

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA E DE MA-
TERIAIS**

MATHEUS TONELI RODRIGUES

**OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO *HO-
NEYCOMB* VIA FUNÇÕES DE BASE RADIAL**

DISSERTAÇÃO

CURITIBA

2019

MATHEUS TONELI RODRIGUES

OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO *HONEYCOMB* VIA FUNÇÕES DE BASE RADIAL

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica e de Materiais, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, do Câmpus Curitiba, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Marco Antônio Luersen, Dr. Eng.

CURITIBA

2019

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

Rodrigues, Matheus Toneli

Otimização ao impacto de estruturas do tipo *honeycomb* via funções de base radial / Matheus Toneli Rodrigues.-- 2019.

1 arquivo de texto : PDF ; 4,01 MB

Disponível via World Wide Web

Texto em português com resumo em inglês

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, 2019

Bibliografia: p. 94-99

1. Engenharia mecânica - Dissertações. 2. Impacto. 3. Otimização estrutural. 4. Veículos - Medidas de segurança. 5. Mecânica da fratura. I. Luersen, Marco Antônio, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, inst. III. Título.

CDD: Ed. 22 -- 620.1

**Biblioteca Ecoville da UTFPR, Câmpus Curitiba
Lucia Ferreira Littiere - CRB 9/1271**

TERMO DE APROVAÇÃO DE DISSERTAÇÃO Nº350

A Dissertação de Mestrado intitulada: **Otimização ao impacto de estruturas do tipo honeycomb via funções de base radial**, defendida em sessão pública pelo Candidato **Matheus Toneli Rodrigues**, no dia 25 de fevereiro de 2019, foi julgada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia, área de concentração: Mecânica dos Sólidos, e aprovada em sua forma final, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais – PPGEM.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Marco Antonio Luersen - Presidente - UTFPR

Prof. Dr. Marcilio Alves - USP - SP

Prof. Dr. Pablo Andres Muñoz-Rojas - UDESC - Joinville

A via original deste documento encontra-se arquivada na Secretaria do Programa, contendo a assinatura da Coordenação após a entrega da versão corrigida do trabalho.

Curitiba, 25 de Fevereiro de 2019.

Carimbo e assinatura do Coordenador do Programa

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e irmãos, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem na busca por meus objetivos.

Meus agradecimentos aos colegas do Laboratório de Mecânica Estrutural (LAMES), Sandmara Lanhi e Felipe Sviech, por toda ajuda e troca de conhecimentos durante o tempo que passamos juntos.

Agradeço ao Prof. Marco Luersen pela orientação durante o mestrado, por sempre estar disponível para tirar minhas dúvidas e pela sua experiência, que me manteve confiante para enfrentar as dificuldades que apareceram nesses dois anos.

Meus agradecimentos ao Prof. Pablo A. Muñoz-Rojas e ao Prof. Marcílio Alves, pela prontidão em aceitar o convite para fazerem parte da minha banca examinadora e por contribuírem para a melhoria do trabalho.

Aos amigos que fiz durante o mestrado, Liliana Xavier, Caique Pedroso, Leander Alencar e Rodrigo Martins, pelos muitos momentos de alegria e divertimento.

Agradeço, por fim, à Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), ao Programa de Pós-Graduação em Mecânica e de Materiais (PPGEM) e ao LAMES pela disponibilização do espaço físico e suporte computacional para o desenvolvimento dessa dissertação, e a CAPES, pelo apoio financeiro.

Resumo

RODRIGUES, Matheus T. OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO *HONEYCOMB* VIA FUNÇÕES DE BASE RADIAL. 99 f. Dissertação – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

O desenvolvimento de estruturas que possuem elevada capacidade de absorver energia tornou-se um tópico importante no setor automobilístico devido à crescente preocupação com segurança veicular. Contudo, a utilização de absorvedores de impacto não pode promover um aumento significativo no peso total do veículo, visto que altos padrões de eficiência energética precisam ser atendidos. Nesse contexto, este trabalho propõe um método de otimização de estruturas *honeycombs* submetidas a cargas de impacto no sentido transversal. *Honeycombs* são materiais celulares, conhecidos por sua excelente capacidade de absorver energia e baixo peso. Devido ao alto custo computacional de simulações de impacto, o método proposto faz uso de técnicas de metamodelagem para aproximar a resposta de um modelo detalhado de elementos finitos construído no pacote comercial ABAQUS. Na busca da configuração ótima do *honeycomb*, o metamodelo é sequencialmente refinado com novos resultados de simulações (pontos de preenchimento), utilizando dois critérios: minimização do preditor do metamodelo e maximização da melhoria esperada (EI). Historicamente, o critério EI foi desenvolvido para ser utilizado com o metamodelo Kriging, porém, essa técnica foi adaptada neste trabalho para ser empregada com funções de base radial (RBF). Tamanho da célula do *honeycomb*, espessura das paredes e um parâmetro associado com o formato da célula são as variáveis de projeto. Os resultados do processo de otimização demonstram uma melhoria significativa em termos de energia específica absorvida comparada ao projeto inicial, enquanto que os valores de força máxima são mantidos em níveis baixos. Além disso, o formato de célula hexagonal indica possuir um desempenho superior, no sentido transversal, aos formatos do tipo auxético reentrante e retangular. Em termos do método proposto, o algoritmo utilizado resolveu de maneira satisfatória diferentes problemas de otimização mono-objetivo, a partir de um reduzido número de simulações do modelo de elementos finitos. Isso demonstra a vantagem de se utilizar RBF com pontos de preenchimento em problemas computacionalmente caros, como aqueles que envolvem impacto. Por último, é realizada uma otimização multiobjetivo utilizando somente o preditor do metamodelo RBF (sem refinamento sequencial) a fim de obter soluções que simultaneamente maximizem a energia específica absorvida e minimizem a força máxima.

Palavras-chave: *Honeycomb*. Impacto. Otimização. Metamodelagem. Funções de Base Radial. Melhoria Esperada.

Abstract

RODRIGUES, Matheus T. CRUSH OPTIMIZATION OF HONEYCOMB-TYPE STRUCTURES USING RADIAL BASIS FUNCTIONS. 99 p. MSc Thesis - Postgraduate Program in Mechanical and Materials Engineering, Federal University of Technology - Paraná. Curitiba, 2019.

Crashworthiness design has become an important topic in automotive industry due to growing concerns with vehicle safety. However, the use of impact energy absorbers should not increase significantly the vehicle weight, because of the high standards of fuel consumption that must be satisfied. Within this context, this thesis proposes a method to optimize the out-of-plane crush behavior of honeycombs, well-known structures for their high-energy absorption capacity and low weight. Due to high computational costs involved in crush simulations, the method proposed employs meta-modeling techniques to approximate the response of a finite element model built using the commercial software ABAQUS. In order to find optimal honeycomb configurations, the surrogate model is sequentially improved from the outcome of new impact simulations (infill points), using two approaches: the minimization of a surrogate model predictor and the expected improvement method (EI). The expected improvement method was initially developed to be used in combination with Kriging, but it is applied with radial basis functions (RBF) in the present work. Honeycomb's cell size, cell shape and thickness are the design variables. The optimization results show a significant improvement compared to the initial design in terms of specific energy absorbed, while peak force values are maintained at low levels. Moreover, the hexagon cell shape seems to have a higher out-of-plane performance compared to rectangle and reentrant auxetic cells. Concerning the proposed surrogate-based optimization method, the algorithm shows a satisfactory performance, solving different single-objective optimization problems from a reduced number of finite element simulations. This demonstrates the benefit of applying RBF with infill strategies when dealing with large computational time problems, such as crush simulations. Lastly, a multi-objective optimization using only the RBF predictor (without sequential sampling) is carried out to seek simultaneously for optimal solutions with maximum specific energy absorption and minimum peak force.

Keywords: Honeycomb. Crush. Optimization. Metamodeling. Radial Basis Functions. Expected Improvement.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – As dez principais causas de morte entre os jovens entre 15 e 29 anos em termos mundiais (2012).....	18
Figura 2 – Estrutura honeycomb hexagonal.....	19
Figura 3 – Típica configuração de um sanduíche de <i>honeycomb</i>	20
Figura 4 – Instante inicial da colisão entre dois corpos.	24
Figura 5 – Diagrama tensão-deformação para ensaio de tração para (a) aço doce, (b) liga de alumínio e (c) compósito têxtil.	25
Figura 6 - Curvas tensão-deformação idealizadas para materiais sob tração: (a) elástico-perfeitamente plástico, (b) elástico-encruamento linear, (c) elástico-encruamento potencial. Fonte: adaptado de Lu e Yu (2003).	27
Figura 7 - Curvas tensão-deformação idealizadas para materiais sob tração: (a) rígido-perfeitamente plástico, (b) rígido-encruamento linear, (c) rígido - encruamento potencial.	28
Figura 8 – Diagrama tensão-deformação para ensaios de tração realizados com diferentes taxas de deformação para um aço doce A: $\dot{\epsilon}= 106s^{-1}$; b: $\dot{\epsilon}= 55s^{-1}$; C: $\dot{\epsilon}= 2s^{-1}$; D: $\dot{\epsilon}= 0,22s^{-1}$; E: $\dot{\epsilon}=0,001s^{-1}$. Fonte: adaptado de Jones (1997).	29
Figura 9 – Tubo deformado através de flambagem progressiva.	30
Figura 10 – Diferentes modos de flambagem progressiva (vista superior).....	31
Figura 11 - Diferentes modos de flambagem progressiva (vista lateral).	31
Figura 12 – Diagrama força-deslocamento de um tubo submetido a um carregamento axial quase-estático (JONES, 1997).	32
Figura 13 – Registro fotográfico do desenvolvimento das dobras em tubo durante carregamento axial quase-estático. As fotografias da esquerda para direita se referem aos pontos 1 e 9 da Figura 12. Fonte: Jones (1997).	32
Figura 14 – Propriedades geométricas de uma estrutura honeycomb.	35
Figura 15 – Direção transversal (eixo $X3$) e direções no plano (eixos $X1$ e $X2$) para uma estrutura <i>honeycomb</i>	36

Figura 16 - Diagrama tensão-deformação para um teste de impacto no sentido transversal de um <i>honeycomb</i>	37
Figura 17 – Estrutura <i>honeycomb</i> deformada após um teste de impacto.	37
Figura 18 – Diagrama tensão-deformação em função da densidade relativa.	39
Figura 19 - Aumento percentual da resistência ao impacto de um <i>honeycomb</i> em função da velocidade de impacto (BITZER, 1997).	40
Figura 20 – Modelo reduzido de elementos finitos, onde uma estrutura <i>honeycomb</i> é representada por uma coluna com seção transversal “Y”.	41
Figura 21 - Fluxograma do processo de otimização utilizando metamodelagem.	44
Figura 22 – Exemplo de uma amostra criada através do fatorial completo.	46
Figura 23 – Exemplo de um hipercubo latino tridimensional com $k=10$. a) representação em três dimensões; b) gráfico de pares com a projeção em cada uma das seis faces.	47
Figura 24 - Exemplos de funções radiais paramétricas: (a) função Gaussiana, (b) função multiquadrática.	50
Figura 25 – Aproximação de uma função de uma única variável, utilizando quatro tipos de base: (a) multiquadrática; (b) linear; (c) Gaussiana; (d) multiquadrática inversa. As bases paramétricas possuem $\sigma=1$	51
Figura 26 – (a) função “teste-1v” para o intervalo $x \in 0; 0,5$, (b) construção de um metamodelo RBF; (c) atualização da função aproximada por meio da adição de um ponto de preenchimento (em vermelho); (d) convergência para o mínimo global.	56
Figura 27 - (a) construção de um metamodelo RBF para aproximar a função “teste-1v” para o intervalo $x \in 0, 1$; (b) adição de pontos amostrais	57
Figura 28 – Otimização da função “teste-1v” no intervalo $x \in 0, 1$, utilizando o critério de maximização da melhoria esperada com Kriging.	58
Figura 29 - Otimização da função “teste-1v” no intervalo $x \in 0, 1$, utilizando o critério de maximização da melhoria esperada com RBF (base Gaussiana).	60

Figura 30 - Frente de Pareto com cinco pontos “não dominados” para um problema com dois objetivos.....	61
Figura 31 - Etapas do processo de otimização para o caso de impacto de estruturas do tipo <i>honeycomb</i>	63
Figura 32 – Otimização global da função “teste-1v”, utilizando o algoritmo eficiente de otimização proposto (maximização da melhoria esperada e minimização do preditor do metamodelo).	67
Figura 33 – (a) Função <i>six-hump camel back</i> no intervalo de $[-2, 2] \times [-1, 1]$; (b) indicação em vermelho dos pontos de ótimo no gráfico de isolinhas para o intervalo avaliado.	68
Figura 34 – Resultado da otimização para a função <i>six-hump camel back</i> . (a) aproximação inicial da função; (b) aproximação da função após utilizar pontos de preenchimento.....	69
Figura 35 – Evolução do valor mínimo da aproximação da função Hartmann 3D.....	70
Figura 36 – Gráfico de isolinhas da função Branin-Hoo no espaço normalizado $x \in \mathbf{0}, \mathbf{12}$ antes (a) e após (b) a imposição da restrição. Os pontos de ótimo estão indicados em vermelho.....	72
Figura 37 - Resultado da otimização para a função Branin-Hoo para o caso com restrição. (a) aproximação inicial da função; (b) aproximação da função após utilizar pontos de preenchimento.....	72
Figura 38 – Evolução do valor mínimo da aproximação da função Branin-Hoo.....	73
Figura 39 - Representação das condições de contorno para a simulação de impacto do <i>honeycomb</i> (validação do modelo numérico).....	75
Figura 40 - Diagrama tensão-deformação da liga de alumínio AA3003 H18 sob tração.	76
Figura 41 - Validação do modelo de elementos finitos: (a) curvas de validação (b) modo de deformação numérico (presente trabalho) e (c) modo de deformação experimental (ZHANG, ZHANG, WEN, 2014).	77
Figura 42 - Variações das energias cinética e interna do <i>honeycomb</i> durante caso quase-estático de compressão.	78

Figura 43 - Representação do problema de otimização ao impacto fora do plano de um <i>honeycomb</i>	79
Figura 44 – Variáveis de projeto para o problema de otimização ao impacto.	79
Figura 45 – Influência do parâmetro de forma CS.....	80
Figura 46 – Malha de elementos finitos da estrutura <i>honeycomb</i> utilizada no processo de otimização.....	81
Figura 47 – Evolução da função objetivo (Caso I).....	83
Figura 48 – Evolução da função objetivo (Caso II).....	85
Figura 49 – Evolução da restrição (Caso II).	85
Figura 50 – Evolução da função objetivo (Caso III).....	87
Figura 51 - Evolução da restrição (Caso III).....	87
Figura 52 – Erros relativos (para 10 pontos de validação) dos metamodelos RBF utilizados na otimização multiobjetivo.	89
Figura 53 – Frente de Pareto construída a partir dos metamodelos RBF.	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número médio de avaliações da função objetivo.	74
Tabela 2 – Limites das variáveis de projeto	80
Tabela 3 – Valores dos parâmetros e resultados para a configuração inicial.	82
Tabela 4 – Resultados da otimização (Caso I).	82
Tabela 5 – Resultados da otimização (Caso II).	84
Tabela 6 – Resultados da otimização (Caso III).	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANN	- <i>Artificial Neural Networks</i> – Redes Neurais Artificiais
CFE	- <i>Crush Force Efficiency</i> – Eficiência da Força de Impacto
DOE	- <i>Design of Experiments</i> - Projeto de Experimentos
EI	- <i>Expected Improvement</i> – Melhoria Esperada
LHS	- <i>Latin hypercube sample</i> – Hipercubo latino
MARS	- <i>Multivariate Adaptive Regression Splines</i>
MEF	- Método dos Elementos Finitos
MLS	- <i>Moving Least Squares</i> – Mínimos Quadrados Móveis
NHTSA	- <i>National Highway Traffic Safety Administration</i>
OMS	- Organização Mundial da Saúde
ONU	- Organização das Nações Unidas
PI	- <i>Probability of Improvement</i> – Probabilidade de Melhoria
RBF	- <i>Radial Base Function</i> – Função de Base Radial
SEA	- <i>Specific Energy Absorption</i> - Energia Específica Absorvida
SQP	- <i>Sequential Quadratic Programming</i> – Programação Sequencial Quadrática
SVR	- <i>Support Vector Regression</i> - Regressão de Vetores de Suporte
TRB	- <i>Tailor Rolled Blank</i>
TWB	- <i>Tailored Welded Blank</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras romanas

c	- Limite da restrição do problema de otimização
\mathbf{C}	- Matriz dos coeficientes dos termos polinomiais do metamodelo RBF
CFE	- <i>Crush force efficiency</i>
CS	- Parâmetro de forma da geometria da célula
\mathbf{D}	- Espaço ou domínio de projeto
d_j	- Distância entre pontos
\mathbf{e}	- Vetor das estimativas de erro da validação cruzada
E	- Módulo de elasticidade
E_a	- Energia absorvida durante impacto
ER	- Erro relativo
E_t	- Módulo de encruamento
f	- Função
\hat{f}	- Resposta dada pela metamodelo
F	- Força durante o impacto
F_b	- Pico de força para o projeto inicial
F_{cr}	- Força crítica
F_{limite}	- Limite de força para o problema de otimização
$F_{máx}$	- Força máxima durante o impacto
f_{MEF}	- Resposta da simulação de elementos finitos
$F_{média}$	- Força média durante o impacto
f_{RBF}	- Resposta do metamodelo de base radial
g_i	- i -ésima restrição de desigualdade
\hat{g}	- Resposta do metamodelo da restrição
\mathbf{G}	- Matriz usada para determinar os coeficientes do metamodelo RBF
h	- Altura da célula do <i>honeycomb</i>
h_j	- j -ésima restrição de igualdade
I	- Melhoria
J_j	- Número de pares de pontos
k	- Quantidade de pontos amostrais
K	- Constante dos modelos de encruamento potencial
l	- Comprimento da aresta da célula do <i>honeycomb</i>
m	- Massa da estrutura

n	- Expoente de encruamento (Seção 2.1) - Número de variáveis de projeto (Capítulo 3)
p	- Termo polinomial do metamodelo de base radial
P	- Probabilidade
\mathbf{P}	- Matriz que contém os termos polinomiais do metamodelo
r	- Norma Euclidiana entre um ponto e o centro da base
\mathbb{R}	- Conjunto dos números reais
S	- Região factível
\hat{s}	- Erro quadrático médio do metamodelo
\hat{s}^2	- Variância de uma amostra \mathbf{X} que segue uma distribuição normal
SEA	- Energia específica absorvida
s_g	- Erro de predição do metamodelo da restrição do problema de otimização
t	- Espessura da parede da célula que forma o <i>honeycomb</i>
U	- Deslocamento
UR	- Rotação
V	- Velocidade de impacto
\mathbf{x}	- Vetor formado pelas variáveis de projeto
\mathbf{x}^*	- Ponto de mínimo
\mathbf{X}	- Conjunto de pontos amostrais
X_1	- Direção 1 do plano da estrutura celular
X_2	- Direção 2 do plano da estrutura celular
X_3	- Direção perpendicular ao plano da estrutura celular
\mathbf{y}	- Conjunto de respostas
$Y(\mathbf{x})$	- Processo aleatório
\hat{y}	- Média de uma amostra \mathbf{X} que segue uma distribuição normal
y_{\min}	- Menor valor do conjunto de respostas

Letras gregas

δ	- Deslocamento
δ_{\max}	- Máximo valor de deslocamento considerado durante impacto
ε	- Deformação axial
$\dot{\varepsilon}$	- Taxa de deformação
$\varepsilon(\mathbf{x})$	- Função erro

ε_f	- Deformação em que ocorre a fratura do material
ε_y	- Deformação em que se inicia o escoamento do material
θ	- Ângulo interno da célula do <i>honeycomb</i>
λ	- Matriz dos coeficientes das funções radiais
ν	- Coeficiente de Poisson
ρ^*	- Densidade da estrutura celular
ρ_s	- Densidade do material de base da estrutura celular
σ	- Tensão normal (Capítulo 2)
	- Parâmetro de forma do metamodelo de base radial (Seção 3.3)
σ_m	- Tensão média
σ_u	- Tensão última
σ_y	- Tensão de escoamento
ϕ	- Função radial
Φ_q	- Parâmetro usado para otimizar o hipercubo latino
Φ	- Matriz de interpolação do metamodelo de base radial
ψ	- Função de densidade acumulada
Ψ	- Função densidade de probabilidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	APRESENTAÇÃO DO TEMA	18
1.2	OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA	22
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	22
2	IMPACTO EM ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB	24
2.1	CONCEITOS NO ESTUDO DE IMPACTO	24
2.1.1	COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS	25
2.1.2	FLAMBAGEM PROGRESSIVA	30
2.1.3	EFICIÊNCIA AO IMPACTO	32
2.2	ESTRUTURAS DO TIPO <i>HONEYCOMB</i>	34
2.2.1	CONCEITOS E DEFINIÇÕES	34
2.2.2	ANÁLISE DA EFICIÊNCIA AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO <i>HONEYCOMB</i>	37
3	OTIMIZAÇÃO	42
3.1	OTIMIZAÇÃO COM METAMODELOS	42
3.2	PROJETO DE EXPERIMENTOS	45
3.3	FUNÇÃO DE BASE RADIAL	48
3.4	METAMODELO DE BASE RADIAL E IMPACTO	53
3.5	REFINAMENTO SEQUENCIAL DO METAMODELO	54
3.6	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	60
3.7	PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO	61
3.8	OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB	64
4	RESULTADOS	67
4.1	OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES TESTE	67
4.2	OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB	74
4.2.1	DESCRIÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	74
4.2.2	OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO	78
4.2.3	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	88
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	91
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	91
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	92
	REFERÊNCIAS	94

1 INTRODUÇÃO

1.1 APRESENTAÇÃO DO TEMA

A segurança no trânsito tem sido motivo de preocupação de governos e órgãos internacionais devido ao aumento do número de vítimas. Mundialmente, o trânsito representa uma das principais causas de morte, sendo a principal entre jovens na faixa etária de 15 a 29 anos (OMS, 2015), conforme diagrama mostrado na Figura 1. A fim de tentar reduzir o número de morte e lesões, a Organização das Nações Unidas (ONU) lançou a campanha Década de Ação Pela Segurança no Trânsito 2011-2020, na qual convoca países a adotarem medidas de combate à violência no trânsito.

Nesse cenário em que o trânsito passou a ser uma questão de saúde pública, pode-se notar a existência de várias ações que buscam, de alguma maneira, tornar as vias e os veículos mais seguros. A agência estadunidense *National Highway Traffic Safety Administration* (NHTSA) teve, por exemplo, como meta investir mais de 152 milhões de dólares em segurança veicular no ano de 2018 (NHSTA, 2018), onde uma grande parte desse investimento se destinaria à pesquisa.

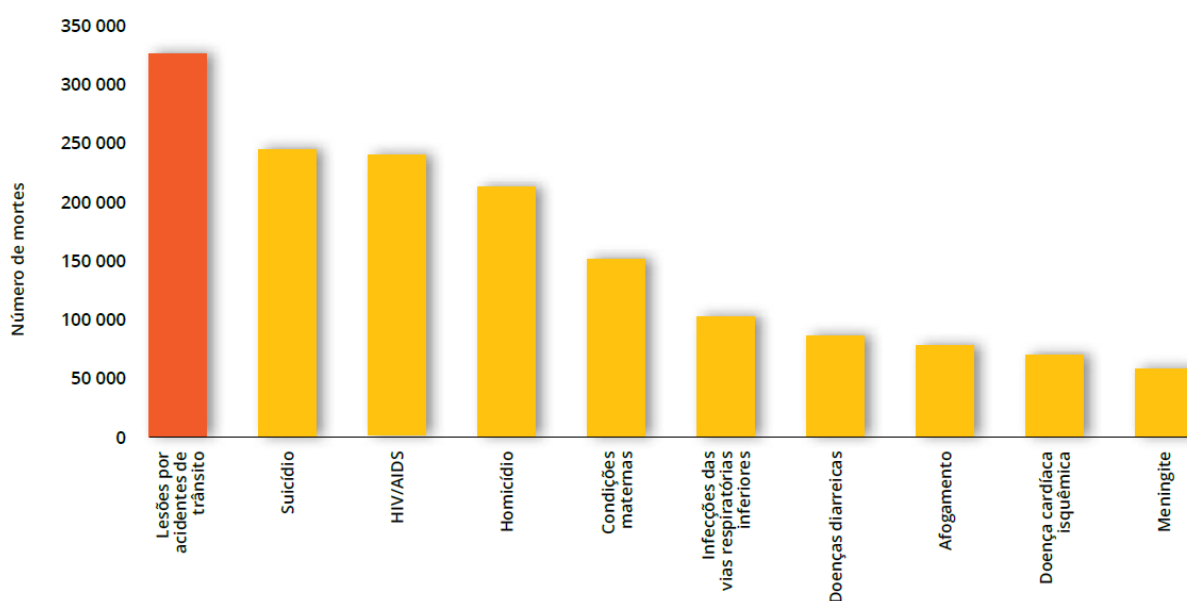


Figura 1 – As dez principais causas de morte entre os jovens entre 15 e 29 anos em termos mundiais (2012).

Fonte: OMS (2015).

Em relação à segurança veicular, os absorvedores de impacto são componentes responsáveis por reduzir ou evitar danos provocados por uma colisão ao veículo e aos seus ocupantes. Com intuito de desenvolver absorvedores de impacto cada vez mais eficientes, o uso de estruturas do tipo *honeycomb* tem crescido na indústria automotiva e aeronáutica uma vez que materiais *honeycombs* são conhecidos pela alta rigidez na direção transversal, baixa densidade, bom controle de deformação e elevada capacidade de absorver energia.

Honeycombs fazem parte da classe dos materiais celulares, formados por “vazios” separados por paredes sólidas, os quais se destacam por possuírem baixa densidade relativa. Um *honeycomb* é formado pela repetição bidimensional de uma estrutura celular (GIBSON; ASHBY, 1997), conforme mostrado na Figura 2. Normalmente, o material base (material das paredes) é metal, polímero ou compósito. O tipo de célula mais comum de *honeycomb* é aquela de formato hexagonal, como pode ser visto nos favos de mel. Contudo, a célula de um *honeycomb* para aplicações de engenharia pode assumir diversos formatos.

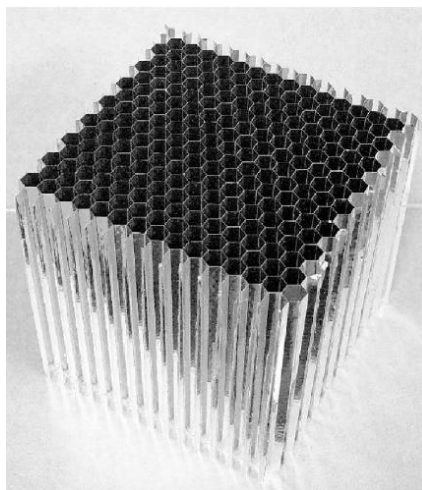


Figura 2 – Estrutura honeycomb hexagonal.
Fonte: Yamashita e Gotoh (2005).

A capacidade de absorver energia de um *honeycomb* é fortemente influenciada não só pelas propriedades mecânicas do material que compõem o *honeycomb* e pela espessura de suas paredes, mas também pela configuração da célula (YAMASHITA; GOTOH, 2005).

Os *honeycombs* são muito utilizados na forma de sanduíche, onde sua parte externa se encontra protegida por outro material, como mostrado na Figura 3. Os sanduíches de *honeycomb* podem ser encontrados, por exemplo, em estruturas de aeronaves. Além disso, pode-se também preencher espaços vazios de uma estrutura já existente com material *honeycomb* a fim de aumentar a capacidade de absorver energia dessa estrutura. Desse modo, tubos de parede delgada reforçados internamente por *honeycomb* são preferíveis a tubos com paredes mais espessas, pois absorvem mais energia e são mais leves (ZAREI; KROÖGER, 2008).

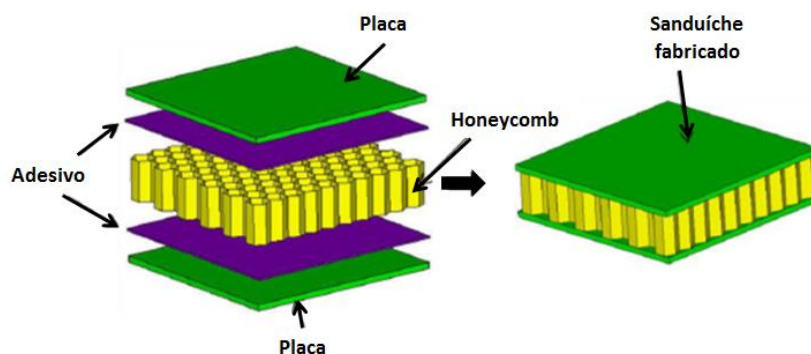


Figura 3 – Típica configuração de um sanduíche de *honeycomb*.
Fonte: adaptado de Nayak (2012).

