

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**

**GIOVANNI VENEZIANI ABBATEPAULO**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM DE FILMES  
BIOPOLIMÉRICOS À BASE DE AMIDO DE MILHO**

**CAMPO MOURÃO**

**2026**

**GIOVANNI VENEZIANI ABBATEPAULO**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM DE FILMES  
BIOPOLIMÉRICOS À BASE DE AMIDO DE MILHO**

**Modeling and Simulation of the Drying Kinetics of Corn Starch-Based  
Biopolymer Films**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia de Alimentos da  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR).

Orientadora: Prof. Dra. Angela Maria Gozzo

**CAMPO MOURÃO**

**2026**



Esta licença permite remixe, adaptação e criação a partir do trabalho, para fins não comerciais, desde que sejam atribuídos créditos ao(s) autor(es). Conteúdos elaborados por terceiros, citados e referenciados nesta obra não são cobertos pela licença.

**GIOVANNI VENEZIANI ABBATEPAULO**

**MODELAGEM E SIMULAÇÃO DO PROCESSO DE SECAGEM DE FILMES  
BIOPOLIMÉRICOS À BASE DE AMIDO DE MILHO**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação  
apresentado como requisito para obtenção do título de  
Bacharel em Engenharia de Alimentos da  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
(UTFPR).

Data de aprovação: 06/julho/2026

---

Angela Maria Gozzo  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

---

Roberta de Souza Leone  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

---

Bogdan Demczuk Júnior  
Doutorado  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR

**CAMPO MOURÃO**  
**2026**

Dedico este trabalho, à minha mãe, ao meu pai, aos meus avós e às minhas tias, aqueles que sempre me apoiaram em todas as minhas decisões e me influenciaram a seguir meus passos e estar aqui hoje.

## **AGRADECIMENTOS**

Este trabalho só foi possível ser realizado graças a todos os meus professores que me ajudaram a ver até onde eu sou capaz de chegar e enfrentar todas as minhas dificuldades e medo com sabedoria. Aos meus amigos, que me incentivaram a buscar meu conhecimento nesta área. Sou grato a minha orientadora, mesmo em tempos de pandemia com as aulas remotas, fez com que o trabalho fluísse da melhor maneira e nunca deixou de desistir do meu projeto, me dando inúmeras oportunidades para prosperar e sempre estando ao meu lado em todos os momentos difíceis que foram nos últimos anos.

## RESUMO

A crescente demanda por materiais biodegradáveis tem impulsionado o desenvolvimento de filmes biopoliméricos à base de amido, tornando fundamental a compreensão dos fenômenos envolvidos em sua secagem. Esta constitui uma das principais operações unitárias empregadas na produção de filmes biopoliméricos, influenciando diretamente suas propriedades físicas, mecânicas e funcionais. Nesse contexto, o presente trabalho teve como objetivo analisar a cinética de secagem convectiva de filmes biopoliméricos à base de amido de milho por meio de modelos matemáticos semiteóricos e fundamentados na Segunda Lei de Fick. Foram utilizados dados experimentais previamente obtidos pelo grupo de pesquisa para filmes produzidos a partir de soluções filmogênicas contendo amido de milho e sorbitol, submetidos à secagem em estufa com circulação de ar nas temperaturas de 50, 60, 70 e 80 °C. A modelagem matemática foi realizada com auxílio do software MATLAB R2024a, empregando os modelos semiteóricos de Newton, Page e Page Modificado, bem como um modelo fenomenológico baseado na Segunda Lei de Fick para geometria de placa plana. A qualidade dos ajustes foi avaliada por meio dos parâmetros estatísticos, sendo coeficiente de determinação ( $R^2$ ), raiz quadrada do erro médio (RQMR), erro médio absoluto (MAE) e soma dos erros quadráticos (SSE). Os resultados demonstraram que o aumento da temperatura reduziu significativamente o tempo de secagem e promoveu tendência de aumento da difusividade efetiva da umidade, variando de  $1,54 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  a  $4,47 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ . Entre os modelos avaliados, o modelo de Page apresentou o melhor desempenho na representação da cinética de secagem, com coeficientes de determinação superiores a 0,98. Os valores de difusividade efetiva situaram-se na ordem de  $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ , enquanto a energia de ativação determinada pela equação de Arrhenius foi de 29,35 kJ/mol. Os resultados obtidos indicam que a modelagem matemática empregada foi adequada para descrever o transporte de umidade durante a secagem, fornecendo parâmetros relevantes para a compreensão, simulação e otimização de processos envolvendo filmes biopoliméricos à base de amido.

Palavras-chave: filmes biopoliméricos; modelagem matemática; difusividade efetiva; segunda Lei de Fick.

## ABSTRACT

The growing demand for biodegradable materials has stimulated the development of starch-based biopolymeric films, making it essential to understand the phenomena involved in their drying process. Drying is one of the most important unit operations employed in the production of biopolymeric films, directly influencing their physical, mechanical, and functional properties. In this context, the present study aimed to analyze the convective drying kinetics of corn starch-based biopolymeric films using semi-theoretical mathematical models and models based on Fick's Second Law. Experimental data previously obtained by the research group were used for films produced from film-forming solutions containing corn starch and sorbitol, subjected to drying in a forced-air oven at temperatures of 50, 60, 70, and 80 °C. Mathematical modeling was performed using MATLAB R2024a software, employing the semi-theoretical Newton, Page, and Modified Page models, as well as a phenomenological model based on Fick's Second Law for a flat-plate geometry. The quality of fit was evaluated using the statistical parameters coefficient of determination ( $R^2$ ), root mean square error (RMSE), mean absolute error (MAE), and sum of squared errors (SSE). The results demonstrated that increasing the drying temperature significantly reduced the drying time and promoted an overall increase in the effective moisture diffusivity. Among the evaluated models, the Page model provided the best representation of the drying kinetics, with coefficients of determination higher than 0.98. The effective moisture diffusivity values were on the order of  $10^{-8}$  m<sup>2</sup>/s, while the activation energy determined from the Arrhenius equation was 29.35 kJ/mol. The results indicate that the proposed mathematical modeling approach was suitable for describing moisture transport during drying, providing relevant parameters for the understanding, simulation, and optimization of drying processes involving corn starch-based biopolymeric films.

**Keywords:** biopolymeric films; mathematical modeling; effective moisture diffusivity; Fick's second Law.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|                                                                 |    |
|-----------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Curvas ajustadas para modelos Semiempíricos .....    | 41 |
| Figura 2 - Ajuste e linearização da Equação de Fick .....       | 45 |
| Figura 3 - Ajuste linear de $\ln(\text{Deff}) \times 1/T$ ..... | 49 |

## **LISTA DE TABELAS**

|                                                                                                        |           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Tabela 1 - Dados experimentais da cinética de secagem realizada nos filmes biopoliméricos .....</b> | <b>36</b> |
| <b>Tabela 2 - Modelo Semiempíricos .....</b>                                                           | <b>38</b> |
| <b>Tabela 3 - Equações ajustadas dos modelos semiempíricos .....</b>                                   | <b>42</b> |
| <b>Tabela 4 - Análise estatística dos modelos semiempíricos.....</b>                                   | <b>42</b> |
| <b>Tabela 5 - Difusividade Efetiva encontrada a partir da equação de Fick.....</b>                     | <b>46</b> |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- D – Coeficiente de difusão ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $D_0$  – Fator pré-exponencial da equação de Arrhenius ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $D_{\text{eff}}$  – Difusividade efetiva da umidade ( $\text{m}^2/\text{s}$ )
- $E_a$  – Energia de ativação ( $\text{kJ/mol}$ )
- MAE – Mean Absolute Error (Erro Médio Absoluto)
- MATLAB – MATrix LABoratory
- MR – Moisture Ratio (Razão de Umidade)
- R – Constante universal dos gases ( $\text{J/mol}\cdot\text{K}$ )
- $R^2$  – Coeficiente de determinação
- RQMR – Raiz Quadrada do Erro Médio
- SSE – Sum of Squared Errors (Soma dos Erros Quadráticos)
- T – Temperatura absoluta (K)
- t – Tempo de secagem
- $\chi^2$  – Qui-quadrado
- ln – Logaritmo natural (logaritmo neperiano)
- exp – Função exponencial
- Fo – Número de Fourier
- k – Constante de secagem dos modelos semiempíricos
- L – Semi-espessura característica do filme (m)
- M – Teor de umidade no tempo t
- $M_0$  – Teor de umidade inicial
- $M_e$  – Teor de umidade de equilíbrio
- n – Expoente empírico do modelo de Page
- RMSE – Root Mean Square Error (Raiz do Erro Quadrático Médio)

## SUMÁRIO

|            |                                                                                                             |           |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b>   | <b>INTRODUÇÃO .....</b>                                                                                     | <b>12</b> |
| <b>2</b>   | <b>OBJETIVOS .....</b>                                                                                      | <b>16</b> |
| <b>2.1</b> | <b>Objetivo Geral .....</b>                                                                                 | <b>16</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Objetivos Específicos .....</b>                                                                          | <b>16</b> |
| <b>3</b>   | <b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>                                                                          | <b>17</b> |
| <b>3.1</b> | <b>Fundamentos da secagem de materiais biológicos e poliméricos ..</b>                                      | <b>17</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Métodos e Técnicas de Secagem.....</b>                                                                   | <b>18</b> |
| <b>3.3</b> | <b>Biopolímeros em Sistemas Coloidais e Aplicações Tecnológicas ..</b>                                      | <b>19</b> |
| <b>3.4</b> | <b>Fenômenos de Transferência Envolvidos na Secagem.....</b>                                                | <b>21</b> |
| <b>3.5</b> | <b>Modelos Matemáticos Aplicados à Cinética de Secagem .....</b>                                            | <b>22</b> |
| 3.5.1      | Modelos Fickianos e Não Fickianos .....                                                                     | 22        |
| 3.5.2      | Modelos Baseados na Segunda Lei de Fick .....                                                               | 23        |
| <b>3.6</b> | <b>Modelagem e Simulação Por Modelo Fickiano .....</b>                                                      | <b>25</b> |
| 3.6.1      | Modelos Semiempíricos (Semiteóricos) .....                                                                  | 27        |
| <b>3.7</b> | <b>Estudos Relacionados à Modelagem da Cinética de Secagem.....</b>                                         | <b>30</b> |
| <b>4</b>   | <b>METODOLOGIA .....</b>                                                                                    | <b>34</b> |
| <b>4.1</b> | <b>Materiais e Equipamentos .....</b>                                                                       | <b>34</b> |
| <b>4.2</b> | <b>Preparo da Solução Filmogênica e dos filmes biodegradáveis .....</b>                                     | <b>34</b> |
| <b>4.3</b> | <b>Curvas de Cinética de Secagem .....</b>                                                                  | <b>35</b> |
| <b>4.4</b> | <b>Modelagem Fickiana da Secagem.....</b>                                                                   | <b>37</b> |
| <b>4.5</b> | <b>Determinação da Energia de Ativação .....</b>                                                            | <b>37</b> |
| <b>4.6</b> | <b>Ajuste dos Modelos Semiempíricos .....</b>                                                               | <b>38</b> |
| <b>4.7</b> | <b>Avaliação Estatística dos Modelos .....</b>                                                              | <b>38</b> |
| <b>4.8</b> | <b>Softwares Utilizados .....</b>                                                                           | <b>39</b> |
| <b>5</b>   | <b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>                                                                         | <b>40</b> |
| <b>5.1</b> | <b>Cinética de Secagem e Ajuste de Modelos Matemáticos .....</b>                                            | <b>40</b> |
| <b>5.2</b> | <b>Ajuste para Lei de Fick e Difusividade Efetiva da Umidade .....</b>                                      | <b>44</b> |
| <b>5.3</b> | <b>Energia de Ativação do Processo de Difusão .....</b>                                                     | <b>48</b> |
| <b>6</b>   | <b>CONCLUSÃO .....</b>                                                                                      | <b>51</b> |
|            | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                                                                                     | <b>53</b> |
|            | <b>APÊNDICE A - Modelagem matemática aplicada à secagem convectiva com base na Segunda Lei de Fick.....</b> | <b>58</b> |

|                                                                                             |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>APÊNDICE B – Código para ajuste da curva para modelos<br/>semiempíricos a 50°C .....</b> | <b>65</b> |
| <b>APÊNDICE C – Código utilizado encontrar Energia de Ativação .....</b>                    | <b>72</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

A operação de secagem é amplamente utilizada em diversos setores industriais, incluindo alimentos, produtos farmacêuticos, biopolímeros, biomateriais, produtos agrícolas e químicos, desempenhando papel fundamental na conservação, estabilidade e qualidade dos produtos. A redução do teor de água limita o crescimento e a multiplicação de microrganismos deteriorantes e reduz a atividade de enzimas responsáveis por alterações químicas indesejáveis, contribuindo para o aumento da vida útil. Além disso, as condições de secagem influenciam diretamente características físicas, químicas, nutricionais, funcionais e sensoriais dos materiais, afetando propriedades como textura, cor, estabilidade, capacidade de reidratação, atividade biológica, resistência mecânica e desempenho tecnológico. Dessa forma, a secagem é considerada uma das operações unitárias mais importantes para a obtenção de produtos com qualidade adequada e estabilidade durante o armazenamento e a comercialização (Geankopolis, 1993).

Há diferentes métodos para fornecer energia térmica aos materiais durante a secagem, originando técnicas como secagem por convecção, condução, radiação, aquecimento dielétrico, liofilização, entre outras. Dentre essas, a secagem por convecção destaca-se como uma das mais utilizadas na indústria. Nesse processo, o calor é transferido ao material por meio de um fluido aquecido, geralmente ar, que escoa sobre ou através do produto, promovendo simultaneamente a evaporação da água e a remoção da umidade para o ambiente externo. Além de apresentar relativa simplicidade operacional, a secagem convectiva permite o controle de variáveis importantes, como temperatura, velocidade e umidade do ar de secagem, contribuindo para a eficiência energética do processo e para a obtenção de produtos com características adequadas de qualidade (Cremasco, 2015).

Dentre os diversos materiais submetidos à operação de secagem, destacam-se os biopolímeros e seus derivados, especialmente os filmes biopoliméricos utilizados em aplicações alimentícias, devido à sua relevância tecnológica e ao potencial de substituição de materiais convencionais de origem petroquímica. Assim, compreender a influência das operações unitárias sobre esses biomateriais torna-se fundamental para o desenvolvimento e a otimização de suas propriedades físicas, mecânicas e funcionais (Fakhouri *et al.*, 2015). No entanto, apesar do crescente interesse por esses materiais, ainda são relativamente escassos os estudos voltados

à otimização das condições de secagem e à avaliação de seus efeitos sobre a estabilidade e o desempenho dos produtos obtidos, especialmente no caso de filmes biodegradáveis produzidos a partir de matrizes biopoliméricas. Nessas estruturas, o processo de secagem exerce influência direta sobre as propriedades físicas, mecânicas e funcionais, tornando fundamental a compreensão dos mecanismos envolvidos na remoção de umidade e na formação da estrutura final do material (Farias *et al.*, 2016).

Entre os diversos materiais utilizados na produção de filmes biodegradáveis, o amido de milho destaca-se por sua ampla disponibilidade, baixo custo, origem renovável e elevada biodegradabilidade. Além disso, apresenta excelente capacidade filmogênica, o que favorece sua aplicação no desenvolvimento de embalagens sustentáveis e de outros materiais de interesse tecnológico. Entretanto, a natureza hidrofílica do amido confere elevada afinidade com a água, tornando os processos de secagem e armazenamento etapas determinantes para a qualidade final dos filmes. Assim, as condições empregadas durante a remoção de umidade podem influenciar significativamente propriedades como resistência mecânica, flexibilidade, estabilidade dimensional, permeabilidade e integridade estrutural do material, evidenciando a necessidade de estudos que permitam compreender e otimizar o comportamento desses sistemas durante a secagem (Gomes, 2014).

Durante o processo de secagem, diversos materiais poliméricos e biopoliméricos podem apresentar limitações tecnológicas que afetam diretamente sua qualidade final e desempenho funcional. Entre os principais desafios destaca-se a elevada sensibilidade à água, característica comum em materiais à base de amido, cuja estrutura hidrofílica favorece a absorção e perda de umidade em função das condições ambientais (Dacanal, 2017). Durante a remoção de água, a redução do volume ocupado por estas moléculas no interior da matriz pode provocar retração do material, resultando em alterações dimensionais indesejáveis.

Além disso, quando a secagem ocorre de forma não uniforme, podem ser formados gradientes de umidade entre a superfície e o interior do produto, gerando tensões mecânicas internas. Essas tensões podem ocasionar a formação de fissuras, trincas e deformações, comprometendo a integridade estrutural, a aparência visual e as propriedades mecânicas do material. Em situações mais severas, a perda de umidade pode ainda provocar alterações estruturais na rede polimérica, modificando

propriedades como flexibilidade, resistência mecânica, permeabilidade e estabilidade durante o armazenamento (Sanfelice *et al.*, 2022).

