

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

OTÁVIO HENRIQUE GARCIA DE ALMEIDA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE ESTACAS VERTICAIS  
SUBMETIDAS A AÇÕES HORIZONTAIS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CAMPO MOURÃO  
2017

OTÁVIO HENRIQUE GARCIA DE ALMEIDA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE ESTACAS VERTICAIS  
SUBMETIDAS A AÇÕES HORIZONTAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação, apresentado a disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso Superior em Engenharia Civil do Departamento Acadêmico de Construção Civil – DACOC – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. MSc. Angelo Giovanni Bonfim Corelhano

CAMPO MOURÃO  
2017



Ministério da Educação  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná  
Câmpus Campo Mourão  
Diretoria de Graduação e Educação Profissional  
Departamento Acadêmico de Construção Civil  
Coordenação de Engenharia Civil



---

## TERMO DE APROVAÇÃO

### Trabalho de Conclusão de Curso

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 17h do dia 14 de junho de 2017 como requisito parcial para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL, pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

**Prof. Dr. Leandro Waidemam**  
(UTFPR)

**Prof. Dr. Ewerton Clayton Alves da Fonseca**  
(UTFPR)

**Prof. MSc. Angelo Giovanni Bonfim  
Corelhano**  
(UTFPR)  
*Orientador*

Responsável pelo TCC: **Prof. MSc. Valdomiro Lubachevski Kurta**

Coordenador do Curso de Engenharia Civil:

**Prof. Dr. Ronaldo Rigobello**

*A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.*

## DEDICATÓRIA

A meus pais José Carlos de Almeida e Maria Ângela Garcia de Almeida e a todos os familiares e amigos que de alguma forma me auxiliaram até aqui.

## AGRADECIMENTOS

Certamente alguns poucos parágrafos não serão suficientes para agradecer a todos que de alguma forma, por mais simples que seja, contribuíram para realização deste trabalho e também para minha formação acadêmica. Portanto já peço desculpas a aqueles que não estarão presentes nessas palavras, mas podem ter certeza que fizeram parte de meu pensamento e de minha gratidão.

Primeiro agradeço a Deus, pelo dom da vida, por permitir que eu pudesse crescer em meio a uma família que sempre demonstrou o amor, o respeito e a humildade para com os próximos.

Agradeço a minha família, de modo geral, por demonstrar ao longo dos anos a importância dos estudos e também a incentivar as gerações mais novas a darem continuidade em sua formação educacional.

Agradeço, de forma carinhosa e especial, a meus pais. São diversos os motivos e as situações pelo qual deveria agradecer a vocês dois, muitos deles não estarão aqui, mas reconheço a enorme importância que tiveram não somente em minha formação acadêmica, mas ao longo de minha vida. Agradeço a vocês por toda a preocupação que tiveram com o meu futuro, pelo suporte que me deram para que eu pudesse chegar até esse momento, por sempre estarem incentivando meus estudos de um modo que não importasse quão difícil era o obstáculo, ou a prova, mas que vocês sempre estariam ao meu lado. Tenho imensa gratidão por tudo o que fizeram por mim e reconheço que sem vocês nada disso seria possível, muito obrigado.

Agradeço ao Professor MSc Angelo Giovanni Bonfim Corelhano, por toda a dedicação e paciência, não só para a realização deste trabalho, mas também durante a minha formação acadêmica. Agradeço também pelo incentivo, ensinamentos e confiança em mim depositada.

De um modo geral agradeço a todos os professores do curso de engenharia civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, a contribuição de vocês foi fundamental para que eu pudesse completar mais essa fase da minha vida.

Por último, mas não menos importantes, a todos os amigos que estiveram ao meu lado durante a graduação.

*“Pouco conhecimento faz com que as pessoas se sintam orgulhosas. Muito conhecimento, que se sintam humildes. É assim que as espigas sem grãos erguem desdenhosamente a cabeça para o céu, enquanto que as cheias as baixam para a terra, sua mãe.”*