No estudo da resposta de estruturas submetidas a cargas de impacto, dois fatores precisam ser analisados. O primeiro fator se trata da energia específica absorvida, que representa a relação entre a energia absorvida durante o impacto e a massa da estrutura. O segundo fator corresponde ao pico de força ou força máxima. Em testes de colisão realizados na indústria automobilística, é importante, por exemplo, conhecer o pico de força, pois este está associado diretamente à desaceleração que os passageiros do carro sofrem durante a colisão. Nesses casos, deseja-se que uma estrutura possua uma alta energia específica de absorção e apresente um baixo pico de força. Esses indicadores de desempenho são, contudo, conflitantes. Estruturas que possuem boa capacidade de absorver energia apresentam geralmente valores elevados de força máxima durante o impacto. Por isso, em muitas situações, busca-se maximizar a energia específica absorvida por uma estrutura,

respeitando um determinado valor limite de força (BAROUTAJI; SAJJIA; OLABI, 2017).

Em relação a análises estruturais, o emprego de técnicas de otimização tem crescido progressivamente a fim de obter uma estrutura que possua a melhor resposta para uma determinada situação. No entanto, a análise de impacto trata de um problema complexo, que envolve não linearidade de material, grandes deformações e contato. Esses fenômenos fazem com que o tempo computacional para simulação do problema seja muito alto, dificultando o processo de otimização.

Nesse contexto, uma alternativa é utilizar modelos substitutos (metamodelos) a fim de diminuir o número de acessos à função objetivo e, conseqüentemente, reduzir o custo computacional. Um metamodelo consiste na aproximação de um modelo de alta fidelidade e, uma vez construído, é utilizado em substituição ao modelo original. O uso de técnicas de metamodelagem apresenta várias vantagens, como diminuição do tempo de otimização, tratamento de “ruído” de função e possibilidade de estimar derivadas. Entre as classes típicas de metamodelos, pode-se citar: regressões polinomiais, Kriging, funções de base radial, redes neurais artificiais, entre outros (RYBERG; BACKRYD; NILSSON, 2012).

Função ou metamodelo de base radial (objeto de estudo do presente trabalho) consiste na combinação linear de funções radialmente simétricas. Essa técnica se baseia em um processo de interpolação a partir de pontos experimentais ou amostrais. Em aplicações recentes, esse método tem se mostrado eficiente para resolver problemas altamente não lineares (YANG et al., 2018b).

Como o modelo substituto (ou metamodelo) é uma aproximação de um modelo de alta fidelidade, experimento ou fenômeno físico, construído a partir de um conjunto finito de amostras iniciais, ele não será preciso necessariamente na região em que se encontra o mínimo global (FANG et al., 2017). Para contornar esse problema, métodos de refinamento sequencial podem ser utilizados. Essas técnicas consistem na construção de um metamodelo inicial a partir de um pequeno número de amostras, seguido do aumento de pontos amostrais na região de interesse (por exemplo, região do mínimo global), obedecendo a algum critério de melhoria.

1.2 OBJETIVOS E JUSTIFICATIVA

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver e aplicar um método de otimização de estruturas *honeycombs* submetidas a cargas de impacto fora do plano. Diferentes casos são analisados, onde a energia específica absorvida é maximizada e a força máxima pode ser ou não uma restrição de projeto. A espessura da parede da estrutura, a geometria e o tamanho da célula são as variáveis de projeto. Apesar do formato hexagonal regular ser o mais encontrado, diversos trabalhos mostram que, dependendo da aplicação, *honeycombs* com outras configurações de célula podem apresentar bom desempenho.

O método de otimização proposto é baseado em metamodelagem para diminuir os custos computacionais. Os modelos de alta fidelidade são construídos em um programa comercial de elementos finitos. Duas diferentes técnicas de refino do modelo substituto são empregadas: maximização da melhoria esperada e minimização do preditor do metamodelo. O critério da melhoria esperada foi originalmente desenvolvido para ser utilizado com Kriging. Porém, é demonstrado que esse método pode ser combinado com o metamodelo de base radial. A aplicação de técnicas de refinamento sequencial tem o intuito melhorar a qualidade de predição do metamodelo na região de interesse e assim reduzir o número de avaliações do modelo de alta fidelidade durante processo de otimização.

Por fim, a pesquisa também possui como objetivo realizar uma otimização multiobjetivo, em que se busca maximizar a energia específica absorvida e minimizar a força máxima. Nessa etapa, nenhum método de melhoria do metamodelo é aplicado, pois o intuito é somente analisar o comportamento do material *honeycomb* e a utilização de técnicas de refino sequencial aumentaria substancialmente o tempo computacional durante o processo de otimização multiobjetivo.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este texto está dividido em cinco capítulos. O primeiro corresponde à introdução, onde a relevância e os objetivos do presente trabalho são apresentados.

O segundo e o terceiro capítulos tratam da fundamentação teórica. No Capítulo 2, conceitos sobre estruturas do tipo *honeycomb* e sobre análise de impacto são apresentados. Entre os temas expostos estão: comportamento mecânico de *honeycombs*, plasticidade e flambagem progressiva. No Capítulo 3 são explicados fun-

damentos de otimização, otimização baseada em metamodelagem, projeto de experimentos, função de base radial. Além disso, o método de otimização proposto é apresentado nesse capítulo.

O quarto capítulo corresponde à parte dos resultados. A primeira parte do capítulo se destina à demonstração do método proposto em funções testes amplamente empregadas na validação de algoritmos de otimização. Na segunda parte, são apresentados os resultados da otimização do *honeycomb*, bem como a validação do modelo numérico utilizado neste trabalho.

2 IMPACTO EM ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB

2.1 CONCEITOS NO ESTUDO DE IMPACTO

Segundo Goldsmith (2001), impacto pode ser definido como a colisão entre dois ou mais corpos por um curto espaço de tempo. Quando dois corpos colidem entre si, uma força resultante e sua reação atuam em sentidos contrários na interface entre esses elementos para cada instante de tempo, conforme mostrado na Figura 4. Essa força de contato que existe durante a colisão é resultado da deformação local necessária para conformar as superfícies que estão em contato e evitar a interpenetração entre os corpos (STRONGE, 2004).

O trabalho realizado pela força de contato é responsável por diminuir a velocidade de aproximação dos corpos até zero. A energia armazenada durante a fase de compressão faz com que os elementos se separem com uma determinada velocidade relativa.

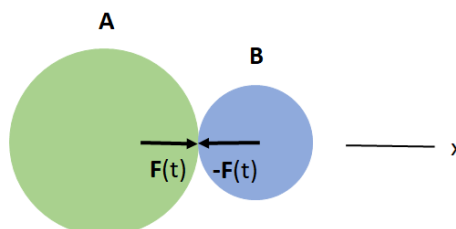


Figura 4 – Instante inicial da colisão entre dois corpos.

Em termos de energia, as colisões entre dois corpos podem ser classificadas em elásticas e inelásticas. Nas colisões elásticas, as forças de interação existentes na região de contato entre os corpos são conservativas. Desse modo, a energia cinética total antes e depois da colisão é igual. Em colisões inelásticas, não há, por sua vez, conservação de energia. Segundo Stronge (2004), a perda de energia se deve, entre outros motivos, ao comportamento elástico-plástico irreversível do material, à dependência da taxa de deformação do material e a ondas elásticas geradas nos corpos pela colisão.

Com relação à aplicação de absorvedores de energia, a produção de deformação plástica durante a colisão funciona como meio de dissipação de energia. No

estudo de situações envolvendo impacto, o termo *crashworthiness* se refere à capacidade de uma estrutura em transformar energia cinética em energia de deformação plástica. No caso de colisões veiculares, um veículo possui maior *crashworthiness* quanto menor for o dano causado aos seus ocupantes durante o impacto. Assim, *crashworthiness* corresponde a uma característica importante no desenvolvimento de elementos absorvedores de impacto (ALVES, 2009).

2.1.1 COMPORTAMENTO MECÂNICO DOS MATERIAIS

O ensaio de tração é o meio mais convencional para caracterizar o comportamento mecânico de um material. O diagrama tensão-deformação para diferentes materiais sob tração está ilustrado na Figura 5. Nesta figura, as curvas tensão-deformação para um aço doce, para uma liga de alumínio e para um compósito têxtil estão representadas.

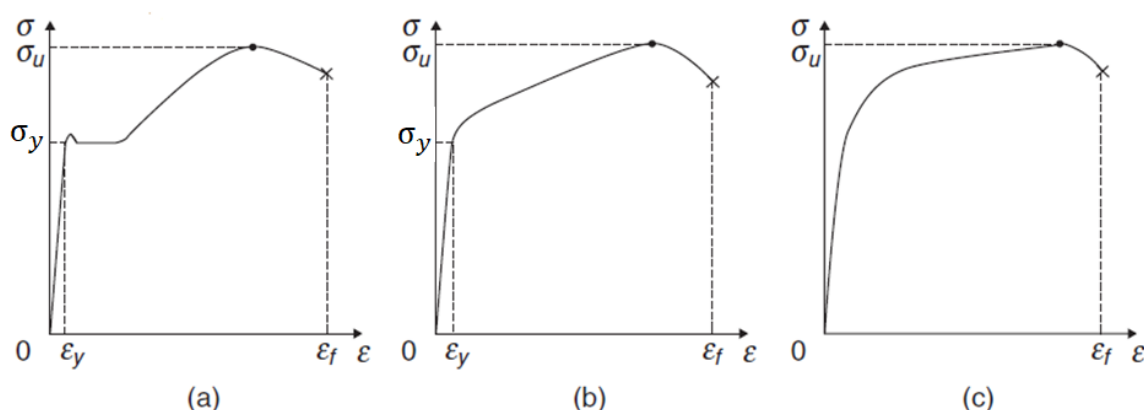


Figura 5 – Diagrama tensão-deformação para ensaio de tração para (a) aço doce, (b) liga de alumínio e (c) compósito têxtil.

Fonte: adaptado de Lu e Yu (2003).

Grande parte dos materiais de engenharia possui uma fase de deformação elástica para tensões relativamente pequenas. Este estágio de deformação com comportamento linear pode ser caracterizado por duas constantes: o módulo de elasticidade (E), que corresponde à inclinação da curva durante esta fase linear, e o coeficiente de Poisson (ν), que é dado pela razão entre a deformação negativa na direção transversal e a deformação na direção longitudinal.

Quando o carregamento atinge certo nível para metais e polímeros, o material começa a escoar, dando início à fase de deformação plástica. Nessa fase, os aços doces continuam a se deformar para uma tensão aproximadamente constante, denominada tensão de escoamento (σ_y), conforme mostrado na Figura 5a. Entretanto, para outros materiais, deformações maiores exigem esforços maiores. Esse fenômeno é denominado de encruamento.

A fase de deformação plástica prossegue até que haja a fratura do material. Antes que ocorra a fratura, a tensão atinge seu valor máximo, denominada tensão última (σ_u). Na Figura 5, a deformação em que ocorre a fratura é representada por ε_f , esse valor de deformação está associado à ductilidade do material. A energia absorvida pelo material até a sua fratura pode ser calculada pela área sob a curva tensão-deformação. Essa habilidade de absorver energia durante o carregamento está relacionada à tenacidade do material. Deve-se ressaltar que a maioria dos materiais de engenharia apresenta em compressão e em cisalhamento puro o mesmo comportamento em tração, embora os valores das propriedades mecânicas possam mudar.

A partir da análise do comportamento tensão-deformação dos materiais para o estado uniaxial de tensões, diversos modelos analíticos foram elaborados. Alguns desses modelos são apresentados por Lu e Yu (2003). Para a fase elástica, onde as deformações são pequenas, o modelo linear, conhecido por lei de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$), é adotado. Após o escoamento, diferentes tipos de modelos podem ser utilizados, dependendo do material estudado.

Quando o encruamento do material é desprezado, o modelo elástico–perfeitamente plástico pode ser empregado. Esse modelo, ilustrado na Figura 6a, estabelece que o material se deforma continuamente após o escoamento para um valor fixo de tensão, que é igual à tensão de escoamento:

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ \sigma_y, & \varepsilon_y \leq \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (1)$$

onde ε_y representa a deformação em que se registra o escoamento do material.

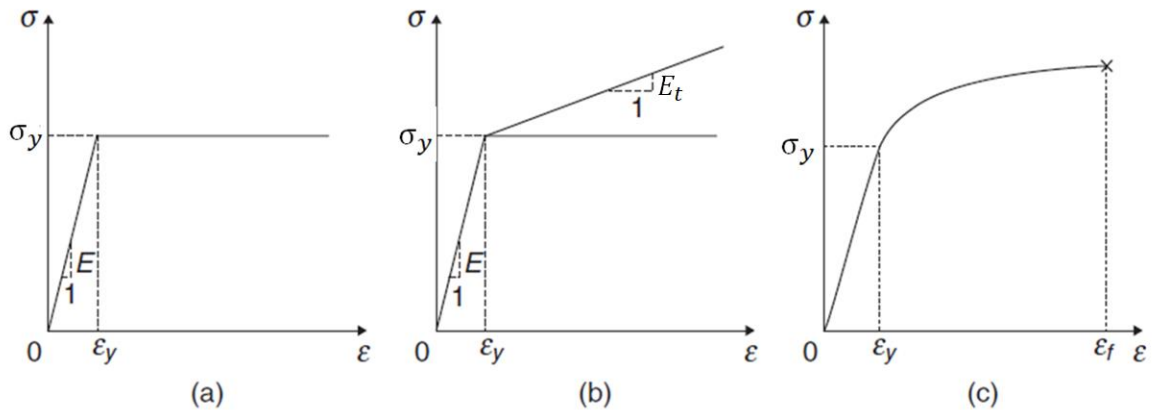


Figura 6 - Curvas tensão-deformação idealizadas para materiais sob tração: (a) elástico-perfeitamente plástico, (b) elástico-encruamento linear, (c) elástico-encruamento potencial. Fonte: adaptado de Lu e Yu (2003).

Quando o encruamento após o escoamento inicial é significativo, os modelos elástico-encruamento linear (Figura 6b) e elástico-encruamento potencial (Figura 6c) podem ser considerados, dependendo do material. Estes modelos estão, respectivamente, descritos pela equação (2) e pela equação (3):

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ \sigma_y + E_t(\varepsilon - \varepsilon_y), & \varepsilon_y \leq \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (2)$$

$$\sigma = \begin{cases} E\varepsilon, & \varepsilon \leq \varepsilon_y \\ \sigma_y + K(\varepsilon - \varepsilon_y)^n, & \varepsilon_y \leq \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (3)$$

sendo E_t o módulo de encruamento e K e n (expoente de encruamento) constantes determinadas experimentalmente. Para o caso do modelo elástico-encruamento linear, pode-se adotar que $K = E_t$ e $n = 1$.

Em situações envolvendo grandes deformações, como casos de impacto, a deformação plástica é muito maior que a deformação elástica. Nessas situações, a deformação elástica pode ser desconsiderada. Nesse contexto, existem, entre outros exemplos, os modelos rígido-perfeitamente plástico, rígido-encruamento linear e rí-

gido-encruamento potencial para descrever o comportamento do material. Estes modelos, que estão representados na Figura 7, consideram que o material possui comportamento rígido antes do escoamento, ou seja, possui módulo de elasticidade infinito.

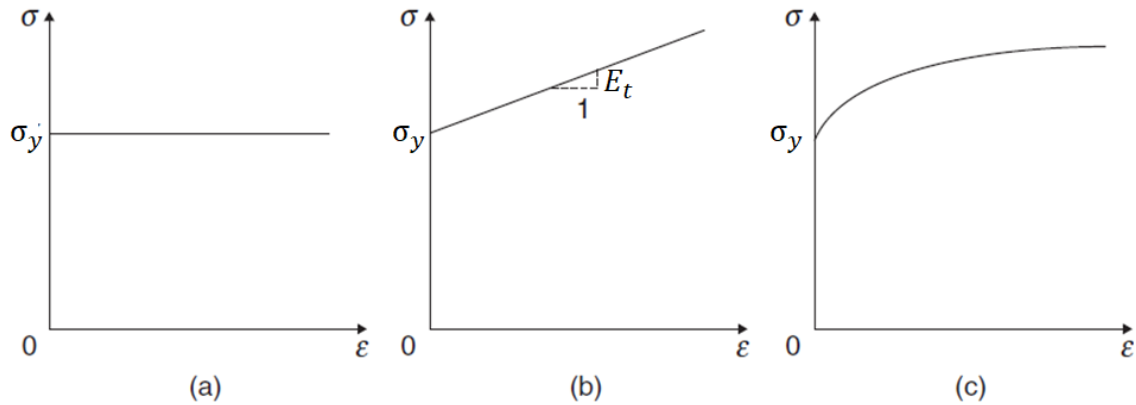


Figura 7 - Curvas tensão-deformação idealizadas para materiais sob tração: (a) rígido-perfeitamente plástico, (b) rígido-encruamento linear, (c) rígido - encruamento potencial.

Fonte: adaptado de Lu e Yu (2003).

A relação entre tensão e deformação para o modelo rígido-perfeitamente plástico é dado por:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma \leq \sigma_y, & \varepsilon = 0 \\ \sigma = \sigma_y, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (4)$$

O modelo rígido-encruamento linear é descrito como:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma \leq \sigma_y, & \varepsilon = 0 \\ \sigma = \sigma_y + E_t \varepsilon, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (5)$$

O modelo rígido-encruamento potencial é, por sua vez, dado por:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma \leq \sigma_y, & \varepsilon = 0 \\ \sigma = \sigma_y + K\varepsilon^n, & 0 < \varepsilon < \varepsilon_f \end{cases} \quad (6)$$

Além do comportamento plástico que um material pode apresentar, conforme os diferentes modelos discutidos, a resposta ao impacto de estruturas depende da velocidade relativa de colisão e da taxa de deformação. Desse modo, existem materiais que podem ter suas propriedades mecânicas influenciadas pela taxa de deformação. A influência da taxa de deformação em um aço doce é mostrada na Figura 8.

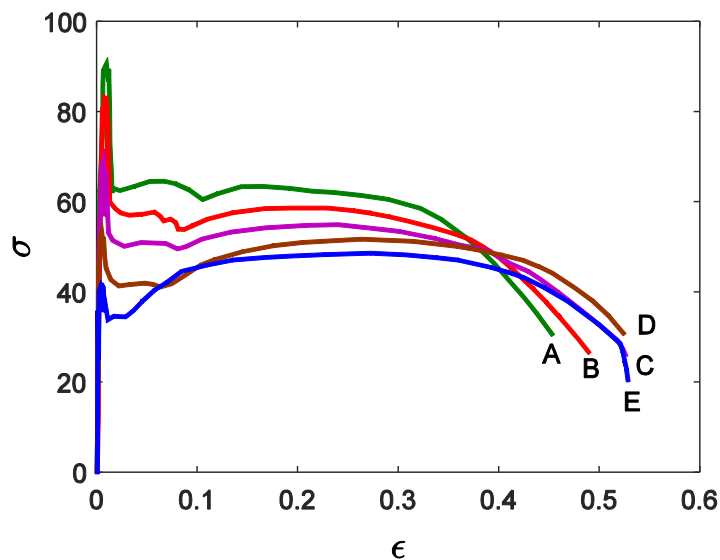


Figura 8 – Diagrama tensão-deformação para ensaios de tração realizados com diferentes taxas de deformação para um aço doce A: $\dot{\varepsilon} = 106\text{s}^{-1}$; b: $\dot{\varepsilon} = 55\text{s}^{-1}$; C: $\dot{\varepsilon} = 2\text{s}^{-1}$; D: $\dot{\varepsilon} = 0,22\text{s}^{-1}$; E: $\dot{\varepsilon} = 0,001\text{s}^{-1}$. Fonte: adaptado de Jones (1997).

Analisando a figura, nota-se que tanto a tensão de escoamento quanto a tensão última aumentam com a taxa de deformação. Também se observa a diminuição da importância do encruamento do material para taxas elevadas (JONES, 1997).

2.1.2 FLAMBAGEM PROGRESSIVA

Em estruturas de paredes finas, a flambagem é um meio eficiente de absorção de energia durante o impacto. Desse modo, absorvedores de impacto são projetados de forma que sejam submetidos à flambagem e que possuam elevado grau de compressibilidade a fim de utilizar esse meio de dissipação de energia de deformação (AUERSVALDT, 2014). Entre os diferentes modos de flambagem existentes, destaca-se a flambagem progressiva. Segundo Karagiozova e Alves (2004), o desenvolvimento de absorvedores de impacto otimizados assume que a estrutura irá se deformar através da flambagem progressiva.

Conforme Auersvaldt (2014), flambagem progressiva consiste no surgimento de sucessivas dobras que podem se iniciar no topo ou na base e se desenvolver ao longo da estrutura de paredes finas. A formação dessas dobras se deve à criação de um momento fletor local. Um tubo circular que se deformou através desse tipo de flambagem está representado na Figura 9.



Figura 9 – Tubo deformado através de flambagem progressiva.

Fonte: Jones (1997).

A flambagem progressiva também apresenta diferentes modos de deformação, que estão relacionados com a geometria da estrutura. Esses modos podem ser do tipo axissimétrico (concertina) e não axissimétrico (diamante). O modo do tipo axissimétrico está ilustrado pelo tubo à esquerda nas Figura 10 e Figura 11, enquanto que o modo do tipo axissimétrico está representado pelos tubos ao centro e à direita nessas mesmas figuras. Segundo Karagiozova, Alves e Jones (2000), o modo axissimétrico corresponde ao mais eficiente mecanismo de absorção de energia.

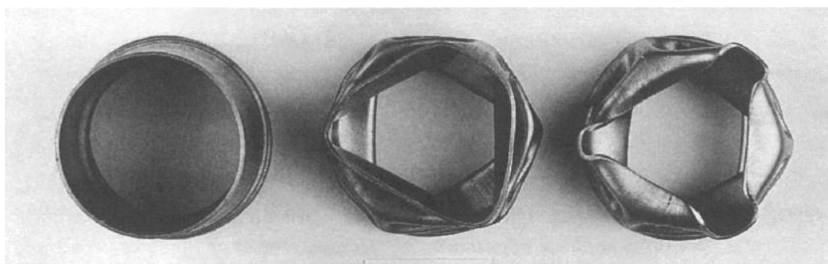


Figura 10 – Diferentes modos de flambagem progressiva (vista superior).
Fonte: Jones (1997).

Um tubo que sofre um carregamento axial quase-estático apresenta o comportamento mostrado pelo diagrama força-deslocamento na Figura 12. Inicialmente, a estrutura se deformará elasticamente por compressão até atingir um valor de força crítico (F_{cr}), representado pelo ponto “A” (Figura 12). Após esse ponto, inicia-se uma instabilidade até a formação da primeira dobra no ponto “B”. A seguir, sucessivas dobras aparecem seguindo o mesmo padrão. Cada dobra do tubo mostrado na Figura 13 corresponde a um pico e um vale sucessivos apresentados pela curva força-deslocamento da Figura 12.



Figura 11 - Diferentes modos de flambagem progressiva (vista lateral).
Fonte: Jones (1997).

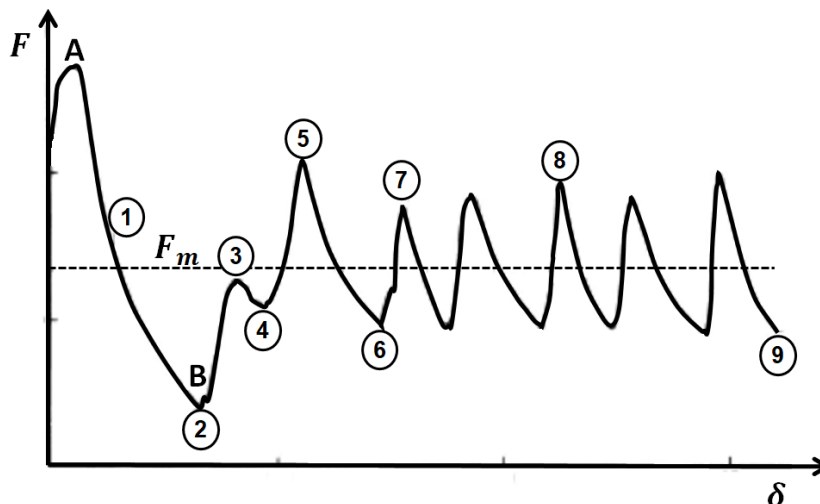


Figura 12 – Diagrama força-deslocamento de um tubo submetido a um carregamento axial quase-estático (JONES, 1997).

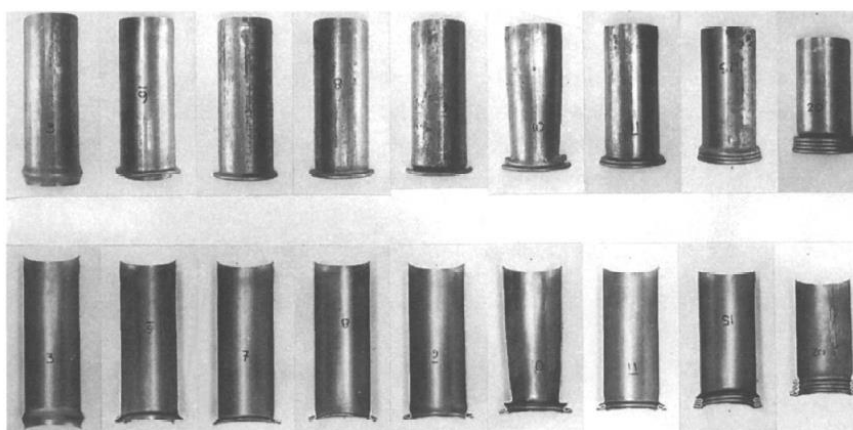


Figura 13 – Registro fotográfico do desenvolvimento das dobras em tubo durante carregamento axial quase-estático. As fotografias da esquerda para direita se referem aos pontos 1 e 9 da Figura 12. Fonte: Jones (1997).

Em termos de projeto, os projetistas dividem o pico de força por um coeficiente de segurança. Além disso, utiliza-se um valor de carregamento médio (F_m) e se ignora a flutuação existente no diagrama força-deslocamento.

2.1.3 EFICIÊNCIA AO IMPACTO

Diversos critérios de projeto já foram utilizados no desenvolvimento de absorvedores de impacto, tais como energia absorvida, energia específica absorvida, força média, força máxima, máximo deslocamento e eficiência à força de impacto.

Desse modo, essa seção tem como objetivo apresentar alguns desses parâmetros usados para medir o desempenho na absorção da energia durante o impacto.

A energia absorvida pela estrutura durante o impacto (E_a) é dada por:

$$E_a(\delta) = \int_0^{\delta_{m\acute{a}x}} F(\delta)d\delta \quad (7)$$

sendo $F(\delta)$ a força instantânea para um certo deslocamento δ e $\delta_{m\acute{a}x}$ o deslocamento máximo sofrido pela estrutura. Da energia absorvida é determinada a energia específica absorvida (SEA , do inglês *specific energy absorption*):

$$SEA = \frac{E_a(\delta)}{m} \quad (8)$$

onde m representa a massa da estrutura. A partir da Equação (7) é possível calcular a força média ($F_{m\acute{e}dia}$) durante o impacto:

$$F_{m\acute{e}dia} = \frac{E_a}{\delta_{m\acute{a}x}} \quad (9)$$

Outro fator importante é o pico de força ($F_{m\acute{a}x}$) registrado durante o impacto. A partir de $F_{m\acute{a}x}$ e de $F_{m\acute{e}dia}$, define-se a eficiência da força de impacto (CFE , do inglês *crushing force efficiency*):

$$CFE = \frac{F_{m\acute{e}dia}}{F_{m\acute{a}x}} \quad (10)$$

Dentre todos os parâmetros apresentados, SEA e $F_{máx}$ são os mais adotados atualmente como critérios para avaliar o desempenho de estruturas durante o impacto (BAROUTAJI; SAJJIA; OLABI, 2017). No desenvolvimento de absorvedores de impacto, deseja-se que a estrutura dissipe a máxima energia possível sem que isso aumente significativamente a massa total da estrutura. Dessa maneira, procura-se maximizar a energia específica. Por outro lado, a desaceleração sentida pelos ocupantes de um veículo não pode ser elevada a fim de evitar lesões e, desse modo, deve-se procurar manter a força máxima em níveis baixos.

2.2 ESTRUTURAS DO TIPO *HONEYCOMB*

2.2.1 CONCEITOS E DEFINIÇÕES

Honeycombs pertencem à classe de materiais celulares e são formados pelo arranjo bidimensional de células abertas. A principal característica dos materiais celulares é a sua baixa densidade relativa (ρ^*/ρ_s), em que ρ^* é a densidade do material celular e ρ_s representa a densidade do material base, utilizado para produzir as paredes das células do *honeycomb*.