Dessa forma, o conhecimento dos mecanismos de transferência de massa envolvidos na secagem e a correta escolha das condições operacionais tornam-se fundamentais para minimizar defeitos, garantir a qualidade do produto final e otimizar o processo industrial. Assim, a descrição matemática do transporte de umidade torna-se essencial para compreender a cinética de secagem e prever o comportamento dos materiais submetidos a diferentes condições operacionais.

Os processos de secagem obedecem aos princípios de transferência de massa, em que há o transporte de água de regiões com maiores concentrações para regiões com concentrações menores; esse princípio é conhecido como difusão. Quando a taxa transportada é proporcional ao gradiente da concentração da espécie estudada, dizemos que essa difusão é definida pela “Primeira Lei de Fick da Difusão”. Já a “Segunda Lei de Fick” descreve o gradiente cuja concentração não é constante, ocorrendo acúmulo da espécie difundida no volume considerado; isso acontece devido à diferença no fluxo de entrada e saída do volume de controle (Cremasco, 2015).

Na literatura, são propostos diferentes mecanismos, métodos e modelos para descrever a secagem. A maioria dos estudos teóricos utiliza modelos de difusão baseados nas leis de Fick, nos quais a taxa de transporte através de uma unidade de área é proporcional ao gradiente de concentração, assumindo-se frequentemente que o coeficiente de difusão ( $D$ ) permanece constante. Nos sistemas classificados como Fickianos, a taxa de difusão é significativamente menor que a taxa de relaxação da cadeia polimérica. Em contrapartida, nos sistemas não-Fickianos a água não apenas se desloca no interior do material, mas também modifica sua estrutura, fazendo com que os mecanismos de transporte não sejam descritos adequadamente apenas pelas Leis de Fick (Kee; Liu; Hinestroza, 2005).

A compreensão desses fenômenos, bem como a escolha adequada dos modelos matemáticos e das condições de contorno, é fator fundamental para a correta representação e otimização do processo de secagem. Além dos modelos que seguem a segunda lei de Fick, há os modelos semiempíricos (semitéóricos), sendo os mais utilizados o modelo de Newton, de Page, de Page adaptado, aproximação da difusão, dois termos e logarítmico (Akpınar; Bicer; Yildiz, 2003; Bastiani, 2019; Ferreira *et al.*, 2012). Estes modelos se baseiam, em geral, na Lei de Newton do resfriamento

aplicada à transferência de massa, supondo que as condições de fluxo sejam isotérmicas e que a resistência à transferência de massa se restrinja apenas à superfície do produto, esta talvez seja uma desvantagem em relação ao uso dos modelos baseados na segunda lei de Fick (Brooker; Arkema; Hall, 1992).

O dimensionamento e a construção de um processo industrial apresentam diferentes tecnologias e decisões de operação, otimizar é realizar a melhor escolha entre as opções disponíveis para o processo avaliado. Para alcançar as alternativas adequadas, é possível contar com auxílio computacional e assim encontrar os melhores valores para as variáveis manipuláveis do processo e também as melhores geometrias para as superfícies. A otimização tem como objetivo determinar a solução ótima para o sistema, contribuindo com a qualidade operacional e economia de energia, tempo e material (Erdogdu, 2009).

O comportamento da difusão de muitos polímeros não pode ser descrito adequadamente pelas leis de Fick com condições de contorno constantes, especialmente quando a água, a umidade ou outro solvente absorvido provoca intenso inchaço da matriz polimérica. Nessas situações, além do transporte de massa causado pelo gradiente de concentração, ocorrem alterações estruturais no material, como expansão da matriz e aumento da mobilidade das cadeias poliméricas, fazendo com que o processo apresente comportamento anômalo ou não-Fickiano (Crank, 1975). Por este motivo, torna-se necessário o estudo de diferentes modelos, dentre eles os semiempíricos (semi-teóricos) e os que seguem a segunda lei da termodinâmica.

Além da escolha adequada do modelo matemático, a definição correta das condições de contorno é fundamental para a representação do transporte de umidade durante a secagem. A adoção de condições inadequadas pode levar à formação de gradientes internos de umidade, tensões mecânicas, retrações diferenciais, deformações e outros defeitos estruturais que afetam a qualidade e a estabilidade dos filmes biopoliméricos (Moraes *et al.*, 2014).

Assim, este trabalho tem como objetivo modelar e simular o processo de secagem de filmes biopoliméricos à base de amido de milho, utilizando dados experimentais e modelos matemáticos semiteóricos e fundamentados na Segunda Lei de Fick, com o propósito de avaliar a capacidade dessas abordagens de descrever a cinética de secagem, estimar parâmetros de transferência de massa e analisar a influência das condições de contorno no transporte de umidade ao longo do processo.

## **2 OBJETIVOS**

### **2.1 Objetivo Geral**

Analisar a cinética de secagem convectiva de filmes biopoliméricos à base de amido de milho por meio de modelagem matemática, utilizando modelos semi-teóricos e fundamentados na Segunda Lei de Fick, visando descrever o transporte de umidade e estimar parâmetros de transferência de massa.

### **2.2 Objetivos Específicos**

- Analisar dados experimentais de variação de umidade de filmes biodegradáveis, obtidos anteriormente pelo grupo de pesquisa, visando a determinação da cinética de secagem e sua posterior aplicação na modelagem matemática do processo;
- Modelar matematicamente a cinética de secagem, utilizando modelos semiteóricos (de Newton, Page e Page adaptado) por meio de um programa computacional desenvolvido em MATLAB R2024a.
- Predizer valores de difusividade efetiva e a energia de ativação durante o processo de secagem, avaliando a capacidade descritiva dos modelos matemáticos;
- Aplicar um modelo fenomenológico fundamentado na Segunda Lei de Fick para descrever a secagem convectiva de filmes biopoliméricos, representando os fenômenos de transferência de massa associados à remoção de umidade.

### **3 REVISÃO DE LITERATURA**

A secagem de materiais biológicos e poliméricos envolve fenômenos complexos de transferência de calor e massa, constituindo um processo amplamente utilizado para aumentar a estabilidade, a conservação e a viabilidade tecnológica de diferentes produtos e materiais. Neste projeto, são abordados os principais fundamentos relacionados ao processo de secagem de materiais biológicos e poliméricos, contemplando os métodos e técnicas de secagem, os fenômenos de transferência de calor e massa envolvidos, as características dos biopolímeros e os principais modelos matemáticos aplicados à cinética de secagem. Adicionalmente, são apresentados estudos da literatura relacionados à modelagem matemática e à determinação de parâmetros de transporte em diferentes materiais submetidos ao processo de secagem.

#### **3.1 Fundamentos da secagem de materiais biológicos e poliméricos**

A secagem de sólidos é uma das operações unitárias mais antigas e amplamente utilizadas em diferentes setores industriais, como os segmentos agrícola, cerâmico, químico, alimentício e farmacêutico. Apesar de sua extensa aplicação, trata-se de um processo complexo, cuja compreensão ainda apresenta desafios, principalmente em razão das dificuldades relacionadas à modelagem matemática dos fenômenos simultâneos e multifásicos de transferência de calor, massa e momento em meios sólidos. Dessa forma, a secagem envolve não apenas fundamentos científicos e tecnológicos, mas também conhecimentos empíricos acumulados ao longo do tempo por meio da experimentação e da experiência operacional. O aumento das pesquisas nessa área, especialmente após a crise energética da década de 1970, impulsionou avanços voltados à conservação de energia, ao aumento da produtividade, à melhoria da qualidade dos produtos, ao aprimoramento do controle de qualidade, ao desenvolvimento de novos processos e produtos e à busca por operações mais seguras e ambientalmente sustentáveis (Mujumdar, 2006).

A secagem consiste na remoção de água ou de outros líquidos presentes em materiais sólidos, sendo amplamente empregada em diferentes indústrias com o objetivo de reduzir o teor de umidade dos produtos antes do armazenamento, embalagem ou utilização final. De modo geral, o processo ocorre por meio da evaporação da água, que é convertida em vapor e removida pelo ar de secagem. Esse

processo difere da evaporação convencional, na qual grandes volumes de água são removidos no ponto de ebulição. A principal finalidade da secagem é aumentar a estabilidade, a conservação e a facilidade de manuseio dos produtos, como alimentos, carvão, sal, corantes e produtos farmacêuticos. Em alimentos e materiais biológicos, a secagem atua como uma importante técnica de preservação, uma vez que a redução da atividade de água inibe a proliferação de microrganismos e a ação de enzimas responsáveis pela deterioração (EMBRAPA, 2010). Para garantir a qualidade e a segurança dos produtos, frequentemente é necessário reduzir o teor de umidade para valores inferiores a 5%, permitindo o armazenamento por longos períodos sem comprometer significativamente o sabor e o valor nutricional (Geankopolis, 1993).

A secagem de biopolímeros representa uma etapa fundamental no desenvolvimento de filmes biodegradáveis, uma vez que influencia diretamente as propriedades finais do material, como espessura, resistência mecânica, solubilidade, opacidade e permeabilidade ao vapor de água (Fakhouri, 2015).

### **3.2 Métodos e Técnicas de Secagem**

Os métodos de secagem de alimentos podem ser classificados, principalmente, em secagem por convecção, condução, radiação, liofilização e secagem dielétrica. A secagem por convecção ocorre por meio da transferência de calor realizada por um fluido, geralmente ar quente, sendo amplamente empregada devido à sua simplicidade operacional e à boa relação custo-benefício. A secagem por condução ocorre pelo contato direto do material com uma superfície aquecida, sendo eficiente para materiais viscosos (Fellows, 2000). Já a secagem por radiação utiliza energia eletromagnética para promover aquecimento rápido do material. A liofilização consiste em um processo de congelamento seguido da sublimação da água sob condições de vácuo, destacando-se pela elevada preservação da qualidade do produto, embora apresente alto custo operacional. Por fim, a secagem dielétrica emprega campos eletromagnéticos para promover aquecimento volumétrico, reduzindo o tempo de secagem e minimizando danos térmicos. A escolha do método mais adequado depende das características do alimento e dos objetivos específicos do processo (Mujumdar, 2006).

A secagem por convecção é a mais utilizada na elaboração de filmes biodegradáveis e caracteriza-se pela simplicidade, baixo custo e facilidade de escalonamento industrial. Entretanto, sua eficiência energética é relativamente

limitada e o processo pode ocasionar degradação térmica do produto (Mujumdar, 2006).

De acordo com Fakhouri *et al.* (2015), durante a secagem ocorre a evaporação da água presente nas soluções filmogênicas, possibilitando a reorganização das cadeias poliméricas de amido e gelatina em uma matriz sólida e contínua. Esse rearranjo estrutural é responsável pela formação de filmes com propriedades adequadas para aplicação como revestimentos comestíveis em alimentos.

### **3.3 Biopolímeros em Sistemas Coloidais e Aplicações Tecnológicas**

Embora os termos biopolímeros e bioplásticos sejam frequentemente utilizados como sinônimos, eles representam conceitos distintos. Os biopolímeros correspondem a macromoléculas obtidas a partir de fontes naturais ou renováveis, enquanto os bioplásticos são materiais plásticos produzidos a partir desses biopolímeros. Dentro dessa classificação, os biopolímeros podem incluir materiais biodegradáveis ou de origem biológica. Além disso, podem ser classificados quanto ao comportamento térmico, sendo divididos em termoplásticos, termofixos ou elastômeros; quanto à composição, podendo formar blendas, compósitos ou laminados; e quanto à sua estrutura molecular (Ruso, 2016).

O celofane, obtido a partir do xantato de celulose, foi um dos primeiros filmes plásticos biodegradáveis utilizados comercialmente, destacando-se por sua flexibilidade e transparência, embora apresentasse elevada sensibilidade à umidade. Com a introdução dos polímeros sintéticos no setor de embalagens, por volta da década de 1950, a utilização do celofane foi significativamente reduzida. Na década de 1970, iniciaram-se estudos voltados à incorporação de amido em plásticos sintéticos, resultando no desenvolvimento de materiais biofragmentáveis. Posteriormente, a partir da década de 1990, as pesquisas passaram a concentrar-se no desenvolvimento de termoplásticos à base de amido associados a plastificantes, visando melhorar suas propriedades mecânicas e ampliar suas possibilidades de aplicação (Mali, Grossmann e Yamashita, 2010).

O amido, composto principalmente por amilose e amilopectina, é amplamente empregado na produção de filmes biopoliméricos, sendo a gelatinização promovida pela amilopectina um fator essencial para sua aplicação tecnológica. Estudos também destacam a utilização de outros materiais naturais, como gelatina e quitosana, combinados com óleos essenciais de orégano e alecrim, resultando em filmes com

boa manejabilidade, resistência à tração e capacidade de alongação. A incorporação de extratos naturais, como erva-mate e carotenoides, pode conferir aos filmes biopoliméricos propriedades antioxidantes e antimicrobianas. Além disso, embalagens biodegradáveis produzidas com diferentes concentrações de amido de mandioca, fibra de coco verde e biocompósitos vegetais demonstram potencial para substituir materiais convencionais, conciliando sustentabilidade e funcionalidade (Sousa, 2021).

Os filmes biopoliméricos são frequentemente produzidos pelo método de casting, no qual uma solução filmogênica é preparada pela dispersão ou solubilização dos biopolímeros em meio aquoso, seguida de sua distribuição sobre uma superfície plana para posterior secagem. Durante esse processo ocorre a evaporação gradual da água presente na solução, promovendo a aproximação e a reorganização das cadeias poliméricas. À medida que a umidade é removida, as interações intermoleculares tornam-se mais intensas, favorecendo a formação de uma matriz sólida, contínua e coesa, responsável pelas propriedades mecânicas, ópticas e de barreira do filme obtido. Dessa forma, a etapa de secagem desempenha papel fundamental na qualidade final dos filmes biodegradáveis, influenciando diretamente sua estrutura e funcionalidade (Silva *et al.*, 2017; Monte, 2016).

As condições operacionais empregadas durante a secagem, como temperatura, velocidade do ar e umidade relativa, exercem influência significativa sobre a cinética de remoção de água e sobre as características finais dos filmes. Condições inadequadas podem provocar gradientes internos de umidade, ocasionando tensões mecânicas capazes de resultar em encolhimento, deformações, fissuras e até mesmo separação de fases na matriz polimérica. Esses fenômenos comprometem a uniformidade estrutural e as propriedades tecnológicas do material, reduzindo seu potencial de aplicação. Nesse contexto, a modelagem matemática do processo de secagem constitui uma importante ferramenta para a previsão do tempo de secagem, determinação da difusividade efetiva da umidade e avaliação da influência das variáveis operacionais, contribuindo para a otimização do processo e para a redução de defeitos durante a formação dos filmes biopoliméricos (Silva *et al.*, 2017; Monte, 2016).

Estudos relacionados à secagem de filmes de quitosana e de esferas de alginato contribuem significativamente para a compreensão dos fenômenos envolvidos na secagem de biopolímeros, abordando aspectos cinéticos,

termodinâmicos e estruturais que influenciam diretamente a qualidade final dos materiais produzidos (Bastiani, 2019; Monte, 2016).

No processamento industrial do amido, a secagem é geralmente realizada por meio de ar quente, sendo que a utilização de temperaturas elevadas contribui para o aumento da produtividade do processo. Entretanto, temperaturas excessivas podem comprometer a qualidade do produto final, exigindo um equilíbrio adequado entre rendimento, custo operacional e qualidade do material produzido, o que representa um importante desafio industrial. Além disso, durante a secagem ou em aplicações térmicas subsequentes, o amido pode sofrer retrogradação, processo caracterizado pela reorganização molecular das cadeias poliméricas, resultando em alterações de viscosidade e textura que podem comprometer sua consistência em aplicações industriais. Outro fator limitante refere-se ao elevado consumo energético associado à gelatinização, uma vez que essa etapa demanda grandes quantidades de energia térmica, especialmente quando o amido apresenta maior grau de cristalinidade (Ellis, 1998).

### **3.4 Fenômenos de Transferência Envolvidos na Secagem**

A compreensão dos mecanismos envolvidos na secagem requer o entendimento dos fenômenos de transferência de calor e massa que governam o processo.

A transferência de massa está presente em diversas operações unitárias, como destilação, absorção, secagem, extração líquido-líquido, adsorção e processos envolvendo membranas. Esse fenômeno ocorre quando há movimentação de massa entre fases distintas ou ao longo de uma única fase. Os mecanismos básicos envolvidos são semelhantes, independentemente de a fase considerada ser gasosa, líquida ou sólida. De maneira análoga, a transferência de calor por condução segue a Lei de Fourier em gases, líquidos e sólidos. A difusão molecular, também denominada transporte molecular, refere-se ao movimento individual das moléculas em um fluido em decorrência de seus deslocamentos aleatórios. Esse processo ocorre à medida que as moléculas se movimentam em linha reta até colidirem com outras moléculas, alterando continuamente suas trajetórias (Geankoplis, 1993).

