

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
CÂMPUS LONDRINA / CORNÉLIO PROCÓPIO
PPGMAT**

ELIANE SBORGI LOVO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E AVALIAÇÃO:
UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM PROFESSORES DOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

DISSERTAÇÃO

LONDRINA - PR
2020

ELIANE SBORGI LOVO

**MODELAGEM MATEMÁTICA E AVALIAÇÃO:
UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM PROFESSORES DOS ANOS
INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Campus Londrina/ Cornélio Procópio – PPGMAT, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto

**LONDRINA - PR
2020**

TERMO DE LICENCIAMENTO

Esta Dissertação está licenciada sob uma Licença Creative Commons *atribuição uso não-comercial/compartilhamento sob a mesma licença 4.0 Brasil*. Para ver uma cópia desta licença, visite o endereço <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> ou envie uma carta para Creative Commons, 171 Second Street, Suite 300, San Francisco, Califórnia 94105, USA.



Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca UTFPR - Câmpus Londrina

L911m Lovo, Eliane Sborgi

Modelagem matemática e avaliação: uma proposta de trabalho com professores dos anos iniciais do ensino fundamental / Eliane Sborgi Lovo. - Londrina, 2020.

95 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Jader Otavio Dalto.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Londrina, 2020.

Bibliografia: 83-85.

1. Modelos matemáticos. 2. Avaliação educacional. 3. Professores - Formação. 4. Ensino fundamental. I. Dalto, Jader Otavio, orient. II. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. III. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. IV. Título.

CDD: 510.7

Ficha catalográfica elaborada por Cristina Benedeti Guilhem - CRB: 9/911



Ministério da Educação Universidade Tecnológica
Federal do Paraná

Programa de Mestrado Profissional em Ensino de
Matemática – PPGMAT

Câmpus Londrina/Cornélio Procópio



TERMO DE APROVAÇÃO

“MODELAGEM MATEMÁTICA E AVALIAÇÃO: UMA PROPOSTA DE TRABALHO COM PROFESSORES DOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL”

por

Eliane Sborgi Lovo

Dissertação de Mestrado e o seu produto educacional “**MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE FORMAÇÃO CONTINUADA**” apresentados no dia 30 de março de 2020 como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENSINO DE MATEMÁTICA, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Londrina e Cornélio Procópio. O(A) mestrando(a) foi arguido(a) pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho **APROVADO**.

Atendendo ao Despacho da PROPPG, vinculado ao Processo Protocolado sob o nº 23064.009328/2020-02, de 20 de março de 2020, a cerimônia foi realizada integralmente via videoconferência, com link público.

Prof. Dr. Jader Otavio Dalto (UTFPR - Cornélio Procópio)
Orientador(a)

Profa. Dra. Karina Alessandra Pessôa da Silva (UTFPR - Londrina)
Membro Titular

Prof. Dr. Bruno Rodrigo Teixeira (UEL - Londrina)
Membro Titular

Profa. Dra. Marcele Tavares
Coordenadora do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática
UTFPR Câmpus Londrina e Cornélio Procópio

**“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação da Programa de Mestrado
em Ensino de Matemática”**

Dedico essa pesquisa a todas as pessoas que acreditaram em mim, mesmo quando já não acreditava mais e que muito me incentivaram a continuar.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e à Nossa Senhora, pois com Eles sempre me senti fortalecida e amparada para não desistir.

Agradeço à minha família que entendeu e aceitou minha escolha, auxiliando-me nos momentos em que mais precisei.

Agradeço à minha mãe, que mesmo com sua memória afetada, sentia a minha ausência, mas de alguma forma entendia que eu precisava me ausentar para escrever.

Agradeço a pessoa da Regina, que me sugeriu o tema da atividade de Modelagem Matemática quando eu ainda era aluna não regular do programa e que hoje, tornou-se o tema da minha dissertação.

Agradeço também à minha amiga Adriana, que sempre acreditou em mim, nunca deixando com que eu não acreditasse que seria capaz.

Agradeço às professoras que se dispuseram a participar da pesquisa.

Neste momento não poderia deixar de agradecer aos meus colegas de mestrado que foram meu porto seguro, orientando os caminhos que precisava seguir dentro do programa.

Aos meus professores do PPGMAT, que acolheram uma pedagoga, ouvindo e valorizando tudo que eu conseguia produzir.

Em especial, agradeço ao meu orientador que me conduziu com tranquilidade, sempre pronto a me ouvir e auxiliar. Sem ele eu não teria conseguido. Obrigada por me escolher.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que, de alguma forma, contribuíram com esta pesquisa.

LOVO, Elaine Sborgi. **Modelagem matemática e avaliação:** uma proposta de trabalho com professores dos Anos Iniciais do ensino fundamental. 2020. 95 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2020.

RESUMO

A Modelagem Matemática tem se configurado como uma possibilidade para o ensino de Matemática, uma alternativa pedagógica para aproximar cada vez mais a matemática de situações reais. Nesse sentido, realizamos uma pesquisa com professoras que atuam no quarto ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo analisar a utilização da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica e também pensar como avaliar a atividade de modelagem. Tal experiência se mostrou necessária, pois pôde-se inferir que muitos professores deste nível de ensino talvez desconheçam a Modelagem como uma possibilidade para se trabalhar a Matemática e que, avaliar todo o caminho percorrido durante a realização da atividade é muito valioso. Nos encontros desenvolvidos com as professoras, fica clara a importância de se vivenciar momentos de modelagem para aprender a fazer modelagem, uma vez que, na atividade relatada, as suposições e encaminhamentos dados pelas professoras foram muito similares aos encaminhamentos dos alunos do Ensino Fundamental ao desenvolverem a mesma atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática; Modelagem Matemática; Formação de professores; Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

LOVO, Eliane Sborgi. **Mathematical modeling and assessment**: a proposal for work with teachers from the early years of elementary school. 2020. 95 p. Dissertation (Professional Master in Teaching Mathematics) - Federal Technological University of Paraná, Londrina, 2020.

ABSTRACT

The Mathematical modeling has been configured as one possibility for Mathematics teaching, as well as a pedagogical alternative to get the Mathematics closer to real life. Having this on mind, we present a research developed with teachers from fourth grade of Elementary School to analyze how they use Mathematical Modeling as a pedagogical alternative. This investigation was relevant once it was possible to infer that a lot of teachers from this context don't consider Modeling as a way for Mathematics teaching and that, evaluating the entire path taken during the activity is quite valuable. It is clear to see, during teachers meetings, the importance of the modeling practices on teachers' learning process, once their assumptions and options about it were very similar to the students from elementary school.

Key Words: Mathematical Education, Mathematical modeling, teacher's development, initial grades from Elementary School.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fases da Modelagem Matemática	22
Figura 2 – Representação Mental	22
Figura 3 – Modelos Matemáticos para calcular o espaço dos estudantes na sala de aula.	24
Figura 4 – Características da pesquisa qualitativa	32
Figura 5 – Hipóteses e questionamentos levantados pelas professoras durante a atividade.	43
Figura 6 – Questionamentos da Prof. 1.....	43
Figura 7 – Registros escritos realizados pela Prof. 1 durante a atividade	45
Figura 8 – Conteúdos que podem ser explorados no desenvolvimento da atividade com os alunos	47
Figura 9 – Resposta da pergunta 1	49
Figura 10 – Resposta da pergunta 2.....	49
Figura 11 – Falas da Prof. 1 a respeito da validação.	52
Figura 12 – Fase de Inteiração.....	58
Figura 13 – Matematização e a resolução.	59
Figura 14 – Interpretação dos resultados e validação.....	60
Figura 15 – Registro das professoras.	61
Figura 16 – Organização dos gastos.....	61
Figura 17 – Registros realizados pelas professoras.....	62
Figura 18 – Proposta da Modelagem Matemática.....	65
Figura 19 – Alunos enchendo os pacotinhos com as pipocas.....	66
Figura 20 – Questionamentos da Prof. 1.....	67
Figura 21 – Valores dos produtos	68
Figura 22 – Adições sucessivas.....	69
Figura 23 – Registros grupo de alunos da Prof.1.....	70
Figura 24 – Registros grupo de alunos da Prof. 2.....	71
Figura 25 – Fase de inteiração.....	72
Figura 26 – Fase de inteiração com alteração.	73
Figura 27 – Atividades selecionadas pelas professoras.....	74
Figura 28 – Momentos da Validação.....	75

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Escala para a fase de inteiração	29
Quadro 2 - Escala para as fases de matematização e resolução.....	30
Quadro 3 - Escala para as fases de interpretação dos resultados e validação.	31
Quadro 4 - Distribuição das turmas e alunos.....	33
Quadro 5 - Momentos da pesquisa	34

SUMÁRIO

PREÂMBULO: O CAMINHO PERCORRIDO ATÉ O MESTRADO	10
1 INTRODUÇÃO.....	14
2 MODELAGEM MATEMÁTICA	20
2.1 COMO FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA?.....	24
2.2 AVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA	27
3 CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA.....	32
4 COLETA DOS DADOS E ANÁLISE	37
4.1 PRIMEIRO MOMENTO (Presencial)	37
4.2 SEGUNDO MOMENTO (Presencial)	38
4.3 TERCEIRO MOMENTO.....	48
4.4 QUARTO MOMENTO (Presencial).....	50
4.5 QUINTO MOMENTO	63
4.6 SEXTO MOMENTO (Presencial)	64
4.7 SÉTIMO MOMENTO	75
4.8 OITAVO MOMENTO.....	76
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	78
REFERÊNCIAS	83
APÊNDICE	86
Apêndice A – Sugestões de atividades a partir da Modelagem Matemática. ...	87
ANEXOS.....	91
Anexo I – Solicitação de autorização para a realização da pesquisa.....	92
Anexo II – Termo de consentimento para a realização da pesquisa nas escolas municipais.....	93
Anexo III – Termo de consentimento de uso das informações e dos dados fornecidos durante a pesquisa.	94

PREÂMBULO: O CAMINHO PERCORRIDO ATÉ O MESTRADO

Mestrado!!!! Nunca, nem de leve, passou pela minha cabeça fazer um mestrado, simplesmente por achar que não seria útil para a minha vida. Mas, como a vida dá muitas voltas e nessas voltas nos deparamos com caminhos a seguir, me encontro aqui, nesse momento, pesquisando, lendo e produzindo.

Voltar no tempo se faz necessário para que seja possível compreender esse caminho que me trouxe até aqui. Desde pequena, sempre brinquei de ser professora e quando acabei a antiga 8ª série fui logo fazer magistério. Concluí o curso em 1984 e fui contratada por essa mesma instituição para ser professora da 3ª série do Ensino Fundamental. Trabalhei lá até fevereiro de 1988, e saí para substituir durante 3 meses uma professora de uma escola particular de Londrina que estava com hepatite. Passei então o resto do ano fazendo substituições nessa mesma escola. Tais substituições me permitiam ganhar mais do que quando trabalhava o mês todo na escola em que iniciei.

O ano de 1988 foi de muito aprendizado e mudança. Aprendizado porque convivi com professores que lecionavam há bastante tempo, participei de algumas formações ofertadas por essa escola particular e concluí o curso de Pedagogia. Mudança porque construí minha família, casa nova, vida nova e tomei novos rumos, e tudo isso com apenas 22 anos.

Em 1989 fui contratada para ser regente de uma das 7 turmas de 2ª série dessa mesma escola particular, e com o grupo aprendi a compartilhar as atividades, as dificuldades e os aprendizados.

Os anos se passaram e eu continuei trabalhando lá, aprendendo e vendo os alunos, que por mim passavam, seguirem seus caminhos. Meus filhos estudaram toda a Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio nessa mesma escola que tanto me ensinou e investiu em mim. Realmente, minha segunda casa. Em um determinado momento da minha vida – especificamente nos anos de 2004 e 2005 – precisei trabalhar no período matutino, pois meus filhos necessitavam de mim no período vespertino, e a escola me ofereceu a função de substituta em alguns dias da semana e, nos outros, me encarregou de dar aulas de Ensino Religioso.

Nesse meio tempo, entrei várias vezes em sala para substituir a professora de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, e percebi que me identificava com os conteúdos, pois sempre gostei de matéria. Fui então questionada pela diretora

sobre o porquê de não fazer o curso. Fui atrás. Passei. Fiz um semestre que, para o meu desespero, não consegui me sair bem, pois não era aquela Matemática que eu queria, ou mesmo aquela que me ajudaria a desenvolver melhor as minhas aulas. Desisti.

Segui da forma que estava, apenas fui procurando cursos de formação que me auxiliassem a melhorar as aulas que ministrava. Em 2003, fiz meu primeiro concurso para professor da rede municipal de Londrina e passei; mas 4 anos se passaram até que eu fosse convocada e, em 2007, assumi meu primeiro cargo. Trabalhava de manhã ainda na mesma escola particular, mas em outra função; saí da sala de aula e assumi o então posto de assistente de alunos, no qual eu recebia para conversar os alunos que necessitavam de escuta e, também, aqueles alunos que os professores pediam para que se retirassem de sala. Nessa função eu entrava constantemente em contato com os pais e trabalhava principalmente com alunos do Ensino Médio.

No período da tarde passei a fazer parte do grupo de professores de uma escola municipal localizada na região norte de Londrina. Nessa escola conheci vários tipos de professores, alguns muito comprometidos, que se preocupavam em estudar, em fazer cursos de mestrado e doutorado e foi também a primeira vez que pensei: mestrado nunca. Conheci também professores que nunca deveriam estar trabalhando com crianças e deles ouvi a seguinte afirmação: “Você é de escolinha particular, logo vai entrar no esquema”. Confesso que tive medo de me tornar uma professora igual a eles, de me acomodar.

Os anos se passaram e, em 2011, resolvi fazer outro concurso pela prefeitura. Eu já estava em outra escola do município, um pouco mais próxima da minha casa, e continuava no período da manhã na mesma escola particular que iniciei na década de 1980. Nesse mesmo ano de 2011 eu me aposentei, com apenas 44 anos, sendo 25 deles em sala de aula, e mesmo assim continuei a trabalhar na escola.

Voltando ao concurso de 2011: passei, mas pensei que demoraria novamente mais uns 4 anos até que eu fosse chamada, e para minha surpresa e desespero, isto ocorreu no início de 2012, apenas 5 meses após abertura do concurso. E então, o que fazer? Resolvi pedir demissão da escola particular que trabalhei por 24 anos. Confesso que este momento foi até fácil, pois eu estava indo embora para dar continuidade ao que eu gosto de fazer, que é trabalhar com crianças.

Os anos se passaram e participei de alguns cursos ofertados pela Secretaria Municipal de Educação e, em um deles, que foi voltado especificamente para a Matemática, reencontrei a Regina Aparecida de Oliveira, professora com quem trabalhei em 2007 e que foi uma parceira muito boa na época em que entrei no município. Ela gostava de inovar, se preocupava com os alunos e era formada em Matemática – a minha paixão –, e para minha alegria, ela que era a docente do curso ofertado. Regina havia alçado voo, estava como Apoio Pedagógico de Matemática do Município de Londrina.

Passados mais alguns anos, segui lecionando nos dois períodos e em escolas diferentes, e em todas com salas de 5^{os} anos do Ensino Fundamental. Em 2015, a auxiliar de supervisão de uma das escolas propôs que as três professoras dos 5^{os} anos assumissem, cada uma, uma disciplina para ministrar para estas turmas e fui designada para trabalhar a Matemática. A alegação foi que perceberam a minha afinidade com os conteúdos. Amei! Foi um ano maravilhoso.

No mês de dezembro de 2015 fui convocada para comparecer à Secretaria Municipal de Educação e, para minha surpresa, o teor da conversa foi um convite para compor a equipe de Apoio Pedagógico, que é responsável pela formação continuada dos professores do município em questão. O desafio seria grande, pois iria trabalhar em parceria com Regina Aparecida de Oliveira, a mesma que foi minha colega de trabalho em 2007, quando entrei no primeiro concurso e que nesse momento estava à frente do Apoio Pedagógico de Matemática da Secretaria.

Eu estava com 48 anos, acomodada, aposentada, com dois vínculos no município, sendo que em um deles eu desenvolvia o trabalho em uma escola localizada próxima a minha casa, sem perspectiva de grandes estudos, e lá vem a vida me mostrar que ainda existia muito gás.

Fui provar o novo mais uma vez.

Nessa posição, o trabalho é com formação para os quatro mil professores da rede e o que eu tinha era apenas anos de prática, com cursos para sanar as dificuldades que apareciam. Senti pela primeira vez a necessidade de fazer um mestrado. Justamente aquilo que eu dizia que nunca iria fazer.

Em 2017, fiz algumas disciplinas como aluna não regular do curso de Mestrado Profissional em Matemática pela UTFPR, e em 2018 ingressei no programa, isso com 51 anos. Nas disciplinas que cursei eu sempre fui a mais velha, inclusive, mais velha até que os próprios professores, mas sempre me senti acolhida, fazendo

parte do grupo, até que cheguei ao ponto de estar concluindo o mestrado. Hoje, estou aqui, pesquisando e produzindo com a finalidade de me apropriar do conhecimento e tentar contribuir com professores e pesquisadores.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática pode ser considerada fruto da necessidade do homem de encontrar soluções para os problemas que surgiram no decorrer do seu desenvolvimento. Nesse sentido, pode-se dizer que a função da Matemática deveria ser a de auxiliar na resolução dos problemas.

Bassanezi (2002, p. 18) destaca que:

O objetivo fundamental do “uso” da matemática é de fato extrair a parte essencial da situação-problema e formalizá-la em um contexto abstrato onde o pensamento possa ser absorvido com a extraordinária economia de linguagem.

Hoje, percebe-se que a Matemática na escola parece estar mais próxima de ser uma disciplina chata, cheia de regras, incompreensível aos alunos, sendo por eles considerada um fardo difícil de carregar.

Parece que a visão que os professores têm da Matemática é a de uma disciplina estanque, que basta por si só, que é exata e não aceita questionamentos, nem outras respostas que fujam ao padrão. Percebe-se uma certa resistência por parte dos professores em trabalhar de forma diferente da que lhes foi demonstrada, acham difícil sair do padrão: conteúdo, exemplo, exercícios e, por último, problemas, e que estes, de preferência, sejam de acordo com a regra exposta no início da apresentação do conteúdo e dos exemplos.

Refletindo a respeito deste modo de trabalhar, verifica-se que não podemos culpar tais professores, pois muitas vezes as condutas adotadas por eles são meras repetições daquilo que lhes foi ensinado, uma vez que não desfrutaram de outro exemplo senão do modelo rígido de mostrar que a Matemática se resume exclusivamente a números, regras, fórmulas e problemas que fogem de situações contextualizadas.

Os tempos são de mudanças. Pesquisas envolvendo o ensino de Matemática são realizadas a todo momento, muitas delas procurando mostrar qual a sua finalidade na escola, o que e como deve ser ensinada. Nesse sentido, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) propõe, como compromisso para o Ensino Fundamental, o Letramento Matemático. Ser letrado em Matemática, segundo a BNCC, é saber raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente (BRASIL, 2017).

Para que o Letramento Matemático aconteça, pode-se partir de situações reais, pensando quais metodologias, recursos e tarefas desenvolver com os alunos, bem como de que maneira se pode intervir no decorrer das tarefas, como avaliar e quais os instrumentos utilizar.

A BNCC destaca o trabalho com a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e a Investigação:

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017, p. 226).

Partindo das orientações direcionadoras constantes na BNCC, faz-se necessário, por exemplo, iniciar as aulas propondo problemas ao invés de “dar a definição” ou “dar o conteúdo”, substituindo os exercícios mecânicos e repetitivos por tarefas/problemas mais reflexivos que permitam ao aluno raciocinar, representar, comunicar e argumentar, fugindo dos padrões de uma educação “[...] baseada na transmissão de explicações e teorias (ensino teórico e aulas expositivas) e no adestramento em técnicas e habilidades (ensino prático em exercícios repetitivos) [...]” (D’AMBROSIO, 2005, p. 81).

As propostas de trabalho com a Matemática podem estar voltadas para estimular o aluno a enfrentar situações-problema que necessitem utilizar o maior número de instrumentos e estratégias possíveis, favorecendo assim a resolução do que foi proposto. Ainda segundo D’Ambrosio (2005, p. 81):

A capacidade de explicar, de aprender e compreender, de enfrentar criticamente, situações novas, constituem a aprendizagem por excelência. Aprender não é a simples aquisição de técnicas e nem de memorização de algumas explicações e teorias.

Nesse sentido, acreditamos que seja pertinente citar que existe um pensamento que preconiza ser necessário saber ler e escrever para saber resolver problemas, dominar a técnica; no entanto, sabe-se que uma criança de Educação Infantil pode resolver problemas mesmo não dominando o processo de leitura e escrita.

Concordamos com Moretti e Souza (2015, p. 32-33) quando afirmam que:

[...] o jogo ou a brincadeira pode constituir-se como importante recurso metodológico nos processos de ensino e de aprendizagem, se considerado de forma intencional e em relação com o conceito que se pretende ensinar. No caso da Matemática, é possível planejar situações nas quais, por meio da brincadeira desencadeada por jogos ou por histórias, as crianças se deparam com as necessidades de contar, registrar contagens, socializar esses registros, organizar dados.

Resolver problemas é fazer com que o aluno consiga resolver a situação a qual foi exposto e, por esta perspectiva, as crianças podem estar em contato com problemas para serem resolvidos diariamente.