Leonardo Da Vinci

## RESUMO

DE ALMEIDA, Otávio H. Garcia. Análise do comportamento de estacas verticais submetidas a ações horizontais. 2017. 94f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação). Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Ao longo dos anos as técnicas da construção civil evoluíram bastante, junto com elas o número de habitantes de grandes centros urbanos aumentou o que provocou a necessidade de obras estruturais mais robustas, sejam obras com a finalidade de infraestrutura urbana ou para moradia. Estruturas de grande porte precisam absorver esforços mais elevados, advindos dos carregamentos para o qual foram projetados, ficando a cargo das fundações a transmissão desses esforços para o solo. Tais esforços podem ser provocados pelo peso próprio da estrutura, ações de vento, sismos e até mesmo a frenagem brusca de veículos sobre os tabuleiros de pontes. Um dos esforços que devem ser transmitidos para o solo por intermédio das fundações são os esforços horizontais, tema principal deste trabalho. Este trabalho apresenta alguns dos métodos utilizados para o cálculo de fundações profundas submetidas a ações laterais, a revisão bibliográfica apresenta métodos baseados na análise de ruptura do solo que envolve a estaca e também métodos baseados na análise de deformações da estaca. Como complemento foi feita a comparação dos resultados obtidos por meio de modelos analíticos propostos por Miche (1930) e Hetényi (1946), com os resultados obtidos pelos programas *Ftool* e *Robot*, para o cálculo de uma estaca longa imersa em solo coesivo e não coesivo, submetida a uma carga horizontal aplicada em seu topo, o que demonstrou pequenas variações entre os resultados para os esforços que ocorrem ao longo do fuste da estaca. A maior diferença encontrada deu-se nos resultados dos deslocamentos máximos na região do topo da estaca devido às diferenças entre os modelos de cálculo propostos pelos autores e o modelo de cálculo inserido nos programas. Também foi analisada uma estaca longa imersa em solo estratificado sujeita a uma carga horizontal aplicada em seu topo, por meio de simulação feita no programa *Robot*, o que demonstrou a facilidade de simular uma fundação profunda com uso de ferramentas computacionais por intermédio de simplificações matemáticas.

**Palavras chave:** Estacas. Carregamento Lateral. Solo Coesivo. Solo Não Coesivo. Solo Estratificado.

## ABSTRACT

DE ALMEIDA, Otávio H. Garcia. Analysis of the behavior of vertical piles subjected to horizontal actions. 2017. 94f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação). Curso de Engenharia Civil, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Campo Mourão, 2017.

Over the years the techniques of civil construction have evolved greatly, along with them the number of inhabitants of large urban centers has increased which has necessitated the need for more robust structural works, be they works for the purpose of urban infrastructure or housing. Large structures need to absorb higher effort from the cargoes for which they were designed, leaving the foundations to transmit these efforts to the ground. Such efforts can be brought about by the very weight of the structure, wind actions, earthquakes and even the abrupt braking of vehicles on the bridge trays. One of the efforts that must be transmitted to the soil through foundations is the horizontal efforts, the main theme of this work. This work presents some of the methods used for the calculation of deep foundations submitted to lateral actions, the bibliographic review presents methods based on the analysis of soil rupture involving the stake and also methods based on the analysis of stake deformations. As a complement, was compared the results obtained by analytical models proposed by Miche (1930) and Hetényi (1946), with the results obtained by the Ftool and Robot programs, for the calculation of a long stake immersed in cohesive and non-cohesive soil, submitted to a horizontal load applied at its top, which showed small variations between the results for the stresses that occur along the stake stem. The greatest difference was found in the results of the maximum displacements in the top region of the pile due to the differences between the calculation models proposed by the authors and the calculation model inserted in the programs. It was also analyzed a long stake immersed in stratified soil subjected to a horizontal load applied at its top, through a simulation made in the Robot program, which demonstrated the ease of simulating a deep foundation with the use of computational tools through mathematical simplifications.