A Primeira Lei de Fick estabelece que o transporte de matéria ocorre no sentido de regiões de maior concentração para regiões de menor concentração da substância. Tanto essa lei quanto a Lei de Fourier são classificadas como leis fenomenológicas,

pois relacionam forças motrizes associadas a gradientes, como os de concentração e temperatura. Dessa forma, para que exista fluxo de massa ou calor, é necessário que haja diferenças de concentração ou temperatura, uma vez que todo fenômeno de transporte resulta de algum tipo de desequilíbrio no sistema (Cremasco, 2019).

Outra importante contribuição de Fick foi a aplicação do princípio da conservação da matéria, em analogia ao tratamento realizado por Fourier para a conservação da energia. A partir desse princípio, foi proposta uma equação diferencial parcial, linear e de segunda ordem, destinada a descrever a distribuição da concentração de um soluto em função do tempo e do espaço. Essa equação passou a ser conhecida como Segunda Lei de Fick e permite representar diversos fenômenos relacionados à transferência de massa, como processos de adsorção física (Cremasco, 2019).

As condições de contorno e a geometria do material analisado apresentam características específicas que influenciam a difusão da umidade presente no sistema. As principais geometrias estudadas em processos de difusão são a placa plana, o cilindro e a esfera. Além disso, variáveis como temperatura, espessura do material e velocidade do fluxo de ar exercem influência significativa sobre o processo de transferência de massa durante a secagem (Crank, 1975).

### **3.5 Modelos Matemáticos Aplicados à Cinética de Secagem**

A modelagem matemática da cinética de secagem constitui uma ferramenta fundamental para descrever o comportamento da transferência de massa durante o processo, permitindo prever a remoção de umidade, estimar parâmetros de transporte e compreender os mecanismos físicos envolvidos na difusão da água em diferentes materiais. Nesse contexto, os itens a seguir apresentam os fundamentos dos modelos fickianos e não fickianos, das abordagens baseadas na Segunda Lei de Fick e dos modelos semiempíricos aplicados à modelagem de processos de secagem.

#### **3.5.1 Modelos Fickianos e Não Fickianos**

Os fenômenos de transferência de massa em materiais poliméricos podem apresentar comportamento fickiano ou não fickiano. No transporte fickiano, a difusão constitui o mecanismo predominante de movimentação da umidade, sendo adequadamente descrita pelas Leis de Fick. Nessa condição, o coeficiente de difusão

é frequentemente considerado constante e independente da concentração do soluto, como ocorre em diversos sistemas sob condições termodinâmicas ideais. Além disso, a taxa de relaxação da matriz polimérica é significativamente superior à taxa de difusão da umidade, permitindo que a estrutura do material se adapte rapidamente às alterações de concentração, sem influenciar de forma significativa o mecanismo de transporte de massa (Cremasco, 2019; Kee; Liu; Hinestroza, 2005).

Por outro lado, o comportamento não-fickiano é observado quando os fenômenos de difusão e de relaxação da matriz polimérica apresentam magnitudes comparáveis. Nessas situações, o coeficiente de difusão pode variar em função da concentração de umidade e das alterações estruturais do material, tornando a descrição matemática do processo mais complexa. Além do gradiente de concentração, fenômenos como inchamento, retração, reorganização das cadeias poliméricas e outras modificações estruturais passam a influenciar significativamente o transporte de massa. Como consequência, modelos fundamentados exclusivamente nas Leis de Fick podem não representar adequadamente o comportamento experimental observado, sendo necessária a utilização de abordagens matemáticas mais elaboradas para descrever o processo de difusão em materiais poliméricos (Cremasco, 2019; Kee; Liu; Hinestroza, 2005; Crank, 1975).

### 3.5.2 Modelos Baseados na Segunda Lei de Fick

A equação diferencial da difusão em uma placa plana, considerando variação unidimensional na direção  $x$ , assume que a concentração  $C$  do soluto depende exclusivamente do tempo  $t$  e da posição  $x$ . Essa condição é expressa pela Equação 1, na qual  $D$  representa o coeficiente de difusão, considerado constante ao longo do sistema. A validade desse modelo restringe-se a placas planas ou a sistemas em que a difusão ocorre predominantemente em uma única direção espacial. Quando as condições do sistema não são unidimensionais, a equação pode ser expandida para incluir derivadas parciais em relação às coordenadas  $y$  e  $z$ , compondo, assim, o operador Laplaciano em coordenadas cartesianas aplicado a meios tridimensionais homogêneos (Crank, 1975).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (1)$$

A equação diferencial de difusão para sistemas com simetria cilíndrica, considerando variação exclusivamente na direção radial, pode ser expressa pela Equação 2, na qual  $C$  representa a concentração dependente do raio  $r$  e do tempo  $t$ , enquanto  $D$  corresponde ao coeficiente de difusão. Esse modelo descreve a evolução da concentração em fibras, tubos e outros meios que apresentam simetria radial, desde que não haja dependência nas direções axial ou azimutal. Para situações mais gerais, podem ser incluídos termos adicionais referentes às direções axial e azimutal  $\theta$ , tornando a equação aplicável a diferentes configurações de sistemas cilíndricos (Crank, 1975).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \right) \quad (2)$$

A equação diferencial para difusão radial em sistemas esféricos, considerando simetria em torno do centro da esfera e ausência de dependência angular, é fundamental para modelar a evolução da concentração em partículas, gotas líquidas e esferas sólidas. Nessa configuração, a Equação 3 representa a concentração em função do raio ( $r$ ) e do tempo ( $t$ ), sendo  $D$  o coeficiente de difusão, assumido constante. Esse formalismo matemático é especialmente relevante em situações nas quais a difusão ocorre de maneira radial e simétrica. Além disso, em casos nos quais não há simetria perfeita, podem ser incorporadas dependências angulares associadas às coordenadas  $\theta$  e  $\phi$ , tornando a equação mais geral e adequada para a descrição de sistemas esféricos complexos (Crank, 1975).

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial C}{\partial r} \right) \right) \quad (3)$$

A resolução de equações diferenciais ordinárias por meio de soluções analíticas utilizando séries infinitas constitui um método clássico, amplamente abordado em cursos de física, matemática e engenharia. O truncamento das séries refere-se ao procedimento prático no qual a série é interrompida após um número finito de termos, resultando em uma aproximação da solução exata. As séries infinitas representam um método fundamental para a obtenção de soluções analíticas de

equações diferenciais ordinárias, especialmente em situações nas quais não é possível obter soluções fechadas utilizando funções elementares (Simmons, 1991).

A difusividade efetiva da umidade ( $D_{eff}$ ) é uma das principais propriedades de transporte envolvidas na modelagem do processo de secagem. Essa propriedade representa a taxa com que a umidade se desloca no interior do material em decorrência de um gradiente de concentração. Para sua estimativa experimental, utiliza-se frequentemente a simplificação da solução da Segunda Lei de Fick para tempos intermediários de secagem, considerando apenas o primeiro termo da série infinita (Shi, 2007; Carlot *et al.*, 2018; Lima; Dacanal, 2017).

A energia de ativação está relacionada à facilidade com que as moléculas de água superam as barreiras existentes nos tecidos das matrizes poliméricas durante sua migração no interior do produto. Dessa forma, quanto menor a energia de ativação, maior tende a ser a difusividade da água no material analisado (Brito, 2022).

### 3.6 Modelagem e Simulação Por Modelo Fickiano

Crank (1975) e Brooker *et al.* (1992) (apud Machado, 2009) definem a variação da umidade em função do tempo em sistemas nos quais o coeficiente de difusão é considerado constante, conforme apresentado na Equação 4.

$$\frac{\partial U}{\partial t} = D \left[ \left( \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right) + \frac{c}{r} \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right) \right] \quad (4)$$

Onde:

$U$ : teor de umidade do sólido;

$D$ : coeficiente de difusão ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ );

$t$ : tempo (s);

$c$ : parâmetro relacionado à forma geométrica, sendo, 0 (zero) para corpos planos, 1 (um) para corpos cilíndricos e 2 (dois) para corpos esféricos;

$r$ : coordenada espacial, dependente da geometria do sistema (m).

Os autores apresentam a solução analítica dessa equação para materiais com geometria de placa plana na Equação 5. Essa solução é expressa na forma de uma série infinita, de modo que o número de termos considerado no truncamento ( $n$ ) influencia diretamente a precisão dos resultados obtidos.

$$MR = \frac{M-M_e}{M_0-M_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(- (2n+1)^2 \frac{\pi^2 D_{eff} t}{L^2}\right) \quad (5)$$

Onde:

$8/\pi^2$ : fator de forma da placa e depende da geometria do material a ser seco ( $4/\pi^2$  para cilindro e  $6/\pi^2$  para esfera);

$D_{eff}$ : difusividade efetiva do líquido ( $m^2/s$ );

MR: razão de umidade do material, adimensional;

M: teor de umidade do sólido (base seca);

$M_e$ : teor de umidade de equilíbrio (base seca);

$M_0$ : teor de umidade inicial (base seca);

t: tempo de secagem (s);

L: espessura da amostra (cm).

A solução analítica apresentada na Equação 6 é expressa na forma de uma série infinita. Dessa forma, a quantidade de termos ( $n$ ) considerada no truncamento da série pode influenciar a exatidão dos resultados obtidos. Em diversas situações relacionadas ao estudo das taxas de secagem, a utilização apenas do primeiro termo da série já fornece uma estimativa satisfatória do comportamento do processo:

$$\frac{M-M_e}{M_0-M_e} = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(- \frac{\pi^2 D_{eff} t}{L^2}\right) \quad (6)$$

Linearizando a Equação 6 podemos encontrar o a constante de secagem (K) e da difusividade efetiva ( $D_{eff}$ ), temos a Equação 7:

$$\ln MR = \ln A - Kt \quad (7)$$

A inclinação da reta obtida é utilizada para o cálculo da difusividade efetiva da umidade ( $D_{eff}$ ). Essa abordagem é válida principalmente para sistemas com geometria simples, como placas, cilindros e esferas, e sob condições de contorno adequadamente controladas (Shi, 2007; Carlot *et al.*, 2018; Lima; Dacanal, 2017).

Onde:

$$A = \frac{8}{\pi^2}$$

$$K = \frac{\pi^2 D_{\text{eff}}}{L^2}$$

Vale ressaltar que, dentre as variáveis presentes na Equação 6, apenas o valor da difusividade efetiva permanece desconhecido, uma vez que os demais parâmetros da equação são previamente conhecidos.

Para a construção da curva de Arrhenius aplicada ao processo de secagem, utilizada na estimativa da energia de ativação da difusão, relaciona-se a difusividade efetiva ( $D_{\text{eff}}$ ) com a temperatura absoluta ( $T$ ) por meio da Equação 8:

$$D_{\text{eff}} = D_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R \cdot T}\right) \quad (8)$$

Linearizando, temos a Equação 9 e assim podemos encontrar o valor da energia de ativação:

$$\ln(D_{\text{eff}}) = \ln(D_0) - \frac{E_a}{R} \cdot \frac{1}{T} \quad (9)$$

Para encontrar a energia de ativação temos:

$$\ln(D_{\text{eff}}) = \ln(D_0) - a \left(\frac{1}{T}\right)$$

Onde:

$$a = \frac{E_a}{R}$$

### 3.6.1 Modelos Semiempíricos (Semiteóricos)

Os modelos semiempíricos ou semiteóricos são amplamente utilizados na descrição da cinética de secagem devido à sua simplicidade matemática e à boa

capacidade de ajuste aos dados experimentais. Esses modelos relacionam a razão de umidade do material com o tempo de secagem, permitindo representar o comportamento do processo de forma prática e eficiente. Entre os modelos mais empregados na literatura destacam-se os modelos de Newton, Page e Page Modificado, os quais serão apresentados a seguir.

- Modelo de Newton:

O modelo de Newton baseia-se no pressuposto de que a taxa de secagem é proporcional à diferença entre o teor de umidade do produto e o teor de umidade de equilíbrio, considerando que a resistência à transferência de massa ocorre predominantemente na superfície do material. Esse modelo pode ser expresso pela Equação 10:

$$MR = \exp(-kt) \quad (10)$$

Em que:

MR: razão de umidade adimensional

K: constante de secagem

T: tempo

- Modelo de Page

O modelo de Page é uma adaptação do de Newton, adicionando um expoente para melhor ajuste a dados experimentais. Sendo descrito pela Equação 11.

$$MR = \exp(-kt^n) \quad (11)$$

Onde o parâmetro  $n$  é adimensional e atua como fator de ajuste para possíveis desvios associados à resistência interna à transferência de umidade.

- Modelo de Page Modificado

Segue a mesma lógica do modelo de Page, mas permite um ajuste ainda mais preciso aos dados experimentais. Essa modificação melhora o ajuste principalmente para diferentes faixas de temperatura e condições de secagem, sendo representado pela Equação 12.

$$MR = \exp[-(kt)^n] \quad (12)$$

A avaliação da qualidade de ajuste de modelos estatísticos pode ser realizada por meio de diferentes parâmetros estatísticos, os quais permitem analisar a capacidade preditiva e a precisão dos modelos ajustados. Entre os principais critérios utilizados destacam-se o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o teste qui-quadrado ( $\chi^2$ ), a raiz do erro quadrático médio (RMSE ou RQMR), a soma dos erros quadráticos (SSE) e o erro médio absoluto (MAE).

O coeficiente de determinação ( $R^2$ ) representa a proporção da variabilidade da variável resposta explicada pelo modelo ajustado, assumindo valores entre 0 e 1. Valores mais próximos de 1 indicam maior capacidade do modelo em representar os dados experimentais. Entretanto, valores elevados de  $R^2$  não garantem, isoladamente, a adequação do modelo, uma vez que modelos excessivamente complexos podem apresentar fenômenos de sobreajuste (overfitting), especialmente quando há inclusão excessiva de variáveis explicativas.

O teste qui-quadrado ( $\chi^2$ ) é utilizado para avaliar o desvio entre os valores observados e os valores estimados pelo modelo, sendo desejáveis menores valores desse parâmetro para indicar melhor ajuste. Embora amplamente empregado em análises envolvendo frequências e dados categóricos, também pode ser utilizado na avaliação de modelos matemáticos aplicados à secagem.

A raiz do erro quadrático médio (RMSE), também denominada raiz quadrada do desvio quadrático médio (RQMR), expressa a magnitude média dos resíduos em relação aos valores observados, mantendo a mesma unidade da variável resposta. Valores reduzidos de RMSE indicam maior precisão do modelo. No entanto, esse parâmetro apresenta elevada sensibilidade a grandes desvios, atribuindo maior peso aos erros de maior magnitude.

O erro médio absoluto (MAE) corresponde à média aritmética dos valores absolutos das diferenças entre os dados experimentais e os valores previstos pelo

modelo. Esse parâmetro apresenta interpretação simples e menor sensibilidade a valores discrepantes quando comparado ao RMSE, sendo amplamente utilizado na avaliação de desempenho de modelos preditivos.

Além disso, a soma dos erros quadráticos (SSE) também pode ser empregada como critério de avaliação, representando a soma dos quadrados dos resíduos entre os valores observados e estimados. Valores menores de SSE indicam melhor ajuste do modelo aos dados experimentais.

Na modelagem da secagem em camada fina, a seleção do modelo matemático mais adequado é realizada a partir da análise conjunta desses parâmetros estatísticos. De modo geral, modelos que apresentam elevados valores de  $R^2$  e baixos valores de  $\chi^2$ , RMSE, MAE e SSE são considerados mais adequados para representar o comportamento experimental do processo de secagem. Diversos estudos relatam que o modelo de Page frequentemente apresenta excelente desempenho na descrição da cinética de secagem de produtos agrícolas, destacando-se pelos elevados coeficientes de determinação e baixos desvios médios em comparação a outros modelos matemáticos (Cavalcante, 2020; Ferreira, 2012; Costa, 2018; Oliveira, 2020).

Esses critérios estatísticos são fundamentais para a validação e comparação de modelos matemáticos, sendo necessário considerar as características dos dados experimentais, a complexidade do modelo e os objetivos do estudo para a escolha das métricas mais adequadas (Rencher; Schaalje, 2008; Inyang, 2018).

### **3.7 Estudos Relacionados à Modelagem da Cinética de Secagem**

Diversos estudos têm empregado modelos matemáticos para descrever a cinética de secagem de diferentes materiais, possibilitando a determinação de parâmetros de transporte e a identificação de modelos com melhor desempenho estatístico.

Araújo *et al.* (2021) investigaram a cinética de secagem de polpas de noni e umbu submetidas a diferentes temperaturas, bem como determinaram seus coeficientes de difusão efetiva. Para a descrição do processo foram avaliados os modelos de Page, Henderson e Pabis, Logarítmico e Newton. Dentre os modelos estudados, o modelo de Page apresentou o melhor ajuste aos dados experimentais, com coeficiente de determinação ajustado superior a 0,99 e desvio quadrático médio

inferior a 0,026. Os resultados também indicaram aumento do coeficiente de difusão efetiva com a elevação da temperatura do ar de secagem.