Estruturas do tipo *honeycomb* são empregadas em setores como o da aviação, o espacial e o automotivo por apresentarem uma elevada capacidade de absorver energia e uma excelente relação entre resistência mecânica e peso (BITZER, 1997).

Segundo Bitzer (1997), o *honeycomb* pode ser produzido por qualquer tipo de chapa fina. Dois métodos podem ser usados para fabricar um *honeycomb*. O primeiro processo consiste em unir chapas, sobrepondo-as para criar um bloco, e expandir esse bloco. O segundo processo consiste em produzir chapas corrugadas e, posteriormente, uni-las. Existem várias técnicas utilizadas nesses processos para unir as chapas, tais como colagem com adesivo, soldagem, brasagem e fusão térmica. Os materiais metálicos mais comuns utilizados na fabricação são alumínio, aço inoxidável e titânio, enquanto que a fibra de vidro, papel Kraft e a aramida se tratam dos materiais não metálicos mais empregados.

Geralmente, as células do *honeycomb* são hexagonais, porém elas podem assumir diferentes formatos. A célula hexagonal de um *honeycomb* está representada na Figura 14.

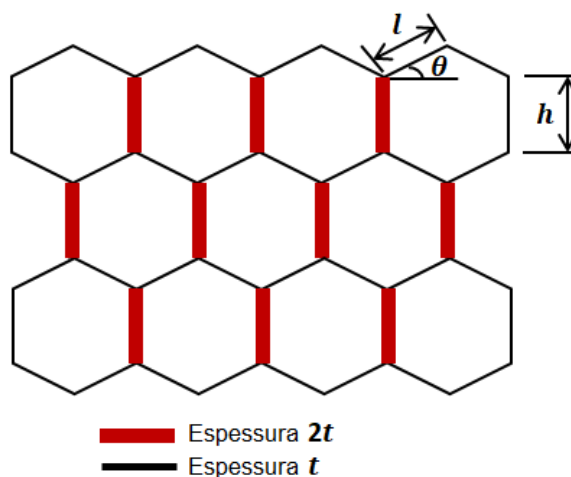


Figura 14 – Propriedades geométricas de uma estrutura honeycomb.

Nessa figura, t , h , l , θ representam, respectivamente, a espessura da parede do *honeycomb*, a altura da célula, o comprimento e o ângulo da célula. Como consequência do processo de fabricação, paredes de espessura dupla ($2t$) são geradas na região em que as chapas são unidas. O formato da célula varia com o ângulo, uma célula hexagonal regular terá um ângulo de 30° , um *honeycomb* com células retangulares possuirá θ igual 0° e uma estrutura auxética¹ do tipo reentrante apresentará um ângulo negativo. A densidade de um *honeycomb* é diretamente proporcional à relação entre a espessura das suas paredes e o comprimento da célula (t/l).

Em geral, estruturas do tipo *honeycomb* são anisotrópicas. Considerando a estrutura mostrada na Figura 15, verifica-se que a rigidez no plano (plano X_1X_2) é muito menor que aquela no sentido transversal (eixo X_3). Isso ocorre, pois, ao se aplicar cargas no plano (direção X_1 ou X_2), as paredes se deformam sob flexão com certa facilidade, enquanto que são necessários esforços maiores para alongar ou comprimir as paredes das células na direção transversal (direção de X_3) (GIBSON;

¹ Estruturas auxéticas ou materiais auxéticos são denominados aqueles que possuem coeficiente de Poisson negativo.

ASHBY, 1997). Este trabalho investiga somente o comportamento ao impacto fora do plano.

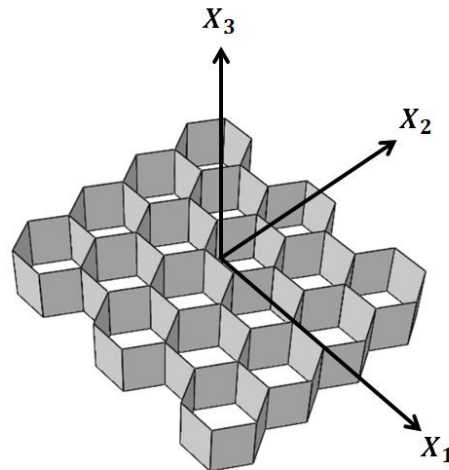


Figura 15 – Direção transversal (eixo X_3) e direções no plano (eixos X_1 e X_2) para uma estrutura *honeycomb*.

O diagrama tensão-deformação para um teste de impacto no sentido transversal está mostrado na Figura 16. Analisando o diagrama, observa-se inicialmente uma região de deformação elástico-linear, onde as paredes das células estão sujeitas a deformações axiais e cisalhantes.

Após um pico, nota-se que a tensão atinge um *plateau* à medida que a deformação aumenta. Nessa região, materiais metálicos se deformam plasticamente devido à flambagem. Considerando que a energia absorvida pela estrutura é dada pela área sob a curva no diagrama, constata-se que a maior parcela da energia absorvida se dá quando o *honeycomb* se deforma por flambagem. A Figura 17 retrata uma estrutura *honeycomb* após um ensaio de impacto, as dobras características da deformação por flambagem progressiva podem ser observadas nessa figura.

Por fim, registra-se o fenômeno de densificação no diagrama tensão-deformação, caracterizado pelo aumento abrupto da tensão (DEQIANG; WEIHONG; YANBIN, 2010). Durante a densificação, ocorre o processo de colapso da estrutura pelos processos de esmagamento ou de rasgamento.

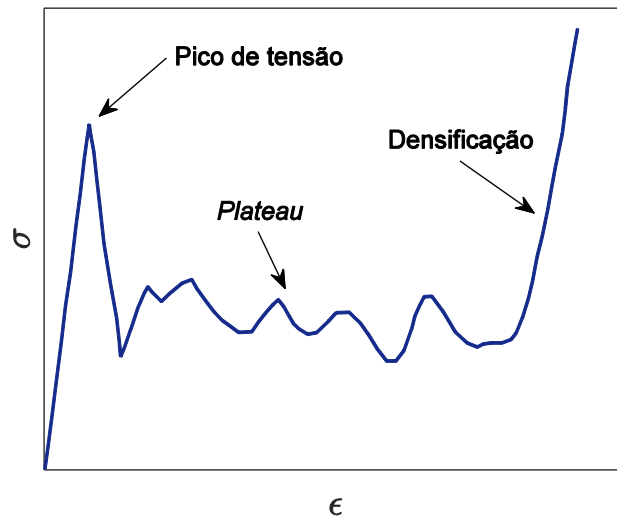


Figura 16 - Diagrama tensão-deformação para um teste de impacto no sentido transversal de um *honeycomb*.

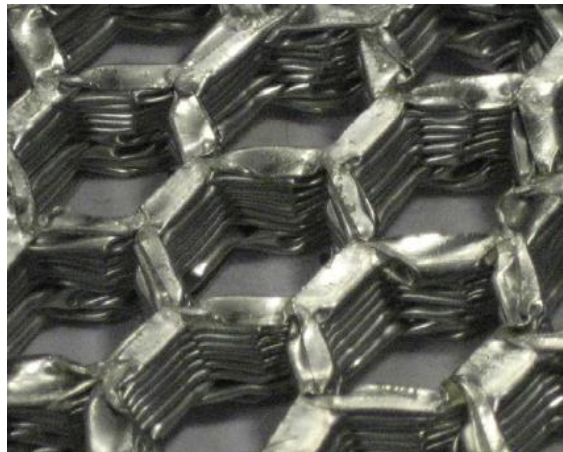


Figura 17 – Estrutura *honeycomb* deformada após um teste de impacto.

Fonte: adaptado de Xu et al. (2005).

2.2.2 ANÁLISE DA EFICIÊNCIA AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO *HONEYCOMB*

No desenvolvimento de absorvedores de energia, deseja-se que a estrutura consiga absorver a maior quantidade de energia com a menor massa possível, ou seja, que possua elevados valores de *SEA*. Além disso, é importante que durante o impacto a força máxima não seja muito elevada e que a estrutura possua um alto valor de CFE (BAROUTAJI; SAJJIA; OLABI, 2017).

Diversos fatores podem afetar a resposta ao impacto de estruturas do tipo *honeycomb*. A densidade relativa de um *honeycomb*, dada em função de t/l , é um

dos fatores mais estudados. A influência da densidade relativa no comportamento desse tipo de estrutura é apresentada na Figura 18. Nessa figura, o diagrama tensão-deformação é mostrado para diferentes densidades relativas. Analisando a figura, constata-se que, para maiores valores de densidade relativa, maior será a tensão durante o plateau no diagrama. Para o caso quase-estático, Wierzbicki (1983) demonstrou teoricamente que tensão média durante o plateau (σ_m) para *honeycombs* hexagonais regulares pode ser dada por:

$$\sigma_m = 6,63\sigma_y \left(\frac{t}{l}\right)^{5/3} \quad (11)$$

onde t , l , σ_y representam, respectivamente, a espessura das paredes do *honeycomb*, o tamanho da célula e a tensão de escoamento do material de base, utilizado para produzir as paredes da estrutura celular.

Para problemas dinâmicos, há um aumento na tensão média devido a efeitos de inércia durante o processo de dobra das paredes da estrutura (KARAGIOZOVA; ALVES, 2017):

$$\sigma_m = 6,63 \left(\frac{t}{l}\right)^{5/3} \left(\sigma_y + V\sqrt{\rho_s E_t}\right) \quad (12)$$

sendo V a velocidade de impacto, ρ_s a densidade do material de base e E_t o módulo de encruamento do material de base.

Esse aumento da tensão média provoca uma melhora no desempenho da estrutura em termos de *SEA* e *CFE*, como mostrado por Meran, Tupak e Mughan (2014). Examinando a Figura 18, pode-se também observar que maiores valores de t/l provocam a diminuição da deformação em que se inicia a densificação do material.

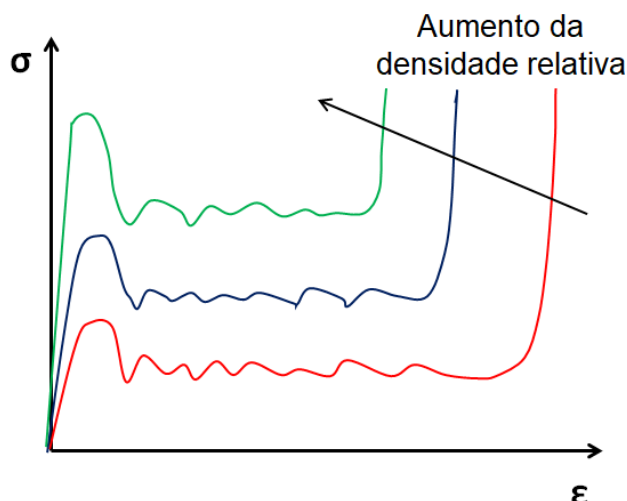


Figura 18 – Diagrama tensão-deformação em função da densidade relativa.

A velocidade de impacto também é outro fator analisado no comportamento dinâmico de *honeycombs*. Com velocidades maiores, as dobras que aparecem devido à flambagem progressiva começam a não ser tão homogêneas. A primeira dobra formada no processo possui a maior deformação plástica e sofre densificação mais cedo. Dessa maneira, a estrutura irá apresentar maior rigidez para maiores taxas de deformação (DEQIANG; WEIHONG; YANBIN, 2010). O aumento percentual da resistência ao impacto (rigidez) em função da velocidade de impacto para um *honeycomb* é demonstrado na Figura 19. Este aumento é em relação ao caso quase estático e o grau de influência da velocidade de impacto irá depender da densidade do *honeycomb*. Segundo Xu et al. (2012), *honeycombs* que possuem baixa densidade relativa serão aqueles que apresentaram maior aumento percentual na tensão média ao variar a velocidade de impacto. Quanto à densificação da estrutura, ela acontece para valores maiores de deformação quando se aumenta a taxa de deformação, como demonstrado por Xu, Ruan e Beynon (2014).

Um fator que não foi totalmente explorado ainda é o formato da célula. O trabalho de Yahamshita e Gotoh (2005) foi um dos primeiros a analisar células com diferentes formatos. Eles trabalharam com um modelo reduzido de elementos finitos. Por meio do uso de condições de contorno de simetria, a estrutura *honeycomb* foi representada por uma coluna com uma seção transversal “Y” (Figura 20). Constatou-se que uma célula hexagonal alongada possuía a maior resistência ao impacto. Entretanto, ao considerar o peso na análise, a célula hexagonal regular apresentava o

melhor desempenho. Meran, Tupak e Muga (2014) também determinaram que a energia absorvida e o *CFE* são maiores para uma célula hexagonal regular. Deqiang, Weihong e Yanbin (2010) estudaram a influência do ângulo da célula junto à densidade relativa. Eles deduziram uma complicada equação entre tensão média e ângulo da célula, contudo não definiram um formato ótimo para célula da estrutura. Após uma investigação numérica/experimental, Zhang, Zhang e Wen (2014) notaram que o formato de célula não possui uma grande influência no comportamento fora do plano de estruturas do tipo *honeycomb*. Segundo o artigo desses pesquisadores, a existência de paredes de espessura dupla diminui o grau de importância do formato da célula.

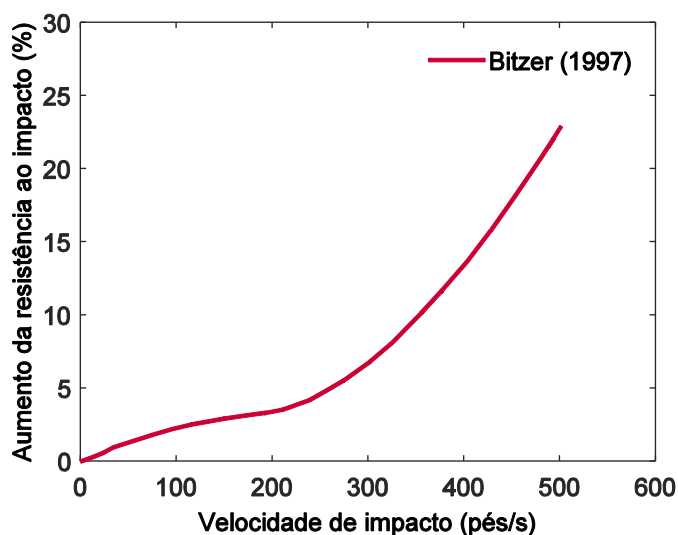


Figura 19 - Aumento percentual da resistência ao impacto de um *honeycomb* em função da velocidade de impacto (BITZER, 1997).

Efeitos de massa foram estudados por Meran, Tupak e Muga (2014) e Wang et al. (2014). Nesses trabalhos, observou-se que a tensão no *plateau* era praticamente constante ao variar a massa de impacto. Nas curvas tensão-deformação, foi verificado que para maiores valores de massa a deformação em que a estrutura se densificava aumentava.

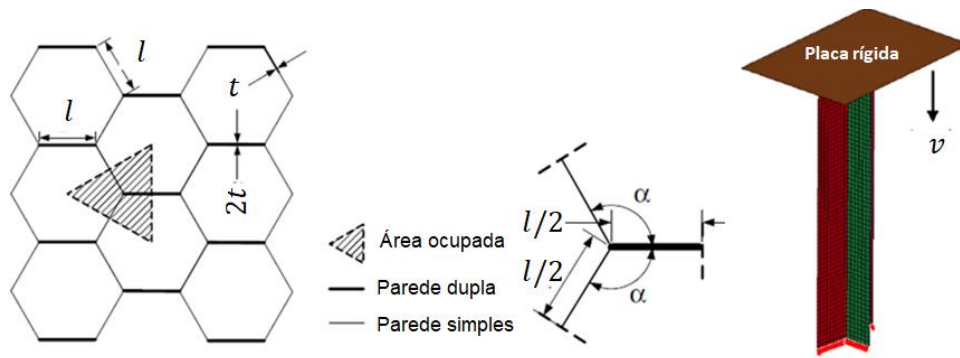


Figura 20 – Modelo reduzido de elementos finitos, onde uma estrutura *honeycomb* é representada por uma coluna com seção transversal “Y”.

Fonte: adaptado de Yin, Wen e Gan (2011).

Em relação ao tamanho total da estrutura *honeycomb*, Deqiang, Weihong e Yanbin (2010) afirmaram que a tensão média da estrutura não se altera para estruturas que possuam mais de 72 células, que representa uma estrutura composta por oito linhas e nove colunas. Esse tamanho de estrutura é bem próximo ao encontrado por Xu et al. (2012). Nesse artigo, tendo como único parâmetro o número total de células do *honeycomb*, foi verificado que a partir de uma estrutura 9x9, a tensão média se estabiliza.

Sun et al. (2010) realizaram uma análise de sensibilidade de diversas parâmetros, tanto fatores geométricos quanto propriedades mecânicas do material. Para *SEA*, a ordem do grau de influência dos parâmetros encontrada foi $\sigma_y > t > \nu > E > E_t$. Para a aceleração máxima, que está diretamente relacionada com a força máxima durante o impacto, a ordem foi $t > \sigma_y > E > \nu > E_t$. A partir desse trabalho, constata-se que *SEA* e força máxima não são afetadas do mesmo modo.

3 OTIMIZAÇÃO

De acordo com Arora (2016), um problema de otimização pode ser definido como a determinação de um ponto \mathbf{x} que minimiza uma função $f(\mathbf{x})$ de n variáveis, que está sujeita a p -restrições de igualdade h_j e m -restrições de desigualdade g_i . De outra forma, o problema de otimização é dado como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } f(\mathbf{x}) \\ &\text{Sujeito a: } h_j(\mathbf{x}) = 0; j = 1 \text{ a } p \\ &\qquad\qquad g_i(\mathbf{x}) \leq 0; i = 1 \text{ a } m \end{aligned} \tag{13}$$

A função $f(\mathbf{x})$ é conhecida como função objetivo ou função custo e \mathbf{x} é um vetor de dimensão n . A região factível (S) do problema de otimização é formada pelo conjunto de pontos de tal modo que:

$$S = \{\mathbf{x} | h_j(x) = 0, j = 1 \text{ a } p; g_i(x) \leq 0; i = 1 \text{ a } m\} \tag{14}$$

A função objetivo possuirá um mínimo global se existir um ponto \mathbf{x}^* de maneira que $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$ para todo \mathbf{x} pertencente à região factível. Se a desigualdade $f(\mathbf{x}^*) \leq f(\mathbf{x})$ for verdadeira somente para uma pequena vizinhança (N) pertencente a S , onde $N = \{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in S \text{ com } \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^*\| < \delta\}$ para qualquer δ pequeno e positivo, \mathbf{x}^* será um ponto de mínimo local. Em problemas de otimização em que se deseja maximizar uma função $F(\mathbf{x})$ ao invés de minimizá-la, pode-se utilizar a transformação $f(\mathbf{x}) = -F(\mathbf{x})$.

3.1 OTIMIZAÇÃO COM METAMODELOS

Existem problemas cujas funções possuem altos custos computacionais e são, até mesmas, desconhecidas. Para esses casos, o processo de otimização torna-se complicado e, às vezes, impossível, pois demandará muito tempo e/ou muitos

recursos computacionais, que nem sempre estão disponíveis. A fim de contornar esses obstáculos e tornar a otimização viável, pode-se construir um modelo substituto (metamodelo) para substituir a função de alto custo. A construção desse modelo se baseia na obtenção de uma função explícita de baixo custo \hat{f} cuja resposta é próxima daquela que seria dada pelo modelo original, denominado modelo de alta fidelidade. Desse modo, tem-se que:

$$f(\mathbf{x}) = \hat{f}(\mathbf{x}) + \varepsilon(\mathbf{x}) \quad (15)$$

sendo que $f(\mathbf{x})$ representa a resposta do modelo para determinado ponto do espaço de projeto, $\hat{f}(\mathbf{x})$ é a resposta do metamodelo para esse mesmo ponto e $\varepsilon(\mathbf{x})$ corresponde ao erro da aproximação.

Conforme explicado por Forrester, Sóbester e Keane (2008) é assumido na construção do modelo substituto que $f(\mathbf{x})$ seja uma função contínua definida por um vetor de n variáveis $\mathbf{x} \in \mathbf{D} \subset \mathbb{R}^n$, onde \mathbf{D} representa o domínio ou espaço de projeto. Além dessa hipótese, a única informação conhecida de $f(\mathbf{x})$ compreende a um conjunto discreto de observações ou amostras $\{\mathbf{x}^{(i)} \rightarrow y^{(i)} = f(\mathbf{x}^{(i)}) | i = 1, \dots, k\}$. Como a obtenção das amostras envolve altos custos, elas devem ser usadas com moderação. Dessa maneira, o desafio consiste em construir uma função de baixo custo a partir de um número escasso de amostras que consiga realizar previsões para qualquer \mathbf{x} contido no domínio de projeto.

As etapas do processo de otimização baseado em metamodelagem estão apresentadas na Figura 21.

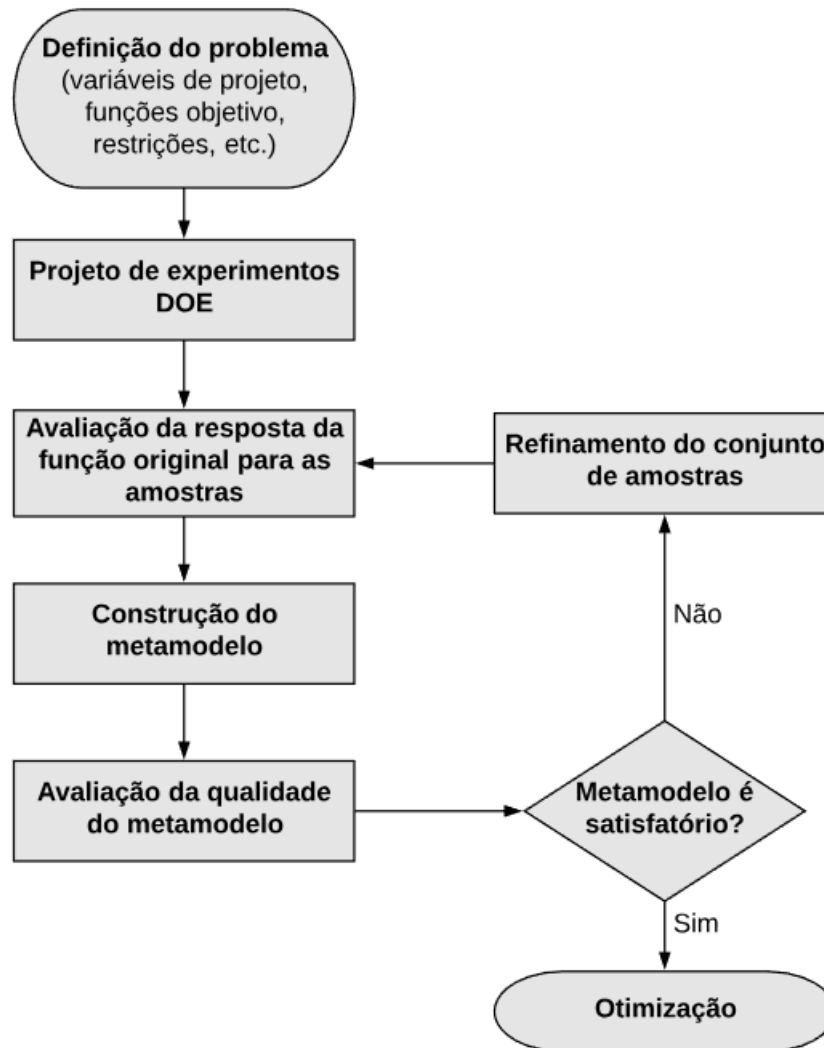


Figura 21 - Fluxograma do processo de otimização utilizando metamodelagem.

As etapas do processo podem ser explicadas através da descrição abaixo:

1. Definição do problema: as variáveis de projeto, as funções que serão otimizadas e as restrições das variáveis de projeto são definidas nessa etapa;
2. Projeto de experimentos: também denominado DOE (*Design of Experiments*). Trata-se da obtenção de pontos amostrais para construção do metamodelo;
3. Avaliação da função original: as respostas da função objetivo são obtidas para cada ponto amostral através de simulações computacionais ou experimentos;
4. Construção do metamodelo: o modelo aproximado é construído a partir dos pontos amostrais e das suas respectivas respostas. Existem diversas

classes de metamodelos, como função de base radial (RBF – *Radial Base Function*), Kriging, regressões polinomiais, redes neurais artificiais (ANN – *Artificial Neural Networks*), mínimos quadrados móveis (MLS – *Moving Least Squares*) e regressão de vetores de suporte (SVR – *Support Vector Regression*);

5. Avaliação do metamodelo: a função original e as respostas obtidas são avaliadas para cada ponto amostral a fim de verificar a qualidade do modelo substituto;
6. Otimização: se a qualidade do metamodelo é satisfatória, é realizado o processo de otimização. Caso contrário, é necessário refinar o conjunto de amostras até melhorar sua acurácia.

3.2 PROJETO DE EXPERIMENTOS

A qualidade de um metamodelo depende do projeto de experimentos. Determinado fenômeno estará melhor representado pelo modelo substituto para a região próxima dos pontos amostrais do projeto de experimentos. Desse modo, é importante distribuir uniformemente os pontos ao longo de todo espaço de projeto.

Existem diversos modos de se realizar o projeto de experimentos. De acordo com Forrester, Sóbester e Keane (2008), a maneira mais direta de obter uma amostra uniforme é por meio de uma malha retangular de pontos. Este é o princípio do projeto de experimentos conhecido como fatorial completo. Essa técnica consiste em dividir através de pontos o intervalo de cada variável de projeto de maneira uniforme e realizar todas as combinações possíveis do cruzamento entre esses pontos. A Figura 22 retrata uma amostragem realizada por meio do fatorial completo para um espaço de projeto que possui três variáveis (x_1, x_2, x_3). O eixo da variável x_1 é dividido em dois intervalos iguais utilizando três pontos, enquanto que quatro e cinco pontos igualmente espaçados são usados para dividir, respectivamente, os eixos de x_2 e de x_3 . Após, são realizadas todas as combinações possíveis entre as coordenadas desses pontos, gerando a amostra mostrada na Figura 22.

A técnica do fatorial completo apresenta, entretanto, algumas desvantagens. O número de amostras é igual ao produto do número de pontos usados para dividir cada dimensão. No caso da Figura 22, o número de amostras é igual a 60 ($3 \times 4 \times 5$).

Isso pode gerar um grande número de pontos experimentais. Além disso, os pontos se sobrepõem quando projetados nos eixos das variáveis. A amostragem seria realizada de uma forma mais adequada se essas projeções fossem o mais uniforme possível (FORRESTER; SÓBESTER; KEANE, 2008).

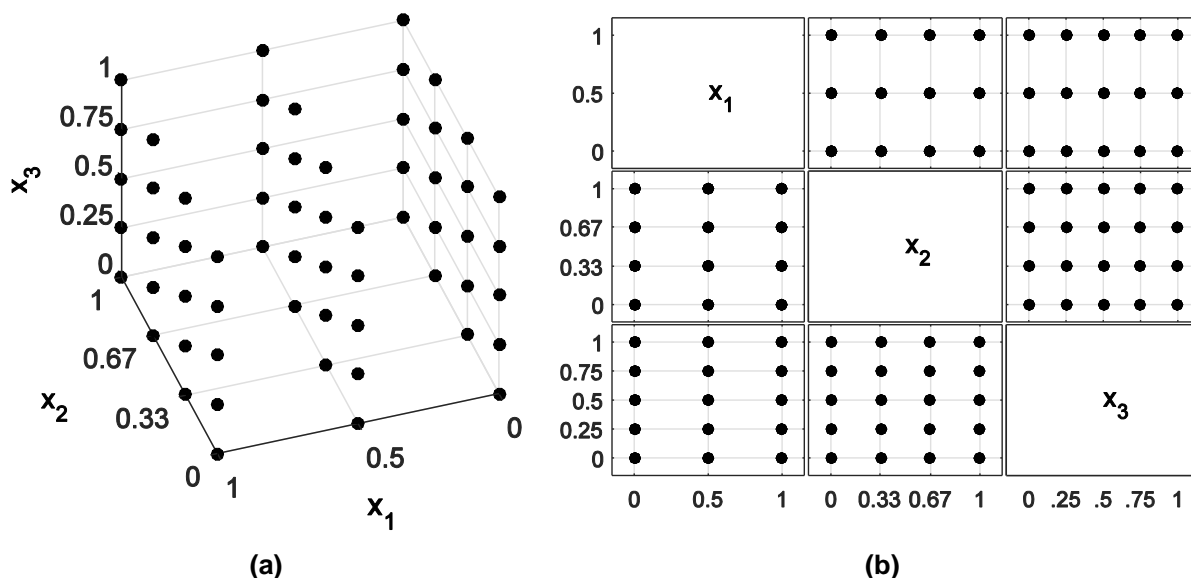


Figura 22 – Exemplo de uma amostra criada através do fatorial completo.

