribuição da energia elétrica, possuem uma resposta transitória de natureza oscilatória, sendo caracterizada por oscilações eletromecânicas de baixa frequência. Estas oscilações estão diretamente relacionadas à estabilidade do sistema e à qualidade da energia elétrica fornecida, tornando-se assim tema de estudo e análises que visam identificar e melhorar a resposta dos sistemas de potência. Estas oscilações podem, em certos casos, provocar limitações operacionais decorrentes das transferências de potência nas linhas de transmissão e interrupção no fornecimento de energia. As oscilações eletromecânicas também podem dificultar a ação dos reguladores e controladores do sistema de potência (regulador de tensão e reguladores de velocidade, por exemplo). As oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de potência são investigadas pelos estudos de estabilidade a pequenas perturbações (ROGERS, 2000). Estas pequenas perturbações são decorrentes de distúrbios que não afastam significativamente o sistema do ponto de operação original (ou seja, não afastam significativamente as variáveis de estado do ponto de equilíbrio original). As perturbações no sistema elétrico de potência podem levar à perda de estabilidade, que é caracterizada pela capacidade do sistema em retornar para um estado de equilíbrio operacional após a ocorrência de um distúrbio, mantendo as grandezas físicas dentro de limites aceitáveis.

Existem vários estudos de estabilidade em sistemas elétricos de potência sendo que este trabalho focará no estudo da estabilidade a pequenas perturbações. Temos como exemplos as seguintes situações que podem gerar pequenas perturbações: Variações de carga, variações da potência gerada nas unidades, curtos-circuitos de curta duração, perdas de

pequenas unidades de geração, perdas de linhas de transmissão não significativas e até manobras em chaves seccionadoras em barramentos de subestações.

O estudo e o controle dessas oscilações eletromecânicas de baixa frequência nos sistemas elétricos de potência já são objetos de estudos desde a década de 60. Este estudo contínuo e a preocupação com o controle das oscilações de baixa frequência são decorrentes do constante crescimento no consumo de energia elétrica e conseqüentemente no aumento do carregamento de linhas de transmissão fazendo com que os sistemas de potência operem próximo de seu limite provocando o aparecimento de comportamentos não lineares cada vez mais intensos. Em geral, as oscilações eletromecânicas não podem ser eliminadas, pois são inerentes aos sistemas elétricos de potência, mas podem ser adequadamente amortecidas, minimizando assim seus efeitos negativos. O amortecimento adequado das oscilações eletromecânicas melhora a confiabilidade e o desempenho dos sistemas de potência, permitindo uma operação segura e contínua. As oscilações mal amortecidas podem acarretar problemas operacionais, tais como: Limitar a capacidade de transmissão de potência entre as barras do sistema, dificultar o controle do sistema, causar desgaste em dispositivos e partes mecânicas dos geradores.

Os estudos de estabilidade já identificaram diversos modos de oscilações em sistemas de potência, mas nesse trabalho será dado ênfase a dois modos em especial, os modos de oscilação locais e os modos de oscilação inter-área. Os modos locais são dados pela oscilação de uma planta de geração em relação ao resto do sistema de potência, e geralmente ocorrem na faixa de frequência de 0,7 a 2,0 Hz (KUNDUR, 1994). Já o modo inter-área, corresponde a um grupo de geradores oscilando coerentemente contra outro grupo em áreas diferentes, e geralmente ocorrem na faixa de frequência de 0,1 a 0,7 Hz (KLEIN et al., 1991). Além dos modos citados anteriormente, que serão os mais estudados neste trabalho, ainda têm-se outros modos de oscilação que também afetam o desempenho e a confiabilidade dos sistemas de potência: como os modos de controle e torcionais. Os modos de controle são causados por projetos ou ajustes inadequados de controladores do sistema, enquanto os modos torcionais geralmente são causados pelas dinâmicas torcionais entre os vários estágios da turbina de unidades térmicas (KUNDUR, 1994). Estes modos quando pouco amortecidos representam um risco para a estabilidade e desempenho do sistema.

A respeito dos estudos sobre os controladores, temos em (DEMELLO & CONCORDIA, 1969) a primeira proposta da utilização de um controlador suplementar para amortecer as oscilações eletromecânicas de baixa frequência em sistemas de potência. Este controlador é mais especificamente conhecido como PSS (do Inglês, *Power System*

Stabilizer). O PSS gera um sinal estabilizante que é adicionado à referência do regulador automático de tensão (AVR, do Inglês, *Automatic Voltage Regulator*). O controle proposto em (DEMELLO e CONCORDIA, 1969) tem como entrada o desvio de velocidade angular do rotor do gerador. Os projetos dos controladores que estão atuando nos sistemas elétricos de potência contemporâneos foram, predominantemente, baseados em técnicas de controle clássico. Isto se deve ao fato de que as técnicas de controle clássico são de simples aplicação, simples implementação e capazes de gerar controladores eficientes. As metodologias de projeto de controladores de amortecimento baseadas em técnicas de controle clássico adotam, em geral, uma estrutura de controle do tipo rede de avanço-atraso (OGATA, 1993).

Doze anos depois da proposta do primeiro controlador, Larsen e Swann (1981) propuseram conceitos de ajustes para a melhoria do desempenho de PSSs. Esse ajuste é conhecido como técnica de “sintonia”. Esta sintonia é executada normalmente após a fase de projeto e visa a obtenção de amortecimento em uma maior faixa de frequências possíveis, englobando assim as frequências dos modos locais e inter-área. Com a técnica de sintonia os controladores conseguem proporcionar um amortecimento adequado para os modos de oscilação em uma maior faixa de pontos de operação.

O aumento da demanda energética e a competitividade no reestruturado mercado de energia, têm contribuído para a redução na margem de estabilidade a pequenas perturbações dos sistemas de potência. Além disso, novos controladores de amortecimento são incluídos aos novos tipos de unidades de geração (unidades eólicas, por exemplo) (MISHRA, et al., 2009; GAUTAM, et al., 2011; MIAO, et al., 2009) e aos dispositivos FACTS (do Inglês, *Flexible AC Transmission System*) (Simões, et al., 2009; FURINI, et al., 2011) distribuídos ao longo do sistema de potência. Neste contexto, um projeto adequado de controladores de amortecimento é essencial para que as oscilações eletromecânicas de baixa frequência não afetem o desempenho e a estabilidade dos sistemas de potência.

O projeto de PSS, muitas vezes é baseado em modelos linearizados referentes a uma máquina síncrona conectado em um barramento infinito. Este tipo de modelo é geralmente adotado devido à sua relativa simplicidade e baixa ordem/dimensão. O barramento infinito é definido como uma máquina que possui capacidade de geração de potência ilimitada, com uma inércia infinita (BRETAS e ALBERTO, 2000). Isso significa que a velocidade angular do barramento infinito é constante, independente da potência absorvida ou fornecida à rede por este. Grandes sistemas podem ser considerados barramento infinito quando comparados à pequenas máquinas conectadas a eles.

Os modelos referentes a uma máquina conectada a um barramento infinito não contemplam as dinâmicas correspondentes aos modos inter-área na fase de projeto. Os modos inter-área podem ser observados em modelos multimáquinas. Esse tipo de modelo considera a dinâmica das várias máquinas do sistema. Considerando o modelo multimáquinas na etapa de projeto pode-se abranger tanto as dinâmicas dos modos locais quanto às dinâmicas dos modos inter-área, além de conseguir uma maior coordenação entre os controladores do sistema (OLIVEIRA et al., 2007).

Os modelos multimáquinas geralmente representam sistemas de potência constituídos, essencialmente, pelos geradores, linhas de transmissão, cargas e controladores. Esse tipo de modelo considera as interações dinâmicas das diversas máquinas do sistema de potência através do sistema de transmissão. Outra vantagem do uso do modelo multimáquinas é a coordenação intrínseca na fase de projeto de controladores. Essa coordenação é intrínseca devido ao fato que todos os controladores do sistema são projetados simultaneamente ou considerados simultaneamente na etapa de projeto. Novas metodologias de projeto de controladores de amortecimento que consideram a interação entre a dinâmica dos múltiplos geradores e dispositivos do sistema de potência têm sido propostas (JARB, et al., 2010; NGUYEN e GIANTO, 2010).

O comportamento dinâmico do sistema pode modificar significativamente com as variações de carga do sistema (por exemplo, um modo de oscilação amortecido pode se tornar não amortecido). Considerando essa realidade, a robustez é uma importante e desejável característica para os controladores de amortecimento. A robustez dos controladores pode ser caracterizada ou descrita como sendo a capacidade do controlador em manter o sistema estável frente às mudanças dos pontos de operação. Para o projeto de controladores robustos é necessário usar técnicas de modelagem que propiciem e sejam capazes de considerar as incertezas quanto às variações do ponto de operação do sistema. Dentre as técnicas capazes de considerar essas incertezas pode-se mencionar a modelagem politópica e a técnica de estabilização simultânea (SAEKS e MURRAY, 1982).

As técnicas de controle moderno foram propostas para atender as necessidades dos complexos sistemas dinâmicos contemporâneos. Elas apresentam maior variedade de ferramentas para projeto e análise de sistemas de controle, desta forma permitem a otimização da solução de problemas de controle a serem resolvidos.

Comparando as técnicas de controle, verifica-se que as técnicas de controle clássico são, em geral, caracterizadas por abordagens no domínio da frequência envolvendo modelos com uma única entrada e única saída (SISO). Já as técnicas de controle moderno se

diferenciam por adotarem abordagens no domínio do tempo baseadas em representações no espaço de estados e modelos com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). Ambas as técnicas de controle apresentam uma variedade de ferramentas matemáticas para o projeto e análise de sistemas de controle. As vantagens e desvantagens inerentes às técnicas de controle clássico e moderno permitem que as mesmas se complementem, possibilitando assim uma abordagem tanto no domínio da frequência quanto no domínio do tempo.

O aumento no carregamento de linhas de transmissão e também o aumento de interconexões entre sistemas levam a uma maior preocupação com o amortecimento dos modos de oscilação que são suscetíveis às mudanças nos pontos de operação. Uma das idéias básicas do controle robusto é a descrição das variações nas condições operativas do sistema como incertezas sobre uma planta, dessa forma, o controle projetado deve estabilizar não mais um único modelo, mas todo um conjunto de modelos gerados pela modelagem incerta. Uma alternativa viável corresponde ao modelo com incertezas politópicas (RAMOS, BRETAS e ALBERTO, 2002). Neste tipo de modelagem o sistema pode ser linearizado em uma série de pontos de operação, sendo o controlador projetado não mais para estabilizar apenas um único ponto de operação, mas sim um conjunto de pontos de operação.

Em geral, as metodologias de projeto baseadas em técnicas de controle clássico convencional não garantem formalmente a robustez dos controladores na fase de projeto. No entanto, os avanços obtidos na velocidade de processamento e na capacidade de memória dos computadores têm permitido o uso de técnicas de controle robusto no projeto de controladores de amortecimento. Ao passo que o sistema varia o ponto de operação através do dia, podem ocorrer variações fora da região de validade da linearização. Esse trabalho adotará técnicas lineares que consideram múltiplos pontos de operação do sistema de potência, fazendo com que os controladores projetados sejam robustos.

A aplicação de novas metodologias de projetos baseadas em técnicas de controle moderno e robusto geralmente enfrenta críticas por parte dos engenheiros que atuam na área de operação de sistemas de potência, devido à complexidade da metodologia e estrutura dos controladores resultantes. Outro fator é que metodologias baseadas em controle moderno robusto (baseadas em abordagens no espaço de estados) usualmente geram controladores com ordem elevada (ordem do modelo dinâmico resultante) (RAMOS, BRETAS e ALBERTO, 2002).

As técnicas de controle no domínio do tempo proporciona o uso das desigualdades matriciais lineares (LMIs, do Inglês, *Linear Matrix Inequalities*) como ferramenta de projeto/síntese de controladores. Formulações baseadas em LMIs têm sido empregadas com

sucesso em muitas metodologias para o projeto de controladores de amortecimento (LIU, et al., 2005; CAMPOS, et al., 2006; OLIVEIRA, et al., 2010).

O uso de formulações LMIs permite a solução de problemas de controle de difícil solução analítica (OLIVEIRA, 1996). Outra grande vantagem do uso de LMIs é a possibilidade de especificar vários critérios de desempenho no procedimento de projeto do controlador através de uma formulação de controle unificada.

Os controladores de amortecimento devem atender às restrições práticas como realimentação de saída descentralizada e ganho nulo dos controladores em condições de regime permanente. A realimentação de saída é um requisito prático devido à dificuldade de se medir todas as variáveis de estado que descrevem o comportamento do sistema elétrico de potência. O uso de controle por realimentação estática de saída pode interferir na capacidade do controlador em posicionar os polos do sistema em malha fechada. Na realimentação estática de saída o controlador é descrito apenas por um ganho estático (por exemplo, um controlador do tipo proporcional). Portanto, os controladores de amortecimento são geralmente baseados em realimentação dinâmica de saída. Nesse tipo de realimentação, o controlador é descrito por um modelo dinâmico na forma de espaço de estados ou função de transferência. O uso de controladores com uma estrutura baseada na realimentação dinâmica de saída possibilita a inclusão de mais especificações na formulação do problema de controle quando comparado com o uso de controladores estáticos. Porém, os problemas de controle envolvendo realimentação de saída, em geral são mais difíceis de serem formulados quando comparados com os problemas envolvendo realimentação de estados (CRUSIUS & TROFINO, 1999). A estrutura centralizada de controle esbarra na dificuldade prática relacionada principalmente ao custo de instalação de canais de comunicação confiáveis e dedicados exclusivamente à transmissão da realimentação remota (BOUKARIM et al., 2000). Dessa forma, a estrutura de controle descentralizada é geralmente adotada nos projetos de controladores de amortecimento. Outro requisito prático para o problema de projeto de PSS é a robustez, pelo fato de que os sistemas de potência variam o ponto de operação naturalmente ao longo do dia. Os PSSs não devem ter nenhuma ação sobre o sistema em condições de regime permanente para não interferir no ponto de operação do sistema. Dessa forma, esse tipo de controlador geralmente apresenta ganho nulo em condições de regime permanente, e para isso normalmente adota-se um filtro do tipo washout.

Diferentes abordagens para o projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência têm sido propostas ao longo dos anos. Cada uma dessas novas abordagens apresenta vantagens e desvantagens com relação aos aspectos computacionais, aplicabilidade

e complexidade de implementação. Nesse contexto, o objetivo geral deste trabalho é propor uma metodologia de projeto de controladores de amortecimento que contorne limitações típicas das metodologias, baseadas em LMIs, que adotam o posicionamento regional de polos com objetivo de projeto.

O fator de amortecimento mínimo para os modos de oscilação do sistema em malha fechada é comumente aceito em sistemas elétricos de potência como um indicativo de margem de estabilidade a pequenas perturbações (GOMES et al., 2003), sendo difundido o seu uso em projetos de controladores e na análise de estabilidade a pequenas perturbações. Este amortecimento mínimo pode ser obtido por meio do posicionamento regional de pólos (PRP) (CHIALI e GAHINET, 1996). O posicionamento regional baseado em formulações LMIs em geral impõe o posicionamento de todos os polos referentes aos modos de resposta do sistema de potência. Isso dificulta o projeto de controladores para apenas um ou poucos geradores do sistema, pois atuando em apenas um gerador pode não ser possível posicionar os polos referentes aos outros geradores do sistema. Dessa forma, esse trabalho propõe uma metodologia que seja capaz de posicionar apenas os polos referentes aos modos de resposta de interesse do sistema.

A metodologia proposta adota o limite superior para energia do sinal/variável de saída do sistema em malha fechada como índice de desempenho. Esta energia corresponde ao valor da integral do sinal de saída do sistema elevado ao quadrado. Esse índice de desempenho é um diferencial dessa proposta com relação aos outros trabalhos que utilizam o posicionamento regional de polos como índice de desempenho. O trabalho também estabelece uma relação entre o valor da energia do sinal de saída e o valor do fator de amortecimento dos modos de resposta do sistema. A metodologia é estruturada na forma de LMIs, o que permite o uso de métodos numéricos para a determinação de uma solução para o problema de controle formulado. O uso da energia do sinal de saída na formulação do problema de controle geralmente exige menos dispêndio computacional, quando comparado com o tradicional fator de amortecimento mínimo na forma de posicionamento regional de polos. Uma vantagem do uso da energia de saída é permitir o projeto de controlador apenas para alguns geradores de interesse, sem afetar os polos referentes aos outros geradores do sistema (ou seja, o controlador posiciona apenas os polos referentes ao gerador para o qual o controlador será projetado). Os controladores gerados por metodologias na forma de LMIs, baseadas na realimentação dinâmica de saída, geralmente apresentam a mesma ordem do modelo do sistema. Por exemplo, o projeto de um único controlador para um sistema com 10 geradores, representado por um modelo com 50 variáveis de estado, resultaria em um

controlador de amortecimento de ordem 50 (ou seja, o controlador resultante também será representado por um modelo com 50 variáveis de estado). No entanto, a metodologia proposta buscará também gerar controladores de ordem reduzida.

Os objetivos específicos do trabalho são:

- 1) Propor uma metodologia capaz de gerar controladores de ordem reduzida;
- 2) Propor o uso do limite superior para a energia do sinal de saída do sistema como índice de desempenho na metodologia de projeto;
- 3) Propor uma metodologia de projeto na forma de LMI que possibilite o posicionamento apenas de polos de interesse de modelos multimáquinas de sistemas elétricos de potência;
- 4) Estabelecer a relação entre o valor da energia do sinal de saída do sistema e o valor do fator de amortecimento do sinal de saída.

Após a etapa de projeto dos controladores são realizados testes para verificação da robustez e a eficácia dos controladores resultantes. Esses testes e análises são verificados por meio de análises lineares e simulações não lineares no domínio do tempo. Ao final dos testes e simulações a metodologia proposta será comparada com uma metodologia baseada no posicionamento regional de polos para a comparação dos tempos computacionais gastos para gerar os controladores.

2 MODELAGEM DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA PARA ESTUDOS DE ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES

Os estudos de estabilidade em sistemas elétricos de potência são geralmente realizados por meio de modelos matemáticos que descrevem as dinâmicas de interesse do sistema. Dessa forma, a modelagem do sistema é o ponto inicial para os estudos de estabilidade. Este capítulo apresenta aspectos relacionados à construção do modelo não linear algébrico diferencial de sistemas de potência multimáquinas. O sistema elétrico de potência multimáquinas adotado nesse trabalho é constituído basicamente por um sistema de transmissão, cargas elétricas e máquinas síncronas com seus sistemas de controle intrínsecos. O modelo resultante do sistema é obtido a partir da modelagem dos elementos que constituem o sistema.

Devido aos múltiplos componentes do sistema e à sua complexidade construtiva e operacional, torna-se necessário a realização de simplificações e considerações físicas que permitam aproximações na modelagem, sem alterar as características dinâmicas necessárias para a análise dos fenômenos referentes à estabilidade do sistema.

2.1 MODELAGEM DO GERADOR SÍNCRONO

Para o estudo de estabilidade a pequenas perturbações, a máquina síncrona é o elemento de maior importância para a modelagem do sistema, pois esse elemento do sistema é o maior responsável pela dinâmica eletromecânica do sistema. Devido aos diferentes tipos de máquinas e diferentes tipos de dinâmicas do sistema, existem diferentes modelos típicos para representar o comportamento dinâmico dos geradores síncronos. O trabalho em questão adotará o modelo de um eixo para os geradores do sistema multimáquinas (ANDERSON e FOUAD, 1994; MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008). Maiores detalhes sobre a modelagem do gerador são apresentados na sequência.

A máquina síncrona é constituída basicamente de dois elementos, um elemento estacionário denominado estator e um elemento rotativo denominado rotor. No rotor é inserido um enrolamento de campo cuja função é produzir um campo magnético de excitação. O rotor recebe torque mecânico através de uma turbina para manter a máquina operando com a potência e velocidade desejada. O movimento do rotor faz com que o fluxo magnético

gerado pelo circuito de campo induza uma tensão aproximadamente senoidal na bobina do circuito de armadura, fixo ao estator da máquina. O circuito de campo, fixo ao rotor, é alimentado por uma tensão contínua. O circuito de armadura é formado por um conjunto de bobinas conforme mostrado na Figura 1. As fases **a**, **b** e **c** estão alojadas e distribuídas ao longo da periferia do estator sendo que os eixos de cada fase estão fisicamente defasados de 120° entre si.

As máquinas síncronas podem ser divididas em duas categorias: máquinas de polos lisos e máquinas de polos salientes. As máquinas de polos lisos geralmente são encontradas em geradores com alta rotação como é o caso dos turbo-geradores das unidades térmicas. Normalmente operam com velocidade em torno de 1800 e 3600 rpm. As máquinas de polos salientes são geralmente utilizadas em unidades hidráulicas e operam em baixa velocidade (por exemplo, uma máquina com 56 polos opera a 128,56 rpm para assegurar uma frequência de 60 Hz para tensão do estator). Devido à disposição e quantidade do material ferromagnético que compõe o rotor das máquinas de polos salientes, a corrente parasita no rotor é muito pequena. Dessa forma, não há a necessidade de modelar o efeito destas correntes. Entretanto, nas máquinas de polos lisos, devido às características construtivas do rotor, as correntes de Foucault que fluem no rotor têm maior intensidade e afetam de forma considerável a dinâmica da máquina.

Nesse trabalho os geradores do sistema de potência multimáquinas são considerados máquinas síncronas de polos salientes. O gerador é representado pelo modelo típico de um eixo (ANDERSON e FOUAD, 1994; KIMBARK, 1995; RAMOS, ALBERTO e BRETAS 2000; MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008). A saturação magnética, as harmônicas e a histerese magnética são desprezadas na modelagem do gerador. A dinâmica eletromecânica da máquina é descrita por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem, nas quais as variáveis do modelo são de natureza mecânica e elétrica.

Para uma melhor compreensão da modelagem do gerador, considere a representação simplificada da máquina síncrona de dois polos apresentada da Figura 1. Os enrolamentos aa' , bb' e cc' são os enrolamentos de armadura da máquina e o enrolamento FF' corresponde ao enrolamento de campo posicionado no rotor da máquina. Os enrolamentos Q e D correspondem aos circuitos amortecedores que atuam em condições transitórias para amortecer as variações de velocidade do rotor da máquina (MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008).

O modelo de um eixo adotado para representar o gerador é obtido a partir da transformação de Park (PARK, 1929; PARK, 1933; ANDERSON e FOUAD, 1994) aplicada

ao modelo do gerador no referencial fixo do estator. Os eixos direto (eixo d) e em quadratura (eixo q) apresentados na Figura 1 são adotados como referência para a transformação de Park.

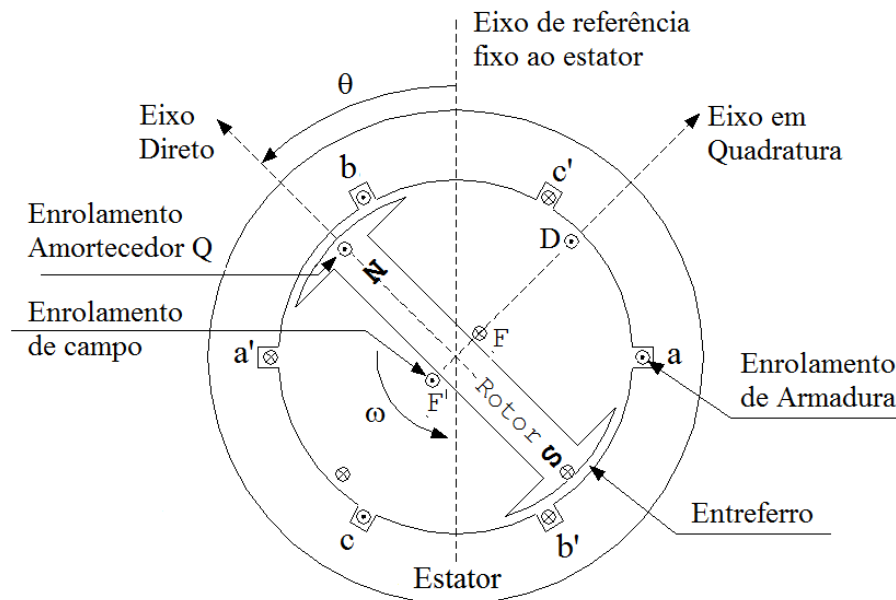


Figura 1- Representação simplificada da máquina síncrona de dois polos.

2.2 MODELAGEM DA DINÂMICA MECÂNICA DO ROTOR DO GERADOR

A dinâmica mecânica da máquina, descrita pelo movimento do rotor, é representada por duas variáveis de estado, posição e velocidade angular do rotor. As equações mecânicas são obtidas a partir da lei de Newton para o movimento rotacional. A equação que descreve o movimento do rotor do gerador é dada por (KUNDUR, 1994)

$$J\ddot{\theta}_m = T_m - T_e, \quad (1)$$

sendo que J o momento de inércia do gerador e turbina [kg.m^2], θ_m a posição angular do eixo direto do rotor [rad] com relação ao eixo da referência estacionária apresentada na Figura 1, T_m o torque mecânico aplicado na turbina [N.m^2] e T_e o torque eletromagnético da máquina [N.m^2]. Durante os distúrbios podem ocorrer duas situações envolvendo os torques, a

primeira é a máquina síncrona acelerar quando $T_m > T_e$, a segunda é a desaceleração quando $T_m < T_e$. A equação (1) está escrita em termos de torques, entretanto, em estudo de sistemas elétricos de potência é mais conveniente e prático desenvolvê-la em termos de potências. Para isso, ambos os lados da equação (1) são multiplicados pela velocidade angular mecânica do rotor do gerador (ω_m), obtendo assim a equação dada por:

$$M_m \ddot{\theta}_m = P_m - P_e, \quad (2)$$

onde

$$M_m = J \omega_m, \quad (3)$$

sendo M_m é o momento angular do gerador, P_m a potência mecânica e P_e a potência elétrica [W]. Considerando que no período transitório as variações de ω_m são pequenas, pode-se adotar como constante o momento angular.

A posição angular do rotor θ_m adota a referência fixa apresentada na Figura 1 e, portanto, ela é descrita por uma função senoidal. Para simplificar a modelagem é conveniente adotar uma referência que gire à velocidade síncrona. Dessa forma, a posição angular do rotor, na referência girante, é descrita por (ANDERSON e FOUAD, 1994)

$$\delta_m = \theta_m - (\omega_s t + \alpha), \quad (4)$$

onde δ_m é o ângulo do rotor com relação a referência girante, ω_s é a velocidade síncrona (velocidade da referência girante) e α é a defasagem angular entre a referência fixa e a referência girante no tempo $t=0$. Em regime permanente, o ângulo do rotor se mantém constante com relação à referência girante. Derivando-se duas vezes a equação (4) em relação a t obtém-se:

$$\dot{\delta}_m = \dot{\theta}_m - \omega_s = \omega_m - \omega_s \quad (5)$$

e

$$\ddot{\delta}_m = \ddot{\theta}_m = \dot{\omega}_m. \quad (6)$$

Substituindo a equação (6) em (2) obtém-se a equação da velocidade do rotor na referência girante

$$M_m \dot{\omega}_m = P_m - P_e. \quad (7)$$

O ângulo mecânico δ_m é convertido em ângulo elétrico δ_e , pois a potência P_e é função dos ângulos elétricos da rede. Essa conversão é dada por

$$\delta_e = \frac{p}{2} \delta_m, \quad (8)$$

sendo p o número de polos do rotor. A velocidade angular do rotor do gerador ω_e [rad/s] pode ser escrita, a partir de (8), como:

$$\dot{\omega}_e = \dot{\delta}_e = \frac{p}{2} \dot{\delta}_m = \frac{p}{2} \dot{\omega}_m, \quad (9)$$

Com o intuito de deixar a modelagem mais conveniente para o estudo proposto, a equação (7) será convertida em p.u. (por unidade). O procedimento de conversão das potências em p.u. é feita dividindo-se ambos os lados da equação (7) pela potência base S_{g_b} [VA], o que resulta em

$$\frac{2M_m}{pS_{g_B}} \dot{\omega}_e = M \dot{\omega}_e = P_m - P_e. \quad (10)$$

Em (10), $M = 2M_m / pS_{g_B}$ é o momento angular em [p.u.] (Bretas e Alberto, 2000). A maioria dos fabricantes de gerador síncrono fornece a constante de inércia do gerador ao invés do momento angular, dessa forma, o modelo adotado também será escrito em termos da constante de inércia da máquina. A constante de inércia do gerador pode ser representada, em função do momento angular, por:

$$H = \frac{\omega_s M}{2}. \quad (11)$$

Reescrevendo a equação (10) tem-se:

$$\frac{2H}{\omega_s} \dot{\omega}_e = 2H\dot{\omega} = P_m - P_e, \quad (12)$$

sendo ω_s e $\omega = \omega_e / \omega_s$, respectivamente, a velocidade síncrona e a velocidade angular do rotor do gerador em p.u.. As equações finais que descrevem o deslocamento e velocidade do rotor do gerador são dadas por:

$$\dot{\delta} = \omega_s \omega - \omega_s, \quad (13)$$

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H} (P_m - P_e - D\Delta\omega), \quad (14)$$

onde D é a constante de amortecimento [p.u.], $\Delta\omega = \omega - 1$ é o desvio de velocidade do rotor [p.u.]. A constante de amortecimento é incluída na modelagem para representar as perdas por atrito que ocorre no gerador (MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008). A potência elétrica P_e será escrita em função das variáveis de estado do modelo do gerador.

2.3 MODELAGEM DA DINÂMICA ELÉTRICA DO GERADOR

Analisando a Figura 1, é possível observar que as equações que descrevem as grandezas elétricas da máquina dependem da posição angular do rotor com relação à referência fixa (ângulo θ). Essa dependência da posição angular do rotor faz com que os parâmetros elétricos da máquina (indutâncias mútuas, por exemplo) sejam variantes no tempo, tornando a modelagem e a análise do sistema relativamente complexa. Essa dependência da posição angular é eliminada por meio da transformação de Park. A transformação de Park é uma transformação de variáveis que substitui os enrolamentos **a**, **b** e **c** por enrolamentos fictícios **d**, **q** e **0**, que giram com mesma velocidade do enrolamento de campo fixo ao rotor.

As correntes dos circuitos de armadura i_a , i_b e i_c são transformadas em correntes fictícias i_d , i_q e i_0 . Essas correntes fictícias produzem um campo magnético resultante igual ao produzido pelas correntes i_a , i_b e i_c . Considerando a máquina operando em condições balanceadas, a corrente i_0 é igual à zero, pois ela é uma corrente estacionária proporcional à corrente de sequência zero ($i_a + i_b + i_c = 0$). Os enrolamentos d e q estão posicionados, respectivamente, no eixo direto e em quadratura, conforme apresentado na Figura 2. Com o uso da transformação de Park as indutâncias da máquina síncrona se tornam constantes em condições de regime permanente (ou seja, o modelo pode ser considerado invariante no tempo).

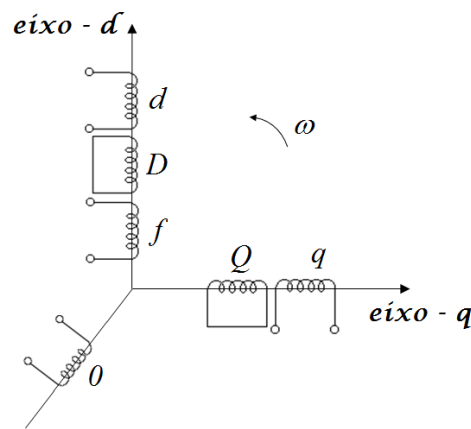


Figura 2. Ilustração dos enrolamentos da máquina síncrona posicionados no eixo direto e em quadratura do referencial girante adotado na modelagem.

