Eratóstenes em:
Um experimento que
"Mediu" o mundo!!
7,2° = 800 km
360° = 40.000 km

Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia

Manual Produto Educacional

Mestrando Fabio Borges.

Orientadora: Prof. Drª Sani de Carvalho Rutz da Silva

Co-Orientadora: Prof. Drª Lúcia Virginia Mamcasz-Viginheski

Ponta Grossa, 2020.

Apresentação

Olá Estimado Professor (a).

Está pequena cartilha apresenta algumas sugestões e instruções de como pode ser utilizado em sala de aula o material didático que representa a narrativa histórica adaptada: “*Eratóstenes em: Um experimento que mediu o mundo!!*. Este material é versátil e pode ser adaptado pelo professor de acordo com suas necessidades e utilizado para alunos com e sem deficiência visual.

Esse material permite abordar vários elementos interdisciplinares, como trazer a história da ciência para uma aula de matemática em que o assunto seja semelhança de triângulos. A história pode ser utilizada como elemento introdutório para aula, com o intuito de chamar a atenção dos alunos para um curioso experimento que conseguiu calcular a circunferência da Terra apenas com sombra do sol e da estaca.

A narrativa explora fragmentos verídicos da história do experimento de Eratóstenes, que, junto a elementos literários trazem uma sucessão de cenários que levaram o jovem de Cirene a ser capaz de calcular a medida do comprimento da Terra.

Para que você leitor, entenda, o material ficou dividido e caracterizado em dois elementos: elementos literários e os elementos conceituais. Os elementos literários, é a narrativa escrita em tinta; os conceituais compõem a parte da estrutura, das peças triangulares, que são momentos em que se podem ser explorados conceitos matemáticos abordados na narrativa.

Para se construir a narrativa foram utilizados alguns autores que apresentam registros de como Eratóstenes foi capaz de realizar o experimento, tais autores: O trabalho da autora Lasky (2001), intitulado “O bibliotecário que mediu a Terra”, o trabalho “Eratóstenes e a Medida do Diâmetro da Terra” de Vinagre e Lunazzi (2002) e a obra “Episódios da História Antiga da Matemática” de Asger (1984). As ilustrações da capa de contracapa foram adaptadas de Ruas (2014).

Na sequência são apresentados momentos desde a leitura da narrativa até o trabalho conceitual da aula de semelhança de triângulos, reitera-se, são sugestões, cabe ao professor adequá-las de acordo com sua realidade escolar.

Estima-se que faça bom uso deste material e explore ao máximo os elementos que nele se apresentam, para garantir um processo de aprendizagem interdisciplinar, concreto e significativo para todos os alunos, sendo com deficiência visual ou não.

Momento 1: A Leitura

Se propõe ao professor realizar a leitura da narrativa em outro ambiente diferente da sala de aula. Na impossibilidade, sugere-se que os alunos se sentem em círculos no chão, as carteiras serem reorganizadas, ou ainda que os alunos formem grupos para leitura. O objetivo disso é trazer uma dinâmica diferente para aula, provocar a curiosidade nos alunos desde a organização da sala para a atividade.

Abaixo encontra-se a narrativa.

Erastóstenes em:

Um experimento que "mediu" o mundo""

Erastóstenes, jovem menino vindo da cidade de Cirene, conhecido por ser muito dedicado e por ter feito descobertas incríveis, era muito curioso em descobrir como aconteciam certos fenômenos, que na sua época eram inexplicáveis.

Sua fama se espalhou por toda a Grécia, até chegar ao ganancioso e poderoso Rei de Alexandria. Ele o convocou para dar aula de matemática para seu filho, futuro sucessor de sua linhagem. Erastóstenes jovem e cheio de vida, sabia que lá haveria uma grande oportunidade de crescer e fazer muitas descobertas:

– Não posso perder essa oportunidade.

Era uma cidade rica em informações, e tudo isso concentrado na Biblioteca de Alexandria; para Eratóstenes, aquilo parecia um baú de tesouro. O bibliotecário chefe já de certa idade, adoeceu de uma peste que atingiu a região.

– Esta é a oportunidade que sempre esperei. Certo de que poderia conquistar o cargo mais cobiçado por todos os estudiosos, foi ao rei.

– Majestade, venho diante de vós para lhe demonstrar uma incrível descoberta.

O rei impaciente o ouviu.

– Mostre-me logo o que tanto lhe angustia.