Nesse contexto, o hiper-cubo latino (LHS, do inglês *latin hypercube sampling*) é uma estratégia de projeto de experimentos que faz com que as projeções dos pontos sejam mais uniformes. O princípio dessa técnica se baseia em dividir o domínio de cada variável em um número igual ao total de pontos experimentais e fazer com que cada subdivisão contenha uma única projeção ortogonal dos pontos da amostra. Um hiper-cubo no espaço tridimensional com dez amostras ($k=10$) está representado Figura 23. Nota-se na figura que cada eixo é dividido em dez partes iguais. Também pode ser visualizado no gráfico de pares (Figura 23b) que há somente um ponto em cada linha e em cada coluna na malha criada.

Apesar de o hiper-cubo latino garantir a ortogonalidade das amostras, não se pode afirmar que os pontos estarão uniformemente distribuídos no espaço de projeto. Quando todos os pontos se encontram dispostos na diagonal principal no domínio de projeto, garante-se, por exemplo, que as amostras sejam ortogonais, embora o espaço de projeto não se encontre preenchido de maneira uniforme.

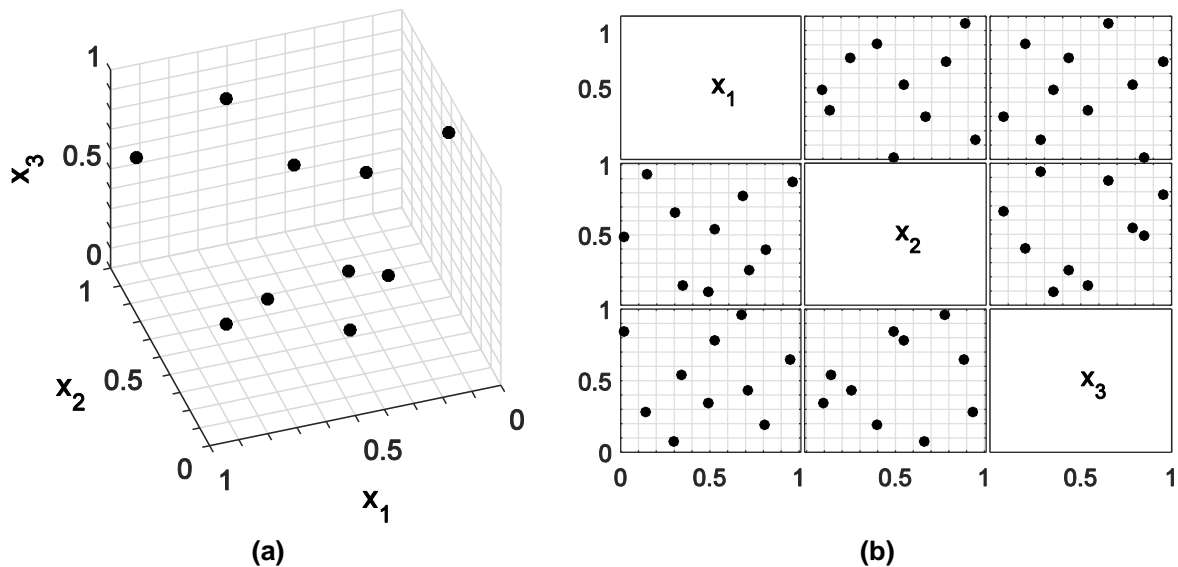


Figura 23 – Exemplo de um hipercubo latino tridimensional com $k=10$. a) representação em três dimensões; b) gráfico de pares com a projeção em cada uma das seis faces.

Baseado nessas circunstâncias deve-se adotar um modo de avaliar a qualidade dos pontos amostrais. Uma das maneiras mais utilizadas para se analisar se a amostra é uniforme é a métrica “max-min”. Essa técnica define d_1, d_2, \dots, d_m como sendo uma lista em ordem crescente da distância entre todos os possíveis pares de pontos que compõem uma amostra \mathbf{X} . Além disso, J_1, J_2, \dots, J_m são determinados de tal modo que J_j represente o número de pares de ponto de \mathbf{X} separados por uma distância d_j . A amostra \mathbf{X} pode ser denominada uma amostra “max-min” se, dentre todas as amostras possíveis, maximize d_1 , que dentre estas, minimize J_1 , que dentre estas, maximize d_2 , que dentre estas, minimize J_2 e assim por diante. Essa distância entre os pares de pontos é dada por:

$$d_i(\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(2)}) = \left(\sum_{j=1}^k |x_j^{(1)} - x_j^{(2)}|^p \right)^{1/p} \tag{16}$$

A norma retangular é definida para $p=1$, enquanto que se tem a norma Euclidiana quando $p=2$. Verificar a distância entre todos os possíveis pares de pontos pode exigir um grande tempo computacional. A fim de facilitar o processo de otimização de \mathbf{X} , Morris e Mitchell (1995) estabeleceram um parâmetro dado em função de d_i e J_i :

$$\Phi_q(\mathbf{X}) = \left(\sum_{j=1}^k J_j d_j^{-q} \right)^{1/q} \quad (17)$$

onde quanto menor for o valor de Φ_q melhor a qualidade da amostra. Morris e Mitchell (1995) recomendam que se maximize Φ_q para $q=1, 2, 5, 10, 20, 50$ e 100 e aplique o critério de uma amostra “max-min” para estabelecer a melhor amostra (hipercubo latino ótimo).

3.3 FUNÇÃO DE BASE RADIAL

O metamodelo função de base radial foi originalmente desenvolvido por Hardy (1971), tendo como objetivo a construção de mapas topográficos a partir de dados geográficos. Segundo Ryberg, Backryd e Nilsson (2012), o metamodelo de base radial consiste na combinação linear de funções radialmente simétricas. Funções radialmente simétricas são aquelas cuja resposta é função da distância entre a coordenada de entrada e o centro da base.

Para uma função escalar que possui os pontos amostrais $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}\}^T$ e respostas $\mathbf{y} = \{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(k)}\}^T$, a predição do metamodelo é dada por:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|) \quad (18)$$

onde k se trata do número de pontos amostrais, $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|$ é a norma Euclidiana entre o ponto a ser predito \mathbf{x} e o ponto amostral $\mathbf{x}^{(i)}$ (centro da base). Além disso, ϕ corresponde à função radial, λ_i é o coeficiente desconhecido inicialmente da função radial para o ponto $\mathbf{x}^{(i)}$.

Cada função radial é denominada de base. Geralmente, utiliza-se somente um tipo de base para todo o modelo aproximado. Os tipos de base mais comuns são (FORRESTER; SÓBESTER; KEANE, 2008):

- linear: $\phi(r) = r$;
- cúbica: $\phi(r) = r^3$;
- thin-plate spline: $\phi(r) = r^2 \ln(r)$;

sendo $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|$.

Ainda existem as funções de base paramétricas que melhoram a flexibilidade do modelo substituto. Entre as funções de base paramétricas, pode-se destacar:

- Gaussiana: $\phi(r) = e^{-r^2/(2\sigma^2)}$;
- multiquadrática: $\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{1/2}$;
- multiquadrática inversa: $\phi(r) = (r^2 + \sigma^2)^{-1/2}$;

Nestas funções, σ representa um parâmetro de forma que é responsável pela sua suavidade, conforme mostrado na Figura 24. Esse parâmetro admite somente valores positivos. Fisicamente, o parâmetro de forma controla a largura da função e o grau de influência dos pontos amostrais do projeto de experimento na resposta do metamodelo, sendo que quando menor for o valor desse parâmetro, maior a influência dos pontos amostrais. Desse modo, a correta aproximação de σ garante um menor erro na predição do modelo substituto para pontos desconhecidos (RYBERG; BACKRYD; NILSSON, 2012).

A Figura 25 retrata a aproximação de uma função teste para quatro diferentes tipos de base. As funções aproximadas são construídas com auxílio do *toolbox* desenvolvido por Jekabsons (2009), a partir de cinco pontos amostrais. Essa função teste, chamada neste trabalho de função “teste-1v”, é uma função de uma única variável dada por:

$$f(x) = (6x - 2)^2 \text{sen}(12x - 4) \quad (19)$$

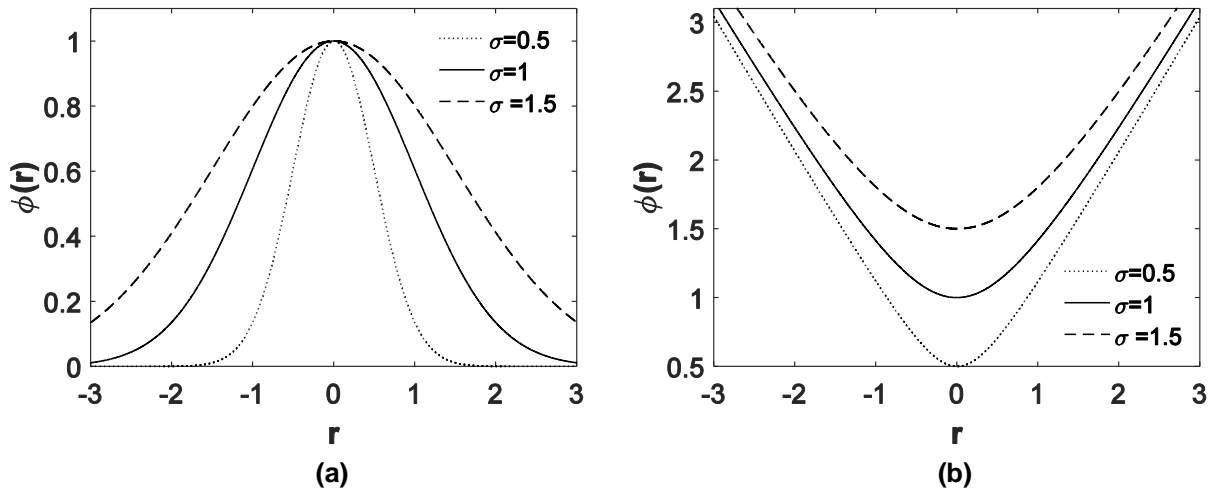


Figura 24 - Exemplos de funções radiais paramétricas: (a) função Gaussiana, (b) função multi-quadrática.

Analisando a Figura 25, observa-se que as funções aproximadas passam exatamente pelos pontos amostrais. Isso acontece porque o metamodelo RBF é construído a partir da interpolação dos pontos da amostra, consequentemente, o erro da predição nesses pontos é nulo.

A fim de construir o modelo substituto, deve-se inserir a amostra $\mathbf{X} = \{\mathbf{x}^{(1)}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(k)}\}^T$ e o vetor das respostas $\mathbf{y} = \{y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(k)}\}^T$ na equação (18), gerando k equações:

$$\begin{aligned}
 \hat{f}(\mathbf{x}^{(1)}) &= \sum_{i=1}^k \lambda_i \phi(\|\mathbf{x}^{(1)} - \mathbf{x}^{(i)}\|), \\
 \hat{f}(\mathbf{x}^{(2)}) &= \sum_{i=1}^k \lambda_i \phi(\|\mathbf{x}^{(2)} - \mathbf{x}^{(i)}\|), \\
 &\dots \\
 \hat{f}(\mathbf{x}^{(k)}) &= \sum_{i=1}^k \lambda_i \phi(\|\mathbf{x}^{(k)} - \mathbf{x}^{(i)}\|)
 \end{aligned} \tag{20}$$

Em forma matricial a equação (20) pode ser escrita como:

$$\hat{\mathbf{f}} = \Phi\lambda \tag{21}$$

onde $\hat{\mathbf{f}} = \{\hat{f}(\mathbf{x}^{(1)}), \hat{f}(\mathbf{x}^{(2)}), \dots, \hat{f}(\mathbf{x}^{(k)})\}^T$, $\Phi_{ij} = \phi(\|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}\|)$ para $i, j = 1, 2, \dots, k$ e $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}^T$. Os coeficientes do vetor λ são determinados resolvendo a equação (21).

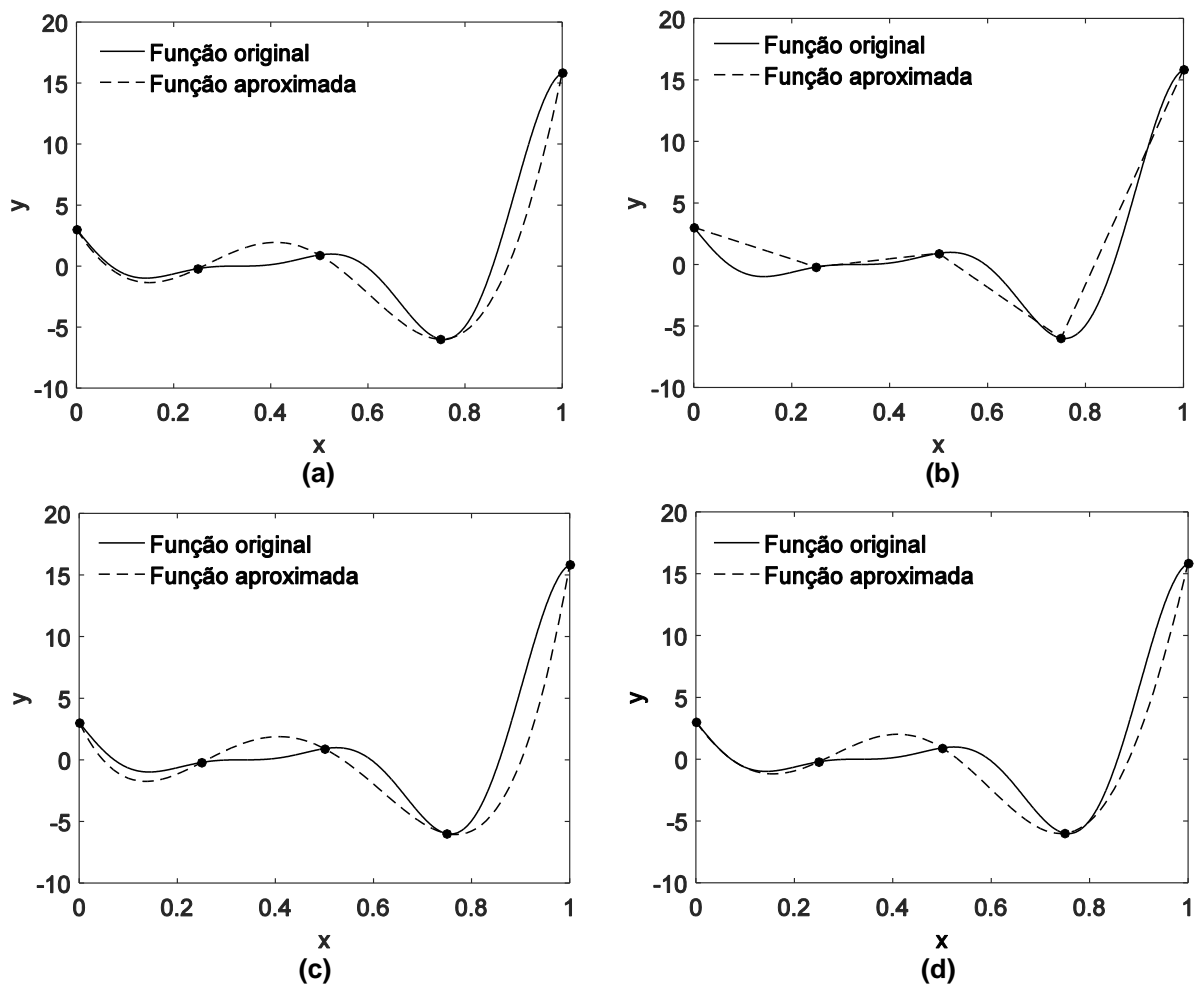


Figura 25 – Aproximação de uma função de uma única variável, utilizando quatro tipos de base: (a) multiquadrática; (b) linear; (c) Gaussiana; (d) multiquadrática inversa. As bases paramétricas possuem $\sigma=1$.

Dependendo tipo de problema estudado, o metamodelo de base radial pode ser associado a uma parte polinomial, assumindo a seguinte forma (SUN et al., 2010):

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k \lambda_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(i)}\|) + \sum_{j=1}^K C_j p_j(\mathbf{x}) \quad (22)$$

sendo $p_j(\mathbf{x})$ um termo polinomial, K o número de termos polinomiais, geralmente $K < k$, e C_j o coeficiente do termo polinomial. Caso a parte polinomial for considerada, haverá mais incógnitas ($k + K$) que equações. Para contornar este problema de indeterminação, uma condição de ortogonalidade é imposta:

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i p_j(\mathbf{x}^{(i)}) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (23)$$

Combinando as equações (22) e (23), tem-se na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Phi & \mathbf{P} \\ \mathbf{P}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (24)$$

ou,

$$\mathbf{G} \begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (25)$$

sendo $\mathbf{C} = \{C_1, C_2, \dots, C_K\}^T$. A matriz dos termos polinomiais \mathbf{P} é dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1(\mathbf{x}^{(1)}) & p_2(\mathbf{x}^{(1)}) & \cdots & p_K(\mathbf{x}^{(1)}) \\ p_1(\mathbf{x}^{(2)}) & p_2(\mathbf{x}^{(2)}) & \cdots & p_K(\mathbf{x}^{(2)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(\mathbf{x}^{(k)}) & p_2(\mathbf{x}^{(k)}) & \cdots & p_K(\mathbf{x}^{(k)}) \end{bmatrix}_{k \times K} \quad (26)$$

Na equação (27), a matriz \mathbf{G} é uma matriz simétrica e pode ser positiva definida dependendo da escolha adequada das funções de base. Dessa maneira, uma única solução é obtida invertendo a matriz \mathbf{G} :

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \mathbf{G}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{f}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

Finalmente, o preditor do metamodelo RBF é definido, substituindo os vetores λ e \mathbf{C} na equação (22).

3.4 METAMODELO DE BASE RADIAL E IMPACTO

O metamodelo de base radial tem sido utilizado com êxito em estudos que visam melhorar o *crashworthiness* de diferentes estruturas. Assim, esta seção tem como objetivo discutir brevemente alguns desses trabalhos.

Os problemas de impacto estudados que utilizaram a técnica RBF envolveram tubos de parede fina (SUN et al., 2017a), estruturas *tailor rolled blank* (TRB) (SUN et al., 2017b), tubos de parede fina “bio-inspirados” (ZHANG; BAI; BAI; 2018), absorvedores de impacto do tipo *double-hat* (QI; SUN; YANG, 2018), absorvedores de impacto multicelulares com cantos arredondados (CHEN; YU; FANG, 2018), colisão frontal de veículo (FANG et al., 2005), estruturas *tailored welded blanks* (TWB) (XU et al., 2013), estrutura multicelular preenchida por espuma (YIN et al., 2014), tubos circulares preenchidos com espuma (DJAMALUDDIN et al., 2015), *honeycombs* puros (SUN et al., 2010; SCHULTZ, 2012), *honeycombs* “bio-inspirados” (YANG et al., 2018), tubos corrugados (WU, 2016) e *guard rail* (HOU et al., 2014).

Nos trabalhos de Xu et al. (2013) e Yin et al. (2014), a qualidade de predição de diferentes modelos substitutos foi comparada. Xu et al. (2013) utilizaram o metamodelo de base radial para otimizar estruturas *tailored welded blanks* (TWB), que ajudariam a proteger passageiros durante a colisão lateral de um veículo. A qualidade de predição deste modelo substituto se mostrou superior a de outros (Kriging,

ANN, regressão polinomial). Yin et al. (2014) mostraram, por sua vez, que o método RBF tem desempenho melhor que Kriging, regressão polinomial e SVR ao otimizar uma estrutura multicelular preenchida por espuma.

A escolha da função de base possui influência na qualidade de predição do modelo substituto, porém somente uma pequena parcela dos autores esclarece qual foi o tipo de função utilizado. Apesar disso, o uso da função multiquadrática foi citado nos artigos de Xu et al. (2013), Fang et al. (2005), Yin et (2014) e Hou et al. (2014).

Quanto à parte polinomial presente no preditor (equação (22)), Fang et al. (2005) não recomendam o seu uso para aproximar problemas altamente não lineares quando o tamanho da amostra é pequeno, pois não há melhora na qualidade de predição do metamodelo. Em relação ao parâmetro de forma, foi verificado que nenhum dos trabalhos revisados discute sobre a escolha de σ apesar dele ser de grande importância na acurácia do metamodelo (FASSAHAUER; ZHANG, 2007).

3.5 REFINAMENTO SEQUENCIAL DO METAMODELO

Um modelo substituto (ou metamodelo) é uma aproximação de um modelo de alta fidelidade, de um experimento ou de um fenômeno físico. A qualidade de predição de um metamodelo passa por diversos fatores: grau de não linearidade do problema, número de variáveis de projeto, técnica de seleção dos pontos amostrais e de sua uniformidade ao longo do espaço de projeto, parâmetros de forma das funções de base, critério de avaliação adotado (FERREIRA, 2016).

Dessa maneira, a construção de um modelo substituto se trata de um processo complexo. Nesse contexto, o grande desafio da otimização baseado em metamodelagem consiste na geração de um modelo preciso e também na determinação de um ponto de ótimo da função objetivo a um custo baixo, ou seja, a partir de um número pequeno de pontos amostrais.

Uma das formas encontradas para resolver este problema foi o desenvolvimento de técnicas de refinamento sequencial, as quais consistem na construção de um metamodelo inicial baseado em um DOE, seguida do aumento do número de pontos amostrais na direção do mínimo global ou local, obedecendo a algum critério de melhoria (FERREIRA, 2016).

Na etapa de refinamento sequencial, os novos pontos experimentais que são adicionados durante o processo de otimização são conhecidos como pontos de preenchimento. Segundo Forrester, Sóbester e Keane (2008), usar pontos de preenchimento em regiões de possível mínimo é uma maneira de fazer com que o algoritmo encontre rapidamente um valor ótimo, contudo, o ponto encontrado pode não ser necessariamente o mínimo global do problema. Desse modo, deve-se geralmente combinar a técnica de minimização do preditor do metamodelo com outra estratégia de refino.

Como exemplo, um modelo substituto de base radial é construído para aproximar a função “teste-1v” para o intervalo de $\mathbf{x} \in [0; 0,5]$, conforme mostrado na Figura 26. Para este caso, o DOE possui três pontos amostrais. Uma aproximação mais precisa da função original é obtida ao minimizar o modelo substituto inicial (Figura 26b) e ao colocar um ponto de preenchimento, indicado em vermelho, no lugar do ótimo encontrado, como ilustrado na Figura 26c. Repetindo esse processo de refinamento, nota-se que a otimização converge para o ponto de ótimo global (Figura 26d).

Essa estratégia de preenchimento pode, entretanto, não resolver adequadamente o problema. A Figura 27 ilustra o processo de otimização da função “teste-1v”, só que agora para o intervalo de $\mathbf{x} \in [0, 1]$. Nota-se na figura que os novos pontos da amostra (em vermelho) se concentram próximo apenas da região onde se localiza o ponto de mínimo local. Dessa maneira, o uso de pontos de preenchimento não melhorou a qualidade de predição do metamodelo, não sendo possível determinar o ponto de mínimo global.

Devido a esse problema, é necessário utilizar um critério que faça com que cada novo ponto de preenchimento melhore o mínimo valor observado, y_{min} . Um dos métodos que se pode adotar é o da probabilidade de melhoria (PI – *Probability of Improvement*). Considerando $\hat{y}(\mathbf{x})$ uma realização randômica de um processo aleatório $Y(\mathbf{x})$, a probabilidade de melhoria determina a frequência de se observar se essa realização é igual ou menor que a de um valor específico. A probabilidade de melhoria $I = y_{min} - Y(\mathbf{x})$ é dada por:

$$P[I(\mathbf{x})] = \frac{1}{\hat{s}(\mathbf{x})\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^0 e^{-\frac{[I-\hat{y}(\mathbf{x})]^2}{2\hat{s}^2(\mathbf{x})}} dI \quad (28)$$

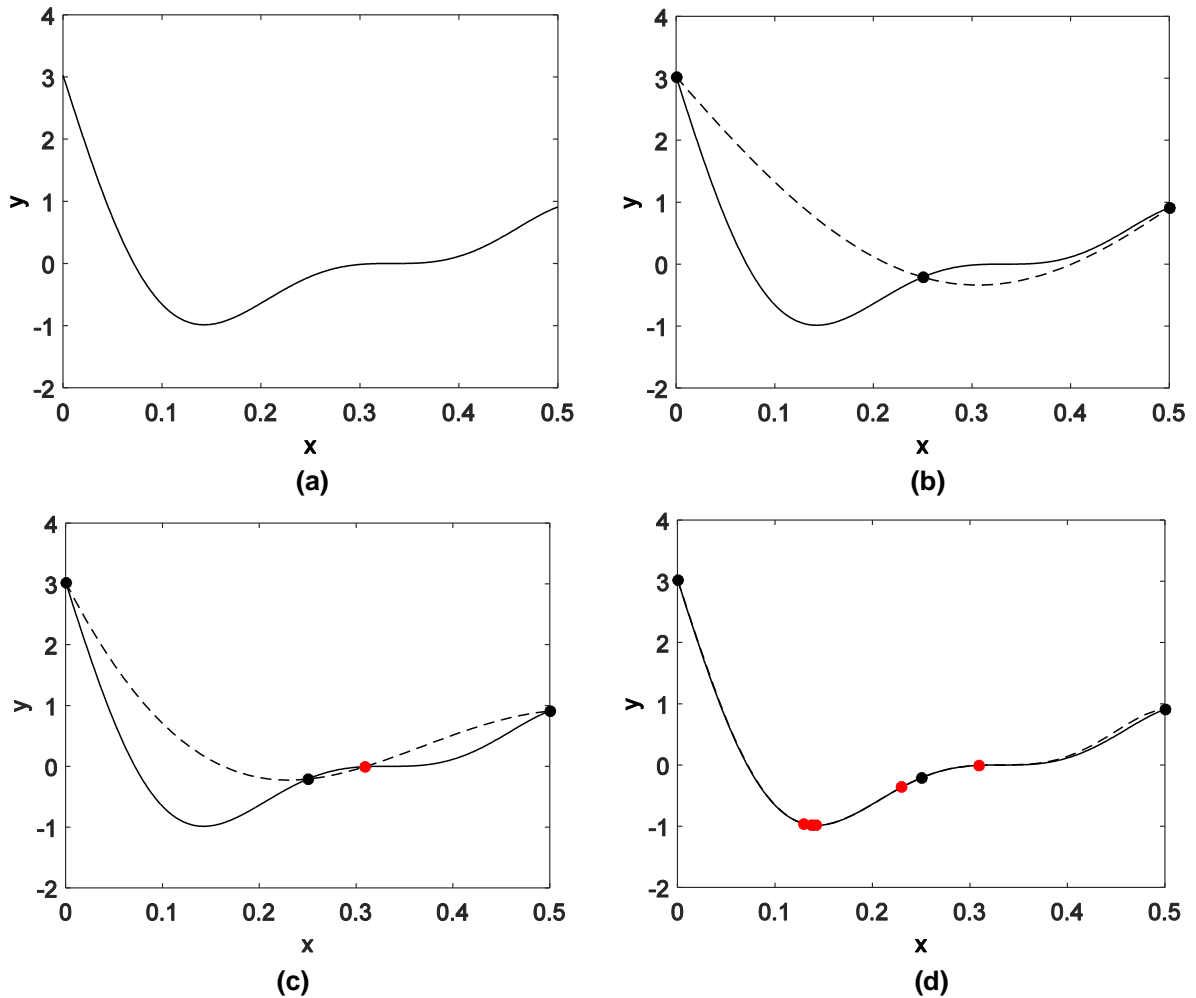


Figura 26 – (a) função “teste-1v” para o intervalo $x \in [0; 0,5]$, (b) construção de um metamodelo RBF; (c) atualização da função aproximada por meio da adição de um ponto de preenchimento (em vermelho); (d) convergência para o mínimo global.

Considera-se que $Y(\mathbf{x})$ obedeça a uma distribuição normal centrada em $\hat{y}(\mathbf{x})$ e que possua uma variância \hat{s}^2 . O ótimo global é eventualmente encontrado através do critério de probabilidade de melhoria, pois $P[I(\mathbf{x})] = 0$ quando $\hat{s}(\mathbf{x}) = 0$. Dessa forma, não há probabilidade de melhoria em um ponto que já foi visitado e, conseqüentemente, não existe chance desse ponto ser reutilizado (FORRESTER; SÓBESTER; KEANE, 2008).