Na Educação Infantil, quando o professor separa um determinado número de folhas de sulfite, sendo uma quantidade menor que o número de alunos na sala e pede para que um aluno entregue uma folha para cada colega, o docente está colocando esse aluno para resolver problemas e esse precisa dizer de alguma forma que faltaram folhas para os colegas ou sobraram crianças e sugerir o que pode ser feito. Inserir os alunos no processo da resolução de problemas é uma das estratégias que favorece o aprendizado. A capacidade de resolver os problemas precisa ser trabalhada com os alunos, problemas estes que devem ser apresentados nas diferentes formas e desde a mais tenra idade.

Pensando nos alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental é pouco significativo submetê-los à resolução de uma lista de tarefas¹. Esse processo não garante que os alunos se tornarão aptos a resolverem e muito menos elaborarem bons problemas. A diversidade de problemas trabalhados pelos professores, as hipóteses levantadas pelos alunos e as diferentes estratégias utilizadas para solucioná-los é que auxiliarão os discentes no processo, dando subsídios para que consigam resolver e, também, produzir problemas matemáticos (CHICA, 2011).

É com esse enfoque de colocar os alunos para pensar a respeito dos problemas oriundos de situações reais que a Modelagem Matemática pode ser considerada como uma alternativa pedagógica para o ensino de Matemática, na qual se busca, por meio da matemática, a solução para uma situação não essencialmente matemática (ALMEIDA; BRITO, 2005). Tal alternativa também tem sido utilizada nos diferentes níveis de escolaridade.

¹ Aqui nos referimos a relações de exercícios que geralmente seguem os padrões dos conceitos trabalhados anteriormente.

Pensar em atividades de Modelagem Matemática é fazer com que os alunos experimentem o diferente, que estes se coloquem a pensar e deduzir modelos matemáticos para solucionar o que foi proposto sem se prender a padrões estabelecidos que, no caso dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, estão muito relacionados aos algoritmos. Tais aspectos podem ser vislumbrados na pesquisa de Tortola e Almeida (2013), que utilizaram a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e verificaram que os mesmos obtiveram desempenhos satisfatórios na resolução de questões da Prova Brasil com conteúdos que emergiram a partir do desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

De acordo com Bassanezi (2004, p. 16), a Modelagem Matemática pode ser entendida como a “arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”. Para Chaves e Santo (2011, p. 163) “o processo da Modelagem Matemática consiste na tradução/organização de situações-problema, provenientes do cotidiano ou de outras áreas do conhecimento”. Percebe-se que os problemas derivam de situações reais e propiciam que os alunos tenham contato com um ensino de Matemática por meio da investigação, tornando interessante e estimulando a vontade de buscar novos conhecimentos.

O professor, em uma atividade de Modelagem Matemática, traz uma situação, problematiza, lança um questionamento e assim instiga a turma a buscar informações, a levantar hipóteses e encontrar o modelo para, a seguir, validá-lo.

E é na perspectiva de Almeida, Silva e Vertuan (2016) que desenvolvemos nossa pesquisa, trabalhando com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, para que estes contemplem a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica que possibilita diminuir a distância entre a sala de aula de matemática e as práticas sociais.

Ao pensar no trabalho com a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, faz-se necessário levar em consideração que esses professores, em sua maioria, atuam como polivalentes, sendo responsáveis por trabalhar diferentes disciplinas em uma mesma turma, e que tais disciplinas podem ou não ser relacionadas à sua área de formação. Nesse sentido, ao inserir a Modelagem Matemática, é importante que o professor seja colocado para vivenciar o desenvolvimento de uma atividade de modelagem, colocando-o na posição de aluno,

oportunizando a experiência do fazer para que depois possa desenvolver a atividade com sua turma.

Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 8) afirmam que “[...] para ensinar matemática por meio da Modelagem, os professores têm de estar preparados para fazê-lo [...]” e é nesse processo de preparo que o professor consegue “aprender sobre a Modelagem Matemática; aprender por meio da Modelagem Matemática; ensinar usando a Modelagem Matemática”.

Considerando a Modelagem Matemática como alternativa pedagógica que favorece o aprendizado da Matemática, espera-se que a Avaliação da atividade aconteça de forma diferente da forma tradicional, valorizando todo o processo desenvolvido pelo aluno, sendo de tal forma condizente com o trabalho desenvolvido.

Assim, o objetivo principal da presente pesquisa é analisar a utilização da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica por parte de um grupo de professores que atuam no quarto ano do Ensino Fundamental. Para que isso seja possível, faz-se necessário:

- Criar um ambiente de discussão com os professores para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática;
- Analisar as experiências dos professores ao desenvolverem e avaliarem as atividades de Modelagem Matemática com seus alunos;
- Refletir sobre a Modelagem Matemática e a Avaliação da Atividade de Modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Para apresentar a pesquisa, organizamos o estudo em 5 capítulos. No Capítulo 1 apresentamos a introdução, momento de contextualizar e justificar a pesquisa bem como os objetivos traçados. O referencial teórico compõe o Capítulo 2, o qual principiamos com a definição de Modelagem Matemática à luz de vários pesquisadores e delimitamos nossa linha de pesquisa. Neste capítulo, damos destaque à avaliação em atividade de Modelagem Matemática nos Anos Iniciais.

No Capítulo 3 explicitamos e justificamos a escolha metodológica, apresentamos os instrumentos elaborados e utilizados na coleta dos dados e os respectivos sujeitos da pesquisa. No Capítulo 4 apresentamos a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com os sujeitos da pesquisa juntamente com as análises que emergiram a partir da coleta dos dados, à luz do referencial teórico.

As considerações finais formam o Capítulo 5. Nele deixamos nossas reflexões em relação ao trabalho com a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais e sinalizamos possibilidades para a continuidade da pesquisa. Apresentamos ainda as referências utilizadas para embasar nossa pesquisa e o Produto Educacional, um material gerado a partir da pesquisa desenvolvida, a respeito da Modelagem Matemática, que pode ser utilizado como uma proposta de formação de professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

A humanidade desenvolveu, ao longo do tempo, algumas estratégias para conseguir entender, explicar e registrar de alguma forma o que acontece no contexto tanto natural como cultural. A esse respeito, D'Ambrosio (2005, p. 22) coloca que, a todo momento, estamos comparando, classificando, medindo, explicando, generalizando, inferindo.

Seguindo essa linha, podemos dizer que a Matemática está presente em nossas práticas sociais e que de alguma forma, com o passar do tempo, foram sendo criados registros para representá-la. Por outro lado, parece que, na escola, a Matemática se resume apenas a fórmulas e exercícios repetitivos. Este fato faz com que se crie um certo distanciamento entre sala de aula e as práticas sociais, dificultando assim a percepção de que usamos a Matemática em nosso favor, para solucionar problemas oriundos das nossas práticas sociais.

Uma alternativa pedagógica para diminuir essa distância é a Modelagem Matemática, que aparece com destaque em pesquisas realizadas pelos envolvidos com a Educação Matemática. Segundo Bassanezi (2002), a Modelagem Matemática busca nos problemas reais as informações para resolvê-los por meio da Matemática, trazendo as interpretações das soluções novamente ao mundo real.

Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2016) concordam com Bassanezi (2002) quando este afirma que, por meio da Modelagem Matemática, é possível encontrar caminhos para abordar/solucionar um problema não essencialmente matemático. A Modelagem Matemática vislumbra potencialidades para o trabalho com os conteúdos matemáticos, permite que os alunos lidem com problemas reais, buscando nesses problemas subsídios matemáticos para solucioná-los.

Segundo Tortola e Almeida (2013, p. 624), a

[...] Modelagem Matemática configura-se como uma possibilidade de atividades para as aulas, a qual, visando à aprendizagem dos alunos, lhes proporciona conhecer aplicações da Matemática e contribui para a consolidação de uma imagem desta disciplina como ciência que faz parte da história e da cultura humana e possibilita a construção ou produção do conhecimento, refletindo no desenvolvimento de outros aspectos.

Nesse sentido, podemos perceber que a Modelagem Matemática pode ser pensada como uma alternativa pedagógica que possibilita ao aluno ver sentido ao aprender matemática.

Durante levantamento bibliográfico, encontramos pesquisas cujo foco estava voltado para a Modelagem Matemática e os resultados obtidos apontam aspectos positivos em relação ao uso dessa alternativa pedagógica em sala de aula. Podemos citar alguns autores, como Almeida e Brito (2005); Tortola e Almeida (2013); Silva (2017); Vertuan e Almeida (2016) dentre outros, mas o que nos chama atenção é o fato de que, mesmo existindo estudos a respeito, as pesquisas envolvendo a Modelagem Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental aparentam ser escassas. Tortola (2012, p. 34), em sua dissertação de mestrado, desenvolveu sua pesquisa em Modelagem Matemática com o foco nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e coloca que esse “nível de escolaridade é, internacionalmente, pouco contemplado com pesquisas dessa natureza”. Ainda de acordo com o autor, os primeiros registros de atividades de Modelagem Matemática desenvolvidos no Brasil foram propostos por Burak (1992).

Encontramos colaborações importantes em Tortola (2016), o qual relata em seu trabalho que o aluno, colocado diante de uma atividade de Modelagem Matemática, utiliza e desenvolve habilidades quando os dados não estão explícitos no enunciado, e ao tentar resolvê-lo, necessita produzir estes dados para investigar a situação diante da qual foi colocado. Lovo, Dalto e Silva (2018) desenvolveram uma atividade de Modelagem Matemática com alunos dos 5^{os} anos do Ensino Fundamental em uma escola do município de Londrina, estado do Paraná, e de acordo com os mesmos, a proposta propiciou o envolvimento de todos os alunos. Os autores destacam que um dos alunos – que segundo a professora apresentava maior dificuldade de trabalhar com os conteúdos matemáticos –, acabou se envolvendo e contribuindo com o desenvolvimento da Modelagem.

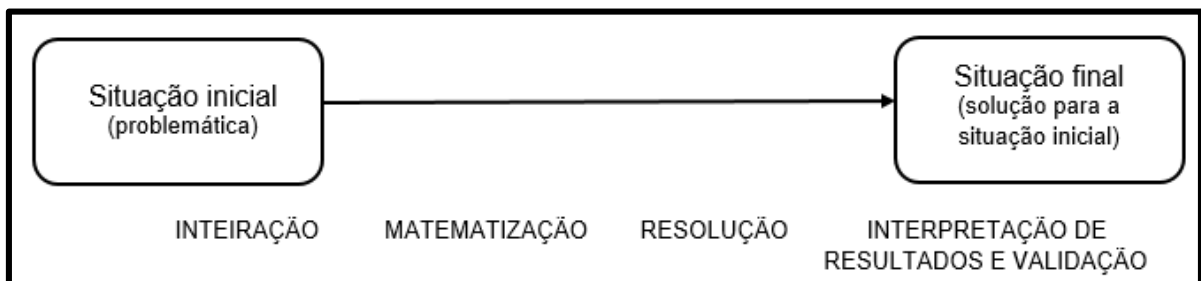
Pesquisas como as citadas apresentam dados que revelam que a utilização da Modelagem Matemática leva os alunos a pensarem a respeito da situação apresentada, procurando os conhecimentos que já possuem para tentar resolver a situação a que foram desafiados.

Mas, por que a Modelagem não se faz tão presente em nossas salas de aula dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental? Talvez, por que os professores dessa etapa sejam polivalentes? Muitos deles formados apenas em Pedagogia? São

questões que nos incomodaram muito, pontos estes para os quais o nosso olhar foi direcionado.

Como opção, encaminharemos toda a nossa pesquisa a partir dos estudos realizados por Almeida, Silva e Vertuan (2016), pesquisadores que vislumbram a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica que aborda a Matemática por meio de um problema da realidade, e que nem sempre se encontra em linguagem matemática. Os autores descrevem a Modelagem como tendo quatro fases, elencados de acordo com a Figura 1:

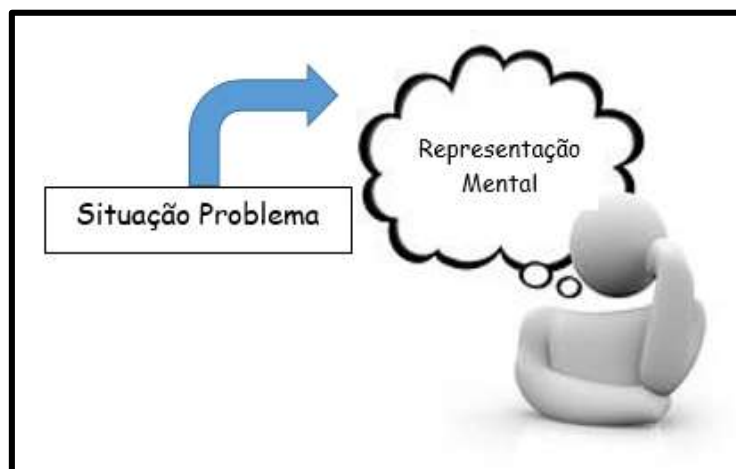
Figura 1 - Fases da Modelagem Matemática



Fonte: Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 15).

A inteiração (primeira fase) é o momento inicial, o primeiro contato com a situação-problema, é o conhecer as características, coletar informações, entender a situação, fazer conexões e aproximações para criar a representação mental da situação diante da qual foi colocado.

Figura 2 - Representação Mental



Fonte: A autora (2019).

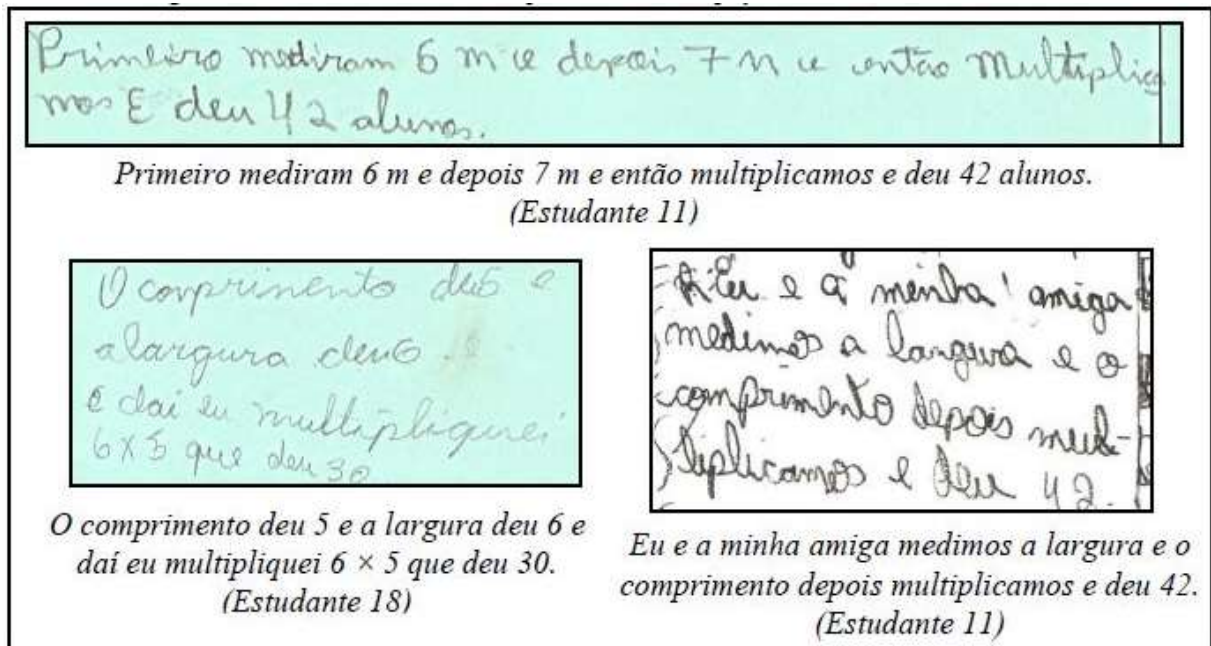
Após a situação-problema ser entendida, faz-se necessário criar uma representação mental, conforme representado na Figura 2. Tal passagem acontece por meio da utilização de várias habilidades para que se consiga chegar à compreensão da situação, habilidades essas que envolvem entendimento da situação, os significados, as interpretações e os dados. Nessa representação mental é necessário que ocorra a identificação do problema e se inicie a definição de metas para a sua resolução: é nesse ponto que ocorre a matematização.

Nesse sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 18) colocam que matematizar é tentar encontrar respostas para o problema apresentado, e essas respostas estão baseadas em interpretações para o problema. É neste movimento que ocorre a transformação de uma linguagem natural para uma linguagem matemática que evidencia o problema a ser resolvido e utiliza símbolos que geram o Modelo Matemático e, também, os resultados matemáticos.

Após a matematização, ocorre o momento de tentar encontrar soluções para a situação-problema. É nessa fase que se constrói o Modelo Matemático. Ao pensar em modelo, podemos dizer que é uma tentativa de explicar e ou representar algo. Já na Modelagem Matemática “um modelo matemático é, portanto, uma representação simplificada da realidade sob a ótica daqueles que a investigam” (ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2016, p. 13) e que tem por finalidade demonstrar a situação, respondendo as questões que foram formuladas na fase da inteiração (fase inicial). Um Modelo Matemático não necessariamente precisa ser composto por fórmulas e ou equações, mas precisa ser capaz de fornecer as soluções, apresentando as estruturas matemáticas que, para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, pode ser representada em um quadro, uma operação, um esquema, utilizar registros escritos e, também, desenhos.

Tortola (2012) em sua pesquisa de mestrado, desenvolveu uma atividade de Modelagem Matemática com alunos da 4ª série (ensino de 8 anos) do Ensino Fundamental cuja proposta foi: “Quantos alunos cabem na sua sala de aula? Os Modelos Matemáticos apresentam a fórmula da área escrita na linguagem natural como mostra a Figura 3, apresentada a seguir.

Figura 3 - Modelos Matemáticos para calcular o espaço dos estudantes na sala de aula.



Fonte: Tortola (2012, p. 95).

A última fase descrita por Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 16) é caracterizada pela interpretação de resultados e validação dos mesmos. Os resultados indicados a partir do modelo matemático implicam na resposta ao problema, e essa resposta precisa ser interpretada. Nesse movimento ocorre um processo avaliativo, verificando se essa resposta realmente responde ao problema. Este processo é a validação.

Essas fases da Modelagem Matemática podem ocorrer sem ser de forma linear, seguindo uma ordem, podendo ocorrer momentos em que se faz necessário ir e vir, transitando assim por elas.

2.1 COMO FAZER MODELAGEM MATEMÁTICA EM SALA DE AULA?

Dúvidas de como desenvolver a Modelagem Matemática em sala de aula são pertinentes, principalmente quando o foco está voltado para os professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Com base em Tortola (2012), desenvolver atividades de Modelagem Matemática requer que o aluno tenha uma postura de investigador diante da situação proposta; contudo, para que este consiga agir como tal, faz-se

necessário que seja propiciado, em diferentes momentos, o contato com a atividade para que se adaptem a essa nova forma de direcionamento das aulas.

De acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 21) existem três aspectos importantes para que a Modelagem Matemática se torne parte integrante das aulas de Matemática. O primeiro aspecto diz respeito ao espaço e à condução da Modelagem Matemática no currículo escolar e que, nesse contexto em que nos encontramos, a BNCC vem colaborar com essa inserção. O segundo aspecto é a atuação do professor nas aulas de Modelagem Matemática. Como ele lida com essa alternativa pedagógica? Quais pontos precisam ser trabalhados para que o professor se sinta seguro e disposto aos desafios de desenvolver a Modelagem Matemática em suas aulas? O terceiro e último aspecto diz respeito à familiarização dos alunos com as atividades de Modelagem Matemática.

Em nossa pesquisa procuramos nos ater ao segundo aspecto e que se torna o centro da atenção e, refletindo a respeito da atuação dos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, alguns questionamentos perpassaram em nossas mentes como possíveis dúvidas dos professores:

- O que é Modelagem Matemática?
- Como se faz a Modelagem Matemática?
- Os conteúdos “não estão sendo dados” enquanto desenvolvo a Modelagem?
- Como iniciar o trabalho com a Modelagem?
- Os alunos ficam livres para escolher o que fazer?
- Quantas aulas são necessárias para a realização de uma atividade de Modelagem?
- Existe apenas uma solução?

Partindo destas questões, podemos inferir a necessidade de disseminar essa alternativa pedagógica. É preciso que o professor tenha contato com a Modelagem Matemática, que seja colocado a fazer Modelagem e, o que é principal, que fique atento aos encaminhamentos, aos procedimentos e que perceba a riqueza que há no percurso, desde a proposta até o resultado apresentado ao final da Modelagem Matemática.

Ao sair da aula tradicional, que se caracteriza por meio do fazer exercícios que apresentam solução única e lançar-se ao novo, desenvolver Modelagem Matemática com os alunos exige sair da zona de conforto, trabalhar com o imprevisível, conhecer, vivenciar atividades de Modelagem Matemática, participando de momentos de formação que propiciem o contato com as teorias que embasam essa alternativa de ensino, momentos de discussão e análise, provocando um movimento dialético.

O papel do professor em uma atividade de Modelagem Matemática é o de orientador. Orientar no sentido de que é ele quem indica caminhos mediante questionamentos, e que se preocupa em conseguir o máximo de cada aluno para a realização da atividade.

A familiarização dos alunos com as atividades de Modelagem Matemática, de acordo com Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 26), pode acontecer de forma gradativa para que os alunos possam ir se apropriando dessa forma um tanto quanto diferente das que são submetidos constantemente.