O modelo de um eixo (MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008), adotado para descrever o comportamento da máquina de polos salientes, despreza os fenômenos ocorridos durante o período subtransitório, considerando apenas os efeitos do período transitório. Tais períodos são subdivisões de tempo após a ocorrência de uma perturbação. Nos instantes iniciais após uma perturbação estabelece-se a circulação de correntes elétricas nos enrolamentos amortecedores e de campo da máquina síncrona. Tais correntes extinguem-se em tempos diferentes devido às diferentes constantes de tempo dos circuitos. O tempo necessário para que as correntes dos enrolamentos amortecedores desapareçam é denominado subtransitório e o decaimento destas correntes é geralmente bastante rápido. Já o tempo entre o fim do período subtransitório e o estabelecimento do regime permanente é denominado período transitório e as correntes associadas a este período aparecem no enrolamento de campo. O decaimento das correntes do enrolamento de campo é geralmente mais lento que o decaimento das correntes do enrolamento amortecedor. O fato de desconsiderar os efeitos do período subtransitório implica em desconsiderar a ação dos enrolamentos amortecedores

localizados no eixo direto. Considerando a transformação de Park, pode-se escrever a tensão interna induzida nas bobinas do circuito de armadura durante o período transitório como:

$$\mathbf{E}' = E'_q + jE'_d, \quad (15)$$

onde E'_d é o valor rms da tensão transitória induzida no enrolamento fictício do eixo d e E'_q é o valor rms da tensão transitória induzida no enrolamento fictício do eixo q. No modelo de um eixo, a tensão transitória de eixo direto (E'_d) é igual a zero (ou seja, $\mathbf{E}' = E'_q$) pelo fato de se desprezar o efeito da corrente de Foucault (MACHOWSKI, BIALEK e BUMBY, 2008). A tensão transitória de eixo em quadratura induzida pode ser escrita, em função do fluxo concatenado produzido pelo circuito de campo, da seguinte forma:

$$E'_q = \frac{\omega M_F}{L_{FF}} \lambda_F, \quad (16)$$

onde λ_F é o fluxo concatenado gerado pela corrente do enrolamento de campo, ω é a velocidade angular do rotor, M_F é a indutância mútua entre o enrolamento de campo e o enrolamento fictício do eixo d e L_{FF} a indutância própria do circuito de campo. O fluxo λ_F , que induz a tensão transitória de eixo direto, é produzido pela corrente de campo i_F que, por sua vez, é gerada pela tensão contínua aplicada ao circuito de campo. A relação entre essas grandezas elétricas do circuito de campo é descrita por

$$v_F = R_F i_F + \dot{\lambda}_F, \quad (17)$$

sendo R_F a resistência do circuito de campo. O fluxo pode ser escrito em termos da corrente do circuito de campo e da corrente do enrolamento de eixo direto como

$$\lambda_F = M_F i_d + L_{FF} i_F. \quad (18)$$

Isolando i_F em (18) e substituindo na equação (17) obtém-se

$$v_F = \dot{\lambda}_F + \frac{R_F}{L_{FF}} \lambda_F - \frac{M_F}{L_{FF}} i_d, \quad (19)$$

Multiplicando (19) por $\omega M_F / R_F$, para que as grandezas elétricas sejam referidas ao estator, obtém-se (KIMBARK, 1995)

$$\frac{\omega M_F}{R_F} v_F = \dot{\lambda} \frac{\omega M_F}{R_F} + \frac{\omega M_F}{L_{FF}} \lambda_F - \frac{\omega M_F^2}{R_F L_{FF}} i_d, \quad (20)$$

onde

$$E_{FD} = \frac{\omega M_F}{R_F} v_F \quad (21)$$

é a tensão aplicada ao circuito de campo do gerador. Através da equação (16), pode-se escrever

$$\frac{\omega M_F}{R_F} \lambda_F = \frac{L_{FF}}{R_F} \frac{\omega M_F}{L_{FF}} \lambda_F = \tau'_{do} E'_q, \quad (22)$$

o que implica em

$$\frac{\omega M_F}{R_F} \dot{\lambda}_F = \tau'_{do} \dot{E}'_q, \quad (23)$$

onde $\tau'_{do} = L_{FF} / R_F$ é a constante de tempo transitória de eixo direto em circuito aberto que determina o decaimento da corrente no circuito de campo, considerando o circuito de estator em aberto. Substituindo (21), (22) e (23) em (20), obtém-se:

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FD} - E'_q + (x_d - x'_d) I_d]. \quad (24)$$

Em (24), a reatância de eixo direto e a reatância transitória de eixo direto são determinadas a partir das indutâncias M_F e L_{FF} . A equação (24) descreve o comportamento transitório da tensão induzida no estator da máquina de polos saliente pela corrente de campo. A tensão nos terminais do estator do gerador, desprezando-se a resistência de armadura, é dada por:

$$\mathbf{V}_t = V_q + jV_d, \quad (25)$$

sendo

$$V_q = E'_q + x'_d I_d \quad (26)$$

e

$$V_d = -x'_q I_q. \quad (27)$$

As correntes de eixo direto e de eixo em quadratura (I_d e I_q) podem ser escritas em função das variáveis de estado do modelo, conforme será apresentado adiante. A potência elétrica em (14) pode ser escrita em função da tensão transitória de eixo em quadratura como

$$P_e = E'_q I_q. \quad (28)$$

Considerando $x'_q = x'_d$, é possível representar o modelo da máquina por um circuito equivalente composto pela tensão transitória através da reatância transitória de eixo direto, conforme apresentado na Figura 3.

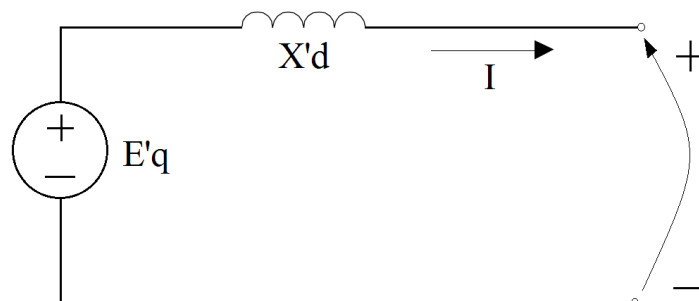


Figura 3: Circuito equivalente da máquina síncrona.

2.4 SISTEMAS DE EXCITAÇÃO

O sistema de excitação exerce grande influência sobre a estabilidade do sistema elétrico de potência. Dessa forma, torna-se necessária a inclusão deste sistema nos modelos adotados para realizar os estudos de estabilidade propostos nesse trabalho.

A função básica do sistema de excitação é prover corrente contínua para o enrolamento de campo da máquina síncrona. O sistema de excitação é controlado de forma a manter um desempenho satisfatório para a máquina e para o sistema de potência como um todo. A estratégia de controle consiste basicamente em controlar a tensão aplicada ao circuito de campo, o que resulta no controle da corrente de excitação. O sistema de excitação tem a função de manter a tensão terminal da máquina síncrona dentro de um valor pré-determinado e também permite o controle da potência reativa e/ou do fator de potência de operação da máquina. O sistema de excitação contribui de forma significativa para a qualidade da energia gerada e para a manutenção da estabilidade do sistema de potência, entretanto, sua operação é restringida pelo limite térmico e de estabilidade, determinados pela curva de capacidade do gerador.

Com relação à curva de capacidade do gerador, é possível observar na Figura 4 a existência de duas regiões operacionais que estão diretamente relacionadas ao sistema de excitação (regiões A e F). A região F determina o limite de nível mínimo de excitação e a região A o limite de nível máximo de excitação (aquecimento do rotor). O limite de nível mínimo de excitação aceitável evita que, sob condições de operação com fator de potência altamente capacitivo, o gerador seja levado a operar próximo ao limite de estabilidade, o que pode provocar a perda de controle sobre o mesmo, bem como sobreaquecimento de partes do estator e do rotor da máquina.

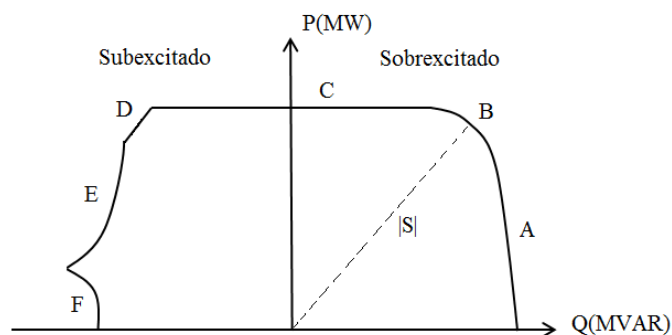


Figura 4 - Curva típica de capacidade do gerador síncrono.
Fonte: adaptado de MONTICELLI (2011)

Em condições típicas de operação, a tensão fornecida pelo sistema de excitação geralmente assume valores de até aproximadamente 70% da tensão nominal de excitação. Isso ocorre pelo fato do material ferro-magnético apresentar uma saturação magnética para valores elevados de corrente, conforme apresentado na Figura 5. Normalmente os geradores operam no início da faixa de saturação para permitir um controle mais confiável e evitar o sobreaquecimento do rotor.

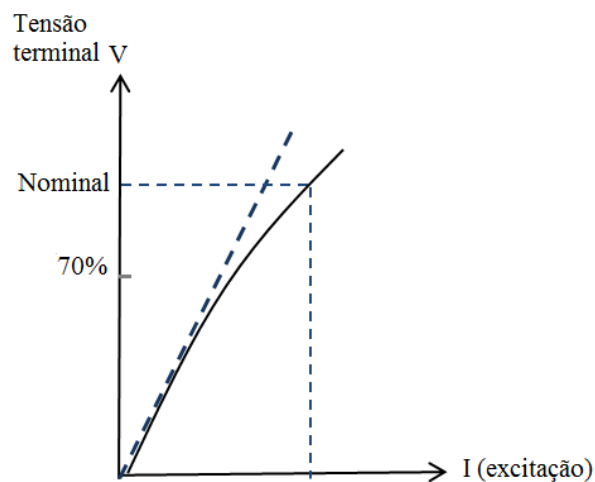


Figura 5 – Representação da saturação do entreferro para valores de tensão e corrente de excitação.
 Fonte: adaptado de CZERNORUCKI (2007)

Os sistemas de excitação para máquinas síncronas são geralmente classificados de acordo com o tipo de excitatriz utilizada. Segundo (CRENSHAW et al., 1981), esse tipo de sistema pode ser dividido em três categorias: DC, AC e ST. O sistema do tipo DC utiliza um gerador DC para fornecer corrente ao circuito de campo dos geradores síncronos, o do tipo AC, possui um alternador com um retificador rotativo ou estático para fornecer a corrente para o circuito de campo. O sistema de excitação do tipo ST, o mais utilizado atualmente, é geralmente composto por um transformador com retificador estático como fonte de corrente para o circuito de campo do gerador síncrono. O uso de pontes retificadoras baseadas em tiristores reduz consideravelmente o tempo de resposta do sistema de excitação, melhorando de forma significativa a regulação de tensão no gerador.

A Figura 6 apresenta um diagrama ilustrativo de um sistema de excitação típico do tipo ST. Considerando o modo de controle de tensão, a operação do sistema consiste basicamente em comparar o valor da tensão terminal do gerador com um valor pré-determinado. Essa comparação é feita pelo regulador de tensão que gera um sinal de erro e o

envia para excitatriz. A excitatriz, por sua vez, fornece corrente contínua ao circuito de campo, de forma a ajustar a tensão terminal do gerador.

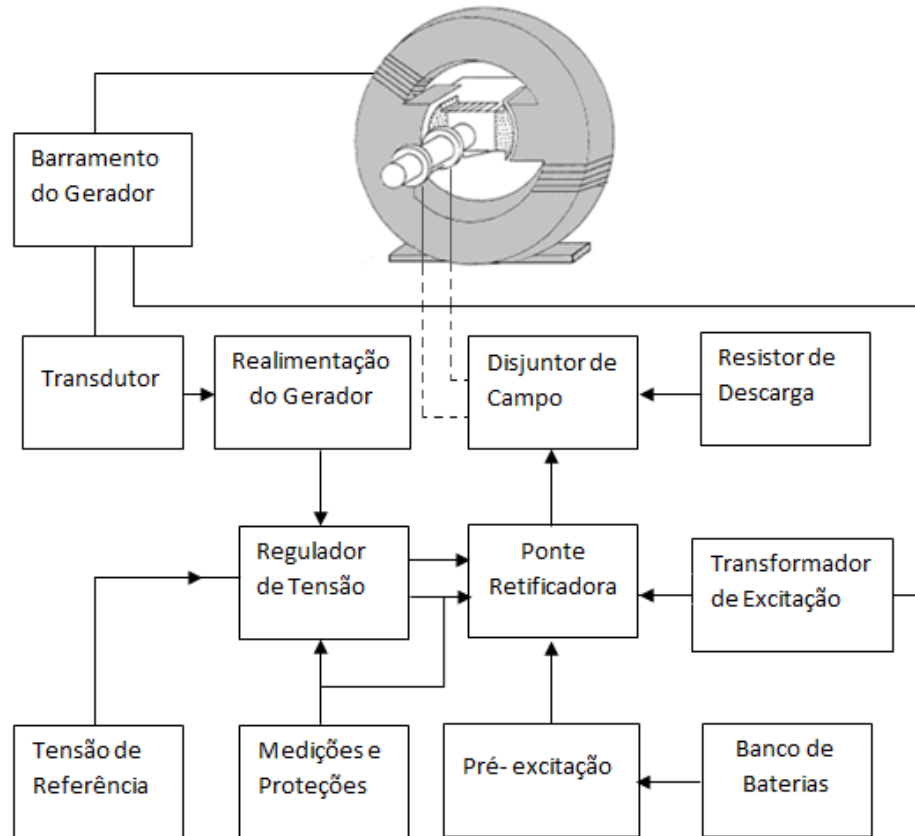


Figura 6 – Esquema geral do processo de excitação de um gerador síncrono.

Analisando a Figura 6 é possível observar a existência de uma pré-excitação geralmente utilizada durante a partida do gerador. Após o gerador atingir uma velocidade pré-determinada, a alimentação da excitatriz (ponte retificadora) é fornecida pelo transformador de excitação conectado ao estator do gerador. O regulador de tensão é um componente do sistema de excitação que exerce grande influência no comportamento transitório e na estabilidade do sistema de potência como um todo. Ele tem a função de controlar a tensão de saída da excitatriz, baseando-se na medição da tensão e/ou potência de saída do gerador. A velocidade de ação do sistema de excitação é fundamental do ponto de vista da estabilidade do sistema de potência. Objetivando a manutenção da estabilidade transitória do sistema, é desejável que o sistema de excitação tenha uma ação rápida (pequenas constantes de tempo) e um ganho elevado (elevada amplificação do erro de medida). Estas condições vão propiciar que, na ocorrência de um curto circuito na rede de transmissão, ocorra um rápido restabelecimento da tensão terminal, contribuindo assim para que o gerador não perca o

sincronismo. Por outro lado, a rápida ação e a elevada amplificação (elevado ganho) do sistema de excitação podem reduzir o amortecimento das oscilações eletromecânicas do sistema, afetando assim a estabilidade a pequenas perturbações do sistema de potência.

Um sistema de excitação do tipo ST1 (CRENSHAW et al., 1981), com algumas simplificações, é utilizado na modelagem do sistema de potência. Este tipo de sistema utiliza um retificador controlado alimentado por um transformador, que capta a energia do barramento do gerador ou do sistema auxiliar da usina. A representação, em diagrama de blocos, do sistema do tipo ST1 adotado é apresentada na Figura 7.

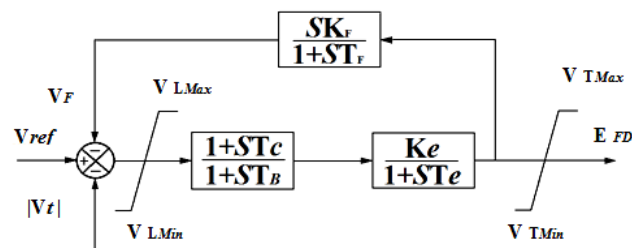


Figura 7 - Diagrama de blocos do sistema de excitação do tipo IEEE ST1.

O modelo do sistema de excitação apresentado na Figura 7 é comumente usado em estudos de estabilidade. As simplificações adotadas transformam o modelo de terceira ordem em um modelo de primeira ordem, semelhante ao modelo utilizado em KUNDUR (1989). O bloco de avanço-atraso responsável pela redução do ganho transitório (bloco caracterizado pelas constantes de tempo T_C e T_B) e os limites de tensão do regulador são desprezados. O bloco de redução do ganho transitório, em certas situações, pode ser prejudicial para a estabilidade do sistema (KUNDUR, 1989). Outra simplificação é feita desprezando-se também o laço de estabilização caracterizado pelo ganho K_F e pela constante de tempo T_F . Esse bloco foi desprezado pelo fato da excitatriz do tipo ponte retificadora não requerer estabilização. O modelo resultante adotado para representar o sistema de excitação é descrito pela equação diferencial de primeira ordem apresentada em (29).

$$\dot{E}_{FD} = \frac{1}{T_e} [K_e (V_{ref} - |V_t|) - E_{FD}]. \quad (29)$$

Em (29), $|V_t|$ é o módulo da tensão terminal, V_{ref} é a tensão de referência para a barra terminal, K_e e T_e são, respectivamente, o ganho e a constante de tempo do sistema de excitação. O sinal de controle gerado pelo controlador de amortecimento a ser projetado pela metodologia proposta nesse trabalho é adicionado em uma entrada de controle suplementar do regulador de tensão, como ilustrado no diagrama apresentado na Figura 8.

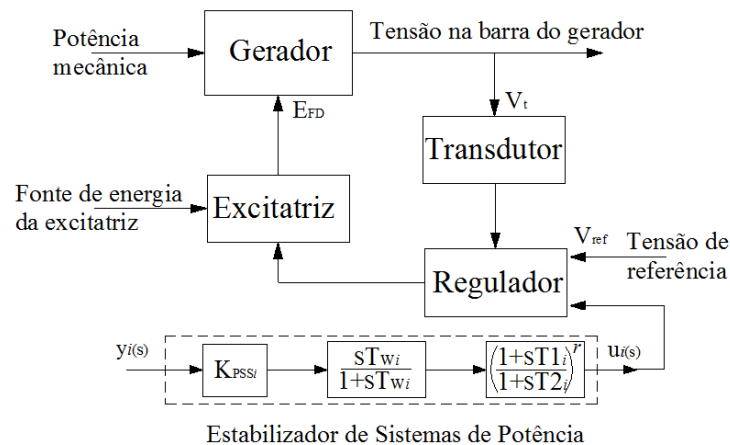


Figura 8 - Diagrama esquemático do sistema de excitação com o estabilizador de sistemas de potência.

O sistema de controle primário de velocidade apresenta uma resposta relativamente lenta, quando comparada com a resposta do sistema de excitação. Devido a essa dinâmica lenta, esse sistema de controle tem influência desprezível sobre os modos eletromecânicos de baixa frequência e, portanto, não é incluído na modelagem do sistema.

2.5 SISTEMA DE TRANSMISSÃO E CARGAS

Em estudos de estabilidade de sistemas de potência, além da modelagem dos geradores e malhas de controle, também é necessário considerar o modelo do sistema de transmissão e das cargas. Existem diversos tipos de modelos para a representação das cargas e do sistema de transmissão. O modelo a ser adotado depende do foco do estudo a ser realizado.

Os transitórios eletromagnéticos inerentes ao sistema de transmissão são muito mais rápidos do que os transitórios eletromecânicos inerentes aos geradores. Dessa forma, os transitórios eletromagnéticos podem ser desprezados, permitindo assim modelar a rede de transmissão como um circuito estático passivo, por meio da equação da tensão nodal do tipo

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} = \mathbf{Y}\mathbf{V} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{1k} & \cdots & y_{1m} \\ y_{k1} & y_{kk} & \cdots & y_{km} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{m1} & y_{mk} & \cdots & y_{mm} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}, \quad (30)$$

onde \mathbf{I} é o vetor com as correntes injetadas em cada barramento do sistema, \mathbf{V} é um vetor com as tensões nestes barramentos e \mathbf{Y} é a matriz com as admitâncias do sistema de transmissão. A solução da equação (30) fornece, para cada barra do sistema de potência, uma tensão $V_i \angle \beta_i$.

As cargas podem ser descritas por modelos dinâmicos (equações diferenciais) ou estáticos (equações algébricas). Em modelos do tipo estático, as cargas podem ser representadas como potência constante, corrente constante, impedância constante ou como uma combinação desses três modelos (KUNDUR, 1994). Nesse trabalho as cargas do sistema são modeladas como impedância constante. Ao utilizar esta consideração, além de simplificar o modelo resultante do sistema, pode-se realizar o procedimento de redução da rede de transmissão através da eliminação das equações algébricas do modelo algébrico-diferencial resultante. A eliminação das equações algébricas da rede de transmissão faz com que o modelo final do sistema seja representado apenas por equações diferenciais que, após a linearização do modelo, permite o uso da grande variedade de ferramentas para análise e projeto de sistemas de controle para sistemas lineares.

2.6 SISTEMAS DE REFERÊNCIA

As equações que descrevem o sistema de transmissão estão expressas em um sistema de referência diferente do adotado pelas equações da máquina síncrona. As equações da máquina síncrona estão na referência d-q, a qual gira com o rotor da máquina, e as equações da rede de transmissão estão na referência do fluxo de potência/carga (barra *slack*). Para obter o modelo resultante do sistema é necessário escolher um sistema de referência comum para a rede e geradores. A referência comum adotada é a referência do fluxo de carga, que neste trabalho é denominada referência Re-Im (real-imaginário). Essa referência gira à velocidade síncrona juntamente com as tensões e correntes dos barramentos do sistema. O sistema de referência comum, juntamente com o sistema de referência d-q, é apresentado na Figura 9.

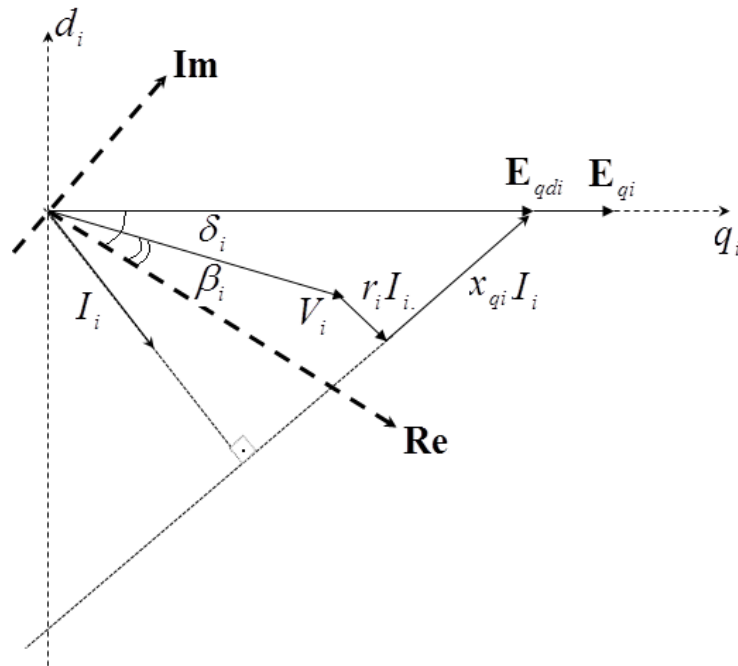


Figura 9 – Diagrama fasorial referente ao novo sistema de referência.
 Fonte: adaptado de RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. C. e BRETAS, N. G. (2000).

Na figura 9, V_i e I_i são a tensão e a corrente do barramento i , respectivamente, E_{qdi} é apenas uma tensão fictícia para auxiliar a determinação da direção do eixo q_i e E_{qi} é a tensão interna do gerador i . O ângulo entre a referência comum e a tensão do barramento i , é representado por β_i e o ângulo entre o eixo Re da referência comum e o eixo q do gerador i é descrito por δ_i .

As correntes de eixo direto e em quadratura do estator do gerador, considerando o sistema de referência comum, são descritas por:

$$I_{qi} = I_{Ri} \cos \delta_i + I_{li} \sin \delta_i \quad (31)$$

e

$$I_{di} = -I_{Ri} \sin \delta_i + I_{li} \cos \delta_i, \quad (32)$$

onde I_{Ri} é a parte real e I_{li} é a parte imaginária da corrente de estator. Essas correntes fazem parte do modelo do gerador apresentado anteriormente. A corrente injetada em cada barra de geração i , considerando a referência comum, é dada por:

$$I_{Ri} + jI_{Li} = \sum_{k=1}^{nb} \mathbf{Y}_{ik} (V_{Rk} + jV_{Lk}), \quad (33)$$

onde \mathbf{Y}_{ik} representa os elementos da matriz admitância que descreve a rede de transmissão e nb é o número total de barras do sistema. Substituindo as equações da corrente no modelo da máquina i , equipada com o regulador automático de tensão, obtém-se:

$$\dot{\delta}_i = \omega_s \omega_i - \omega_s, \quad (34)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} [P_{mi} - E'_{qi} I_{Ri} \cos \delta_i - E'_{qi} I_{Li} \sin \delta_i - D_i \Delta \omega_i], \quad (35)$$

$$\dot{E}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FDi} - E'_{qi} - (x_{di} - x'_{di}) I_{Ri} \sin \delta_i + (x_{di} - x'_{di}) I_{Li} \cos \delta_i], \quad (36)$$

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} [K_{ei} (V_{refi} - |V_{ti}| + V_{si}) - E_{FDi}], \quad (37)$$

$$V_{Ri} = E'_{qi} \cos \delta_i + x'_{di} I_{Li}, \quad (38)$$

$$V_{Li} = E'_{qi} \sin \delta_i - x'_{di} I_{Ri}, \quad (39)$$

onde V_{Ri} e V_{Li} são, respectivamente, as partes real e imaginária da tensão terminal do gerador i , cujo módulo é dado por:

$$|V_{ti}| = \sqrt{V_{Ri}^2 + V_{Li}^2}. \quad (40)$$

Em (37), V_{si} corresponde ao sinal de controle gerado pelo controlador de amortecimento proposto nesse trabalho. Substituindo (38) e (39) em (40) obtém-se:

$$|V_{si}| = [E_{qi}^2 + 2E_{qi}' x_{di}' (I_{li} \cos \delta_i - I_{Ri} \text{sen} \delta_i) + x_{di}'^2 (I_{Ri}^2 + I_{li}^2)]^{1/2}. \quad (41)$$

Em estudos de sistemas de potência é prática comum a utilização de modelos com a hipótese do barramento infinito. Essa hipótese é geralmente utilizada em sistema com uma única máquina ou em sistemas multimáquinas para eliminar a singularidade da matriz de estados do modelo linear. Essa singularidade se deve ao fato de que a transferência de potência entre as barras do sistema depende da diferença angular e não do valor absoluto do ângulo de cada barra. No modelo multimáquinas adotado nesse trabalho não se utiliza a hipótese do barramento infinito. A singularidade do modelo é eliminada utilizando-se o ângulo de um dos geradores do sistema como referência angular para todo o sistema.

2.7 REDUÇÃO DA REDE DE TRANSMISSÃO

A metodologia de projeto de controlador proposta nesse trabalho é baseada na teoria de sistemas lineares, mas especificamente em formulações de controle envolvendo desigualdades matriciais lineares. Para permitir a aplicação de grande parte das técnicas lineares para análise e projeto de sistemas de controle, as equações algébricas do modelo algébrico-diferencial que representa o sistema de potência são eliminadas. Com a eliminação das equações algébricas que representam a rede de transmissão e as cargas, o modelo do sistema passa a ser formado apenas pelas equações diferenciais que descrevem o comportamento dos geradores.

A eliminação das equações algébricas é feita por meio da redução da rede de transmissão. Para isso, as cargas do sistema são convertidas em impedância constante e, juntamente com as reatâncias transitórias dos geradores, são incluídas na matriz \mathbf{Y}_{bus} que descreve o sistema de transmissão, conforme ilustrado na Figura 10. As equações referentes às tensões nas barras do sistema de transmissão são eliminadas usando-se a técnica de Eliminação de Gauss. Após essa redução, o sistema fica reduzido apenas às tensões internas dos geradores (E_{qi}'), conforme ilustrado na Figura 10.

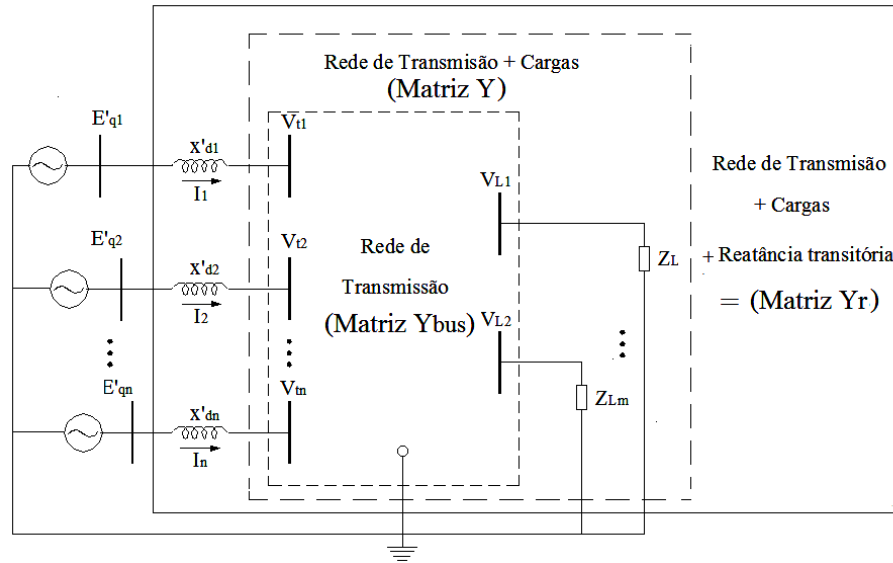


Figura 10 – Representação do sistema multimáquinas.
Fonte: adaptado de OLIVEIRA (2006)

Considerando a redução da rede, a corrente do estator do i -ésimo gerador pode ser reescrita como:

$$I_{Ri} + jI_{Li} = \sum_{k=1}^n Y_{r-ik} (E'_{Rk} + jE'_{Lk}) = \sum_{k=1}^n Y_{r-ik} (E'_{qk} \cos \delta_k + jE'_{qk} \text{sen} \delta_k), \quad (42)$$

onde Y_{r-ik} é o elemento da matriz Y_r , n é o número de geradores do sistema, E'_{Rk} e E'_{Lk} são, respectivamente, as partes real e imaginária da tensão transitória da i -ésima máquina. A matriz Y_r , apresentada na Figura 10, é a matriz admitância nodal com as admitâncias referentes ao sistema de transmissão, cargas do sistema e reatância transitória dos geradores. Expandindo o somatório apresentado em (42) e isolando-se as partes real e imaginária, obtém-se:

$$I_{Ri} = \sum_{k=1}^n G_{ik} E'_{qk} \cos \delta_k - B_{ik} E'_{qk} \text{sen} \delta_k, \quad (43)$$

$$I_{Li} = \sum_{k=1}^n B_{ik} E'_{qk} \cos \delta_k + G_{ik} E'_{qk} \text{sen} \delta_k, \quad (44)$$

sendo B_{ik} e G_{ik} , respectivamente, as partes real e imaginária do elemento Y_{r_ik} da matriz Y_r . O modelo multimáquinas resultante, obtido a partir da substituição de (43)-(44) em (35)-(36), é descrito por:

$$\dot{\delta}_i = \omega_s \omega_i - \omega_s, \quad (45)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} [P_{mi} - D_i \Delta \omega_i - \sum_{j=1}^n E'_{qi} E'_{qj} (G_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) - B_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i))], \quad (46)$$

$$\dot{E}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{do}} [E_{FDi} - E'_{qi} + (x_{di} - x'_{di}) \sum_{j=1}^n (G_{ij} E'_{qj} \sin(\delta_j - \delta_i) + B_{ij} E'_{qj} \cos(\delta_j - \delta_i))], \quad (47)$$

$$\dot{E}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} [K_{ei} (V_{refi} - |V_{ti}| + V_{si}) - E_{FDi}]. \quad (48)$$

O módulo da tensão terminal, utilizado na equação diferencial do regulador de tensão, não é uma variável de estado do sistema, mas pode ser escrito em função das variáveis de estado do modelo. A expressão final para o módulo da tensão, obtida a partir da substituição de (43)-(44) em (41), é dada por:

$$|V_{ti}| = [E'^2_{qi} + 2E'_{qi} x'_{di} \sum_{j=1}^n E'_{qj} (B_{ij} \cos(\delta_j - \delta_i) + G_{ij} \sin(\delta_j - \delta_i)) + x'^2_{di} \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n E'_{qk} E'_{ql} (G_{ij} G_{il} \cos(\delta_j - \delta_l) + 2G_{ij} B_{il} \sin(\delta_j - \delta_l) + B_{ij} B_{il} \cos(\delta_j - \delta_l))]^{1/2}. \quad (49)$$

O modelo linear do sistema, a ser utilizado nos estudos propostos nesse trabalho, é obtido a partir da linearização do conjunto de equações (45)-(48). O vetor de estados do modelo multimáquinas, para um sistema com n geradores, é descrito por:

$$\mathbf{x} = [\delta_1 \ \omega_1 \ E'_{q1} \ E_{FD1} \ \dots \ \delta_n \ \omega_n \ E'_{qn} \ E_{FDn}]^T. \quad (50)$$

3 ESTABILIDADE A PEQUENAS PERTURBAÇÕES

A resposta transitória de SEPs possuem diferentes comportamentos dinâmicos devido aos diferentes tipos de componentes interligados entre si. Devido à grande quantidade de elementos existentes em um sistema interligado de energia, muitas interações dinâmicas podem ocorrer. Uma das principais preocupações é como o sistema responderá às variações de cargas, perturbações e interações entre os diversos componentes do sistema. As diferentes dinâmicas podem ser divididas de acordo com as suas causas e tempo envolvido. Os diferentes fenômenos dinâmicos são geralmente divididos em quatro grupos: Ondas, transitórios eletromagnéticos, transitórios eletromecânicos e transitórios termodinâmicos. Dentre estes fenômenos, o que apresenta dinâmica mais rápida é o fenômeno de ondas viajantes e surtos em linhas de transmissão (tempo de resposta de micro a milissegundos). Os fenômenos eletromagnéticos envolvem os enrolamentos das máquinas (variáveis eletromagnéticas) e interação entre as máquinas e rede de transmissão (tempo de resposta de milissegundos a segundos). Os fenômenos eletromecânicos ocorrem devido às oscilações das massas girantes dos geradores e motores (tempo de resposta de segundos a minutos) e os fenômenos termodinâmicos, que são os mais lentos, estão associados ao controle das turbinas a vapor (tempo de resposta de dezena de segundos a horas).