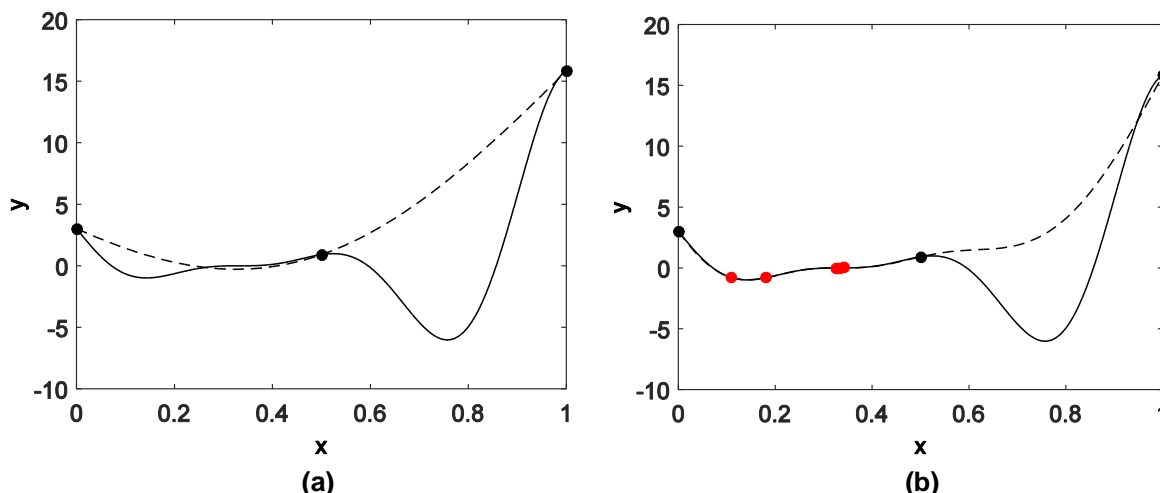


Figura 27 - (a) construção de um metamodelo RBF para aproximar a função “teste-1v” para o intervalo $x \in [0, 1]$; (b) adição de pontos amostrais

Apesar do método da probabilidade de melhoria indicar que haverá avanço ao escolher determinado ponto de preenchimento, essa técnica não é capaz de quantificar essa melhoria. Introduzido a partir dos trabalhos de Schonlau (1997) e de Jones et al. (1998), o critério da melhoria esperada (EI – *Expected Improvement*) é um dos métodos de preenchimento mais utilizados atualmente e que consegue estimar o tamanho do progresso esperado para determinado ponto. Originalmente, essa técnica foi desenvolvida para ser utilizada com o metamodelo de Kriging. A melhoria esperada é determinada através da seguinte expressão:

$$E[I(\mathbf{x})] = \begin{cases} (y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x}))\Psi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{\hat{s}(\mathbf{x})}\right) + \hat{s}(\mathbf{x})\psi\left(\frac{y_{\min} - \hat{y}(\mathbf{x})}{\hat{s}(\mathbf{x})}\right), & \text{se } \hat{s}(\mathbf{x}) > 0 \\ 0, & \text{se } \hat{s}(\mathbf{x}) = 0 \end{cases} \quad (29)$$

em que Ψ e ψ representam, respectivamente, a função densidade de probabilidade e a função de probabilidade acumulada de uma distribuição normal. $\hat{y}(\mathbf{x})$ e $\hat{s}(\mathbf{x})$ são, nessa ordem, a média e o erro quadrático médio do metamodelo.

O critério da melhoria esperada é aplicado para otimizar a função “teste-1v”. O processo de preenchimento, combinado com o metamodelo de Kriging, é ilustrado na Figura 28. Cada novo ponto é posicionado na região onde a melhoria esperada é máxima. Observa-se pela figura que o algoritmo necessita de um pequeno número

de interações para encontrar o ponto de ótimo global, o que demonstra a eficiência desse método.

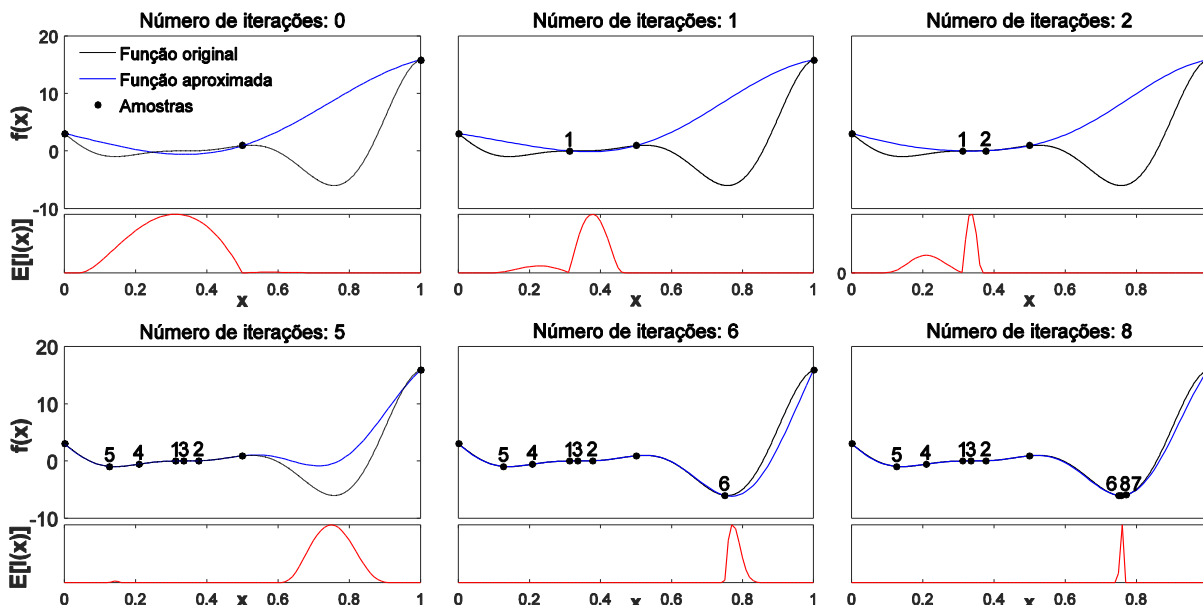


Figura 28 – Otimização da função “teste-1v” no intervalo $x \in [0, 1]$, utilizando o critério de maximização da melhoria esperada com Kriging.

Essa estratégia de refinamento possui propriedades relevantes. A melhoria esperada é nula em pontos já conhecidos, impedindo assim a busca por regiões anteriormente exploradas e certificando a convergência do algoritmo. Além disso, a magnitude de EI cresce com $\hat{s}(x)$, valorizando a procura em regiões pouco conhecidas, e aumenta com a diminuição de $\hat{y}(x)$, privilegiando a busca em regiões em que o valor predito seja menor que y_{min} (FANG et al., 2017).

Apesar do método EI ter sido inicialmente desenvolvido para ser utilizado com Kriging, há estudos disponíveis na literatura que utilizam esse critério com RBF (SÓBESTER; LEARY; KEANE, 2004; HAVINGA; VAN DEN BOOGAARD; KLASEBOER; 2017; LI et al., 2010). Com o intuito de aplicar essa técnica de refinamento, a base Gaussiana é adotada neste trabalho, uma vez que esta função radial facilita a derivação da expressão da melhoria esperada para ser utilizada com o metamodelo RBF (SÓBESTER; LEARY; KEANE, 2004).

Desse modo, assumindo que cada resposta determinística $y(x)$ se trata de um processo estocástico $Y(x)$, pode-se utilizar a distribuição normal de N respostas

y para se demonstrar que a média e a variância desse processo em \mathbf{x}_{N+1} são, respectivamente:

$$\hat{y}_{N+1}(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^{-1}\mathbf{y}^T \quad (30)$$

$$\sigma^2_{N+1}(\mathbf{x}) = 1 - \boldsymbol{\Phi}\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{\Phi}^T \quad (31)$$

onde $\boldsymbol{\Phi} = [\phi(\|\mathbf{x}_{N+1} - \mathbf{x}_1\|), \phi(\|\mathbf{x}_{N+1} - \mathbf{x}_2\|), \dots, \phi(\|\mathbf{x}_{N+1} - \mathbf{x}_N\|)]$ e $\sigma(\mathbf{x}) = \hat{\sigma}(\mathbf{x})$. \mathbf{y} e $\boldsymbol{\Phi}$ são, respectivamente, o vetor de respostas e a matriz de interpolação obtidos na construção do metamodelo (Seção 3.3).

Enquanto que na Figura 28, a técnica da melhoria esperada é aplicada com Kriging, a função “teste-1v” é otimizada, utilizando o critério EI com RBF na Figura 29. Analisando os resultados, nota-se que os dois métodos apresentam desempenho similar, precisando do mesmo número de iterações para encontrar o ponto de ótimo da função. O uso do RBF se justifica pelo fato de se reduzir custos computacionais, pois a formulação de Kriging é mais complexa e é necessária a otimização de parâmetros na construção de seu preditor.

Quanto à formulação do problema de otimização, deve-se ressaltar que a expressão da melhoria esperada (equação (29)) não considera a existência de restrições. Para problemas com restrição, Schonlau, Welch e Jones (1998) estabelecem que $EI(\mathbf{x})$ precisa ser multiplicada pela probabilidade da restrição ser satisfeita:

$$P[g(\mathbf{x}) < c] = \Psi\left(\frac{c - \hat{g}(\mathbf{x})}{s_g(\mathbf{x})}\right) \quad (32)$$

sendo $\hat{g}(\mathbf{x})$, c e s_g a resposta do modelo substituto da restrição, o limite da restrição e o erro de predição do metamodelo da restrição, respectivamente. Dessa maneira, a melhoria esperada é fornecida por $EI(\mathbf{x}) \cdot P[g(\mathbf{x}) < c]$.

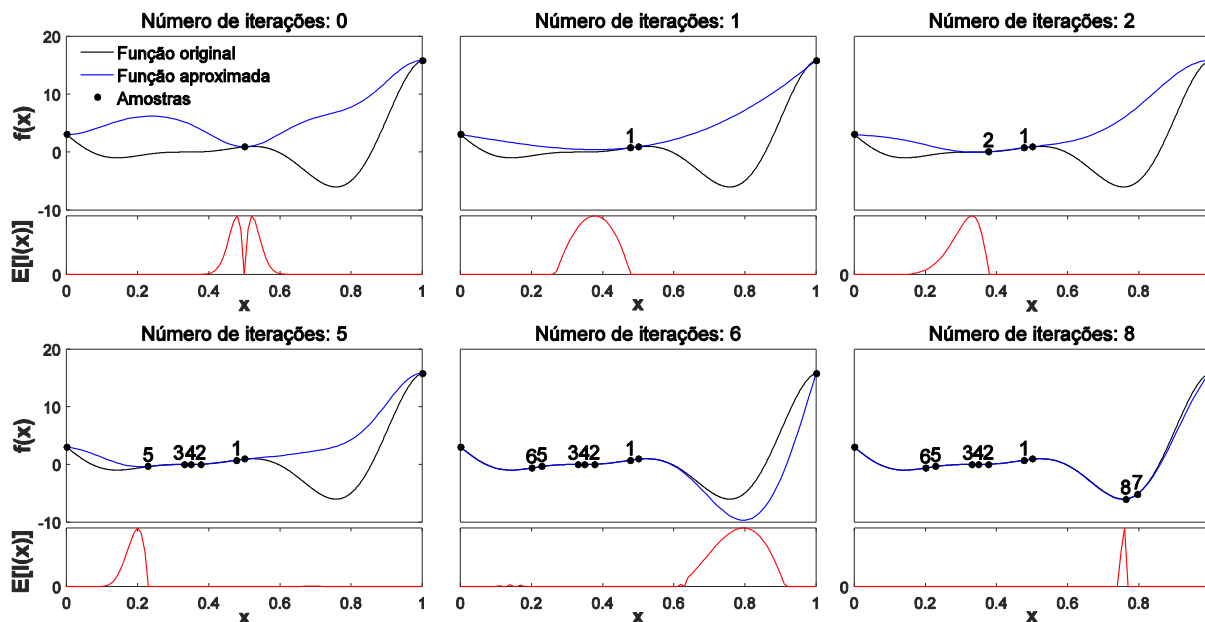


Figura 29 - Otimização da função “teste-1v” no intervalo $x \in [0, 1]$, utilizando o critério de maximização da melhoria esperada com RBF (base Gaussiana).

3.6 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Em muitas aplicações práticas, é comum que o projetista tenha que otimizar dois ou mais objetivos simultaneamente. Geralmente, essas condições são conflitantes entre si, de modo que a melhoria de um determinado objetivo influencie negativamente o outro ponto de interesse. Nesse contexto, o desafio do projetista é encontrar o equilíbrio entre esses critérios divergentes a fim de propor uma solução que atenda as demandas de projeto de maneira satisfatória.

O conceito dos conjuntos de Pareto é usualmente adotado em abordagens de otimização com múltiplos critérios. De acordo com Arora (2016), um ponto x^* localizado no espaço de projeto factível S é dito ponto de Pareto ótimo se e somente se não exista outro ponto x no domínio S , tal que $f(x) \leq f(x^*)$ em pelo menos um ponto que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$. Em outras palavras, Forrester, Sóbester e Keane (2008) definem que um conjunto de Pareto é formado por projetos que são suficientemente otimizados de modo que, para melhorar o desempenho de qualquer projeto pertencente ao conjunto em relação a qualquer objetivo, seu desempenho em pelo menos em um dos demais critérios é prejudicado.

Um conjunto ou frente de Pareto é usualmente representado por um gráfico, em que os eixos correspondem às respostas das funções objetivos, que devem ser

minimizadas. A Figura 30 retrata o exemplo de um problema que possui dois critérios (Objetivo 1 e Objetivo 2). Nessa figura, as respostas de 13 projetos estão representadas. Os pontos em vermelho (pentagramas), classificados como “não dominados”, fazem parte da frente de Pareto (linha sólida), enquanto que os pontos em branco (círculos) não fazem parte do conjunto de Pareto e são denominados “dominados”. A região sombreada escura representa o espaço onde podem existir mais pontos de Pareto, sem descartar nenhum ponto em vermelho. A região sombreada clara se trata do espaço onde poderia existir um ponto que dominaria pelo menos um ponto do conjunto de Pareto representado.

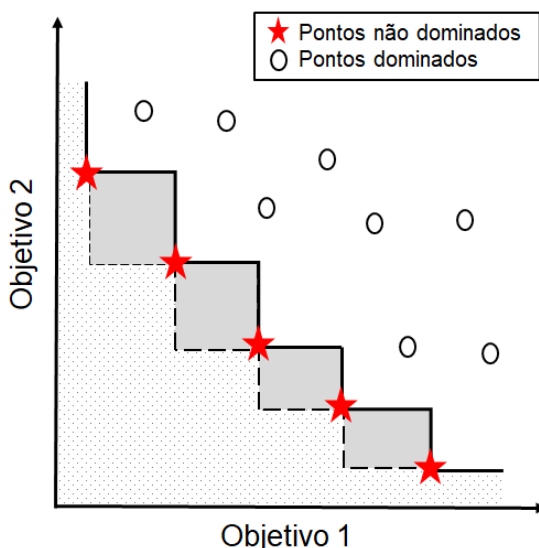


Figura 30 - Frente de Pareto com cinco pontos “não dominados” para um problema com dois objetivos.

3.7 PROCEDIMENTO DE OTIMIZAÇÃO

O procedimento de otimização aqui proposto utiliza, alternativamente, dois critérios de preenchimento: maximização da melhoria esperada e minimização do preditor do metamodelo RBF. As etapas do processo de otimização, denominado RBF-EI, estão descritas abaixo:

1. Gerar um conjunto inicial de N amostras para representar as variáveis de projeto, através da técnica do hipercubo latino ótimo;
2. Determinar o parâmetro σ “ótimo” do modelo substituto RBF (método *leave-one-out*) e construir o preditor do metamodelo;

3. Obter um ponto de preenchimento. Nessa etapa, o ponto de preenchimento é determinado alternativamente através de duas diferentes maneiras. A primeira consiste em minimizar o metamodelo, utilizando um algoritmo genético. A segunda realiza a maximização da melhoria esperada, através de algoritmo do tipo *simulated annealing*. As duas técnicas de refinamento são aplicadas alternativamente, de modo que, em cada iteração, somente um método é utilizado e um ponto de preenchimento é adicionado ao conjunto de amostras;
4. Atualizar o metamodelo com o ponto de preenchimento obtido na etapa 3 e com o respectivo valor da função objetivo. σ é recalculado;
5. Prosseguir com o procedimento de otimização até que o número limite de iterações seja atingido.

Em relação à escolha dos métodos de busca, foram realizados alguns estudos iniciais com funções analíticas, onde diferentes métodos de busca foram combinados com as técnicas de refinamento (maximização da melhoria esperada e minimização do preditor). Dessa maneira, optou-se por utilizar nesse trabalho um algoritmo *simulated annealing* para maximizar a melhoria esperada e empregar um algoritmo genético para determinar o mínimo do preditor, pois essa configuração se mostrou mais eficiente para resolver os problemas analisados inicialmente, ou seja, foram necessários menos pontos de preenchimento para encontrar o ponto de ótimo. Quanto os parâmetros adotados no procedimento de otimização proposto, um número máximo de 50 temperaturas é adotado para a técnica *simulated annealing*, enquanto que, para o algoritmo genético, são utilizadas 100 gerações e cada população tem um tamanho de 50 projetos (soluções) diferentes em cada iteração.

Na etapa de criação do modelo substituto, é determinado o parâmetro σ “ótimo” do modelo aproximado RBF, utilizando validação cruzada (método *leave-one-out*). Para isso, vinte valores de σ distribuídos em escala logarítmica no intervalo de $[10^{-1}, 10^1]$ são utilizados para busca após a normalização dos dados amostrais. Conforme apresentado por Fasshauer e Zhang (2007), a fórmula de Rippa é aplicada a fim de reduzir a complexidade do método *leave-one-out*.

$$e_k = \frac{\lambda_k}{\Phi_{kk}^{-1}} \tag{33}$$

sendo λ_k o k -ésimo coeficiente da interpolação e Φ_{kk}^{-1} o k -ésimo elemento da diagonal principal da matriz inversa de interpolação, obtidos na construção do preditor RBF (equação (21)). e_k representa a estimativa do erro para o k -ésimo ponto amostral. O parâmetro de forma σ é obtido pelo menor elemento do vetor $\mathbf{e} = [e_1, \dots, e_N]^T$. Esse método se baseia na interpolação, utilizando todos os pontos amostrais. Dessa maneira, ao aplicar a fórmula de Rippa, é preciso realizar somente uma única interpolação, reduzindo custos computacionais.

As etapas do processo de otimização de estruturas do tipo *honeycomb* estão mostradas na Figura 31.

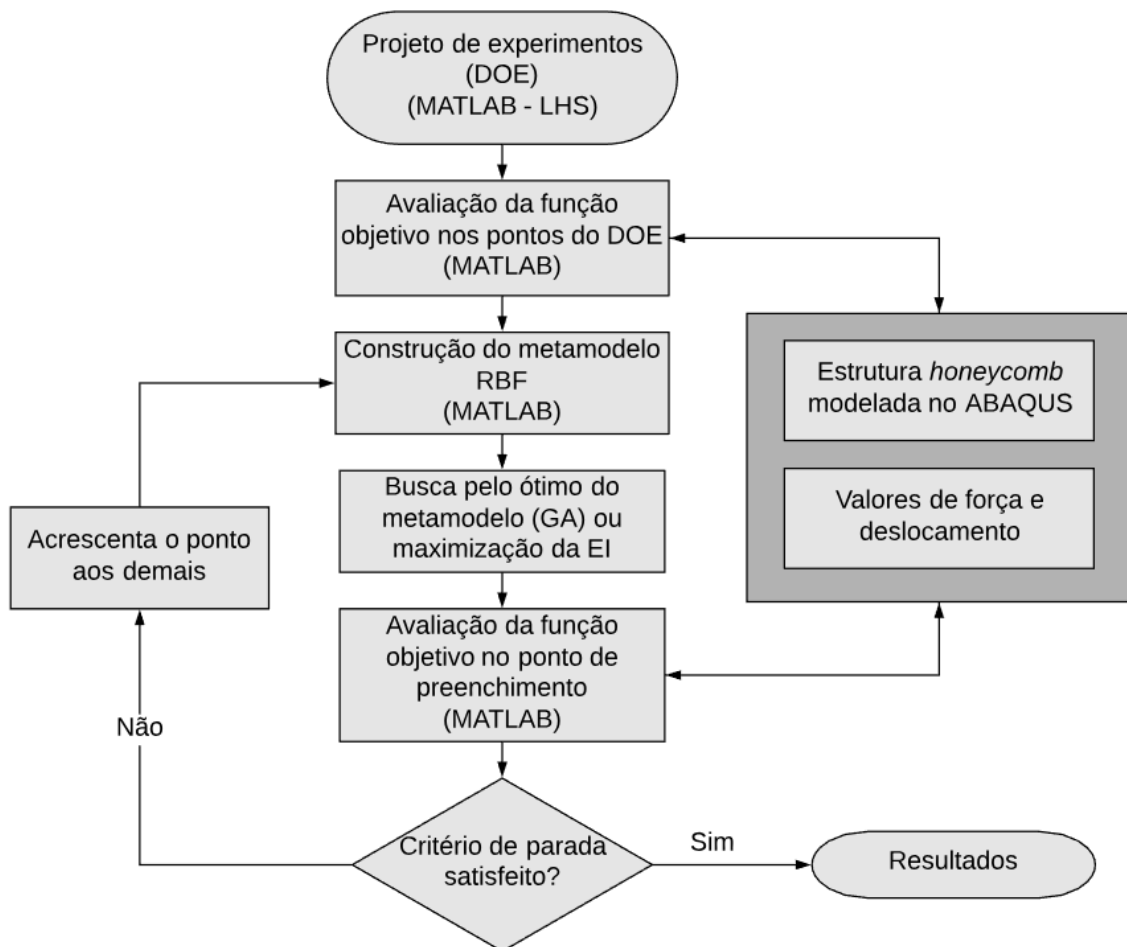


Figura 31 - Etapas do processo de otimização para o caso de impacto de estruturas do tipo *honeycomb*.

O desenvolvimento e a implementação do algoritmo são realizados na plataforma MATLAB. O projeto de experimentos (hipercubo latino ótimo) é gerado através da função *lhsdesign* do MATLAB e a construção do metamodelo RBF também é executada nesse mesmo *software*, com auxílio do *toolbox* desenvolvido por Jekabsons (2009). Gerada a partir de um código escrito em Python, a simulação do comportamento da estrutura *honeycomb* é realizada no software ABAQUS® 6.14-1, que utiliza o método de elementos finitos. A plataforma de programação Python também é utilizada para extrair as forças e deslocamentos resultantes da simulação realizada no ABAQUS.

3.8 OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB

Vários trabalhos publicados recentemente mostram a preocupação em desenvolver estruturas *honeycombs* otimizadas, visando o uso desse tipo de material em situações que envolvam impacto. Esta seção tem o intuito de revisar alguns desses trabalhos e salientar, portanto, a relevância do tema de pesquisa.

Estruturas já estudadas foram *honeycombs* puros (YANG et al., 2018b; LI et al., 2014; HE et al., 2015; XI; ZHOU; 2015; YIN; WEN; GAN, 2011; SUN et al., 2010; CACCESE; FERGUSO; EDGEComb, 2013; SCHULTZ et al., 2012), *honeycombs* com várias camadas de material (YANG et al., 2018a; FAZIKATI; ALISADEGHI, 2016), tubos preenchidos com material *honeycomb* (PAZ et al., 2014; PAZ et al., 2015; ZAREI; YIN et al., 2001; KRÖGER, 2006), sanduíche de *honeycomb* (HOU et al., 2012) e coluna sanduíche de *honeycomb* (EBRAHIMI; VAHDATAZZAD 2015).

Alguns estudos comparam o desempenho de diferentes geometrias de células, tais como os artigos de He et al. (2015) (hexagonal regular, tetraquiral e *flexcore*) e Li et al. (2014) (hexagonal regular e quadrado). Nesses estudos, os autores analisaram separadamente as diferentes geometrias e compararam os resultados. No trabalho de He et al. (2015), a geometria *flexcore* teve geralmente a maior *SEA* para uma mesma tensão máxima. No trabalho de Li et al (2014), o *honeycomb* quadrado apresentou os melhores resultados para *SEA*. Entretanto, menores valores para o pico de força foram encontrados para o *honeycomb* hexagonal. Os autores

deste estudo afirmam que não é possível concluir que tipo de estrutura seria mais eficiente como absorvedor de impacto.

Trabalhos onde o formato da célula é uma variável de projeto estão presentes na literatura. Yin, Wen e Gan (2011) empregaram uma coluna em formato de “Y” para simular a estrutura *honeycomb*, enquanto que Paz et al. (2015), Schultz et al. (2012) e Yang et al. (2018b) utilizaram um modelo numérico completo do *honeycomb*. Analisando os resultados das fronteiras de Pareto de todos esses estudos, nota-se que a solução ótima pode ser dada por diferentes formatos de célula.

Inicialmente no artigo de Paz et al. (2015) foi avaliado o formato da célula através do processo de otimização, onde a única função objetivo foi a energia específica de absorção. Para um problema sem restrições, uma célula hexagonal regular foi a solução ótima. Entretanto, impondo uma restrição de força máxima, uma célula hexagonal com ângulo de célula menor que 30° apresentou o melhor resultado. Na pesquisa de Yang et al. (2018b), as paredes dos *honeycombs* tinham formato senoidal. O número e a amplitude das ondas que formavam a parede da estrutura eram variáveis de projeto.

A grande parte dos estudos publicados utiliza uma aproximação do tipo polinomial, contudo, outras classes de metamodelos já foram utilizadas, como, por exemplo, o RBF (SUN et al., 2010; SCHULTZ, 2012; YANG et al., 2018b) e o MLS (Paz et al., 2015). Além disso, alguns autores analisaram o desempenho de diferentes métodos. Paz et al. (2014) compararam Kriging e MARS (*Multivariate Adaptive Regression Splines*). Nesse artigo, MARS apresentou uma fronteira de Pareto mais estável no caso de otimização multiobjetivo. Xie e Zhou (2015) confrontaram Kriging e regressão polinomial ao otimizar *SEA* para uma material *honeycomb*. O modelo substituto construído a partir de polinômios de quarto grau foi o que apresentou o resultado mais próximo do modelo de alta fidelidade. Verificou-se que a superfície de resposta criada por Kriging não é tão suave, uma vez que este metamodelo se baseia na interpolação dos pontos amostrais. Yin, Wen e Gan (2011) construíram modelos substitutos para a tensão de pico e *SEA*, utilizando diferentes técnicas (regressão polinomial, RBF, Kriging, MARS, SVR). Em termos de acurácia do metamodelo, funções polinomiais cúbicas e quárticas obtiveram as melhores respostas, respectivamente, para tensão máxima e energia específica absorvida.

Quanto aos problemas de otimização, as funções objetivos mais comuns encontradas nos trabalhos analisados foram *SEA*, força máxima, aceleração máxima e energia total. As variáveis de projeto mais adotadas foram espessura da parede do *honeycomb* e comprimento da célula. Entre as publicações mais diferentes em relação à formulação do problema de otimização, destaca-se a de Fazikati e Alisadeghi (2016). Nesse artigo, estruturas com várias camadas de material *honeycomb* foram analisadas. Foi demonstrando que estruturas com várias camadas são mais eficientes em reduzir o pico de força durante o impacto do que estruturas com um único nível. Além disso, os autores otimizaram o volume total da estrutura, impondo restrições de força máxima e de energia total. Resultados mostram que a energia absorvida não muda ao aumentar o número de camadas de dois para três, desde que o volume da estrutura seja mantido constante.

Muitas das publicações encontradas tratam sobre impacto na direção fora do plano. Entretanto, Ebrahimi e Vahdatazzad (2015) e o Schultz et al. (2012) se preocuparam, por exemplo, em estudar o comportamento de estruturas no plano. Além disso, Zarei e Kröger (2006) analisaram a resistência ao impacto oblíquo de tubos com *honeycomb*. Observou-se neste trabalho que um aumento na resistência à flexão provoca uma diminuição da eficiência ao impacto da estrutura em termos de peso.

O tipo de método de otimização mais empregado entre as pesquisas citadas é o algoritmo genético. Nenhum dos trabalhos encontrados sobre otimização ao impacto de estruturas do tipo *honeycomb* utiliza alguma técnica de refinamento sequencial e somente Sun et al. (2010) propuseram um método de otimização baseado em metamodelagem diferente do tradicional. Nessa publicação, o metamodelo não foi construído diretamente a partir de um modelo de alta fidelidade. No método proposto, o modelo de alta fidelidade gera um modelo de baixa fidelidade, que é utilizado para construir a superfície de resposta. O grau de fidelidade do modelo é determinado pelo refinamento da malha de elementos finitos. Os autores mostraram que, combinando modelos de alta e baixa fidelidade com RBF é possível obter resultados melhores do que ao usar o método convencional com um metamodelo polinomial para um mesmo custo computacional.