Fogaça *et al.* (2021) estudaram a cinética de secagem de folhas de *Phormium tenax* e avaliaram diferentes modelos matemáticos para descrever o processo. O modelo Logarítmico apresentou o melhor desempenho estatístico, com coeficiente de determinação de 0,9999. Os coeficientes de difusividade efetiva foram determinados para as temperaturas de 70, 90 e 100 °C, verificando-se aumento da difusividade com a elevação da temperatura. A energia de ativação obtida foi de 53,88 kJ/mol.

Akpınar *et al.* (2003) analisaram a secagem de pimentões vermelhos em diferentes temperaturas, comparando onze modelos matemáticos para representar as curvas de secagem. O modelo de Aproximação da Difusão apresentou o melhor ajuste aos dados experimentais, com coeficiente de correlação igual a 0,9987, sendo observada influência da temperatura do ar de secagem sobre as constantes do modelo.

Bastiani (2019) produziu esferas de alginato por meio da técnica de gelificação iônica e avaliou sua dinâmica de secagem. Para descrever simultaneamente a redução da umidade e das dimensões das partículas, foi empregado um modelo fenomenológico baseado em balanço de massa não estacionário, utilizando duas abordagens para representar a variação do raio: uma fundamentada na equação de Page e outra em função sigmoideal. Os ajustes foram realizados por meio de rotinas computacionais desenvolvidas em MATLAB, visando minimizar os desvios entre valores experimentais e simulados. Ambas as abordagens apresentaram resultados satisfatórios para a descrição das alterações de umidade e do raio das esferas, sendo observado que o aumento da temperatura acelerou exponencialmente a redução dessas variáveis.

Machado (2009) avaliou a secagem do pedúnculo de caju utilizando diferentes configurações de secadores alimentados por energia convencional e solar. As amostras foram submetidas a distintas condições de temperatura e velocidade do ar de secagem. Para a análise dos resultados obtidos no secador convencional foi utilizado um modelo de difusão fundamentado na Segunda Lei de Fick, enquanto para o secador solar foi desenvolvido um modelo fenomenológico específico para representar o processo.

Costa *et al.* (2018) estudaram a modelagem matemática da cinética de secagem da banana nas temperaturas de 50, 60 e 70 °C. Foram avaliados os modelos

de Henderson e Pabis, Newton, Page e Thompson, sendo o modelo de Page aquele que apresentou melhor desempenho, com coeficientes de determinação superiores a 0,99 e baixos valores de desvio quadrático médio. Também foi observada redução do tempo de secagem em função do aumento da temperatura.

Martinazzo *et al.*, (2007) analisaram a secagem em camada delgada de folhas de *Cymbopogon citratus* em temperaturas variando de 30 a 60 °C, utilizando modelos empíricos e semiempíricos. O modelo de Midilli apresentou o melhor ajuste às curvas experimentais. A difusividade efetiva variou entre  $4 \times 10^{-12}$  e  $3,9 \times 10^{-11}$  m<sup>2</sup>/s, apresentando dependência da temperatura segundo a equação de Arrhenius. A energia de ativação calculada foi de 63,47 kJ/mol.

Cavalcante *et al.* (2020) avaliaram a cinética de secagem de sementes de algaroba em camada fina submetidas a temperaturas de 50, 60 e 70 °C. Foram ajustados aos dados experimentais os modelos de Henderson e Pabis, Lewis, Page, Cavalcanti Mata, Exponencial de Dois Termos e Midilli *et al.* Todos os modelos apresentaram desempenho satisfatório, com coeficientes de determinação superiores a 95,02% e desvio quadrático médio inferior a 0,0048. Os modelos de Cavalcanti Mata, Midilli e Page destacaram-se pela melhor representação das curvas de secagem, sendo recomendado o modelo de Page em razão de sua simplicidade e elevado desempenho estatístico.

Ferreira *et al.* (2012) estudaram a secagem de bagaço de uva fermentado em secador com ar aquecido, avaliando dez modelos matemáticos de camada fina e estimando a difusividade efetiva e a energia de ativação. Os ensaios foram realizados em temperaturas entre 50 e 90 °C e velocidade do ar de 1,0 m/s. A análise dos modelos foi conduzida por meio dos parâmetros estatísticos R<sup>2</sup>,  $\chi^2$ , RQMR e erro médio relativo. O modelo de Page Modificado apresentou o melhor desempenho na descrição da cinética de secagem. Os valores de difusividade efetiva variaram entre  $1,0091 \times 10^{-9}$  e  $3,0421 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s, enquanto a energia de ativação determinada foi de 24,512 kJ/mol.

Oliveira *et al.* (2020) produziram pó de folhas de graviola utilizando a técnica de secagem em camada de espuma (foam-mat drying). As curvas de secagem apresentaram um período inicial de taxa constante seguido por um período de taxa decrescente. Entre os modelos matemáticos avaliados, os modelos de Page e Page Modificado apresentaram os melhores ajustes aos dados experimentais.

Meisami-Asl (2010) investigou a difusividade efetiva da umidade e a energia de ativação em fatias de maçã submetidas à secagem em camada fina. Os experimentos foram conduzidos em temperaturas entre 40 e 80 °C, velocidades do ar entre 0,5 e 2,0 m/s, espessuras de 2 a 6 mm e umidade relativa de 21%. O processo ocorreu predominantemente no período de taxa decrescente e foi descrito pela Lei de Difusão de Fick. Os valores de difusividade efetiva variaram de  $1,50 \times 10^{-8}$  a  $1,71 \times 10^{-7}$  m<sup>2</sup>/s. A análise pela equação de Arrhenius resultou em energias de ativação entre 22,664 e 30,919 kJ/mol, evidenciando a influência da temperatura, da velocidade do ar e da espessura das amostras sobre o transporte de umidade.

Taheri-Garavand (2011) avaliou a cinética de secagem em camada fina de pimentão em secador convectivo de escala laboratorial, utilizando temperaturas do ar de 40, 50, 60, 70 e 80 °C e velocidade constante de 2 m/s. Doze modelos matemáticos foram ajustados aos dados experimentais, sendo o modelo Logarítmico aquele que apresentou melhor desempenho, com coeficiente de determinação igual a 0,9929. A difusividade efetiva da umidade, estimada por meio da Segunda Lei de Fick, variou entre  $1,7 \times 10^{-9}$  e  $11,9 \times 10^{-9}$  m<sup>2</sup>/s, enquanto a energia de ativação obtida foi de 44,49 kJ/mol.

Diante dos estudos apresentados, observa-se que a modelagem matemática aplicada à cinética de secagem constitui uma importante ferramenta para a compreensão dos fenômenos de transferência de calor e massa envolvidos no processo, permitindo descrever o comportamento da remoção de umidade, estimar parâmetros de transporte e avaliar a influência das condições operacionais sobre a qualidade do produto final. Além disso, os diferentes modelos matemáticos relatados na literatura demonstram potencial para representar adequadamente a secagem de materiais biológicos e poliméricos, especialmente quando associados à determinação da difusividade efetiva e da energia de ativação. Nesse contexto, o capítulo a seguir apresenta os materiais e métodos utilizados no desenvolvimento experimental deste trabalho, incluindo as condições de secagem, os procedimentos analíticos e os modelos matemáticos empregados na avaliação da cinética de secagem do material estudado.

## 4 METODOLOGIA

### 4.1 Materiais e Equipamentos

Para a realização dos experimentos, foram utilizados os seguintes materiais e equipamentos: amido de milho como biopolímero, plastificante sorbitol, placas de Petri com diâmetro de 10 cm, balança analítica com precisão de 0,01 g, micrômetro digital e software MATLAB R2024a para ajuste matemático e análise estatística dos dados.

### 4.2 Preparo da Solução Filmogênica e dos filmes biodegradáveis

As soluções filmogênicas e os filmes utilizados neste estudo foram desenvolvidos previamente por integrante do grupo de pesquisa vinculado ao projeto, seguindo metodologia baseada em Gomes (2014), com adaptações.

O presente trabalho concentrou-se na avaliação da cinética de secagem e na modelagem matemática do processo, utilizando as amostras previamente produzidas

A solução foi composta por amido na concentração de 8%, adicionada de sorbitol como plastificante na concentração de 0 a 15%.

O preparo foi realizado mediante dispersão dos componentes em água destilada sob agitação magnética de 300 rpm, à temperatura de 80°C, durante 15 minutos, até a obtenção de solução homogênea.

Após o preparo, volumes da solução filmogênica foram acondicionados em placas de Petri até a formação de filme com espessura de 2 mm, visando garantir uniformidade das amostras submetidas aos ensaios de secagem. As amostras foram preparadas em triplicata.

A espessura das amostras foi determinada utilizando micrômetro digital com precisão de 0,01 mm. As medições foram realizadas em pontos distintos de cada amostra, sendo utilizado o valor médio das leituras obtidas. A espessura média dos filmes foi de  $2 \pm 0,15$  mm.

As amostras dispostas nas placas de Petri foram submetidas à secagem em estufa com circulação de ar, operando nas temperaturas de 50 °C, 60 °C, 70 °C e 80°C.

A velocidade do ar de secagem foi de 1 m/s e a umidade relativa do ambiente durante os experimentos foi de 55%.

Durante o processo, as amostras foram pesadas em balança analítica em intervalos regulares de 5 minutos, até atingirem massa constante.

A secagem foi considerada finalizada quando a diferença entre três pesagens consecutivas foi inferior a 0,01 g.

O teor de umidade das amostras foi determinado pelo método gravimétrico e expresso em base seca.

#### 4.3 Curvas de Cinética de Secagem

A razão de umidade (MR) foi calculada conforme a Equação (13):

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} \quad (13)$$

Em que:

- $M$  corresponde ao teor de umidade no tempo  $t$ ;
- $M_e$  corresponde ao teor de umidade de equilíbrio;
- $M_0$  corresponde ao teor de umidade inicial.

A partir dos dados experimentais, foram construídas as curvas de cinética de secagem em função do tempo.

Os resultados experimentais contendo valores da cinética de secagem se encontram na Tabela 1:

**Tabela 1- Dados experimentais da cinética de secagem realizada nos filmes biopoliméricos**

| <b>Temperatura = 50°C</b> |             | <b>Temperatura = 60°C</b> |             | <b>Temperatura = 70°C</b> |             | <b>Temperatura = 80°C</b> |             |
|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|---------------------------|-------------|
| Tempo (min)               | Umidade (%) | Tempo (min)               | Umidade (%) | Tempo (min)               | Umidade (%) | Tempo (min)               | Umidade (%) |
| 0                         | 76,8        | 0                         | 87,6        | 0                         | 87,6        | 0                         | 87,6        |
| 5                         | 70,8        | 5                         | 76,2        | 5                         | 75,8        | 5                         | 71,3        |
| 10                        | 63,6        | 10                        | 72,1        | 10                        | 68,8        | 10                        | 55,6        |
| 15                        | 54          | 15                        | 65,2        | 15                        | 62,1        | 15                        | 45,8        |
| 20                        | 45,6        | 20                        | 60,3        | 20                        | 52,4        | 20                        | 34,8        |
| 25                        | 37,2        | 25                        | 55,7        | 25                        | 45,1        | 25                        | 15,6        |
| 30                        | 28,8        | 30                        | 48,9        | 30                        | 35,3        | 30                        | 9,8         |
| 35                        | 20,4        | 35                        | 37,6        | 35                        | 27,8        | 35                        | 5,7         |
| 40                        | 14,4        | 40                        | 30,8        | 40                        | 22,5        | 40                        | 5,2         |
| 45                        | 9,6         | 45                        | 22,1        | 45                        | 17,6        | 45                        | 3,2         |
| 50                        | 8,4         | 50                        | 15,7        | 50                        | 12,4        | 50                        | 2,5         |
| 55                        | 7,2         | 55                        | 11,8        | 55                        | 8,1         | 55                        | 2,2         |
| 60                        | 7,2         | 60                        | 8,9         | 60                        | 5,2         | 60                        | 2,2         |
| 65                        | 6,6         | 65                        | 7,8         | 65                        | 4,8         | 65                        | 2,2         |
| 70                        | 6,6         | 70                        | 7,4         | 70                        | 3,7         | 70                        | 2,2         |
| 75                        | 6,6         | 75                        | 7,4         | 75                        | 2,8         | 75                        | 2,2         |
| 80                        | 6,6         | 80                        | 7,4         | 80                        | 2,8         | 80                        | 2,2         |
| 85                        | 6,6         | 85                        | 7,4         | 85                        | 2,8         | 85                        | 2,2         |
| 90                        | 6,6         | 90                        | 7,4         | 90                        | 2,8         | *                         | *           |
| 95                        | 6,6         | 95                        | 7,4         | 95                        | 2,8         | *                         | *           |
| 100                       | 6,6         | 100                       | 7,4         | 100                       | 2,8         | *                         | *           |
| *                         | *           | 105                       | 7,4         | 105                       | 2,8         | *                         | *           |

**Fonte: Autoria Própria (2026)**

#### 4.4 Modelagem Fickiana da Secagem

A modelagem matemática da cinética de secagem foi realizada com base na Segunda Lei de Fick, considerando geometria de placa plana e difusão unidimensional da umidade.

Foram adotadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- coeficiente de difusão constante;
- distribuição inicial uniforme de umidade;
- ausência de geração interna de massa;
- resistência externa desprezível;
- temperatura uniforme durante o processo;
- ausência de encolhimento do material.

A solução analítica da Segunda Lei de Fick para placa plana foi utilizada para descrever o comportamento da secagem, conforme modelo proposto por Crank (1975) e Brooker *et al.* (1992), citados por Machado (2009).

Para estimativa da difusividade efetiva da umidade ( $D_{eff}$ ), equação 14, utilizou-se a solução simplificada da equação de difusão considerando apenas o primeiro termo da série infinita (Equação 14).

$$MR = \frac{8}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\pi^2 D_{eff} t}{L^2}\right) \quad (14)$$

A linearização da equação permitiu a determinação da constante de secagem e da difusividade efetiva a partir da inclinação da reta obtida no ajuste linear dos dados experimentais.

#### 4.5 Determinação da Energia de Ativação

A dependência da difusividade efetiva da temperatura foi avaliada por meio da equação de Arrhenius (Equação 15).

$$D_{eff} = D_0 \cdot \exp\left(-\frac{E_a}{R \cdot T}\right) \quad (15)$$

Os valores de  $D_{eff}$  obtidos experimentalmente nas diferentes temperaturas foram relacionados com a temperatura absoluta, sendo construída a curva de  $\ln(D_{eff})$  em função de  $1/T$ .

A energia de ativação foi determinada a partir da inclinação da reta obtida no ajuste linear dos dados experimentais.

#### 4.6 Ajuste dos Modelos Semiempíricos

Os dados experimentais de secagem foram ajustados aos modelos matemáticos semiempíricos de Newton, Page e Page Modificado, descritos na Revisão Bibliográfica.

Os ajustes foram realizados por regressão não linear utilizando o software MATLAB

Os modelos avaliados estão apresentados na Tabela 2

**Tabela 2 - Modelos Semiempíricos**

| <b>Modelo</b>   | <b>Equação</b>       |
|-----------------|----------------------|
| Newton          | $MR = \exp(-kt)$     |
| Page            | $MR = \exp(-kt^n)$   |
| Page Modificado | $MR = \exp(-(kt)^n)$ |

**Fonte: Autoria própria (2026)**

No apêndice 1, apresenta-se um exemplo do procedimento adotado para a simulação matemática utilizada na estimativa da difusividade efetiva com base na Segunda Lei de Fick. No Apêndice 2, é apresentado um exemplo do procedimento empregado na simulação matemática utilizada para o ajuste dos modelos por regressão linear. Já no Apêndice 3 é apresentado o código computacional desenvolvido em MATLAB para a determinação da energia de ativação a partir da linearização da equação de Arrhenius.

#### 4.7 Avaliação Estatística dos Modelos

A qualidade de ajuste dos modelos matemáticos foi avaliada utilizando os parâmetros estatísticos coeficiente de determinação ( $R^2$ ), qui-quadrado ( $\chi^2$ ), raiz quadrada do erro médio (RQMR) e erro médio absoluto (MAE).

Foram considerados mais adequados os modelos que apresentaram maiores valores de  $R^2$  e menores valores de  $\chi^2$ , RQMR e MAE.

As análises estatísticas foram realizadas utilizando o software MATLAB.

#### **4.8 Softwares Utilizados**

O MATLAB R2024a foi utilizado como ferramenta de apoio ao tratamento e à análise dos dados experimentais de secagem, permitindo a organização das informações, o ajuste de modelos matemáticos e o cálculo de parâmetros relevantes do processo. Por meio do software, foram realizados os ajustes das curvas de secagem e a obtenção de indicadores estatísticos, como coeficiente de determinação, soma dos erros quadráticos e raiz do erro quadrático médio, possibilitando a comparação entre os modelos avaliados e a seleção daquele que melhor representou o comportamento do material estudado.