3.1 CLASSIFICAÇÃO DOS ESTUDOS DE ESTABILIDADE

O principal objetivo do sistema elétrico de potência é suprir o mercado de energia elétrica, de acordo com dois princípios básicos: qualidade e confiabilidade. Qualidade é a manutenção de níveis adequados de tensão e frequência, necessários para o bom funcionamento dos equipamentos elétricos. Sendo que manter a confiabilidade do SEP é garantir a entrega de energia elétrica com o menor número de interrupções possível, mesmo em condições adversas. A qualidade da energia e a confiabilidade do sistema dependem fortemente da estabilidade do sistema. A estabilidade em sistemas elétricos está ligada ao seu comportamento quando submetido a uma perturbação. Esta perturbação pode ser de grande escala ou de pequena escala, o que define uma importante divisão no estudo da estabilidade. A análise e estudo do comportamento do sistema quando submetido a uma grande perturbação, por exemplo, uma falta em linha de transmissão pode levar a perda de

sincronismo de um parque gerador. A perda de sincronismo, por exemplo, é caracterizada como perda de estabilidade.

Em termos gerais o conceito de estabilidade tem uma definição geral que é o equilíbrio entre duas forças opostas. Já uma definição para sistemas de potência seria a capacidade do sistema em retornar para um estado de equilíbrio operacional após a ocorrência de um distúrbio, mantendo as grandezas físicas dentro de limites aceitáveis. A instabilidade pode se manifestar de diferentes formas sendo que vários fatores podem contribuir, tais como: o ponto de operação, configuração do sistema (topologia da rede), tipo da perturbação (variação de carga, perda de gerador, perda de linha, etc.) e intensidade da perturbação (pequena ou grande).

Os estudos de estabilidade são divididos em classes devido às varias formas de manifestações da estabilidade e aos vários fatores que afetam a estabilidade. A classificação da estabilidade considera a natureza física da instabilidade (frequência, tensão, etc.), a intensidade (ou tamanho) dos distúrbios, os dispositivos a serem considerados no estudo e métodos apropriados para realização das análises. A Figura 11 apresenta em forma de diagrama a divisão da classificação dos estudos de estabilidade de sistemas de potência.

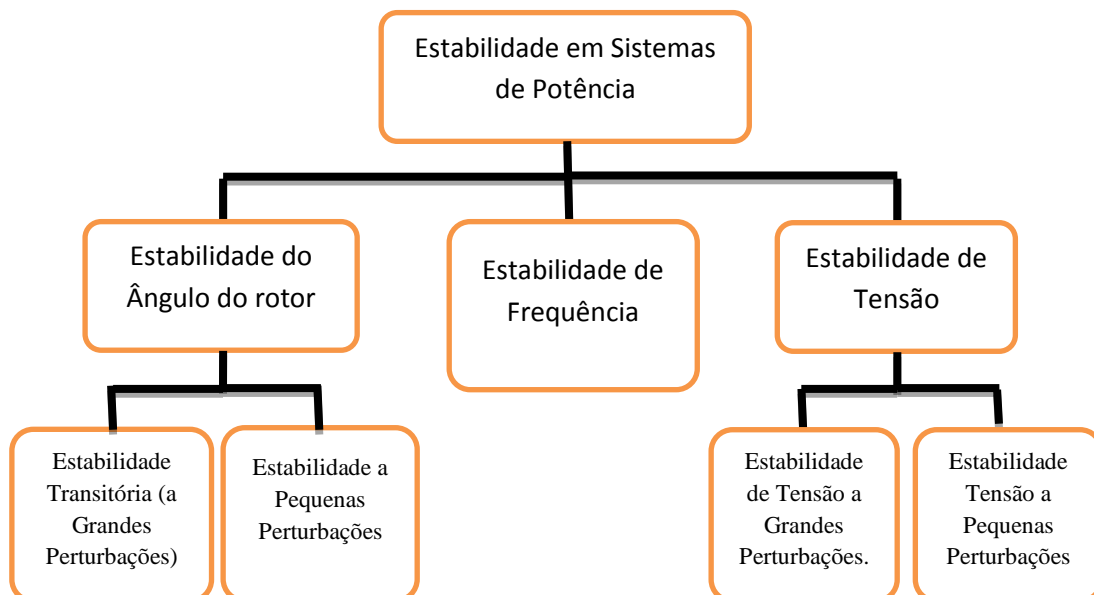


Figura 11 – Esquema da divisão dos estudos de estabilidade.

Analisando a estabilidade sob o ponto de vista da teoria de sistemas dinâmicos a definição de estabilidade mais aceita é a estabilidade no senso de Lyapunov, que foi proposta pelo engenheiro e matemático Alexander M. Lyapunov (1857-1918). Esta estabilidade refere-se à estabilidade do ponto de equilíbrio do sistema dinâmico. Segundo Lyapunov o ponto de equilíbrio $x^* \in R^n$ é estável se:

$$\varepsilon > 0 \exists \delta > 0: \|x(t_0) - x^*\| \leq \delta \Rightarrow \|x(t) - x^*\| \leq \varepsilon, \quad (51)$$

$$\forall t \geq t_0 \geq 0. \quad (52)$$

Segundo as condições (51) e (52) o sistema é estável se sujeito a uma pequena perturbação δ , a trajetória $x(t)$ do sistema permanece dentro de uma pequena região na vizinhança ε do ponto de equilíbrio.

O estudo proposto neste capítulo retrata os conceitos relacionados ao problema da estabilidade a pequenas perturbações a qual é definida como a capacidade de manter o sincronismo após sofrer uma pequena perturbação. O foco principal do estudo de estabilidade a pequenas perturbações é identificar a resposta dinâmica do sistema e se necessário melhorá-la por meio do ajuste e/ou projeto de controladores. O estudo de estabilidade a pequenas perturbações engloba os fenômenos eletromecânicos. Além de situar a estabilidade a pequenas perturbações, este capítulo também mostra as principais ferramentas para o estudo desse tipo de estabilidade.

Uma perturbação é considerada pequena se as equações que descrevem o comportamento do sistema podem ser linearizadas em torno de um ponto de equilíbrio e, desta maneira, todas as propriedades aplicáveis à análise de sistemas lineares podem ser utilizadas. Dados do Operador Nacional do Sistema elétrico (ONS), referentes ao sistema interligado nacional (SIN), mostram uma ocorrência média nos últimos 5 anos de 2.323 perturbações anuais. Estas ocorrências envolvem pequenas e grandes perturbações que causam corte de carga no sistema. Em 2010, por exemplo, ocorreram 2.670 perturbações. Estas perturbações podem levar o sistema à instabilidade, dependendo das condições de operação do sistema.

3.2 SISTEMAS LINEARES

Em se tratando do estudo de estabilidade a pequenas perturbações, um dos caminhos é a obtenção da resposta do sistema submetido a uma perturbação, através da resolução numérica do modelo não linear do sistema. Entretanto, a resolução numérica das equações não lineares, no estudo das oscilações eletromecânicas de baixa frequência, é feita apenas para dar validade às análises e projetos baseados em abordagens lineares.

Os sistemas de potência são em sua grande maioria representados por modelos não lineares na forma de espaços de estados. Estes modelos não lineares podem ser linearizados como será verificado na sequência. A linearização do modelo pode ser realizada pelo fato do foco do estudo proposto ser a estabilidade à pequenas perturbações, pois as pequenas perturbações não afastam significativamente as variáveis do sistema do ponto de equilíbrio a ser estudado. Dessa forma, a resposta do modelo linear é muito próxima da resposta do modelo não linear. A preferência de se usar os modelos lineares vem do fato que estes possuem uma maior variedade de ferramentas para análise quando comparado com modelos não lineares. Na sequência, será apresentada a linearização e obtenção do modelo linear adotado nos estudos de estabilidade a pequenas perturbações.

3.2.1 Linearização do Modelo do Sistema

Em estudos de estabilidade a pequenas perturbações é prática comum linearizar modelos não lineares. A linearização permite o uso da grande variedade de técnicas lineares para análise do sistema e projeto de controladores, sendo que o modelo do sistema é linearizado em torno de um ponto de operação. O ponto de operação do sistema de potência geralmente é um ponto de equilíbrio do modelo não linear. Diz-se que x^* é ponto de equilíbrio de $\dot{x}(t) = f(x(t))$ se:

$$\dot{x}(t) = f(x^*) = 0. \quad (53)$$

A Figura 12 apresenta uma ilustração da linearização da função $f(x)$ em torno da condição inicial x_0 .

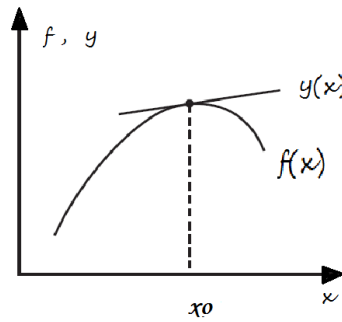


Figura 12 – Representação da linearização do sistema em um ponto de operação.

A função linear $y(x)$ tem validade apenas nas vizinhanças do ponto usado na linearização. A linearização pode ser obtida utilizando a série de Taylor. Considere o modelo não linear dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}). \quad (54)$$

Considerando que o sistema seja submetido a uma pequena perturbação, pode-se escrever:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}, \quad (55)$$

onde o termo $\Delta \mathbf{x}$ é o vetor que representa o pequeno desvio das variáveis de estado em relação ao ponto de equilíbrio \mathbf{x}_0 , que corresponde ao vetor com os valores das variáveis de estado na condição de operação inicial. Para sistemas submetidos a pequenas perturbações, a equação (54) pode ser reescrita na forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x})]. \quad (56)$$

Considerando-se que a perturbação não afaste significativamente o sistema da condição de operação original (\mathbf{x}_0), o sistema pode ser representado pela expansão em série de Taylor da equação (56). Aplicando-se a expansão em série de Taylor, truncada na primeira derivada, obtém-se:

$$\dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta \dot{\mathbf{x}} \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} \Delta \mathbf{x}. \quad (57)$$

Para a condição inicial \mathbf{x}_0 , temos que $\dot{\mathbf{x}}_0 = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = 0$. Portanto, a equação (57) pode ser reescrita com uma equação linear na forma de espaço de estados do tipo:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(t), \quad (58)$$

onde a matriz \mathbf{A} é o jacobiano de $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x})$. A solução da equação (58) fornece uma boa aproximação para a resposta do sistema elétrico de potência submetido a pequenas perturbações. Uma facilidade advinda do uso do modelo linear apresentado se deve ao fato de que as informações a respeito da estabilidade do sistema podem ser obtidas por meio dos autovalores da matriz de estados \mathbf{A} . Os sistemas lineares representados pela equação (58) apresentam apenas um único ponto de equilíbrio, desde que \mathbf{A} seja não singular, conforme apresentado em (59).

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}^* = 0 \Rightarrow \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}^* = 0 \Rightarrow \Delta \mathbf{x}^* = 0. \quad (59)$$

De acordo com (59), o único ponto de equilíbrio do sistema linear é a origem do espaço de estados.

A solução da equação (58) pode ser escrita em função dos autovalores e autovetores na seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n c_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t}, \quad (60)$$

sendo $c_i \in \mathbb{C}$, $\lambda_i \in \mathbb{C}$ e $\mathbf{v}_i \in \mathbb{C}^n$ constantes, $i = 1 \dots, n$ e t é um parâmetro representando o tempo. Dessa forma, temos:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t}. \quad (61)$$

Combinando as equações (58) e (60) e (61) temos:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i c_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} = \mathbf{A} \sum_{i=1}^n c_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t}. \quad (62)$$

Como os c_i e λ_i são constantes, podemos reduzir a:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{A} \mathbf{v}_i . \quad (63)$$

Ao usar cada termo separado dos somatórios de (63) verificamos que as mesmas podem ser resolvidas através do cálculo dos autovalores e autovetores à direita da matriz \mathbf{A} , ou seja, encontrando-se λ_i e \mathbf{v}_i que satisfaçam:

$$\lambda_i \cdot \mathbf{v}_i = \mathbf{A} \mathbf{v}_i , \quad i = 1, \dots, n. \quad (64)$$

Os autovalores e autovetores à direita da matriz \mathbf{A} possibilitam a obtenção de soluções para (58). Na equação (60) tem-se a relação dos autovalores com a resposta do sistema. Caso o λ_i tenha parte real negativa, a resposta será atenuada pelos termos $e^{\lambda_i t}$, o que caracteriza um sistema estável. Caso a parte real de algum dos λ_i for positiva, o respectivo termo $e^{\lambda_i t}$ introduzirá um crescimento exponencial na resposta, configurando um sistema instável. Cada autovalor λ_i corresponde a um modo de resposta do sistema.

3.3 MODOS DE OSCILAÇÃO

As pequenas variações nas cargas do sistema durante o dia podem excitar modos de oscilação que são intrínsecos aos sistemas de potência. Tais modos oscilatórios são modos eletromecânicos de resposta e podem ser observados nas variações dos ângulos e velocidades dos rotores das máquinas. Antes de definir os modos de oscilação mais comuns em sistemas de potência, será apresentada a forma típica adotada em estudos de estabilidade a pequenas perturbações para determinar as características desses modos oscilatórios. Considere o autovalor dado por

$$\lambda_i = \bar{\sigma}_i \pm j\bar{\omega}_i. \quad (65)$$

A parte real $\bar{\sigma}_i$ está relacionada ao crescimento ou decaimento exponencial da resposta e parte imaginária $\bar{\omega}_i$ determina a frequência de oscilação do modo de resposta associado ao i -ésimo autovalor. O fator de amortecimento do modo de resposta oscilatório, o qual representa a taxa de decaimento da amplitude da oscilação, é dado por:

$$\zeta = \frac{-\bar{\sigma}_i}{\sqrt{\bar{\sigma}_i^2 + \bar{\omega}_i^2}}. \quad (66)$$

Este fator de amortecimento é amplamente aceito em sistemas de potência como margem de estabilidade à pequenas perturbações (GOMES et al., 2003). A amplitude do modo de resposta decai para 37% da amplitude inicial a $1/2\pi\zeta$ ciclos de oscilação. Um fator de 0,05 ou 5%, por exemplo, é aceito como uma margem de estabilidade aceitável para sistemas elétricos de potência (KUNDUR, 1994). Este valor proporciona um decaimento de 63% do modo de resposta em aproximadamente três ciclos. Analisando a equação (66), é possível observar que fatores de amortecimento negativos caracterizam modos de oscilação instáveis. Usando os autovalores e o fator de amortecimento é possível identificar os modos oscilatórios presentes no sistema de potência, assim como identificar as frequências e decaimento desses modos de resposta. A operação e os estudos de sistemas elétricos de potência ao longo dos anos permitiram identificar vários tipos de modos de resposta oscilatórios típicos em sistemas elétricos de potência. Os modos eletromecânicos mais comuns em sistemas elétricos de potência são:

- ✓ Modos intra-planta: ocorrem entre geradores próximos, geralmente os localizados na mesma unidade geradora, na faixa de frequência de 2,0 a 3,0 Hz (KUNDUR, 1994);
- ✓ Modos locais: são caracterizados pela oscilação de uma planta de geração contra o resto do sistema de potência, e geralmente ocorrem na faixa de frequência de 0,7 a 2,0 Hz (KUNDUR, 1994);
- ✓ Modos inter-área: envolvem um grupo de unidades geradoras oscilando coerentemente contra outro grupo em uma área diferente, e geralmente ocorrem na faixa de frequência de 0,1 a 0,7 Hz (KLEIN et al., 1991).

Existem também os modos de controle, que são caracterizados por oscilações causadas pelas malhas de controle do sistema. Os modos torcionais, são caracterizados, em geral, por oscilações das partes (seções) que constituem o eixo do conjunto turbo-gerador e que variam entre uma frequência de 5 a 59 Hz. Ambos os modos podem ser instabilizados pela interação de controladores projetados de maneira inadequada (KUNDUR, 1994).

Os autovalores permitem identificar os modos de oscilação presentes em um sistema elétrico de potência multimáquinas, entretanto, não permitem identificar que tipo de perturbação estimula esses modos e em quais geradores do sistema esses modos se

manifestarão. Ou seja, não é possível dizer quais geradores específicos exibirão oscilações eletromecânicas de baixa frequência após a ocorrência de pequenas perturbações. A influência dos modos eletromecânicos em cada variável de estado do modelo pode ser determinada por meio de outra ferramenta para análise de sistemas lineares. Essa ferramenta em questão é apresentada na seção seguinte.

3.4 FATOR DE PARTICIPAÇÃO

Analisando o significado dos autovetores na resposta do sistema, observa-se, na equação (60) que um autovetor \mathbf{v}_i associado a um modo de resposta λ_i fornece a distribuição deste modo nas variáveis de estado, ou seja, determina a intensidade com que este modo estará presente na resposta individual de cada variável de estado. Dessa forma, pode-se utilizar os elementos dos autovetores \mathbf{v}_i para descobrir em quais variáveis de estado o modo de resposta λ_i exerce maior influência. Para determinação da relação entre os modos de resposta e as variáveis de estado do sistema, pode-se utilizar os fatores de participação. Para um entendimento destes fatores é necessário inicialmente definir o conceito de autovetores à esquerda da matriz \mathbf{A} . Os autovetores à esquerda da matriz \mathbf{A} são definidos como o conjunto de vetores $\mathbf{w}_i \in \mathbb{R}^n$ que satisfaz a relação (67).

$$\lambda_i \mathbf{w}_i = \mathbf{w}_i \mathbf{A}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (67)$$

Na equação (67), admite-se que \mathbf{A} possui n autovalores distintos. Verifica-se em (64) e em (67) que a multiplicação tanto de \mathbf{v}_i quanto de \mathbf{w}_i por um escalar não afeta as igualdades, ou seja, pode-se multiplicar os autovetores à direita e à esquerda de uma matriz por escalares quaisquer, e os vetores resultantes continuarão sendo autovetores. Devido a esta possibilidade, é comum normalizar os autovetores \mathbf{v}_i e \mathbf{w}_i , associados a um mesmo modo λ_i de tal forma que $\mathbf{w}_i \mathbf{v}_i = 1$. Outra propriedade importante destes vetores é a ortogonalidade entre um autovetor à direita, associado a um determinado autovalor, e qualquer autovetor à esquerda que seja associado a outro autovalor, ou seja, $\mathbf{w}_j \mathbf{v}_i = 0$ se $i \neq j$.

Adotando-se estas relações, pode-se mostrar que os autovetores à esquerda determinam as magnitudes da excitação dos modos de resposta devido às condições iniciais

(ou seja, determinam as constantes c_i em (60) e (61)). Para determinar essa relação, considere:

$$\lambda_i \mathbf{w}_i = \mathbf{w}_i \mathbf{A}, \quad (68)$$

$$\lambda_i \mathbf{w}_i \Delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{w}_i \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(0), \quad (69)$$

$$\lambda_i \mathbf{w}_i \Delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{w}_i \Delta \dot{\mathbf{x}}(0), \quad (70)$$

$$\lambda_i \mathbf{w}_i \Delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{w}_i \sum_{i=1}^n \lambda_i c_i \mathbf{v}_i. \quad (71)$$

Considerando que $\mathbf{w}_i \mathbf{v}_i = 1$. E que $\mathbf{w}_i \mathbf{v}_j = 0$ se $i \neq j$, a equação (71) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{w}_i \Delta \mathbf{x}(0) = c_i. \quad (72)$$

A equação (72) descreve a influência dos autovetores à esquerda na excitação do i -ésimo modo de resposta devido à condição inicial $\Delta \mathbf{x}(0)$.

Após a definição dos autovetores à esquerda, será definido o fator que estabelece a relação entre os modos de resposta e as variáveis de estado do sistema. Esse fator, conhecido como fator de participação, pode ser usado, por exemplo, para selecionar os geradores mais adequados para se controlar um modo de resposta de interesse. O fator de participação (PÉREZ-ARRIGA et al., 1982) é definido como:

$$p_{ki} = w_{ki} v_{ki}, \quad (73)$$

onde w_{ki} é o k -ésimo elemento do i -ésimo autovetor à esquerda \mathbf{w}_i e v_{ki} o k -ésimo elemento do i -ésimo autovetor à direita \mathbf{v}_i . O fator de participação p_{ki} fornece a participação relativa da k -ésima variável de estado no i -ésimo modo de resposta do sistema. A soma dos fatores de participação é igual a 1, conforme mostrado na equação (74).

$$\sum_{k=1}^n p_{ki} = 1. \quad (74)$$

Com o uso das ferramentas para análise de sistemas lineares apresentadas é possível analisar diversas características da resposta de um sistema submetido a uma pequena

perturbação. Os geradores cujas variáveis de estado apresentam elevada influência em um modo de interesse são na maioria das vezes bons candidatos a receberem estabilizadores de sistemas de potência (ou PSS, do inglês, *Power System Stabilizer*). A variável de estado com maior influência em um dado modo reposta de interesse pode ser uma boa escolha para ser usada como sinal de realimentação em uma malha de controle, desde que esta seja uma variável física mensurável.

3.5 RESÍDUOS DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Esta seção apresentará outra ferramenta para análise de sistemas lineares tipicamente usada nos estudos de estabilidade à pequenas perturbações. Considere o modelo linear na forma padrão dado por

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (75)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t). \quad (76)$$

As matrizes $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{p \times m}$ são as matrizes de estados, de entrada, de saída e de transmissão direta, respectivamente. Complementando os termos das equações (75) e (76), temos $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^m$ e $\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^p$, sendo que $\mathbf{x}(t)$ é o vetor de estados, $\mathbf{u}(t)$ é o vetor de entradas do modelo linearizado e $\mathbf{y}(t)$ é o vetor de saídas do modelo linearizado, n é o número de variáveis de estado, p é o número de saídas e m é o número de entradas. Considerando apenas uma entrada e apenas uma saída, o modelo linear apresentado acima pode ser representado pela função de transferência $G(s)$ apresentada na Figura 13.

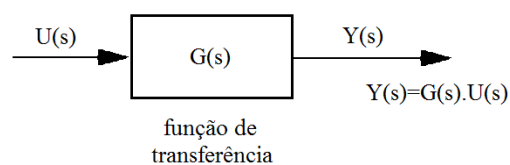


Figura 13 – Representação da função de transferência do sistema em malha aberta.

A partir da função de transferência podemos obter os resíduos de $G(s)$, que permitem determinar qual conjunto de entrada-saída ($U(s) - Y(s)$) de interesse exerce maior influência

sobre um dado modo de resposta de interesse. Segundo (KUNDUR, 1994), podemos obter os resíduos da função de transferência a partir da expansão da função de transferência do sistema, considerando a entrada de controle e o sinal saída de interesse. A função de transferência pode ser representada na forma de polos, zeros e ganho da seguinte maneira:

$$G(s) = K \frac{N(s)}{D(s)}. \quad (77)$$

Se $N(s)$ e $D(s)$ podem ser fatorados, a função de transferência pode ser reescrita como:

$$G(s) = \frac{(s-z_1).(s-z_2).....(s-z_n)}{(s-\lambda_1).(s-\lambda_2).....(s-\lambda_n)}. \quad (78)$$

Expandindo a função de transferência em frações parciais, obtém-se:

$$G(s) = \frac{R_1}{s-\lambda_1} + \frac{R_2}{s-\lambda_2} + \dots + \frac{R_n}{s-\lambda_n} = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{s-\lambda_i}, \quad (79)$$

onde R_i é o resíduo da função $G(s)$ no polo λ_i . Escrevendo a função de transferência em termos dos autovalores e autovetores, obtém-se

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = [\mathbf{C} \cdot \mathbf{v}_i \cdot (\mathbf{sI} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \cdot \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{B}]. \quad (80)$$

Como $\mathbf{\Lambda}$ é uma matriz diagonal, com os autovalores de \mathbf{A} , pode-se escrever

$$G(s) = \sum_{i=1}^n \frac{R_i}{s-\lambda_i}, \quad (81)$$

onde

$$R_i = \mathbf{C} \cdot \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{B}. \quad (82)$$

O resíduo R fornece informações sobre a controlabilidade e observabilidade dos modos de resposta do sistema. O resíduo de uma função de transferência, para um dado modo de resposta λ_i , dá a informação de quanto o modo de resposta em questão é controlável e observável através da entrada de controle \mathbf{u} e do sinal de saída \mathbf{y} considerados na função de

transferência. Portanto, o resíduo fornece o conjunto de entrada $U(s)$ e saída $Y(s)$ que permite o melhor controle do modo de resposta de interesse. Ou seja, fornece a melhor localização para a instalação do controlador a ser projetado para os sistemas de potência, de modo a proporcionar uma contribuição efetiva no amortecimento dos modos oscilatórios instáveis ou fracamente amortecidos.

4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE CONTROLE PROPOSTO

O desenvolvimento da metodologia de projeto proposta requer o estudo e a aplicação de técnicas de controle clássico e moderno compatíveis com projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência. A metodologia proposta será estruturada na forma de LMIs para aplicação em sistemas dinâmicos em geral, entretanto, nesse trabalho será aplicado apenas a sistemas de potência multimáquinas. A metodologia proposta adotará o limite superior para energia do sinal de saída do sistema em malha fechada como índice de desempenho. O uso do limite para o valor da energia do sinal/variável de saída do sistema é um diferencial com relação à outros trabalhos que utilizam o posicionamento regional de polos como índice de desempenho. Esta energia corresponde ao valor da integral do sinal de saída do sistema elevado ao quadrado. O uso da energia de saída na formulação do problema de controle exige menos dispêndio computacional, quando comparado com o tradicional fator de amortecimento mínimo na forma de posicionamento regional de polos. Tal dispêndio computacional está associado à menor dimensão das desigualdades matriciais referentes à formulação de controle, quando comparado com a dimensão das desigualdades matriciais do PRP. Outra vantagem do uso da energia de saída é permitir, na etapa de projeto do controlador, a especificação de um índice de desempenho apenas para o modo de resposta de interesse.

O fator de amortecimento mínimo para os modos de oscilação do sistema em malha fechada é comumente aceito em sistemas elétricos de potência como um indicativo de margem de estabilidade a pequenas perturbações (GOMES et al., 2003), sendo difundido o seu uso em projetos de controladores e na análise de estabilidade a pequenas perturbações. Este amortecimento mínimo pode ser obtido, em formulações LMIs, por meio do posicionamento regional de polos (PRP) (CHIALI e GAHINET, 1996) ; (CHIALI et al., 1999).

O posicionamento regional de polos em geral impõe que todos os polos do sistema sejam posicionados em uma região predeterminada do plano complexo. Isso dificulta o projeto de controladores para apenas um ou poucos geradores do sistema de potência, pois atuando em apenas um gerador pode não ser possível posicionar os polos referentes aos outros geradores do sistema. Dessa forma, esse trabalho propõe uma metodologia que seja capaz de posicionar apenas os polos de interesse.

Os controladores gerados por metodologias na forma de LMIs, baseadas na realimentação dinâmica de saída, geralmente apresentam ordem elevada. No entanto, este trabalho propõe uma metodologia capaz de gerar controladores de ordem reduzida.

4.1 POSICIONAMENTO REGIONAL DE POLOS (PRP)

Antes de apresentar a metodologia proposta é importante estabelecer a base teórica da metodologia baseada no posicionamento de polos para se comparar com a nova proposta e estabelecer parâmetros conceituais entre elas. Tendo em mente a idéia de obter-se uma metodologia que utiliza a energia da saída como índice de desempenho do sistema, serão retratados os conceitos e conhecimentos referentes à metodologia de projeto de controladores baseada no PRP como índice de desempenho.

Em se tratando de problemas de oscilações eletromecânicas não é suficiente obter um controlador que garanta apenas a estabilidade do sistema em malha fechada. Este problema requer controladores que garantam um desempenho adequado para o sistema em malha fechada, pois o sistema pode ser estável e apresentar modos oscilatórios mal amortecidos, o que compromete a operação e a confiabilidade do sistema. A excitação destes modos pouco amortecidos pode ocorrer devido às mudanças no ponto de operação do sistema. Estas mudanças se devem às perdas de linhas de transmissão, variações nas cargas e até a saída de unidades geradoras do sistema interligado.

Para evitar modos oscilatórios mal amortecidos muitas metodologias de projeto de controladores de amortecimento utilizam o PRP para garantir um bom desempenho do sistema em malha fechada. Nessas metodologias, o fator de amortecimento mínimo ζ_0 é adotado para os modos oscilatórios do sistema em malha fechada. Esse fator de amortecimento é largamente aceito como uma margem de estabilidade a pequenas perturbações. Na Figura 14 pode-se ver, no plano complexo, a região D para posicionamento dos polos que garante um fator de amortecimento maior que ζ_0 para os polos do sistema em malha fechada.

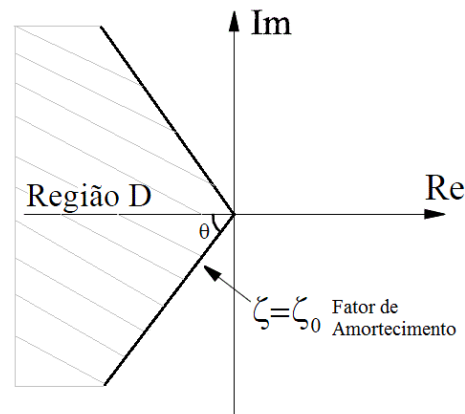


Figura 14 – Localização da região D no plano complexo para posicionamento dos polos.