4 RESULTADOS

Este capítulo divide-se em duas partes. A primeira corresponde à aplicação do método proposto neste trabalho em funções testes amplamente empregadas na validação de algoritmos de otimização. Nessa etapa, são utilizadas funções analíticas com uma, duas e três variáveis. A segunda parte trata da resolução de diferentes problemas de otimização ao impacto fora do plano de estruturas do tipo *honeycomb*.

4.1 OTIMIZAÇÃO DE FUNÇÕES TESTE

Na otimização de funções teste, o RBF-EI é aplicado primeiramente para otimizar uma função de uma única variável. A função escolhida se trata da “teste-1v” para o intervalo de $x \in [0, 1]$ (Seção 3.3). O DOE inicial possui três pontos amostrais $X = \{0; 0,5; 1\}$. A evolução do processo de otimização, utilizando alternadamente a maximização de EI e minimização do predictor RBF, está mostrada na Figura 32.

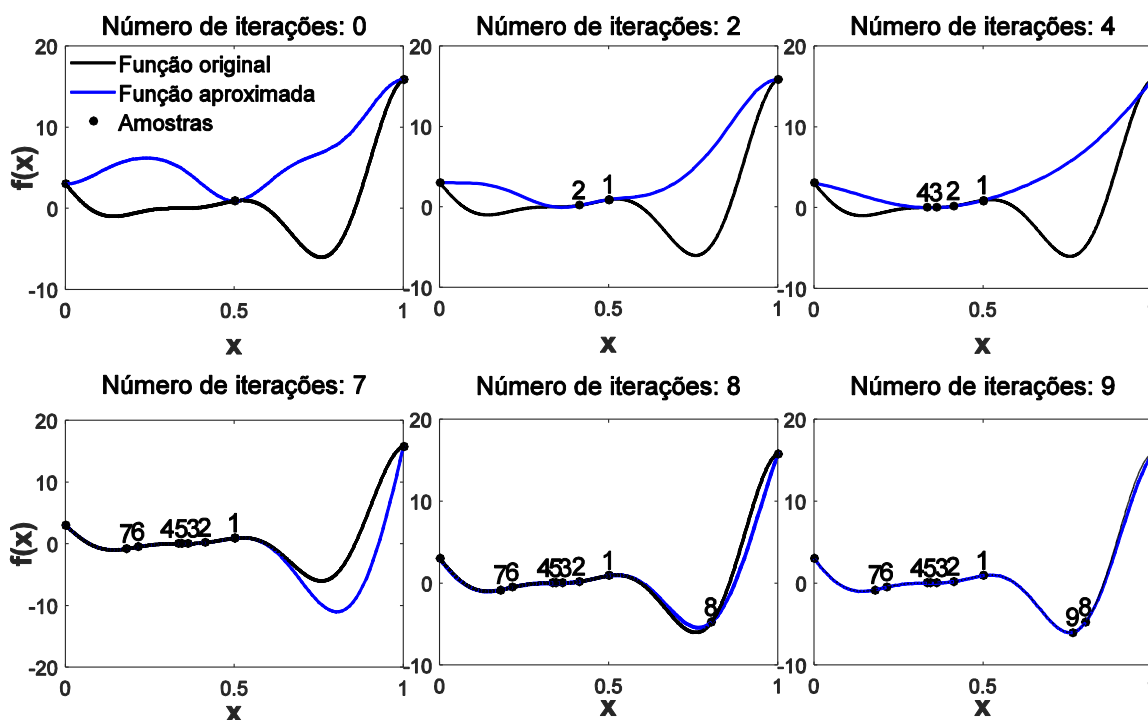


Figura 32 – Otimização global da função “teste-1v”, utilizando o algoritmo eficiente de otimização proposto (maximização da melhoria esperada e minimização do predictor do metamodelo).

Observando o comportamento do algoritmo de otimização, nota-se que nas primeiras sete iterações a busca se dá na direção da região de um mínimo local, contudo, o ponto de ótimo global é encontrado com apenas nove iterações.

Outra função testada é a *six-hump camel back*, que possui duas variáveis (YANG; XUE, 2015):

$$f(\mathbf{x}) = \left(4 - 2,1x_1^2 + \frac{x_1^4}{3}\right)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2 \quad (34)$$

A função é avaliada no domínio $x_1 \in [-2, 2]$ e $x_2 \in [-1, 1]$, onde possui dois mínimos globais, conforme ilustrado pela Figura 33. Os mínimos globais estão localizados em $\mathbf{x}^* = (0,0898; -0,7126)$ e em $\mathbf{x}^* = (-0,0898; 0,7126)$. O valor da função objetivo para esses pontos é o mesmo e vale $f(\mathbf{x}^*) = -1,0316$. O resultado da otimização está ilustrado na Figura 34. A fim de se determinar os pontos de ótimo global do problema, adota-se uma razão de 1:2 entre a quantidade de pontos do DOE e a quantidade de pontos de preenchimento, conforme orientações de Forrestes, Sóbester e Keane (2008). Dessa maneira, são usados 60 acessos à função objetivo original, onde 20 acessos desse total são destinados à construção do modelo inicial e os demais são dispendidos no seu refino iterativo.

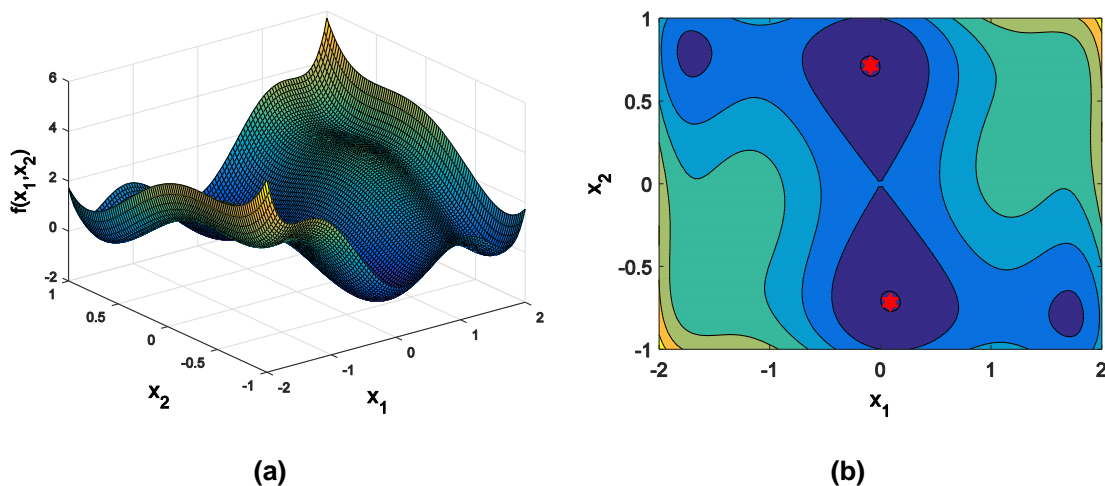


Figura 33 – (a) Função *six-hump camel back* no intervalo de $[-2, 2] \times [-1, 1]$; (b) indicação em vermelho dos pontos de ótimo no gráfico de isolinhas para o intervalo avaliado.

Na Figura 34, os pontos do DOE estão representados em preto, enquanto que os pontos de preenchimento estão em vermelho. Nota-se que quase todos os pontos de preenchimento se encontram nas regiões onde se localizam os pontos de mínimo global.

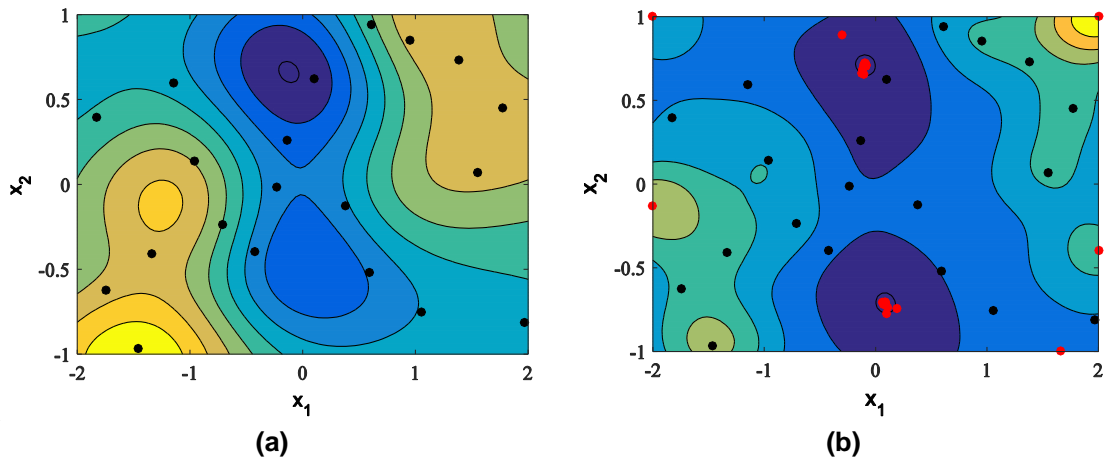


Figura 34 – Resultado da otimização para a função *six-hump camel back*. (a) aproximação inicial da função; (b) aproximação da função após utilizar pontos de preenchimento.

Finalmente, analisa-se o desempenho do algoritmo RBF-EI com a função de três variáveis Hartmann 3D. Essa função é dada por (VIANA; HAFTKA; WATSON, 2013):

$$f(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^4 \alpha_i \exp \left(- \sum_{j=1}^3 A_{ij} (x_j - P_{ij})^2 \right) \quad (35)$$

onde,

$$\alpha = (1,0; 1,2; 3,0; 3,2)^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3,0 & 10 & 30 \\ 0,1 & 10 & 35 \\ 3,0 & 10 & 30 \\ 0,1 & 10 & 35 \end{pmatrix}$$

$$P = 10^{-4} \begin{pmatrix} 3689 & 1170 & 2673 \\ 4699 & 4389 & 7470 \\ 1091 & 8732 & 5547 \\ 381 & 5743 & 8828 \end{pmatrix}$$

Essa função é usualmente avaliada no domínio $x_i \in [0, 1]$ para $i = 1, 2, 3$, tendo um único ponto de mínimo global e quatro mínimos locais. Esse ponto localiza-se em $x^* = (-0,114614; 0,555649; 0,852547)$ e $f(x^*) = -3,86278$. No processo de otimização, utilizam-se 100 acessos à função objetivo. Desse total, 30 pontos se destinam ao DOE inicial, enquanto que 70 são para os pontos de preenchimento. O gráfico de evolução do valor mínimo da função objetivo, à medida que se acrescentam pontos de melhoria, em razão do número de pontos de preenchimento está mostrado na Figura 35. Nota-se, pelo gráfico, que é necessário somente um pequeno número de iterações para se determinar o ponto de ótimo da função.

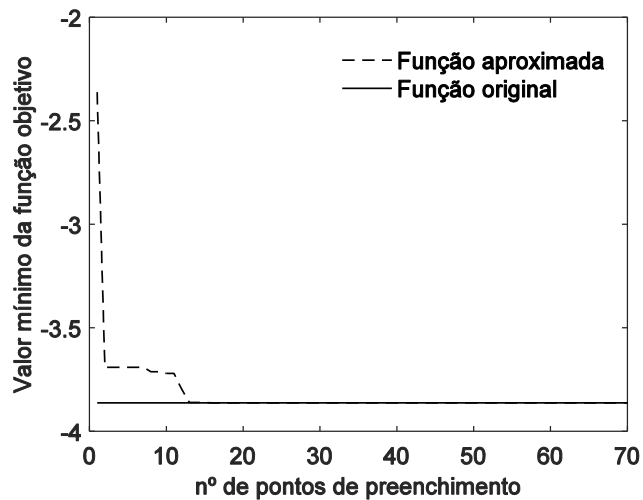


Figura 35 – Evolução do valor mínimo da aproximação da função Hartmann 3D.

Nos casos apresentados até agora, não é verificado o desempenho do RBF-EI para problemas com restrição. Para estudar esse tipo do problema, é escolhida a função Branin-Hoo, cuja expressão é fornecida por (YANG; XUE, 2015):

$$f(\bar{x}) = \left(\bar{x}_2 - \frac{5,1}{4\pi^2} + \frac{5}{\pi} \bar{x}_1 - 6 \right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi} \right) \cos(\bar{x}_1) + 10 \quad (36)$$

Geralmente, a função Branin-Hoo é avaliada no retângulo $\bar{x}_1 \in [-5, 10]$, $\bar{x}_2 \in [0, 15]$. Neste trabalho, as variáveis são normalizadas para o espaço $\mathbf{x} \in [0, 1]^2$. Desse modo, aplicam-se as transformações $\bar{x}_1 = 15x_1 - 5$ e $\bar{x}_2 = 15x_2$. Nesse espaço normalizado, a função possui três pontos de ótimos, localizados em $\mathbf{x}^* = (0,12389; 0,81833)$, $(0,54277; 0,15166)$ e $(0,96165; 0,16500)$. O valor mínimo da função é $f(\mathbf{x}^*) = 0,397887$ para os três mínimos globais. Para o problema, adota-se uma restrição arbitrária dada por $x_1x_2 \geq 0,2$. De maneira concisa, o problema de otimização pode ser definido como:

$$\begin{aligned} \text{encontrar: } & \{x_1, x_2\} \in [0,1]^2 \\ \text{que minimiza: } & \text{função Branin - Hoo } (x_1, x_2) \\ \text{sujeito a: } & 0,2 - x_1x_2 \leq 0 \end{aligned} \quad (37)$$

A função de Branin-Hoo e seus três pontos de ótimo, sem considerar a restrição, estão representados na Figura 36a. A Figura 36b retrata o espaço factível da mesma função após a imposição da restrição. Nota-se, pela Figura 36b, que a função passa a ter somente um ponto de mínimo global, localizado próximo ao canto direito, na fronteira do espaço factível.

O resultado da otimização está apresentado na Figura 37. Para a função Branin-Hoo também são utilizados 60 pontos (20 para o DOE e 40 de refino), de maneira idêntica ao caso de otimização da função *six-hump camel back*. Os pontos do DOE estão representados em preto na Figura 37, enquanto que os pontos de preenchimento estão em vermelho. Constata-se que a grande maioria dos pontos de refinamento se concentram próximos ao ponto de ótimo do problema. Também pode ser observado que existem pontos de preenchimento que estão fora da região factível do problema. Duas razões podem explicar por que pontos fora da região factível são obtidos pelo processo de otimização. Primeiro, o metamodelo da função objetivo e/ou o modelo aproximado da restrição não é suficientemente preciso e, consequentemente, um ponto considerado factível pelo metamodelo pode não ser factível pela função original. Segundo, o ponto inicial gerado pode estar localizado no espaço não

factível e o método de busca (*simulated annealing* ou algoritmo genético) pode permanecer preso nessa região.

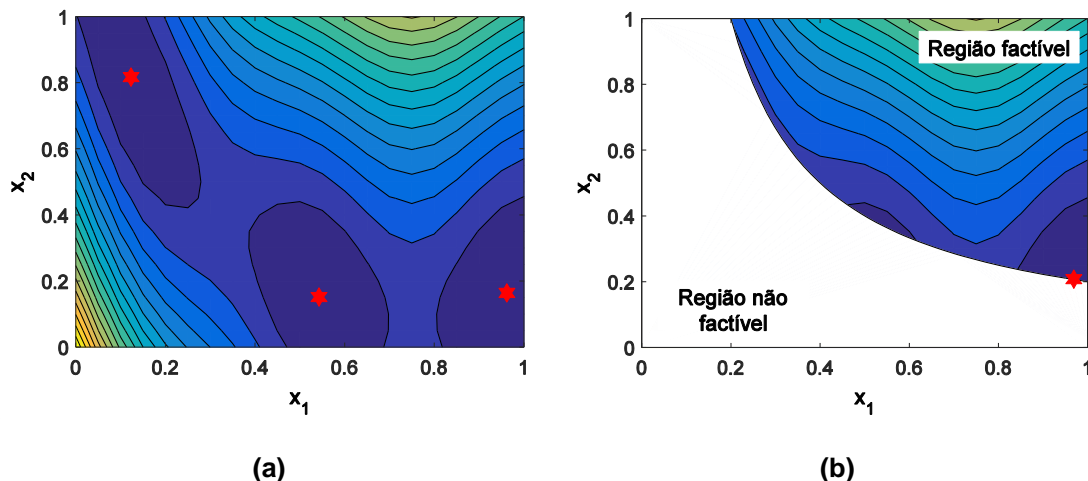


Figura 36 – Gráfico de isolinhas da função Branin-Hoo no espaço normalizado $x \in [0, 1]^2$ antes (a) e após (b) a imposição da restrição. Os pontos de ótimo estão indicados em vermelho.

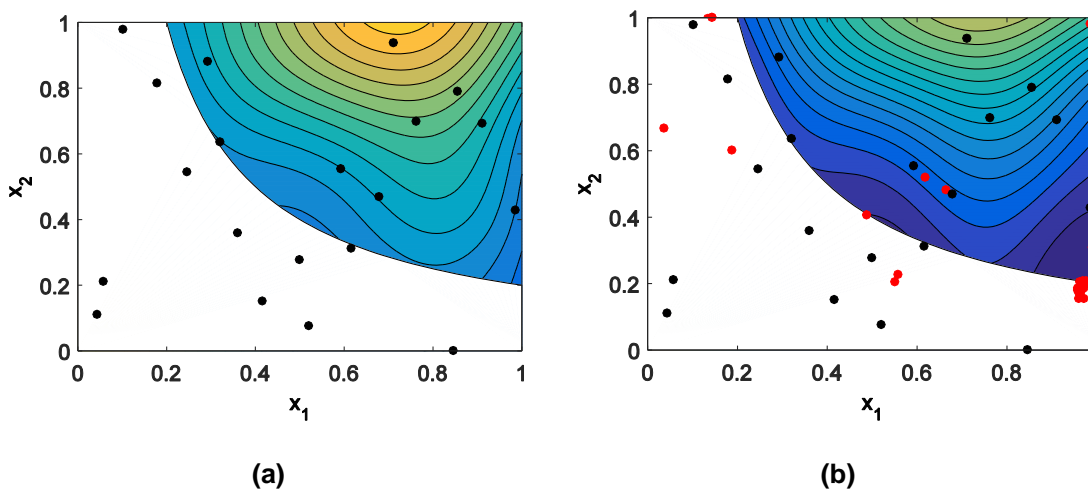


Figura 37 - Resultado da otimização para a função Branin-Hoo para o caso com restrição. (a) aproximação inicial da função; (b) aproximação da função após utilizar pontos de preenchimento.

O gráfico de evolução do valor mínimo da função objetivo, à medida que se acrescentam pontos de refino, em razão do número de pontos de preenchimento está mostrado na Figura 38. Observa-se, pelo gráfico, que é necessário menos de dez iterações para se determinar o ponto de ótimo da função.

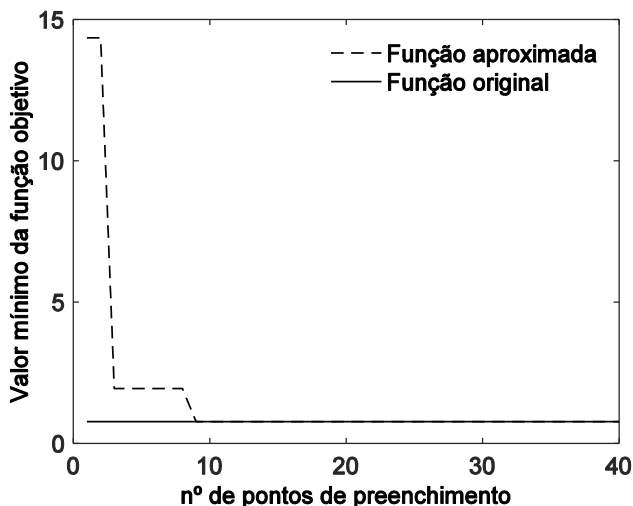


Figura 38 – Evolução do valor mínimo da aproximação da função Branin-Hoo.

Após aplicar o procedimento proposto na otimização de diferentes funções teste, constata-se que este apresenta desempenho bastante satisfatório. O próximo passo consiste em verificar a eficiência desse método em relação a outro algoritmo de otimização já existente. Para isso, comparam-se os desempenhos do RBF-EI e do algoritmo de programação quadrática sequencial (SQP) para as mesmas quatro funções analisadas anteriormente. Na Tabela 1 está apresentado, para os dois algoritmos, o número médio de acessos à função objetivo que é necessário para encontrar, mesmo que aproximadamente, o mesmo ponto ótimo das funções. Cada problema é resolvido dez vezes por cada um dos dois algoritmos e, para o caso do RBF-EI, os pontos do DOE estão contabilizados na tabela. Analisando os dados, observa-se que o RBF-EI se mostra mais eficiente que o SQP, uma vez que exige um menor orçamento computacional. Para o caso da função “teste-1v”, o número de acessos à função objetivo realizado pelo algoritmo SQP é, por exemplo, oito vezes maior que o do método proposto.

Deve-se ressaltar que não se justifica o uso de um algoritmo com um maior grau de complexidade para funções ou modelos analíticos, uma vez que esses são fáceis e rápidos de serem avaliados. Porém, em situações onde a avaliação da função custo dependa de simulações computacionais demoradas ou de testes experimentais, a utilização de técnicas de metamodelagem com refino sequencial (isto é, inclusão de pontos de preenchimento segundo um dado critério), pode proporcionar uma considerável economia de tempo devido à redução do número de acessos à função objetivo.

Tabela 1 – Número médio de avaliações da função objetivo.

Algoritmo	“teste-1v”	<i>six-hump camel back</i>	Hartmann 3D	Branin- Hoo
SQP	98	216	260	83
RBF-EI	12	38	65	33

4.2 OTIMIZAÇÃO AO IMPACTO DE ESTRUTURAS DO TIPO HONEYCOMB

4.2.1 DESCRIÇÃO E VALIDAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Como a presente pesquisa não envolve análise experimental de estruturas do tipo *honeycomb*, é utilizado o trabalho de Zhang, Zhang e Wen (2014) para validar o modelo numérico construído. Apesar de existirem vários estudos disponíveis na literatura sobre estruturas *honeycombs*, o artigo de Zhang, Zhang e Wen (2014) é escolhido por dois motivos: primeiro, porque é uma das poucas investigações que fornecem dados suficientes para ser reproduzida; segundo, as dimensões da estrutura analisada pelos autores são próximas daquelas aqui estudadas.

Deve-se ressaltar que a análise numérico-experimental realizada por Zhang, Zhang e Wen (2014) foi para o caso quase-estático e não para um carregamento dinâmico. A validação do modelo numérico a partir do caso quase estático é comum em trabalhos que estudam impacto em estruturas do tipo *honeycomb* devido, principalmente, a dificuldades experimentais. Essa prática foi adotada, por exemplo, em trabalhos como os de Sun et al. (2016) e Meran, Tupak e Muga (2014).

A estrutura usada na validação do modelo numérico possui 25 células (5 x 5), conforme mostrado na Figura 39. O comprimento (l) da célula é de 6 mm, a espessura da parede (t) é 0,075 mm e a altura do modelo é de 20 mm. O material das paredes do *honeycomb* é a liga de alumínio AA3003 H18. Esse material possui módulo de elasticidade (E) de 69 GPa, tensão de escoamento (σ_y) de 115,8 MPa, tensão última (σ_u) de 154,5 MPa e coeficiente de Poisson (ν) de 0,33.

A curva tensão-deformação do material obtida através do ensaio de tração realizado por Zhang, Zhang e Wen (2014) é mostrada na Figura 40. Os pontos em destaque na figura representam os dados do material utilizados na construção do modelo numérico.

Na simulação numérica, o *honeycomb* encontra-se posicionado entre duas placas rígidas. A placa inferior está completamente engastada, enquanto que se admite somente o deslocamento axial da placa superior, conforme mostrado na Figura 39. Nessa figura, U_x , U_y e U_z representam os deslocamentos nas direções x , y e z , respectivamente, e UR_x , UR_y e UR_z as rotações. O *honeycomb* é modelado no software ABAQUS® 6.14-1 que utiliza o Método de Elementos Finitos (MEF).

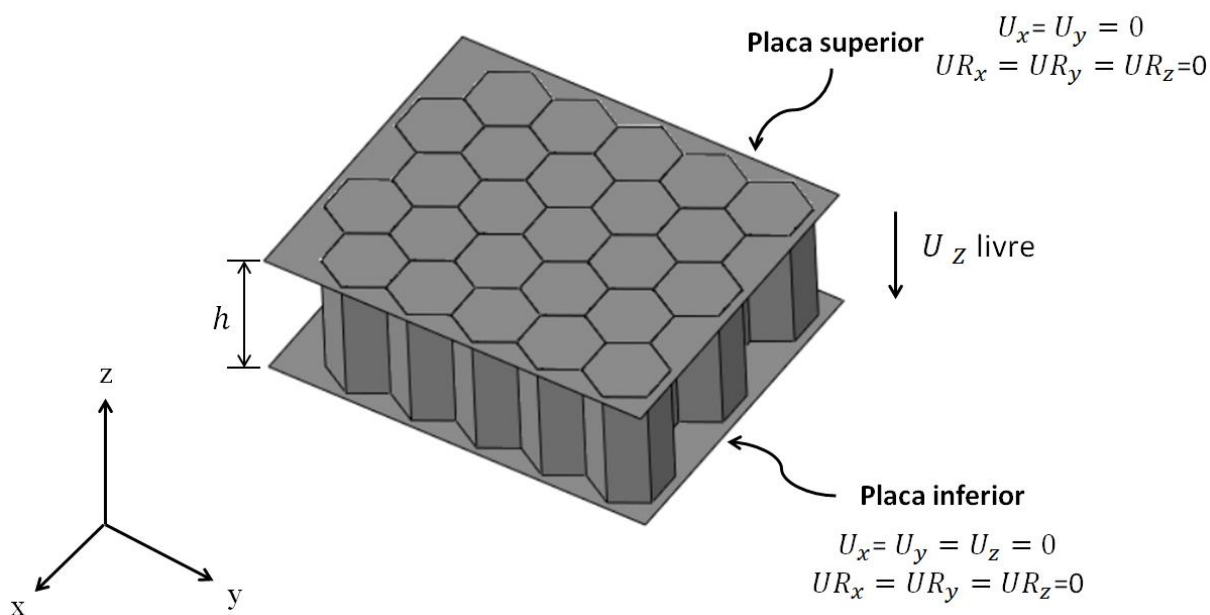


Figura 39 - Representação das condições de contorno para a simulação de impacto do *honeycomb* (validação do modelo numérico).

Na modelagem da estrutura celular via elementos finitos, são utilizados elementos do tipo casca, de 4 nós e 6 graus de liberdade por nó: elemento SR4 do ABAQUS, que utiliza integração reduzida e se destina a problemas que envolvem grande deformações. Esse tipo de elemento permite deformações cisalhantes no sentido transversal. Quando a espessura é maior que 1/15 do comprimento característico da superfície da casca, o elemento S4R é definido como sendo do tipo casca semi-espessa, na qual se adota a teoria de Mindlin e aplica-se o princípio variacional de Hu-Washizu. Quando o valor de espessura diminui, são adotadas as suposições de Kirchhoff e se define o elemento S4R como sendo do tipo casca fina (ABAQUS, 2010). O tamanho médio de elemento adotado na simulação é de 0,25 mm, como sugerido por Zhang, Zhang e Wen (2014).

Um auto contato é considerado para evitar a interpenetração das paredes do *honeycomb* durante o processo de dobra típico da flambagem progressiva e o contato entre o *honeycomb* e as placas é definido através da técnica Superfície-Superfície, onde um coeficiente de atrito dinâmico de 0,2 é aplicado (SUN et al., 2016).

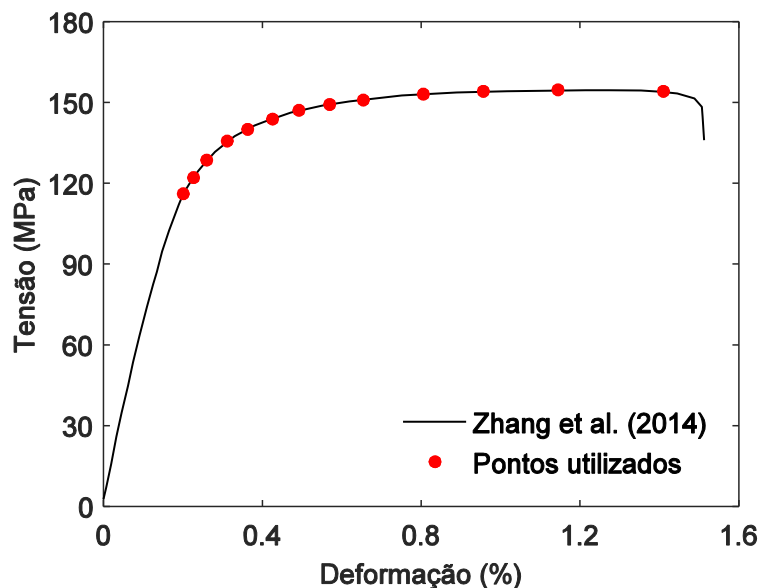


Figura 40 - Diagrama tensão-deformação da liga de alumínio AA3003 H18 sob tração.