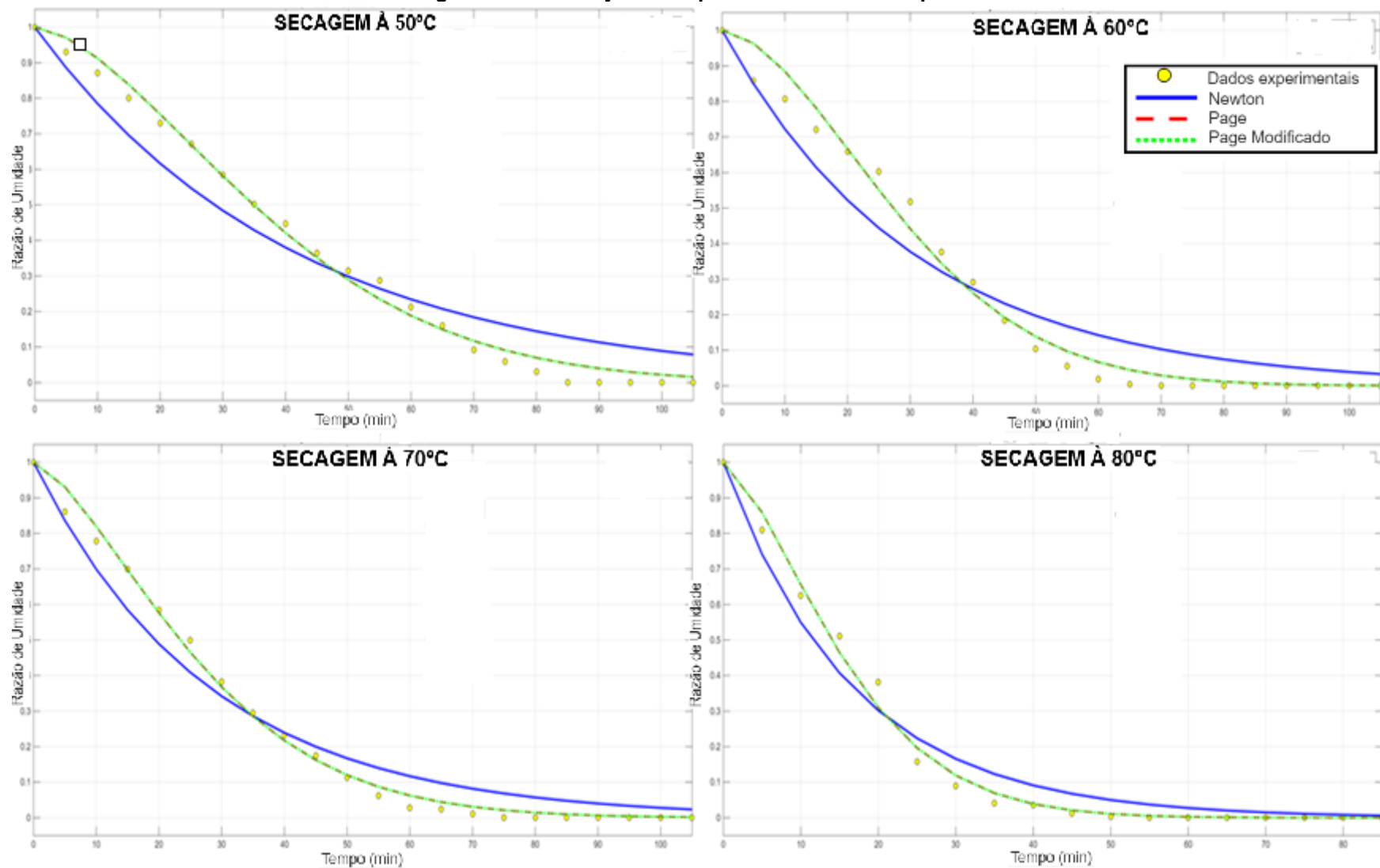
## **5 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

### **5.1 Cinética de Secagem e Ajuste de Modelos Matemáticos**

As curvas experimentais de secagem do filme biopolimérico obtidas nas temperaturas de 50, 60, 70 e 80 °C apresentaram comportamento típico de processos de secagem de materiais biopoliméricos, caracterizado pela redução progressiva da razão de umidade ao longo do tempo e pela diminuição do tempo total de secagem com o aumento da temperatura. Esse comportamento está em concordância com os fundamentos da secagem de materiais higroscópicos, segundo os quais a elevação da temperatura intensifica os gradientes térmicos e de potencial químico responsáveis pela transferência de massa.

Com o objetivo de descrever a cinética de secagem do material, os modelos semi-teóricos de Newton, Page e Page modificado foram ajustados aos dados experimentais, conforme apresentados na Figura 1, e os parâmetros obtidos para os modelos semiempíricos estão apresentados na Tabela 3.

Figura 1 - Curvas ajustadas para modelos semiempíricos



Fonte: Autoria própria (2026)

**Tabela 3 - Equações ajustadas dos modelos semiempíricos**

|        | <b>Newton</b>       | <b>Page</b>                           | <b>Page Modificado</b>                  |
|--------|---------------------|---------------------------------------|-----------------------------------------|
| T (°C) | MR = exp(-kt)       | MR = exp(-kt <sup>n</sup> )           | MR = exp(-(kt) <sup>n</sup> )           |
| 50     | MR = exp(-0.02419t) | MR = exp(-0.00218t <sup>1.622</sup> ) | MR = exp(-(0.02286t) <sup>1.622</sup> ) |
| 60     | MR = exp(-0.03250t) | MR = exp(-0.00228t <sup>1.729</sup> ) | MR = exp(-(0.02967t) <sup>1.729</sup> ) |
| 70     | MR = exp(-0.03577t) | MR = exp(-0.00671t <sup>1.471</sup> ) | MR = exp(-(0.03334t) <sup>1.471</sup> ) |
| 80     | MR = exp(-0.05989t) | MR = exp(-0.01414t <sup>1.474</sup> ) | MR = exp(-(0.05565t) <sup>1.474</sup> ) |

**Fonte: Autoria própria (2026)**

Observou-se tendência de aumento do parâmetro k com a elevação da temperatura de secagem, indicando maior velocidade de remoção de umidade. Esse comportamento é esperado, uma vez que temperaturas mais elevadas aumentam a energia disponível para evaporação da água e favorecem os mecanismos de transferência de massa no interior do material.

Além disso, os valores do parâmetro n (Tabela 3) indicam desvios em relação ao comportamento exponencial simples descrito pelo modelo de Newton. Esse parâmetro está associado à forma da curva de secagem e à influência dos mecanismos internos de transporte de umidade, permitindo ao modelo de Page representar de forma mais adequada a não linearidade observada experimentalmente.

A Tabela 4 apresenta os parâmetros estatísticos dos modelos semiempíricos.

**Tabela 4 - Análise estatística dos modelos semiempíricos**

| T (°C) | Parâmetro      | Newton | Page   | Page Modificado |
|--------|----------------|--------|--------|-----------------|
| 50     | R <sup>2</sup> | 0,9363 | 0,9921 | 0,9921          |
|        | RMSE           | 0,0869 | 0,0313 | 0,0313          |
|        | SSE            | 0,1584 | 0,0196 | 0,0196          |
| 60     | R <sup>2</sup> | 0,9306 | 0,9841 | 0,9841          |
|        | RMSE           | 0,0909 | 0,0446 | 0,0446          |
|        | SSE            | 0,1734 | 0,0398 | 0,0398          |
| 70     | R <sup>2</sup> | 0,9641 | 0,9947 | 0,9947          |
|        | RMSE           | 0,0622 | 0,0245 | 0,0245          |
|        | SSE            | 0,0813 | 0,012  | 0,012           |
| 80     | R <sup>2</sup> | 0,9679 | 0,9919 | 0,9919          |
|        | RMSE           | 0,0574 | 0,0297 | 0,0297          |
|        | SSE            | 0,0559 | 0,0141 | 0,0141          |

**Fonte: Autoria própria (2026)**

**Nota: R<sup>2</sup> é o coeficiente de determinação, RMSE é a raiz do erro quadrático médio e SSE é a soma dos erros quadráticos**

Observou-se que o modelo de Newton apresentou desempenho inferior, evidenciado por menores valores de coeficiente de determinação (0,9306 a 0,9641) e maiores erros estatísticos (0,055 a 0,1734). Tal limitação está associada à hipótese simplificadora do modelo, que assume uma cinética exponencial de primeira ordem, desconsiderando resistências internas à difusão e possíveis alterações estruturais do material ao longo do processo de secagem.

Verificou-se em todas as temperaturas que os modelos de Page e Page modificado apresentaram coeficientes de determinação superiores a 0,98 em todas as condições avaliadas, além de menores valores de RMSE e SSE (Tabela 4).

A superioridade desses modelos está relacionada à introdução do expoente empírico  $n$ , que permite representar a não linearidade da cinética de secagem e capturar variações na resistência interna à transferência de massa. Em sistemas biopoliméricos, como o filme estudado, a secagem pode ser acompanhada por rearranjos moleculares, variações de porosidade e possíveis fenômenos de encolhimento, aspectos que não são contemplados por modelos exponenciais simples. O parâmetro  $n$  possibilita uma capacidade adicional desses modelos de representar a curvatura característica da cinética em taxa decrescente (Xavier, 2021).

O desempenho superior do modelo de Page observado neste trabalho está em concordância com diversos estudos reportados na literatura para materiais higroscópicos, sistemas amiláceos e filmes biopoliméricos. Segundo Simal (2004; 2005) e Inyang *et al.* (2011), esse modelo apresenta elevada capacidade para representar a secagem em camada fina, fenômeno caracterizado por comportamento predominantemente difusional e não linear. Em materiais à base de amido, a natureza hidrofílica da matriz e a reduzida espessura dos filmes favorecem o controle do processo por difusão interna, contribuindo para a boa aderência do modelo de Page observada por Ghoshal *et al.* (2020) e Zhu *et al.* (2023). Resultados semelhantes foram relatados por Araújo *et al.* (2021), Costa *et al.* (2018) e Xavier (2021), que também verificaram desempenho superior do modelo de Page em comparação ao modelo de Newton para a descrição da cinética de secagem.

Como visto, essa superioridade está associada à inclusão do parâmetro empírico ( $n$ ), que permite representar adequadamente a não linearidade característica da remoção de umidade em materiais higroscópicos. Entretanto, a escolha do modelo matemático mais adequado depende das características estruturais do material e dos mecanismos de transporte de massa predominantes, conforme evidenciado por

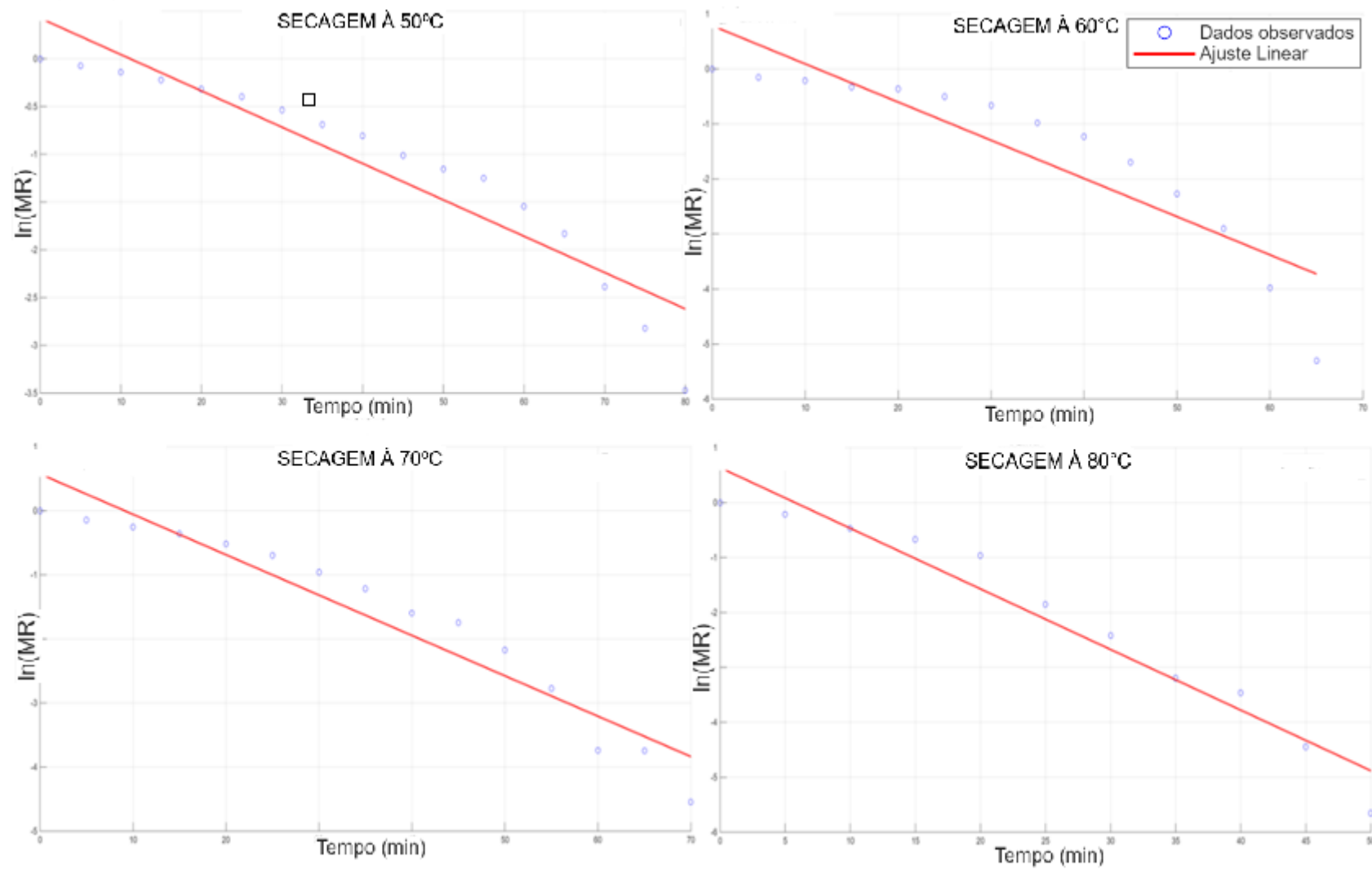
Taheri-Garavand *et al.* (2011), que identificaram o modelo Logarítmico como o mais adequado para descrever a secagem de produtos à base de vegetais.

Um exemplo do procedimento computacional empregado para o ajuste dos modelos e a obtenção dos parâmetros cinéticos encontra-se apresentado no Apêndice 2.

## **5.2 Ajuste para Lei de Fick e Difusividade Efetiva da Umidade**

Com base na aplicação da Segunda Lei de Fick, foram determinados os valores da difusividade efetiva da umidade ( $D_{eff}$ ) dos filmes biopoliméricos nas diferentes temperaturas de secagem, a partir da inclinação da reta obtida pela linearização da solução analítica para geometria de placa plana. Os resultados da difusividade efetiva são observados na Figura 2 e na Tabela 5.

Figura 2 - Ajuste e linearização da Equação de Fick



Fonte: Autoria própria (2026)

**Tabela 5 - Difusividade Efetiva encontrada a partir da equação de Fick**

| <b>T (°C)</b> | <b>Difusividade efetiva (m<sup>2</sup>/s)</b> |
|---------------|-----------------------------------------------|
| 50            | 1,54E-08                                      |
| 60            | 2,81E-08                                      |
| 70            | 2,55E-08                                      |
| 80            | 4,47E-08                                      |

**Fonte: Autoria própria (2026)**

Observou-se tendência geral de aumento da difusividade efetiva com a elevação da temperatura, embora tenha ocorrido pequena redução no valor obtido a 70 °C em relação a 60 °C (Tabela 5), possivelmente associada à variabilidade experimental e às simplificações do modelo utilizado. Os valores estão situados na ordem de  $10^{-8}$  m<sup>2</sup>/s, indicando maior facilidade de migração da umidade em condições térmicas mais elevadas.

Esse comportamento pode ser explicado pelo aumento da mobilidade molecular da água e pela redução da viscosidade da matriz polimérica com o aumento da temperatura, fatores que favorecem a transferência de massa no interior do material. A ordem de grandeza dos valores obtidos sugere menor resistência interna à difusão quando comparada a materiais vegetais, por exemplo, que apresentam maior complexidade estrutural (Dacanal, 2017).