A região D da figura 14, é definida por $\zeta > \zeta_0$, e a reta delimitada pelo ângulo θ no semi-plano esquerdo é a reta que contém os modos estáveis com o mesmo amortecimento ζ_0 . Se todos os polos do sistema em malha fechada estiverem contidos em qualquer região D, no semi-plano esquerdo, diz-se que o sistema

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \quad (83)$$

é “D-estável”.

O PRP pode ser especificado por meio de formulações de controle na forma de LMIs. Em formulações desse tipo, todos os polos do sistema em malha fechada estarão contidos na região D somente se as desigualdades matriciais lineares forem satisfeitas. A análise de estabilidade e o projeto de controladores para sistemas dinâmicos representados por modelos lineares podem ser realizados por meio de LMIs obtidas a partir da equação quadrática de Lyapunov. Para uma melhor compreensão das formulações LMIs, considere o modelo linear invariante no tempo dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (84)$$

A existência de uma matriz $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$ tal que as desigualdades (85) e (86) sejam satisfeitas para todo $\mathbf{x} \neq 0$, é a condição necessária e suficiente para que toda trajetória do sistema (84) convirja para zero com $t \rightarrow \infty$ (ou seja, $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = 0 \quad \forall \mathbf{x}(0) \neq 0$ implica em sistema assintoticamente estável).

$$V(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x} > 0, \quad (85)$$

$$\dot{V}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \mathbf{x} + \mathbf{x}^T \mathbf{P} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^T (\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \mathbf{x} < 0. \quad (86)$$

A condição que possibilita provar a estabilidade quadrática do sistema (84) também pode ser escrita por meio de uma formulação LMIs. A formulação LMI para verificação da estabilidade quadrática é obtida a partir de (85)-(86) e é dada por:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0, \quad (87)$$

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} < 0. \quad (88)$$

Se as LMIs (87)-(88) forem factíveis, diz-se que o sistema descrito pela equação (84) é quadraticamente estável. Em se tratando de análise e projeto de controladores esta teoria é muito utilizada. Vários outros estudiosos deram continuidade às pesquisas para o desenvolvimento de LMIs baseados nas idéias propostas por Lyapunov, fazendo com que surgissem muitos avanços ao longo da história. As LMIs que até a década de 1940 eram geralmente resolvidas manualmente e aplicadas a pequenos sistemas (segunda ou terceira ordem, por exemplo), tiveram forte avanço e passaram a contar com métodos computacionais cada vez mais eficientes para a solução. Hoje já se pode contar com vários pacotes computacionais especialmente desenvolvidos para a resolução de LMIs, como por exemplo, o LMILab para o *MatLab* (GAHINET et al. 1995). O posicionamento regional de polos, estruturado na forma de LMIs, é dado pelas equações (89) e (90). Essa formulação, assim como a sua prova, pode ser encontrada em (CHIALI e GAHINET, 1996).

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0, \quad (89)$$

$$\begin{bmatrix} \text{sen}\theta(\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) & \text{cos}\theta(\mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{A}^T \mathbf{P}) \\ \text{cos}\theta(\mathbf{P}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \mathbf{A}) & \text{sen}\theta(\mathbf{P}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A}) \end{bmatrix} < 0. \quad (90)$$

Observando (89)-(90) e comparando com a Figura 14, nota-se que existe uma região LMI delimitada pelo setor cônico que define um fator de amortecimento mínimo. O setor cônico é delimitado pela reta cuja inclinação é dada pelo ângulo $\theta = \text{arcseno}(\zeta_0)$.

Em situações onde os controladores a serem projetados são incluídos em apenas alguns geradores do sistema, a formulação LMI clássica apresentada em (89) e (90) pode falhar no projeto de controladores para sistemas multimáquinas, pois as entradas de controle dos geradores com os controladores a serem projetados podem não exercer influência sobre os modos de resposta de outros geradores do sistema (ou seja, os controladores localizados em apenas alguns geradores do sistema não são capazes de melhorar a dinâmica de outros geradores distantes dos geradores com os controladores a serem projetados). Visando proporcionar um melhor entendimento desta limitação do PRP, um exemplo hipotético considerando um sistema de potência com dois geradores é apresentado. Considere um sistema com dois geradores (G1 e G2) onde um controlador de amortecimento é adicionado em apenas um dos geradores do sistema. A Figura 15 apresenta os modos de resposta oscilatórios correspondentes ao sistema hipotético com e sem um controlador de amortecimento inserido no gerador G1. De acordo com a Figura 15, é possível notar que o controlador localizado no gerador G1 não é capaz de introduzir amortecimento ao modo de resposta associado ao gerador G2. Esse modo de resposta não foi afetado pelo controlador pelo fato de não poder ser controlado pela entrada de controle do gerador G1 e, portanto, não é possível utilizar o posicionamento regional de polos para o caso apresentado. A metodologia proposta nesse trabalho contorna essa limitação do posicionamento regional de polos, pois permite especificar um fator de amortecimento mínimo apenas para o modo de resposta de interesse.

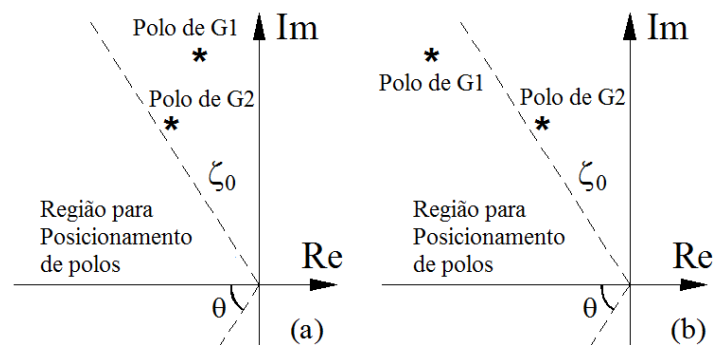


Figura 15 – Exemplo hipotético do PRP para um sistema multimáquinas: a) Sistema sem controlador de amortecimento; b) Sistema com controlador de amortecimento adicionado apenas ao gerador G1.

4.2 CONTROLADOR BASEADO NA REALIMENTAÇÃO DINÂMICA DE SAÍDA

Objetivando-se um bom desempenho para o sistema em malha fechada e atender aos requisitos práticos pretende-se utilizar um controlador baseado na realimentação dinâmica de saída. O uso da realimentação dinâmica de saída possibilita, em muitos casos, obter um desempenho transitório satisfatório que não poderia ser obtido com a realimentação estática de saída (CRUSIUS e TROFINO, 1999). Um controlador baseado na realimentação dinâmica de saída utiliza a lei de realimentação do tipo:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}(s)\mathbf{y}. \quad (91)$$

O controlador apresentado em (91) pode ser representado na forma de espaço de estados por:

$$\dot{\mathbf{x}}_c(t) = \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c(t) + \mathbf{B}_c\mathbf{y}(t), \quad (92)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c(t), \quad (93)$$

onde $\mathbf{x}_c \in R^m$ é o vetor com os estados do controlador e $\mathbf{K}(s) = \mathbf{C}_c(s\mathbf{I} - \mathbf{A}_c)^{-1}\mathbf{B}_c$. A equação (92) descreve o comportamento dinâmico do controlador em função da saída da planta $\mathbf{y}(t)$. As variáveis de estado do controlador, multiplicadas pelos ganhos definidos pela matriz \mathbf{C}_c , geram o sinal de controle $\mathbf{u}(t)$ a ser adicionado ao sistema.

4.3 ROBUSTEZ DE ESTABILIDADE DO SISTEMA

Os sistemas de potência, durante sua operação normal, sofrem variações normais de carga e outros tipos de pequenas perturbações já descritas anteriormente. Devido a esta característica do sistema, torna-se necessário considerar as variações do ponto de operação na síntese de controladores. Essas variações podem ser tratadas por meio da teoria de controle robusto. A técnica empregada neste trabalho para considerar as incertezas referentes ao ponto

de operação do sistema é conhecida como *modelagem politópica* (RAMOS, BRETAS e ALBERTO, 2002). A aplicação dessa modelagem permite a obtenção de um modelo que considera vários pontos de operação do sistema elétrico de potência. Esta modelagem é formada por um conjunto de L modelos lineares, estruturados a partir da conexão de modelos representados pelas equações (75) e (76) (obtidos a partir da linearização do modelo multimáquinas em L diferentes pontos de operação) com o modelo do controlador representado pelas equações (92) e (93). Dessa forma, o modelo do sistema em malha fechada, considerando os L diferentes pontos de operação, é descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \bar{\mathbf{A}}_j \mathbf{x}(t), \quad \bar{\mathbf{A}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_j & \mathbf{B}_j \mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{C}_j & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}. \quad (94)$$

A matriz $\bar{\mathbf{A}}_j \in R^{n+nc \times n+nc}$, para $j = 1, \dots, L$, são as matrizes de estado do sistema em malha fechada, $\mathbf{A}_j \in R^{n \times n}$, são as matrizes de estado do sistema em malha aberta referentes aos L diferentes pontos de operação adotados, onde n é o número de variáveis de estado do sistema e nc é a ordem do controlador a ser projetado. As matrizes \mathbf{B}_j e \mathbf{C}_j são, respectivamente, as matrizes de entrada e saída do sistema para cada ponto de operação adotado. As matrizes \mathbf{B}_j e \mathbf{C}_j serão iguais para todos os vértices do sistema ($\mathbf{B}_j = \mathbf{B}$ e $\mathbf{C}_j = \mathbf{C}$), nos casos em que elas não dependem do ponto de operação do sistema. As matrizes \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c são as variáveis matriciais a serem obtidas pelo procedimento de projeto. Os problemas de análise da estabilidade e projeto de controladores envolvendo a modelagem politópica podem ser colocados na forma de LMIs. O entendimento da modelagem politópica exige algumas definições que serão apresentadas a seguir. Considere o modelo dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{\Omega} \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (95)$$

onde o politopo $\mathbf{\Omega}$ é um conjunto no espaço das matrizes $n+nc \times n+nc$ formado pela combinação convexa das matrizes $\bar{\mathbf{A}}_j$, e $\mathbf{x}(0)$ é a condição inicial do sistema em malha fechada. O conjunto $\mathbf{\Omega}$ pode ser escrito na forma:

$$\mathbf{\Omega} = \{\bar{\mathbf{A}}_1, \dots, \bar{\mathbf{A}}_L\} := \{ \sum_{i=1}^L \tau_i \bar{\mathbf{A}}_i \mid \tau_i \geq 0, \sum_{i=1}^L \tau_i = 1 \}. \quad (96)$$

Por meio de (96), pode-se observar que o conjunto Ω é um politopo no espaço das matrizes, e as matrizes $\bar{\mathbf{A}}_j$ são seus vértices. A modelagem apresentada em (95) é chamada de Inclusão Diferencial Linear Politópica (IDL) (BOYD et al., 1994). Qualquer função $\mathbf{x} : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^m$ que satisfaz (95) é chamada de trajetória (ou solução) da IDL. Considere que

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t), \quad (97)$$

representa o conjunto de equações diferenciais do modelo multimáquinas e suponha que, para cada $\mathbf{x}(t)$ e t , exista uma matriz $\mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \in \Omega$ tal que:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{G}(\mathbf{x}, t) \mathbf{x}(t). \quad (98)$$

Dessa forma, conclui-se que qualquer solução (ou trajetória) do sistema não linear (97) é também uma solução da IDL definida por Ω (BOYD et al., 1994).

A convexidade intrínseca ao conjunto Ω é uma característica bastante útil para a análise da estabilidade e para o projeto de controladores. Essa característica permite garantir que certas propriedades válidas para os vértices do politopo também são válidas para todas as matrizes que compõem o conjunto. A estabilidade quadrática é uma destas propriedades. A IDL (95) será quadraticamente estável se, e somente se, existir $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0$ tal que as LMIs

$$\bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j < 0, \quad j = 1, \dots, L, \quad (99)$$

sejam satisfeitas simultaneamente. Ou seja, o sistema politópico é quadraticamente estável se existir uma matriz $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0$ que satisfaça as equações (99) para todos os sistemas vértices de Ω . Assim, a utilização da modelagem politópica, associada à teoria de estabilidade quadrática, garante a estabilização do sistema em malha fechada, não somente para os pontos de operação utilizados na construção do sistema politópico, mas também para todos os pontos de operação que podem ser gerados a partir da combinação convexa dos vértices do politopo (BOYD et al., 1994).

4.4 METODOLOGIA DE PROJETO BASEADA NA ENERGIA DO SINAL DE SAÍDA DO SISTEMA

A energia do sinal de saída do sistema foi utilizada por Oliveira et al. (2007) em uma metodologia de projeto de controladores de amortecimento como uma alternativa ao fator de amortecimento mínimo especificado pelo PRP. Entretanto, diferente da metodologia apresentada nesse trabalho, a metodologia proposta em Oliveira et al. (2007) considera a velocidade dos geradores do sistema como sinal de saída do sistema em malha fechada e também o controlador de amortecimento resultante apresenta a mesma ordem do modelo linear adotado na etapa de projeto.

Para facilitar a compreensão da metodologia de projeto proposta nesse trabalho, inicialmente serão apresentados alguns conceitos básicos sobre a energia de um sinal e também a formulação LMI para a imposição de um limite superior para a energia do sinal de saída do sistema.

4.4.1 Considerações a respeito da energia do sinal de saída

Neste trabalho utiliza-se o conceito de energia comumente empregado na teoria de processamento de sinais (LATTI et al., 2006; HAYKIN, 2001). A energia de um sinal é definida como sendo o somatório de todas as potências instantâneas do sinal. A potência de um sinal $y(t)$ é definida como

$$p(t) = y^2(t). \quad (100)$$

A energia do sinal real $y(t)$ pode ser obtida a partir da potência apresentada em (100) como

$$\varepsilon = \int_0^{\infty} p(t)dt = \int_0^{\infty} y^2(t)dt, \quad (101)$$

onde ε é a energia do sinal $y(t)$ para o intervalo de tempo $[0, \infty)$.

A energia ε fornece informações a respeito do decaimento do sinal de saída do sistema. Oscilações com amplitudes crescentes (o que corresponde a um sistema instável) resultam em um valor ilimitado ε . O modo de resposta de interesse é estável apenas se o valor da energia for finito. Modos de resposta bem amortecidos resultam em baixos valores de ε . Um exemplo gráfico correspondente à energia da saída de dois sinais hipotéticos de saída é apresentado na Figura 16, para esclarecer os conceitos adotados na formulação proposta. A saída $y_1(t)$ é associada a um modo oscilatório não amortecido, como consequência, o valor da energia $\varepsilon(y_1(t))$ tende ao infinito conforme o tempo tende ao infinito. A resposta de $y_2(t)$ é caracterizada por oscilações amortecidas, o que resulta em um valor finito para energia $\varepsilon(y_2(t))$.

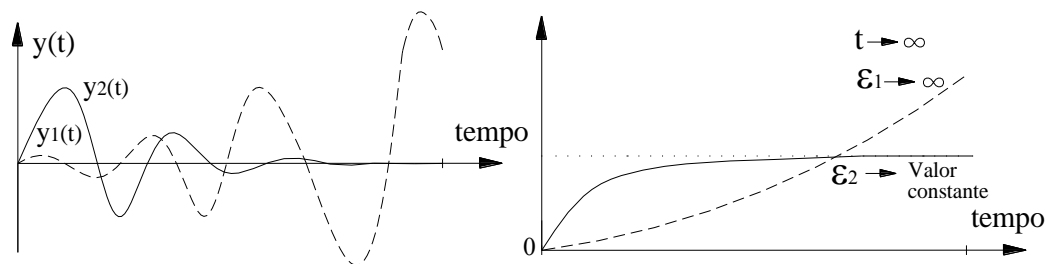


Figura 16 – Exemplo hipotético da energia de sinais oscilatórios.

A imposição de um limite superior para a energia do sinal/variável de saída do sistema corresponde à imposição de um fator amortecimento para a variável escolhida como variável de saída do sistema. Um dos objetivos desse trabalho é representar o modelo do sistema na forma modal e adotar os modos de resposta do sistema como saída do modelo. Dessa forma, será possível especificar um desempenho desejado apenas para modos de resposta de interesse do sistema.

4.4.2 Formulação LMI baseada na Energia do Sinal de Saída

Para a imposição do limite superior para energia do sinal/variável de saída do sistema, considere o modelo politópico, em malha fechada, dado por:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}_j \bar{\mathbf{x}}(t), \quad \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad (102)$$

$$\mathbf{z}(t) = \bar{\mathbf{C}}_{cl} \bar{\mathbf{x}}(t), \quad (103)$$

sendo que $\mathbf{z}(t)$ é a saída do sistema em malha fechada e $\bar{\mathbf{C}}_{cl}$ é a matriz que define a saída de interesse do sistema em malha fechada. A máxima energia do sinal de saída do sistema (102)-(103), submetido à condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(0)$, é definida como:

$$E_{max} := \max \left\{ \int_0^\infty \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt \mid \dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}_j \bar{\mathbf{x}}(t), \quad \bar{\mathbf{x}}(0) = \bar{\mathbf{x}}_0, \quad \mathbf{z}(t) = \bar{\mathbf{C}}_{cl} \bar{\mathbf{x}}(t) \right\}. \quad (104)$$

Suponha-se que exista uma função quadrática de Lyapunov dada por

$$\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(t)) = \bar{\mathbf{x}}^T(t) (\bar{\mathbf{P}}) \bar{\mathbf{x}}(t), \quad \bar{\mathbf{P}} > 0 \quad (105)$$

e que

$$\dot{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{x}}(t)) = \bar{\mathbf{x}}^T(t) (\bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j) \bar{\mathbf{x}}(t) < -\mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t), \quad (106)$$

para $\bar{\mathbf{x}}(t)$ e $\mathbf{z}(t)$ satisfazendo o sistema politópico representado pelas equações (102)-(103) para $j = 1, \dots, L$. Integrando ambos os lados desta desigualdade (106), em um intervalo de tempo $[0, \tau]$, obtém-se:

$$\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(\tau)) - \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0)) < -\int_0^\tau \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt, \quad (107)$$

para todo $\tau > 0$. Somando-se $\int_0^\tau \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt + \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0))$ em ambos os lados da desigualdade (107) resultará em:

$$\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(\tau)) + \int_0^\tau \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt < \mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0)). \quad (108)$$

Verifica-se que $\int_0^\tau \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt$ será não negativa e $\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(\tau)) \geq 0$ para $\bar{\mathbf{P}} > 0$. Logo temos que $\mathbf{V}(\bar{\mathbf{x}}(0)) = \bar{\mathbf{x}}^T(0) (\bar{\mathbf{P}}) \bar{\mathbf{x}}(0)$ é o limite superior para máxima energia do sinal de saída

$\mathbf{z}(t)$ do sistema submetido à condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(0)$ (BOYD et al., 1994). Substituindo a igualdade (103) na desigualdade (106), obtém-se:

$$\dot{\mathbf{V}}(\bar{\mathbf{x}}(t)) = \bar{\mathbf{x}}^T(t)(\bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j + \bar{\mathbf{C}}_{cl}^T \bar{\mathbf{C}}_{cl}) \bar{\mathbf{x}}(t) < 0. \quad (109)$$

A desigualdade matricial que assegura (109) é dada por $\bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j + \bar{\mathbf{C}}_{cl}^T \bar{\mathbf{C}}_{cl} < 0$. O conjunto de desigualdades matriciais que garante um limite superior para a energia do sinal de saída do sistema é obtido a partir das desigualdades (108)-(109), e é dado por:

$$\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0, \quad (110)$$

$$\bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j + \bar{\mathbf{C}}_{cl}^T \bar{\mathbf{C}}_{cl} < 0, \quad (111)$$

$$\bar{\mathbf{x}}^T(0) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0, \quad (112)$$

sendo $\bar{\varepsilon}_0$ o limite superior para a energia do sinal de saída do sistema. A existência das matrizes $\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0$, \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c que satisfaçam as desigualdades (110)-(112) garante que a energia do sinal de saída $\mathbf{z}(t)$ do sistema em malha fechada, para uma dada condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(0)$, será menor que $\bar{\varepsilon}_0$.

A condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(0)$ corresponde à perturbação utilizada para estimular o sinal de saída do sistema e tem uma relação direta com o valor da energia do sinal de saída do sistema. Considerando um fator de amortecimento fixo para o sinal de saída do sistema, quanto maior o valor da perturbação (condição inicial), maior será o valor da energia do sinal de saída do sistema. Conforme será mostrado adiante, a perturbação referente à condição inicial influencia de forma quadrática o valor da energia do sinal de saída do sistema.

É importante mencionar que a ordem do controlador gerado pela formulação de controle (110)-(112) (controlador descrito pelas matrizes \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c) normalmente tem a mesma ordem do modelo do sistema. Ou seja, a matriz \mathbf{A}_c terá a mesma ordem do modelo do sistema em malha aberta. Essa característica resulta em controladores de ordem elevada quando se deseja projetar apenas um controlador usando modelos de sistemas com múltiplos geradores. Essa metodologia será reformulada de maneira que o controlador apresente ordem reduzida e com estrutura semelhante ao controlador apresentado na seção anterior. Além de reformular a estrutura do controlador, este trabalho também propõe a determinação de uma

relação entre o valor da energia ε e o valor do fator de amortecimento ζ apresentado anteriormente. Após estabelecer a relação entre a energia e o fator de amortecimento, será possível impor um fator de amortecimento, por meio da energia do sinal de saída, apenas para os modos de resposta de interesse e não mais simultaneamente para todos os modos do sistema como é feito no posicionamento regional de polos.

4.5 FORMULAÇÃO DA METODOLOGIA DE PROJETO PROPOSTA

A metodologia de projeto proposta nesse trabalho se baseia, em parte, em duas metodologias distintas de projeto de controladores de amortecimento. Estas duas metodologias utilizam diferentes índices de desempenho, entretanto, são ambas estruturadas na forma LMIs. Uma das metodologias baseia-se em uma abordagem no domínio do tempo, na forma de desigualdades matriciais, com restrições no domínio da frequência, utilizando como índice de desempenho o PRP (OLIVEIRA et al., 2010). Esta metodologia gera controladores de ordem reduzida e possibilita o projeto simultâneo de múltiplos controladores.

A segunda metodologia base utiliza uma formulação apenas no domínio do tempo, adotando o limite superior para a energia do sinal de saída do sistema como índice de desempenho para o sistema em malha fechada (OLIVEIRA et al., 2007). Esta metodologia gera controladores com a ordem da planta, o que resulta em controladores de ordem elevada quando se utiliza modelos multimáquinas de sistemas de potência. Outra desvantagem da segunda metodologia se refere à falta de relação entre a energia do sinal de saída e o fator de amortecimento, que é um índice de desempenho usualmente aceito como margem de estabilidade à pequenas perturbações.

A metodologia proposta nesse trabalho adota características de ambas as metodologias mencionadas anteriormente de forma a gerar controladores de ordem reduzida. O limite superior para a energia do sinal de saída é adotado como índice de desempenho na metodologia proposta. A solução para a formulação de controle é obtida numericamente, pois tal problema de controle também é estruturado na forma de LMIs. A solução deste problema de controle geralmente exige menos dispêndio computacional quando comparada com a solução de problemas que adotam o posicionamento regional na forma de LMIs. Esta característica é importante no projeto de controladores que envolvem modelos de sistemas de

potência de ordem elevada. Um dos grandes diferenciais da metodologia proposta é a utilização dos modos de resposta de interesse como saída do sistema em malha fechada. Ademais, a relação entre o valor da energia do sinal de saída e o valor do fator de amortecimento do modo de resposta de interesse é estabelecida nesse trabalho por meio de uma equação algébrica apresentada na seção 4.5.3. No contexto de sistemas de potência, a determinação dessa relação dá um significado mais prático para a energia do sinal de saída.

A metodologia de projeto proposta é uma abordagem no domínio do tempo na forma de desigualdades matriciais com restrições no domínio da frequência. Alguns detalhes serão abordados na sequência para uma melhor compreensão da metodologia proposta. O sistema elétrico de potência é representado, nessa metodologia de projeto, por um modelo linear na forma de espaço de estados dado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t), \quad (113)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t). \quad (114)$$

A estrutura do controlador utilizado na metodologia é apresentada na Figura 17.

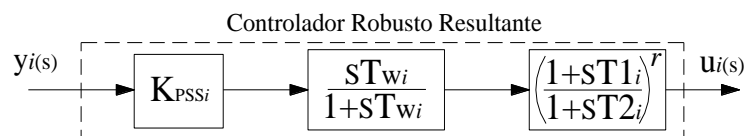


Figura 17 – Estrutura do controlador robusto resultante.

A estrutura do controlador apresentado na Figura 17 é largamente utilizada nos estabilizadores de sistemas de potência. Considere também o diagrama apresentado na Figura 18.

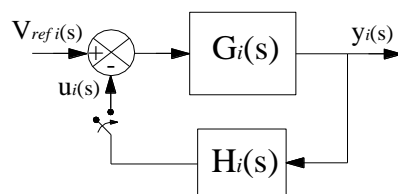


Figura 18 – Estrutura de Realimentação.

Na Figura 18, $G_i(s)$ é a função de transferência entre a referência do AVR ($V_{refi}(s)$) e a saída do sistema $y_i(s)$ correspondente ao i -ésimo gerador de interesse e $H_i(s)$ é a função de transferência do controlador apresentado na Figura 17. O controlador apresentado na Figura 17 é representado nesse segundo procedimento de projeto por um modelo na forma de espaço de estados. Considerando $r=2$ (número de blocos de avanço-atraso), o controlador pode ser representado por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{ci}(t) = \begin{bmatrix} -\alpha_i & 0 & 0 \\ \gamma_i - \alpha_i\beta_i & -\gamma_i & 0 \\ \alpha_i\beta_i^2 - \beta_i\gamma_i & \gamma_i - \beta_i\gamma_i & -\gamma_i \end{bmatrix} \mathbf{x}_{ci}(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ \beta_i \\ \beta_i^2 \end{bmatrix} \dot{y}_i(t), \quad (115)$$

$$\mathbf{u}_{ci}(t) = [0 \quad 0 \quad K_{pssi}] \mathbf{x}_{ci}(t), \quad (116)$$

onde

$$\alpha_i = \frac{1}{T_{wi}}, \quad \beta_i = \frac{T_{1i}}{T_{2i}}, \quad \gamma_i = \frac{1}{T_{2i}}. \quad (117)$$

Em (115)-(116), $\mathbf{x}_{ci}(t)$ é o vetor com as variáveis de estado do i -ésimo controlador. A forma condensada de (115)-(116) é dada por:

$$\dot{\mathbf{x}}_{ci}(t) = \mathbf{A}_{ci} \mathbf{x}_{ci}(t) + \mathbf{B}_{ci} \dot{y}_i(t), \quad (118)$$

$$\mathbf{u}_i(t) = \mathbf{C}_{ci} \mathbf{x}_{ci}(t). \quad (119)$$

Sendo $\mathbf{y}_i(t)$ o desvio de velocidade do rotor do i -ésimo gerador ($\omega_i(t)$), $\dot{\mathbf{y}}(t)$ pode ser escrito como

$$\dot{\mathbf{y}}_i(t) = \dot{\omega}_i(t) = \mathbf{C}_i \mathbf{A} \mathbf{x}(t), \quad (120)$$

onde \mathbf{C}_i é a matriz de saídas que seleciona a saída do sistema correspondente ao i -ésimo gerador. Em (118) e (119), somente um controlador é considerado, no entanto, também pode-

se considerar K controladores. Os K controladores considerados no problema de controle são representados por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_c(t) &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c(t) + \mathbf{BCA} \mathbf{x}(t) = \dots \\ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{c1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mathbf{A}_{ck} \end{bmatrix} \mathbf{x}_c(t) &+ \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{c1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mathbf{B}_{ck} \end{bmatrix} [\mathbf{CA}] \mathbf{x}(t), \end{aligned} \quad (121)$$

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{c1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \mathbf{C}_{ck} \end{bmatrix} \mathbf{x}_c(t). \quad (122)$$

O modelo do sistema em malha fechada (sistema com os controladores de amortecimento propostos), na forma de espaço de estados, e obtido conectando o modelo do sistema (113)-(114) com o modelo dos controladores (121)-(122) e é dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}_c(t) \end{bmatrix} = \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{BC}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{CA} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}_c(t) \end{bmatrix}. \quad (123)$$

O problema de controle proposto é estruturado na forma de desigualdades matriciais usando o modelo do sistema em malha fechada em sua formulação. Algumas considerações serão apresentadas para permitir uma melhor compreensão da formulação do problema de controle. Considere a função de Lyapunov referente ao sistema em malha fechada dada por

$$\bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} < 0, \quad \bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T, \quad (124)$$

onde a matriz de Lyapunov $\bar{\mathbf{P}}$ é particionada como:

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix}. \quad (125)$$

Considerando a partição da matriz $\bar{\mathbf{P}}$, a desigualdade matricial (124) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix} > 0, \quad (126)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{XA} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} + & \mathbf{A}^T \mathbf{Y} + \mathbf{YA}_c + \\ \mathbf{YB}_c \mathbf{CA} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{B}_c^T \mathbf{Y}^T & \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{B}_c^T \mathbf{Z} + \mathbf{XBC}_c \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{A} + \mathbf{A}_c^T \mathbf{Y}^T & \mathbf{ZA}_c + \mathbf{A}_c^T \mathbf{Z} + \\ + \mathbf{Z}^T \mathbf{B}_c \mathbf{CA} + \mathbf{C}_c^T \mathbf{B}^T \mathbf{X} & \mathbf{Y}^T \mathbf{B} \mathbf{C}_c + \mathbf{C}_c^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \end{bmatrix} < 0. \quad (127)$$

O problema de controle referente à estabilização de (113)-(114) por meio dos controladores (121)-(122), consiste basicamente em calcular as variáveis matriciais referentes aos controladores ($\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{C}_c$) e a variável matricial de Lyapunov ($\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z})$) que satisfazem as desigualdades matriciais (126)-(127).

A expressão apresentada em (127) é uma desigualdade matricial nas variáveis dos controladores e na variável de Lyapunov que apresenta termos não lineares (\mathbf{ZA}_c e $\mathbf{C}_c^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y}$, por exemplo). Tal expressão é conhecida como desigualdade matricial bilinear (BMI, do inglês, *Bilinear Matrix Inequalities*). Alguns aspectos relacionados à resolução de problemas de controle baseados em BMIs serão abordados adiante.