– Trouxe-lhe algo incrível da cidade de Siena, onde é seu domínio: existe um poço, que ao meio dia, no solstício de verão, não faz sombra alguma. Podemos constatar que ao meio dia, nesse dia específico, não há sombras!

O rei fascinado por ouvir falar sobre tudo aquilo de solstício, astronomia, astros, permitiu-lhe continuar. Dessa forma, aguardaram o dia calculado como correto de se obter um solstício e foram realizar o experimento.

Entretanto, algo deu errado no momento da demonstração de tal fenômeno ao rei: ao colocar uma estaca sobre o chão, uma sombra apareceu, o que deixou o jovem Eratóstenes constrangido frente ao rei.

– Tirem-no daqui, apenas tomou meu tempo e tentou me enganar.

O jovem logo foi retirado, ficando feliz por não ser mandado para as tocas dos leões.

Eratóstenes, decepcionado com o que tinha acontecido e triste por não conseguir o que queria, mas encasquetado com seu erro, que para ele não poderia ter acontecido, e dessa vez mais curioso do que o usual, tentou entender o que havia acontecido.

- Encontrei! Exclamou e saiu loucamente gritando por toda a biblioteca, pois na busca por encontrar o erro em sua demonstração, fez uma descoberta incrível.

– Descobri, a Terra é redonda e posso medi-la!

Falou ofegante, mal esperando a oportunidade de correr impressionar o rei com sua descoberta.

– Majestade, Majestade, consegui, consegui!! - Gritava Eratóstenes, em frente ao palácio do rei.

– Quem é esse louco? Tragam-no até mim!

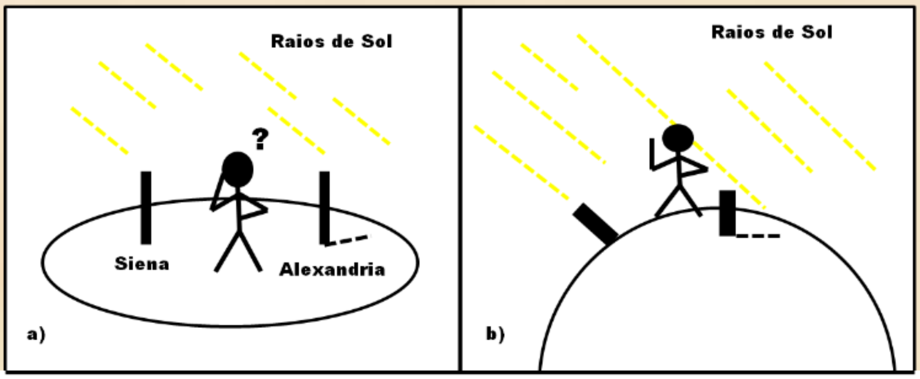
Eratóstenes teve a oportunidade de novamente falar ao rei, e explicou-lhe que a Terra era redonda, por isso em Alexandria era produzida uma sombra de 7,2º e em Siena não era produzida sombra alguma. Se a Terra fosse plana, isso seria impossível.

– E posso dar a vossa Majestade o triunfo de ser a primeira nação a medir o tamanho da Terra.

– Continue - exclama o rei entusiasmado, ao ouvir.

– Como vossa majestade lembra, tentei da última vez mostrar um fenômeno no solstício de verão, alegando que na cidade de Siena, o fundo de um poço era totalmente iluminado, diferentemente de Alexandria, onde se fez sombra. Isso significa que a Terra não é plana; o Sol distribui os raios solares paralelamente à Terra, e se fosse plana, não haveria sombra em nenhuma das estacas, tanto em Alexandria quanto em Siena.

Figura 1 – Em a), vemos o problema que Siena não produz sombra no poço, enquanto Alexandria produz. Em b), vemos que se pensarmos a Terra como redonda, o fato de Siena não produzir sombra e Alexandria produzir é perfeitamente plausível.



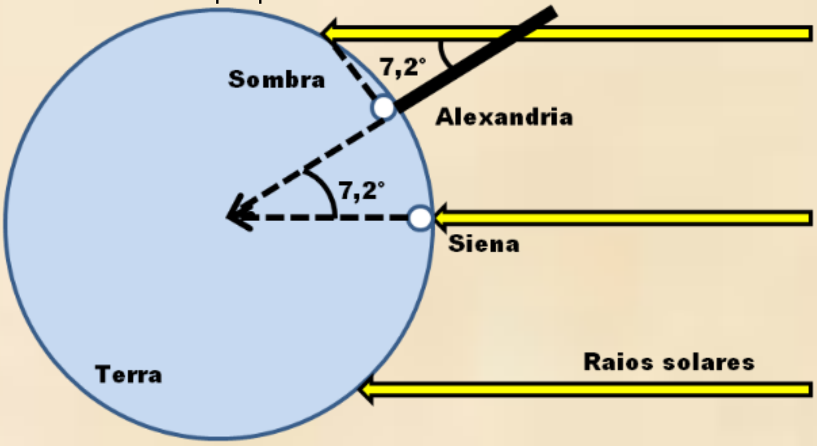
Fonte: Elaborada pelo autor.