Observa-se ainda que a secagem realizada a 80 °C apresentou redução significativamente mais rápida do teor de umidade quando comparada às demais temperaturas avaliadas. Embora o aumento da temperatura favoreça a transferência de massa e acelere a difusão da umidade, taxas elevadas de secagem podem promover a formação de gradientes internos mais acentuados entre a superfície e o interior do material. Em filmes biopoliméricos à base de amido, esses gradientes podem gerar tensões mecânicas decorrentes da retração diferencial da matriz polimérica, favorecendo a ocorrência de deformações, encolhimento, fissuras ou alterações estruturais. Do ponto de vista industrial, este resultado pode indicar que embora temperaturas mais elevadas reduzam o tempo de processamento e aumentem a produtividade, a escolha das condições operacionais deve considerar possíveis impactos sobre a qualidade final do material, buscando um equilíbrio entre eficiência do processo e preservação das propriedades físicas e funcionais do filme.

A comparação com dados da literatura evidencia que as diferenças observadas nos valores de difusividade efetiva estão associadas não apenas à temperatura de secagem, mas também à natureza do material, à sua microestrutura e à geometria

considerada no modelo matemático. No caso de filmes biopoliméricos, a menor espessura e a ausência de estruturas celulares organizadas contribuem para valores mais elevados de difusividade, refletindo menor barreira ao transporte interno de umidade.

Os valores relativamente elevados observados neste estudo ( $1,54 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $2,81 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $2,55 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $4,47 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ ) podem ser atribuídos à reduzida espessura do material e à ausência de estruturas celulares complexas, características que favorecem a migração da umidade e reduzem a resistência interna à difusão (Tabela 5).

Cabe destacar que a aplicação do modelo Fickiano pressupõe hipóteses simplificadoras, tais como difusividade constante, geometria idealizada e ausência de encolhimento significativo. Em sistemas biopoliméricos, essas condições nem sempre são plenamente atendidas, de modo que os valores de difusividade efetiva obtidos devem ser interpretados como parâmetros aparentes, adequados para fins comparativos e de modelagem, mas não como propriedades físicas intrínsecas do material.

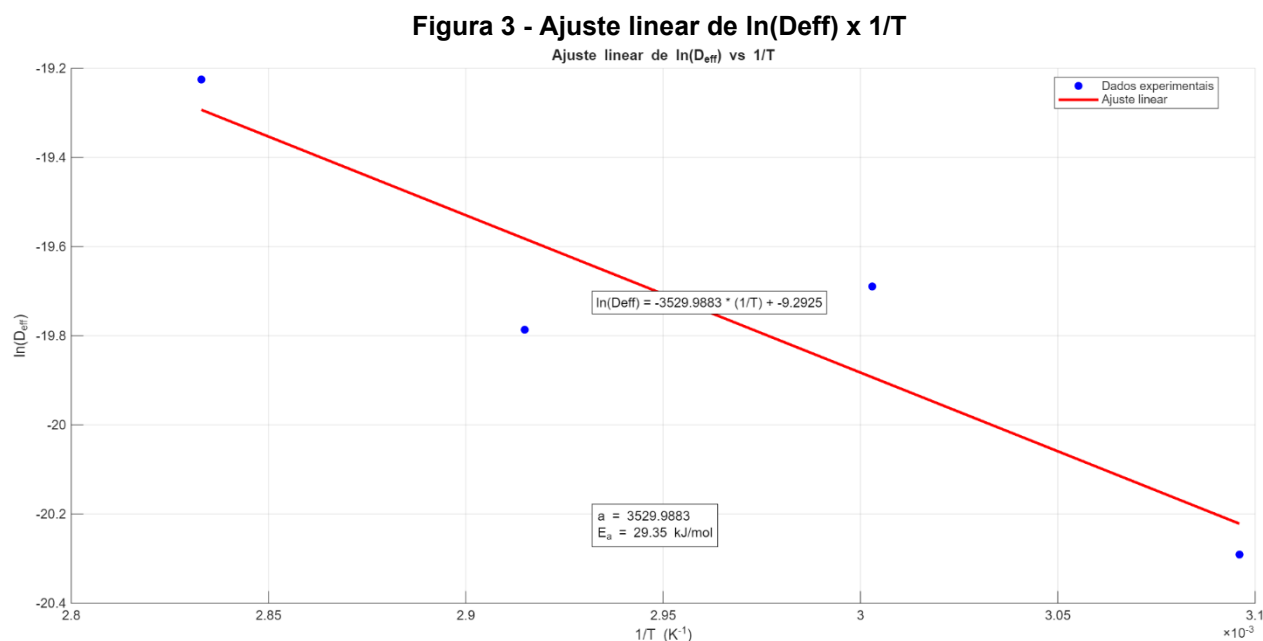
A estimativa da difusividade efetiva da umidade no filme biopolimérico de amido de milho, obtida a partir da solução da segunda lei de Fick para uma placa de espessura finita, é compatível com abordagens adotadas em estudos de secagem e transporte de umidade em materiais amiláceos, pesquisados por Ghoshal *et al.* (2020) e filmes à base de amido e proteína, analisados por Zhu *et al.* (2023). De modo geral, os valores de difusividade efetiva reportados pelos autores apresentam ordem de grandeza semelhante à observada neste estudo, indicando que possivelmente a aplicação do modelo Fickiano é adequada para modelagem do transporte de umidade em biopolímeros à base de amido.

Embora os valores de difusividade efetiva tenham apresentado tendência de aumento com a temperatura, observa-se que a relação não variou sempre na mesma direção, não sendo considerada, portanto, uma relação estritamente monotônica. Esse comportamento pode estar associado às simplificações do modelo Fickiano, que considera difusividade constante e ausência de alterações estruturais no material durante a secagem. Um exemplo detalhado do procedimento de cálculo, desde os dados experimentais até a obtenção da difusividade efetiva, é apresentado no Apêndice 1.

Além dos trabalhos já citados, pesquisas com diferentes matrizes mostram a relação do aumento da difusividade conforme o aumento da temperatura ao se aplicar a Lei de Fick. Martinazzo *et al.* (2007) encontraram valores para difusividade efetiva em seu trabalho sobre secagem de folhas de *Cymbopogon citratus* entre  $4 \times 10^{-12}$  e  $3,9 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ , sendo o maior valor para secagem a  $60^\circ\text{C}$  e o menor valor para secagem a  $30^\circ\text{C}$ . No estudo de Ferreira *et al.* (2012), a secagem do bagaço de uva também apresentou valores de difusividade mais altos para temperatura de  $90^\circ\text{C}$  e o valor mais baixo para temperatura de  $50^\circ\text{C}$ , com os valores médios ficando entre  $1,0091 \times 10^{-9}$  e  $3,0421 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ . Taheri-Garavand *et al.* (2011), analisaram a secagem em camada fina de pimentão. O coeficiente de difusividade efetiva foi estimado entre  $1,7 \times 10^{-9}$  a  $11,9 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$  na faixa de temperaturas de  $40^\circ\text{C}$  a  $80^\circ\text{C}$ . He (2021) verificou que a difusividade efetiva de umidade das cápsulas entéricas rígidas de base vegetal variou de  $1,6244 \times 10^{-10}$  a  $2,6618 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ , nas temperaturas de 25 a  $45^\circ\text{C}$ , respectivamente.

### 5.3 Energia de Ativação do Processo de Difusão

A dependência da difusividade efetiva da temperatura foi descrita por meio da equação de Arrhenius (Equação 15), resultando em uma energia de ativação de 29,35 kJ/mol (Figura 3). O código computacional desenvolvido em MATLAB para a obtenção desse parâmetro é apresentado no Apêndice 3.



**Fonte: Autoria própria (2026)**

Esse valor indica uma dependência térmica moderada do processo de difusão, sugerindo que a migração da umidade no filme biopolimérico ocorre predominantemente na forma de água fracamente ligada à matriz polimérica. Isso sugere que a energia necessária para promover a difusão da água no interior da matriz é relativamente baixa, favorecendo a remoção de umidade mesmo em temperaturas moderadas de secagem. Quando comparado a materiais com estruturas mais complexas, esse comportamento evidencia menores barreiras energéticas à transferência de massa, contribuindo para uma maior facilidade de transporte da umidade durante o processo de secagem.

O elevado coeficiente de determinação ( $R^2 = 0,8384$ ) obtido para o ajuste da equação de Arrhenius indica que a temperatura exerceu influência significativa sobre a difusividade efetiva da umidade.

Quando comparado a valores reportados para materiais com maior complexidade estrutural, observa-se que a energia de ativação obtida neste estudo é relativamente inferior, refletindo menores barreiras energéticas à transferência de massa. Essa diferença reforça a influência da composição e da microestrutura do material sobre os mecanismos de difusão durante a secagem.

O valor encontrado (29,35 kJ/mol), quando comparado a outros estudos, pode ser considerado dentro dos padrões para processos de secagem por difusão. O estudo da secagem de bagaço de uva fermentado obteve um valor estimado em 24,512 kJ/mol (FERREIRA *et al.*, 2012). Já a secagem de folhas de *Cymbopogon*

*citratus* obteve um valor estimado em 63,47 kJ/mol. No estudo da cinética de secagem de pimentão, o autor determinou a energia de ativação em 44,49 kJ/mol (Taheri-Garavand, 2011). A energia de ativação para cápsulas entéricas rígidas de base vegetal foi determinada em 18,87 kJ/mol (He, 2021).

De forma integrada, os resultados demonstram que a secagem do filme biopolimérico apresenta comportamento não linear, adequadamente descrito por modelos semiteóricos, e é governada por mecanismos difusivos sensíveis à temperatura. A interpretação conjunta da cinética de secagem, da difusividade efetiva e da energia de ativação evidencia o papel central da temperatura no controle do processo, influenciando tanto a velocidade de secagem quanto os mecanismos de transporte de massa.

A correta escolha dos modelos matemáticos e a interpretação crítica dos parâmetros obtidos fornecem subsídios relevantes para a compreensão do fenômeno e para a definição de condições operacionais em aplicações tecnológicas envolvendo sistemas biopoliméricos, especialmente no controle de processos de secagem e desenvolvimento de materiais.

## 6 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos permitiram descrever a cinética de secagem convectiva de filmes biopoliméricos à base de amido de milho por meio de modelos matemáticos semiteóricos e fundamentados na Segunda Lei de Fick. Observou-se que o aumento da temperatura de secagem promoveu redução significativa do tempo necessário para a remoção da umidade, evidenciando a forte influência dessa variável sobre a transferência de massa no interior do material.

Entre os modelos semiempíricos avaliados, o modelo de Page apresentou o melhor desempenho na representação da cinética de secagem, com elevados coeficientes de determinação e menores erros estatísticos quando comparado ao modelo de Newton. Esse resultado indica que a inclusão do parâmetro empírico possibilitou representar de forma mais adequada a não linearidade característica do processo de secagem dos filmes biopoliméricos estudados.

A aplicação da Segunda Lei de Fick permitiu estimar a difusividade efetiva da umidade, cujos valores situaram-se na ordem de  $10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$ . De modo geral, observou-se tendência de aumento da difusividade efetiva com a elevação da temperatura de secagem, indicando maior mobilidade da água e menor resistência ao transporte de massa em condições térmicas mais elevadas. Os valores obtidos mostraram-se compatíveis com aqueles reportados na literatura para materiais amiláceos e sistemas biopoliméricos.

A relação entre a difusividade efetiva e a temperatura foi satisfatoriamente descrita pela equação de Arrhenius, resultando em energia de ativação de 29,35 kJ/mol. Esse valor sugere moderada dependência térmica do processo difusivo e indica que a remoção de umidade ocorre com barreiras energéticas relativamente baixas, favorecendo a secagem dos filmes mesmo em temperaturas moderadas.

De forma geral, os resultados demonstram que a modelagem matemática constitui uma ferramenta eficiente para a descrição e análise da secagem de filmes biopoliméricos à base de amido de milho. A combinação entre modelos semiteóricos, modelagem Fickiana e simulação computacional mostrou-se adequada para representar o transporte de umidade e fornecer parâmetros relevantes para o dimensionamento, a otimização e o controle de processos de secagem envolvendo materiais biopoliméricos.

Como sugestão para trabalhos futuros, recomenda-se a incorporação de fenômenos como encolhimento da matriz, variação da difusividade com a concentração de umidade e possíveis comportamentos não fickianos, visando aumentar a capacidade preditiva dos modelos e representar de forma mais realista o processo de secagem de materiais biopoliméricos.

## REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, K. T. A.; et al. Cinética de secagem e determinação do coeficiente de difusão efetivo das polpas de noni e umbu. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 4, e46710413985, 2021. DOI: <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i4.13985>. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/351012559\\_Cinetica\\_de\\_secagem\\_e\\_determinacao\\_do\\_coeficiente\\_de\\_difusao\\_efetivo\\_das\\_polpas\\_de\\_noni\\_e\\_umbu](https://www.researchgate.net/publication/351012559_Cinetica_de_secagem_e_determinacao_do_coeficiente_de_difusao_efetivo_das_polpas_de_noni_e_umbu). Acesso em: 18 de junho de 2026.
- AKPINAR, E. K.; BICER, Y.; YILDIZ, C.. Thin layer drying of red pepper. **Journal of Food Engineering**, v. 59, p. 99-104, 2003. DOI: 10.1016/S0260-8774(02)00425-9. Disponível em: [https://www.academia.edu/3605741/Thin\\_layer\\_drying\\_of\\_red\\_pepper](https://www.academia.edu/3605741/Thin_layer_drying_of_red_pepper). Acesso em: 18 de junho 2026.
- BASTIANI, F. H. **Estudo da cinética de secagem de esferas de alginato considerando encolhimento**. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia Química)—Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Francisco Beltrão, 2019. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/11556>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- BRITO, B. T. **Modelagem matemática de curvas típicas de secagem de frutas tropicais**. Trabalho de Conclusão do Curso (Química Tecnológica) - Instituto de Química, Universidade de Brasília, Brasília, 2022. Disponível em: [https://bdm.unb.br/bitstream/10483/33663/1/2022\\_BrendaTudreiDeBrito.pdf](https://bdm.unb.br/bitstream/10483/33663/1/2022_BrendaTudreiDeBrito.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.
- CAMPOS, E. C.; et al. Estudo da cinética de secagem de polpas de hidróxido de magnésio. **E-xacta**, Belo Horizonte, v. 11, n. 1, p. 119-133, 2018. Editora UniBH. DOI: 10.18674/exacta.v11i1.2558. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/server/api/core/bitstreams/d609f689-6fac-4be9-8e01-7fc0645c51a4/content>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- CARLOT, K.; BOTELHO, F. M.; BOTELHO, S. C. C.; OLIVEIRA, A.; MENEZES JÚNIOR, J. Â. N. Coeficiente de difusão efetivo e propriedades termodinâmicas da secagem de feijão caupi. *In*: **CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA (CONBEA)**, 47., 2018, Brasília. Anais... Brasília: SBEA, 2018. Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1105826/1/2018cpamtsilviabotelhocoefficientedifusaotermodinamicasecagemcaupi.pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- CAVALCANTE, A. M. M.; et al. Modelos de predição da cinética de secagem dos grãos da algaroba. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 6, n. 3, p. 11192-11209, mar. 2020. DOI: 10.34117/bjdv6n3-113. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/7494/6526>. Acesso em: 18 de junho de 2026.
- CELESTINO, S. M. C.. Princípios de Secagem de Alimentos. – Planaltina, DF: **Embrapa Cerrados**, 2010. 51 p. – (Documentos / Embrapa Cerrados, ISSN 1517-5111, ISSN online 2176-5081 ; 276). Disponível em: Acesso em: 18 de junho de

2026. Disponível em:

<https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/bitstream/doc/883845/1/doc276.pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

COSTA, Z. R. T.; et al. Modelos matemáticos da cinética de secagem de banana (*Musa ssp.*). **In: CONGRESSO TÉCNICO CIENTÍFICO DA ENGENHARIA E DA AGRONOMIA (CONTECC)**, Maceió, AL, 21-24 ago. 2018. Disponível em:

[https://www.confea.org.br/sites/default/files/antigos/contecc2018/agronomia/157\\_mm dcdsdbms.pdf](https://www.confea.org.br/sites/default/files/antigos/contecc2018/agronomia/157_mm dcdsdbms.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.

CRANK, J. **The Mathematics of Diffusion**. 2nd ed. Oxford: Clarendon Press, 1975.

CREMASCO, M. A. **Difusão mássica**. São Paulo: Blucher, 2019. Disponível em:

[https://storage.blucher.com.br/book/pdf\\_preview/9788521213901-amostra.pdf](https://storage.blucher.com.br/book/pdf_preview/9788521213901-amostra.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.

ELLIS, R. P.; et al. Starch production and industrial use: a review. **Journal of the Science of Food and Agriculture**, Grã-Bretanha, 77, p. 289-2311, 1998. Disponível em: [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0010\(199807\)77:3<289::AID-JSFA38>3.0.CO;2-D](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0010(199807)77:3<289::AID-JSFA38>3.0.CO;2-D). Acesso em: 18 de junho de 2026.

FAKHOURI, F. M. et al. Edible films and coatings based on starch/gelatin: Film properties and effect of coatings on quality of refrigerated Red Crimson grapes.