A factibilidade de (126)-(127) garante somente a estabilidade do sistema. No entanto, no problema de oscilações eletromecânicas a garantia de estabilidade não é suficiente, pois os modos de oscilação do sistema podem ser estáveis e apresentar um amortecimento insatisfatório. Baseado nesse fato, esse problema de controle também considera, na fase de projeto, um índice de desempenho mínimo. O limite superior para a energia do sinal de saída do sistema é adotado como índice de desempenho para o sistema em malha fechada. Tal índice de desempenho é especificado na metodologia por meio da formulação LMI apresentada na subseção anterior. A modelagem politópica apresentada anteriormente também é utilizada nesse problema de controle para considerar as incertezas com relação às variações nos pontos de operação. O uso de uma única função quadrática de Lyapunov, associada com a modelagem politópica, garante a estabilização do sistema em malha fechada para todos os pontos de operação que podem ser gerados pela combinação convexa dos L pontos de operações usados no projeto de acordo com (BOYD, GAHOUI and BALAKRISHNAN, 1994). O problema basicamente consistem em calcular os parâmetros dos controladores (veja (115)-(116)) e a matriz $\bar{\mathbf{P}}^T = \bar{\mathbf{P}}$ que satisfaçam as desigualdade

$$\bar{\mathbf{P}}(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}) > 0, \quad (128)$$

$$\bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{C}}_{Cl}^T \bar{\mathbf{C}}_{Cl}^1 < 0, \quad (129)$$

$$\bar{\mathbf{x}}^T(0) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0, \quad (130)$$

para $j = 1, \dots, L$ onde

$$\bar{\mathbf{A}}_j = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_j & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c \mathbf{C}\mathbf{A}_j & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}. \quad (131)$$

O sinal de saída do sistema em malha fechada adotado nesse trabalho considera apenas as variáveis de estado do modelo do sistema, dessa forma a matriz $\bar{\mathbf{C}}_{Cl}$, pode ser escrita como:

$$\bar{\mathbf{C}}_{Cl} = [\mathbf{C}_s \quad 0]. \quad (132)$$

A matriz \mathbf{C}_s é a matriz que seleciona a saída de interesse do sistema. Considerando a matriz $\bar{\mathbf{C}}_{Cl}$ definida acima, pode-se escrever:

$$\bar{\mathbf{C}}_{Cl}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}_{Cl} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s^T \cdot \mathbf{C}_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (133)$$

A formulação apresentada em (110)-(112) pode ser representada na forma expandida por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix}^T > 0, \quad (134)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} + \mathbf{Y}\mathbf{B}_c \mathbf{C}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{B}_c^T \mathbf{Y}^T + \bar{\mathbf{C}}_{Cl}^T \cdot \bar{\mathbf{C}}_{Cl} & \mathbf{A}^T \mathbf{Y} + \mathbf{Y}\mathbf{A}_c + \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T \mathbf{B}_c^T \mathbf{Z} + \mathbf{X}\mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{Y}^T \mathbf{A} + \mathbf{A}_c^T \mathbf{Y}^T + \mathbf{Z}^T \mathbf{B}_c \mathbf{C}\mathbf{A} + \mathbf{C}_c^T \mathbf{B}^T \mathbf{X} & \mathbf{Z}\mathbf{A}_c + \mathbf{A}_c^T \mathbf{Z} + \mathbf{Y}^T \mathbf{B}\mathbf{C}_c + \mathbf{C}_c^T \mathbf{B}^T \mathbf{Y} \end{bmatrix} < 0, \quad (135)$$

$$\bar{\mathbf{x}}^T(0) \begin{bmatrix} \mathbf{X} & \mathbf{Y} \\ \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0. \quad (136)$$

4.5.1 Características no Domínio da Frequência

O amortecimento de oscilações eletromecânicas, usando a estrutura do controlador apresentado na Figura 17, é geralmente obtido por meio de uma compensação de fase adequada na faixa de frequência de interesse (faixa de frequência dos modos eletromecânicos de oscilação). A compensação de fase consiste geralmente em ajustar os blocos de avanço-atraso para que os mesmos forneçam um avanço de fase adequado para melhorar o desempenho.

A faixa de compensação de fase (ou faixa de avanço de fase) que proporciona amortecimento adicional para os modos de oscilação pode ser determinada por meio de técnicas de controle clássico difundidas. Por exemplo, a análise dos resíduos da função de transferência (PAGOLA; PEREZ-ARRIAGA and VERGHESE, 1989) ou o critério de estabilidade de Nyquist (JUNIOR; MARTINS and PINTO, 1998) podem ser utilizados para definir uma faixa de compensação de fase que forneça amortecimento adicional aos modos de oscilação de interesse. Alguns aspectos relacionados com a compensação de fase baseada na análise dos resíduos da função de transferência serão apresentados adiante.

A compensação de fase necessária para proporcionar amortecimento adicional ao sistema é usada para definir restrições na formulação do problema proposto, de forma a melhorar as características de convergência do algoritmo a ser usado para determinar a solução do problema. As características de fase do problema de oscilações eletromecânicas são utilizadas e algumas considerações serão feitas de forma a facilitar a resolução das desigualdades matriciais do problema de controle.

Alguns aspectos relacionados aos parâmetros dos controladores serão apresentados para uma melhor compreensão das considerações feitas no problema de controle proposto. O parâmetro α do controlador está relacionado com o filtro *washout* e é definido de acordo com os valores típicos utilizados para a constante de tempo desse filtro. Valores típicos para a constante de tempo do filtro *washout* estão na faixa de 1 a 20 s (KUNDUR, 1994). A máxima compensação de fase proporcionada pelo controlador de amortecimento é determinada pelo seu parâmetro β .

Os parâmetros α e β são mantidos constantes no problema de controle. Essa consideração reduz o número de variáveis escalares de decisões e de termos não lineares do problema de controle, e conseqüentemente afeta a característica de convergência do algoritmo

a ser utilizado para obter a solução do problema de controle. A redução do número de variáveis escalares de decisões e de termos não lineares, em geral, melhora a característica de convergência dos algoritmos iterativos utilizados para resolver desigualdades matriciais.

O parâmetro β_k é definido baseado no valor de compensação de fase que proporciona amortecimento adicional para os modos de oscilação de interesse. O valor desse parâmetro é dado por (OGATA, 2002).

$$\beta_k = \frac{T_{1k}}{T_{2k}} = \frac{1 + \text{seno}(\phi_{\max k})}{1 - \text{seno}(\phi_{\max k})}, \quad (137)$$

onde $\phi_{\max k}$ é a máxima compensação de fase fornecida pelos blocos de avanço-atraso do k -ésimo controlador, na frequência de interesse. A frequência na qual a máxima compensação de fase ocorre depende do parâmetro γ e é dada por (OGATA, 2002)

$$\omega_k = \frac{\gamma_k}{\sqrt{\beta_k}}. \quad (138)$$

O parâmetro γ_k é uma variável de decisão e determina a faixa de frequências na qual o controlador proporciona a máxima compensação de fase $\phi_{\max k}$ especificada por β_k . Portanto, a imposição de limites para γ_k implica em limites na compensação de fase do controlador para a frequência do modo de interesse (frequência ω_i , para $\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_i$). Estes limites são levados em consideração no algoritmo proposto por meio da restrição dada por:

$$\gamma_{\min k-10^\circ} < \gamma_k < \gamma_{\max k+10^\circ}, \quad (139)$$

onde $\gamma_{\min k-10^\circ}$ e $\gamma_{\max k+10^\circ}$ são os limites inferior e superior para γ_k , os quais correspondem respectivamente às compensações de fase iguais a $\phi_{\max k} - 10^\circ$ e $\phi_{\max k} + 10^\circ$. Estes limites implicam que a compensação de fase a ser proporcionada pelo k -ésimo controlador esteja dentro de uma faixa dada por $\phi_{\max k} - 10^\circ < \phi_k < \phi_{\max k} + 10^\circ$. Desvios de $\pm 10^\circ$ em torno de $\phi_{\max k}$ são adequados para o projeto de controladores, pois $\phi_{\max k}$ assegura amortecimento adicional ao i -ésimo modo de resposta de interesse (ABOUL-ELA, et al., 1996).

A compensação de fase máxima φ_{max} , na frequência de interesse, é usada para calcular o parâmetro β e estabelecer os limites para as restrições (139) pode ser definida por meio de uma análise no ângulo de fase do resíduo da função de transferência correspondente ao i -ésimo gerador e o h -ésimo modo de oscilação de interesse. A compensação de fase máxima usada no procedimento de projeto proposto é escolhida como o valor da compensação de fase do resíduo correspondente ao modo de oscilação de interesse. Essa compensação de fase do resíduo é o ângulo de compensação na qual uma variação no ganho do controlador (ΔK_{pss}) produz um deslocamento do autovalor, correspondente ao h -ésimo modo de oscilação, no sentido do semiplano esquerdo do plano complexo (PAGOLA; PEREZ-ARRIAGA; VERGHESE, 1989). O ângulo correspondente à compensação de fase do ângulo do resíduo é apresentado na Figura 19. A compensação do ângulo do resíduo já foi utilizada com sucesso para calcular os parâmetros de blocos de avanço-atraso em metodologias de projeto de controladores de amortecimento nos trabalhos em (OSTOJIC, 1991) e (ABOUL-ELA; SALLAM; McCALLEY; FOUAD, 1996).

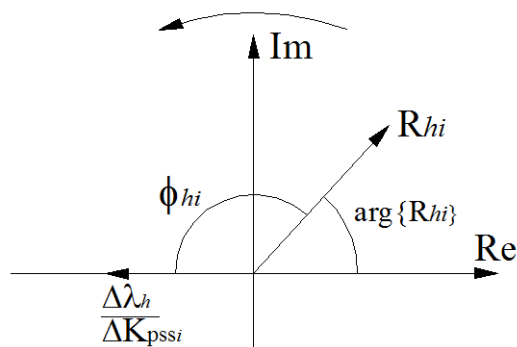


Figura 19 – Ângulo de compensação do resíduo correspondente ao i -ésimo gerador e h -ésimo modo de oscilação.

Na Figura 19, $\arg\{R_{hi}\}$ é o ângulo de fase do resíduo R_{hi} e ϕ_{hi} é o ângulo de compensação de fase do resíduo.

O ganho estático (K_{pss}) tem uma forte influência na característica do ganho efetivo do controlador. Esse parâmetro é também restringido em uma faixa de valores predefinida. Tal faixa de valores é definida baseando-se também em uma análise dos resíduos. A característica de ganho efetivo do controlador no domínio da frequência é dada por

$$PSS_{gain}(j\omega) = \left| K_{pssi} \cdot \left(\frac{j\omega\alpha_i^{-1}}{1 + j\omega\alpha_i^{-1}} \right) \cdot \left(\frac{1 + j\omega\beta_i\gamma_i^{-1}}{1 + j\omega\gamma_i^{-1}} \right)^r \right|. \quad (140)$$

O ganho estático do controlador (K_{pss}) pode ser calculado em função do autovalor desejado por (SADIKOVIC, KORBA, and ANDERSSON, 2005).

$$K_{pssi, residue} = \left| \frac{\lambda_{h,des} - \lambda_h}{R_{hi} H_{LD}(\lambda_h)} \right|, \quad (141)$$

onde

$$H_{LD} = \left(\frac{sT_{w_i}}{1 + sT_{w_i}} \right) \left(\frac{1 + sT_{1i}}{1 + sT_{2i}} \right)^r. \quad (142)$$

Em (141), $\lambda_{h,des}$ é o autovalor correspondente ao h -ésimo modo de oscilação com o amortecimento desejado e λ_h é autovalor correspondente ao h -ésimo modo de oscilação do sistema em malha aberta (sem controlador). O ângulo de fase de (142) é igual à compensação de fase do resíduo correspondente ao h -ésimo modo de interesse (ϕ_{hi}). É importante evidenciar que os ganhos obtidos por meio de (141) são usados somente para definir a restrição correspondente ao limite inferior e superior para os ganhos dos controladores. A restrição correspondente à faixa de ganho estático dos controladores é incluída no problema de controle por meio das restrições.

Neste trabalho o parâmetro K_{pss} é limitado dentro de um intervalo predeterminado dado por:

$$0 < K_{pss_i} < 50. \quad (143)$$

O limite superior para o parâmetro K_{pss_i} é estabelecido em 50 p.u. devido à considerações práticas, pois valores elevados de ganho podem levar à saturação da saída do controlador e ampliações indesejadas de dinâmicas de alta frequência. Informações detalhadas a respeito deste algoritmo podem ser obtidas em (OLIVEIRA, et al., 2010).

Outras informações em (PAGOLA; PEREZ-ARRIAGA; VERGHESE, 1989), (OSTOJIC, 1991) e (ABOUL-ELA; SALLAM; MCCALLEY; FOUAD, 1996) podem ser usadas para obter mais detalhes a respeito dos resíduos da função de transferência. As análises dos resíduos foram apresentadas apenas como exemplo de ferramentas de controle que podem ser usadas para determinar a compensação de fase máxima e a faixa de ganho estático a serem usadas como restrições no problema de controle. Existem outras técnicas que podem ser usadas para essa finalidade e a escolha da técnica/ferramenta a ser usada deve ser feita de acordo com as habilidades e/ou preferência do projetista. Cabe destacar que a compensação

de fase e o ganho efetivo dos controladores são determinados pela solução do problema de controle robusto.

As desigualdades matriciais que compõem o problema de controle são BMIs. Problemas de controles baseados em BMIs são geralmente problema de otimização não convexos e suas soluções não podem ser obtidas por meio de métodos convencionas utilizados diretamente para resolver problemas convexos na forma de LMIs. No entanto, muitas alternativas têm sido propostas para lidar com tais tipos de problemas. Uma das alternativas é o uso de *solvers* para BMI (KOČVARA and STINGL, 2002). Apesar do crescente interesse no desenvolvimento de *solvers* de uso geral para BMIs, os *solvers* disponíveis atualmente têm se mostrado eficientes apenas para problemas envolvendo baixa dimensão (baixo número de variáveis escalares de decisão) (HENRION and SEBEK, 2004). Esta característica torna infactível o uso de tais *solvers* para o projeto de controladores para sistemas elétricos de potência, pois o número de parâmetros correspondentes aos controladores envolvidos no problema é relativamente grande. No entanto, o desenvolvimento na otimização de algoritmos e na velocidade de processamento dos computadores podem permitir o uso desses *solvers* para problemas de sistema elétricos de potência no futuro.

Um algoritmo não iterativo baseado em LMI foi também proposto para resolver problemas de controle na forma de BMIs (BENTON JR. and SMITH, 1999). Tal proposta não é para uso geral, pois o algoritmo foi proposto para lidar com um problema de controle referente ao projeto de controladores baseados na realimentação estática de saída. No entanto, é um indicativo de que os esforços na área de algoritmos para resolução de problemas de controle na forma de LMIs tem gerado resultados significativos.

Outra alternativa para lidar com BMIs é o uso de algoritmos iterativos. Tais algoritmos transformam a busca por uma solução da BMI em uma busca iterativa de soluções para LMIs (GHAOUI and BALAKRISHNAN, 1994). O método de iteração V-K (GHAOUI and BALAKRISHNAN, 1994) é um dos algoritmos iterativos que pode ser empregado para resolver problemas de controle na forma de BMIs. A característica de convergência de tal algoritmo depende fortemente da condição inicial dada. Além do mais, o algoritmo não garante um solução global, pois é baseado em um método de busca local. No entanto, uma condição inicial adequada geralmente resulta em uma boa característica de convergência e pode até mesmo levar a um ótimo global. O conhecimento a respeito do problema em estudo pode também produzir uma boa característica de convergência. Baseando-se nesse fato, o algoritmo fundamentado no método iterativo V-K foi escolhido para resolver o problema de controle proposto.

As restrições baseadas no conhecimento a respeito da compensação de fase e da faixa de ganhos estáticos são utilizadas para fornecer uma característica de convergência aceitável para o algoritmo de resolução. A análise no domínio da frequência é realizada antes de estruturar o problema de controle de forma a definir as restrições para os parâmetros dos controladores (ver equações (115) e (116)).

Neste caso, o algoritmo V-K consiste basicamente em minimizar δ sobre $\mathbf{A}_c(\gamma)$, $\mathbf{C}_c(k_{pss})$ e $\bar{\mathbf{P}}$, sujeito a:

$$\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0, \quad (144)$$

$$\bar{\mathbf{A}}^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}} + \bar{\mathbf{C}}_{cl}^T \bar{\mathbf{C}}_{cl} < \delta \mathbf{I}, \quad (145)$$

$$\bar{\mathbf{x}}^T(0) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}(0) < \bar{\epsilon}_0, \quad (146)$$

$$\gamma_{\min k-10^\circ} < \gamma_i < \gamma_{\max k+10^\circ}, \quad (147)$$

$$0 < K_{pss_k} < 50. \quad (148)$$

A energia do sinal de saída do sistema será menor que $\bar{\epsilon}_0$ ($\int_0^\infty \mathbf{z}^T(t) \mathbf{z}(t) dt \leq \bar{\epsilon}_0$) se e somente se o mínimo valor de δ for menor ou igual a zero ($\delta \leq 0$). As desigualdades (144)-(148) são iterativamente resolvidas como LMIs de acordo com o algoritmo descrito a seguir.

Passos do algoritmo iterativo:

- Passo 1: Escolha qualquer matriz positiva definida $\bar{\mathbf{P}}$ (ou equivalentemente $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$) para inicializar o algoritmo (qualquer matriz randômica positiva definida pode ser usada).
- Passo 2: Resolva (144)-(148) em $\mathbf{A}_c(\gamma)$ em $\mathbf{C}_c(\mathbf{K}_{pss})$, minimizando δ para $\mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$ e $\mathbf{B}_c(\beta)$ fixas.
- Passo 3: Teste de convergência 1: Se $\delta \leq 0$, o algoritmo convergiu e os controladores robustos são obtidos a partir das variáveis do problema de controle ($\mathbf{A}_c(\gamma)$ e $\mathbf{C}_c(\mathbf{K}_{pss})$) e dos parâmetros fixos (β e α).
- Passo 4: Resolva (144)-(148) em \mathbf{X}, \mathbf{Y} e \mathbf{Z} minimizando δ para $\mathbf{A}_c(\gamma)$, $\mathbf{C}_c(\mathbf{K}_{pss})$ e \mathbf{B}_c fixas.

- Passo 5: Teste de convergência 2: Se $\delta \leq 0$, o algoritmo convergiu e os controladores robustos são obtidos a partir das variáveis do problema de controle ($\mathbf{A}_c(\gamma)$ e $\mathbf{C}_c(\mathbf{K}_{\text{pss}})$) e dos parâmetros fixos (β e α). Caso contrário, vá para o passo 2.

A convergência do algoritmo iterativo adotado formalmente garante que os controladores resultantes são robustos em relação aos pontos de operação considerados no projeto. Além do mais, os controladores garantem um índice de desempenho mínimo para esses pontos de operação. O algoritmo descrito anteriormente é apresentado no fluxograma da Figura 20.

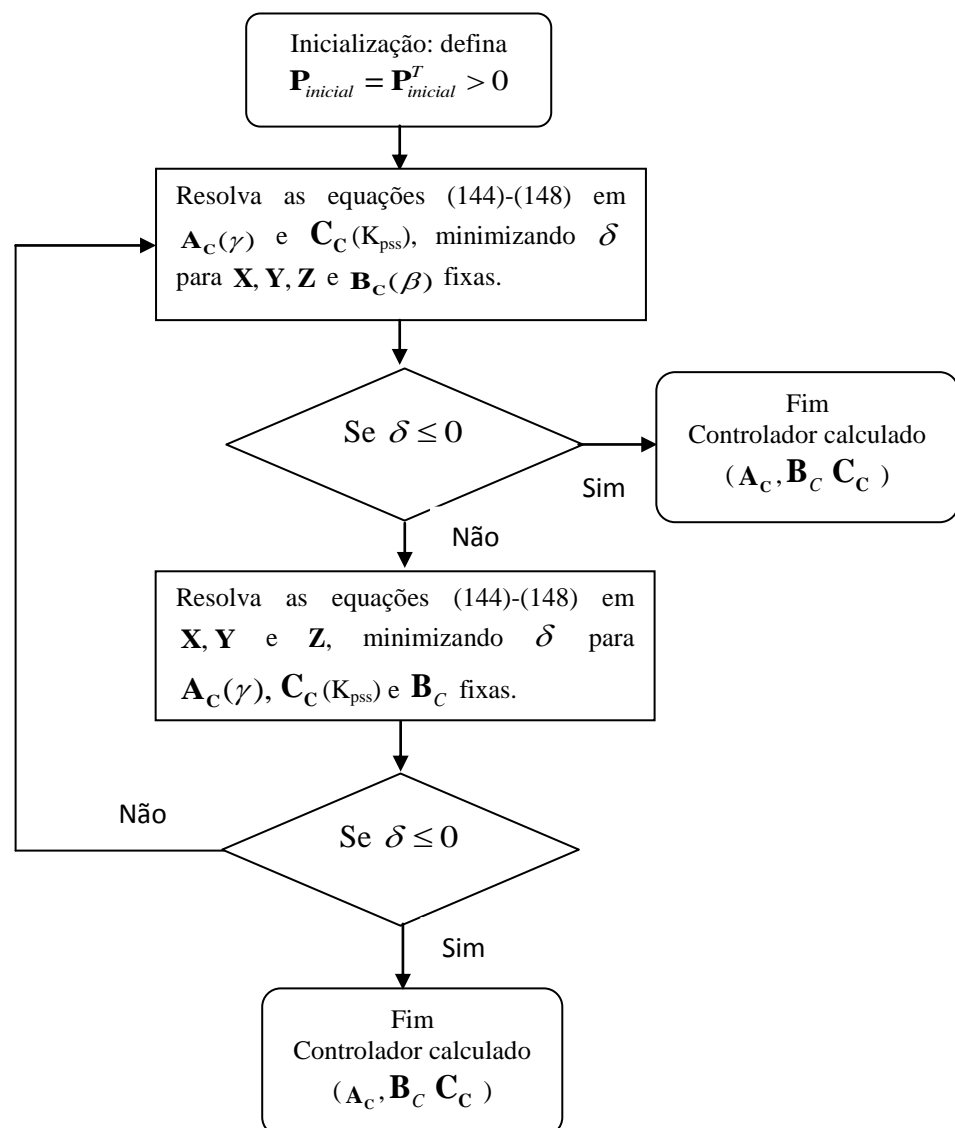


Figura 20 – Fluxograma referente ao método VK aplicado para a resolução das BMIs da formulação de controle proposta.

4.5.2 Formulação considerando a seleção do modo de resposta de interesse como saída do sistema

Na metodologia de projeto baseada na imposição de um limite superior para ε é possível escolher uma saída do sistema associada ao i -ésimo modo de resposta de interesse. Para selecionar o i -ésimo modo de resposta de interesse como saída do sistema considere que o modelo apresentado em (94) pode ser representado na forma

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\bar{\mathbf{A}}}\bar{\mathbf{x}}(t), \quad (149)$$

onde $\bar{\bar{\mathbf{A}}} = \mathbf{W}\bar{\mathbf{A}}\mathbf{V}$, sendo que \mathbf{V} e \mathbf{W} são respectivamente as matrizes com os autovetores à direita e à esquerda de $\bar{\mathbf{A}}$. A matriz $\bar{\bar{\mathbf{A}}}$ é uma matriz diagonal dada por:

$$\bar{\bar{\mathbf{A}}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}, \quad (150)$$

onde $\lambda_i = \sigma_i + \omega_i$, para $i = 1, \dots, n$, são os autovalores de $\bar{\mathbf{A}}$. Os acoplamentos entre as variáveis de estado do modelo são eliminados com esta transformação. A relação entre o vetor de estados $\bar{\mathbf{x}}(t)$ e a nova variável $\bar{\bar{\mathbf{x}}}(t)$ é dada por

$$\bar{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{V}\bar{\mathbf{x}}(t). \quad (151)$$

O modelo (149) pode ser reescrito como n equações desacopladas de primeira ordem na forma

$$\dot{\bar{\bar{\mathbf{x}}}}_i(t) = \lambda_i \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i(t), \quad (152)$$

onde $i = 1, \dots, n$. A solução analítica de (152), com relação ao tempo, é dada por:

$$\bar{\bar{\mathbf{x}}}_i(t) = \bar{\bar{\mathbf{x}}}_i(0)e^{\lambda_i t}, \quad (153)$$

onde $\bar{\bar{x}}_i(0)$ é o i -ésimo elemento do vetor condição inicial $\bar{\bar{x}}(0)$. Considerando a matriz na forma modal (ou seja, os autovalores complexos da diagonal são transformados em blocos com a parte real do autovalor na diagonal e a parte imaginária fora da diagonal (CHEN, 1999)), é possível selecionar o i -ésimo modo de resposta como a saída do sistema. A matriz de estados na forma modal pode ser escrita como

$$\bar{\bar{A}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \omega_1 & \dots & 0 \\ -\omega_1 & \sigma_1 & & \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & & \dots & \sigma_n & \omega_n \\ & & & -\omega_n & \sigma_n \end{bmatrix}. \quad (154)$$

É importante evidenciar que a matriz $\bar{\bar{A}}$ é obtida na segunda fase do algoritmo VK, após as matrizes \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c e \mathbf{C}_c terem sido calculadas na primeira fase do algoritmo. Na primeira fase do algoritmo VK apenas a matriz de estados do sistema em malha aberta é colocada na forma diagonal.

Considerando a matriz de estados (154) na forma modal, a energia para o i -ésimo modo de resposta de interesse pode ser escrito como

$$\varepsilon_i = \int_0^{\infty} \bar{\bar{y}}_i^T(t) \bar{\bar{y}}_i(t) dt, \quad (155)$$

onde $\bar{\bar{y}}_i(t) = \text{Re}(\bar{\bar{x}}_i(t))$, com Re correspondendo à parte real, é dado por:

$$\bar{\bar{y}}_i(t) = \bar{\bar{C}}_i \bar{\bar{x}}(t). \quad (156)$$

Em (156), $\bar{\bar{C}}_i$ é a matriz que seleciona o i -ésimo modo de resposta de interesse como a saída do sistema. O modo de resposta adotado como saída do sistema não é afetado pelos outros modos de resposta do sistema pelo fato da matriz de estados estar na forma diagonal modal. Considerando a matriz de estados na forma modal, a formulação de controle (144)-(146) pode ser reescrita como:

$$\bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{P}}^T > 0, \quad \bar{\mathbf{A}}_j^T \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{A}}_j + \bar{\mathbf{C}}_i^T \bar{\mathbf{C}}_i < \delta \mathbf{I}, \quad (157)$$

$$\bar{\mathbf{x}}^T(0) \bar{\mathbf{P}} \bar{\mathbf{x}}(0) < \bar{\varepsilon}_0, \quad (158)$$

para $j=1, \dots, L$ e $i=1, \dots, n$.

A resolução das desigualdades (157)-(158) é realizada através do algoritmo iterativo VK apresentado anteriormente. Os principais procedimentos envolvidos na metodologia de projeto proposta nesse trabalho são apresentados no fluxograma simplificado da Figura 21.

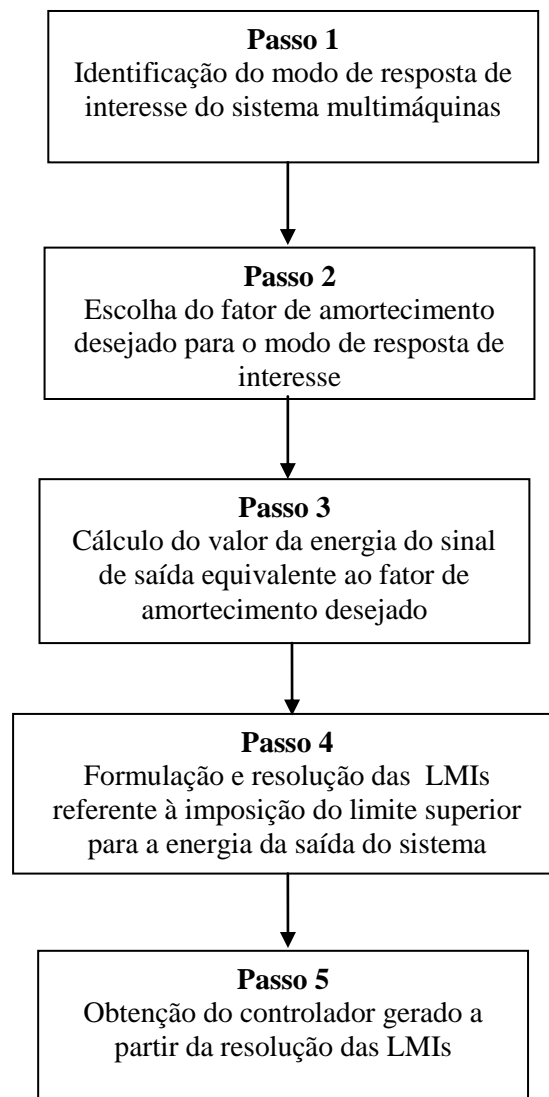


Figura 21 - Fluxograma representando os principais passos da metodologia de projeto proposta.

4.5.3 Relação entre a energia do sinal de saída e o fator de amortecimento do sinal de saída

Um dos objetivos desse trabalho consiste em encontrar e definir a relação entre a energia de um sinal e o fator de amortecimento do sinal de saída referente a um modo oscilatório de interesse. Essa relação é definida por meio de uma equação algébrica que considera o decaimento e a frequência do i -ésimo modo de resposta de interesse ($\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$). A equação que define a relação entre os dois índices de desempenho é obtida a partir da solução analítica de (155), considerado o i -ésimo modo de resposta de interesse como saída do sistema. Considerando o i -ésimo modo de resposta de interesse, a saída descrita por (156) pode ser reescrita como (MACHOWSKI et. al., 2008):

$$\bar{y}_i(t) = \frac{\bar{x}_i(0)}{\cos \phi_i} e^{\sigma_i t} \cdot \cos(\omega_i t + \phi_i), \quad (159)$$

onde $\phi = a \operatorname{seno}(\sigma_i / \sqrt{(\sigma_i^2 + \omega_i^2)}) = a \cos(\omega_i / \sqrt{(\sigma_i^2 + \omega_i^2)})$ e representa o ângulo entre o i -ésimo modo de resposta e o eixo real, conforme mostrado na Figura 22.

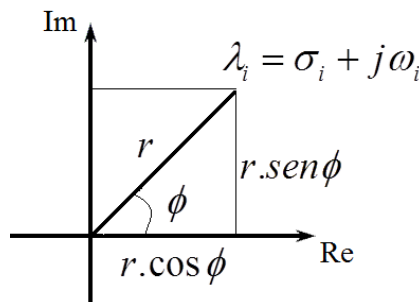


Figura 22 – Representação do ângulo de fase ϕ no plano complexo.

Nessa etapa do desenvolvimento da equação em questão é importante lembrar que o fator de amortecimento ζ_i depende apenas do decaimento e da frequência do modo de resposta de interesse ($\zeta_i = \sigma_i / \sqrt{\omega_i^2 + \sigma_i^2}$). A expressão analítica que se pretende obter ficará em função

de σ_i e ω_i , que têm ligação direta com o fator de amortecimento. Substituindo a expressão (159) na expressão (155) obtém-se

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos^2 \phi_i} \int_0^{\infty} e^{2\sigma_i t} \cdot \cos^2(\omega_i t + \phi_i) dt \quad . \quad (160)$$

Resolvendo por partes a integral da equação (160) obtém-se:

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos^2 \phi_i} \left[\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \cos^2(\omega_i t + \phi_i) + \omega_i \int 2 \cdot \cos(\omega_i t + \phi_i) \cdot \text{sen}(\omega_i t + \phi_i) \cdot \left(\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \right) dt \right] \quad (161)$$

Usando a relação $2 \cos x \cdot \text{sen} x = \text{sen} 2x$, a expressão (161) pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos^2 \phi_i} \left[\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \cos^2(\omega_i t + \phi_i) + \frac{\omega_i}{2\sigma_i} \int \text{sen} 2(\omega_i t + \phi_i) \cdot e^{2\sigma_i t} dt \right] \quad (162)$$

Resolvendo por partes a integral da equação (162), obtém-se:

$$\int \text{sen} 2(\omega_i t + \phi_i) \cdot e^{2\sigma_i t} dt = \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\omega_i} \cdot \text{sen} 2(\omega_i t + \phi_i) - \int \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot 2 \cos 2(\omega_i t + \phi_i) dt \quad (163)$$

Resolvendo por partes a integral do lado direito da equação (163) obtém-se:

$$\int \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot 2 \cos 2(\omega_i t + \phi_i) dt = \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i^2} \cos 2(\omega_i t + \phi_i) + \int \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2} \text{sen} 2((\omega_i t + \phi_i)) \cdot e^{2\sigma_i t} dt \quad (164)$$

Substituindo (164) em (163), obtém-se:

$$\begin{aligned} \int \text{sen} 2(\omega_i t + \phi_i) \cdot e^{2\sigma_i t} dt &= \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\omega_i} \cdot \text{sen} 2(\omega_i t + \phi_i) - \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i^2} \cos 2(\omega_i t + \phi_i) + \\ &\int \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2} \text{sen} 2((\omega_i t + \phi_i)) \cdot e^{2\sigma_i t} dt. \end{aligned} \quad (165)$$

Deixando em evidência $\int \text{sen}.2(\omega_i t + \phi_i).e^{2\sigma_i t} dt$ a equação (165) torna-se:

$$\left(1 + \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right) \int \text{sen}.2(\omega_i t + \phi_i).e^{2\sigma_i t} dt = \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \text{sen}2(\omega_i t + \phi_i) - \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i^2} \cos 2(\omega_i t + \phi_i). \quad (166)$$

Isolando $\int \text{sen}.2(\omega_i t + \phi_i).e^{2\sigma_i t} dt$ e aplicando o resultado na equação (162) obtém-se a equação (167).

$$\int \cos^2(\omega_i t + \phi_i).e^{2\sigma_i t} dt = \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \text{sen}2(\omega_i t + \phi_i) + \frac{\omega_i}{2\sigma_i} \left[\frac{\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \text{sen}2(\omega_i t + \phi_i) - \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i^2} \cos 2(\omega_i t + \phi_i)}{\left(1 + \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right)} \right]. \quad (167)$$

A equação (167) é substituída na equação (160), o que resulta na equação (168).