**Palavras chave:** Piles. Vertical Loading. Cohesive Soil. Not Cohesive Soil. Stratified Soil.



## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>12</b>
2.1 Objetivo Geral.....	12
2.2 Objetivos Específicos.....	12
<b>3. JUSTIFICATIVAS.....</b>	<b>13</b>
<b>4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>14</b>
4.1 Teoria básica .....	14
4.1.1 Estacas ativas e passivas .....	14
4.1.2 Tipos de solo .....	15
4.1.3 Rigidez relativa estaca-solo .....	18
4.1.4 Coeficiente e módulo de reação horizontais .....	19
4.2 ANÁLISE DE RUPTURA DA ESTACA .....	21
4.2.1 Método de Brinch Hansen (1961).....	21
4.2.2 Análise simplificada – Método de Poulos & Davis (1980).....	24
4.2.3 Método de Broms (1964).....	28
4.3 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES .....	35
4.3.1 Modelo Elástico.....	36
4.3.1.1 Método de Poulos (1971).....	37
4.3.2 Modelos baseados na teoria de reação horizontal do solo .....	40
4.3.2.1 Método de Miche (1930) .....	42
4.3.2.2 Método de Hetényi (1946) .....	44
4.3.2.3 Método de Davisson e Robinson (1965).....	46
4.3.2.4 Método Russo.....	50
<b>5. METODOLOGIA.....</b>	<b>52</b>
5.1 Etapas e considerações iniciais .....	52
5.2 Programas utilizados e modelo de cálculo .....	53
<b>6 ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS.....</b>	<b>57</b>
6.1 Resolução dos exercícios utilizando Métodos Analíticos.....	57
6.2 Resolução dos exercícios utilizando Ferramentas Computacionais .....	60
6.3 Análise do modelo de cálculo com variação do módulo de reação horizontal .....	70
6.4 Análise computacional de estacas imersas em solos estratificados .....	77

6.5 Análise Comparativa .....	87
<b>7. CONCLUSÃO.....</b>	<b>89</b>
7.1 Conclusões .....	89
7.2 Sugestões para trabalhos futuros .....	91
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>92</b>

## 1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos as técnicas de construção civil evoluíram bastante o que propiciou aos engenheiros civis a realização de obras cada vez maiores e esbeltas, com toda a sua beleza estética e resistência estrutural. Com isso a magnitude dos carregamentos dessas edificações aumentou consideravelmente, tais situações desafiam engenheiros civis a encontrarem as melhores soluções para transmitir as cargas no topo da fundação para o solo onde a mesma esta apoiada.

Muitas vezes os carregamentos verticais no topo de uma estaca podem estar conjugados com ações laterais de vento, sismos entre outras ações capazes de originar esforços horizontais, inclinados e momentos fletores nesse ponto.

Devido a esses fatos é importante que na fase de projeto seja calculada a influência desses esforços com a finalidade de verificar algumas condições básicas como a resistência do solo que envolve a estaca e os materiais que a compõem, e também os deslocamentos e deformações que ocorrem no topo da estaca.

Este trabalho visou demonstrar e também comparar os métodos mais utilizados para calcular a influência desses carregamentos com base na análise de ruptura e na análise de deformações da estaca e do solo. Foram comparados os resultados obtidos por meio dos modelos analíticos propostos por Miche e Hetenyi apud Alonso (2003) e os obtidos por ferramentas computacionais, ao analisar uma estaca longa com seção circular de 50 centímetros de diâmetro imersa em solo coesivo e não coesivo, situação em que percebeu-se uma pequena variação entre os resultados do momento fletor máximo atuante nas estacas.

Também foi analisada neste trabalho uma estaca com seção circular de 50 centímetros de diâmetro imersa em solo estratificado, com o intuito de obter informações a respeito dos esforços que ocorrem ao longo de fuste e prever os deslocamentos da fundação devido ao carregamento lateral aplicado em seu topo. Para esse caso foi analisado em um primeiro momento uma estaca com topo livre, situação em que foi percebido um elevado deslocamento no topo da fundação, a fim de combater esse deslocamento foi analisado também a mesma estaca simulando o engastamento de seu topo em um bloco composto por mais de uma estaca.

## 2. OBJETIVOS

### 2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho acadêmico é estudar o comportamento de estacas submetidas a carregamentos laterais, comparando os resultados obtidos por meio de modelos analíticos já consolidados e utilizados na prática com os resultados obtidos por ferramentas computacionais capazes de fornecer diagramas de esforços solicitantes e deslocamentos da estrutura.

### 2.2 Objetivos Específicos

Com base no objetivo geral que norteará este trabalho pode-se estabelecer três objetivos específicos:

- Analisar a diferença do comportamento de estacas longas carregadas lateralmente imersas em solos coesivos, em solos não-coesivos e em solos estratificados;
- Utilizar métodos analíticos já consolidados para determinação do momento fletor máximo e deslocamento máximo da estaca analisada;
- Comparar os resultados dos modelos analíticos com os resultados obtidos por meio de ferramentas computacionais a fim de verificar as eventuais discrepâncias entre eles.