Em relação ao modelo de elementos finitos, o método de solução da equação de equilíbrio dinâmico do sistema adotado é o de integração explícita (ABAQUS/*Explicit*). Esse método utiliza uma matriz agrupada (diagonal) de massa (ABAQUS, 2014), gerando equações diferenciais desacopladas. Entre os métodos de integração direta no tempo existentes, o ABAQUS utiliza o método de diferenças centrais. O algoritmo dinâmico explícito é robusto, é mais rápido e requer menos memória que o algoritmo implícito. Contudo, o algoritmo é condicionalmente convergente e pode necessitar de passos extremamente pequenos para evitar problemas de convergência. O ABAQUS/*Explicit* é utilizado no presente trabalho para resolver tanto o caso quase-estático quanto o problema dinâmico.

O resultado obtido está mostrado na Figura 41. Nessa figura também estão representadas as curvas força-deformação experimental e numérica apresentadas por Zhang, Zhang e Wen (2014) para o mesmo problema e o modo de deformação da estrutura. Os resultados estão apresentados em termos de deformação média e

não em função do deslocamento, porque os modelos numéricos possuem uma altura (h) de 20 mm, enquanto que a amostra utilizada no experimento de Zhang, Zhang e Wen (2014) possuía uma altura de 100 mm.

Analisando o diagrama, observa-se que a resposta obtida é satisfatória, pois tanto os valores de força máxima quanto o valores de força média das curvas são bem próximos. Quanto às divergências entre os resultados numéricos e o experimental, nota-se que as curvas das soluções numéricas apresentam uma oscilação maior no começo e que a densificação da estrutura se inicia para uma deformação menor quando comparadas a curva experimental.

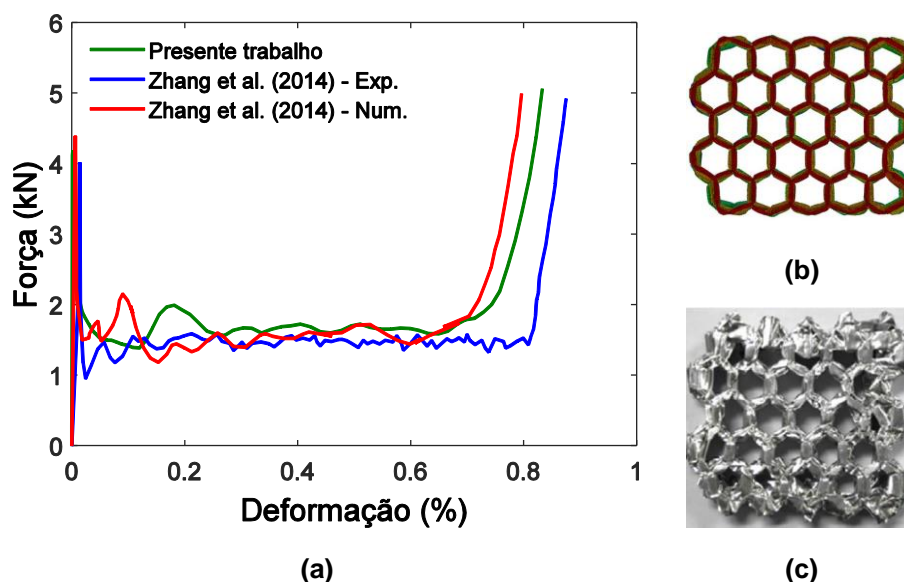


Figura 41 - Validação do modelo de elementos finitos: (a) curvas de validação (b) modo de deformação numérico (presente trabalho) e (c) modo de deformação experimental (ZHANG, ZHANG, WEN, 2014).

A fim de avaliar a validade da análise quase-estática realizada, duas condições precisam ser verificadas, conforme Santosa et al. (2000). Como primeiro requisito, a energia cinética total deve ser desprezível em comparação com a energia interna durante toda a simulação. O segundo ponto se trata da curva força-deformação, que precisa ser independente da taxa de carregamento utilizada para acelerar a simulação.

A variação das energias cinética e interna para o caso da validação do modelo numérico está apresentada na Figura 42. Analisando o diagrama, constata-se que a energia cinética do honeycomb é pequena quando comparada com sua ener-

gia interna. Como a curva força-deformação da estrutura não variou com taxas de carregamento menores durante testes realizados neste trabalho, pode-se afirmar que a simulação realizada é válida.

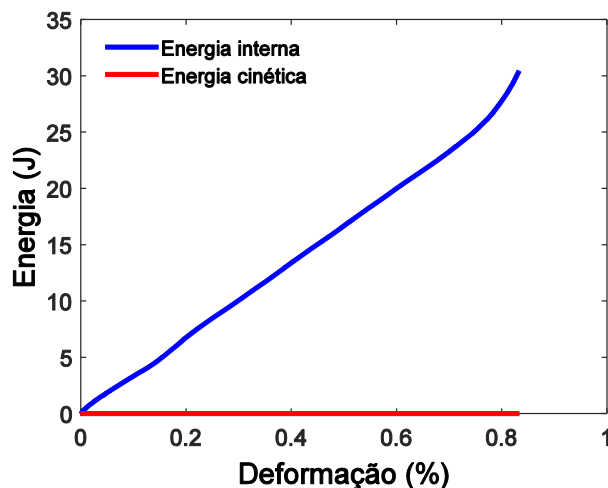


Figura 42 - Variações das energias cinética e interna do honeycomb durante caso quase-estático de compressão.

4.2.2 OTIMIZAÇÃO MONO-OBJETIVO

O problema de otimização analisado tem como objetivo maximizar a absorção de energia na direção transversal. Nessa direção a capacidade de um honeycomb absorver energia é superior em relação às direções no plano e, geralmente, considera-se, em termos de projeto, que a estrutura será submetida a carregamentos no sentido transversal. No caso analisado, um *honeycomb* do tipo 5 x 5 (23 células) se encontra entre duas placas rígidas, como mostrado na Figura 43.

A placa inferior é fixa, enquanto que a placa superior possui uma massa de 5 kg e comprime a estrutura com uma velocidade inicial de 10 m/s no sentido transversal (direção z). Muitos trabalhos publicados utilizam um valor igual ou próximo a 10 m/s, sendo este a máxima velocidade atingida ocasionalmente por máquinas de testes experimentais (XU et al., 2012).

O material de base das paredes é o mesmo que foi utilizado na validação do modelo numérico. As variáveis de projeto são a espessura da parede da estrutura (t), o comprimento da célula (l) e um parâmetro de forma (CS). Essas variáveis estão representadas na Figura 44. O parâmetro CS controla o formato da célula do *ho-*

neycomb e seu efeito é ilustrado na Figura 45. Quando $CS = 1$, a célula possui formato retangular (*overexpanded*). A célula se torna auxética reentrante se o valor desse parâmetro diminuir ou hexagonal se o valor de CS aumentar. A célula tem formato hexagonal regular caso $CS = 2$ ou hexagonal alongada (*underexpanded*) se o valor desse parâmetro for maior que dois ($CS > 2$). Os limites de cada variável estão apresentados na Tabela 2.

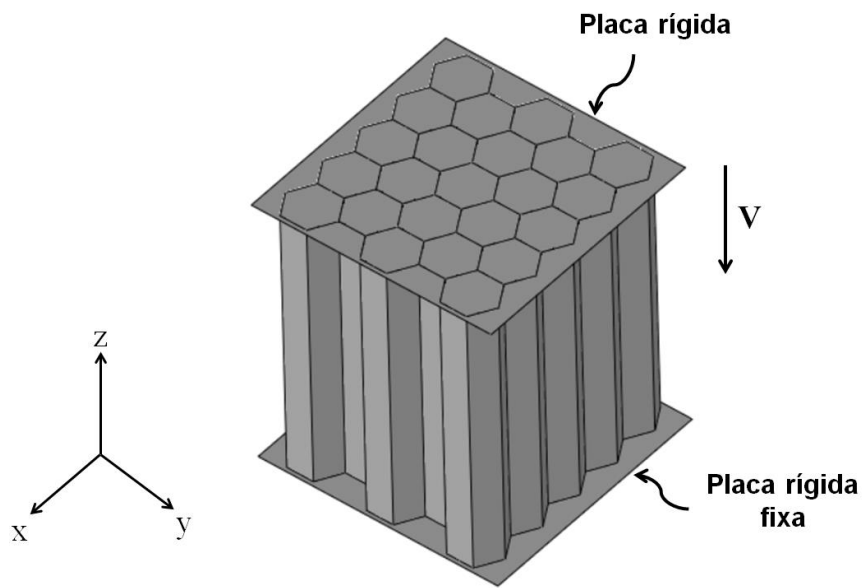


Figura 43 - Representação do problema de otimização ao impacto fora do plano de um *honeycomb*.

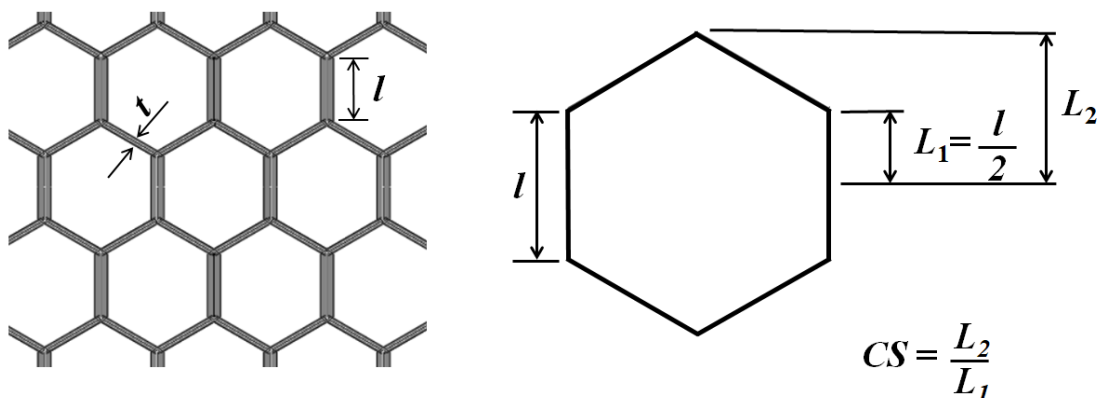


Figura 44 – Variáveis de projeto para o problema de otimização ao impacto.

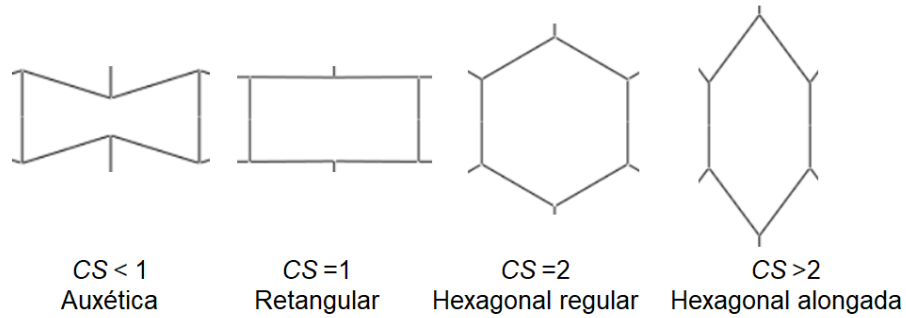


Figura 45 – Influência do parâmetro de forma CS.

Tabela 2 – Limites das variáveis de projeto

Variável	Limites	
	Inferior	Superior
l (mm)	2	5
t (mm)	0,02	0,1
CS	0,4	2,73

O critério a ser otimizado (maximizado) é a energia específica absorvida (SEA). Três casos são analisados: um sem restrição e dois com imposição de uma condição de força máxima. O pico de força para a configuração inicial (F_b) é adotado para definir o valor limite de força (F_{limite}). O projeto inicial possui $l = 3,5$ mm, $t = 0,06$ mm e $CS = 2$. Para um caso com restrição, o limite de força máxima representa 50% do valor de F_b , enquanto que para o outro problema com restrição esse limite equivale a 30% do pico de força para a configuração inicial. Essa condição de força máxima é representada por:

$$F_{m\acute{a}x} - F_{limite} \leq 0 \tag{38}$$

Note que na equação (32), a restrição é dada por $g(\mathbf{x}) < c$. Portanto, deve-se reescrever essa expressão como $g(\mathbf{x}) = F_{m\acute{a}x} - F_{limite}$, fazendo com que $c = 0$. Desse modo, a melhoria esperada é calculada por $EI(\mathbf{x}).P[g(\mathbf{x}) < 0]$.

Na solução dos problemas de otimização, utiliza-se uma malha que varia com o tamanho da célula e que possui um grau de refinamento diferente daquele aplicado no caso da validação do modelo numérico. Como a presente investigação

está preocupada em uma análise qualitativa e não quantitativa de estruturas *honeycombs*, é adotada uma malha mais grosseira durante o processo de otimização a fim de reduzir custos computacionais. Nessa malha, mostrada na Figura 46, cinco elementos são utilizados em cada aresta da célula do *honeycomb*. No sentido longitudinal, há 80 elementos, de maneira idêntica ao artigo de Zhang, Zhang e Wen (2014). Apesar de ser mais grosseira, observa-se que a malha ainda apresenta um grau de refinamento consideravelmente alto.

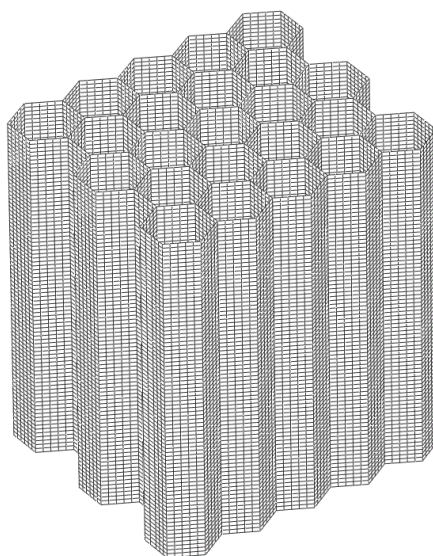


Figura 46 – Malha de elementos finitos da estrutura *honeycomb* utilizada no processo de otimização.

No caso de otimização mono-objetivo ao impacto do *honeycomb*, adota-se como critério de parada 50 acessos à função objetivo (isto é, 50 simulações do modelo de elementos finitos). O projeto de experimentos inicial, gerado pela técnica do hipercubo latino, possui 10 pontos e são utilizados 40 pontos de preenchimento para melhoria iterativa do metamodelo. O tempo computacional médio de cada simulação, para um conjunto fixo de variáveis de projeto, é de 30 minutos em um computador com processador Intel[®] Core i5-7400 CPU de 3.00 GHz e memória RAM de 16 GB. Desse modo, cada problema de otimização demanda pouco mais de um dia para ser resolvido.

Os resultados, em termos de força máxima e energia específica absorvida, são avaliados para um deslocamento na direção *z* de 8 mm, o que representa uma

deformação média de 40%, já que a estrutura possui uma altura (h) igual a 20 mm. Os resultados para a configuração inicial da estrutura estão apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores dos parâmetros e resultados para a configuração inicial.

l (mm)	t (mm)	CS	SEA (kJ/kg)	$F_{m\acute{a}x} = F_b$ (kN)
3,5	0,06	2	8,97	2,95

4.2.2.1 CASO DE OTIMIZAÇÃO I – SEM RESTRIÇÃO DE FORÇA MÁXIMA

O Caso I corresponde à situação em que não há restrição de força máxima. De forma compacta, o problema de otimização é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \{-SEA(t, l, CS)\} \\ \text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} 0,02 \leq t \leq 0,1 \text{ mm} \\ 2 \leq l \leq 5 \text{ mm} \\ 0,4 \leq CS \leq 2,73 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (39)$$

Os resultados e as variáveis de projeto ótimas para esse caso estão representados na Tabela 4. O método de otimização proposto é influenciado por processos aleatórios, tais como geração do projeto de experimentos, desempenho dos algoritmos de busca e critério de escolha dos pontos de refinamento do metamodelo. Dessa maneira, o caso de otimização é repetido três vezes a fim de verificar possíveis variações nos resultados.

Analisando a Tabela 4, nota-se que para as estruturas ótimas encontradas há um aumento significativo na energia específica absorvida em relação ao projeto inicial. Esse ganho é em torno de 73%. Além disso, há uma redução de força máxima mesmo não sendo imposta uma restrição, diminuindo de 2,95 kN para 2,71 kN.

Tabela 4 – Resultados da otimização (Caso I).

Execução	Variáveis de projeto ótimas			SEA	$F_{m\acute{a}x}$
	l (mm)	t (mm)	CS	(kJ/kg)	(kN)
#1	2,00	0,100	2,14	15,5	2,71
#2	2,00	0,100	1,96	15,5	2,71
#3	2,00	0,100	1,90	15,5	2,71

Em relação às variáveis de projeto, observa-se que as configurações ótimas possuem o menor valor de tamanho de célula permitido (Tabela 2) e a maior espessura possível, o que está de acordo com o que foi apresentado por outros autores (p. ex., MERAN; TUPAK; MUGAN, 2014; XIE; ZOU, 2015). Quanto ao formato da célula, observa-se que o formato hexagonal apresenta o melhor desempenho. As soluções obtidas encontram-se próximas ao formato hexagonal regular ($CS = 2$). Analisando os resultados, constata-se que a variação no formato de célula não altera os valores de energia específica absorvida e força máxima. De acordo com Zhang, Zhang e Wen (2014), a existência de paredes de espessura dupla faz com que a influência do formato da célula no desempenho de estruturas do tipo *honeycomb* em situações de impacto fora do plano seja pequena. Desse modo, para condições similares ao do Caso I, recomenda-se utilizar *honeycombs* com células do tipo hexagonal regular, uma vez que esse formato de célula é o mais comum de ser encontrado e não há prejuízos em termos de projeto.

A Figura 47 ilustra a evolução da função objetivo em função do número de pontos de preenchimento para o Caso I. Observa-se, pela figura, que o RBF-EI encontra o ponto de ótimo em apenas duas iterações.

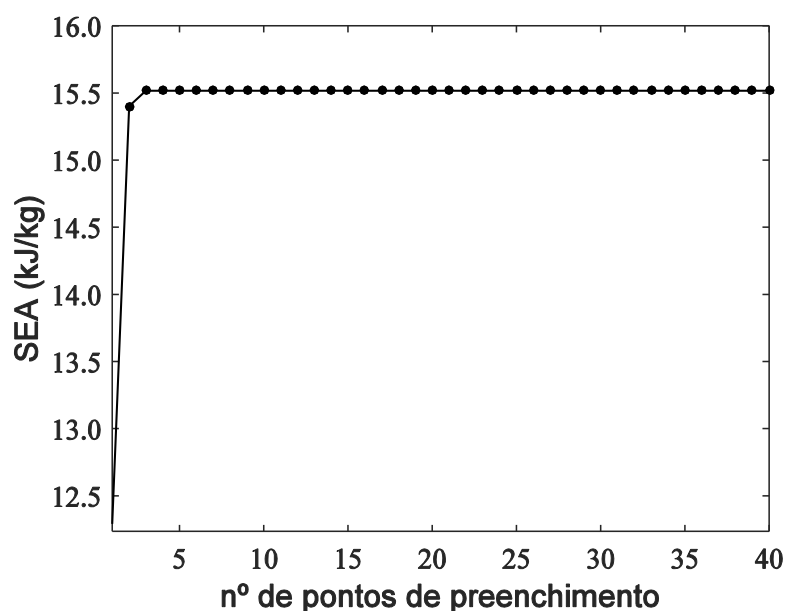


Figura 47 – Evolução da função objetivo (Caso I).

4.2.2.2 CASO DE OTIMIZAÇÃO II – RESTRIÇÃO NA FORÇA MÁXIMA DE 50% DE F_b

Uma restrição de força é aplicada no Caso II, de modo com que a força máxima não pode ser superior a 50% que do pico de força registrado pela configuração inicial. De forma compacta, o problema de otimização é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \{-SEA(t, l, CS)\} \\ \text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} F_{m\acute{a}x}(t, l, CS) - 0,5F_b \leq 0 \\ 0,02 \leq t \leq 0,1 \text{ mm} \\ 2 \leq l \leq 5 \text{ mm} \\ 0,4 \leq CS \leq 2,73 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (40)$$

Os resultados para esse caso estão apresentados na Tabela 5. Da mesma maneira que é realizado para o Caso I, repete-se o processo de otimização três vezes a fim de confirmar sua repetibilidade. Analisando a Tabela 5, nota-se que o projeto ótimo possui o menor tamanho de célula possível e formato hexagonal, como obtido para o Caso I e se observa que a espessura das paredes é menor comparado ao problema sem restrição de força. Em relação do projeto inicial, há um ganho de 25,5% em termos de energia específica absorvida.

Tabela 5 – Resultados da otimização (Caso II).

Execução	Variáveis de projeto ótimas			SEA (kJ/kg)	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)
	l (mm)	t (mm)	CS		
#1	2,00	0,053	1,86	11,2	1,45
#2	2,00	0,054	1,91	11,3	1,47
#3	2,00	0,053	2,21	10,9	1,46

A evolução da função objetivo ao longo das iterações está mostrada Figura 48. Nessa figura, o ponto em azul (círculo cheio) representa o valor de SEA para o melhor ponto factível do projeto de experimentos, enquanto que o ponto em vermelho (pentagrama) representa o valor de energia específica absorvida para o ponto ótimo. Nota-se, nessa figura, outros pontos com SEA superior, mas são pontos que violam a restrição. A Figura 49 demonstra, por sua vez, o valor da força máxima em cada iteração, podendo-se observar quais deles estão na região factível (que não violam a restrição).

A Figura 48 mostra que ocorre um aumento significativo de *SEA* (acima de 50%) em relação ao melhor ponto factível do DOE. Observando a Figura 49, nota-se que 16 dos 40 pontos de preenchimento se localizam na região não factível. Apesar disso, a solução ótima é determinada após somente sete iterações (simulações do modelo de elementos finitos) e satisfaz a restrição de força.

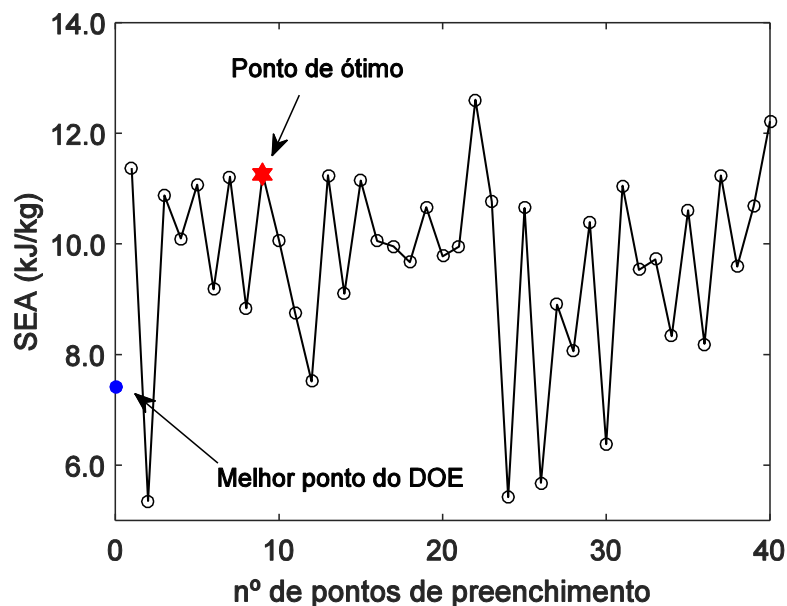


Figura 48 – Evolução da função objetivo (Caso II).

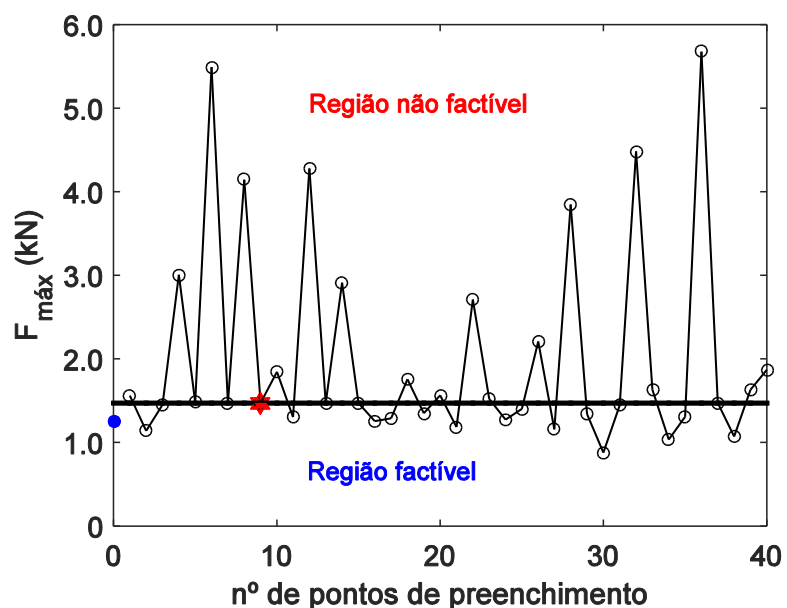


Figura 49 – Evolução da restrição (Caso II).

Conforme discutido anteriormente, a existência de pontos de preenchimento fora da região factível pode ser explicada pela baixa precisão do modelo aproximado da função objetivo (SEA) e/ou do metamodelo da restrição ($F_{m\acute{a}x}$) e pelo fato do método de busca (*simulated annealing* e algoritmo genético) não conseguir gerar pontos factíveis. Além disso, observa-se que soluções ruins são obtidas mesmo após adicionar vários pontos de refino, o que sugere que o problema é multimodal com a presença de múltiplos mínimos locais.

4.2.2.3 CASO DE OTIMIZAÇÃO III – RESTRIÇÃO NA FORÇA MÁXIMA DE 30% DE F_b

Uma restrição de força é aplicada no Caso III, de modo que a força máxima não seja superior a 30% do pico de força registrado pela configuração inicial. De forma compacta, o problema de otimização é definido como:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \{-SEA(t, l, CS)\} \\ \text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} F_{m\acute{a}x}(t, l, CS) - 0,3F_b \leq 0 \\ 0,02 \leq t \leq 0,1 \text{ mm} \\ 2 \leq l \leq 5 \text{ mm} \\ 0,4 \leq CS \leq 2,73 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (41)$$

Os resultados para esse caso estão apresentados na Tabela 5. Do mesmo modo que nos Casos I e II, o projeto ótimo para o Caso II possui o menor tamanho de célula possível e formato hexagonal. Observa-se também que há uma diminuição no valor de espessura ótima em relação aos outros dois casos. Dessa maneira, constata-se que a redução do valor de força máxima permitido exige o uso de estruturas com paredes mais delgadas.

Tabela 6 – Resultados da otimização (Caso III).

Execução	Variáveis de projeto ótimas			SEA (kJ/kg)	$F_{m\acute{a}x}$ (kN)
	l (mm)	t (mm)	CS		
#1	2,00	0,032	1,76	8,76	0,88
#2	2,00	0,032	1,97	8,89	0,88
#3	2,00	0,032	1,95	8,80	0,88

A Figura 50 ilustra a evolução de *SEA* para o Caso III, enquanto que a Figura 51 representa a evolução da restrição (valor da força máxima). Para esse caso, todos os pontos gerados pelo DOE não são factíveis. Contudo, o projeto ótimo é determinado após poucas iterações.

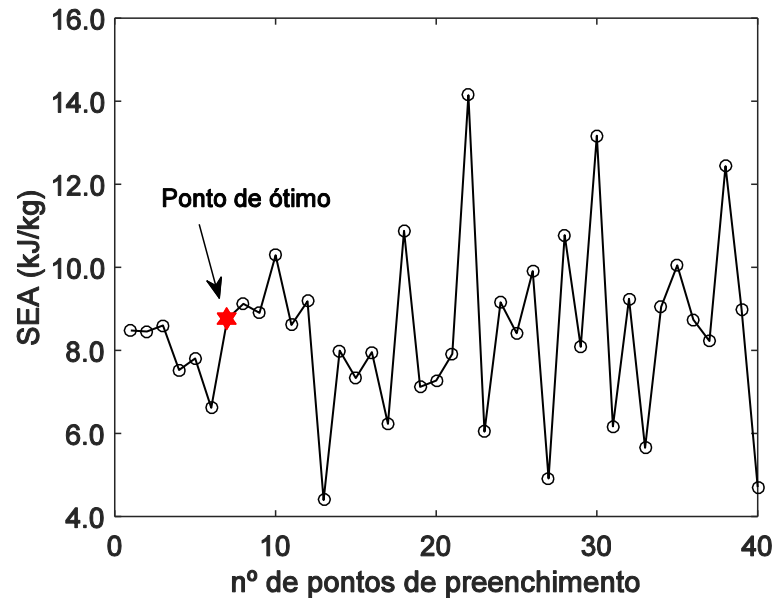


Figura 50 – Evolução da função objetivo (Caso III).