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos^2 \phi_i} \left[\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \cos^2(\omega_i t + \phi_i) + \frac{\omega_i}{2\sigma_i} \left[\frac{\frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i} \cdot \text{sen}2(\omega_i t + \phi_i) - \frac{e^{2\sigma_i t}}{2\sigma_i^2} \cos 2(\omega_i t + \phi_i)}{\left(1 + \frac{\omega_i^2}{\sigma_i^2}\right)} \right] \right]_0^\infty. \quad (168)$$

A equação (168) pode ser simplificada e reescrita como:

$$\varepsilon_i = \frac{\bar{x}_i^2}{\cos^2 \phi_i} e^{2\sigma_i t} \left[\frac{(\omega_i^2 + \sigma_i^2) + \sigma_i^2 \cdot \cos 2(\omega_i t + \phi_i) + \sigma_i \omega_i \text{sen}2(\omega_i t + \phi_i)}{4\sigma_i(\omega_i^2 + \sigma_i^2)} \right]_0^\infty. \quad (169)$$

Aplicando limite de 0 a ∞ na equação (169) obtém-se a expressão da energia dada por

$$\varepsilon_i = -\frac{\bar{x}_i^2(0)}{\cos 2\phi_i + 1} \cdot \left[\frac{(\omega_i^2 + \sigma_i^2) + \sigma_i^2 \cdot \cos 2(\phi) + \sigma_i \omega_i \text{sen}2(\phi)}{4\sigma_i(\omega_i^2 + \sigma_i^2)} \right]. \quad (170)$$

A relação entre o valor da energia da saída ε_i e o fator de amortecimento ζ_i pode ser

estabelecida por meio das equações (66) e (170) (ou seja, é possível determinar o valor de ε_i para um dado fator de amortecimento ζ_i correspondente ao modo λ_i).

A partir da equação (66), pode-se escrever:

$$\sigma_i^2 = \frac{\omega_i^2 \zeta_i^2}{(1 - \zeta_i^2)}. \quad (171)$$

Substituindo (171) em (170), obtém-se a equação da energia, dada em (172), em função do fator de amortecimento, da frequência e da taxa de decaimento do modo de oscilação de interesse.

$$\varepsilon_i = -\frac{\bar{\bar{x}}_i^2(0)}{\cos 2\phi_i + 1} \cdot \left[\frac{\omega_i^2 + \zeta_i^2 \omega_i^2 \cdot \cos 2(\phi) + (\sigma_i \omega_i - \sigma_i \omega_i \zeta_i^2) \text{sen} 2(\phi)}{4\sigma_i \omega_i^2} \right]. \quad (172)$$

Deixando (171) em termos de σ_i obtém-se $\sigma = \omega_i \zeta_i / \sqrt{1 - \zeta_i^2}$, então pode-se reescrever (172) apenas em termos do fator de amortecimento e da frequência do modo de oscilação da seguinte forma:

$$\varepsilon_i = -\frac{\bar{\bar{x}}_i^2(0)}{\cos 2\phi_i + 1} \cdot \left[\frac{\sqrt{1 - \zeta_i^2} + \zeta_i^2 \sqrt{1 - \zeta_i^2} \cos 2(\phi) + \zeta_i \text{sen} 2(\phi) - \zeta_i^2 \text{sen} 2(\phi)}{4\zeta_i \omega_i} \right]. \quad (173)$$

Considerando dois sinais com o mesmo fator de amortecimento e submetidos à mesma perturbação inicial $\bar{\bar{x}}_i(0)$, estes podem apresentar decaimentos diferentes, dependendo da frequência de oscilação. Portanto, a informação dada pelo fator de amortecimento não é absoluta quando se trata do decaimento do sinal ao longo do tempo. Já a energia do sinal de saída dá uma informação absoluta sobre o decaimento dos sinais independente da frequência do modo de resposta, o que representa uma vantagem da energia do sinal de saída sobre o fator de amortecimento.

A condição inicial $\bar{\bar{x}}_i(0)$ adotada como perturbação para estimular o modo de resposta de interesse pode ser escolhida de forma aleatória e não tem relação com as perturbações que ocorrem no sistema de potência físico. Cada valor de perturbação adotado (

$\bar{x}_i(0)$ resulta em um valor de energia para o sinal de saída referente ao modo de resposta de interesse, conforme apresentado na equação (173).

5 RESULTADOS

Este capítulo apresenta os testes referentes ao projeto de controladores usando a metodologia proposta. Uma sequência de testes foi realizada a fim de avaliar a formulação de controle proposta. O objetivo principal dos testes é demonstrar que a abordagem proposta é capaz de assegurar um desempenho pré-especificado apenas para os modos de resposta de interesse. O desempenho do controlador resultante foi avaliado através de testes realizados em dois sistemas de potência tipicamente adotados em estudos de estabilidade, e os resultados obtidos com as análises modais e simulações não-lineares são apresentados nesse capítulo.

O sistema teste 1 adotado é composto por quatro geradores e duas áreas (KLEIN et al., 1991; KUNDUR, 1994) e os dados completos do sistema teste são apresentados no apêndice A. O diagrama unifilar do sistema em questão é apresentado na Figura 23.

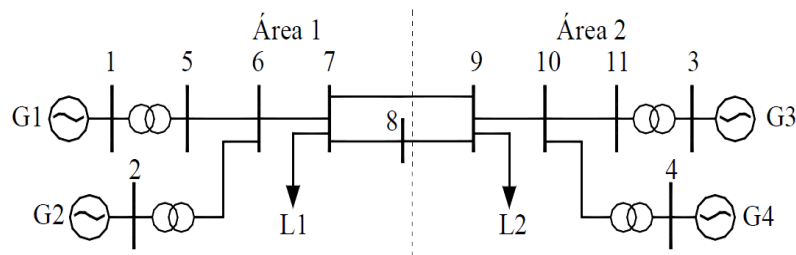


Figura 23 – Diagrama unifilar do sistema teste 1.

Na modelagem do sistema os geradores foram descritos por um modelo de um eixo (KUNDUR, 1994) e assume-se que cada gerador está equipado com um regulador automático de tensão, representado por um modelo de primeira ordem. O sistema de transmissão foi modelado como um circuito passivo e as cargas do sistema foram representadas como impedâncias constantes. É importante enfatizar que a abordagem proposta é geral o suficiente para ser aplicada a outros modelos de sistema sem alterações na formulação geral.

Três condições de operação foram levadas em consideração nos testes: um caso base e duas outras condições correspondentes à variações de carga de $\pm 10\%$ em relação ao caso base. Estas condições são uma simplificada representação do sistema operando com baixo, médio e alto carregamento.

Este sistema possui características importantes para análise da metodologia a ser empregada. Tais características são a presença de um modo inter-área, que surge devido à topologia do sistema (duas áreas interligadas por uma linha de transmissão longa), e também a

presença de dois modos locais. O modo inter-área ocorre no grupo formado pelos geradores 1 e 2, que oscilam coerentemente contra o grupo formado pelos geradores 3 e 4. Os modos locais ocorrem nos geradores 1 e 2 e nos geradores 3 e 4, que oscilam, respectivamente, um contra o outro (oscilam em oposição de fase).

Antes de aplicar a abordagem proposta, um controlador de amortecimento foi inserido no gerador G3 para amortecer o modo eletromecânico local associado à área 2 e deixar apenas o modo local referente aos geradores G1 e G2 instável. Os parâmetros referentes a esse controlador foram retirados da literatura e detalhes a respeito do projeto do controlador podem ser obtidos em (KUNDUR, 1994). A Figura 24 apresenta os autovalores relacionados aos modos eletromecânicos do sistema, nas três condições de operação, com um controlador apenas no gerador G3 e sem controlador gerado pela metodologia proposta.

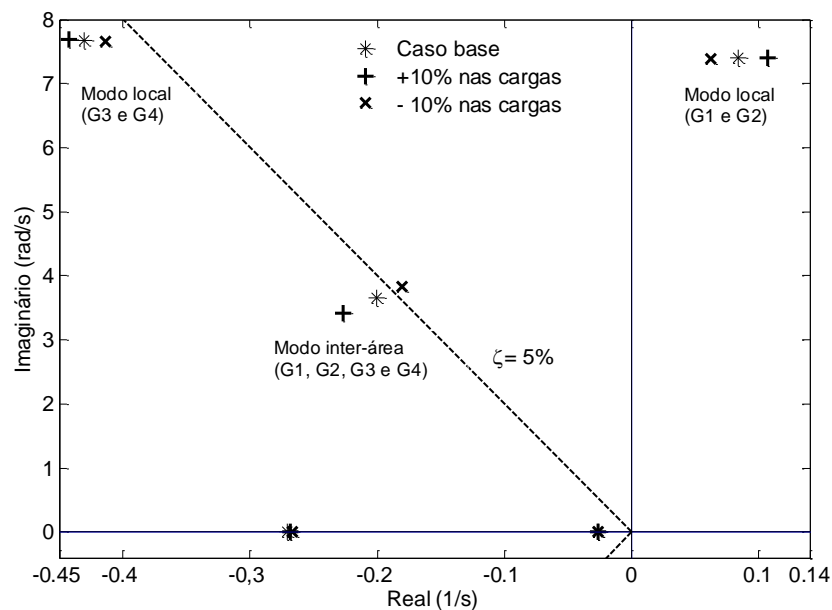


Figura 24 – Autovalores relacionados com os modos de oscilação eletromecânicos considerando o sistema operando sem o controlador gerado pela metodologia proposta.

Analisando os resultados apresentados na Figura 24 é possível notar que o sistema apresenta dois modos eletromecânicos locais e um modo inter-área. No caso base, o modo local correspondente aos geradores G3 e G4 apresenta fator de amortecimento de 5,6% e o modo local associado aos geradores G1 e G2 é instável com fator de amortecimento de -1,2%.

Para validação dos resultados da análise linear foram realizadas simulações não lineares considerando a condição de operação do caso base. A resposta não linear das variáveis de estado do sistema teste foi obtida por meio de simulações não lineares realizadas

utilizando o Matlab e seu solver “ode45” (algoritmo para resolução de equações diferenciais ordinárias). Nas simulações foram utilizados, limites de +5,0 p.u. e -5,0 p.u. para as tensões de campo. A perturbação utilizada para estimular os modos de oscilação em todos os testes realizados foi um curto-circuito com duração de 32 ms na barra 8, ocorrido no tempo de dois segundos, em $t = 2.032$ s, as linhas 7-8 e 8-9 foram desligadas. Após 200 ms o curto circuito foi eliminado e o sistema voltou para a condição de funcionamento pré-falta. Pode-se observar na Figura 25 a resposta não linear da velocidade dos geradores do sistema considerando apenas um controlador no gerador G3. Conforme o esperado, a resposta não-linear está de acordo com a análise linear, que mostra que o sistema é instável.

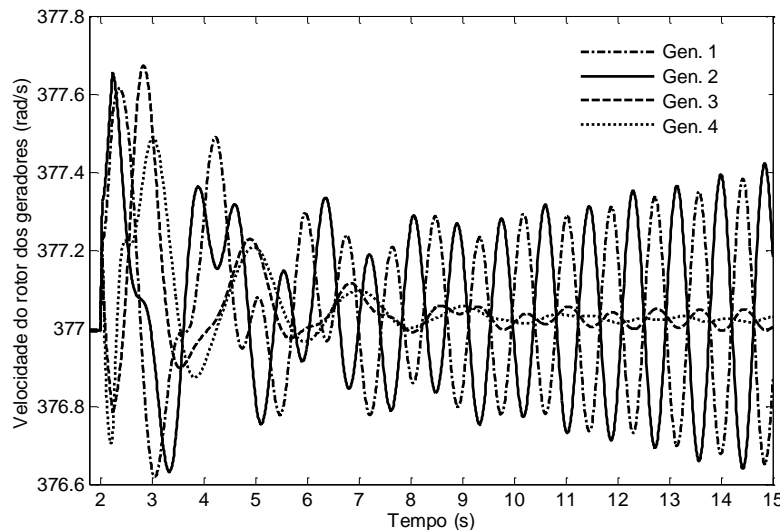


Figura 25 – Resposta não linear da velocidade dos geradores para o sistema operando no caso base com apenas um controlador no gerador 3.

5.1 PROJETO DO CONTROLADOR PARA O SISTEMA TESTE 1

De acordo com a análise dos resíduos (PAGOLA, et al., 1989), um controlador de amortecimento para os geradores G1 ou G2 é suficiente para amortecer o modo local instável. Entretanto, controladores adicionados aos geradores G1 e G2 não são capazes de melhorar o amortecimento do modo local associado aos geradores G3 e G4, pois o modo local da área 2 não pode ser controlado pelas entradas de controle dos geradores G1 e G2. Por consequência, considerando o projeto de controladores apenas para os geradores G1 e G2, a técnica do

posicionamento regional de polos é incapaz de posicionar o polo correspondente ao modo local instável dentro de uma região no plano complexo que assegure fator de amortecimento superior a 10%, por exemplo, pois esta técnica requer que todos os polos do sistema estejam localizados nesta região.

A abordagem proposta é empregada para gerar um controlador robusto apenas para o gerador G1. Este gerador foi escolhido com base na análise dos resíduos da função de transferência, que permitem determinar a melhor localização para a instalação do controlador a ser projetado. A abordagem baseada na energia da saída do sistema permite solicitar um fator de amortecimento superior a 10% apenas para o modo de resposta de interesse. O desvio da velocidade do gerador G1 foi adotado como entrada do controlador. O modo de resposta de interesse (modo local relacionado aos geradores G1 e G2) foi tomado como saída do sistema em malha fechada. Considerando a condição inicial de 0,2 apenas para o modo de resposta de interesse (ou seja, $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)=0,2$ e $\bar{x}_i(0)=0$, para $i=1,\dots,n$, com $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)\neq\bar{x}_i(0)$), um fator de amortecimento de 10% para o modo de resposta de interesse corresponde a uma energia de 0,0129 ($\varepsilon = 0,0129$). Levando em consideração a frequência do modo local de interesse e o fator de amortecimento desejado, a energia da saída foi calculada utilizando a equação (173). Este valor de energia foi utilizado como limite superior para a energia da saída do sistema na etapa de projeto.

O parâmetro φ , que corresponde à compensação de fase requerida para amortecer o modo de resposta de interesse, foi calculado baseando-se no resíduo da função de transferência como $+34,2^\circ$ (o valor positivo indica avanço de fase). O valor do parâmetro β do controlador, calculado a partir de (137), é igual a 3,57 ($\beta=3,57$). Utilizando o limite superior e inferior para o ângulo de compensação de fase ($\varphi-10^\circ < \varphi < \varphi+10^\circ$), é possível calcular os limites para γ , a partir de (138), como $11,73 < \gamma < 17,96$. O controlador foi gerado pelo algoritmo em 9 iterações. A solução para a formulação de controle proposta foi obtida utilizando-se o solver ‘*mincx*’, disponível no *LMI Toolbox* do MATLAB[®], e todo o processo iterativo levou cerca de 1 minuto e 14 segundos em um computador equipado com um processador i7 3.0 GHz e 8 GB de memória RAM. A função de transferência do controlador gerado é apresentada no apêndice A.

A Figura 26 apresenta os autovalores relacionados ao sistema em malha fechada com o controlador resultante inserido no gerador G1. Nessa figura, é possível verificar que o controlador proposto assegurou um fator de amortecimento maior que 10% para o modo de resposta de interesse (modo local correspondente a área 1). Conforme o esperado, o modo

local correspondente a área 2 permaneceu quase inalterado com a inclusão do controlador projetado pela formulação proposta. Cabe ressaltar também que o índice de desempenho especificado foi assegurado apenas para o modo local de interesse. O modo inter-área também foi afetado pela inclusão do controlador, pois a entrada de controle adotada para a inclusão do controlador projetado tem influência sobre este modo de resposta. O fator de amortecimento assegurado para o modo local de interesse, não seria obtido por meio da técnica de posicionamento regional de polos, uma vez que a entrada de controle adotada para a inclusão do controlador projetado não tem influência sobre o modo local com a pior fator de amortecimento.

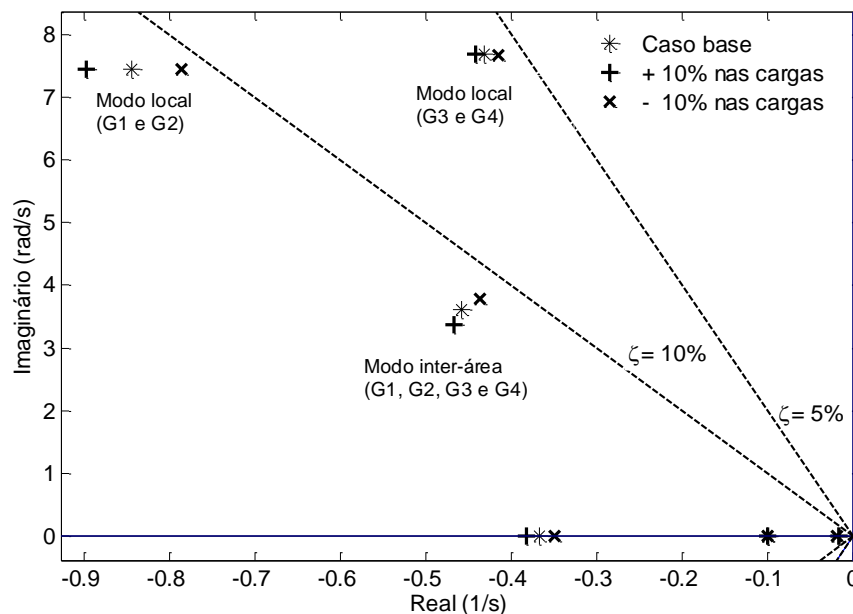


Figura 26 – Autovalores correspondentes aos modos de resposta do sistema teste 1 com o controlador projetado inserido no gerador G1.

Controladores adicionados aos geradores G1 e G2 não são capazes de melhorar o amortecimento do modo local associado aos geradores G3 e G4, uma vez que o modo local da área 2 não poder ser controlada pelas entradas de controle dos geradores G1 e G2. Assim, considerando o projeto de controladores apenas para os geradores G1 e G2, a técnica de posicionamento regional de polos é incapaz de colocar o polo correspondente ao modo instável dentro de uma região do plano complexo que assegure um fator de amortecimento superior a 10%, pois esta técnica requer que todos os polos do sistema estejam localizados em uma determinada região .

Uma análise não-linear também foi realizada visando validar a análise linear. A Figura 27 apresenta a resposta não linear correspondente às velocidades de todos os geradores do sistema, em um caso onde as cargas foram aumentadas em 7,5% em relação ao caso base. As análises lineares e não-lineares mostraram que a metodologia proposta é capaz de gerar um controlador robusto que garante o desempenho adequado/desejado apenas para o modo de resposta de interesse.

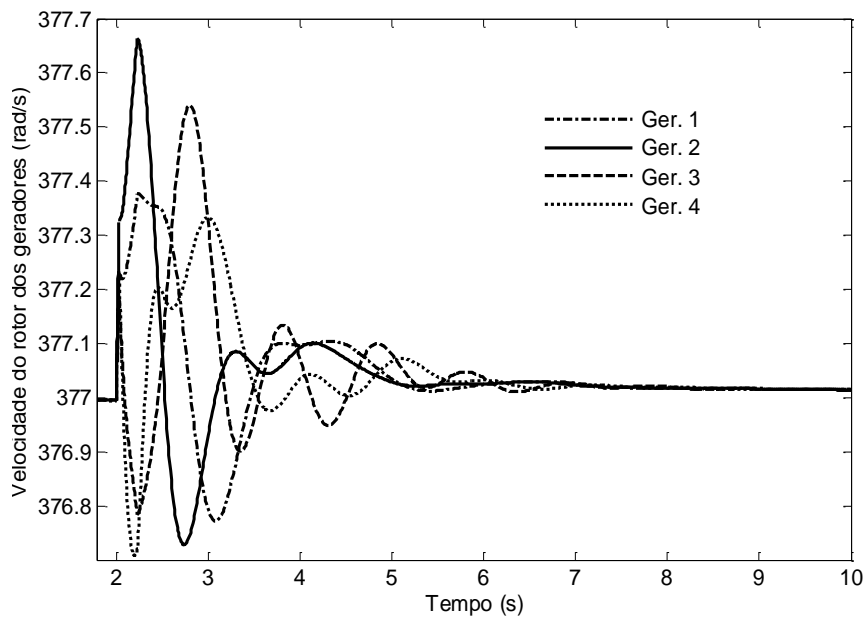


Figura 27 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com o controlador proposto incluído no gerador G1.

A formulação de controle proposto foi comparada com a formulação de controle baseada em posicionamento regional de polos (OLIVEIRA et al. 2010) em termos dos esforços computacionais exigidos para resolução das respectivas formulações LMIs. Nesta avaliação com a abordagem baseada no posicionamento regional de polos, um controlador é projetado usando o mesmo modelo politópico empregado no projeto realizado com a metodologia proposta nesse trabalho. Neste caso, cada iteração do algoritmo foi resolvida em cerca de 52 segundos. Na formulação de controle proposta, cada iteração do algoritmo foi resolvido em cerca de 5 segundos.

5.2 CÁLCULO DA ENERGIA DO SINAL DE SAÍDA

Essa seção apresenta uma análise para validar a expressão analítica que determina o valor da energia do sinal de saída para um dado modo de resposta de interesse. Essa análise considera o sistema teste 1 com o controlador projetado pela metodologia proposta.

A energia para o sinal de saída referente a cada um dos modos de resposta eletromecânicos foi calculada a partir da expressão analítica (173) e a partir de simulações lineares no domínio do tempo. No cálculo envolvendo a simulação no domínio do tempo, a energia da saída foi obtida por meio da integração numérica da potência do sinal de saída ($p(t) = y^2(t)$). Em ambos os casos, considerou-se uma perturbação inicial de 0,2 p.u. para o modo de resposta de interesse ($\bar{x}_i(0) = 0,2$).

A Tabela 01 apresenta os valores da energia do sinal de saída referente a cada um dos modos eletromecânicos do sistema. Analisando a tabela em questão é possível observar que os valores de energia calculados a partir da expressão analítica e a partir da simulação linear são muito próximos. A pequena diferença entre os valores da energia se deve a erros numéricos inerentes a integração numérica feita para obter valor da energia a partir das curvas de resposta do sinal de saída.

Tabela 01: Valores da energia do sinal de saída do sistema teste 1 obtidos por meio da expressão analítica e resposta linear no domínio do tempo.

Modos de Resposta	Autovalores (1/s)	Fator de Amortecimento (%)	Valor da Energia (Calculado)	Valor da Energia (Simulação)
Inter-área	$-0,457 \pm j3,606$	12,57	0,0228	0,0225
Local (G1 e G2)	$-0,845 \pm j7,445$	11,28	0,0123	0,0122
Local (G3 e G4)	$-0,431 \pm j7,678$	5,60	0,0235	0,0234

As respostas no domínio do tempo da potência e da energia dos sinais de saída referentes a cada um dos modos de resposta eletromecânicos do sistema teste 1 em malha fechada são apresentadas nas Figuras 28, 29 e 30. Conforme discutido na subseção 4.4.1, é possível observar que a energia do sinal de saída assume um valor constante após os desvios da variável de saída se tornarem iguais a zero.

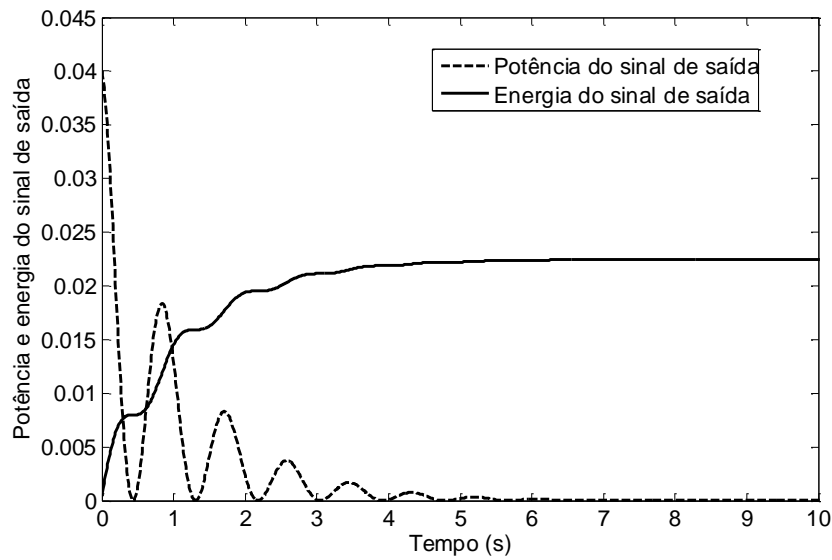


Figura 28 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta inter-área.

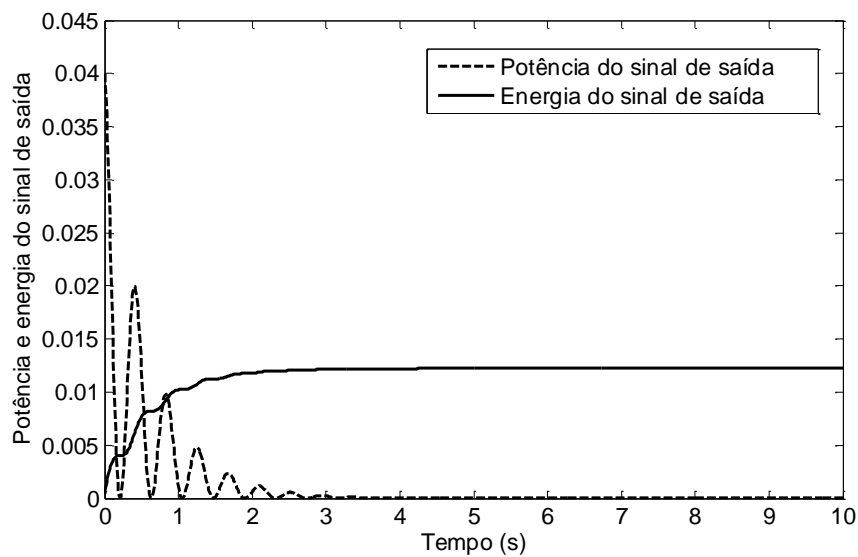


Figura 29 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta local dos geradores G1 e G2.

Analisando as Figuras 28, 29 e 30 é possível observar que a energia ϵ fornece informação a respeito do decaimento do sinal de saída do sistema, pois os modos com decaimento mais rápido resultam em menores valores de energia.

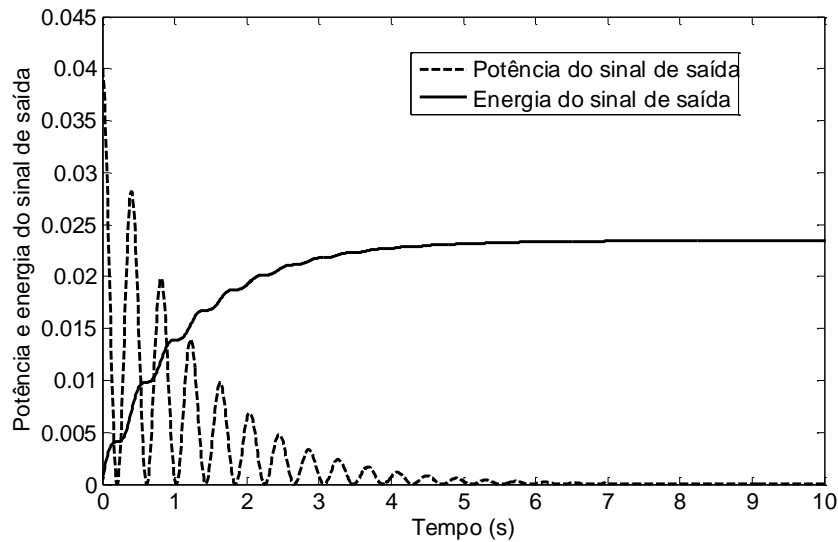


Figura 30 – Potência e energia do sinal de saída referente ao modo de resposta local dos geradores G3 e G4.

As Figuras 31 e 32 apresentam curvas correspondentes ao valor da energia do sinal de saída em função do valor do fator de amortecimento para diferentes valores de condições iniciais e diferentes valores de frequência de oscilação do modo de resposta. Essas curvas foram determinadas a partir da equação (173). As frequências adotadas para determinar as curvas em questão são frequências típicas dos modos locais e inter-área dos sistemas elétricos de potência.

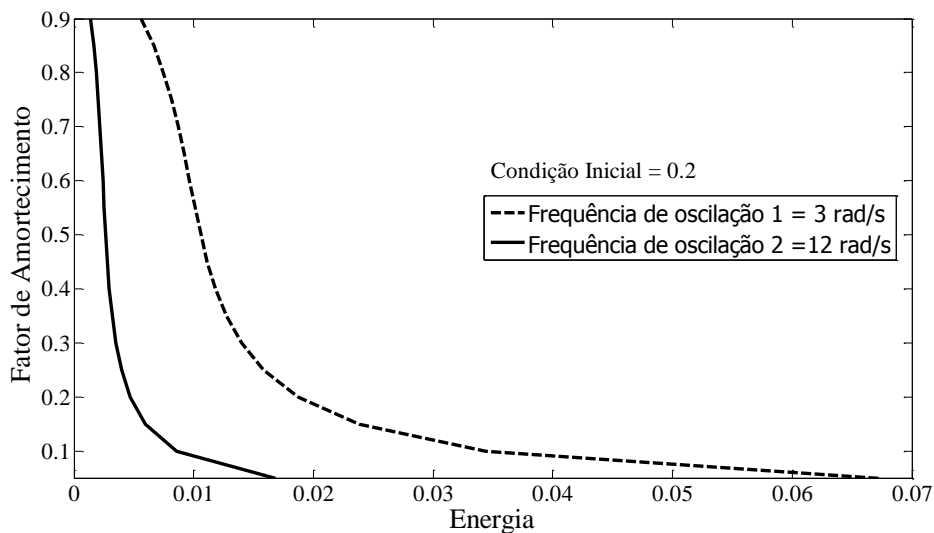


Figura 31 – Valor da energia do sinal de saída em função do valor do fator de amortecimento para uma condição inicial $x(0)$ igual a 0,2.