- Vossa majestade lembra que foi produzida uma sombra? Eu medi a inclinação com que os raios solares incidiam sobre a estaca e resultou em 7,2º, sendo que em Siena não produziu sombra alguma.

- Continue! - exclamou o rei, entusiasmado com tudo aquilo.

- Então se prolongarmos (em nossa imaginação) o poço de Siena e a estaca de Alexandria até o centro da Terra, será produzido um ângulo no centro da Terra, também de 7,2º já que os raios solares formam retas paralelas cruzando a “linha” da estaca e a “linha” do poço, e devido a isso, seus ângulos são alternos internos, ou seja, serão congruentes, iguais. Toda vez que temos retas paralelas e outras linhas não paralelas, como a estaca e o poço, podemos fazer essa relação entre os ângulos.

Figura 2– Representação dos raios solares incidindo sobre a Terra; em Siena, os raios incidem sobre o poço, e em Alexandria, uma sombra de 7,2° é formada com relação a uma estaca perpendicular ao chão. Ressaltamos que os elementos da imagem não estão em escala. Observa-se que se prolongar a sombra até o poço em Siena, obtém-se dois triângulos que por sua vez são semelhantes.

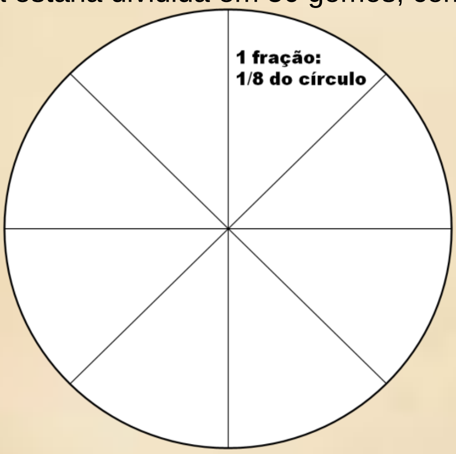


Fonte: Elaborada pelo autor.

- Agora, vossa majestade acompanhe comigo!!! - O rei adorava quando Eratóstenes exclamava isso, pois fazia com que ele se sentisse sábio ao acompanhar seu raciocínio.

- Eu imagino que a Terra seja igual a uma toranja, com vários gomos, e que esse pedaço de 7,2º equivale a um dos vários gomos dos 360º que tem um ângulo de uma volta. Vamos deduzir quantos gomos são.

Figura 3 – Representação de uma fração de 1/8 do círculo. A suposição de Eratóstenes é que a Terra estaria dividida em 50 gomos, como os aqui representados.



Fonte: Elaborada pelo autor.

.

- Basta dividir $\frac{360}{7,2} = 50$, *e assim, terei 50 pedaços iguais à distância entre a cidade de Siena e Alexandria. Para concluir o experimento, preciso da ajuda de vossa majestade em saber essa distância.*

O rei, ao ouvir tudo exclamou:

- Tragam-me os melhores medidores treinados da Grécia para esse trabalho, e os camelos mais bem treinados para ir até Siena.

Satisfeito e impressionado com tudo aquilo, o rei mandou providenciar tudo o que era necessário para concluir seu experimento. Dessa forma, Eratóstenes, com ajuda do rei calculou que a distância entre Siena e Alexandria era de 800km, e assim, já que a Terra tinha "50 gomos", 800km x 50= 40.000 km; esse seria o tamanho da circunferência da Terra. Essa descoberta tornou-o ainda mais famoso e diretor da biblioteca, cargo que tanto sonhava.

FIM.

Após e/ou juntamente com a leitura pode-se proporcionar aos alunos a manipulação da estrutura, mostrando de forma visual ou tátil a forma como Eratóstenes desenvolveu o experimento. A estrutura representa o cenário do experimento com a escrita braile, relevos e texturas, o que pode tornar mais significativo o entendimento de todos os alunos que apenas a leitura usual.