**Postharvest Biology and Technology**, v. 109, p. 57-64, 2015. Disponível em:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925521415300272>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

FELLOWS, P. **Food Processing Technology: Principles and Practice**. 2nd ed.

Cambridge: Woodhead Publishing, 2000. Disponível em:

<https://pdfcoffee.com/qdownload/food-processing-technology-principles-and-practice-second-edition-pdf-free.html>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

FERREIRA, L. F. D.; et al. Modelagem matemática da secagem em camada delgada de bagaço de uva fermentado. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 47, n. 6, p. 855-862, jun. 2012. Disponível em:

<https://www.scielo.br/j/pab/a/WNgWtJRTM9yysQPRJpLrcgQ/?lang=pt>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

FOGAÇA, M. B.; FRANCO, T. S.; FLORES-SAHAGUN, T. H. S. Estudo da cinética de secagem de folhas de *Phormium Tenax* para uso em compósitos poliméricos.

**Revista de Engenharia e Tecnologia**, v. 13, n. 1, p. 105-114, Mar. 2021. ISSN 2176-7270. Disponível em:

[https://revistas.uepg.br/index.php/ret/pt\\_BR/article/view/17242/209209214192](https://revistas.uepg.br/index.php/ret/pt_BR/article/view/17242/209209214192). Acesso em: 18 de junho de 2026.

GEANKOPLIS, Christie J. **Transport Processes and Unit Operations**. 3rd ed.

Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993. Disponível em:

[https://www.academia.edu/45116118/Transport\\_Processes\\_and\\_Unit\\_Operations](https://www.academia.edu/45116118/Transport_Processes_and_Unit_Operations). Acesso em: 18 de junho de 2026.

GOMES, A. F. **Avaliação do efeito do sorbitol e do glicerol nas características físicas, térmicas e mecânicas da película e do hidrogel de amido de milho reticulado com glutaraldeído**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Engenharia

de Alimentos) — Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Campo Mourão, Campo Mourão, 2014. Disponível em: <https://riut.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/6621>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

GHOSHAL, S.; et al. Effect of Initial Conformation on the Starch Biopolymer Film Formation Studied by NMR. **Molecules**, 25, p. 1227, 2020 DOI: 10.3390/molecules25051227. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1420-3049/25/5/1227>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

HE, C.; et al. Drying behavior and kinetics of drying process of plant-based enteric hard capsules. **Pharmaceutics**, v. 13, p. 335, 2021 DOI: 10.3390/pharmaceutics13030335. Disponível em: <https://www.mdpi.com/1999-4923/13/3/335>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

INYANG, U. E.; OBOH, I. O.; ETUK, B. R. Kinetic models for drying techniques food materials. **Advances in Chemical Engineering and Science**, v. 8, p. 27-48, 2018. DOI: 10.4236/aces.2018.82003. Disponível em: [https://content.scirp.org/pdf/aces\\_2018030815095855.pdf](https://content.scirp.org/pdf/aces_2018030815095855.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.

LIMA, G. B.; DACANAL, G. C. Estudo da secagem de partículas de amido-alginato produzidas por gelificação iônica. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA EM INICIAÇÃO CIENTÍFICA (COBEQ-IC)*, 12., 2017, São Carlos: UFSCar, 2017. Disponível em: <https://pdf.blucher.com.br/chemicalengineeringproceedings/cobeqic2017/197.pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

MACHADO, Antonio Vitor. **Estudo da secagem do pedúnculo do caju em sistemas convencional e solar: modelagem e simulação do processo**. 2009. Tese (Doutorado em Engenharia Química) – Programa de Pós Graduação em Engenharia Química, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/server/api/core/bitstreams/0efd4c2d-651d-43fa-8bba-5feb63a92951/content>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

MALI, S.; GROSSMANN, M. V. E.; YAMASHITA, F. Filmes de amido: produção, propriedades e potencial de utilização. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 31, n. 1, p. 137-156, jan./mar. 2010. Disponível em: <https://www.uel.br/revistas/uel/index.php/semagrarias/article/download/4898/4363>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

MARTINAZZO, A. P.; et al. Análise e descrição matemática da cinética de secagem de folhas de capim-limão. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande v. 11, n. 3, p. 301-306, 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbeaa/a/YBJHpYsQNXwhMW75zxKbnHF/?format=html&lang=pt>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

MEISAMI-ASL, E.; et al. Drying of apple slices (var. Golab) and effect on moisture diffusivity and activation energy. **Plants Omics Journal**, v. 3, n. 3, p. 97-102, 2010. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/268419381\\_Drying\\_of\\_apple\\_slices\\_var\\_Golab\\_and\\_effect\\_on\\_moisture\\_diffusivity\\_and\\_activation\\_energy](https://www.researchgate.net/publication/268419381_Drying_of_apple_slices_var_Golab_and_effect_on_moisture_diffusivity_and_activation_energy). Acesso em: 18 de junho de 2026.

MORAES, J. O.; RESZKA, A.; MORAES, A.B. LAURINDO, J. B. Espalhamento e secagem de filme de amido-glicerol-fibra preparado por "tape-casting". **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 49, n. 2, p. 136-143, 2014. DOI: 10.1590/S0100-204X2014000200008. E-book. Disponível em: <https://webapp.utfpr.edu.br/bibservices/minhaBiblioteca?ISBN=9788527729888>. Acesso em: 16 junho 2026.

MONTE, Micheli Legemann. **Cinética e termodinâmica da secagem convectiva de filmes de quitosana**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciência de Alimentos) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia e Ciência de Alimentos, Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2016. Disponível em: <https://repositorio.furg.br/server/api/core/bitstreams/07b03a51-47b8-4da8-9842-31796d8467db/content>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

MUJUMDAR, A. S.. **Handbook of industrial drying**. 3. Ed. Boca Raton: CRC Press, 2006. Disponível em: [https://www.academia.edu/41300497/Handbook\\_of\\_Industrial\\_Drying](https://www.academia.edu/41300497/Handbook_of_Industrial_Drying). Acesso em: 18 de junho de 2026.

OLIVEIRA, Bárbara F; NEGREIROS, Jéssica K. S.; BONFIM, K. S. et al. Modelagem matemática da cinética de secagem em camada de espuma da folha da graviroleira (*Annona muricata* Linn) e caracterização do pó obtido. **Research, Society and Development**, v. 9, n. 4, e10942811, 2020. DOI: 10.33448/rsd-v9i4.2811. Disponível em: <https://rsdjournal.org/rsd/article/download/2811/2147/12043>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

RENCHE, A. C.; SCHAALJE, G. B. **Linear Models in Statistics**. 2nd ed. Nova Jersey: John Wiley & Sons, 2008. Disponível em: <https://utstat.utoronto.ca/brunner/books/LinearModelsInStatistics.pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

RUSO, J. M.; MESSINA, P. V. **Biopolymers for Medical Applications**. Boca Raton: CRC Press, 2016. Disponível em: [https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781498744973\\_A29597777/preview-9781498744973\\_A29597777.pdf](https://api.pageplace.de/preview/DT0400.9781498744973_A29597777/preview-9781498744973_A29597777.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.

SANFELICE, R. C.; PAVINATTO, A.; CORRÊA, D. S. **Nanotecnologia aplicada a polímeros**. São Paulo: Blucher, 2022. 614 p. E-book. Disponível em: <https://webapp.utfpr.edu.br/bibservices/minhaBiblioteca?ISBN=9788527729888>. Acesso em: 16 junho 2026.

SHI, S. Q. Diffusion model based on Fick's second law for the moisture absorption process in wood fiber-based composites: is it suitable or not? **Wood Science and Technology**, v. 41, n. 8, p. 645–658, 2007. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/226931121\\_Diffusion\\_model\\_based\\_on\\_Fick's\\_second\\_law\\_for\\_the\\_moisture\\_absorption\\_process\\_in\\_wood\\_fiber-based\\_composites\\_Is\\_it\\_suitable\\_or\\_not](https://www.researchgate.net/publication/226931121_Diffusion_model_based_on_Fick's_second_law_for_the_moisture_absorption_process_in_wood_fiber-based_composites_Is_it_suitable_or_not). Acesso em: 18 de junho de 2026.

SILVA, L. J. S.; LIMA, M. F.; LOPES, I. A.; SANTANA, A. A.; Dennyys Correia da Silva; Análise da cinética de secagem e isotermas de sorção de filmes de pectina incorporados com mesocarpo de coco babaçu, p-23-28. **In: ANAIS DO XII CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA QUÍMICA EM INICIAÇÃO**

**CIENTÍFICA [=BLUCHER CHEMICAL ENGINEERING PROCEEDINGS, V. 1, N.4]. ISSN IMPRESSO: 2446-8711.** São Paulo: Blucher, 2017. ISSN 23591757, DOI 10.5151/chemeng-cobeqic2017-005. Disponível em: <https://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/anlise-da-cintica-de-secagem-e-isotermas-de-soro-de-filmes-de-pectina-incorporados-com-mesocarpo-de-coco-babau-25676>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

SIMAL, S. et al. Use of exponential, Page's and diffusional models to simulate the drying kinetics of kiwi fruit. **Journal of Food Engineering**, v. 66, p. 323-328. 2005. doi:10.1016/j.jfoodeng.2004.03.025. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0260877404001554>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

SIMMONS, G. F. **Differential Equations with Applications and Historical Notes**. 3rd ed. Boca Raton: CRC Press, 1991. Disponível em: <https://horizons-2000.org/92.%20Misc%20Files/Reading/Differential%20Equations--George%20Simpson.pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

SOUSA, J. V. L. C. et al. Filmes biodegradáveis à base de amido: mapeamento tecnológico. **Brazilian Journal of Development**, Curitiba, v. 7, n. 9, p. 87635-87646, set. 2021. DOI: 10.34117/bjdv7n9-092. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/35610/pdf>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

TAHERI-GARAVAND, A.; RAFIEE, S.; KEYHANI, A. Study on effective moisture diffusivity, activation energy and mathematical modeling of thin layer drying kinetics of bell pepper. **American Journal of Crop Science**, v. 5, n. 2, p. 128-131, 2011. Disponível em: [https://www.cropj.com/garavand\\_5\\_2\\_2011\\_128\\_131.pdf](https://www.cropj.com/garavand_5_2_2011_128_131.pdf). Acesso em: 18 de junho de 2026.

XAVIER, C. S. F.; et al. Secagem e avaliação do bagaço de cana de açúcar como adsorvente de corantes têxteis presentes em soluções aquosas. **Revista Matéria**, Rio de Janeiro, v. 26, n. 1, 2021. DOI: 10.1590/S1517-707620210001.1237. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rmat/a/FxhMbW9vCJ7VHkkRr6Z9jpJ/?format=html&lang=pt>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

ZHU, T. et al. Drying kinetics of soy protein isolate-corn starch film during preparation and its moisture adsorption characteristics during storage. **Grain & Oil Science and Technology**, v. 6, p. 120-126. 2023. DOI: 10.1016/j.gaost.2023.08.002. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2590259823000201>. Acesso em: 18 de junho de 2026.

**APÊNDICE A - Modelagem matemática aplicada à secagem convectiva com  
base na Segunda Lei de Fick**

## Modelagem matemática aplicada à secagem convectiva com base na Segunda Lei de Fick

### Estimativa da Difusividade Efetiva

A difusividade efetiva da umidade ( $D_{eff}$ ) é uma das principais propriedades de transporte envolvidas na modelagem do processo de secagem. Ela representa a taxa com que a umidade se move dentro do material devido a um gradiente de concentração. Para estimá-la experimentalmente, utiliza-se com frequência a simplificação da solução da Segunda Lei de Fick para os tempos intermediários, considerando apenas o primeiro termo da série infinita:

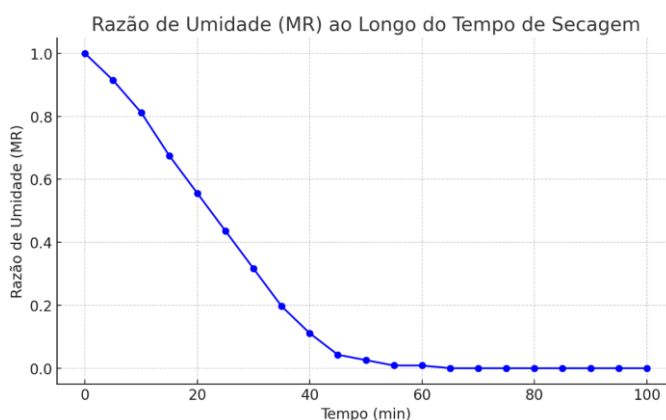
$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e} = \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp\left(- (2n+1)^2 \frac{\pi^2 D_{eff} t}{L^2}\right)$$

- Em que:
  - MR: razão de umidade
  - $D_{eff}$ : difusividade efetiva ( $m^2/s$ )
  - L: metade da espessura do filme (m)
  - t: tempo (s)

A partir dessa expressão, constrói-se um gráfico de  $\ln(MR)$  em função do tempo t.

A inclinação da reta obtida é usada para calcular  $D_{eff}$ . Essa abordagem é válida principalmente para sistemas com geometria simples (placas, cilindros, esferas) e com condições de contorno controladas.

A inclinação da reta obtida no gráfico  $\ln(MR)$  vs. t permite calcular  $D_{eff}$ .



Estimativa via experimento com a Segunda Lei de Fick (placa plana)

**Passo 1:** A forma linearizada da solução para Segunda Lei de Fick para uma placa plana é:

$$\ln(MR) = \ln\left(\frac{8}{\pi^2}\right) - \left(\frac{\pi^2 D_{eff}}{L^2}\right)t$$

**Passo 2:** Calcula-se MR em cada tempo t usando:

$$MR = \frac{M - M_e}{M_0 - M_e}$$

**Passo 3:** Constroi-se um gráfico de  $\ln(MR)$  vs. T

- Com os valores de  $\ln(MR)$  ficará no eixo y e o tempo t no eixo x.

**Passo 4:** Ajuste uma reta (regressão linear)

- Obtem-se uma equação do tipo:

$$\ln(MR) = \alpha \cdot t + b$$

- O coeficiente  $\alpha$  é o slope, e deve ser negativo, pois a umidade decresce com o tempo
- Temos, assim:

$$\ln(MR) = \alpha K t + \ln A$$

- Onde:

$$A = \frac{8}{\pi^2}$$

$$K = \frac{\pi^2 D_{eff}}{L^2}$$

**Passo 5:** Calcula-se  $D_{eff}$

- Com slope determinado, temos:

$$slope = -\frac{\pi^2 D_{eff}}{L^2}$$

- Isolando  $D_{eff}$ :

$$D_{\text{eff}} = -\frac{L^2}{\pi^2} \cdot \text{slope}$$

A seguir são apresentados os códigos utilizados no MATLAB com explicação por blocos:

### 1 Definição Dos Dados

```
Tempo = [0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100
105]';
MR = [1 0.930232558 0.870801034 0.801033592 0.72997416 0.670542636
0.583979328 ...
0.502583979 0.447028424 0.364341085 0.315245478 0.286821705
0.213178295 ...
0.160206718 0.091731266 0.059431525 0.031007752 0 0 0 0 0]';
```

- O vetor Tempo contém os tempos de secagem em minutos, organizados em forma de coluna.
- O vetor MR contém os valores da razão de umidade remanescente correspondentes a cada tempo.
- Os valores finais iguais a zero aparecem no conjunto de dados e precisam ser tratados antes do uso do logaritmo.

### 2 Filtragem Dos Valores Válidos

```
mask = MR > 0;
Tempo_fit = Tempo(mask);
MR_fit = MR(mask);
```

- Essa etapa cria uma máscara lógica para selecionar somente os pontos em que MR é maior que zero.
- Isso é necessário porque o logaritmo natural de zero não existe matematicamente.
- Assim, Tempo\_fit e MR\_fit armazenam apenas os dados válidos para o ajuste.

### 3 Cálculo Do Logaritmo Natural

```
lnMR = log(MR_fit);
```

- Aqui, é calculado o logaritmo natural dos valores filtrados de MR.

- A transformação  $\ln(MR)$  é comum em estudos de secagem baseados na lei de Fick, pois muitas vezes lineariza a relação com o tempo.

#### 4 Ajuste Linear Dos Dados

```
p = polyfit(Tempo_fit, lnMR, 1);
```

- A função `polyfit` ajusta uma reta aos dados de `Tempo_fit` e `lnMR`.
- O grau 1 indica que o ajuste é linear. O vetor `p` retorna os coeficientes da reta:
  - `p(1)` é a inclinação,
  - `p(2)` é o intercepto.

#### 5 Avaliação Da Reta Ajustada

```
lnMR_fit = polyval(p, Tempo_fit);
```

- A função `polyval` usa os coeficientes obtidos para calcular os valores previstos pela reta ajustada.
- Esses valores são usados para desenhar a linha do ajuste no gráfico.