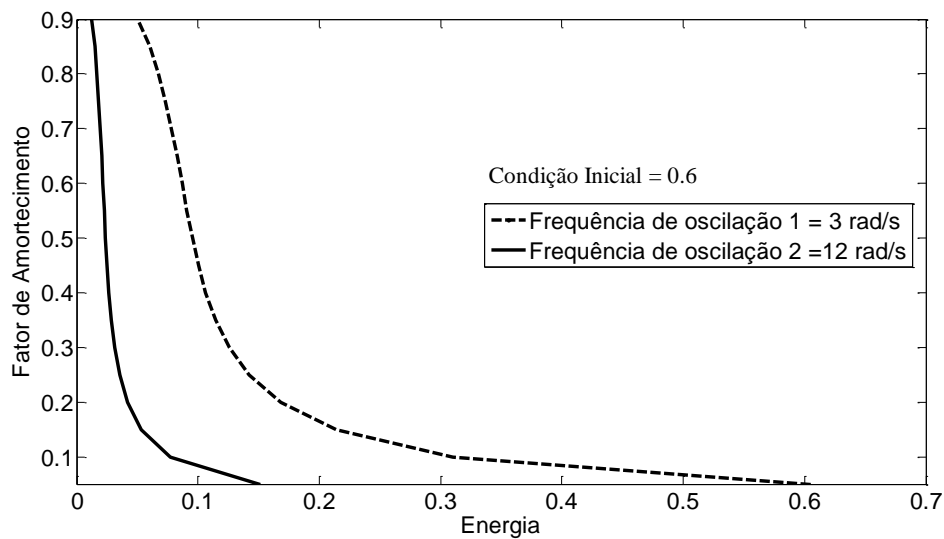


Figura 32 – Valor da energia do sinal de saída em função do valor do fator de amortecimento para uma condição inicial $x(0)$ igual a 0,6.

Comparando as Figuras 31 e 32 verifica-se que para diferentes valores de condição inicial obtém-se diferentes valores de energia para um mesmo fator de amortecimento. Quanto maior a condição inicial, maior será o valor da energia do sinal de saída do sistema. Analisando as curvas em questão também é possível observar que quanto menor for a frequência do modo de resposta, maior será o valor da energia do sinal.

5.3 PROJETO DE CONTROLADORES PARA O SISTEMA TESTE 2

Uma segunda sequência de testes, considerando um sistema de maior porte, foi realizada para avaliar e validar a formulação de controle proposta. O segundo sistema utilizado para os testes é constituído por 68 barras e 16 geradores. Ele refere-se ao sistema interligado *New England / New York* (Rogers, 2000). A Figura 33 apresenta o diagrama unifilar do sistema em questão, e seus dados completos podem ser encontrados em Rogers (2000). Os parâmetros dos reguladores de tensão utilizados nos geradores do sistema teste 2 foram $K_e=100$ e $T_e=0.01$ s.

Por meio de análises modais, observou-se que o sistema apresenta 15 modos eletromecânicos, conforme apresentado nas Tabelas 02 e 03. Os resíduos das funções de transferência entre u_i (entrada de controle para o PSS do i -ésimo gerador) e y_i (desvio de velocidade do i -ésimo gerador do sistema), referentes aos 15 modos eletromecânicos, foram

Tabela 03 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 em malha aberta e valores absolutos dos resíduos da função de transferência dos geradores G9 ao G16.

Modos de Resposta Eletromecânicos	Resíduos							
	G9	G10	G11	G12	G13	G14	G15	G16
0.071 +j 12.121	0.0000	0.0009	0.1034	0.0001	0.0006	0.0000	0.0000	0.0000
0.056 +j 10.522	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.032 -j 10.212	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
-0.000 +j 9.849	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.075 +j 8.670	0;0030	0.0167	0.0002	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000
0.084 +j 8.251	0.0051	0.0252	0.0017	0.0001	0.0013	0.0000	0.0000	0.0001
0.097 +j 8.494	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.101 +j 8.386	0.0000	0.0003	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.104 +j 7.276	0.0485	0.0001	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.116 +j 7.497	0.0001	0.0004	0.0001	0.0005	0.0002	0.0000	0.0000	0.0000
0.129 +j 7.699	0.0000	0.0001	0.0000	0.296	0.0214	0.0000	0.0000	0.0000
0.049 +j 5.685	0.0001	0.0000	0.0000	0.0022	0.0069	0.0010	0.0059	0.0234
0.043 +j 5.021	0.0044	0.0000	0.0003	0.0058	0.0207	0.0017	0.0029	0.0001
0.018 -j 4.370	0.0015	0.0000	0.0000	0.0003	0.0012	0.0074	0.0023	0.0154
-0.009 -j 3.142	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

De acordo com a teoria dos resíduos (MARTINS e LIMA, 1990), o maior valor absoluto do resíduo indica o melhor par de entrada e saída do sistema (ou equivalentemente, o melhor gerador) para controlar o modo de resposta de interesse. Os geradores que exercem maior influência em um dado modo podem ser identificados por meio dos resíduos destacados em negrito.

O problema mais comum em projeto de PSS é a coordenação de novos PSSs com os já existentes no sistema. Este problema pode ser considerado como um típico problema de estudos de expansão do sistema. Desta forma, foi considerado que alguns geradores do sistema teste 2 inicialmente estão equipados com PSSs. A entrada de novas usinas exigirá o projeto de novos PSSs para amortecer as oscilações eletromecânicas do sistema e assim melhorar a margem de estabilidade a pequenas perturbações.

Como resultado da análise dos resíduos da função de transferência, instalaram-se controladores em todos os geradores, exceto nos geradores 6, 12,13 e 14. Ou seja, 12 dos 16 geradores estão equipados com PSSs antes da aplicação da metodologia proposta. Os parâmetros dos PSSs instalados nos 12 geradores são apresentados no Apêndice B. Os autovalores correspondentes aos 15 modos eletromecânicos do sistema teste 2 com os

controladores inicialmente incluídos nos geradores do sistema teste são apresentados na Figura 34.

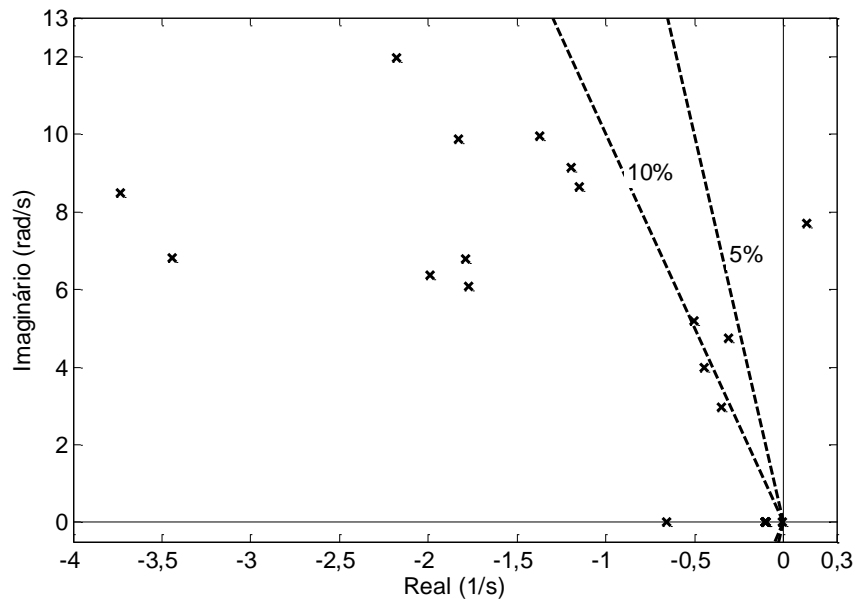


Figura 34 - Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando sem os controladores projetados pela metodologia proposta.

Analisando os polos apresentados na Figura 34 é possível observar que o sistema é instável e o modo eletromecânico instável está associado ao gerador 12, conforme observado em uma análise do fator de participação do sistema teste 2. As análises lineares realizadas nessa segunda sequência de testes também são validadas por meio de simulações não-lineares. A perturbação utilizada para estimular os modos oscilatórios em todas as simulações não-lineares corresponde a um curto-circuito de duração de 32 ms no ponto médio da linha 4-5 em $t = 2$ s, e em $t = 2,032$ s a linha 4-5 é desligada (representando o isolamento do defeito). Decorridos 200 ms (em $t=2,232$ s) do isolamento do defeito, o curto-circuito é eliminado e a topologia original da rede é reconstituída através do religamento das linhas.

A resposta não linear da velocidade do gerador 12 é apresentada na Figura 35. Nessa simulação, considerou-se o sistema teste 2 operando no caso base com os controladores instalados nos 12 geradores previamente mencionados.

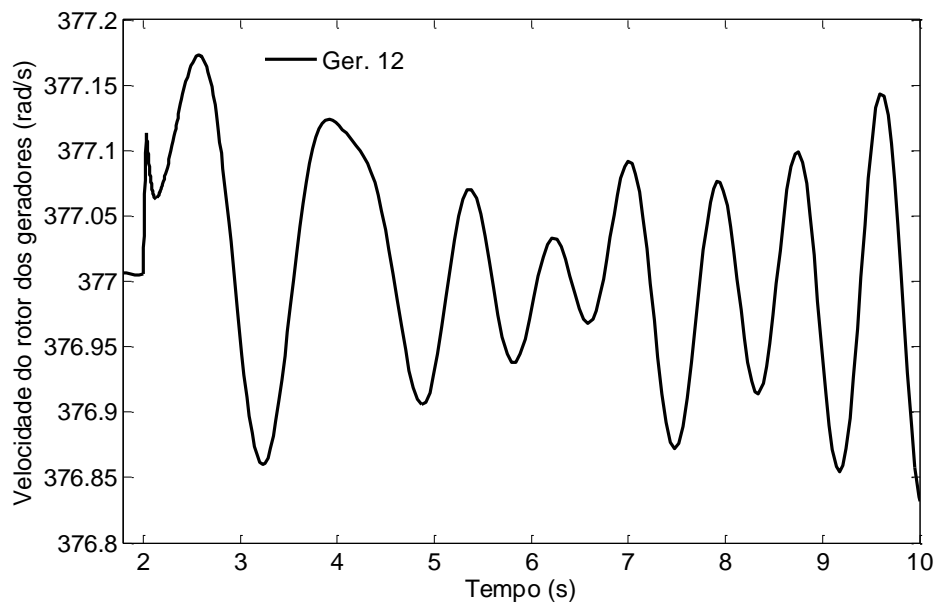


Figura 35 – Resposta não linear da velocidade do gerador 12 para o sistema operando no caso base com controladores inicialmente instalados em 12 geradores do sistema teste 2.

Analisando a Figura 35 é possível observar que a velocidade do gerador 12 não estabiliza após a ocorrência da perturbação, mostrando-se necessário incluir no sistema um controlador de amortecimento que seja capaz de amortecer o modo instável associado a este gerador. De acordo com a análise dos resíduos (MARTINS e LIMA, 1990), um controlador de amortecimento para o gerador G12 é suficiente para amortecer o modo eletromecânico instável do sistema teste 2. A abordagem proposta é empregada para gerar um controlador robusto apenas para o gerador G12. A abordagem baseada na energia da saída do sistema permite solicitar um fator de amortecimento superior a 10% para o modo de resposta de interesse. O desvio da velocidade do gerador G12 foi adotado como entrada do controlador. O modo de resposta de interesse (modo local relacionado ao gerador G12) foi tomado como saída do sistema em malha fechada. Considerando a condição inicial de 0,2 apenas para o modo de resposta de interesse (ou seja, $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)=0,2$ e $\bar{x}_i(0)=0$, para $i=1,\dots,n$, com $\bar{x}_{\text{interesse}}(0)\neq\bar{x}_i(0)$), um fator de amortecimento de 10% para o modo de resposta de interesse corresponde a uma energia de 0,0142 ($\varepsilon=0,0142$). Levando em consideração a frequência do modo local de interesse e o fator de amortecimento desejado, a energia da saída foi calculada utilizando a equação (173). Este valor de energia foi utilizado como limite superior para a energia da saída do sistema na etapa de projeto. No procedimento de projeto dos controladores para o sistema teste 2, também se utilizou um politopo com três vértices, um vértice referente às condições de operação do caso base e outros dois correspondentes às

variações simultâneas de $\pm 10\%$ nos valores das cargas referentes ao caso base.

O parâmetro φ , que corresponde à compensação de fase requerida para amortecer o modo de resposta de interesse, foi calculado baseando-se no resíduo da função de transferência como $+32,6^\circ$ (o valor positivo indica avanço de fase). O valor do parâmetro β do controlador, calculado a partir de (137), é igual a 1,78 ($\beta = 1,78$). Utilizando o limite superior e inferior para o ângulo de compensação de fase ($\varphi - 10^\circ < \varphi < \varphi + 10^\circ$), é possível calcular os limites para γ , a partir de (138), como $9,5 < \gamma < 13,7$. O controlador foi gerado pelo algoritmo em 3 iterações. A solução para a formulação de controle proposta foi obtida utilizando-se o solver 'mincx', disponível no *LMI Toolbox* do MATLAB®, e todo o processo iterativo levou cerca de 46 minutos e 23 segundos em um computador equipado com um processador i7 3.0 GHz e 8 GB de memória RAM. A função de transferência do controlador gerado é apresentada no apêndice B.

A Figura 36 apresenta os autovalores relacionados ao sistema teste 2 em malha fechada com o controlador resultante inserido no gerador G12. Nessa figura, é possível verificar que o controlador proposto assegurou um fator de amortecimento maior que 10% para o modo de resposta de interesse. Outros modos de resposta foram afetados pela inclusão do controlador, pois a entrada de controle adotada para a inclusão do controlador projetado tem influência sobre estes modos de resposta.

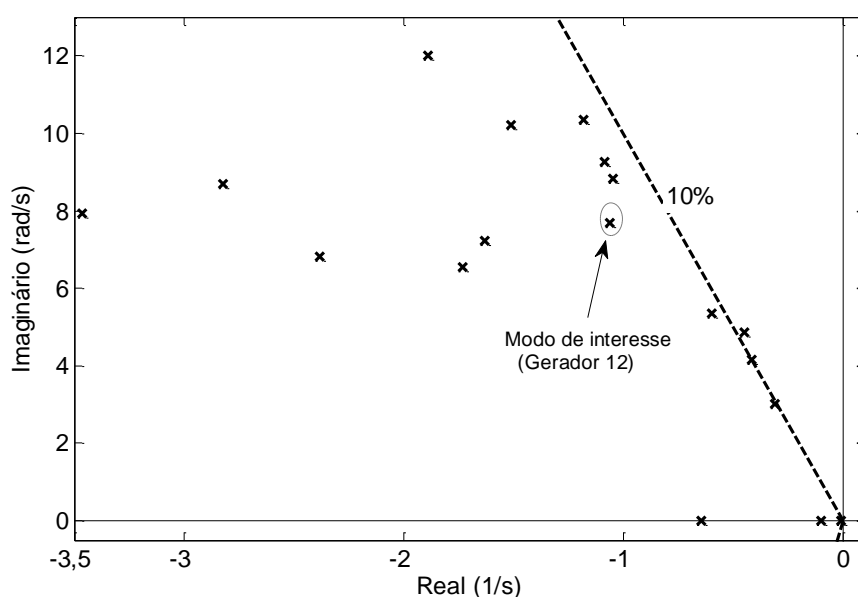


Figura 36 - Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando com o controlador projetado para o gerador 12 por meio da metodologia proposta.

A resposta não linear referente às velocidades do gerador 12, considerando o sistema teste 2 operando no caso base e com o PSS projetado incluído no gerador 12, é apresentada na Figura 37. Analisando a Figura 37, é possível observar que o controlador projetado por meio da metodologia proposta foi capaz de amortecer o modo eletromecânico associado ao gerador 12 e conseqüentemente estabilizar o sistema como um todo. A utilização apenas do modo relacionado ao gerador 12 mostrou a aplicabilidade da metodologia em considerar apenas modos de resposta de interesse.

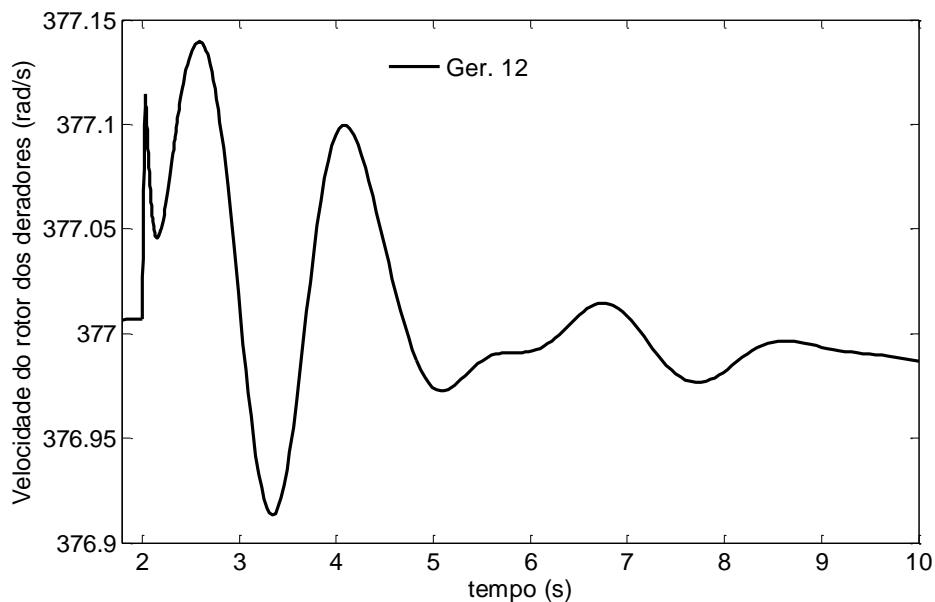


Figura 37 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com o controlador projetado para o gerador 12 por meio da metodologia proposta.

A metodologia proposta foi adotada em uma última seqüência de testes visando o projeto de dois controladores para o sistema teste 2. Nessa avaliação considerou-se que o PSS inicialmente inserido no gerador 3 foi retirado, fazendo com que o modo eletromecânico associado a esse gerador apresente um baixo fator de amortecimento. Os polos referentes aos modos eletromecânicos deste sistema, operando no caso base e considerando PSS instalados apenas nos geradores 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 15 e 16, são apresentados na Figura 38. Analisando a Figura 38 é possível observar que o modo eletromecânico do gerador G12 é instável e o modo relacionado ao gerador G3 está mal amortecido. Desta forma, adota-se a metodologia proposta e, ao contrário do PRP, seleciona-se apenas os modos oscilatórios referentes aos geradores G3 e G12 como modos de interesse. Esses modos de resposta são os

modos de interesse a serem amortecidos pelos controladores projetados por meio da metodologia proposta.

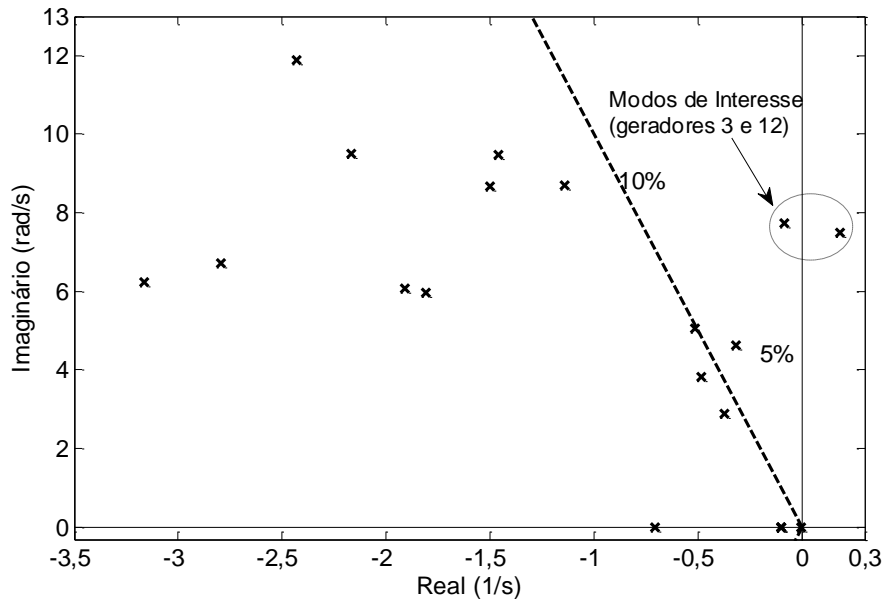


Figura 38 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando sem controladores nos geradores 3, 6, 12,13 e 14.

As respostas não lineares das velocidades dos geradores 3 e 12, considerado o sistema teste 2 operando no caso base e com PSSs instalados apenas nos geradores 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 15 e 16, são apresentadas na Figura 39. É possível observar na figura em questão que a velocidade referente aos geradores G3 apresenta oscilações mal amortecidas, enquanto a resposta do gerador G12 é instável, mostrando a necessidade do amortecimento dos modos de resposta associados aos geradores em questão.

Baseando-se na análise dos resíduos da função de transferência concluiu-se que o projeto de dois controladores, um para o gerador 3 e outro para o gerador 12, é suficiente para amortecer os modos de interesse. Os dois controladores para os geradores em questão foram projetados de forma sequencial, com o objetivo de garantir um fator de amortecimento superior a 10% para os dois modos de interesse. O controlador para o gerador 3 foi projetado primeiro e na sequência projetou-se o controlador para o gerador 12. O primeiro controlador foi gerado pelo algoritmo em 3 iterações e o segundo em 4 iterações. Os parâmetros dos controladores projetados são apresentados no apêndice B. Os polos referentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2, operando no caso base e considerando os PSSs projetados para os geradores 3 e 12 são apresentados na Figura 40.

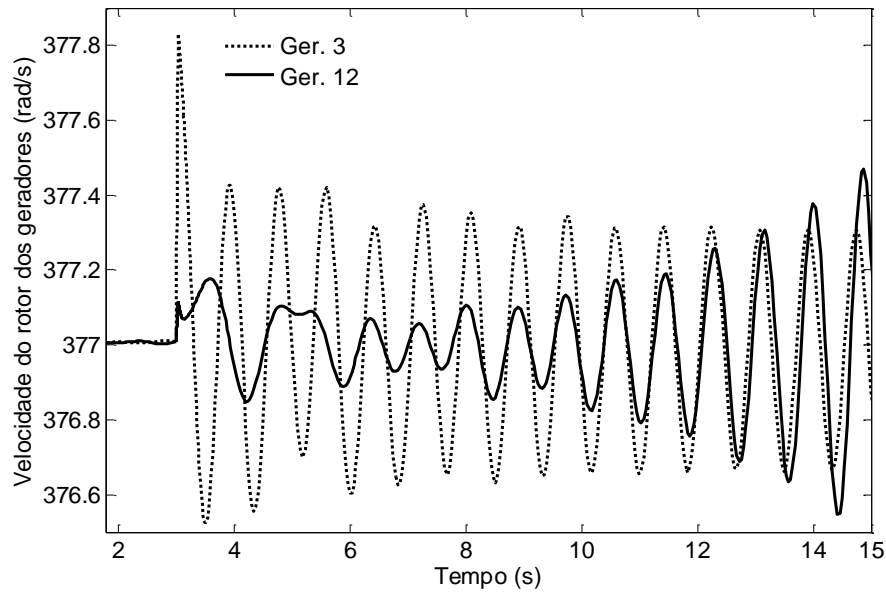


Figura 39 – Resposta não linear da velocidade dos geradores considerando o sistema operando sem controladores nos geradores 3, 6, 12,13 e 14.

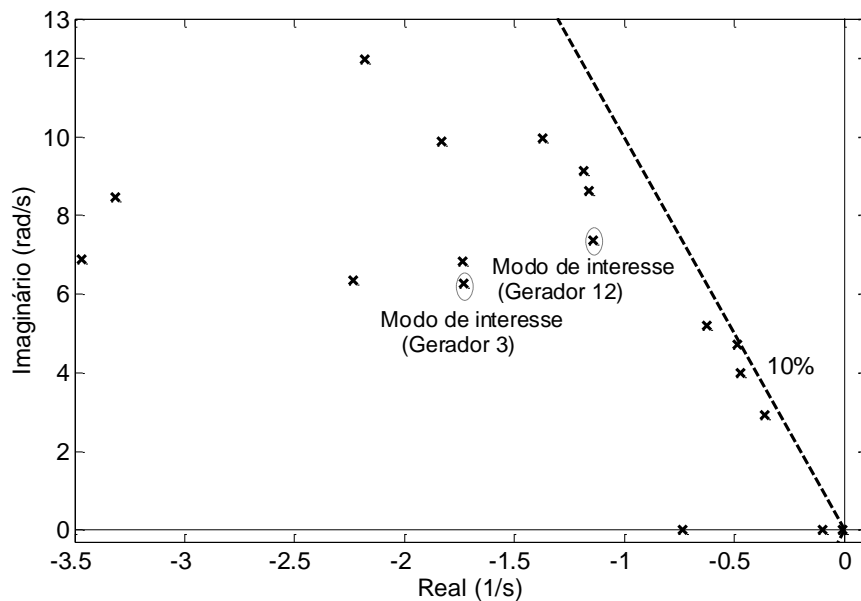


Figura 40 – Autovalores correspondentes aos modos eletromecânicos do sistema teste 2 considerando o sistema operando com os controladores projetados para os geradores 3 e 12.

Analisando os polos do sistema é possível ver que os controladores projetados para os geradores G3 e G12 conseguiram um amortecimento superior a 10% para os modos de resposta de interesse. As respostas não lineares das velocidades dos geradores 3 e 12, considerado o sistema teste 2 operando no caso base e com os dois PSSs projetados instalados nos geradores 3 e 12, são apresentadas na Figura 41. Analisando a resposta não linear do

sistema com os controladores projetados é possível ver que os controladores projetados garantiram uma boa margem de estabilidade a pequenas perturbações.

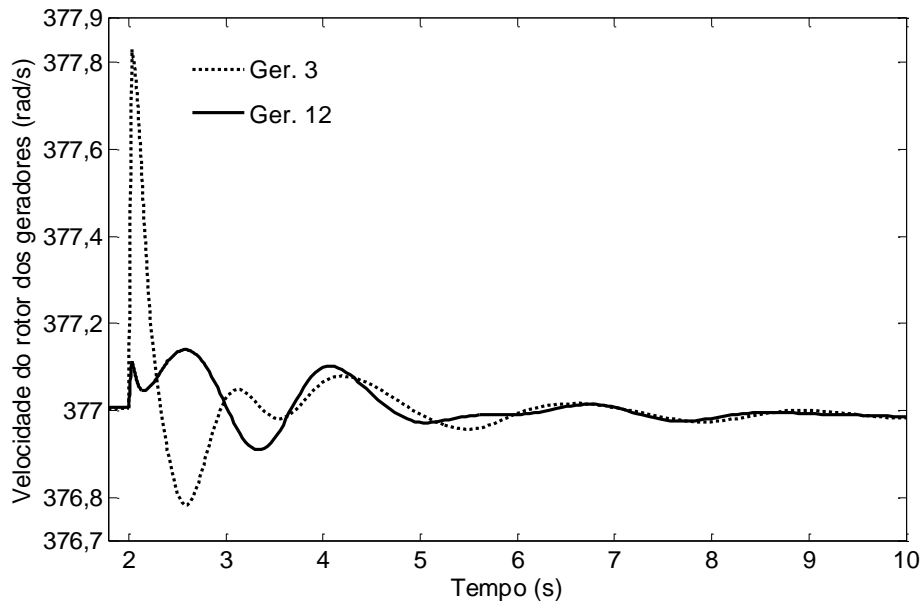


Figura 41 – Resposta da velocidade dos geradores considerando o sistema operando com os controladores projetados para os geradores 3 e 12.

A formulação de controle proposta foi novamente comparada com a metodologia de projeto que utiliza o posicionamento regional de polos (OLIVEIRA et al., 2010) em termos de tempo computacional requerido para a resolução das respectivas formulações de controle baseadas em LMIs. Nesta avaliação verificou-se que na abordagem baseada no posicionamento regional de polos, onde apenas um controlador é projetado usando a mesma modelagem politópica empregada anteriormente, cada interação do algoritmo foi realizada em cerca de 6 horas e 31 minutos. Já na formulação de controle proposto, cada interação do algoritmo foi realizada em cerca de 15 minutos e 37 segundos.

6 CONCLUSÕES

O uso de objetivos de projeto adequados para formulações de controle na forma de LMIs é de grande importância para evitar esforços computacionais excessivos para a solução da formulação de controle. Ademais, alguns objetivos de projeto podem não ser adequados a alguns tipos de problemas, conforme mostrado no estudo de caso realizado neste trabalho. Neste contexto, este trabalho propõe o uso da energia da saída do sistema como objetivo de projeto para uma metodologia capaz de gerar controladores robustos de amortecimento para sistemas de potência. A energia da saída do sistema é utilizada como uma alternativa ao tradicional PRP. Este objetivo de projeto é proposto para contornar as limitações inerentes ao PRP na forma de LMIs que impõe que todos os polos do sistema sejam posicionados em uma região pré-determinada do plano complexo. Essa característica do PRP dificulta o projeto de controladores para apenas um ou poucos geradores do sistema de potência, pois atuando em apenas um gerador pode não ser possível posicionar os polos referentes aos outros geradores do sistema. Dessa forma, esse trabalho propõe uma metodologia que seja capaz de posicionar apenas os polos de interesse.

A energia utilizada como índice de desempenho fornece informações a respeito do decaimento do sinal de saída do sistema, de forma que as oscilações com amplitudes crescentes (o que corresponde a um sistema instável) resultam em um valor crescente de energia. O modo de resposta de interesse é estável apenas se o valor da energia for finito. Modos de resposta bem amortecidos resultam em baixos valores de energia. Considerando dois sinais com o mesmo fator de amortecimento e submetidos à mesma perturbação inicial $\bar{x}_i(0)$, estes podem apresentar decaimentos diferentes, dependendo da frequência de oscilação. Portanto, a informação dada pelo fator de amortecimento não é absoluta quando se trata do decaimento do sinal ao longo do tempo. Já a energia do sinal de saída dá uma informação absoluta sobre o decaimento dos sinais independente da frequência do modo de resposta, o que representa uma vantagem da energia do sinal de saída sobre o fator de amortecimento.

Diferente de muitas metodologias na forma de LMIs, a formulação proposta fornece controladores de amortecimento de ordem reduzida e com estrutura similar à estrutura tipicamente adotada pelos controladores de amortecimento instalados nos sistemas elétricos de potência.

O trabalho também estabelece uma relação entre o valor da energia da saída do sistema e o fator de amortecimento da saída do sistema. A determinação dessa relação dá um significado mais prático para a energia do sinal de saída para aplicações em sistemas de potência. A relação em questão foi estabelecida por meio de uma equação algébrica escrita em função da frequência e do fator de amortecimento do modo de resposta de interesse. Os resultados apresentados mostram que o valor da energia dos modos resposta de interesse, calculados a partir de simulações lineares, foram muito semelhantes aos valores calculados a partir da equação analítica da energia do sinal de saída.

O procedimento proposto gerou um controlador robusto de amortecimento de baixa ordem capaz de garantir um desempenho desejado apenas para o modo de resposta de interesse. É importante ressaltar que o índice de desempenho assegurado apenas para o modo de resposta de interesse do sistema teste 1 não poderia ser obtido pelo posicionamento regional de polos. O tempo computacional gasto para gerar o controlador proposto foi comparado com o tempo gasto por uma metodologia baseada no PRP. Os resultados mostraram que o tempo gasto pela metodologia proposta é significativamente inferior ao tempo gasto pela metodologia baseada no PRP. Esse menor dispêndio computacional é necessário para projetos envolvendo sistemas de potência de médio e grande porte. A determinação dos geradores para os quais os controladores foram projetados foi feita por meio de análises modais envolvendo fatores de participação e resíduos da função de transferência.

Uma das principais inovações na metodologia proposta é a utilização dos modos de resposta de interesse como sinal de saída do sistema, deixando de lado a dependência de se trabalhar com as variáveis de estado que muitas vezes são influenciadas por vários modos de resposta do sistema. Esse desacoplamento das dinâmicas de interesse foi obtido por meio de uma transformação de similaridade adotada para representar a matriz de estados do sistema na forma modal real.

Um modelo de sistema de potência multimáquinas, representando o modelo reduzido de um sistema de grande porte, foi utilizado nos testes realizados com a finalidade de avaliar a aplicação da metodologia proposta para sistemas de grande porte. Os resultados mostraram que a metodologia foi eficaz na geração de controladores para esse sistema de maior porte e o tempo computacional gasto para gerar os controladores foi também significativamente inferior ao tempo gasto pela metodologia baseada no PRP.