Pode-se também nesse momento retomar os conceitos matemáticos utilizados por Eratóstenes, como, classificação de ângulos, tópicos de paralelismo em ângulos congruentes, ângulos colaterais, alternos, oposto pelo vértice e correspondentes, tópicos esses importantes para o estudo de triângulos e figuras semelhantes.

Momento 2: A Discussão

Sugere-se ao professor utilizar este momento de discussão afim de explorar importantes aspetos acerca da natureza da história dos conhecimentos. A narrativa apresenta uma das muitas descobertas feitas pelo homem desde sua origem. Assim, a compreensão de que os conhecimentos são acumulados e aprimorados pelo homem ao longo da humanidade é uma importante reflexão que pode ser trazida para a sala de aula, de forma com que entender todo o contexto em que se desenvolve um novo conhecimento, não é simplesmente um *"passe de mágica"* ou desenvolvido por "*gênios",* mas que a ciência se desenvolve através de erros e acertos, que vão sendo aprimorados por várias pessoas e épocas, quebrando antigos e criando novos paradigmas, desconstruir o conceito de uma ciência de conhecimentos pronta e acabada.

Após uma discussão acerca dos aspectos da natureza dos conhecimentos, pode-se solicitar aos alunos a compreensão da narrativa, quais elementos lhes chamam a atenção. Podem aparecer questionamentos sobre solstício de verão e toranja, por exemplo, mas cabe ao professor definir a intensidade de se explorar os conceitos que vierem a serem importantes para sua aula.

Momento 3: A narrativa e a semelhança de triângulos

Abaixo, apresentam-se algumas figuras acerca da narrativa na forma adaptada. Na figura abaixo (figura 4) apresenta-se a visão externa da estrutura, a opção por esse formato se dá por conta de uma maior facilidade de mobilidade.

Figura 4-Vista externa narrativa adaptada.

Fonte: acervo do autor.

A figura 5 apresenta uma visão interna da estrutura.

Figura 5-Vista interna da narrativa adaptada.

Fonte: acervo do autor.

Figura 6: Visão Interna ampliada

Fonte: acervo do autor.

Os alunos que enxergam podem compreender o que a narrativa representa pela visão, no caso do aluno com deficiência visual deverá manusear a estrutura reconhecendo que se trata inicialmente de uma estrutura circular que representa uma calota esférica como parte do globo terrestre.

Juntamente com a leitura da narrativa, pode-se propor que o aluno com deficiência visual encontre na estrutura onde está localizado a estaca em Alexandria e o poço em Siena, ele poderá encontrar pelas representações táteis na borda da circunferência e pela escrita em braile. Ao centro, uma circunferência menor, está representando em desnível o prolongamento dos raios, da estaca e do poço, formando o ângulo de 7,2º. É importante verificar neste momento quais conceitos sobre ângulos esse aluno tem apropriado, caso haja necessidade de retomar.

Ao girar esse círculo menor em 180º tem-se a imagem (figura 7):

Figura 7:

Fonte: acervo do autor.

Nessa imagem (figura7) é possível verificar as divisões feitas na circunferência que representam os gomos da *toranja* ilustrada na narrativa. Nas linhas pretas existem desníveis que ao tatear o aluno deficiente visual possa identificar as divisões.

No material didático, se apresenta um componente (figura 8), que representa a formação de dois triângulos pelo prolongamento dos raios solares, da estaca e do poço. O aluno deficiente visual pode reconhecer os elementos que formam esses triângulos pela escrita braile indicado em cada segmento, e o entalhe continuo e tracejado.

Figura 8: Formação triangular

Fonte: acervo do autor.

A partir da leitura da narrativa pode o professor introduzir o estudo de semelhança de triângulos e explorar demais conceitos.

Momento 4: Explorando as peças tridimensionais

O material didático (figura 5) na parte superior interna, contém uma pequena estrutura que são armazenadas peças tridimensionais. Essas peças possuem faces triangulares como mostra figura 9.

Figura 9: Par peças tridimensionais.

Fonte: acervo do autor.

As peças têm diferentes configurações, no caso da figura 9 são pares de triângulos retângulos. Cada ângulo formado nos vértices das faces triangulares contém uma representação com desnível, para que o aluno com deficiência visual possa distinguir cada um dos ângulos formados.

Nas laterais das peças tridimensionais estão as medidas de cada respectivo lado. Essas medidas não estão representadas em centímetros, afim de não restringir o trabalho com os valores numéricos, tendo que deixá-los em escala real, para isso utiliza-se a representação “Unidades de Medida”. Os valores estão representados na escrita braile e em tinta.