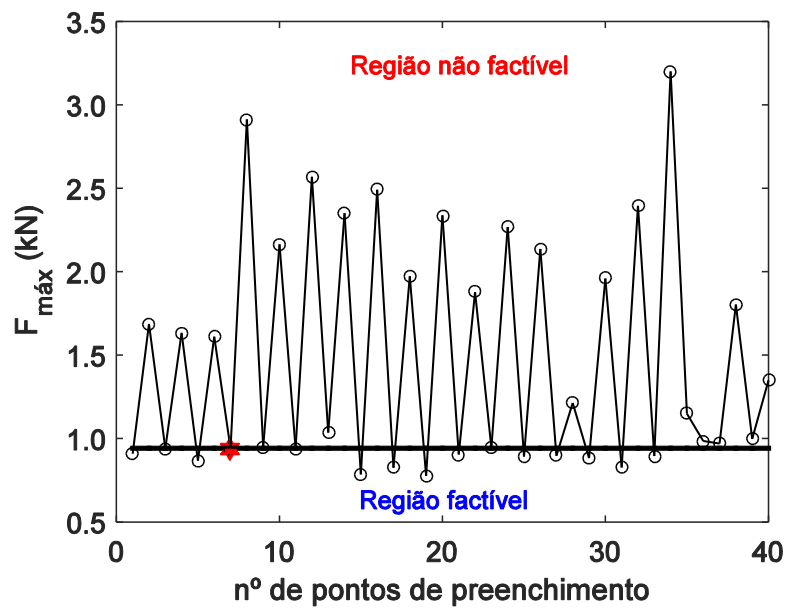


Figura 51 - Evolução da restrição (Caso III).

Observa-se que o número de pontos fora da região factível para o Caso III é maior do que para o Caso II. Isso ocorre porque a restrição é mais rigorosa para o Caso III. A dificuldade em se determinar soluções factíveis demonstra a vantagem em se aplicar critérios mais elaborados para a escolha de pontos de preenchimento.

4.2.3 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

No desenvolvimento de absorvedores de impacto, normalmente deseja-se maximizar a energia específica absorvida pela estrutura e fazer com que a força máxima durante a colisão seja a menor possível, por questões comumente relacionadas à segurança (YANG et al., 2018b). Nesse contexto, é realizada neste trabalho uma otimização multiobjetivo, onde SEA e $F_{m\acute{a}x}$ são as funções objetivos. De maneira concisa, o problema de otimização multiobjetivo pode ser definido como:

$$\begin{cases} \min \{-SEA(t, l, CS), F_{m\acute{a}x}(t, l, CS)\} \\ \text{sujeito a: } \begin{cases} 0,02 \leq t \leq 0,1 \text{ mm} \\ 2 \leq l \leq 5 \text{ mm} \\ 0,4 \leq CS \leq 2,73 \end{cases} \end{cases} \quad (42)$$

Nesta etapa, a frente de Pareto é gerada a partir somente dos metamodelos RBF criados para força máxima e para SEA . Não se utiliza técnicas de refino sequencial, pois o tempo computacional seria demasiadamente alto devido ao número de pontos de preenchimento (acesso ao modelo de elementos finitos) necessário em uma otimização multiobjetivo. Os modelos aproximados são construídos a partir de 35 pontos, onde 32 amostras são obtidos pela técnica do hipercubo latino e os outros três pontos restantes correspondem a um ponto ótimo encontrado em cada caso de otimização mono-objetivo. A fim de verificar a acurácia dos metamodelos antes da realização da otimização multiobjetivo, 10 pontos adicionais são gerados pelo hipercubo latino e o erro relativo (ER) é calculado para cada ponto teste. O erro relativo é dado pela seguinte expressão:

$$ER = \left| \frac{f_{MEF}(t, l, CS) - f_{RBF}(t, l, CS)}{f_{MEF}(t, l, CS)} \right| \times 100\% \quad (43)$$

onde $f_{MEF}(t, l, CS)$ e $f_{RBF}(t, l, CS)$ representam, respectivamente, o resultado fornecido pela simulação numérica de elementos finitos da estrutura *honeycomb* e a resposta do modelo RBF para os mesmos parâmetros. A Figura 52 apresenta os erros relativos em termos de SEA e $F_{máx}$ para cada um dos dez pontos de validação. Observa-se que o maior erro relativo registrado é inferior a 6,5%. Dessa maneira, pode-se afirmar que os modelos substitutos são suficientemente precisos e que é possível prosseguir com a análise multiobjetivo.

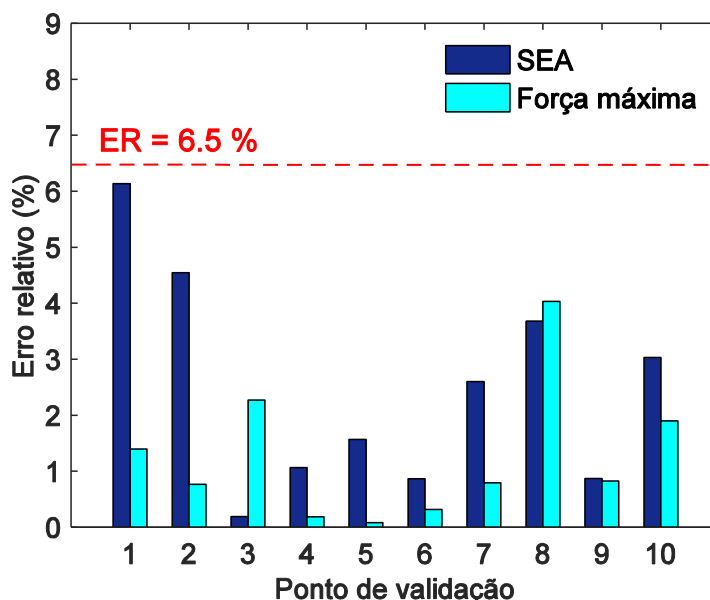


Figura 52 – Erros relativos (para 10 pontos de validação) dos metamodelos RBF utilizados na otimização multiobjetivo.

A frente de Pareto estimada do problema de otimização multiobjetivo está apresentada na Figura 53. Ela é obtida pela avaliação dos metamodelos de força máxima e energia específica absorvida em uma malha de 125000 pontos igualmente espaçados dentro do domínio das variáveis de projeto. Na Figura 53, três configurações de estrutura *honeycomb* estão representadas. Para cada configuração mostrada, estão indicados entre parênteses, da esquerda para a direita, os valores de espessura de parede, tamanho de célula e parâmetro de forma.

A fim de verificar a acurácia da frente de Pareto obtida, calcula-se o erro relativo para alguns pontos que pertencem a esse conjunto. Os pontos em azul (círcu-

los cheios) na Figura 53 são projetos que pertencem à frente de Pareto estimada, e que são determinados através dos metamodelos, enquanto que os pontos em vermelho (pentagramas) representam a resposta do modelo de alta fidelidade (modelo de elementos finitos) para as mesmas variáveis de projeto. Para essas amostras, os erros relativos máximos encontrados são 3,61% (SEA) e 1,65% ($F_{m\acute{a}x}$).

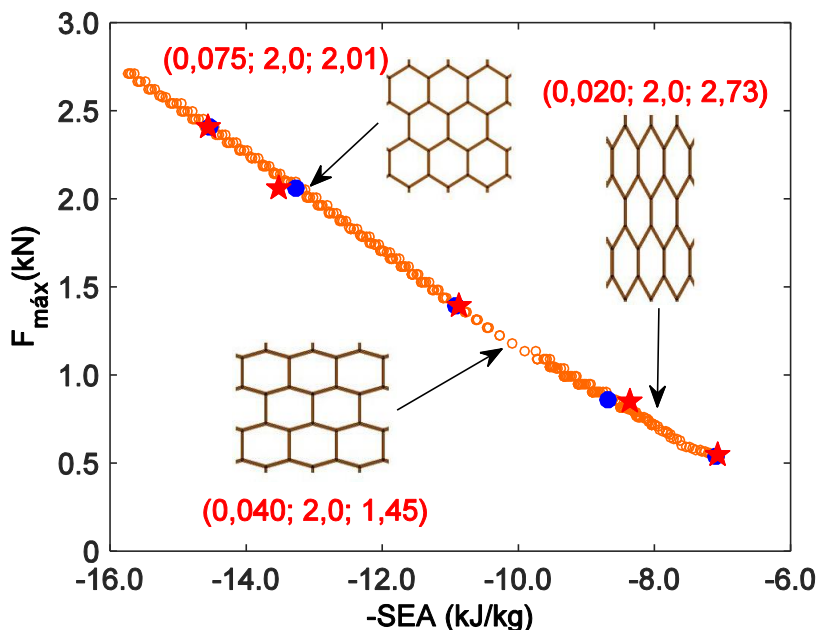


Figura 53 – Frente de Pareto construída a partir dos metamodelos RBF.

Observando a Figura 53, constata-se que os dois objetivos são conflitantes. Se o requisito de projeto mais importante for a energia específica absorvida, deve-se escolher a região localizada no canto superior esquerdo da frente de Pareto. Entretanto, somente uma configuração que se encontra na parte inferior direita é capaz de manter a força máxima em níveis reduzidos.

Quanto às variáveis de projeto, observa-se que todos os pontos da frente de Pareto possuem o menor tamanho de célula ($l = 2 \text{ mm}$) e somente os valores de espessura e parâmetro de forma mudam. Para baixos patamares de força máxima, o parâmetro de forma varia consideravelmente, indo de uma célula hexagonal alongada com $CS = 2,73$ até uma célula próxima ao formato retangular ($CS = 1,21$). Contudo, para altos valores de SEA , essa variação de CS não é tão acentuada e as configurações de célula estão mais próximas ao formato hexagonal regular ($CS = 2$)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

O presente trabalho tem como principal objetivo o desenvolvimento e aplicação de um método de otimização de estruturas do tipo *honeycomb* submetidas a cargas de impacto no sentido transversal, visto que problemas de impacto, por serem dinâmicos e não-lineares, envolvem simulações que demandam muito tempo. Esse método se baseia na junção do metamodelo de funções de base radial com o refino sequencial através do critério da melhoria esperada (EI), que foi inicialmente desenvolvido para ser utilizado com Kriging. Dessa maneira, foi necessária uma análise detalhada sobre o metamodelo RBF e sobre sua construção. No método de otimização proposto, o critério EI é utilizado junto à técnica de minimização do preditor do modelo substituto, de forma que, em cada iteração, somente um dos dois critérios de preenchimento seja aplicado para refinar o modelo aproximado.

Inicialmente, o RBF-EI é testado em diferentes problemas de otimização com funções teste. Nessas análises iniciais, o algoritmo demonstra ser eficiente, resolvendo todos os problemas adequadamente a partir de um pequeno número de acessos à função original. Esse primeiro estudo é importante para mostrar a vantagem de se utilizar critérios de preenchimento em situações onde a avaliação do modelo de alta fidelidade envolva altos custos, uma vez que o uso dessas técnicas de refino sequencial permite reduzir o número de acessos à função objetivo.

Em seguida, é realizada a otimização mono-objetivo de estrutura *honeycomb* para três problemas distintos: um caso sem restrição e dois casos com restrição de força máxima. Com relação ao desempenho do método de otimização, o RBF-EI é capaz de encontrar a solução rapidamente a partir de um pequeno orçamento computacional. Em relação aos resultados numéricos, as soluções ótimas encontradas para os Casos I e II melhoraram o projeto inicial em termos de energia específica absorvida. Nos problemas com restrição (Caso II e III), a solução ótima respeitou o limite de força máxima. Quanto às variáveis de projeto, nota-se que todas as soluções possuem o menor tamanho de célula permitido e que o parâmetro de forma possui pouca influência no comportamento do *honeycomb*. Além disso, os resultados obtidos indicam que células hexagonais apresentam um desempenho melhor ao impacto na direção transversal do que células retangulares e auxéticas reentrantes.

Esta pesquisa também busca realizar uma análise multiobjetivo de estruturas *honeycombs*, a partir do emprego de metamodelos RBF, porém sem a utilização de técnicas de refinamento sequencial. Analisando esse estudo, constata-se que os objetivos (SEA e $F_{máx}$) são fortemente conflitantes. Em relação às variáveis de projeto, nota-se que é preferível utilizar estruturas com células com formato próximo ao hexagonal regular ($CS = 2$) quando se deseja obter altos valores de energia específica absorvida.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os seguintes tópicos são sugeridos para serem abordados em futuros trabalhos, em continuidade da presente pesquisa:

- Adaptar e aplicar o método proposto, com refino sequencial, para otimização multiobjetivo. Para isso, é necessário estudar diferentes técnicas existentes para resolver problemas com múltiplos critérios.
- Aplicar o RBF-EI na otimização de outras estruturas celulares, uma vez que o presente trabalho analisou apenas *honeycombs* com formato hexagonal ou variações desses, como retangular e auxética reentrante. Nesse sentido, existem análises recentes sobre novos tipos de materiais *honeycombs* com resultados relevantes para a área de desenvolvimento de absorvedores de impacto. Entre essas novas estruturas estudadas, podem-se citar os *honeycombs* “bio-inspirados” (XIANG; DU, 2017) e os *honeycombs* hierárquicos (WU et al., 2018).
- Analisar *honeycombs* fabricados com outros tipos de material base a fim de estudar a influência do comportamento na região plástica no desempenho da estrutura.
- Investigar o desempenho do RBF-EI para problemas de engenharia que envolvam um número maior de variáveis, uma vez que um pequeno número de parâmetros é adotado nos casos de otimização estudados.
- Utilizar o método proposto no estudo de impacto no plano. Quando comparadas a estruturas *honeycombs* com células do tipo hexagonal, configurações auxéticas reentrantes apresentam, para cargas de impacto no plano, desempenho superior em termos de energia específica absorvida

e uma melhor capacidade de amortecimento. Após o pico de força inicial, *honeycombs* auxéticos exibem uma curva de desaceleração mais suave, proporcionando mais conforto aos passageiros do veículo durante uma colisão de baixa intensidade (LEE et al., 2019).

REFERÊNCIAS

ABAQUS. **Abaqus 6.14/Getting started with Abaqus: Interactive Edition**. Providence: Dassault Systèmes, 2014.

ABAQUS Version 6.10 Documentation. Dassault Systèmes Simulia Corp, 2010.

ALVES, G. T. **Avaliação de Absorção de Energia de Impacto - Uma Abordagem Baseada em Testes com Estruturas Similares**. 2009. 153 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2009.

ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 4. ed. San Diego: Elsevier, 2016.

AUERSVALDT, R. R. **Análise Paramétrica de Absorvedores de Energia de Impacto Poligonais com Janelas Laterais**. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

BAROUTAJI, A.; SAJJIA, M.; OLABI, A. On the crashworthiness performance of thin-walled energy absorbers: recent advances and future developments. **Thin-Walled Structures**, v. 118, p. 137-163, 2017.

BITZER, T. **Honeycomb technology: materials, design, manufacturing, applications and testing**. 1 ed. Dublin (EUA): Springer Science & Business Media, 1997.

CACCESE, V.; FERGUSON, J. R.; EDGECOMB, M. A. Optimal design of honeycomb material used to mitigate head impact. **Composite Structures**, v. 100, p. 404-412, 2013.

CHEN, S.; YU, H.; FANG, J. A novel multi-cell tubal structure with circular corners for crashworthiness. **Thin-Walled Structures**, v. 122, p. 329-343, 2018.

DEQIANG, S.; WEIHONG, Z.; YANBIN, W. Mean out-of-plane dynamic plateau stresses of hexagonal honeycomb cores under impact loadings. **Composite Structures**, v. 92, p. 2609-2621, 2010.

DJAMALUDDIN, F.; ABDULLAH, S.; ARIFFIN, A.K.; NOPIAH, Z.M. Optimization of foam-filled double circular tubes under axial and oblique impact loading conditions. **Thin-walled structures**, v. 87, p. 1-11, 2015.

EBRAHIMI, S.; VAHDATAZAD, N. Multiobjective optimization and sensitivity analysis of honeycomb sandwich cylindrical columns under axial crushing loads. **Thin-Walled Structures**, v. 88, p. 90-104, 2015.

FANG, J.; SUN, G.; QIU, N.; KIM, N.H.; LI, Q. On design optimization for structural crashworthiness and its state of the art. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 55, n. 3, p. 1091-1119, 2017.

FANG, H.; RAIS-ROHANI, M.; HORSTEMEYER, M.F. A comparative study of meta-modeling methods for multiobjective crashworthiness optimization. **Computers & Structures**, v. 83, n. 25, p. 2121-2136, 2005.

FASSHAUER, G. E.; ZHANG, J. G. On choosing “optimal” shape parameters for RBF approximation. **Numerical Algorithms**, v. 45, n. 1-4, p. 345-368, 2007.

FAZILATI, J.; ALISADEGHI, M. Multiobjective crashworthiness optimization of multi-layer honeycomb energy absorber panels under axial impact. **Thin-Walled Structures**, v. 107, p. 197-206, 2016.

FERREIRA, W. G. **Efficient Global Optimization Driven by Ensemble of Meta-models: New Directions Opened by Least Squares Approximation**. 2016. 250 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2016.

FORRESTER, A. I.J.; SÓBESTER, A.; KEANE, A. J. **Engineering design via surrogate modelling: a practical guide**. 1 ed. Pondicherry, India: John Wiley & Sons, 2008.

GIBSON, L. J.; ASHBY, M. F. **Cellular solids: Structure and properties**. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.

GOLDSMITH, W. **Impact: The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids**. 1ed. Mineola (USA): Dover Publications, 2001.

HARDY, R. L. Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces. **Journal of geophysical research**, v. 76, n. 8, p. 1905-1915, 1971.

HAVINGA, J.; VAN DEN BOOGAARD, A. H.; KLASEBOER, G. Sequential improvement for robust optimization using an uncertainty measure for radial basis functions. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 55, p. 1345-1363, 2017.

HE, Q.; MA, D.; ZHANG, Z.; YAO, L. Mean compressive stress constitutive equation and crashworthiness optimization design of three novel honeycombs under axial compression. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 99, p. 274-287, 2015.

HOU, S.; REN, L.; DUO, D.; HAN, X. Crashworthiness optimization design of honeycomb sandwich panel based on factor screening. **Journal of Sandwich Structures & Materials**, v. 14, n. 6, p. 655-678, 2012.

HOU, S.; TAN, W.; ZHENG, Y.; HAN, X.; LI, Q. Optimization design of corrugated beam guardrail based on RBF-MQ surrogate model and collision safety consideration. **Advances in Engineering Software**, v. 78, p. 28-40, 2014.

JEKABSONS, G. RBF: Radial basis function interpolation for matlab/octave. **Riga Technical University, Latvia**. version, v. 1.1, 2009.

JONES, D. R.; SCHONLAU, M.; WELCH, W. J. Efficient global optimization of expensive black-box functions. **Journal of Global optimization**, v. 13, n. 4, p. 455-492, 1998.

- JONES, N. **Structural impact**. 1 ed. Melbourne: Cambridge University Press, 1997.
- KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M.; JONES, N. Inertia effects in axisymmetrically deformed cylindrical shells under axial impact. **International Journal of Impact Engineering**, v. 24, n. 10, p. 1083-1115, 2000.
- KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M. On the dynamic compression of cellular materials with local structural softening. **International Journal of Impact Engineering**, v. 108, p. 153-170, 2017.
- KARAGIOZOVA, D.; ALVES, M. Transition from progressive buckling to global bending of circular shells under axial impact—Part I: Experimental and numerical observations. **International Journal of Solids and Structures**, v. 41, n. 5, p. 1565-1580, 2004.
- LEE, W., JEONG, Y., YOO, J., HUH, H., PARK, S.J., YOON, J. Effect of auxetic structures on crash behavior of cylindrical tube. **Composite Structures**, v. 208, p. 836-846, 2019.
- LI, M.; DENG, Z.; GUO, H.; LIU, R.; DING, B. Optimizing crashworthiness design of square honeycomb structure. **Journal of Central South University**, v. 21, n. 3, p. 912-919, 2014.
- LI, C.; WANG, F.L.; CHANG, Y.Q.; LIU, Y. A modified global optimization method based on surrogate model and its application in packing profile optimization of injection molding process. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 48, p. 505-511, 2010.
- LU, G.; YU, T. **Energy absorption of structures and materials**. 1 ed. Cambridge (England): Woodhead Publishing Limited, 2003.
- MERAN, A. P.; TOPRAK, T.; MUĞAN, A. Numerical and experimental study of crashworthiness parameters of honeycomb structures. **Thin-Walled Structures**, v. 78, p. 87-94, 2014.
- MORRIS, M. D.; MITCHELL, T. J. Exploratory designs for computational experiments. **Journal of statistical planning and inference**, v. 43, n. 3, p. 381-402, 1995.
- NAYAK, S. K., **Design optimization of honeycomb sandwich panels for blast load mitigation**. 2012. 114f. Tese (Doutorado em Engenharia). Departamento de Engenharia Mecânica e Nuclear, The Pennsylvania State University, University Park, 2012.
- NHTSA. **Budget Estimates: Fiscal Year 2018**. Washington DC: National Highway Traffic Safety Administration, 2018
- OMS. **Relatório global sobre o estado de segurança viária: 2015**. Genebra: Organização Mundial da Saúde: 2015.

PAZ, J.; DÍAZ, J.; ROMERA, L.; COSTAS, M., Crushing analysis and multiple-objective crashworthiness optimization of GFRP honeycomb-filled energy absorption devices. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 91, p. 30-39, 2014.

PAZ, J.; DÍAZ, J.; ROMERA, L.; COSTAS, M., Size and shape optimization of aluminum tubes with GFRP honeycomb reinforcements for crashworthy aircraft structures. **Composite Structures**, v. 133, p. 499-507, 2015.

QI, C.; SUN, Y.; YANG, S. A comparative study on empty and foam-filled hybrid material double-hat beams under lateral impact. **Thin-Walled Structures**, v. 129, p. 327-341, 2018.

RYBERG, A.; BÄCKRYD, R. D.; NILSSON, L. **Metamodel-Based Multidisciplinary Design Optimization for Automotive Applications**. Linköping: LiU-Tryck, 2012.

SANTOSA, S. P.; WIERZBICKI, T.; HANSSEN, A. G.; LANGSETH, M. Experimental and numerical studies of foam-filled sections. **International Journal of Impact Engineering**, v. 24, n. 5, p. 509-534, 2000.

SCHONLAU, M. **Computer experiments and global optimization**. 1997. 143 f. Tese (Doutorado em Estatística) – University of Waterloo, Waterloo, 1997.

SCHONLAU, M.; WELCH, W.J.; JONES, D. R. Global versus local search in constrained optimization of computer models. **Lecture Notes-Monograph Series**, p. 11-25, 1998.

SCHULTZ, J.; GRIESE, D.; JU, J.; SHANKAR, P.; SUMMERS J. D.; THOMPSON, L. Design of honeycomb mesostructures for crushing energy absorption. **Journal of Mechanical Design**, v. 134, n. 7, p. 071004, 2012.

SÓBESTER, A.; LEARY, S. J.; KEANE, A. J. A parallel updating scheme for approximating and optimizing high fidelity computer simulations. **Structural and multidisciplinary optimization**, v. 27, n. 5, p. 371-383, 2004.

STRONGE, W. J. **Impact mechanics**. 1ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

SUN, G.; JIANG, H.; FANG, J.; LI, G.; LI, Q. Crashworthiness of vertex based hierarchical honeycombs in out-of-plane impact. **Materials & Design**, v. 110, p. 705-719, 2016.

SUN, G., PANG, T., FANG, J., LI, G.; LI, Q. Parameterization of criss-cross configurations for multiobjective crashworthiness optimization. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 124, p. 145-157, 2017a.

SUN, G., ZHANG, H., FANG, J., LI, G.; LI, Q. Multi-objective and multi-case reliability-based design optimization for tailor rolled blank (TRB) structures. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 55, p.1899-1916, 2017b.

SUN, G.; LI, G.; STONE, M.; LI, Q. A two-stage multi-fidelity optimization procedure for honeycomb-type cellular materials. **Computational Materials Science**, v. 49, n. 3, p. 500-511, 2010.

- VIANA, F. A. C.; HAFTKA, R. T.; WATSON, L. T. Efficient global optimization algorithm assisted by multiple surrogate techniques. **Journal of Global Optimization**, v. 56, n. 2, p. 669-689, 2013.
- WANG, Z.; TIAN, H.; LU, Z.; ZHOU, W. High-speed axial impact of aluminum honeycomb—Experiments and simulations. **Composites Part B: Engineering**, v. 56, p. 1-8, 2014.
- WIERZBICKI, T. Crushing analysis of metal honeycombs. **International Journal of Impact Engineering**, v. 1, n. 2, p. 157-174, 1983.
- WU, S.; LI, G.; SUN, G.; WU, X.; LI, Q. Crashworthiness analysis and optimization of sinusoidal corrugation tube. **Thin-Walled Structures**, v. 105, p. 121-134, 2016.
- WU, Y.; LU, M.; WANG, C.H.; SUN, G.; LI, G. Crashworthiness of hierarchical circular-joint quadrangular honeycombs. **Thin-Walled Structures**, v. 133, p. 180-191, 2018.
- XIANG, J.; DU, J. Energy absorption characteristics of bio-inspired honeycomb structure under axial impact loading. **Materials Science and Engineering: A**, v. 696, p. 283-289, 2017.
- XIE, S.; ZHOU, H. Analysis and optimisation of parameters influencing the out-of-plane energy absorption of an aluminum honeycomb. **Thin-Walled Structures**, v. 89, p. 169-177, 2015.
- XU, F.; SUN, G.; LI, G.; LI, Q. Crashworthiness design of multi-component tailor-welded blank (TWB) structures. **Structural and Multidisciplinary Optimization**, v. 48, n. 3, p. 653-667, 2013.
- XU, S.; BEYNON, J. H.; RUAN, D.; LU, G. Experimental study of the out-of-plane dynamic compression of hexagonal honeycombs. **Composite Structures**, v. 94, n. 8, p. 2326-2336, 2012.
- XU, S.; RUAN, D.; BEYNON, J. H. Finite element analysis of the dynamic behavior of aluminum honeycombs. **International Journal of Computational Methods**, v. 11, p. 1-16, 2014.
- YAMASHITA, M.; GOTOH, M. Impact behavior of honeycomb structures with various cell specifications—numerical simulation and experiment. **International Journal of Impact Engineering**, v. 32, n. 1, p. 618-630, 2005.
- YANG, C.; XU, P.; YAO, S.; XIE, S.; LI, Q.; PENG, Y. Optimization of honeycomb strength assignment for a composite energy-absorbing structure. **Thin-Walled Structures**, v. 127, p. 741-755, 2018a.
- YANG, Q.; XUE, D. Comparative study on influencing factors in adaptive metamodeling. **Engineering with Computers**, v. 31, n. 3, p. 561-577, 2015.
- YANG, X.; SUN, Y.; YANG, J.; PAN, Q. Out-of-plane crashworthiness analysis of bio-inspired aluminum honeycomb patterned with horseshoe mesostructure. **Thin-Walled Structures**, v. 125, p. 1-11, 2018b.

- YIN, H.; WEN, G.; LIU, Z.; QING, Q. Crashworthiness optimization design for foam-filled multi-cell thin-walled structures. **Thin-Walled Structures**, v. 75, p. 8-17, 2014.
- YIN, H.; WEN, G.; GAN, N. Crashworthiness design for honeycomb structures under axial dynamic loading. **International Journal of Computational Methods**, v. 8, n. 04, p. 863-877, 2011.
- YIN, H.; WEN, G.; HOU, S.; CHEN, K. Crushing analysis and multiobjective crashworthiness optimization of honeycomb-filled single and bitubular polygonal tubes. **Materials & Design**, v. 32, n. 8-9, p. 4449-4460, 2011.
- ZAREI, H.; KRÖGER, M. Optimum honeycomb filled crash absorber design. **Materials & Design**, v. 29, n. 1, p. 193-204, 2008.
- ZHANG, L.; BAI, Z.; BAI, F. Crashworthiness design for bio-inspired multi-cell tubes with quadrilateral, hexagonal and octagonal sections. **Thin-Walled Structures**, v. 122, p. 42-51, 2018.
- ZHANG, X.; ZHANG, H.; WEN, Z. Experimental and numerical studies on the crush resistance of aluminum honeycombs with various cell configurations. **International Journal of Impact Engineering**, v. 66, p. 48-59, 2014.