Essa forma gradual pode ocorrer em três diferentes momentos:

- **1º momento:** a atividade de Modelagem Matemática proposta pelo professor contém a situação-problema, com dados e as informações necessárias para que o aluno consiga encontrar a solução e são orientados mais de perto pelo professor.
- **2º momento:** a situação-problema é proposta pelo professor e os alunos são responsáveis por coletar os dados e as informações possíveis e desenvolvem todas as fases da Modelagem Matemática com uma maior autonomia.
- **3º momento:** é todo elaborado e desenvolvido a partir do interesse dos alunos. São eles que vão escolher o tema, o assunto a ser conduzido através da Modelagem Matemática.

Ao olhar todo o percurso desenvolvido em uma atividade de Modelagem Matemática, faz-se necessário avaliar as atividades de forma que valorize todo o processo e não apenas o produto, o resultado.

2.2 AVALIAÇÃO E AVALIAÇÃO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Segundo Luckesi (1998) o termo avaliação tem sua origem no latim e é uma junção de “*a+valere*” que “significa dar valor a...” Avaliação é, portanto, um termo geral que abrange um conjunto de ações que tem como objetivo emitir um juízo de valor a um fenômeno, um evento, uma situação, um processo e/ou uma ação.

A avaliação se faz presente quase que diariamente em nossas vidas, uma vez que a todo momento e em diferentes situações estamos avaliando ou sendo avaliados, quer seja por nossos atos, por nossos posicionamentos ou em testes e provas de determinados cursos que frequentamos. A avaliação surge a partir da necessidade de verificar se os alunos aprenderam ou não, e para isso foram criados os exames, os quais são utilizados com o objetivo de mensurar, de dizer que quem aprende prossegue e quem não aprende fica retido. De acordo com Chueire (2008, p. 55) “a concepção de avaliação como processo de medida teve origem no início do século XX, nos Estados Unidos, com os estudos de Thorndike, acerca dos testes educacionais”.

A avaliação não pode ser vista como “tirana” dentro da educação, precisa ser parte do processo de ensino e aprendizagem. O ato de avaliar vai muito além do exame. Nesse sentido, concordamos com a afirmação de Luckesi (2000) de que avaliação deve ser acolhedora, inclusiva, dinâmica e que os dados coletados devem ser utilizados para saber quem realmente fracassou, se foi o aluno ou o sistema (professor/gestão), e, de posse dessa informação, repensar o que fazer e como fazer para modificar o quadro observado.

O ato de avaliar vai muito além da utilização de testes e provas, itens estes que são apenas alguns dos instrumentos que podem ser utilizados para a realização do processo de avaliação. Na avaliação utiliza-se – ou deveriam ser utilizados – diferentes instrumentos para verificar quais os conteúdos os alunos se apropriaram.

Precisamos partir do princípio que todo aluno tem direito de aprender e, se a avaliação for utilizada como forma de exclusão, estamos negando a ele esse direito. Neste sentido, Buriasco (1999, p. 158) coloca que

[...] para cumprir a principal função da avaliação (ajudar o aluno por intermédio da inter-relação aluno/professor ao longo do processo de ensino e de aprendizagem), é preciso que o professor avalie, não o aluno, mas o desenvolvimento do seu trabalho pedagógico.

A avaliação mostra em que parte é preciso retomar, sendo que o fato de o aluno não ter apresentado um bom resultado precisa ser analisado para verificar se o “não aprender” é problema de aprendizagem ou ensinagem². É necessário estar atento a todo o processo em andamento, identificando e procurando solucionar os problemas que surgem e é nesse aspecto que a avaliação se torna mediadora.

Para se fazer a avaliação, é preciso oferecer oportunidade de aprendizagem, proporcionando momentos de aprendizado, trabalhando para sanar as dificuldades. A avaliação da aprendizagem não implica em aprovação ou reprovação por conta de uma medida, mas sim, um diagnosticar e um retomar caminhos para atingir os objetivos a que se avalia ao longo do processo.

Tendo essa visão de avaliação como um processo, sentimos a necessidade de inseri-la na pesquisa desenvolvida com os professores cujo foco é a atividade com a Modelagem Matemática, uma vez que, como a dinâmica da aula de matemática com modelagem difere da presente em uma aula tradicional, a avaliação em modelagem deve ser condizente com a dinâmica da aula com esta alternativa pedagógica (SILVA; DALTO, 2017).

Sendo assim, faremos referência a Hadji (1994) quando este descreve que cada avaliação tem um propósito e que na escola o aluno é avaliado a partir de instrumentos, sendo que o mais comum é a prova escrita com questões, muitas vezes coletadas dos livros didáticos e que em boa parte não seguem a linha das questões trabalhadas em aula.

Esses instrumentos de medidas precisam ser adequados ao objetivo a que se destina. Pensar na avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática é pensar em valorizar o caminho desde a proposta da atividade até a validação. É nesse trajeto que são apresentadas as formas, maneiras como cada aluno lida com os dados retirados da atividade, que instrumentos utiliza e de quais habilidades lança mão para tentar solucionar a proposta.

É seguindo essa linha de valorizar o percurso que se faz necessário refletir em como transformar todo esse processo em uma nota ou conceito. Como forma de suprir essa necessidade, Silva e Dalto (2017) se basearam em uma escala proposta

² Processo de ensino e aprendizagem que ocorre mediante interação entre professor, aluno e conteúdo. O papel do professor é o de produzir e dirigir as atividades visando que o aluno elabore de seu conhecimento.

por Charles, Lester e O'Dalfer (*apud* PONTE *et al.* 1997) para construir um instrumento de avaliação de atividades de Modelagem Matemática que foi utilizada para avaliar uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com alunos do 1º período de um curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 em que a situação problematizada foi o aquecimento/resfriamento de um ambiente.

De acordo com Silva e Dalto (2017), ao utilizar a escala para se avaliar uma atividade de Modelagem Matemática, conseguimos nos aproximar das funções de regulação dos processos de ensino e de aprendizagem. A escala proposta pelos autores foi pensada a partir das fases de Modelagem apresentadas por Almeida, Silva e Vertuan (2016). Para cada item da escala foram atribuídos valores que totalizavam 20 pontos.

Na fase de inteiração, a escala baseou-se em dois itens: Descrição da situação-problema e Definição do problema a ser estudado. Cada um desses itens foi subdividido para se identificar em qual parte dessas os alunos se enquadraram, ficando configurado como mostra o Quadro 1.

Quadro 1 - Escala para a fase de inteiração

Descrição da situação-problema	
2	É possível identificar a situação-problema; apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
1	É possível identificar a situação-problema, mas não apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
0	Não é possível identificar a situação-problema.
Definição do problema a ser estudado	
2	O problema está claramente definido a partir da descrição da situação-problema.
1	Há definição de um problema não relacionado aos dados coletados.
0	A situação-problema não gera um problema a ser estudado.

Fonte: Silva e Dalto (2017).

As fases de Matematização e Resolução foram direcionadas para a transformação do problema apresentado na linguagem natural para a linguagem matemática, na qual os alunos deduziram modelos a partir das informações que foram coletadas. Dessa forma, a escala foi construída com foco em dois itens: Dedução de

Modelo e Resultados Matemáticos. Esses itens seguiram a mesma linha de raciocínio, foram subdivididos para atender a diferentes níveis de desenvolvimento conforme mostramos no Quadro 2.

Quadro 2 - Escala para as fases de matematização e resolução.

Dedução do modelo matemático	
4	Expressa um modelo matemático que representa a situação-problema.
3	Expressa um ou mais modelos matemáticos que não representam a situação-problema.
2	Expressa apenas um modelo matemático que não representa a situação-problema.
1	Há registros de um modelo matemático não expresso.
0	Não há registro remetendo a um modelo matemático.
Resultados Matemáticos	
Explicação de Procedimentos	
2	Explica corretamente os raciocínios usados na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
1	Apresenta algumas falhas nos raciocínios usados e na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
0	Não explica as razões para a seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
Persistência na resolução	
2	Realiza os cálculos solicitados mesmo que sejam encontradas dificuldades.
1	Realiza parte dos cálculos solicitados, desistindo ao encontrar dificuldade.
0	Realiza os cálculos solicitados ou desiste facilmente ao encontrar dificuldade.
Flexibilidade na resolução	
2	Percebe que os métodos utilizados são adequados e/ou propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.
1	Percebe que os métodos utilizados não são adequados e propõe outros métodos não-adequados de resolução dos cálculos solicitados.
0	Não percebe que os métodos utilizados não são adequados nem propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.

Fonte: Silva e Dalto (2017).

Para concluir o instrumento de avaliação, Silva e Dalto (2017) focaram a escala nas fases de Interpretação e Validação dos Resultados, como mostra o Quadro 3.

Quadro 3 - Escala para as fases de interpretação dos resultados e validação.

Interpretação dos resultados	
2	Interpreta os resultados matemáticos e não-matemáticos com a situação-problema.
1	Interpreta parcialmente os resultados matemáticos ou não-matemáticos com a situação-problema.
0	Não interpreta os resultados obtidos com a situação-problema aceitando quaisquer resultados encontrados.
Validação	
2	Apresenta a validação dos dados por meio da comparação dos resultados calculados pelo modelo matemático deduzido com os dados coletados empiricamente.
1	Não apresenta explicitamente a validação dos dados por meio de comparação entre os calculados por meio do modelo matemático e os coletados empiricamente, mas apresenta argumentos que possibilitam uma validação parcial.
0	Não apresenta explicitamente nem implicitamente a validação do modelo matemático para a situação.
Solução para o problema	
2	Apresenta solução que corresponde ao problema definido.
1	Apresenta solução que não corresponde ao problema definido.
0	Não apresenta solução alguma.

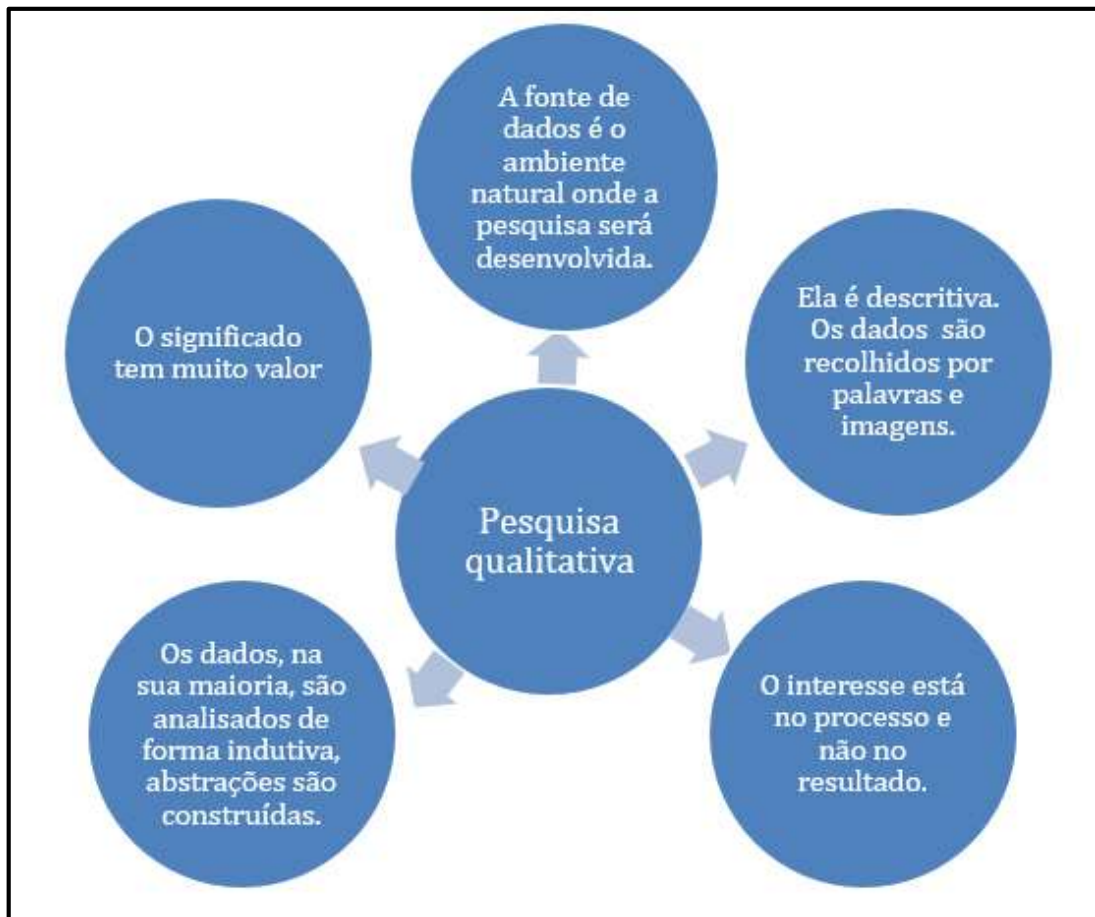
Fonte: Silva e Dalto (2017).

Assim, utilizaremos em nossa pesquisa a escala holística elaborada por Silva e Dalto (2017) que possibilita avaliar o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática e com isso, analisar junto aos professores o uso dessa alternativa pedagógica. Essa escala é composta de partes e cada uma delas está relacionada a uma das fases da Modelagem Matemática já descritas no Capítulo 2.

3 CAMINHOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

A pesquisa de cunho qualitativo, segundo Bogdan e Biklen (1994), pode apresentar algumas das cinco características que procuramos sintetizar na Figura 4:

Figura 4 - Características da pesquisa qualitativa



Fonte: A autora (2019).

Diante do esquema, podemos observar que o pesquisador que opta por desenvolver uma pesquisa qualitativa acaba por desprender uma boa parte do tempo em se fazer presente no ambiente do pesquisado, preocupando-se com o contexto, observando detalhes que possam colaborar para a compreensão dos fatos.

É nesse contexto, com o pesquisador introduzido na fonte direta dos dados que, de acordo com Bogdan e Biklen (1994, p. 48) “[...] as ações podem ser mais bem compreendidas quando são observadas no seu ambiente natural de ocorrência”, e é nesse movimento de procurar compreender o fenômeno estudado que o pesquisador colhe as informações de forma descritiva.

Na pesquisa de cunho qualitativo, o processo, o caminho e as peculiaridades são mais importantes do que os resultados/produtos. Os dados são coletados de diferentes maneiras, por meio de gravações de áudio com posterior transcrição, notas de campo entre outras, tentando coletar a maior quantidade de informações sempre com atenção aos detalhes. As anotações com as percepções do pesquisador são de grande valia pois geram abstrações que são construídas à medida que o pesquisador vai agrupando as informações.

Salientamos que “o processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 25), e foi nesse sentido que procuramos desenvolver nossa pesquisa em Modelagem Matemática com professores do Ensino Fundamental de uma determinada escola, levando em conta que cada detalhe durante o desenvolver da modelagem foi importante. Objetivou-se olhar para o professor, para a forma como ele se relaciona com a tarefa proposta, quais colocações faz e como são encaminhadas as soluções.

Nossa pesquisa foi desenvolvida com um grupo de professores de uma escola da rede municipal de Londrina, localizada na região leste da cidade e que atende um total de 462 alunos, distribuídos em 20 turmas do P5³ da Educação Infantil ao 5º ano do Ensino Fundamental de acordo com o Quadro 4.

Quadro 4 - Distribuição das turmas e alunos.

TURMAS	TOTAL DE ALUNOS POR ANO	PERÍODO	
		MATUTINO	VESPERTINO
P5	40	1	1
1º ano	93	2	2
2º ano	98	1	3
3º ano	76	1	2
4º ano	83	2	1
5º ano	112	3	1

Fonte: Escola pesquisada.

³ P5 Sigla utilizada pela Educação Infantil para designar Pré escola 5 anos.

A escola em questão conta com um quadro de 53 professores e uma equipe gestora composta pela diretora, uma vice-diretora, uma secretária e uma coordenadora pedagógica.

A opção por desenvolver a pesquisa com os professores dos 4^{os} anos se deu após conversa com a gestora da escola, em que a mesma justificou que conseguiria liberar as duas professoras do período matutino às segundas-feiras das 8h às 11h e que a Coordenadora Pedagógica iria participar para passar todas as orientações para a professora do 4^o ano do período da tarde, pois ela não poderia vir no período matutino.

O estudo foi dividido em sete momentos e consideramos pertinente destacar cada um colocando as informações no Quadro 5.

Quadro 5 - Momentos da pesquisa

MOMENTO	PRESENCIAL/ONLINE	DATA	DURAÇÃO
1 ^o	Presencial (pesquisador e professores) <ul style="list-style-type: none"> • Apresentação da pesquisa; • Propostas das datas dos encontros presenciais. 	11/03/19	1h 30min.
2 ^o	Presencial (pesquisador e professores) <ul style="list-style-type: none"> • Desenvolvimento da Modelagem Matemática com as professoras. 	18/03/19	3h
3 ^o	Online <ul style="list-style-type: none"> • Estudo do artigo de Tortola e Almeida (2013), “Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental 	19/03/19 a 07/04/19	8h
4 ^o	Presencial (pesquisador e professores) <ul style="list-style-type: none"> • Discussão a respeito do artigo; • Avaliação da atividade de Modelagem Matemática. 	08/04/19	3h
5 ^o	Presencial (Professoras, em suas turmas) <ul style="list-style-type: none"> • Desenvolvimento da Modelagem Matemática pelos professores. 	09/04/19 a 05/05/19	10h
6 ^o	Presencial (pesquisador e professores) <ul style="list-style-type: none"> • Relato do desenvolvimento da Modelagem Matemática; • Discussão a respeito de como avaliar a atividade desenvolvida com os alunos. 	06/05/19	3h
7 ^o	Presencial (pesquisador e professores) <ul style="list-style-type: none"> • Momento da validação. 	15/05/19	2h

Fonte: A autora (2019).

O primeiro momento constitui-se em um encontro com o grupo de professores para delinear os objetivos e as estratégias para o desenvolvimento do estudo e, também, o acordo em relação às datas dos encontros. Pretendeu-se, nesse encontro, estabelecer a tarefa que se refere à pergunta: O que é Modelagem Matemática? O resultado da pesquisa foi discutido no próximo encontro.

O segundo momento foi constituído de uma conversa com as professoras para saber o que pesquisaram a respeito da Modelagem Matemática. Quais foram descobertas? Quais percepções? Pretendeu-se, ainda nesse encontro, desenvolver a atividade de Modelagem Matemática denominada “Pipoca” em que o problema é: “Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores, equipe gestora e funcionários possam comer pipoca?”

No terceiro momento, vislumbramos que as professoras realizassem a leitura do artigo a respeito do tema Modelagem Matemática à luz dos autores Tortola e Almeida (2013), intitulado “Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental”, e estabelecessem relação com a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida por eles tendo como direcionamento dois questionamentos:

- 1) O autor, com base em Almeida (2010) transcorre a respeito do processo envolvido no decorrer do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática que se constitui em: um problema, um modelo matemático e vários procedimentos para que haja passagem da situação inicial para a final. Olhe para a sua atividade de Modelagem Matemática e identifique se há um modelo matemático e como ele se apresentou na sua resolução.
- 2) Nos vários procedimentos, há a validação de um modelo matemático, olhando novamente para a atividade realizada, você consegue verificar se foi realizada a validação do modelo? Caso a resposta seja sim, relate como ocorreu. A resposta sendo não, comente se a validação fez falta no processo.

As respostas foram encaminhadas via e-mail.

No quarto momento, discutimos a respeito das leituras realizadas e das respostas enviadas via e-mail. Apresentamos ao grupo uma escala de avaliação

previamente elaborada e preenchida pelos pesquisadores para que o grupo tomasse ciência e que fosse discutida. Para nortear a discussão, alguns questionamentos foram levantados: Quais as concepções que os professores têm em relação ao que vem a ser avaliar? Para que avaliamos? O que fazemos com o resultado da avaliação? Para subsidiar a discussão, temos o artigo intitulado “Uma estratégia de Avaliação de Atividade de Modelagem Matemática” de Silva e Dalto (2017).

No quinto momento, pretendeu-se que cada professora desenvolvesse, em sua sala de aula, a mesma atividade de Modelagem Matemática referente à pipoca e preenchesse a escala de avaliação com o olhar voltado para o desenvolvimento dos alunos.

No sexto momento, houve um relato da atividade de Modelagem Matemática desenvolvido pelas professoras em suas turmas e discussão da utilização do instrumento de avaliação utilizado verificando se ocorreu a necessidade ou não de ajustes.

Por fim, no sétimo momento, o trabalho foi encerrado com as professoras, sendo um momento de ouvir os sentimentos, as percepções e o que compreenderam com a experiência.

4 COLETA DOS DADOS E ANÁLISE

O objetivo geral de nossa pesquisa foi: analisar a utilização da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica por parte de um grupo de professores que atuam no quarto ano do Ensino Fundamental. Faz-se necessário retomá-lo neste momento de descrição e análise de cada momento de nossa investigação.

Os encontros foram gravados em áudio e posteriormente transcritos. Todas as produções realizadas pelas professoras durante os encontros foram coletadas para serem utilizadas. Para se obter todas essas informações, foi solicitada autorização das pessoas envolvidas. Como forma de preservar a identidade das mesmas, optamos por chamar as professoras participantes da pesquisa de “Prof. 1” e “Prof. 2” e a coordenadora pedagógica de “C. P.”. Contudo, a C.P. não participou dos encontros por não conseguir conciliar os horários com sua agenda de trabalho e, conseqüentemente, a professora do 4º ano do período vespertino não fez parte da pesquisa.

Acreditamos ser pertinente destacar dados coletados a respeito de cada professora. A Prof. 1 tem 48 anos, é Pedagoga com duas especializações na área da educação e há 12 anos atua no magistério. A Prof. 2 tem 51 anos, fez Magistério com graduação em História, tem duas especializações na área da educação, está aposentada em um período e caminha para a segunda aposentadoria no segundo período.