### 3. JUSTIFICATIVAS

Estacas são elementos muito utilizados no ramo da construção civil, capazes de transferir o carregamento proveniente da edificação às camadas de solo que ofereçam o suporte necessário. Sabe-se que na maioria das vezes os carregamentos transversais na base das edificações são omitidos dos cálculos por considerarem a estrutura de fundação capaz de suportar tais carregamentos e por isso, algumas normas de construção especificam que seja considerada uma força transversal igual a 10% da carga axial aplicada (BROMS, 1964 apud CINTRA, 2002).

Para edificações de pequeno porte tais considerações são válidas e adotadas na prática há vários anos, porém para edificações de grande porte como é o caso de edifícios altos e esbeltos, pontes, estruturas “off-shore”, torres de transmissão; os carregamentos laterais são muitas vezes presentes, causados por vento, empuxos de terra, ondas marítimas, sismos e frenagem de veículos nos tabuleiros de pontes. Em países onde a ocorrência de sismos e maremotos é frequente as normas de construção já preveem análises mais detalhadas das forças horizontais que as edificações devem ser capazes de resistir.

Percebe-se que cargas laterais em estacas ocorrem na prática e merecem a atenção devida na etapa de projeto, tais carregamentos poderiam ser resistidos por meio da utilização de estacas inclinadas, porém como afirma Velloso (2010) não se observa muito a utilização de estacas inclinadas devido a dificuldade de ordem executiva.

Para o dimensionamento de uma estaca vertical submetida à carga lateral é necessário a obtenção dos diagramas de momento fletor, e esforço cortante, o modelo de cálculo que mais se assemelha com a realidade seria um complexo modelo tridimensional, pois sabe-se que as estacas estão imersas em um substrato que as envolvem por completo. Devido à dificuldade de resolução de um modelo matemático tridimensional há o surgimento de métodos de cálculo que são baseados em hipóteses simplificadoras que serão apresentadas no decorrer desse trabalho.

## **4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo serão apresentados alguns dos principais métodos utilizados para a análise de ruptura da estaca e análise de deformações em estacas submetidas a esforços laterais, baseados em livros e dissertações que se aprofundaram no assunto. Devido à complexidade do estudo do comportamento de estacas submetidas a esforços laterais é necessário que o leitor deste trabalho acadêmico entenda as definições de alguns conceitos utilizados para a formulação dos métodos de análise de ruptura da estaca e análise de deformações, por isso, esse capítulo foi dividido em duas partes sendo a primeira dedicada a explicação das diferenças entre os tipos de solo, coeficiente de reação horizontal, módulo de reação horizontal e o conceito de rigidez relativa. E a segunda parte do trabalho dedicada a apresentação dos modelos de análise da ruptura da estaca propostos por Brinch-Hansen, Poulos & Davis e Broms; também à apresentação dos modelos de análise de deformações propostos por Winkler, Hetenyi, Miche, Davinson e Robinson e por fim o método russo.

### **4.1 Teoria básica**

#### **4.1.1 Estacas ativas e passivas**

Segundo De Beer apud Alonso, as estacas carregadas lateralmente podem ser classificadas em dois tipos, estacas ativas e passivas. As estacas ativas são aquelas que quando submetidas a forças externas são capazes de transmitir ao solo os esforços horizontais, nesse caso o carregamento feito na estaca é o causador do deslocamento sofrido pela mesma. As estacas passivas são aquelas que recebem esforços horizontais provenientes de movimentações de terra ao seu redor, para esse caso o movimento de terra é o causador do deslocamento e o carregamento

passa a ser o efeito. Há ainda diferenças fundamentais entre os dois tipos de estaca como; intensidade e ponto de aplicação das cargas, ponto de atuação das cargas e posição relativa do solo que envolve a estaca; tais diferenças são descritas na tabela 1.

**Tabela 1- Diferença entre estacas ativas e passivas.**

	<b>ATIVAS</b>	<b>PASSIVAS</b>
<b>Intensidade e ponto de aplicação das cargas.</b>	Pressupõe como conhecido.	Pressupõe como não conhecido.
<b>Ponto de atuação das cargas.</b>	Feito na superfície em um só plano.	Ocorre ao longo do fuste, em profundidade.
<b>Posição relativa do solo que envolve a estaca.</b>	Há descolamento do solo na parte oposta ao deslocamento da estaca. Ocorre o efeito de arco.	O solo está sempre em contato com a estaca. Não ocorre o efeito de arco.