#### 6 Construção Do Gráfico

```
figure;
scatter(Tempo_fit, lnMR, 'bo', 'DisplayName', 'Dados observados');
hold on;
plot(Tempo_fit, lnMR_fit, 'r-', 'LineWidth', 1.5, 'DisplayName',
'Ajuste Linear');
```

- O comando `figure` abre uma nova janela gráfica.
- `scatter` plota os pontos experimentais de  $\ln(MR)$  em função do tempo.
- `plot` desenha a reta ajustada em vermelho.
- `hold on` permite sobrepor os dados e a reta no mesmo gráfico.

#### 7 Configuração Visual Do Gráfico

```
xlabel('Tempo (min)');
ylabel('ln(MR)');
title('Regressão Linear de ln(MR) vs Tempo');
legend show;
```

```
grid on;
```

- O eixo x recebe o rótulo Tempo (min) e o eixo y recebe o rótulo  $\ln(MR)$ .
- O título indica que o gráfico representa uma regressão linear de  $\ln(MR)$  versus tempo.
- A legenda identifica os pontos observados e o ajuste linear.
- A grade é ativada para facilitar a leitura visual.

## 8 Extração Dos Coeficientes Da Reta

```
A = p(1);
intercepto = p(2);
```

- A representa a inclinação da reta ajustada.
- intercepto representa o termo constante da equação.
- Esses valores são importantes porque a inclinação será usada no cálculo da difusividade efetiva.

## 9 Cálculo Da Difusividade Efetiva

```
L = 0.001; % espessura do material (m)
Deff = -(4 * L^2 * A) / (pi^2);
```

- L é a espessura do material, definida como 0.001 m.
- A equação calcula a difusividade efetiva (Deff) com base na inclinação da reta.
- O sinal negativo aparece porque a inclinação da reta de  $\ln(MR)$  tende a ser negativa durante a secagem.

## 10 Geração Dos Textos No Gráfico

```
eqn = sprintf('\ln(MR) = %.5ft %+.5f', A, intercepto);
deff_str = sprintf('D_{eff} = %.2e m^2/s', Deff);
```

- eqn monta a equação da reta com os valores obtidos no ajuste.

- `deff_str` cria uma string com o valor da difusividade efetiva em notação científica.
- Essas informações serão mostradas diretamente na figura.

## 11 Inserção Das Informações Na Figura

```
text(Tempo_fit(1), lnMR_fit(1), {eqn; deff_str}, ...
    'FontSize', 12, 'Color', 'k', 'VerticalAlignment', 'bottom',
    'BackgroundColor', 'w');
```

- A função `text` insere a equação ajustada e o valor de `Deff` no gráfico.
- O texto é posicionado próximo ao primeiro ponto ajustado.
- O fundo branco melhora a visibilidade da anotação.

## 12 Exibição Dos Resultados No Console

```
fprintf('Valor da constante A (inclinação): %.5f\n', A);
fprintf('Intercepto: %.5f\n', intercepto);
fprintf('Deff: %.8e m^2/s\n', Deff);
```

- O comando `fprintf` mostra os resultados numéricos no console do MATLAB.
- São exibidos:
  - a inclinação da reta,
  - o intercepto,
  - e a difusividade efetiva calculada.

**APÊNDICE B - Código para ajuste da curva para modelos semiempiricos a 50°C**

## Código para ajuste da curva para modelos semiempíricos a 50°C

### 1 Definição Dos Dados

```
t = [0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 65 70 75 80 85 90 95 100
105];
RU = [1 0.930232558 0.870801034 0.801033592 0.72997416 0.670542636
0.583979328 ...
0.502583979 0.447028424 0.364341085 0.315245478 0.286821705
0.213178295 ...
0.160206718 0.091731266 0.059431525 0.031007752 0 0 0 0 0];
```

- Vetor t contém os tempos de secagem, em minutos, variando de 0 a 105 com intervalo de 5 minutos
- Vetor RU contém os valores experimentais da razão de umidade correspondentes a cada tempo
- Esses dados mostram a diminuição da umidade ao longo do processo de secagem, o que é esperado em um fenômeno de remoção de água.

### 2 Ajuste Do Modelo De Newton

```
ft_newton = fittype('exp(-k*x)', 'independent', 'x', 'coefficients',
'k');
[fit_newton, gof_newton] = fit(t(:), RU(:), ft_newton, 'StartPoint',
0.01);
```

- Aqui é definido o modelo de Newton, cuja forma matemática é  $RU = e^{(-kt)}$ .
- A função fittype informa ao MATLAB qual é a equação que será ajustada, indicando que a variável independente é x e o coeficiente a ser estimado é k.
- A função fit faz o ajuste dos dados experimentais ao modelo, usando como valor inicial para k o número 0.01.
- Resultado é armazenado em fit\_newton, enquanto gof\_newton guarda as informações de qualidade do ajuste.

### 3 Ajuste Do Modelo De Page

```
ft_page = fittype('exp(-k*x^n)', 'independent', 'x', 'coefficients',
{'k', 'n'});
[fit_page, gof_page] = fit(t(:), RU(:), ft_page, 'StartPoint', [0.01,
1]);
```

- O modelo de Page é definido pela equação  $RU = e^{-(kt^n)}$ .
- Diferentemente do modelo de Newton, ele possui dois parâmetros ajustáveis: k e n.
- O parâmetro n permite maior flexibilidade ao modelo, o que geralmente melhora o ajuste em processos de secagem não lineares.
- O vetor [0.01, 1] define os valores iniciais para k e n, ajudando o algoritmo de otimização a iniciar a busca pelos melhores parâmetros.

#### 4 Ajuste Do Modelo De Page Modificado

```
ft_page_mod = fittype('exp(-(k*x)^n)', 'independent', 'x',
'coefficients', {'k', 'n'});
[fit_page_mod, gof_page_mod] = fit(t(:), RU(:), ft_page_mod,
'StartPoint', [0.01, 1]);
```

- Esse modelo é uma variação do Page, dada por  $RU = e^{-(kt)^n}$ .
- A diferença está na forma como o termo exponencial é construído, o que pode levar a um comportamento de curva diferente.
- Assim como no modelo anterior, o MATLAB estima os parâmetros k e n com base nos dados experimentais.

#### 5 Exibição Dos Resultados No Console

```
disp('=== RESULTADOS DOS AJUSTES ===');
```

- Essa linha imprime um título no console para organizar a saída dos resultados.

```
Disp('Modelo de Newton: RU = exp(-k * t)');
eq_newton = sprintf('RU = exp(-%.5f * t)', fit_newton.k);
```

```
disp(['Equação: ' eq_newton]);
```

- O código mostra a equação do modelo de Newton já com o valor ajustado de k.
- `sprintf` é usado para montar a equação em formato textual, com cinco casas decimais.

```
Disp(sprintf('k = %.5f | R² = %.4f | SSE = %.4f | RMSE = %.4f', ...
fit_newton.k, gof_newton.rsquare, gof_newton.sse, gof_newton.rmse));
```

- Aqui são exibidos:
  - o valor de k,
  - o coeficiente de determinação  $R^2$ ,
  - a soma dos erros quadráticos SSE,
  - e o erro quadrático médio RMSE.
- Essas métricas ajudam a avaliar se o modelo representa bem os dados experimentais.

## 6 Resultados do modelo de Page

```
disp('Modelo de Page: RU = exp(-k * t^n)');
eq_page = sprintf('RU = exp(-%.5f * t^%.3f)', fit_page.k, fit_page.n);
```

- O código monta a equação do modelo de Page com os valores ajustados de k e n.

```
disp(sprintf('k = %.5f | n = %.3f | R² = %.4f | SSE = %.4f | RMSE = %.4f', ...
fit_page.k, fit_page.n, gof_page.rsquare, gof_page.sse, gof_page.rmse));
```

- Os parâmetros ajustados são mostrados junto com as métricas estatísticas do ajuste.

## 7 Resultados do modelo de Page modificado

```
disp('Modelo de Page Modificado: RU = exp(-(k * t)^n)');
eq_page_mod = sprintf('RU = exp(-(%5f * t)^%.3f)', fit_page_mod.k, fit_page_mod.n);
```

- O código escreve no console a equação do modelo de Page modificado já com os parâmetros estimados.

```
Disp(sprintf('k = %.5f | n = %.3f | R² = %.4f | SSE = %.4f | RMSE = %.4f', ...
fit_page_mod.k, fit_page_mod.n, gof_page_mod.rsquare,
gof_page_mod.sse, gof_page_mod.rmse));
```

- Novamente, são mostrados k, n, R², SSE e RMSE, permitindo comparação direta com os demais modelos.

## 8 Plotagem dos dados e dos ajustes

```
figure;
plot(t, RU, 'ko', 'MarkerFaceColor', 'y', 'DisplayName', 'Dados');
hold on;
h1 = plot(t, fit_newton(t), '-b', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
'Newton');
h2 = plot(t, fit_page(t), '-r', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
'Page');
h3 = plot(t, fit_page_mod(t), ':g', 'LineWidth', 2, 'DisplayName',
'Page Modificado');
```

- O comando figure cria uma nova janela de gráfico.
- Os dados experimentais são plotados como círculos pretos com preenchimento amarelo.
- Em seguida, os três modelos ajustados são desenhados sobre o mesmo gráfico:
  - Newton em azul contínuo,
  - Page em vermelho tracejado,
  - Page modificado em verde pontilhado.

## 9 Configuração Do Gráfico

```
legend('Location', 'northeast');
xlabel('Tempo (min)');
ylabel('Razão de Umidade (RU)');
title('Ajuste de Modelos de Secagem 50°C');
grid on;
xlim([min(t) max(t)]);
```

```
yylim([-0.05 1.05]);
```

- A legenda é posicionada no canto superior direito.
- Os eixos recebem títulos para facilitar a interpretação.
- gráfico ganha um título indicando que se trata de um ajuste de modelos de secagem a 50°C.
- A grade é ativada para melhorar a leitura visual.
- Os limites dos eixos são ajustados para mostrar toda a curva e os pontos experimentais.

## 10 Criação das caixas de texto

```
info_newton = sprintf(['Newton\n%s\n' ...
    'k=%.3f\Nr²=%.4f SSE=%.3f RMSE=%.4f'], ...
    eq_newton, fit_newton.k, gof_newton.rsquare, ...
    gof_newton.sse, gof_newton.rmse);
```

- Aqui é criada uma string compacta com o nome do modelo, sua equação e suas métricas.
- O mesmo procedimento é repetido para os modelos Page e Page modificado.

## 11 Inserção Das Informações No Gráfico

```
x_pos = max(t)*0.52;
text(x_pos, 0.82, info_newton, 'FontSize', 9, 'BackgroundColor', 'w',
    'EdgeColor', 'b', 'FontWeight', 'bold');
text(x_pos, 0.58, info_page, 'FontSize', 9, 'BackgroundColor', 'w',
    'EdgeColor', 'r', 'FontWeight', 'bold');
text(x_pos, 0.34, info_page_mod, 'FontSize', 9, 'BackgroundColor',
    'w', 'EdgeColor', 'g', 'FontWeight', 'bold');
```

- O valor de x\_pos define a posição horizontal das caixas de texto no gráfico.
- A função text insere as informações em caixas brancas com bordas coloridas, facilitando a visualização dos parâmetros ajustados.
- Cada modelo recebe uma caixa em uma posição diferente para evitar sobreposição.

## 12 Finalização do gráfico

```
hold off;
```

- comando hold off encerra o modo de sobreposição dos gráficos.

**APÊNDICE C - Código utilizado para encontrar Energia de Ativação**

## Código utilizado para encontrar Energia de Ativação

### 1 Definição dos dados

```
invT = [0.003096; 0.003003; 0.002915; 0.002833]; % 1/T
Deff = [1.54204493e-9; 2.81397659e-9; 2.55362675e-9; 4.47216507e-9];
```

- O vetor invT contém os valores de  $1/T$ , organizados em forma de coluna.
- Já o vetor Deff contém os valores da difusividade efetiva construídos a cada ponto experimental.
- Esses dois conjuntos de dados serão usados para construir a relação linear do tipo Arrhenius.

### 2 Cálculo do logaritmo natural

```
lnDeff = log(Deff);
```

- Neste é calculado o logaritmo natural dos valores de Deff.
- Essa transformação é necessária porque a forma linearizada da equação de Arrhenius usa  $\ln(\text{Deff})$  em função de  $1/T$ .

### 3 Ajuste linear dos dados

```
p = polyfit(invT, lnDeff, 1);
m = p(1); % m = -a
lnD0 = p(2); % ln(D0)
a = -m; % a 7364073e
```

- A função polyfit realiza um ajuste linear de grau 1 entre invT e lnDeff.
- O vetor p retorna os coeficientes da reta ajustada, onde p(1) é a inclinação e p(2) é o intercepto.
- Como a equação tem a forma  $\ln(\text{Deff}) = -a(1/T) + \ln(D0)$ , a inclinação é o valor negativo de a, por isso o código define  $a = -m$ .

### 4 Constante dos gases

```
R = 8.314; % J/(mol·K)
```

- Nesta etapa é definida a constante universal dos gases, usada no cálculo da energia de ativação. O valor adotado é 8,314 J/(mol·K).

## 5 Cálculo da energia de ativação

```
Ea = a * R; % J/mol
Ea_kJ = Ea / 1000; % kJ/mol
```

- A energia de ativação é calculada multiplicando o parâmetro a pela constante dos gases R.
- O resultado é inicialmente obtido em J/mol e depois convertido para kJ/mol.
- Assim, o 74ódigo fornece uma forma mais prática de interpretação do resultado final.

## 6 Criação da figura

```
figure;
scatter(invT, lnDeff, 'filled', 'MarkerFaceColor', 'b');
hold on;
```

- O comando figure abre uma nova janela gráfica.
- Em seguida, scatter plota os pontos experimentais de ln(Deff) em função de 1/T.
- O comando hold on permite sobrepor a reta ajustada aos pontos experimentais no mesmo gráfico.

## 7 Geração da reta ajustada

```
x_fit = linspace(min(invT), max(invT), 100);
y_fit = polyval(p, x_fit);
plot(x_fit, y_fit, 'r-', 'LineWidth', 2);
```

- Aqui é criado um vetor com 100 pontos igualmente espaçados entre o menor e o maior valor de invT.
- Em seguida, polyval calcula os valores da reta ajustada nesses pontos, permitindo desenhar uma linha contínua no gráfico.
- O comando plot exibe essa reta em vermelho.

## 8 Montagem dos textos da figura

```
eqn_text = sprintf('\ln(Deff) = %.4f * (1/T) + %.4f', m, lnD0);
Ea_text = sprintf('a = %.4f\nE_a = %.2f kJ/mol', a, Ea_kJ);
```

- Essas linhas criam textos formatados para mostrar a equação da reta e o valor da energia de ativação diretamente no gráfico.
- A variável eqn\_text exibe a relação linear ajustada, enquanto Ea\_text apresenta os valores de a e Ea.

## 9 Definição da posição do texto

```
x_pos = min(invT) + 0.0001;
y_pos = max(lnDeff) - 0.5;
```

- O código define uma posição aproximada para inserir as anotações no gráfico.
- Isso é feito para evitar sobreposição com os pontos experimentais e com a reta ajustada, melhorando a legibilidade da figura.

## 10 Inserção das anotações

```
text(x_pos, y_pos, eqn_text, 'FontSize', 10, 'Color', 'k',
'BackgroundColor', 'w', 'EdgeColor', 'k');
text(x_pos, y_pos - 0.5, Ea_text, 'FontSize', 10, 'Color', 'k',
'BackgroundColor', 'w', 'EdgeColor', 'k');
```

- A função text insere as informações calculadas diretamente na figura.
- O uso de fundo branco (BackgroundColor, 'w') e borda preta (EdgeColor, 'k') melhora a visualização dos textos sobre o gráfico.

## 11 Configuração do gráfico

```
xlabel('1/T (K^{-1})');
ylabel('ln(D_{eff})');
title('Ajuste linear de ln(D_{eff}) vs 1/T');
legend('Dados experimentais', 'Ajuste linear', 'Location', 'best');
grid on;
hold off;
```

- Essa parte define os rótulos dos eixos, o título do gráfico e a legenda.

- O eixo x representa  $1/T$  em  $K^{-1}$ , e o eixo y representa  $\ln(D_{eff})$ .
- A grade é ativada para facilitar a leitura visual.
- hold off encerra a sobreposição de elementos no gráfico.

O algoritmo apresentado neste apêndice realiza a transformação logarítmica dos valores de difusividade efetiva, ajustando a relação linear entre  $\ln(D_{eff})$  e o inverso da temperatura absoluta ( $1/T$ ), conforme a equação de Arrhenius. A partir da inclinação da reta obtida, é calculada a energia de ativação do processo de secagem. Além disso, o código gera automaticamente a representação gráfica do ajuste linear, apresentando a equação da reta, o coeficiente de determinação e o valor da energia de ativação estimada, permitindo a avaliação visual da qualidade do ajuste e da dependência da difusividade efetiva com a temperatura.