4.1 PRIMEIRO MOMENTO (Presencial)

No dia 11 de março de 2019, em uma sala da escola previamente separada para nossos encontros, realizamos a apresentação da pesquisa, delimitamos objetivos e fizemos o convite para o trabalho a ser desenvolvido. Prontamente as professoras aceitaram, o que nos pareceu que estavam interessadas em algo novo que viesse a colaborar com as suas práticas.

Apresentamos às professoras uma proposta de datas para os encontros, ajustes foram feitos e encerramos esse primeiro contato com a próxima data agendada para a semana seguinte, em uma segunda-feira, dia da semana determinado para todos os encontros que as professoras dos 4^{os} anos realizam a hora

atividade⁴. A curiosidade ficou aguçada por parte das professoras. Perguntas foram feitas para tentar saber um pouco mais a respeito do que seria a Modelagem Matemática:

Prof. 1: Conta um pouco do que é essa tal modelagem?

Prof. 2: É você que vai fazer com os nossos alunos?

Prof. 1: Você vai fazer com a gente? (risos). Vai ser legal... Pelo menos não é apenas texto para ler. Já vou procurar saber o que é.

Como estratégia, optamos em não dar maiores detalhes a respeito da Modelagem Matemática a fim de utilizar a curiosidade a nosso favor. Deixamos como tarefa para o próximo encontro pesquisar a respeito do tema.

4.2 SEGUNDO MOMENTO (Presencial)

No dia 18 de março se deu nosso 2º encontro, contando com a presença das Prof. 1 e Prof. 2, e para iniciar a nossa conversa, foi lançada a seguinte pergunta: “Vocês foram pesquisar a respeito da Modelagem?”. A partir deste ponto, transcrevermos partes da fala da Prof. 1, que foi a que mais se envolveu em pesquisar a respeito do tema:

Prof. 1: Então eu fui porque eu sou uma pessoa assim, fala pra mim eu já sou curiosa e já vou atrás de ver o que é. ... mas eu falei quer saber, eu vou na internet porque se não vai ter uma coisa, mais do que é. ... eu li, eu assisti alguns vídeos, inclusive no vídeo ele cita alguns nomes né, de pessoas que começaram, que iniciaram com a tal da modelagem matemática.

O tempo todo a Prof. 1 se dirigia a nós com a indagação “né?”, como forma de obter certa confirmação. Utilizamos de explicações com poucas palavras, evitando dar algumas respostas que viriam após ou no decorrer da tarefa que desenvolveríamos com elas. A Prof. 2, na maioria das vezes, acenava com a cabeça como se estivesse concordando com a fala da colega, e ao ser questionada por nós se havia feito a pesquisa, a fala ficou na confirmação do que a colega expôs. Nossas impressões iniciais foram que a Prof. 2 não se envolveu em pesquisar para procurar

⁴ Hora atividade é um direito dos professores para que 33% de sua carga horária seja utilizada em atividades de aperfeiçoamento profissional, planejamento de aula, pesquisas, correção de trabalhos, reuniões com pais, entre outras.

saber o que seria a Modelagem, e não podemos afirmar se por esquecimento, falta de tempo ou de interesse.

Acreditamos ser pertinente colocar mais alguns trechos da fala da Prof. 1 a respeito da ideia que conseguiu formar a respeito da Modelagem mediante as pesquisas que realizou na internet:

Prof. 1: Que o que eu percebi, é uma coisa, que eu acho que você já tinha comentado que usa na química, na física, na engenharia, não sei o que.

Prof. 1: O que que eu entendi ali, porque assim é uma situação da realidade que vocês traz, você pega uma situação real tenta encaixar, tenta por uma linguagem matemática naquilo né, uma fórmula matemática naquilo tipo uma teoria né, no caso, tenta resolver e depois traz resolvido dentro da matemática, é isso mais ou menos que eu entendi.

Prof. 1: Eu fiquei né imaginando, então no nosso caso ou a gente pega o que o aluno compreende daquele conteúdo que é diferente né, penso, o que ele compreende daquilo e dentro daquilo eu trago para essa teoria, não sei se vocês falam teoria ou método, não sei, e tenta resolver e dar a devolutiva pro aluno ou faz junto com ele, não sei como que é. Mas eu entendi mais ou menos que é um negócio que vai e vem daí você devolve.

Podemos inferir, de acordo com a fala da professora que, para ela, Modelagem Matemática é selecionar uma situação real e de alguma forma utilizar a Matemática para tentar solucionar a situação.

Durante esse tempo de conversa, a Prof. 2 continuava com a mesma postura, apenas observando, sorrindo e concordando com sinal afirmativo usando a cabeça, em poucos momentos ela falava frases como: “Isso mesmo” ou “Também acho”.

A Prof. 1 relatou que leu um trabalho a respeito de atividade de Modelagem Matemática onde havia o exemplo de uma caixa d’água e os alunos precisariam saber a quantidade de litros que cabiam na caixa. Os alunos foram levantando os tamanhos das caixas, os formatos e, também, diferentes informações para chegar a um resultado ou uma resposta. E essa professora termina com a seguinte fala: “Tudo que a gente vai pesquisar tem muito voltado pro sexto ano e para o Ensino Médio.”

Seguimos a discussão por esse caminho, tentando levantar os motivos para não se encontrar pesquisas voltadas para a Modelagem dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental e isso nos levaria a uma outra pesquisa.

Nesse momento, apresentamos a atividade de Modelagem Matemática da seguinte forma: Queremos proporcionar uma manhã com um lanche diferente e, para isso, escolhemos a pipoca, por ser um alimento gostoso e muito apreciado pela maioria das pessoas. Então, a situação é:

Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores, equipe gestora e funcionários possam comer pipoca?

Levamos para as professoras dois textos a respeito do milho de pipoca: o texto do Quadro 6, com o conteúdo voltado para a origem da Pipoca, e do Quadro 7, cujo conteúdo traz curiosidades a respeito da pipoca.

Quadro 6 - Texto 1: Origem da pipoca

Ninguém sabe ao certo, mas tudo indica que ela surgiu na América há mais de mil anos. Os primeiros europeus que chegaram ao continente descreveram a pipoca, desconhecida por eles, como um salgado à base de milho usado pelos índios tanto como alimentos quanto como enfeite para cabelo! Sementes de milho usadas para fazer pipoca foram encontradas por arqueólogos não só no Peru, como também no atual Estado de Utah, nos Estados Unidos, o que sugere que ele fazia parte da alimentação de vários povos americanos. Sabe-se, porém, que inicialmente os índios preparavam a pipoca com a espiga inteira sobre o fogo. Depois, eles passaram a colocar só os grãos sobre as brasas - até inventarem um método mais sofisticado: cozinhar o milho numa panela de barro com areia quente. O princípio é sempre o mesmo: fazer o grão explodir.

O interior do grão está cheio de água, que sob calor intenso, se expande até fazê-lo explodir. Popular no mundo inteiro, a pipoca contém alta quantidade de proteína, além de sais minerais importantes para a nutrição como ferro e cálcio.

Fonte: <http://mundoestranho.abril.com.br/alimentacao/qual-e-a-origem-da-pipoca/> - ([Acesso em: 20 jun. 2017]).

Quadro 7 - Texto 2: Curiosidades sobre o milho de pipoca

- A palavra PIPOCA veio do Tupi e quer dizer "milho rebentado". Trata-se de uma contração de abati-pipoca, em que abati é justamente milho.
- Atualmente, planta-se um tipo especial de espiga para se produzir o petisco. Eles são menores do que as tradicionais.
- Uma xícara de pipoca preparada com manteiga ou óleo tem 155 calorias.
- A pipoca de micro-ondas apareceu na década de 1940. Só na década de 1990, sua produção gerava vendas anuais de 240 milhões de dólares nos Estados Unidos.
- O Brasil tem o segundo mercado de pipocas de micro-ondas do mundo, com um consumo de 70 mil toneladas anuais. Perde apenas para os Estados Unidos, onde são consumidas 400 mil toneladas no período.

Fonte: Adaptado para fins pedagógicos de <http://guiadoscuriosos.uol.com.br/curiosidades/ciencia-e-saude/comida/historia-da-comida/pratos-classicos/pipoca/10-curiosidades-sobre-a-pipoca/>. ([Acesso em: 20 jun. 2017]).

A partir desses dois textos, as professoras foram levantando as hipóteses do que seria possível trabalhar a partir deles, a interpretação, a localização, as medidas e, pensando nos conteúdos de Ciências previstos para o 4º ano, seria possível trabalhar também com a alimentação, e foi nesse momento que a Prof. 2 se manifestou: “É outro professor!”. Ela quis explicar que o conteúdo de Ciências é trabalhado por um outro professor que divide os conteúdos com a regente, isso é uma prática muito comum nas escolas municipais da cidade em que a pesquisa foi desenvolvida.

A Prof. 2 completou: “Geralmente 4º ano é água, tratamento da água, alguma coisa assim”. Retomamos a fala mostrando que com os textos é possível explorar vários temas, relacionando-os aos conteúdos. A intenção foi mostrar que essa atividade pode englobar outros componentes curriculares, neste caso, a Língua Portuguesa, História, Geografia e Ciências.

Tentando buscar mais informações com as professoras, perguntamos o que mais poderíamos explorar, e a Prof. 1 fez o seguinte comentário: “Podia pensar qual é o calor? Qual é o grau para poder fazer o milho estourar né?”. Seguimos com as discussões até voltar ao problema da nossa atividade.

Focadas no problema inicial, colocamos que não conhecíamos os alunos e não tínhamos a menor ideia de quanto milho de pipoca precisaríamos comprar e que elas seriam peças importantes para nos ajudar. Relatamos a seguir uma pequena parte do nosso diálogo:

Prof. 1: “Então, mas a gente precisa saber para quantas pessoas primeiro, seria o quê, pra nossa turma, pra escola inteira, pra quem?”

Pesquisador: “Vocês têm que resolver.”

Prof. 1: “Ah, nós temos que resolver?”

Pesquisadora: “É, vocês vão resolver essa atividade.”

Prof. 1: “Então nós vamos fazer assim, pra escola inteira, pra todos os alunos que estão aqui.”

Prof. 2: “Mas eles vão estourar?”

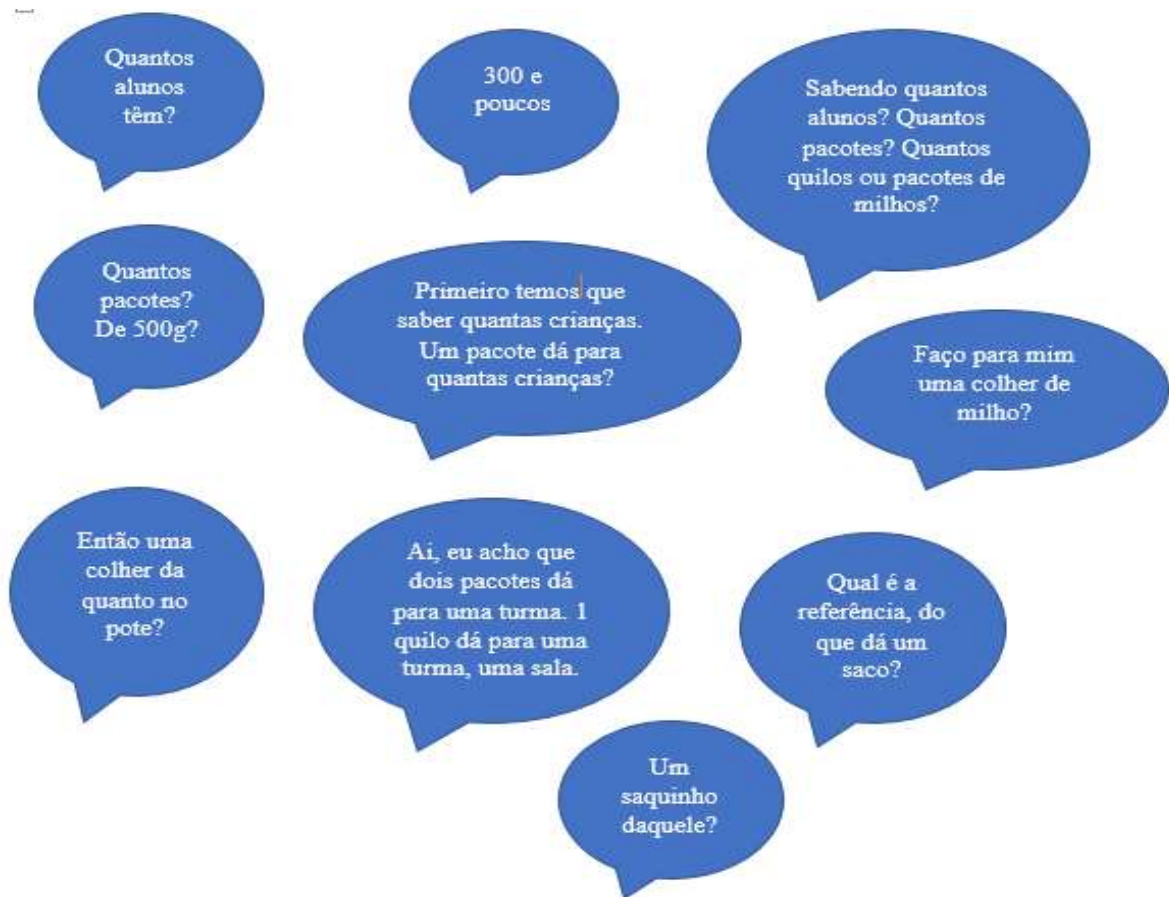
Pesquisador: “Depois nós vamos ver se vamos pôr em prática, se é viável, vai que o gasto é muito grande, não sei, isso que nós vamos saber.”

Após todo esse diálogo, entregamos folhas de papel almaço para que pudessem registrar seus cálculos e apontamentos, enfim, que fizessem seus registros, pois iríamos recolher as anotações.

Iniciava-se ali um momento rico, o de observar os questionamentos e as dúvidas das duas professoras. Elas foram levantando hipóteses, colocando-se na posição de alunos com atitudes e questionamentos bem semelhantes aos relatos encontrados em Lovo, Silva e Dalto (2018) que descreveram como os alunos dos 5^{os} anos de uma escola municipal desenvolveram a mesma atividade de Modelagem Matemática.

Na Figura 5, a seguir, apresentamos as falas das duas professoras sem mencionar de qual das duas era a fala.

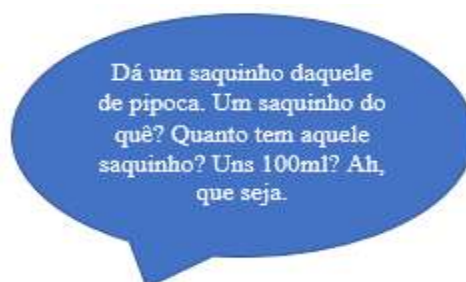
Figura 5 - Hipóteses e questionamentos levantados pelas professoras durante a atividade.



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A respeito da última colocação – “Um saquinho daquele?” –, que foi proferida pela Prof. 2, esta refere-se aos pacotinhos de papel que levamos como referência (com capacidade de 30g cada um) junto com um saco de milho de pipoca com 500g. E as discussões continuavam a fervilhar. A Prof. 1 continuou com os questionamentos, conforme ilustrado na Figura 6:

Figura 6 - Questionamentos da Prof. 1.



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

As professoras ficaram um bom tempo nas suposições, querendo encontrar solução para as questões que precisavam de respostas com dados que estavam disponíveis dentro da escola, como o número total de alunos. Com relação à pipoca, só depois de muito pensar, de tentar encontrar equivalências para saber quantos saquinhos de pipoca conseguem ser feitos com um pacote de milho de 500 gramas é que elas chegaram à conclusão que uma alternativa era estourar um pacote de milho e verificar a quantidade que daria para encher. Nesse momento nos reportamos à tarefa de modelagem desenvolvida por Lovo, Dalto e Silva (2018) em que os autores relatam que os alunos reagiram da mesma forma, levantando hipóteses da quantidade de milho e de saquinhos.

Após estourar e encher os pacotes, perceberam que o processo resultaria em uma média de 40 saquinhos de pipoca, de acordo com o que foi disponibilizado para a atividade. A partir dessa informação as professoras seguiram fazendo os cálculos para encontrar a resposta ao problema proposto no início.

Durante essa busca, foram levantadas outras questões. Elas precisaram decidir se as pipocas seriam para a escola como um todo, para os períodos da manhã e tarde ou só da manhã. Se seria um pacotinho de pipoca por pessoa ou se seriam dois. Listaram outros gastos necessários para se conseguir a preparar pipoca, como o sal, o óleo e o gasto com os pacotinhos. Questionou-se também como saber os valores dos produtos.

Prof. 1: Então, tem tudo isso, se a gente for trazer aqui para fazer, a gente precisa de óleo. Precisa de ...
Prof. 1 e Prof. 2: De sal! (risos).

Tudo isso foi sendo discutido entre as professoras e a todo momento se reportavam à pesquisadora em busca de um consentimento.

Foi levantada a marca do óleo, a marca da pipoca e a conclusão é que tudo influenciaria nos gastos. Nesse momento, a Prof. 1 começou a mexer no celular e falou: “Eu pesquisei, estava R\$ 4,50 e, quatro e cinquenta, achei caro”. Questionamos o que fariam, e então a resposta da mesma professora foi: “Bom, então agora a gente sabe que um pacote de meio quilo, um pacote de 500 gramas dá para 40 saquinhos de pipoca. Eu tenho que fazer 280 saquinhos. É isso, né?”

Prof. 1: 280 dividido por 40. Quantos pacotes a gente vai precisar é isso?

Seguiu-se um momento de silêncio e a Prof. 1 indaga novamente: "O que a gente faz? Divide 280 por 40?". A Prof. 2, que pouco participou nos diálogos, mas que estava atenta e sempre consentindo com a cabeça diz: "Dá 7."

Figura 7 - Registros escritos realizados pela Prof. 1 durante a atividade

→ Quantos alunos temos no período da manhã?
 → Quantos pacotes de 500g
 → Quantos funcionários?
 3 por turma
 → Posteiro 1

249 - alunos	249
22 - professores	+ 30
3 - cozinha	279
5 - limpeza	+ 1
30	280

4,59 preço

1 por 500g = 40 saquinhos de pipoca

280	40
<u>280</u>	7
000	

32,13 → milho	
- 3,50 → óleo	
30,00 → saquinho	
65,63	
- 3,00 → sal	
68,63	

- lucro
- prejuízo
- porcentagem
- multiplicações
- sistema monetário
- divisão
- adição e subtração
- grandezas, capacidade
- tratamento da informação

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Na Figura 7, constam os registros que as professoras desenvolveram durante esse processo que foi o de levantar questionamentos para tentar encontrar uma maneira de desenvolver a atividade proposta.

Nos registros podemos observar as informações que as professoras consideraram importantes obter e logo a seguir iniciaram os registros do quantitativo que responderiam as questões elencadas.

Nesses registros aparecem 249 alunos do período matutino, 22 professores (já computadas as 4 professoras que compõem a equipe gestora e a coordenação), 3 merendeiras e 5 pessoas que fazem a limpeza da escola, totalizando 30 pessoas. Ao lado desses registros, as professoras juntam o total de alunos com as 30 pessoas, chegando a um montante de 279. Em seguida acrescentam 1 pessoa que corresponde a um senhor que fica a manhã toda cuidando do portão, totalizando então 280 pessoas no período matutino.

Posteriormente, pesquisaram pelo celular o valor de um pacote de milho de 500g, da mesma marca que levamos anteriormente, e obtiveram o valor de R\$ 4,59.

Ainda analisando os registros, pode-se observar que, seguindo o que fizeram, registraram que com 1 pacote de 500g de milho é possível encher em média 40 saquinhos com pipocas.

Para saber quantos pacotes de milho são necessários, realizaram a divisão do número de pessoas pela quantidade de pacotinhos de pipoca que conseguiram encher, obtendo o valor 7, que corresponde à quantidade de pacotes de milho necessários para responder a proposta da atividade de Modelagem Matemática.

Os cálculos que se seguem foram questionamentos feitos pelas professoras. Elas foram além do que havia sido perguntado, mostrando o conhecimento que cada uma possui. Nesse raciocínio, calcularam o gasto médio de R\$ 32,13 para comprar os 7 pacotes, além dos gastos com óleo, os saquinhos para acondicionar as pipocas e o sal, totalizando um gasto aproximado de R\$ 68,63. Ainda discutiram que teria o valor do gás utilizado, mas optaram por não colocar nos gastos.

Nos registros aparece uma relação dos conteúdos que podem ser trabalhados a partir da atividade de modelagem que estavam desenvolvendo. Observaram que as operações estavam presentes o tempo todo, que grandezas e medidas foram utilizadas como a base para o objetivo de encontrar o gasto, juntamente com o sistema monetário.

Ao final da atividade, as professoras chegaram ao valor de R\$ 68,63, valor este que seria o gasto para dar os pacotinhos, sendo 1 por pessoa, para todos do período matutino.