Fonte: Alonso (2003).

Devido às diferenças apresentadas na tabela 1 para os dois tipos de estaca sabe-se que são necessários modelos matemáticos diferentes. Nesse trabalho há a preocupação de expor métodos analíticos e computacionais para determinar os esforços e deslocamentos nas estacas ativas carregadas lateralmente, dito isso, serão apresentados nesse referencial bibliográfico alguns métodos e modelos utilizados para o estudo de estacas ativas.

#### **4.1.2 Tipos de solo**

Considera-se como solo um material produzido pela natureza ao longo do tempo; que se apresenta sob diversas formas e que possui em sua composição matéria sólida, líquida e gasosa. De um ponto de vista mais técnico o solo pode ser considerado como um material que cobre a crosta terrestre servindo de suporte para as edificações. A sua classificação varia de acordo com a sua composição e origem, determinadas com minúcias pelo estudo da geologia.

A construção civil classifica o solo de uma maneira mais grosseira considerando as diferenças entre o diâmetro dos grãos que compõem o solo e

também o seu comportamento quando submetido a um carregamento, dividindo-os em rocha sã, pedregulho, areia, silte, argila, e suas misturas.

Rocha sã – Estado onde os minerais estão em seu estado sólido mais agregado apresentando grandes volumes, diferente dos pedregulhos que são derivados da rocha sã;

Pedregulhos – Solos formados por minerais ou partículas de rocha com diâmetro compreendido ente 2mm e 60mm, quando arredondados ou semi-arredondados podem ser denominados de cascalho ou seixo rolado. Quando um pedregulho apresenta um diâmetro maior do que 60mm e inferior a 400cm e é encontrado solto em algumas partes do terreno deve ser chamado de matacão.

Areia – Partículas de rocha com diâmetro compreendido entre 0,06mm e 2mm.

Silte – Partículas muito pequenas de rocha, com diâmetro compreendido entre 0,002mm e 0,06mm. Confunde-se bastante silte com argila, um método bastante prático para diferenciar um solo do outro é retirar uma amostra do solo, se a amostra apresentar facilidade em ser moldada trata-se de uma argila, caso contrário é um silte.

Argila – Solo com graduação muito fina, as partículas apresentam diâmetros inferiores a 0,002mm, apresentando coesão e plasticidade.

A análise granulométrica pode ser feita em laboratório com a utilização de peneiras que apresentam malhas de diferentes aberturas. A tabela 2 apresenta resumidamente a classificação do solo de acordo com a granulometria:

**Tabela 2- Granulometria do solo.**

<b>Solo</b>	<b>Diâmetro (mm)</b>
<b>Pedregulho</b>	2 a 60
<b>Areia</b>	0,06 a 2
<b>Silte</b>	0,002 a 0,06
<b>Argila</b>	< 0,002

**Fonte: Costa (2016).**

O objetivo da engenharia em classificar o solo está na previsão de um possível comportamento do solo quando submetido a um carregamento, a classificação quanto ao diâmetro se torna relativamente rígida se for considerado



que o solo não apresenta sempre uniformidade. É comum que o solo apresente variações no diâmetro dos grãos e estratificação das camadas com a profundidade, quando um solo possui predominância entre areia, argila ou silte a ele é dado o nome de solo arenoso, solo argiloso e solo siltoso. Para os outros casos onde o solo apresenta variação no diâmetro dos grãos que o compõem há a composição de um novo nome onde o solo principal se torna um substantivo e o solo em menor quantidade se torna um adjetivo, um exemplo seria a areia argilosa que é um solo com predominância de areia, mas com partículas de argila em sua composição. A variação do comportamento para os diferentes tipos de solo será explicada logo a seguir.

### **-Solos granulares ou não coesivos**

São solos compostos por partículas predominantemente grossas, ou seja, pedregulhos e areia. O solo apresenta grande permeabilidade, pois quando em seu estado seco as partículas do solo apresentam vazios relativamente grande entre si, proporcionados devido ao grande diâmetro das partículas do solo que as distanciam. Quando um solo não coesivo é compactado ocorre a diminuição da distância entre as partículas do solo, aumentando a superfície de contato entre os grãos e conseqüentemente aumentando a resistência ao deslocamento entre as partículas melhorando a transmissão de forças entre elas.