Com essas peças o professor pode explorar vários conceitos matemáticos principalmente com um aluno deficiente visual, por conta do material ser concreto e ser de possível manipulação.

Pode-se explorar conceitos de razão e proporção, razão de semelhança, segmentos proporcionais, como por exemplo:

- Determine a razão de semelhança e verifique se os lados dos triângulos (figura 9) são ou não proporcionais.

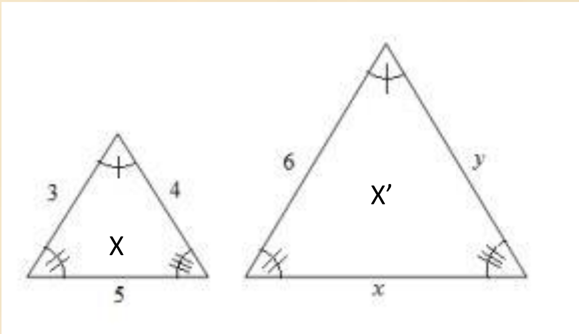
Os ângulos possuem representação, assim o aluno com deficiência visual pode montar a razão partindo dos ângulos. Na figura 9 tem-se dois triângulos e pode-se chamar um triângulo de X e outro de X’. É possível montar uma razão entre os lados correspondentes. Por exemplo:

$$\frac{Medida\ lado\ entre\ \hat{a}ngulo\ I\ e\ \hat{a}ngulo\ II\ tri\hat{a}ngulo\ X}{Medida\ lado\ entre\ \hat{a}ngulo\ I\ e\ \hat{a}ngulo\ II\ tri\hat{a}ngulo\ X'}$$

Um outro tipo de exercício que se pode explorar é o do exemplo abaixo:

- Dados dois triângulos X e X’ semelhantes, determine os valores de X e Y.

Figura 10: Sugestão de exercícios com as peças tridimensionais



Fonte: acervo do autor.

Figura 11: Peças tridimensionais

Fonte: acervo do autor.

Estes são alguns exemplos de aplicação de utilização desse material, destaca-se ainda que o professor pode explorar e alterar os valores das medidas dos lados, abrindo um leque maior de oportunidades de exercícios. Como já firmado esse material é versátil, pode ser utilizado para conceitos mais elementares, como razão, proporção, ou por exemplo inserir medidas nos ângulos internos para classificar os triângulos quantos aos lados e quanto aos ângulos.

Considerações Finais

Este material é fruto de uma pesquisa de mestrado e foi desenvolvido para se trabalhar com aluno com deficiência visual que esteja matriculado em uma turma do ensino regular. Embora se tenham leis que garantam o acesso e permanência dos alunos com deficiência no ensino regular, muitas vezes na realidade, esses alunos ficam marginalizados, sem adaptações que possam atender as suas especificidades e inseri-lo não somente no ambiente escolar regular mas inseri-lo efetivamente nas práticas educacionais em sala de aula no dia-a-dia com o professor e com os colegas.

Muitos são os desafios, pois são muitas as realidades: falta de formação para os professores, de estrutura física, de uma rede de apoio a esse aluno com um diálogo permanente escola, família e atendimento educacional especializado e políticas que não fiquem no papel mas que se efetivem na realidade do processo de inclusão.

Mas, as mudanças acontecem e podem acontecer aos poucos, de forma gradativa, e fica o apelo para que outros trabalhos como esse possam ser desenvolvidos para que, ao serem utilizados em sala de aula proporcionem aos alunos um ensino de matemática mais significativo e inclusivo.

Referências

ASGER, Aaboe. Episódios da História Antiga da Matemática. Trad. João Bosco Pitombeira.Publicação SBM, 1984.

LASKY, K. O bibliotecário que mediu a Terra. Rio de Janeiro: Ed. Salamandra, 2001.

RUAS, Carlos. **Quer Que Desenhe? Eratóstenes.** 2014. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=wiYE6tVUpXg&t=90s. Acesso em jul. 2020

VINAGRE, André L. M.; LUNAZZI, José J. Eratóstenes e a Medida do Diâmetro da Terra. 2002.Disponível em: https://www.ifi.unicamp.br/~lunazzi/F530_F590_F690_F809_F895/F809/F809_sem2_2002/940298_AndreVinagre_Eratostenes.pdf. Acesso em jun.2020.