No esquema a seguir, apresentados na Figura 8, procuramos mostrar as conexões que foram surgindo nos momentos de análise da modelagem feita pelas professoras, momento esses em que elas olharam para a atividade como algo que pudesse despertar no aluno o interesse e que também fizesse uma conexão entre os conteúdos:

Figura 8 - Conteúdos que podem ser explorados no desenvolvimento da atividade com os alunos



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Mesmo vislumbrando essa oportunidade de trabalhar com os conteúdos a partir da Modelagem, as professoras colocavam que determinado conteúdo não fazia parte do bimestre corrente, que se fossem desenvolver com os alunos, as medidas estavam selecionadas para o 4º bimestre, e isso era complicado. Surgiu então um momento de rediscutir o porquê dessa distribuição dos conteúdos. Fizemos uma

pausa para essa reflexão e a resposta final que obtivemos delas é que isto já vem imposto, colocado há anos e é assim que segue. Deixamos então essa indagação para pensarem nessa possível alteração na ordem em que os conteúdos são elencados para serem trabalhados, se essa ordem realmente precisa ser tão rígida.

Para encerrar esse segundo momento, disponibilizamos o artigo de Tortola e Almeida (2013) intitulado “Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental” para que as professoras fizessem a leitura e respondessem a duas questões, conforme seguem:

- 1) O autor, com base em Almeida (2010) transcorre a respeito do processo envolvido no decorrer do desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática que se constitui em: um problema, um modelo matemático e vários procedimentos para que haja passagem da situação inicial para a final. Olhe para a sua atividade de Modelagem Matemática e identifique se há um modelo matemático e como ele se apresentou na sua resolução.
- 2) Nos vários procedimentos, há a validação de um modelo matemático, olhando novamente para a atividade realizada, você consegue verificar se foi realizada a validação do modelo? Caso a resposta seja sim, relate como ocorreu. A resposta sendo não, comente se a validação fez falta no processo.

4.3 TERCEIRO MOMENTO

O prazo para a realização da tarefa foi estendido, atendendo assim à solicitação das professoras, que justificaram estar em uma época do ano letivo com diversas atividades que demandavam tempo e que não haviam conseguido fazer a leitura do artigo.

Após o término do tempo adicional determinado, apenas a Prof. 1 enviou suas respostas. A pergunta 1 indagava se a professora identificava um modelo matemático em sua resolução e de que forma ele se apresentou. Na Figura 9 apresentamos a resposta.

Figura 9 – Resposta da pergunta 1

- 1) Os modelos matemáticos foram:
- Tratamento da informação: tabela;
 - Sistema monetário;
 - As quatro operações;
 - Sistema de grandezas e capacidade;
 - Porcentagem;
 - Lucro e prejuízo.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Analisando a resposta, percebemos que a Prof.1 relacionou modelos matemáticos com os conteúdos, não ocorreu em momento algum da resposta que a mesma tenha compreendido que o modelo matemático é a forma utilizada para se expressar, registrar os cálculos, ou esquemas que tenham a finalidade de tentar explicar, expor, deixar explícitas matematicamente as compreensões daqueles que estão a desenvolver a Modelagem Matemática.

Almeida, Silva e Vertuan (2016, p. 13) colocam que “Usamos modelos – modelos matemáticos – para representar, explicar e ‘tornar presentes’ situações (que podem não ser matemáticas) que queremos analisar usando Matemática”. Neste sentido, pareceu-nos que para a Prof.1 o modelo matemático está relacionado aos conteúdos existentes no currículo, em nenhum momento percebemos a relação com a forma de expressar um registro matemático.

A pergunta 2 procurava saber se a professora percebeu a ocorrência da validação de um modelo matemático no desenvolver da atividade. Na Figura 10 apresentamos a resposta da Prof. 1.

Figura 10 - Resposta da pergunta 2.

2) Sim. Após o levantamento das hipóteses, levantamento de dados, chegamos a resolução dos problemas e conclusão final. Em seguida realizamos a proposta fazendo a pipoca e verificando que 500 g de pipoca, de determinada marca, foi possível completar 40 pacotes de 100g cada. Para realizar a proposta inicial será necessário 7 pacotes de pipoca de 500g de determinada marca para servir para todos os alunos, funcionários e professores o período da manhã, sendo um saquinho de pipoca para cada um. Tendo um custo de R\$ 68,63 aproximadamente.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

De acordo com a resposta apresentada, pudemos observar que a Prof. 1 iniciou sua resposta elencando os caminhos que percorreu para chegar à solução que apresentou. Nesse caminho descrito, nos chamou atenção o seguinte trecho: “Após o levantamento das hipóteses, levantamento de dados, chegamos a solução do problema e conclusão final”. Nele, a Prof. 1 não se deu conta que estava se referindo ao modelo matemático que foi solicitado na questão 1, que esses levantamentos são a forma de representação matemática do problema proposto.

Quanto à validação dos resultados encontrados, a Prof. 1 afirma que ocorreu a partir do momento que as respostas obtidas atenderam à proposta do problema, permitindo responder à pergunta formulada.

4.4 QUARTO MOMENTO (Presencial)

No dia 8 de abril de 2019 ocorreu o nosso encontro presencial. Nesse dia, a Prof. 1 necessitou de uns minutos para orientar a auxiliar de sala a respeito das atividades a serem trabalhadas com seus alunos enquanto participaria da pesquisa. Durante esse pequeno espaço de tempo – de apenas 15 minutos –, permanecemos na sala apenas com a Prof. 2. Sendo que esse momento foi importante, pois foi o suficiente para que ela pudesse colocar suas percepções a respeito da estratégia de ensino que estávamos desenvolvendo com elas. Destacamos a seguir alguns trechos dessa rápida conversa:

Pesquisador: Enquanto esperamos a Prof. 1, me fale um pouco a respeito do que estamos vivenciando.

Prof. 2: Tudo novo para o professor e pro aluno, mas eu acho que na verdade, se o professor, ele acreditar e colocar em prática, o aluno não vai ter a dificuldade em si. É tudo do professor aceitar, assumir e colocar em prática.

Pesquisador: É tudo muito novo o que fizemos?

Prof. 2: Não, não muito novo.

Pesquisador: Como assim, o que não é muito novo?

A Prof. 2 não conseguiu explicar o que realmente quis dizer, pareceu-nos que ela estava procurando dizer o que talvez nos agradaria, ou dizer que ela conduzia a aula bem próximo da estratégia de Modelagem Matemática. Insistimos lançando

questionamentos para ouvir suas ideias e as respostas foram dadas de forma a não se comprometer. Mesmo assim insistimos:

Pesquisador: Pense nos seus alunos, essa tarefa você acha que eles iriam desenvolver tranquilamente?

Prof. 2: Iriam, minha turma... acho que desenvolveria sim. Eu acho assim...pra mim, até eu pegar este ritmo certinho, não ia ser na primeira atividade que ia ser, não ia ser simples, cômodo, porque a gente tem mais ou menos isso né?

Pesquisador: Mas é com o tempo, toda mudança é assim.

Prof. 2: É prática.

Ainda durante a conversa, a Prof. 2 nos questionou a respeito tempo que levaria para desenvolver essa mesma Modelagem Matemática com os alunos, se deveria ser tudo em uma manhã ou uma vez por semana, durante um determinado tempo. Nesse momento, a Prof. 1 chegou e iniciamos a conversa com a presença dela. Deixamos essa resposta para um outro momento.

Fomos conversando a respeito da tarefa online e a Prof. 2 justificou ter realizado a leitura do artigo indicado, mas se perdeu no prazo e não conseguiu enviar as respostas. Achamos prudente não solicitar as respostas para não a deixar constrangida.

A Prof. 1 citou as Modelagens que apareceram no artigo (Como se determina o tamanho do anel? Qual caixa d'água comprar? Quantos alunos cabem na sua sala de aula?) e conclui que as atividades do artigo são bem semelhantes com o que elas desenvolveram (Pipoca) em nosso último encontro presencial. Ela destacou que “A do anel é bem interessante, né, porque eu fico pensando mesmo, como é que tira essa medida, como é que chegou o que era essa medida, né?”

A Prof. 2 permaneceu calada a partir do momento que a Prof. 1 chegou, voltou a postura de consentir com a cabeça ou dar um sorriso e depois disse: “Nem tudo dá para aplicar com os nossos né, pela idade, pelo grau”. A discussão permaneceu entre ser possível ou não, desenvolver as mesmas atividades e a Prof. 2 insistia em dizer que não conseguiriam:

Prof. 1: A modelagem, ela é praticamente você pegar uma situação real e através da matemática você faz o que? Consegue resolver, colocar um modelo.

Pesquisador: Um modelo! E o que é um modelo?

Prof.1: Modelo, é que eu fiquei pensando. Já é alguma coisa que tem, não é? Tipo um desses que a gente...daqueles que eu elenquei, tipo

porcentagem que já tem um modelo de como você calcula...ou usar o modelo do cálculo de ângulo...não é, é isso?.

Analisando a fala da Prof.1, percebemos que, para ela, Modelo Matemático são os procedimentos já estabelecidos, ou seja, as fórmulas elaboradas para se chegar a um resultado. Acreditamos que as professoras não pensaram que poderiam aceitar as estratégias dos alunos.

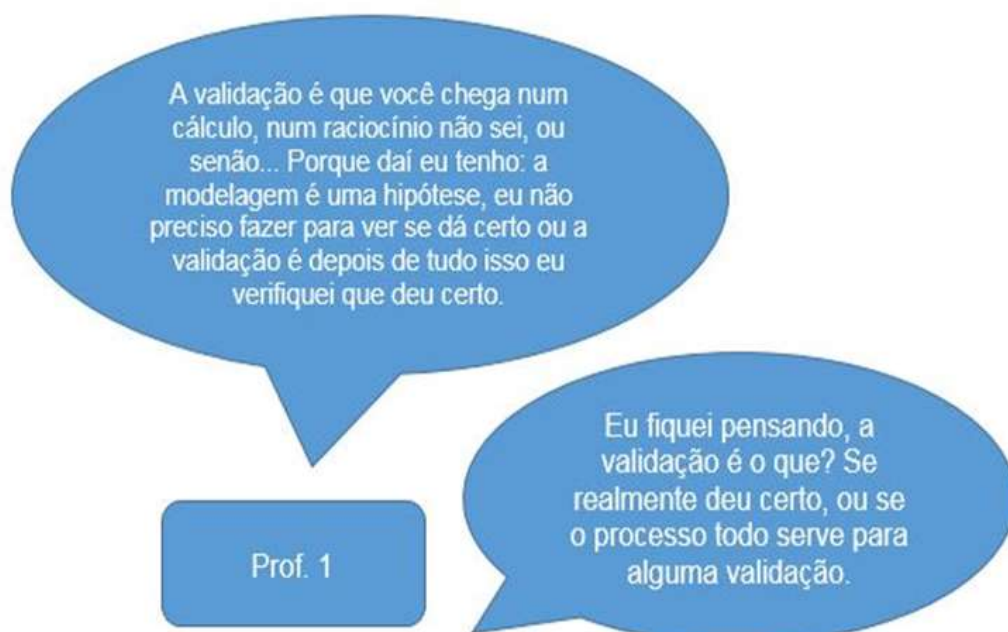
Concordamos com os apontamentos de Vertuan (2007 *apud* SILVA, VERONEZ, 2010, p. 4) quando este diz que “Uma representação é de fato uma ‘representação’ se exprimir ideias e se provocar na mente daqueles que percebem uma atitude interpretativa”.

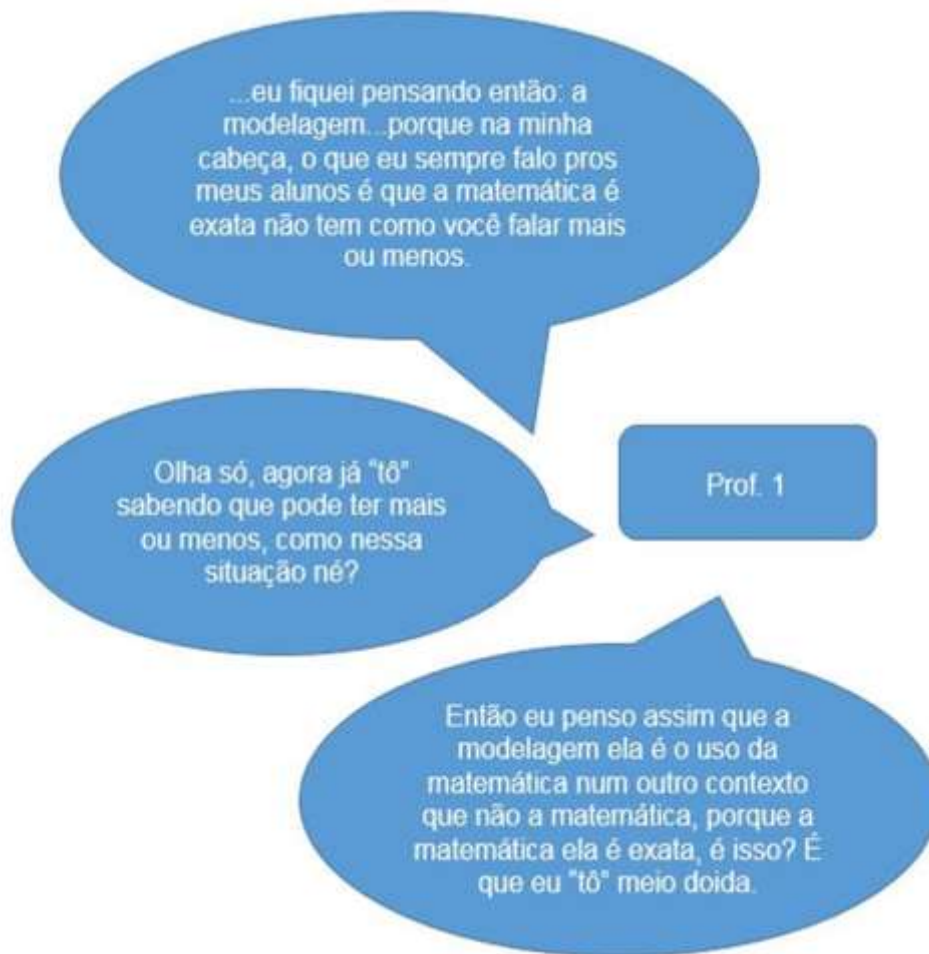
Nesse sentido, podemos pensar o Modelo Matemático como uma forma de simbolizar, de dar forma a uma situação-problema oriunda da realidade e essas representações dependem de quem a está realizando.

Voltamos às respostas que estão na Figura 9 e seguimos analisando, junto com a resolução da atividade de Modelagem Matemática (Pipoca), realizando as conexões e acreditamos que as professoras tenham percebido a diferença entre o Modelo Matemático e os Conteúdos que haviam listado.

A seguir, faremos menção à segunda questão que visava saber se ocorreu a validação do modelo. Na Figura 11 apresentamos algumas falas da Prof. 1.

Figura 11 – Falas da Prof. 1 a respeito da validação.





Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Diante das falas da Prof. 1, percebe-se que a atividade de Modelagem Matemática, mexeu com suas crenças. Em sua fala, deixa explícito que a Matemática, até então, era vista por ela como algo rígido, que não permitia aproximações, que havia um caminho apenas para se chegar ao resultado.

No entanto, durante as falas, a Prof.1 acaba se contradizendo:

Eu sempre falo assim: Gente! A matemática é tudo, o universo é matemática. Mas isso então (se referindo a Modelagem) vem para ajudar naquilo que eu sempre achava, justamente para falar para as crianças, porque eu falo, você precisa da matemática em tudo...então eu dava, às vezes, exemplos mais bobos, mais simples, tipo: na padaria, se você não sabe a tabuada, como que você faz? Você não tem o papel, você não tem a calculadora, como você vai saber se não te passaram para trás? Se o teu troco tá certo? Essas coisas assim, mas agora nesse olhar então você tem muito mais argumento de falar...

Percebe-se nessa fala que ocorre uma mistura de pensamentos, pois a Prof. 1 defende que a Matemática está em nossas vidas o tempo todo e, nesse caso, ela cita o ato de ir à padaria comprar pão, mas parece deixar transparecer nas entrelinhas que o aluno precisa das regras, dos padrões definidos, não abre hipótese para estratégias diferentes.

Existe um misto entre o pensar e o agir, acreditamos que a atividade de Modelagem Matemática tenha provocado uma inquietação na Prof. 1, demonstrando que ela pode e deve olhar a Matemática de uma forma não tão rígida, procurando aceitar estratégias para a resolução dos problemas propostos.

Nesse ponto, voltamos a pergunta: Ocorreu a validação do modelo?

Prof.1 e 2: Sim!

Pesquisador: Como vocês perceberam que sim?

Prof. 2: Chegamos ao resultado.

Pesquisador: E chegar ao resultado garante a validação?

Prof. 1: Precisamos fazer a pipoca para saber.

Pesquisador: Será Mesmo? Para se chegar a validação, necessitamos pôr em prática?

Uma pausa se fez e como não surgiu nenhuma resposta, lançamos a proposta de retomar o artigo de Tortola e Almeida (2013) que utilizamos para a tarefa online.

Nessa busca pela resposta, sentimos a necessidade de buscar mais referências. Recorremos então ao livro “Modelagem Matemática na educação básica” de Almeida, Silva e Vertuan (2016). Realizamos a leitura das páginas 15 a 19 e as professoras destacaram a seguinte afirmação:

A interpretação dos resultados indicados pelo modelo implica a análise de uma resposta para o problema. A análise da resposta constitui um processo avaliativo realizado pelos envolvidos na atividade e implica uma validação da representação matemática associada ao problema, considerando tanto os procedimentos matemáticos quanto à adequação da representação para a situação. Essa fase visa, para além da capacidade de construir e aplicar modelos, ao desenvolvimento, nos alunos, a capacidade de avaliar. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2016, p. 16).

Portanto, as professoras perceberam que ocorreu a validação porque avaliaram a situação, retomaram os registros, refizeram os cálculos e acreditam ter chegado ao resultado aproximado para a proposta da atividade de Modelagem Matemática.

Pegando gancho da avaliação dos resultados, seguimos perguntando: “E como avaliar uma atividade de Modelagem Matemática?”

A Prof. 1 inicia a falar de como ocorre o processo de avaliação na escola: “Bom, na realidade, avaliação que vale para eles (alunos) é a avaliação mesmo na prova, mas eu avalio todo o processo, tudo é avaliado.” A Prof.1 afirma que para os alunos, o peso maior é no instrumento prova.

Continuando a fala da Prof. 1: “Esse ano a nota é só a prova e o trabalho, mas eu, enquanto professora, avalio o processo... acho isso muito absurdo, não concordo com esse tipo de avaliação porque eu sou professora, eu sei o que meu aluno sabe e lá, naquela avaliação, ele errou”. Percebe-se nessa fala, que o olhar da professora perpassa pelo processo de ensino e de aprendizagem.

Em alguns momentos, a Prof. 2 fazia algumas colocações como: “Também acho.”, “Sim”, “Bem isso”, nos pareceu que a professora estava preocupada, com medo do que viria, se ela teria que fazer diferente, avaliar sem utilizar os instrumentos prova e trabalho.

Sentimos necessidade de discutir, mesmo que de uma forma muito rápida, a compreensão que as Prof. 1 e 2 tinham a respeito da diferença entre avaliação e prova. Durante a exposição demonstraram conhecer a distinção entre avaliação e o instrumento prova, mas nas falas ocorreram em diversos momentos a troca ao se referir a um ou outro termo.

A discussão ainda continuou a respeito da avaliação: Como avaliar? Que instrumentos utilizar? Para que avaliar? O que fazemos com o resultado da avaliação?

Propusemos então a leitura do artigo “Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática” de Silva e Dalto (2017) para subsidiar a discussão. Procedemos com a leitura, realizando algumas paradas para tecer comentários quando sentíamos necessidade. Em uma das pausas, a Prof. 2 disse: “Mas a prova é um documento que precisa aparecer para comprovar”, esse comentário veio corroborar com as percepções de que o instrumento prova tem uma grande importância para ela, que esse é necessário como uma confirmação do que o aluno aprendeu.

Para que avaliar e o que fazer com o resultado da avaliação sendo discutido e nas falas das professoras percebemos que existe o pensamento de que avaliamos para saber o que realmente os alunos se apropriaram, e a partir dos resultados eu planejo minhas aulas com o objetivo de pensar o ensino e a aprendizagem.

Prof. 1: Então, eu gosto também, independente da disciplina, quando eu termino aquele bimestre eu falo: nós vamos fazer uma produção de texto. O que você aprendeu? O que ficou de geografia? Tudo que a gente discutiu. Aí eles vão produzir um texto, fica lá o registro...isso é rico, porque além de fazer uma criança pensar naquilo que realmente ela vai agora começar, vai ter que registrar e ela vai ter que registrar dentro da formalidade de português, o texto.

Tentando obter mais informações a respeito do processo de avaliação, percebemos – na fala da Prof. 1 – a preocupação em olhar cada aluno por ele mesmo, ou seja, comparando sua evolução e não ranquear os alunos para saber quem tem mais nota ou menos nota. Nos trechos das falas da Prof. 1 podemos perceber essa inquietação:

Para aprovar no fim do ano, temos o conselho e as vezes o aluno não conseguiu a nota, mas ele cresceu. Teve todo o processo, e daí, todo processo é tudo que ele fez. Ele fez o mais difícil que é raciocinar. Não é o mais difícil? Que depois que você der uma conta, depois de um tempo é mecânico eles sabem fazer, fora os que têm dificuldade mesmo né, mas o que é mais difícil o raciocínio e ele tem que valer um pouquinho. Esse aluno não pode ser reprovado, mas reprova.

A Prof. 1 cita um aluno que ao chegar no conselho de classe final, não atingiu a nota para a aprovação, mas ao analisar os instrumentos utilizados que compõem a avaliação, percebe-se que o aluno teve progresso, ele demonstra ter raciocinado, interpretado, mas erra ao realizar o cálculo e o fato de ter seguido todo o raciocínio não se valoriza.