Este trabalho resultou na publicação de um artigo em congresso internacional e um artigo em congresso nacional: IEEE Power & Energy Society General Meeting, PES GM

2012 (OLIVEIRA, ROSSI, CARDOSO e ZAMODZKI, 2012) e XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA 2012 (OLIVEIRA, ROSSI, CARDOSO e ZAMODZKI, 2012).

Procedimentos para converter as BMIs da formulação de controle proposta em LMIs serão investigados em pesquisas futuras relacionadas com este trabalho. O uso da energia do sinal de saída como objetivo de projeto em outras formulação de controle também será investigado em trabalhos futuros. Por fim, também pretende-se aplicar a metodologia proposta nesse trabalho para o projeto de controladores para sistemas de potência com unidades eólicas e sistemas com dispositivos FACTS.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDEL-MAGID, Y. L.; ABIDO, M. A. “**Optimal multi objective design of robust power system stabilizers Using genetic algorithms,**” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, pp. 1125-1132, August 2003.
- ABOUL-ELA, M. E.; SALLAM, A. A.; MCCALLEY, J. D.; FOUAD, A. A. “**Damping controller design for power system oscillations using global signals,**” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 11, no.2, pp. 767-773, May 1996.
- ANDERSON, P. M.; FOUAD, A. A. (1994). “**Power System Control and Stability**”, IEEE Press.
- BENTON JR, R. E.; SMITH, D. “**A non-iterative LMI-based algorithm for robust static-output-feedback stabilization,**” International. Journal of Control., vol. 72, no.14, pp. 1322–1330, September 1999.
- BOUKARIM, G. E., WANG, S., CHOW, J., TARANTO, G. N. e MARTINS, N. (2000). “**A comparison of classical, robust, and decentralized control designs for multiple power system stabilizers**”, IEEE Transactions on Power Systems15(4): 1287-1292.
- BOYD, S.; GAHOUI, L. EL; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. “ **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory,**” SIAM, Philadelphia, 1994.
- BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. (2000). “**Estabilidade Transitória em Sistemas Eletroenergéticos**”, Publicações EESC, São Carlos.
- CHIALI, M.; GAHINET, P. (1996).“**Hm Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach**”, IEEE Transactions on Automatic Control, v.41, n.3, p.358-367, March.
- CHUANJIANG, Z.; KHAMMASH, M.; VITTAL, V. and WENZHENG, Q. “**Robust power system stabilizer design using H_{∞} loop shaping approach,**” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no.2, pp. 810-818, May 2003.
- CRENSHAW, M. L.; BOLLINGER, K. E.; BYERLY, R. T.; CRESAP, R. L. e outros (1981). IEEE Committee Report – “**Excitation System Models for Power System Stability Studies**”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v.PAS-100, n.2, p.494-509, February.
- CRUSIUS, C.A.R.; TROFINO, A. (1999). “**Sufficient LMI Conditions for Output Feedback Control Problems**”, IEEE Transactions on Automatic Control, v.44 , n.5,p.1053-1057, May.110
- CZERNOUCK, M. V. “**Representação de transformadores em estudos transitórios Eletromagnéticos**”. São Paulo, 2007. Dissertação de mestrado. USP.
- DEMELLO, F. P.; CONCORDIA, C. (1969). “**Concepts of Synchronous Machine Stability as Affected by Excitation Control**”, IEEE Transactions on PowerApparatus and Systems, v.PAS-88, n.4, p.316-329, April.

FURINI, M. A.; PEREIRA, A. L. S. and ARAUJO, P. B. "**Pole placement by coordinated tuning of Power System Stabilizers and FACTS-POD stabilizers,**" *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 33, no. 3, pp. 624-631, March 2011.

GAHINET, P.; NEMIROVSKI, A.; LAUB, A. J.; CHILALI, M. "**LMI control toolbox user's Guide**". Natick, MA: The Mathworks Inc, 1995.

GAUTAM, D. VITTAL, V.; AYYANAR, R. and HARBOUR, T. "**Supplementary control for damping power oscillations due to increased penetration of doubly fed induction generators in large power systems,**" in *Proc. of the IEEE Power Systems Conference and Exposition*, Phoenix, USA, pp. 1-6, March 2011

GOMES, S.; MARTINS N.; PORTELA, C. (2003). "**Computing small-signal stability boundaries for large-scale power systems**", *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n.2, pp. 747-752, May.

HAYKIN, S. S.; VEEN, B. "**Sinais e sistemas**". Porto Alegre: Editora Bookman, 2001.

HEFFRON, W. G.; PHILLIPS, R. A. (1952). "**Effect of a Modern Amplidyne Voltage Regulator on Under excited Operation of Large Turbine Generators**", *AIEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, v.71, p.692-697, August.

HENRION, D.; SEBEK, M. "**Overcoming non-convexity in polynomial robust control design,**" In: *Proceedings of the 16th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, Leuven, Belgium, July 2004.

JARB, R. A.; PAL, B. C. and MARTINS N. "**A sequential conic programming approach for the coordinated and robust design of power system stabilizers,**" *IEEE Trans Power Syst*, vol. 25, no. 3, pp. 1627-1637, Aug. 2010.

JUNIOR, S. G.; MARTINS, N.; PINTO, H. J. C. P. "**Using Nyquist Criterion for the Stabilization of Power Systems Considering Partial Complex Pole Placement,**" (In Portuguese) *Proceedings of XII Brazilian Automatic Control Conference – XII CBA*, vol. I, pp. 137-142, September 14-18, 1998 – Uberlândia, MG, Brazil.

KIMBARK, E. W. (1995). "**Power Systems Stability**", Volume III – Synchronous Machines, IEEE Press, New York.

KLEIN, M.; ROGERS, G. J. e KUNDUR, P. (1991). "**A Fundamental Study of Inter-area Oscillations in Power Systems**", *IEEE Transactions on Power Systems*, v.6, n.3, p.914-921, August.

KOCVARA, M.; STINGL, M. "**PENBMI User'a Guide,**" Univ. od Erlangen, Germany, 2002 (See www.penopt.com for a free developer version).

KUIAVA, R.; OLIVEIRA, R. V. DE; RAMOS, R. A.; and BRETAS, N. G. "**Simultaneous coordinated design of PSS and TCSC damping controller for power systems,**" in *Proc. of the IEEE Power and Energy Society General Meeting*, San Diego, USA, pp. 1-8, July 2006.

KUNDUR, P. (1994). **Power System Stability and Control**, McGraw-Hill.

KUNDUR, P.; KLEIN, M.; ROGERS, G. J.; ZYWNO, M.S. (1989). “**Application of Power System Stabilizers for Enhancement of Overall System Stability**”, IEEE Transactions on Power Systems, v.4, n.2, p.614-621, May.

LARSEN, E. V.; SWANN, D. A. (1981).“**Applying Power System Stabilizers**”, parts i, ii and iii, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, v.PAS-100, n.6,p.3017-3048, June.

LIU, Q.; VITTAL, V. and ELIA, N (2005). “**LMI pole placement based robust supplementary damping controller (SDC) for a thyristor controlled series capacitor (TCSC) device**”. In Proc. of the IEEE Power and Energy Society General Meeting, San Francisco, USA, Vol. 2, pp. 1381- 1386.

MARTINS N. and LIMA, L. T. G. "**Determination locations for power system stabilizers and static var compensators for damping electromechanical oscillations in large scale power systems,**" *IEEE Trans. on Power Systems*, vol. 5, no. 4, pp. 1455-1469, Nov. 1990.

MISHRA, Y.; MISHRA, S.; TRIPATHY, M.; SENROY, N. and DONG, Z. Y. "**Improving stability of a DFIG-based wind power system with tuned damping controller,**" *IEEE Trans. Energy Conversion*, vol. 24, no. 3, pp. 650-660, Sept. 2009

MONTICELLI, A. J. “**Fluxo de carga em Redes de energia elétrica**” São Paulo, 2009

NGUYEN, T. T. and GIANTO, R. "**Optimal design for control coordination of power system stabilisers and flexible alternating current transmission system devices with controller saturation limits,**" *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 4, no. 9, pp.1028-1043, September 2010.

LATHI, B. P. “**Sinais e Sistemas Lineares**”. 2ª Ed.,Porto Alegre, Editora Bookman, 2006.

OGATA, K. (1993). **Engenharia de Controle Moderno**. Printice Hall do Brasil, SãoPaulo.

OGATA, K. (2002). **Modern Control engineering**. Upper Saddle River, N.J. : Prentice Hall.

OLIVEIRA, R. V. de “**Projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência**” Tese de Doutorado. USP São Carlos, 2006.

OLIVEIRA, M. C. (1996). “**Algoritmos de pontos interiores e desigualdades matriciais lineares**”. Tese de Mestrado, FEEC-UNICAMP.

OLIVEIRA, R. V.; RAMOS, R. A.; BRETAS, N. G. “**A mixed procedure based on classical and modern control to design robust damping controllers,**” IEEE Trans on Power Syst, vol.22, n.3, pp.1231-1239, Aug. 2007.

OLIVEIRA, R. V.; RAMOS, R. A.; BRETAS, N. G. “**An algorithm for computerized automatic tuning of power system stabilizers,**” Control Engineering Practice, vol.18, n.1, pp. 45-54, Jan. 2010.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. Indicadores de desempenho do SIN. Disponível em http://www.ons.org.br/indicadores_desempenho/qualidade_operacao.aspx. Acesso em: 06 de abril de 2012.

PAGOLA, F. L.; PEREZ, I. J.; VERGHESE, G. C. “**On sensitivities, residues and participations: applications to oscillatory stability analysis and control**”, IEEE Transactions on Power Systems, vol. 4, no.1, pp. 278-285, February 1989.

RAMOS, R. A.; ALBERTO, L. F. C. e BRETAS, N. G. (2000). “**Modelagem de Máquinas Síncronas Aplicada ao Estudo de Estabilidade de Sistemas Elétricos de Potência**”, Publicações EESC, São Carlos.

RAMOS, R. A.; BRETAS, N. G.; ALBERTO, L. F. C. (2002). “**Damping Controller Design for Power Systems with Polytopic Representation for Operating Conditions**”, Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Winter Meeting – New York City, USA.

ROGERS, G. (2000). “**Power System Oscillations**”. NORWELL, MA: KLUWER.

SAEKS, R.; MURRAY, J. (1982). “**Fractional representation algebraic geometry and the simultaneous stabilization problem**”, IEEE Transactions on Automatic Control, vol.27, pp. 895–903, August.

SIMÕES, A. M., SAVELLI, D. C., PELLANDA, P. C., MARTINS, N. and APKARIAN, P. “**Robust design of a TCSC oscillation damping controller in a weak 500-kV interconnection considering multiple power flow scenarios and external disturbances**”. IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 24, No. 1, pp. 226-236, Feb 2009

YUE, M.; SCHLUETER, R. A. “ **μ -Synthesis Power System Stabilizer Design Using a Bifurcation Subsystem Based Methodology**,” IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18,no.4, pp. 1497-1506, November 2003.

APÊNDICE A

DADOS RELATIVOS AO SISTEMA TESTE 1 UTILIZADO NOS ESTUDOS

Esse apêndice apresenta os dados referentes ao sistema teste 1, assim como os controladores projetados a partir do emprego da metodologia proposta no trabalho. Os dados do sistema também são também apresentados em (KUNDUR, 1994). O sistema teste 1 apresenta duas áreas e é constituído por 11 barras e 4 geradores, como apresentado no diagrama unifilar da Figura 1A.

Este sistema teste possui características que são desejadas para análise da metodologia a ser empregada neste trabalho. Estas características referem-se à presença de modos de oscilação eletromecânicos locais e inter-área. Este sistema é clássico em trabalhos de estudo de estabilidade a pequenas perturbações.

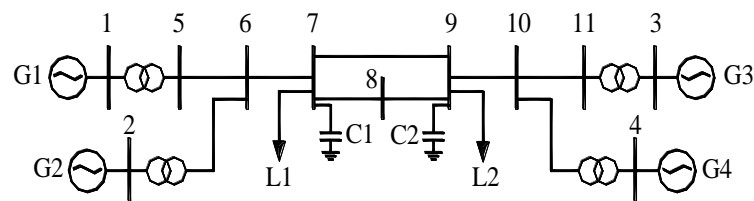


Figura 1A: Diagrama unifilar do sistema teste 1.

Os valores de resistências, reatâncias e susceptâncias *shunt* do sistema teste 1 são apresentados na Tabela 1B, onde todos os valores apresentados estão em p.u. nas bases do sistema de transmissão ($S_{base}=100$ MVA e $V_{base}=230$ kV).

Tabela 1A: Dados do sistema de transmissão do sistema teste 1.

Barra Origem	Barra Destino	Resistência [p.u.]	Reatância [p.u.]	Susceptância Shunt [p.u.]
1	5	0	0,017	0
2	6	0	0,017	0
3	11	0	0,017	0
4	10	0	0,017	0

5	6	0,0025	0,025	0,044
6	7	0,0010	0,010	0,018
7	8	0,0110	0,110	0,096
7	9	0,0220	0,220	0,192
8	9	0,0110	0,110	0,096
9	10	0,0010	0,010	0,018
10	11	0,0025	0,025	0,044

As condições de operação utilizadas nas análises lineares e não lineares foram determinadas por meio de estudos de fluxo de carga do sistema. Os dados referentes às condições de operação do caso base são apresentados na Tabela 2A.

Tabela 2A: Condição de operação referente ao caso base do sistema teste 1.

Barra	Carga Ativa [MW]	Carga Reativa [MVar]	[MW] Injetados	[MVar] Injetados	Tensão [p.u.]
1	0	0	700,00	186,01	1,030∠ 20,5°
2	0	0	700,00	237,00	1,010∠ 10,7°
3	0	0	719,46	176,25	1,030∠ -6,8°
4	0	0	700,00	202,45	1,010∠ -17,0°
5	0	0	0	0	1,006∠ 14,1°
6	0	0	0	0	0,977∠ 4,0°
7	967	-100	0	0	0,960∠ -4,4°
8	0	0	0	0	0,942∠ -18,4°
9	1767	-250	0	0	0,971∠ -32,2°
10	0	0	0	0	0,983∠ -23,7°
11	0	0	0	0	1,008∠ -13,4°

Os capacitores C1=-200 MVar e C2 =-350 MVar foram convertidos em impedâncias constantes, utilizando-se os valores do caso base, e foram mantidas para as outras condições de operação adotadas. Foram utilizadas mais duas condições de operação na construção do modelo politópico a partir de variações de +10% e -10% em todas as cargas da condição de operação referente ao caso base. Nas referidas variações, os fatores de potência das cargas foram mantidos constantes, e um redespacho de potência ativa, definido pela equação (1A), foi utilizado nos estudos de fluxo de carga.

$$\Delta P_{gi} = \frac{H_i}{\sum_{i=1}^n H_i} \Delta P_{total} \quad (1A)$$

Em (1A), n é o número de geradores do sistema, ΔP_{total} é a variação total da potência ativa nas cargas do sistema, ΔP_{gi} é a variação da potência ativa do gerador i , e H_i é a constante de inércia do gerador i .

As outras condições de operação não serão apresentadas, pois podem ser obtidas por meio do fluxo de carga do sistema, considerando as variações de carga mencionadas anteriormente. Nos estudos de fluxo de carga, a barra 3 foi tratada como barra *slack* e também realiza a compensação das perdas. Os parâmetros dos geradores, utilizados na modelagem do sistema são apresentados na Tabela 3A.

Tabela 3A: Parâmetros dos geradores do sistema teste 1.

Gerador	X_d [p.u.]	X_q [p.u.]	X'_d [p.u.]	τ'_{do} [s]	H [s]	D p.u.torque / p.u. vel.
1	1,8	1,7	0,3	8,0	6,5	1,05
2	1,8	1,7	0,3	8,0	6,5	1,05
3	1,8	1,7	0,3	8,0	6,175	1,05
4	1,8	1,7	0,3	8,0	6,175	1,05

Os parâmetros com valores em p.u. estão na base dos geradores ($S_{gbase}=900$ MVA e $V_{gbase}=20$ kV).

As análises realizadas no sistema teste 1 utilizaram diversos estabilizadores e seus parâmetros são apresentadas adiante. Os valores dos parâmetros do controlador inserido no gerador 3 antes do projeto do controlador por meio da metodologia proposta são apresentados na Tabela 4A.

Tabela 4A: Parâmetros do estabilizador inserido no sistema teste 1.

Gerador	T_w [s]	K_{pss}	T₁ = T₃ [s]	T₂ = T₄ [s]
1	10	17.5	0,20349	0,057

A função de transferência do controlador robusto gerado a partir da metodologia proposta é apresentada em (2A).

$$FG1(s) = 17,5 \frac{10s}{(1+10s)} \frac{(1+0,203s)}{(1+0,057s)} \frac{(1+0,203s)}{(1+0,057s)}. \quad (2A)$$

APÊNDICE B

DADOS RELATIVOS AO SISTEMA TESTE 2 UTILIZADO NOS ESTUDOS

Os dados do sistema teste 2 utilizado no trabalho são apresentados neste apêndice. Tal sistema teste é constituído por 68 barras e 16 geradores, e representa o sistema interligado *New England / New York*. A Figura 1B apresenta o diagrama unifilar do referido sistema, e seus dados completos também podem ser encontrados em (ROGERS, 2000).

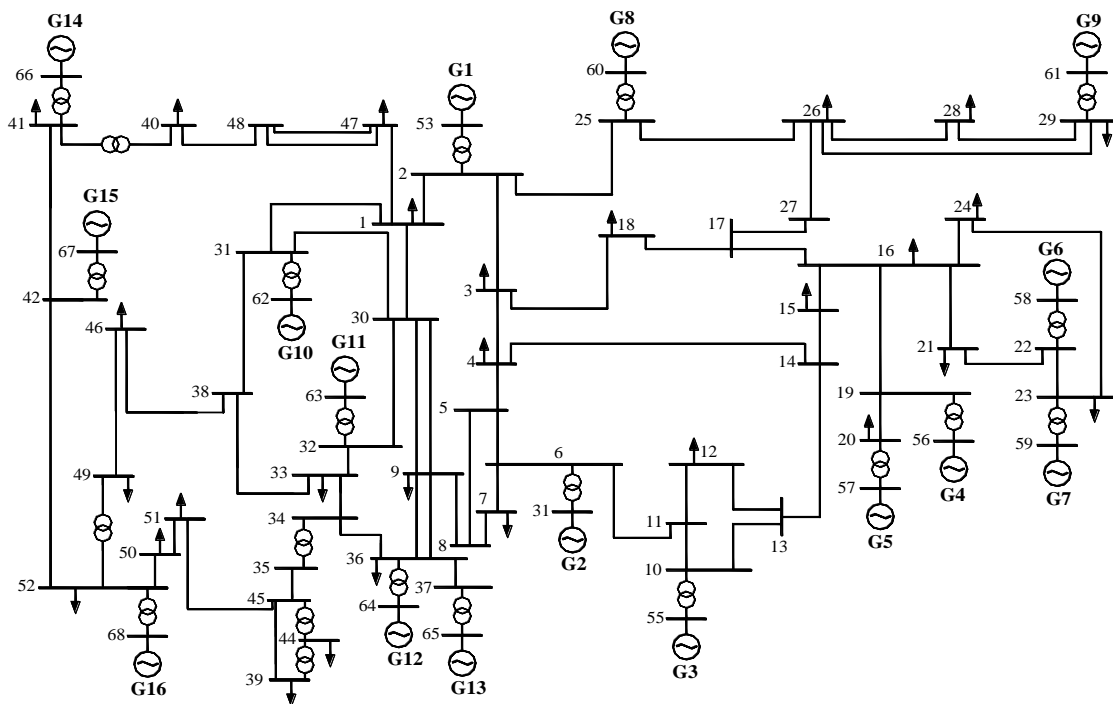


Figura 1B: Diagrama unifilar do sistema teste 2.

Os dados do sistema teste 2, referentes às resistências, reatâncias e susceptâncias *shunt*, são apresentados na Tabela 1B. Todos os valores estão em p.u. referidos nas bases $S_{base}=100$ MVA e $V_{base}=230$ kV.

Tabela 1B: Dados do sistema de transmissão do sistema teste 2.

Barra Origem	Barra Destino	Resistência [p.u.]	Reatância [p.u.]	Susceptância Shunt [p.u.]
1	2	0,0035	0,0411	0,6987

1	30	0,0008	0,0074	0,4800
2	3	0,0013	0,0151	0,2572
2	25	0,007	0,0086	0,1460
2	53	0	0,0181	0
3	4	0,0013	0,0213	0,2214
3	18	0,0011	0,0133	0,2138
4	5	0,0008	0,0128	0,1342
4	14	0,0008	0,0129	0,1382
5	6	0,0002	0,0026	0,0434
5	8	0,0008	0,0112	0,1476
6	7	0,0006	0,0092	0,1130
6	11	0,0007	0,0082	0,1389
6	54	0	0,025	0
7	8	0,0004	0,0046	0,0780
8	9	0,0023	0,0363	0,3804
9	30	0,0019	0,0183	0,2900
10	11	0,0004	0,0043	0,0729
10	13	0,0004	0,0043	0,0729
10	55	0	0,0200	0
12	11	0,0016	0,0435	0
12	13	0,0016	0,0435	0
13	14	0,0009	0,0101	0,1723
14	15	0,0018	0,0217	0,3660
15	16	0,0009	0,0094	0,1710
16	17	0,0007	0,0089	0,1342
16	19	0,0016	0,0195	0,3040
16	21	0,0008	0,0135	0,2548
16	24	0,0003	0,0059	0,0680
17	18	0,0007	0,0082	0,1319
17	27	0,0013	0,0173	0,3216
19	20	0,0007	0,0138	0
19	56	0,0007	0,0142	0
20	57	0,0009	0,0180	0
21	22	0,0008	0,0140	0,2565
22	23	0,0006	0,0096	0,1846
22	58	0	0,0143	0
23	24	0,0022	0,0350	0,3610
23	59	0,0005	0,0272	0
25	26	0,0032	0,0323	0,5310
25	60	0,0006	0,0232	0

26	27	0,0014	0,0147	0,2396
26	28	0,0043	0,0474	0,7802
26	29	0,0057	0,0625	1,0290
28	29	0,0014	0,0151	0,2490
29	61	0,0008	0,0156	0
9	30	0,0019	0,0183	0,2900
9	36	0,0022	0,0196	0,3400
9	36	0,0022	0,0196	0,3400
36	37	0,0005	0,0045	0,3200
34	36	0,0033	0,0111	1,4500
35	34	0,0001	0,0074	0
33	34	0,0011	0,0157	0,2020
32	33	0,0008	0,0099	0,1680
30	31	0,0013	0,0187	0,3330
30	32	0,0024	0,0288	0,4880
1	31	0,0016	0,0163	0,2500
31	38	0,0011	0,0147	0,2470
33	38	0,0036	0,0444	0,6930
38	46	0,0022	0,0284	0,4300
46	49	0,0018	0,0274	0,2700
1	47	0,0013	0,0188	1,3100
47	48	0,0025	0,0268	0,4000
47	48	0,0025	0,0268	0,4000
48	40	0,0020	0,0220	1,2800
35	45	0,0007	0,0175	1,3900
37	43	0,0005	0,0276	0
43	44	0,0001	0,0011	0
44	45	0,0025	0,0730	0
39	44	0	0,0411	0
39	45	0	0,0839	0
45	51	0,0004	0,0105	0,7200
50	52	0,0012	0,0288	2,0600
50	51	0,0009	0,0221	1,6200
49	52	0,0076	0,1141	1,1600
52	42	0,0040	0,0600	2,2500
42	41	0,0040	0,0600	2,2500
41	40	0,0060	0,0840	3,1500
31	62	0	0,0260	0
32	63	0	0,0130	0
36	64	0	0,0075	0

37	65	0	0,0033	0
41	66	0	0,0015	0
42	67	0	0,0015	0
52	68	0	0,0030	0
1	27	0,032	0,3200	0,4100

Analogamente ao que foi mencionado no apêndice anterior, as condições de operação utilizadas nos estudos foram determinadas pelo estudo de fluxo de carga do sistema. Os dados referentes às condições de operação do caso base são apresentados na Tabela 2C.

Tabela 2B: Condição de operação referente ao caso base do sistema teste 2.

Barra	Carga Ativa [MW]	Carga Reativa [MVar]	[MW] Injetados	[MVar] Injetados	Tensão [p.u.]
1	252,7	118,56	0	0	1,1268 ∠ 5,91°
2	0	0	0	0	1,0565 ∠ 7,99 °
3	322	2	0	0	1,034 ∠ 5,08°
4	500	184	0	0	0,993 ∠ 4,06°
5	0	0	0	0	0,987 ∠ 5,09°
6	0	0	0	0	0,985 ∠ 5,82°
7	234	84	0	0	0,982 ∠ 3,45°
8	522	177	0	0	0,984 ∠ 2,88°
9	104	125	0	0	1,057 ∠ 2,40°
10	0	0	0	0	0,988 ∠ 8,48°
11	0	0	0	0	0,986 ∠ 7,57°
12	9	88	0	0	0,968 ∠ 7,58°
13	0	0	0	0	0,989 ∠ 7,74°
14	0	0	0	0	0,997 ∠ 6,05°
15	320	153	0	0	1,007 ∠ 5,88°
16	329	32	0	0	1,024 ∠ 7,43°
17	0	0	0	0	1,039 ∠ 6,26°
18	158	30	0	0	1,037 ∠ 5,38°
19	0	0	0	0	1,003 ∠ 12,46°

20	680	103	0	0	0,993 ∠ 11,08°
21	274	115	0	0	1,024 ∠ 10,10°
22	0	0	0	0	1,038 ∠ 14,88°
23	248	85	0	0	1,038 ∠ 14,57°
24	309	-92	0	0	1,031 ∠ 7,60°
25	224	47	0	0	1,063 ∠ 9,33°
26	139	17	0	0	1,079 ∠ 7,73°
27	281	76	0	0	1,063 ∠ 5,93°
28	206	28	0	0	1,065 ∠ 10,80°
29	284	27	0	0	1,053 ∠ 13,46°
30	0	0	0	0	1,097 ∠ 5,52°
31	0	0	0	0	1,099 ∠ 7,81°
32	0	0	0	0	1,054 ∠ 10,31°
33	112	0	0	0	1,075 ∠ 6,80°
34	0	0	0	0	1,086 ∠ 2,04°
35	0	0	0	0	1,107 ∠ 1,97°
36	102	-19,46	0	0	1,033 ∠ -0,73°
37	6000	300	0	0	1,006 ∠ -6,71°
38	0	0	0	0	1,111 ∠ 7,69°
39	267	12,6	0	0	1,063 ∠ -7,86°
40	65,63	23,53	0	0	1,290 ∠ 11,82°
41	1000	250	0	0	1,008 ∠ 37,04°
42	1150	250	0	0	1,003 ∠ 32,20°
43	0	0	0	0	1,042 ∠ -7,28°
44	267,55	4,84	0	0	1,044 ∠ -7,31°
45	208	21	0	0	1,129 ∠ 1,81°
46	150,7	28,5	0	0	1,115 ∠ 8,18°
47	203,12	32,59	0	0	1,227 ∠ 6,33°
48	241,2	2,2	0	0	1,269 ∠ 7,65°
49	164	29	0	0	1,107 ∠ 10,62°
50	100	-147	0	0	1,127 ∠ 15,30°
51	337	-122	0	0	1,147 ∠ 5,02°
52	2470	123	0	0	1,014 ∠ 32,43°
53	0	0	250	-61,528	1,045 ∠ 10,34°

54	0	0	545	15,851	0,980∠ 13,92°
55	0	0	650	18,701	0,983∠ 16,17°
56	0	0	632	-42,481	0,997∠ 17,63°
57	0	0	505,2	95,058	1,011∠ 16,22°
58	0	0	700	116,65	1,050∠ 20,15°
59	0	0	560	125,48	1,063∠ 22,47°
60	0	0	540	-127,15	1,030∠ 15,94°
61	0	0	800	-177,13	1,025∠ 20,17°
62	0	0	500	-315,57	1,010∠ 14,54°
63	0	0	1000	-352,69	1,000∠ 17,39°
64	0	0	1350	-166,64	1,016∠ 4,80°
65	0	0	3605,9	360,77	1,011∠ 0°
66	0	0	1785	479,95	1,000∠ 38,57°
67	0	0	1000	-197,67	1,000∠ 33,06°
68	0	0	4000	-244,74	1,000∠ 39,23°

Nos estudos de fluxo de carga, a barra 65 foi tratada como barra slack e também realiza a compensação das perdas. Foram utilizadas mais duas condições de operação na construção dos sistemas vértices considerando-se variações de +10% e -10% nas cargas da condição de operação referente ao caso base. Nas referidas variações os fatores de potência das cargas foram mantidos constantes, e um redespacho de potência ativa, adotando os mesmos procedimentos apresentados no apêndice anterior.

Os parâmetros dos geradores utilizados na modelagem do sistema teste 2 são apresentados na Tabela 3C. Os parâmetros com valores em p.u. estão referidos nas bases $S_{base}=100$ MVA e $V_{base}=20$ kV.

Tabela 3B: Parâmetros dos geradores do sistema teste 2.

Gerador	X_d [p.u.]	X_q [p.u.]	X'_d [p.u.]	τ'_{do} [s]	H [s]	D
1	0,100	0,060	0,031	10,20	42,00	6,82
2	0,295	0,282	0,069	6,56	30,20	4,87
3	0,249	0,237	0,053	5,70	35,80	5,68

4	0,262	0,258	0,044	6,56	28,60	4,64
5	0,670	0,620	0,132	5,40	26,00	4,22
6	0,254	0,241	0,050	7,30	34,80	5,65
7	0,295	0,292	0,049	5,66	26,40	4,28
8	0,290	0,280	0,057	6,70	24,30	3,94
9	0,210	0,205	0,057	4,79	34,50	5,60
10	0,169	0,115	0,046	9,37	31,00	5,02
11	0,128	0,123	0,018	4,10	28,20	4,56
12	0,101	0,095	0,031	7,40	92,30	10,00
13	0,029	0,028	0,005	5,90	248,00	10,00
14	0,018	0,017	0,003	4,10	300,00	10,00
15	0,018	0,017	0,003	4,10	300,00	10,00
16	0,035	0,033	0,007	7,80	225,00	10,00

Os controladores de amortecimento incluídos nos geradores do sistema teste 2 são apresentados na sequência. Os parâmetros dos PSSs instalados nos sistema teste 2 antes do projeto dos controladores propostos são apresentados na tabela 4B.

Tabela 4B – Parâmetros dos PSSs inicialmente inseridos no sistema teste 2 antes do projeto dos controladores propostos.

Gerador	T_w (s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T_{11} e T_{12} (s)	T_{21} e T_{22} (s)
1	10	6,0	0,3183	0,1816
2	10	10,0	0,3150	0,1277
3	10	12,1	0,3065	0,1075
4	10	14,0	0,2204	0,1112
5	10	10,0	0,2910	0,1712
7	10	7,8	0,3010	0,1251
8	10	11,0	0,2000	0,0910
9	10	12,0	0,2910	0,1520
10	10	12,4	0,3065	0,1075
11	10	14,0	0,3614	0,1212
15	10	15,0	0,2420	0,1481
16	10	11,0	0,3411	0,1394

A tabela 5B apresenta os parâmetros do controlador projetado, a partir da metodologia de projeto proposta, para o gerador 12 do sistema teste 2.

Tabela 5B – PSS projetado para o gerador 12 do sistema teste 2.

Gerador	T_w(s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T₁₁ e T₁₂ (s)	T₂₁ e T₂₂ (s)
12	10	11,3	0,2534	0,0864

A tabela 6B apresenta os parâmetros dos controladores projetados, a partir da metodologia de projeto proposta, para os geradores 3 e 12 do sistema teste 2.

Tabela 6B – PSSs projetados para os geradores 3 e 12 do sistema teste 2.

Gerador	T_w(s)	K_{pss} (p.u./p.u.)	T₁₁ e T₁₂ (s)	T₂₁ e T₂₂ (s)
3	10	12,1	0,2857	0,0991
12	10	12,6	0,2638	0,0876