Pesquisador: Você está dizendo que não se valoriza o processo, somente a nota?

Prof. 1: Não... é que não é fácil convencer o grupo que o aluno melhorou.

Pesquisador: Para o conselho de classe, vocês levam todos os instrumentos utilizados para acompanhar, avaliar? No caso os cadernos, relatórios, etc.

Prof. 1: Levamos sim tudo que temos.

Prof. 2: Eu levo todas as provas dos alunos que estão no conselho.

Durante sua fala, a Prof. 2 deixa transparecer que o instrumento prova ainda é o mais utilizado por ela, nota-se aqui a preocupação em garantir que na prova está o conhecimento do aluno.

Demos continuidade à leitura do artigo e as professoras perceberam tratar-se de uma avaliação de uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com 29 alunos do 1º ano do curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. Nessa atividade, os alunos teriam que escolher uma situação problema, descrevê-la, medindo a temperatura de um ambiente em aquecimento ou resfriamento.

Silva e Dalto (2017, p. 1) defendem “a necessidade de elaborar e implementar critérios de pontuação que leve em consideração aspectos qualitativos do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática.”

No artigo, os autores apresentam uma escala inspirada na escala holística focada proposta por Charles, Lester e O’Daffer (*apud* PONTE *et al.*, 1997) como instrumento de avaliação para a atividade de Modelagem Matemática e, durante a leitura das partes que compõe a escala, as falas das professoras foram:

Prof. 1: Da para olhar cada parte da Modelagem. Parece que a primeira é a parte de pensar o que a gente tinha que descobrir para fazer a Pipoca.

Prof. 2: E dá para usar com os alunos? Parece os níveis da sistêmica!

A Avaliação Sistêmica a que a Prof. 2 se referiu é uma avaliação de Matemática e Língua Portuguesa, elaborada pela Secretaria Municipal de Educação de Londrina que é aplicada a todos os alunos do 1º ao 5º anos com o objetivo de levantar dados para as formações dos professores e, conseqüentemente, subsidia a escola e professores com as informações do rendimento das turmas.

No caso específico citado pela professora, faz-se referência aos critérios de correção que foram elaborados para as questões de resolução de problemas que utilizam níveis que vão de 1 a 4, procurando valorizar o raciocínio, os registros e as respostas.

Seguindo a leitura e discussão, apresentamos a escala de avaliação preenchida a partir da atividade de Modelagem Matemática que as professoras desenvolveram. Após olhar detalhadamente toda a avaliação, a fala da Prof. 1 foi a seguinte: “Dá para ser usado em tudo?”, querendo saber se poderia usar a escala para avaliar seus alunos. Deixamos para que ela mesma encontrasse a resposta durante as discussões de cada parte da escala.

Na Figura 12, a seguir, apresentamos a primeira parte da escala que consiste na fase de inteiração. A parte da escala destacada com fundo cinza na figura refere-se à avaliação que apontamos a respeito da atividade desenvolvida pelas professoras.

Figura 12 - Fase de Inteiração

DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	
2	É possível identificar a situação-problema; apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
1	É possível identificar a situação-problema, mas não apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
0	Não é possível identificar a situação-problema.
DESCRIÇÃO DO PROBLEMA A SER ESTUDADO	
2	O problema está claramente definido a partir da descrição da situação-problema.
1	Há definição de um problema não relacionado aos dados coletados.
0	A situação-problema não gera um problema a ser estudado.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Acreditamos que nessa fase as professoras tenham conseguido identificar a situação-problema e definido o que precisariam pesquisar. Logo de início as professoras colocaram que o problema já veio determinado por nós, pesquisadores. Justificamos que a princípio sim, mas mostramos que elas levantaram outros problemas, como o valor a ser gasto. Então, elas perceberam que identificaram novos problemas para a proposta.

A fase que envolve a Matematização e a resolução está representada na Figura 13, a seguir.

Figura 13 - Matemática e a resolução.

DEDUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO	
4	Expressa um modelo matemático que representa a situação-problema.
3	Expressa um ou mais modelos matemáticos que não representam a situação-problema.
2	Expressa apenas um modelo matemático que não representa a situação-problema.
1	Há registros de um modelo matemático não expresso.
0	Não há registro remetendo a um modelo matemático.
RESULTADOS MATEMÁTICOS	
Explicação de procedimentos	
2	Explica corretamente os raciocínios usados na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
1	Apresenta algumas falhas nos raciocínios usados e na seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
0	Não explica as razões para a seleção dos procedimentos de resolução dos cálculos solicitados.
Persistência na resolução	
2	Realiza os cálculos solicitados mesmo que sejam encontradas dificuldades.
1	Realiza parte dos cálculos solicitados, desistindo ao encontrar dificuldades.
0	Não realiza os cálculos solicitados ou desiste facilmente ao encontrar dificuldades.
Flexibilidade na resolução	
2	Percebe que os métodos utilizados são adequados e/ou propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.
1	Percebe que os cálculos utilizados não são adequados e propõe outros métodos não-adequados de resolução dos cálculos solicitados.
0	Não percebe que os métodos utilizados não são adequados nem propõe outros métodos adequados de resolução dos cálculos solicitados.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Na Dedução de um Modelo Matemático, mesmo as professoras tendo apresentado certa confusão entre Modelo Matemático e conteúdo, nos registros, pode-se notar que o Modelo Matemático estava sim registrado.

Os modelos obtidos no desenvolvimento da atividade são procedimentais, indicam o que elas precisam fazer para chegar ao resultado, utilizando-se, em boa parte, de números e cálculos. Relembramos a resposta que a Prof. 1 registrou quando lhe foi perguntado se a atividade da Pipoca apresentava um modelo matemático e ela aparentou ter percebido a existência dele em sua atividade.

Na Figura 14 constam as fases de interpretação dos resultados e validação em que analisamos se as professoras interpretaram os resultados, verificando se os mesmos são possíveis e a se a solução corresponde ao que foi solicitado.

Figura 14 - Interpretação dos resultados e validação.

INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS.	
2	Interpreta os resultados matemáticos e não matemáticos com a situação-problema.
1	Interpreta parcialmente os resultados matemáticos ou não-matemáticos com a situação problema.
0	Não interpreta os resultados obtidos com a situação-problema, aceitando quaisquer resultados encontrados.
VALIDAÇÃO.	
2	Apresenta a validação dos dados por meio da comparação dos resultados calculados pelo modelo matemático e os coletados empiricamente, mas apresenta argumentos que possibilitam uma validação parcial.
1	Não apresenta explicitamente a validação dos dados por meio de comparação entre os calculados por meio de um modelo matemático e os coletados empiricamente, mas apresenta argumentos que possibilita uma validação parcial.
0	Não apresenta explicita nem implicitamente a validação do modelo matemático deduzido ou não faz a dedução de um modelo matemático para a situação.
SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA.	
2	Apresenta solução que corresponde ao problema definido.
1	Apresenta solução que não corresponde ao problema definido.
0	Não apresenta solução alguma

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

As professoras indagaram se no caso específico da Pipoca, para ocorrer a validação, não seria necessário vivenciar tudo que foi pensado, ou seja, estourar o milho para todos, como foi solicitado no início.

Prof.1: Eu tenho aqui a Modelagem, que até ver se dá certo é uma hipótese, eu não preciso fazer (pipoca) para ver se dá certo ou a validação é depois de tudo isso e eu verifiquei que deu certo? [...] A validação é o que é depois de tudo isso que eu verifiquei que deu certo?

Na fala da professora percebemos que não estava claro o que seria a validação, e por isso optamos em trazer os registros realizados por elas para análise. Na Figura 15 consta o registro da hipótese que 1 (um) pacote de milho de 500g

consegue encher aproximadamente 40 saquinhos; então, para 280 pessoas são necessários 7 pacotes de milho.

Figura 15 – Registro das professoras.

1 pot 500g = 40 saquinhos de pipoca	
280	40
280	7
32,13 → milho	000

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Nessa retomada, as professoras avaliaram o processo, perceberam também que os cálculos atendiam a proposta inicial que era saber quantos pacotes de milho eram necessários e que, neste caso, não seria preciso pôr em prática, ou seja, estourar os milhos para distribuir às pessoas.

Lançamos então a pergunta: “Então, ocorreu validação mesmo sem ter estourado pipoca para todas as 280 pessoas?”. As respostas foram as seguintes:

- Prof. 2: Sim, porque o cálculo está correto, nós olhamos novamente.
 Prof. 1: Então se eu olhar de novo e perceber que está certo todo o caminho que fiz, é validação? ... É avaliar meus raciocínios?
 Pesquisador: Esse processo de avaliar, verificando se o caminho escolhido e os registros realizados atendem ao que foi solicitado e apresentam uma solução possível, é a validação.
 Prof. 2: E os gastos que pensamos?
 Prof. 1: Isso mesmo.

Na Figura 16 organizamos os gastos aos quais a Prof. 2 se referiu e na Figura 17 apresentamos os registros realizados pelas professoras durante a atividade de Modelagem Matemática.

Figura 16 – Organização dos gastos

7 pacotes de milho a R\$ 4,59 cada pacote	R\$ 32,13
1 litro de óleo	R\$ 3,50
Saquinhos para acondicionar as pipocas	R\$ 30,00
Sal	R\$ 3,00
Gasto total	R\$ 68,63

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Figura 17 – Registros realizados pelas professoras.

$$\begin{array}{r} 32,13 \rightarrow \text{milho} \\ - 3,50 \rightarrow \text{óleo} \\ \hline 28,63 \rightarrow \text{saquinho} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28,63 \\ + 3,00 \rightarrow \text{sal} \\ \hline 31,63 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Prof. 1: Está certo nosso cálculo, talvez mude um pouco para mais ou para menos, dependendo de onde se compra.

Pesquisador: Está validado ou não?

Prof.2: Claro que está.

Prof. 1: Mas com os alunos o legal é fazer para saber se deu certo.

Aproveitamos a oportunidade e já adiantamos que o próximo passo seria colocar em prática.

Apresentamos então a proposta para que as professoras desenvolvessem a atividade de Modelagem Matemática com seus alunos, cada uma com sua turma e as dúvidas começaram a respeito de como proceder ao desenvolver a atividade com os alunos. Orientamos que fosse de uma forma muito próxima da que nós, pesquisadores, tivemos ao trabalhar a atividade de Modelagem Matemática com elas, evitando dar direcionamentos, pistas ou dicas.

Surgiram então colocações como:

Prof. 2: Não vão lembrar do óleo.

Prof. 1: Tem criança que é do mundo da tecnologia, só micro-ondas.

Prof. 2: E o tempo? Você ainda não falou se é em um dia só.

Retomamos a leitura da proposta da Modelagem Matemática: Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores, equipe gestora e funcionários possam comer pipoca? Analisamos tudo que foi realizado e quanto tempo foi utilizado. Nesse caso, as professoras resolveram em apenas uma manhã.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2016) devido aos diferentes encaminhamentos que podem ser dados ao se desenvolver uma atividade de

Modelagem Matemática, não é possível determinar um tempo fixo, tudo depende da atividade proposta. Portanto, cabe ao professor perceber e estipular prazos de acordo com o andamento da atividade.

Nesse momento, as professoras perceberam que elas foram elencando outros problemas para serem resolvidos além dos que nós já havíamos proposto. Vislumbramos um semblante de espanto, de surpresa ao notarem o quanto a atividade foi se desmembrando.

Mostraram-se dispostas a aplicar com seus alunos e já foram discutindo as estratégias que utilizariam para desenvolvê-la, ajustando os horários das aulas, pensando em já comunicar a equipe gestora que haveria uma movimentação dos alunos, que necessitariam do apoio das merendeiras e talvez de mais alguns membros da escola.

Ao levar a escala de avaliação, nosso objetivo foi apresentar um instrumento que avalia a atividade, o processo, a partir do seu desenvolvimento, de suas diferentes fases, por estarmos com uma alternativa pedagógica que prioriza todo o processo, o caminho que as professoras percorreram com suas interpretações e investigações no desenvolver da atividade.

Antes de encerrar nosso encontro, lançamos a pergunta que nos foi feita no início desse dia: “Dá para ser usado em tudo?”, fazendo então referência à escala. A Prof. 1 abriu um sorriso e falou: “Ahhhhh! Dá, mas pra eu usar vou ter que avaliar sempre em grupo porque tem muito detalhe”.

Esse detalhe a que a Prof. 1 se referiu é o percurso, o caminho que o aluno, ou os alunos, percorreram com seus registros, cálculos e esquemas para chegar a uma solução, que é muito rico e serve de parâmetro para o professor repensar sua prática.

4.5 QUINTO MOMENTO

O quinto momento foi destinado para que as professoras desenvolvessem a atividade de Modelagem Matemática com suas turmas, sendo que deixamos um tempo inicial de duas semanas.

Durante as semanas estipuladas para o desenvolvimento da Modelagem Matemática mantivemos contato para saber como o trabalho estava transcorrendo e percebemos, a cada conversa, que as professoras não estavam desenvolvendo a

Modelagem Matemática. Estipulavam uma data e depois justificavam que, por diferentes motivos como aplicação de prova, conclusão dos conteúdos, conselho de classe ou mesmo outros motivos, não conseguiam aplicar. Propusemo-nos a auxiliar, apesar de não ser esse o nosso objetivo e, diante da nossa proposta, as professoras reservaram as datas de 2 e 3 de maio para a realização da atividade.

Durante esse período em que aguardamos a aplicação da atividade, retomamos as gravações dos encontros, e nesse movimento algumas falas causaram inquietação. Pareceu-nos que as professoras não enxergavam, na Modelagem Matemática, uma alternativa que pudesse vir a fazer parte do seu planejamento. Destacamos a seguir, algumas partes que acreditamos ser importantes:

“Geralmente 4º ano é água, tratamento da água, alguma coisa assim”

“É outro professor!” (Referindo-se ao conteúdo de Ciências).

“Temos conteúdos para dar conta...”

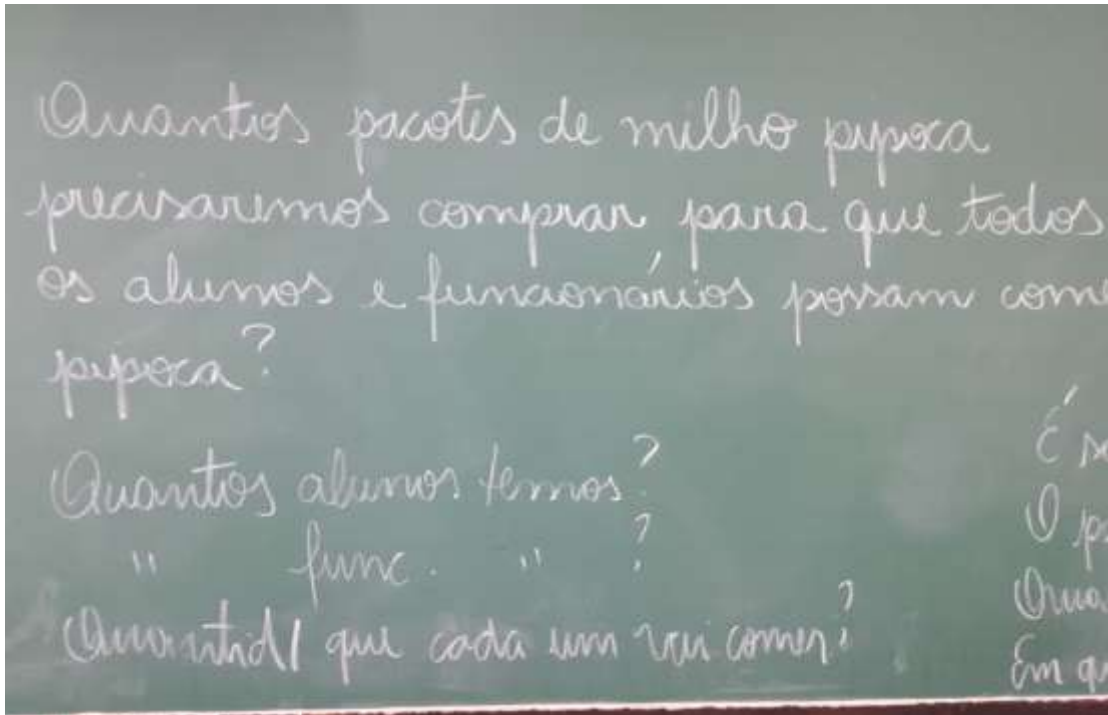
Pensando nisso, elaboramos tarefas a partir da Modelagem Matemática da pipoca envolvendo os conteúdos referentes ao 4º ano para apresentar no próximo encontro.

4.6 SEXTO MOMENTO (Presencial)

No dia 6 de maio de 2019 ocorreu o encontro presencial para que as professoras pudessem relatar como ocorreu a atividade de Modelagem Matemática. A Prof. 1 iniciou explicando que realizou uma conversa com sua turma dizendo que iriam realizar uma atividade que na verdade era um problema e que não seria muito diferente do que já trabalhavam. Percebemos, pela fala da professora, que o objetivo era despertar o interesse dos alunos em trabalhar com a proposta, mas que para o desenvolvimento seriam utilizadas estratégias familiares ao que habitualmente eles eram expostos.

De acordo com o relato, a Prof. 1 escreveu a proposta da atividade no quadro e, logo a seguir, foi anotando as perguntas proferidas pelos alunos, como mostra a Figura 18.

Figura 18 – Proposta da Modelagem Matemática.



Fonte: Dados fornecidos pela Prof.1 da pesquisa (2019).

Nesse movimento, os alunos foram dando seus palpites para resolver quantos pacotes teriam que ser entregues, se entregariam para toda a escola, somente para a sala deles e, de acordo com a Prof. 1, os alunos foram se envolvendo.

A seguir, destacamos algumas partes do relato feito pela Prof. 1 de como ocorreu o diálogo entre ela e os alunos. As falas que se referem aos alunos encontram-se grafadas em itálico.

Prof. 1: E eu falava mas dois para todo mundo? Mas pra todo mundo? *É, 2. Porque 1 é um pouco.* Depois você vê as fotos porque eu coloquei tudo no quadro. E eu tirei foto de tudo que eu escrevi no quadro. Eles copiaram no papel deles. Então tá no quadro para você ver, e no papel que eles copiaram.”

Pesquisador: Então você foi direcionando?

Prof. 1: Com todo mundo direcionando. Eles faziam as perguntas e eu colocava lá.

Ah! Mas é só para nossa sala? Não, então vamos colocar aqui.

É só pra nossa sala? Vamos ver.

Escuta, mas pipoca, o que a gente usa para fazer pipoca? E foram falando: *ah precisa do óleo, precisa do sal, precisa da panela grande, precisa de não sei o quê.*

O diálogo segue explorando a fala dos alunos até o momento em a professora relata ter falado que com 1 pacote de milho, é possível encher aproximadamente 40

pacotinhos de pipoca. Perguntamos como os alunos chegaram a esse valor e a resposta veio da Prof. 2: “Um grupo de alunos da minha turma e outro da turma da Prof. 1 foram até o refeitório e acompanharam a merendeira estourar os milhos. Depois todos os alunos foram até lá para encher os pacotinhos”. A Figura 19 evidencia o registro desse momento.

Figura 19 – Alunos enchendo os pacotinhos com as pipocas.



Fonte: Dados fornecidos pela Prof.1 da pesquisa (2019).

Ficou entendido que alguns alunos das duas turmas acompanharam a merendeiras no processo de estourar o pacote de milho e que em seguida os outros alunos participaram do momento de encher os pacotinhos com as pipocas para encontrar qual a quantidade que seria possível de encher.

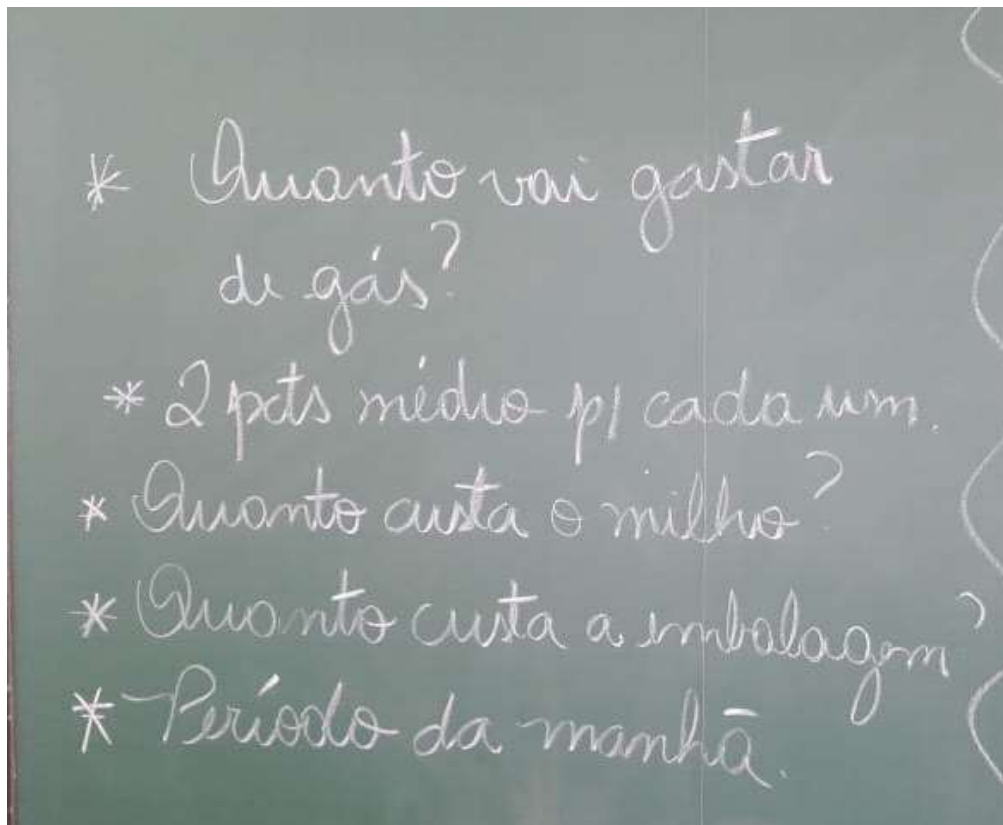
De acordo com o relato das professoras, os alunos que se envolveram no processo de encher os pacotinhos sentiram-se importantes, pois estavam desenvolvendo uma atividade para toda a escola do período matutino. Surgiram algumas preocupações expressas nas falas dos alunos:

“Será que vai faltar?”
“E se alguém quiser mais sal?”
“Se sobrar pode comer?”

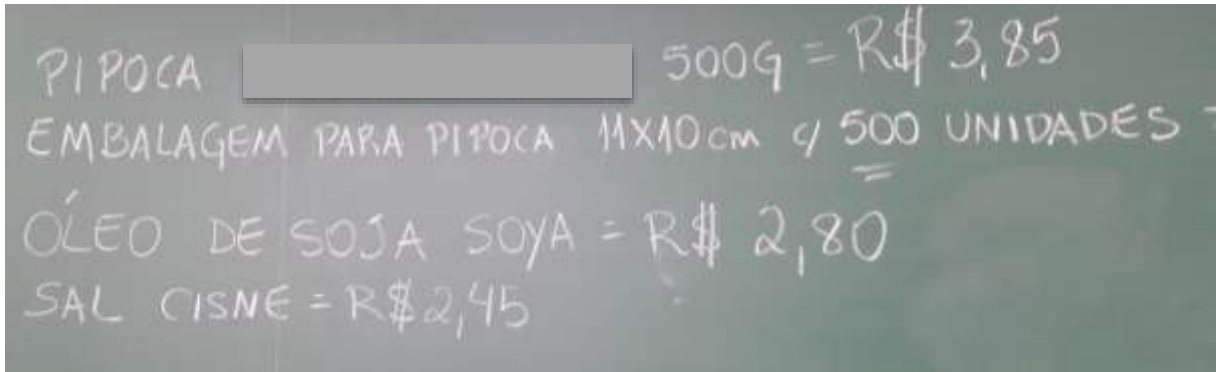
Retomando o relato do desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, percebemos que as professoras acabaram por direcionar o levantamento dos dados, das informações para o desenvolvimento da atividade, talvez por procurarem seguir o raciocínio semelhante que elas tiveram ao desenvolver a atividade ou por acreditarem que os alunos não conseguiriam encontrar uma solução para o problema. Mas, o que elas queriam que eles respondessem? Esse talvez seja um ponto chave, o controle. Trabalhar com Modelagem Matemática é se abrir a possibilidades de se encontrar caminhos, às vezes diferentes dos que pensamos, mas que podem apresentar resultados ou soluções para a proposta.

Na Figura 20 apresentamos os questionamentos feitos pela Prof. 1 para conduzir a atividade de Modelagem Matemática e na Figura 21 o registro dos valores encontrados.

Figura 20 – Questionamentos da Prof. 1.



Fonte: Dados fornecidos pela Prof.1 da pesquisa (2019).

Figura 21 – Valores dos produtos

Fonte: Dados fornecidos pela Prof.1 da pesquisa (2019).

Indagamos como ocorreu a pesquisa dos preços e a resposta foi que as professoras trouxeram. Conversamos a respeito desse “trazer os valores”, que era uma oportunidade de os alunos pesquisarem na internet, trazer essa informação de casa ou até mesmo ir com a turma até o mercado que fica bem próximo da escola. Ficou como uma orientação para os próximos trabalhos.

A Prof. 1 realizou comentários de como foi feita a divisão do número de pessoas pela quantidade de pacotinhos para encontrar a quantidade de saquinhos de milho que precisariam ser comprados: “Fizeram a divisão do jeito deles e chegaram. Um grupo foi diminuindo, fizeram subtração. Eles foram diminuindo, diminuindo, diminuindo, diminuindo até chegar. Outro grupo fez adição. Eu não fiquei falando ‘oh faz assim’.”

Destacamos essa fala porque, de acordo com as professoras, os alunos ainda não realizam divisão com dois algarismos no divisor e, mesmo assim, encontraram o mesmo valor. Na Figura 22, a seguir, apresentamos o registro de um grupo da Prof. 1 com adições sucessivas para resolver a divisão.

Figura 22 – Adições sucessivas

$$\begin{array}{r}
 1P \ 500 = 46 \\
 2P \ 1000 = 92 \quad \begin{array}{r} 92 \\ + 46 \\ \hline 138 \end{array} \\
 3P \ 1500 = 138 \quad \begin{array}{r} 138 \\ + 46 \\ \hline 184 \end{array} \\
 4P \ 2000 = 184 \quad \begin{array}{r} 184 \\ + 46 \\ \hline 230 \end{array} \\
 5P \ 2500 = 230 \quad \begin{array}{r} 230 \\ + 46 \\ \hline 276 \end{array} \\
 6P \ 3000 = 276 \\
 7P \ 3500 = 322 \quad \begin{array}{r} 276 \\ + 46 \\ \hline 322 \end{array} \\
 8P \ 4000 = 368 \quad \begin{array}{r} 322 \\ + 46 \\ \hline 368 \end{array} \\
 9P \ 4500 = 414 \quad \begin{array}{r} 368 \\ + 46 \\ \hline 414 \end{array} \\
 10P \ 5000 = 460 \quad \begin{array}{r} 414 \\ + 46 \\ \hline 460 \end{array} \\
 11P \ 5500 = 506 \quad \begin{array}{r} 460 \\ + 46 \\ \hline 506 \end{array} \\
 12P \ 6000 = 552 \quad \begin{array}{r} 506 \\ + 46 \\ \hline 552 \end{array} \\
 13P \ 6500 = 598 \quad \begin{array}{r} 552 \\ + 46 \\ \hline 598 \\ + 46 \\ \hline 644 \\ + 46 \\ \hline 690 \end{array}
 \end{array}$$

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A Prof. 2 permaneceu calada, apenas ouvindo os relatos da colega e em alguns momentos sorria. Quando nos dirigimos especificamente a ela, a resposta foi: “Na minha turma eu fiz igual a Prof. 1, fui perguntando e registrando no quadro e cada um calculou com as informações que pesquisaram”.

De acordo com os relatos, os alunos, das duas turmas se envolveram no desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática.

Nas Figuras 23 e 24 selecionamos dois registros realizados pelos alunos.

Figura 23 – Registros grupo de alunos da Prof.1.

Quantos pacotes de milho pipoca precisamos comprar para que todos os alunos e funcionários possam comer pipoca?

Quanto quanto aluno e quanto funcionário? Quantidade que cada um vai comer é só do milho solo?

O pacote é de quantos gramas?

Quanto custa o pacote de pipoca?

Em que panela fazer?

Quanto vai gastar de gás?

2 pacotes medio p cada um

Quanto custa o milho?

Quanto custa a embalagem?

Quantos de margarina

Quantos colheres de milho

Pipoca queli premium 500g = R\$ 3,85

embalagem para pipoca 17x70 cm 500 unidades = R\$ 12,40

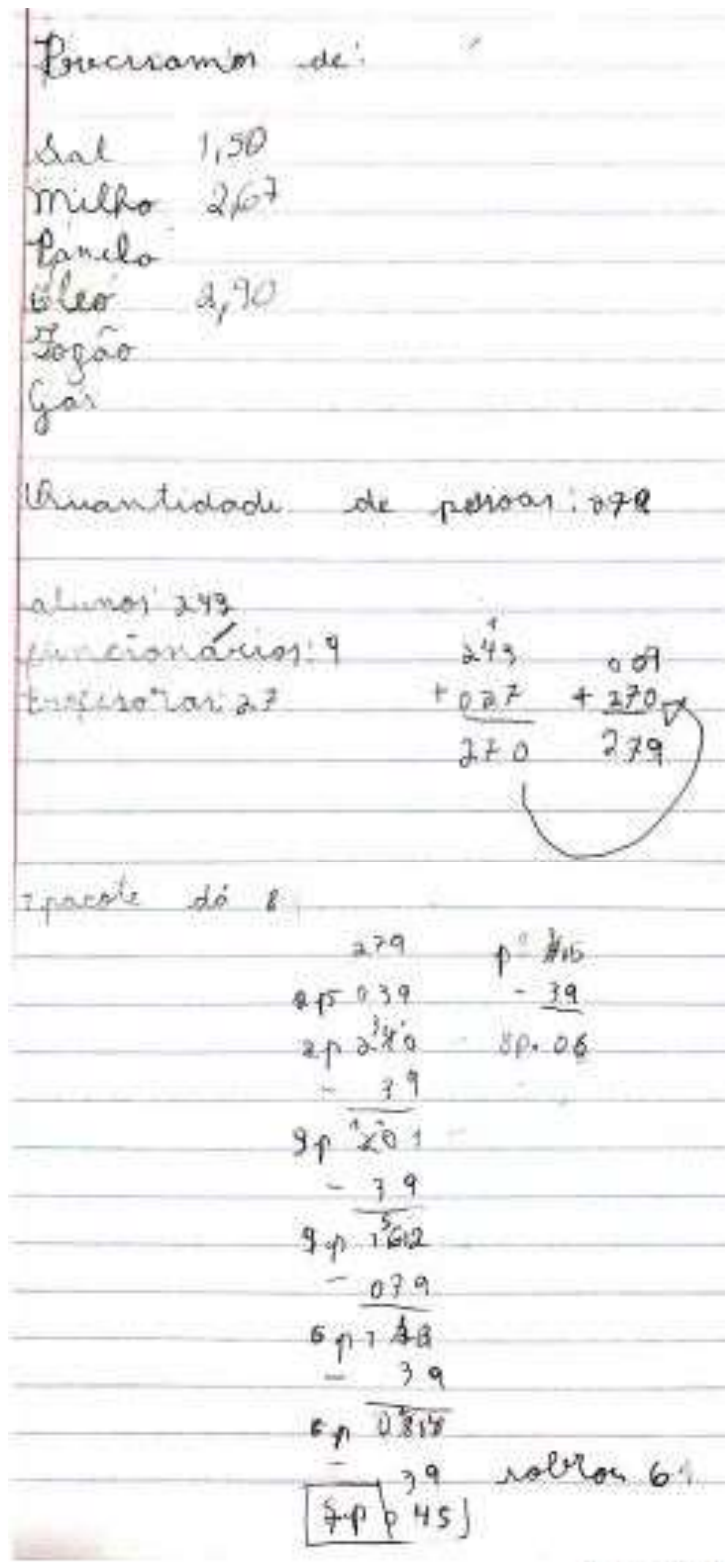
Óleo de soja - 1 litro = R\$ 2,80

sal - 1 kg = R\$ 2,45

46 pacotes de pipoca

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Figura 24 – Registros grupo de alunos da Prof. 2.



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Os alunos, segundo as professoras, estavam ansiosos, querendo saber se iriam colocar em prática, se entregariam as pipocas para a escola. As professoras

afirmaram que iriam colocar em prática, mas que seria somente para o período matutino.

Apresentamos para as professoras a escala que utilizamos para avaliá-las e solicitamos que verificassem a possibilidade de utilizá-la para avaliar a atividade desenvolvida pelos alunos e, se necessário, poderiam ser realizadas adequações para poder utilizar de acordo com a etapa que estávamos desenvolvendo.

As professoras mostraram-se preocupadas, dizendo que não teriam como avaliar cada aluno, esclareceram que a avaliação dessa atividade deveria ser por grupo, pois a mesma foi realizada em grupo.

As professoras discutiram cada item e não propuseram nenhuma alteração. Propusemos então que realizassem a avaliação naquele momento. Acreditamos que o fato de ter lembrado de todo o processo de realização da atividade com os alunos, favoreceria o preenchimento e, também, estaríamos por perto para esclarecer possíveis dúvidas.

Durante o preenchimento da escala, alterações foram sendo feitas na fase de inteiração. Na Figura 25 colocamos uma parte da escala adaptada por Silva e Dalto (2017), sem alteração e na Figura 26 estão com as alterações solicitadas pelas professoras.

Figura 25 – Fase de inteiração

DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	
2	Ajuda a criar e ou ampliar a situação proposta.
1	Tenta identificar mas não apresenta informações coerentes.
0	Não ajuda a criar e ou ampliar a situação proposta.
DESCRIÇÃO DO PROBLEMA A SER ESTUDADO	
2	O problema está claramente definido a partir da descrição da situação-problema.
1	Há definição de um problema não relacionado aos dados coletados.
0	A situação-problema não gera um problema a ser estudado.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Figura 26 – Fase de interação com alteração.

DESCRIÇÃO DA SITUAÇÃO-PROBLEMA	
2	É possível identificar a situação-problema; apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
1	É possível identificar a situação-problema, mas não apresenta informações necessárias para a definição de um problema a ser estudado.
0	Não é possível identificar a situação-problema.
DESCRIÇÃO DO PROBLEMA A SER ESTUDADO	
2	O problema está claramente definido a partir da descrição da situação-problema.
1	Há definição de um problema não relacionado aos dados coletados.
0	A situação-problema não gera um problema a ser estudado.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

As alterações surgiram porque, de acordo com as professoras, na proposta da atividade de Modelagem Matemática o problema já estava pronto, era saber a quantidade de pacotes de milho que teria de ser comprado e com essa alteração deixam claro que estão avaliando a ampliação do problema inicial.

As demais partes da escala foram sendo preenchidas sem nenhuma alteração. Após o preenchimento, solicitamos que observassem a atividade que estavam avaliando e a escala preenchida. A Prof. 1 falou “Seria tão mais simples se não tivesse a nota.”

Pesquisador: Vocês perceberam que há um valor atribuído a cada critério?

Prof. 1: Tem sim, mas podemos usar? Dá para aumentar o valor?

Pesquisador: O que você acha Prof. 2?

Prof. 2: Dá sim!

O trabalho com instrumentos que avaliam o caminho percorrido pelo aluno, onde o mesmo demonstra os conhecimentos que possui e de que forma faz uso deles, ainda está distante da prática das professoras, mesmo elas tendo sinalizado já terem utilizado uma escala por níveis em uma Avaliação Sistemática.

Percebemos essa distância na relação muito forte destas com a nota. Não vislumbrando poder “dar nota” em uma outra situação que não seja a prova.

Para encerrar esse encontro, mesmo as professoras tendo falas tão positivas a respeito do desenvolvimento da atividade, tais como “Eu queria muito trabalhar

assim. Eu acho que o aluno se envolve mais”, “Também gostaram, foi tudo novo”, sentimos necessidade de dizer às professoras que elaboramos algumas atividades a partir da Modelagem Matemática com o foco no conteúdo do 4º ano e que nosso objetivo, naquele momento, era que elas percebessem que a Modelagem Matemática pode fazer parte do planejamento, e que conforme colocam Almeida, Silva e Vertuan (2016) “os alunos tanto podem ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso”.

Na Figura 27 apresentamos apenas uma parte das atividades elaboradas, justamente por ter sido essa a escolhida pelas professoras. Essa atividade favorece o raciocínio algébrico, percepção de regularidade e identificação de padrão geral que define sequências (noções iniciais de função), proporcionalidade, multiplicação e divisão (as relações) e tratamento da informação. As professoras se propuseram a aplicar com seus alunos. As questões elaboradas na íntegra e apresentada às professoras para análise fazem parte do Apêndice A.

Figura 27 – Atividades selecionadas pelas professoras.

<p>Escola Municipal _____ Aluno(a): _____ Data: _____</p> <p>O mercado próximo a escola vende o pacote de milho de pipoca por aproximadamente 4 reais. A tabela a seguir mostra o preço dos pacotes de milho de acordo com as unidades vendidas.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>UNIDADES VENDIDAS</th> <th>TOTAL A PAGAR</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>8</td></tr> <tr><td>3</td><td>12</td></tr> <tr><td>4</td><td>16</td></tr> <tr><td>5</td><td>20</td></tr> <tr><td>6</td><td>24</td></tr> <tr><td>7</td><td>28</td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> <tr><td> </td><td> </td></tr> </tbody> </table> <p>Complete a tabela e responda as questões:</p> <div style="border: 1px solid black; height: 80px; width: 100%;"></div> <p>a) Qual será o preço de 10 pacotes de milho? R: _____</p>	UNIDADES VENDIDAS	TOTAL A PAGAR	1	4	2	8	3	12	4	16	5	20	6	24	7	28					<p>b) E se forem 20 sacos? Qual será o total a pagar? R: _____</p> <p>c) Como você descobriu? Explique. R: _____</p> <p>d) Escreva uma expressão matemática que mostre o cálculo do preço de uma quantidade qualquer de pacotes vendidos e do seu total a pagar. R: _____</p> <p>e) E se for gasto 52 reais no mercado com a compra de pacotes de milho, quantos pacotes ele comprou? R: _____</p>
UNIDADES VENDIDAS	TOTAL A PAGAR																				
1	4																				
2	8																				
3	12																				
4	16																				
5	20																				
6	24																				
7	28																				

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Acordamos então a data do dia 15 de maio de 2019 para a validação da Modelagem Matemática desenvolvida pelos alunos. Nessa data eles deveriam estourar as pipocas e distribuir 1 pacotinho para cada pessoa no período matutino.

4.7 SÉTIMO MOMENTO

No dia 15 de maio de 2019 os alunos, juntamente com as professoras foram até o refeitório estourar os pacotes de milho. Encheram os pacotinhos e depois distribuíram um para cada pessoa. Nesse movimento, confirmaram que os cálculos que fizeram atenderam à proposta inicial.

Achamos pertinente não estarmos presentes, pois foi um trabalho desenvolvido entre alunos e professores. A seguir, na Figura 28 selecionamos algumas fotos que registraram o momento.

Figura 28 – Momentos da Validação



Fonte: Dados fornecidos pela Prof. 1 (2019).

Fez-se necessário acrescentar um encontro presencial que denominamos como Oitavo Momento.

4.8 OITAVO MOMENTO

No dia 10 de junho de 2019 nos reunimos para que as professoras pudessem nos passar as impressões a respeito do momento de vivenciar o que foi planejado, pensado e calculado pelos alunos. A Prof. 2 manifestou-se dizendo: “Se pudesse aproveitar tudo o que foi colocado durante esse trabalho, poderia trabalhar o bimestre inteiro [...] Se deixar eles vão”.

Solicitamos então que esta transcorresse mais a respeito da fala e ela se calou, ficou nos olhando. Procuramos saber mais a respeito dessa colocação, mas mudaram o assunto e iniciaram o relato do momento de estourar as pipocas e entregar nas salas.

De acordo com as duas professoras, os alunos estavam eufóricos, sentindo-se importantes por estarem movimentando a escola, oferecendo pipoca para todos os alunos. Enchiam os saquinhos e, em grupos, iam até as outras salas, pedindo licença, explicando que estavam entregando as pipocas como encerramento de um projeto deles.

Em sala, de acordo com as professoras, foi retomado o assunto, verificando se o que haviam calculado estava correto e as falas dos alunos foram:

“Deu sim para todo mundo.”
 “Teve um menino que não quis pipoca.”
 “Não faltou.”
 “Nós vamos fazer mais?”

Destacamos a seguinte fala para as professoras: “Nós vamos fazer mais”, e o comentário foi:

Prof. 1: Os alunos adoram trabalhar em grupo, eu que resisto pelo barulho. ... Acho que vou ter que pensar em outra modelagem para fazer com eles.
 Prof. 2: Eles gostam de agito, mas deu tudo certo.

Percebe-se que os alunos desenvolveram a atividade e – o que para nós é mais importante – se envolveram com a proposta. Viram nela um significado, um motivo para ser realizada.

Em relação às professoras, nos pareceu que para incorporar a Modelagem Matemática ao planejamento, faz-se necessário ocorrer mais momentos em que elas sejam colocadas a fazer a atividade.

A seguir, solicitamos que as professoras nos relatassem como ocorreu a aplicação da atividade que apresentamos como sugestão no último encontro, como demonstrado na Figura 27.

Prof. 1: Foi difícil, precisei explicar que tinham que continuar a tabela. Quem entendeu foi embora e fez, mas teve alguns que não conseguiram fazer.

Prof. 2: Tive que ajudar muito.

Prof. 1: Mas sabe, até que foi bom tudo isso, saímos do que sempre fizemos... os alunos trabalharam bem, se envolveram.

Pesquisador: Então há possibilidade de a Modelagem Matemática estar no seu planejamento?

Prof. 1: Há sim, mas se eu for fazer novamente, vou fazer essa, não consigo pensar em outra.

Pesquisador: E você Prof. 2?

Prof. 2: (sorriso) Não sei se.

Diante da sequência de falas, percebe-se que a Prof. 1 se mostra mais aberta a incorporar a Modelagem Matemática em sua aula, mas que necessita ser colocada a desenvolver outras atividades de Modelagem para se sentir segura e assim utilizar essa alternativa pedagógica.

Já a Prof. 2 nos pareceu não estar tão propícia a tentar, nesse caso, uma formação continuada visando o trabalho com Modelagem Matemática, que possa lhe despertar o interesse.

Encerramos nesse dia nossa pesquisa com as professoras que cederam seu tempo para nós e ouvimos delas que gostaram do trabalho e que estão à disposição para participar de mais pesquisas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, tivemos como objetivo “Analisar a utilização da Modelagem Matemática enquanto alternativa pedagógica por parte de um grupo de professores que atuam no quarto ano do ensino fundamental” e para tal compreensão, faz-se necessário retomar os objetivos específicos que nortearam nosso caminho:

- Criar um ambiente de discussão com os professores para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática;
- Analisar as experiências dos professores ao desenvolverem e avaliarem as atividades de Modelagem Matemática com seus alunos;
- Refletir sobre a Modelagem Matemática e a Avaliação da Atividade de Modelagem nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Ao olharmos para a primeira questão que se refere à criação de um ambiente de discussão com os professores envolvidos na pesquisa para o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, optamos, dentre outras coisas, em colocar os professores para desenvolver uma atividade de Modelagem Matemática e a proposta escolhida foi, propositalmente, a mesma que já havíamos desenvolvido com alunos de um 5º ano do Ensino Fundamental com o seguinte problema: “Quantos pacotes de milho precisaremos comprar para que todos os alunos, professores, equipe gestora e funcionários possam comer pipoca?”

Para nós, foi importante poder observar o comportamento das professoras participantes da pesquisa, pois impressões e percepções valiosas foram colhidas e puderam subsidiar nossa análise. Assim que a proposta da atividade foi lançada, as professoras permaneceram um tempo pensando em como descobrir a quantidade de pipoca que cada saquinho comportava e que serviria para entregar a cada pessoa, levantaram hipóteses, agiram de forma bem semelhante às crianças ao pensarem em soluções para essa dúvida. Quando chegaram à conclusão de que para isso precisariam estourar os grãos de um pacote de 500g, percebemos uma estranheza no olhar, chegaram a perguntar se poderiam mesmo agir assim. Nota-se que, para as professoras, a aula só ocorre dentro de quatro paredes e a Modelagem Matemática favorece esse movimento, de ir buscar informações em outros ambientes e era esse o movimento que estava por acontecer.

Outro ponto que nos chamou atenção foi o levantamento de informações da quantidade de pessoas que iriam comer a pipoca, item importante para a possível solução do problema. Neste ponto, as professoras iniciaram com números aproximados, procurando por informações a partir de estimativas, não apareceu em momento algum a possibilidade de saírem da sala em que estávamos e irem até a secretaria da escola buscar as informações. Foi necessário que os pesquisadores instigassem para que elas chegassem a essa alternativa. Este fato ocorreu de forma diferente quando a atividade foi realizada com os alunos, pois logo de início eles já se pronunciaram em ir atrás das pessoas que teriam as informações na escola.

As professoras, de posse das informações relacionadas à quantidade de pessoas da escola e de que um pacote de milho renderia aproximadamente 40 saquinhos, calcularam que precisariam de 7 pacotes de milho. Logo em seguida, já começaram a levantar outros gastos e o assunto foi sendo discutido, pesquisaram preços, fizeram estimativas e chegaram a um valor final dos gastos. Nesses movimentos, os problemas foram sendo elencados à medida que desenvolviam a modelagem.

Ao término da atividade, as professoras perceberam que durante a sua realização foram levantando outros problemas para serem solucionados, no caso, os gastos necessários para estourar a pipoca para toda a escola.

Nesse desenvolver da atividade é que o ambiente de discussão foi sendo criado, nesse estar junto, participando do processo, isso tudo só foi possível pela escolha da pesquisa de cunho qualitativo em que o pesquisador se faz presente no local da pesquisa, procurando estar atento aos detalhes, colhendo percepções que só são possíveis por estar inserido no ambiente pesquisado.

Nesse caminhar, disponibilizamos artigos que subsidiaram nossas discussões, fundamentando a alternativa a que nos propusemos desenvolver com as professoras.

No que tange ao segundo objetivo, visamos analisar as experiências dos professores ao desenvolverem e avaliarem as atividades de Modelagem Matemática com seus alunos. Assim, propusemos que as professoras desenvolvessem a atividade de Modelagem Matemática com os alunos de suas turmas. Algumas preocupações surgiram em relação ao tempo para se desenvolver a atividade, se realmente os alunos precisariam estourar os milhos de um pacote para chegar ao resultado aproximado que elas encontraram. O tempo acabou sendo determinado de acordo

com o ritmo de cada turma e com relação a estourar os milhos, nem se cogitou em não o fazer.

Nesses questionamentos, percebemos a resistência em dar oportunidade de os alunos participarem de atividades diferentes e de encontrarem soluções para problemas que sejam diferentes das utilizadas frequentemente nas aulas de matemática, baseadas apenas em cálculos e procedimentos aritméticos.

Com a atividade de modelagem, os alunos se envolveram em pesquisar as informações que estavam disponíveis no ambiente escolar, saíram da sala e foram procurar as pessoas que poderiam fornecer as informações necessárias. Essa busca pelas informações poderia ser ampliada, dando a liberdade para que os alunos utilizassem a internet para pesquisar os preços dos produtos ou até mesmo uma pesquisa de campo em um mercado próxima a escola, seriam alternativas que favoreceriam ainda mais o desenvolvimento e principalmente o envolvimento dos alunos.

Inserir uma alternativa pedagógica em nossa prática é desafiador e quem o faz necessita estar seguro, conhecer a respeito dessa alternativa e esse foi o movimento que a pesquisa se propôs a fazer: colocar as professoras na posição de aluno e depois colocá-las para desenvolver com os alunos.

Durante a aplicação da atividade de Modelagem Matemática com os alunos, as professoras conduziram o processo tentando direcionar os questionamentos, procurando, com isso, manter todos os grupos numa mesma linha de raciocínio, preservando o controle da aula na figura do professor. No momento de discussão a respeito da aplicação com os alunos, fomos levantando os motivos pelos quais elas direcionaram a coleta de dados e percebemos que a superação desta resistência em ceder parte do controle da aula para os alunos pode se dar a partir de uma formação continuada que possibilite às professoras vivenciar outros momentos, colocando-as na posição de alunos, desenvolvendo atividades de Modelagem Matemática.

Avaliação foi um tema importante em nossa pesquisa, recolhemos informações a respeito do que as professoras entendiam por avaliação e ficou claro que ocorre uma confusão entre avaliação e os instrumento que usamos para compor a avaliação, principalmente com o instrumento prova. Utilizamos referências bibliográficas para fundamentar esse tema e procuramos, na medida do possível, discutir e esclarecer a distinção e principalmente demonstrar que podemos utilizar um instrumento que favoreça a visualização do crescimento do aluno, do caminho

percorrido, da utilização que este fez do conhecimento primeiro para chegar ao conhecimento elaborado.

Ao apresentar o instrumento intitulado escala holística, adaptada por Silva e Dalto (2017), utilizado para avaliar o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática, causamos uma estranheza por ele não ser usual, mesmo reconhecendo nele alguns pontos semelhantes aos níveis utilizados na avaliação sistêmica implantada pelo município para colher dados que direcionam as formações.

Ao analisar a avaliação que nós pesquisadores preenchemos a respeito do desenvolvimento da atividade pelas professoras, pôde-se discutir cada fase da escala, levantando as dúvidas. Nesse ponto da pesquisa adentramos a questão que refere a reflexão sobre a Modelagem Matemática e a Avaliação da Atividade de Modelagem Matemática.

Sendo a Modelagem Matemática uma alternativa pedagógica com uma proposta de direcionamento que foge do padrões mais comuns, onde o aluno é o protagonista, levantando os dados, as informações necessárias para se chegar a uma possível solução para o problema proposto, não seria coerente utilizar um instrumento para se avaliar que não seja aquele que valorize o pensar, o agir, os registros e as soluções possíveis.

Para avaliar o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática desenvolvida pelos alunos, as professoras sugeriram uma alteração na fase de inteiração, no item que diz respeito à descrição da situação-problema, ajustando-o para atender ao desenvolvimento dessa fase, já que a atividade desenvolvida por elas com os alunos refere-se ao momento 2 proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2016), no qual o professor já apresenta o problema definido.

Diante da escala com as alterações, o preenchimento foi realizado sem grandes dificuldades, pois nele constavam todo o movimento realizado pelos alunos durante o desenvolvimento da atividade de Modelagem Matemática. De acordo com os relatos das professoras, essa escala descreve realmente o percurso desde a proposta inicial até a apresentação da possível solução.

Entretanto, restou ainda a seguinte questão: se a avaliação feita por meio da escala descreve o percurso que o aluno percorre, valorizando cada parte, por que não se lança mão desse instrumento? Por que não é utilizado como documento dentro do ambiente escolar com o intuito de gerar um valor que possa agregar na composição

da nota final, já que a “nota” é fator determinante para a aprovação ou reprovação? Deixamos aqui uma possível sugestão de continuidade da pesquisa.

Encerramos nossas considerações certos de que as professoras necessitam de momentos nos quais sejam colocadas a fazer Modelagem Matemática, vivenciando a atividade na posição de alunos. Os resultados desta pesquisa corroboram os resultados de investigações anteriores ao mostrar que vivenciar atividades de modelagem por parte dos professores é essencial para que esta seja utilizada como alternativa pedagógica. Por esse motivo, o produto educacional relacionado a esta investigação foi pensado para ser utilizado em práticas de formação continuada com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

10 CURIOSIDADES sobre a pipoca. **O Guia dos Curiosos**. [201-]. Disponível em: <http://guiadoscuriosos.uol.com.br/curiosidades/ciencia-e-saude/comida/historia-da-comida/pratos-classicos/pipoca/10-curiosidades-sobre-a-pipoca/>. Acesso em: 20 jun. 2017.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, Bauru, v. 11, n. 3, p. 483-498, 2005.

ALMEIDA, L. M. W. Um olhar semiótico sobre modelos e modelagem: metáforas como foco de análise. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, número temático, 2010.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. **Educação Matemática em Revista**, p. 6-15, 2016.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

ANASTASIOU, L. G. C. A ensinagem como desafio à ação docente. **Revista Pedagógica**, Chapecó, v. 4, n. 8, jan./jun. 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Contexto, 2002.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Lisboa: Porto, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília, DF: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 1992.

BURIASCO, R. L. C. **Avaliação em Matemática: um estudo das respostas de alunos e professores**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999.

CHAVES, M. I. A.; SANTO, A. O. E. Possibilidades para Modelagem Matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas**. Londrina: Eduel, 2011. p. 161-180.

CHICA, C. H. Por que Formular Problemas? *In*: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (org.). **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2011.

CHUEIRI, M. S. F. Concepções sobre Avaliação Escolar. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 19, n. 39, 2008.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

HADJI, C. *et al.* **A avaliação, regras de jogo: das intenções aos instrumentos.** Lisboa: Porto, 1994.

LOVO, E. S.; DALTO, J. O.; SILVA, K. A. P. Modelagem Matemática com professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM MATEMÁTICA, 8. 2018. **Anais [...]**. Cascavel, 2018.

LUCKESI, C. C. O que é mesmo o ato de avaliar a aprendizagem? **Pátio**, Porto Alegre, v. 3, n. 12, fev./abr. 2000. Disponível em: <http://www.nescon.medicina.ufmg.br/biblioteca/imagem/2511.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2019.

LUCKESI, C. C. **Verificação ou avaliação: o que pratica a escola.** [s.l.]: Governo do Estado do Ceará, Secretaria de Educação, 1998. (Série Ideias, 8). p. 71-80. Disponível em: http://www2.ccv.ufc.br/newpage/conc/seduc2010/seduc_dir/download/avaliacao1.pdf Acesso em: 22 nov. 2019.

MORETTI, V. D.; SOUZA, N. M. M. **Educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental: princípios e práticas sociais.** São Paulo: Cortez, 2015.

PONTE, J. P. *et al.* **Didática da matemática.** Lisboa: DES do ME, 1997.

QUAL É a origem da pipoca. **Super Interessante**, Mundo Estranho, 4 jul. 2018. Disponível em: <http://mundoestranho.abril.com.br/alimentacao/qual-e-a-origem-da-pipoca/> Acesso em: 20 jun. 2017.

SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. Atividades de modelagem matemática: diferentes abordagens para diferentes níveis de escolaridade. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2010. **Anais [...]**. Maringá, Paraná, 2010.

SILVA, K. A. P. Modelagem matemática em sala de aula: caracterização de um ambiente educacional. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n. 10, 2017.

SILVA, K. A. P.; DALTO, J. O. Uma estratégia de Avaliação de Atividades de Modelagem Matemática. **Revista Eletrônica de Investigação e Educação em Ciências** – REIEC, v. 12, p. 1-17, 2017.

TORTOLA, E. **Os usos das linguagens em atividades de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2012. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2012.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Reflexões a respeito do uso da modelagem matemática em aulas nos anos iniciais do ensino fundamental. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, v. 94, n. 237, maio/ago. 2013.


TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

VERTUAN, R. E.; ALMEIDA, L. M. W. Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 56, p. 1070- 1091, dez. 2016.

APÉNDICE

Apêndice A – Sugestões de atividades a partir da Modelagem Matemática.

O saco de milho de pipoca possui massa igual a 500g. Escreva o nome de outros produtos que são vendidos dessa forma.

Qual o significado da letra **g** em destaque ao lado do número 500?

Qual fração 500g representa em relação a 1kg?

- () 2/1
- () 1/2
- () 1/10
- () 1/500

Você e seus colegas descobriram a quantidade de pacotes de milho necessárias para que os professores, alunos e funcionários, do período da manhã, comessem 1 saquinho de pipoca. Se resolvêssemos fazer pipoca para toda a escola, como você resolveria essa situação? Registre sua solução.



Momento de exposição.

O meu gasto com milho de pipoca aumentaria ou diminuiria? Explique sua resposta.



O mercado próximo a escola vende o pacote de milho de pipoca por aproximadamente 4 reais. A tabela a seguir mostra o preço dos pacotes de milho de acordo com as unidades vendidas.

UNIDADES VENDIDAS	TOTAL A PAGAR
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
6	24
7	28

Complete a tabela e responda as questões:

a) Qual será o preço de 10 pacotes de milho?

R: _____

b) E se forem 20 sacos? Qual será o total a pagar?

R: _____

d) Escreva uma expressão matemática que mostre o cálculo do preço de uma quantidade qualquer de pacotes vendidos e do seu total a pagar.

R: _____

e) Eliane gastou 92 reais no mercado com a compra de pacotes de milho. Quantos pacotes ela comprou?

R: _____

ANEXOS

Anexo I – Solicitação de autorização para a realização da pesquisa.

Londrina, 19 de dezembro de 2018.

À Secretaria Municipal de Londrina

Sra.: Maria Tereza Pascoal de Moraes

Pela presente, apresento-lhe a acadêmica **Eliane Sborgi Lovo**, regularmente matriculada no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR.

Informo que a referida acadêmica está iniciando sua pesquisa para a Conclusão do Mestrado, no qual pretende desenvolver um estudo denominado “Modelagem Matemática, elaborar e resolver problemas nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um estudo”. Sendo assim, solicitamos de V.S.^a a autorização para que a acadêmica possa realizar a pesquisa com um grupo de 10 professores da rede municipal de Londrina durante o primeiro semestre de 2019.

Informo ainda que será mantido sigilo em relação aos nomes dos docentes, dos alunos e das instituições envolvidas e que apenas a acadêmica terá acesso aos registros de dados, às gravações, quando for o caso e somente serão efetuadas de acordo com a ciência e concordância dos professores.

Certo de sua atenção, coloco-me a sua disposição para outros esclarecimentos pelo e-mail jaderdalto@utfpr.edu.br

Atenciosamente,

Prof. Dr Jader Otávio Dalto
Docente do Departamento de Matemática da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Anexo II – Termo de consentimento para a realização da pesquisa nas escolas municipais.



PREFEITURA DO MUNICÍPIO DE LONDRINA
ESTADO DO PARANÁ
Secretaria Municipal de Educação

Ofício nº 2299/18 – GAB/SME

Londrina, 19 de dezembro de 2018.

Ao Prof. Dr. Jader Otávio Dalto
Departamento de Matemática
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

ASSUNTO: Termo de Consentimento

Prezado senhor,

Informamos que somos favoráveis ao desenvolvimento do Projeto de Pesquisa “Modelagem Matemática, elaborar e resolver problemas nos anos iniciais do Ensino Fundamental: um estudo”, sob a responsabilidade da aluna Eliane Sborgi Lovo, matriculada no curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Solicitamos a devolutiva do trabalho desenvolvido para a Secretaria Municipal de Educação, após a finalização da pesquisa.

O presente trabalho deve seguir a Resolução 466/2012 do CNS e complementares. Lembramos que esta pesquisa tem fins pedagógicos e as informações deverão ser utilizadas única e exclusivamente para concluir seu trabalho.

Atenciosamente,

Maria Tereza de Moraes
SECRETÁRIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO

Página 1 de 1
sme/gef/msok

Anexo III – Termo de consentimento de uso das informações e dos dados fornecidos durante a pesquisa.



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA
CAMPUS LONDRINA/CORNÉLIO PROCÓPIO



TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)

Título da pesquisa: MODELAGEM MATEMÁTICA, ELABORAR E RESOLVER PROBLEMAS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM ESTUDO

Pesquisadores: Eliane Sborgi Lovo

Discente do Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (PPGMAT)

E-mail: elisborgi@hotmail.com

Orientador: Jader Otavio Dalto

Professor adjunto da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Cornélio Procópio.

E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br

Local de realização da pesquisa:

A) Informações ao participante da pesquisa

1. Apresentação da pesquisa.

Esta pesquisa procura analisar as experiências dos professores ao desenvolverem as atividades de Modelagem Matemática com seus alunos e também refletir sobre a Avaliação, que nos levará a perceber as limitações e potencialidades da utilização da Modelagem Matemática, bem como sanar possíveis dúvidas que vierem a surgir. A pesquisa dar-se-á a partir de um grupo pelo qual os professores terão contato com as atividades de Modelagem Matemática e a Avaliação. Esse momento terá como participantes, professores dos quartos anos do ensino fundamental que aceitarem o convite para participar do grupo em questão.

Objetivo da pesquisa.

Analisar a aprendizagem da Modelagem Matemática enquanto estratégia de ensino por parte de um grupo de professores que atuam no quarto ano do Ensino Fundamental.

2. Participação na pesquisa.

Participarão da pesquisa, professores que atuam no quarto ano do Ensino Fundamental desta escola.

3. Confidencialidade.

A identidade dos participantes tem garantia de sigilo e será mantida sua total privacidade.

4. Desconfortos e/ou Riscos:

Conforme a Resolução nº 466 de dezembro de 2012, toda pesquisa que envolva seres humanos, apresenta a possibilidade de riscos e danos à dimensão física, psíquica, moral, intelectual, social, cultural e espiritual. Desta forma, nessa pesquisa, os riscos são, mesmo que mínimos, de dimensão, intelectual, social e cultural. Logo, frente a qualquer desconforto por parte do participante, o pesquisador responsável suspenderá a pesquisa imediatamente, principalmente se perceber algum risco ou danos à saúde do sujeito participante da pesquisa, não previstos neste termo. Os participantes não pagarão e nem serão remunerados por sua participação e poderão, sem qualquer ônus, desistir a qualquer momento da pesquisa.

5. Benefícios:

O projeto de pesquisa foi elaborado visando demonstrar que o trabalho da Modelagem Matemática é possível de ser desenvolvido com alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A partir de então, ser vista como uma nova possibilidade de condução das aulas de Matemática.

6. Critérios de inclusão:

Serão incluídos na pesquisa os demais professores da escola em questão que demonstrarem interesse em participar do grupo.

7. Critérios de exclusão:

Não se aplica.

8. Ressarcimento e indenização:

Subsidiada pelo item II.7, a indenização se dará por meio da cobertura material para reparação a dano, causado pela pesquisa ao participante da pesquisa e o ressarcimento, pelo item II.21 por meio compensação material, exclusivamente de despesas do participante e seus acompanhantes, quando necessário, tais como transporte e alimentação.

9. Direito de sair da pesquisa e a esclarecimentos durante o processo.

O participante da pesquisa tem o direito a deixar o estudo a qualquer momento e também o direito a receber esclarecimentos em qualquer etapa da pesquisa. Liberdade de recusar ou retirar o consentimento sem penalização.

B) CONSENTIMENTO

Eu declaro ter conhecimento das informações contidas neste documento e ter recebido respostas claras às minhas questões a propósito da minha participação (direta ou indireta) na pesquisa e, adicionalmente, declaro ter compreendido o objetivo, a natureza, os riscos e benefícios deste estudo.

Após reflexão e um tempo razoável, eu decidi, livre e voluntariamente, participar deste estudo, permitindo que os pesquisadores relacionados neste documento obtenham fotografia, filmagem ou gravação de voz de minha pessoa para fins de pesquisa científica/ educacional.

Concordo que o material e as informações obtidas relacionadas a minha pessoa possam ser publicados em aulas, congressos, eventos científicos, palestras ou periódicos científicos. Porém, não devo ser identificado por nome ou qualquer outra forma.

As fotografias, vídeos e gravações ficarão sob a propriedade do grupo de pesquisadores pertinentes ao estudo e sob sua guarda.

E, estou consciente que posso deixar o projeto a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

Nome completo: _____

RG: _____ CPF: _____ Data de Nascimento: __/__/____

Endereço: _____

Telefone: _____ CEP: _____

Cidade: _____ Estado: _____

Assinatura: _____ Data: __/__/____

Eu declaro ter apresentado o estudo, explicado seus objetivos, natureza, riscos e benefícios e ter respondido da melhor forma possível às questões formuladas.

Assinatura do(a) pesquisador(a)

Data: __/__/____