### **-Solos não granulares ou coesivos**

São solos compostos por partículas extremamente finas, que são imperceptíveis a olho nu. Esse tipo de solo não apresenta boa permeabilidade devido ao pequeno espaço que há entre os grãos que dificultam a entrada de água, porém quando a água consegue adentrar o solo, é muito difícil de ser drenada e o solo passa a ter um comportamento plástico. Sabe-se que a água não é capaz de absorver pressão e como os solos coesivos possuem seus vazios preenchido por água não é aconselhado que o mesmo venha a receber carregamento proveniente de edificações, devido a dificuldade de transmissão de forças entre as partículas do solo

### 4.1.3 Rigidez relativa estaca-solo

Sabe-se que para a resolução de um problema genérico de uma estaca submetida a um carregamento horizontal a reação do solo pode ser função das propriedades da estaca, das relações tensão deformação, da profundidade da estaca, do deslocamento sofrido pela estaca, da velocidade do carregamento, entre outros fatores.

Devido à interferência de tantos fatores torna-se difícil definir uma função que leve em conta tantas variáveis, torna-se complexa a resolução da equação diferencial do problema. Por isso as soluções analíticas para o problema fornecem resultados convenientes para solos com módulo de reação horizontal constante e variáveis, utilizando a hipótese simplificadora de Winkler (1867) onde a reação do solo é proporcional ao seu deslocamento.

A constante de proporcionalidade, que será apresentada nos próximos tópicos, leva em consideração parâmetros específicos da estaca e do solo que a envolve, por meio de uma relação entre a rigidez do solo e a rigidez à flexão da estaca. Definiu-se então um fator de rigidez relativa estaca-solo que depende da variação do módulo de reação horizontal com a profundidade, para solos com módulo de reação constantes na equação 1, solos com variação do módulo de reação, equação 2:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E I}{k}} \quad 01$$

E para solos não coesivos utiliza-se:

$$T = \sqrt[5]{\frac{E I}{n_h}} \quad 02$$

Sendo:

E: Módulo de elasticidade do material;

I: Inércia da seção analisada;

K: Módulo de reação horizontal;

$n_h$ : Constante do coeficiente de reação horizontal.

Conforme Terzaghi apud Alonso (2003), os erros obtidos nos cálculos devido à influência de diversos fatores sofrem pouca interferência devido a potência no qual a raiz das expressões estão sujeitas. Por essa razão não se torna necessário a utilização de refinamentos sugeridos por alguns métodos para o cálculo do comportamento de estacas.

Matlock & Reese apud Alonso (2003) propuseram que para o caso de areias o comportamento da estaca é comandado pelo solo que ocorre até uma profundidade  $z=T$ , e para o caso de argilas Davisson apud Alonso (2003) propõe que o refinamento do valor do módulo de reação deverá ser restrito a uma profundidade  $z=0,4R$  conforme mostra a figura 1:

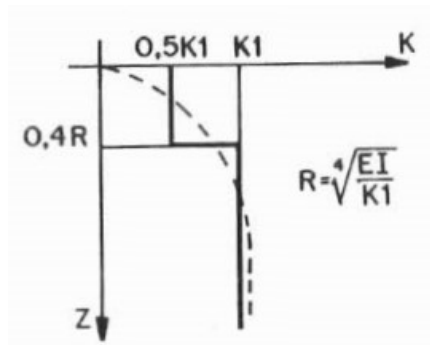


Figura 1- Refinamento proposto por Davisson apud Alonso (2003)  
Fonte: Alonso (2003).

#### 4.1.4 Coeficiente e módulo de reação horizontais

No estudo de estacas ativas é comum empregar-se o uso de métodos baseados no coeficiente de reação horizontal do solo, estimado muitas vezes através de ensaios de SPT e associados a uma classificação táctil-visual do solo, o que sofre variações devido a experiência que o projetista possui. Devido a isso torna-se necessário a análise do maior número possível de provas de carga a fim de se aferir os parâmetros do solo.

O coeficiente de reação horizontal do solo ( $k_z$ ) é definido pela razão entre a pressão unitária ( $\sigma_z$ ) em uma profundidade ( $z$ ), e o deslocamento sofrido pelo solo, dado pela equação 3.

$$k_z = \frac{\sigma_z}{y} \quad 03$$

O conceito do coeficiente de reação horizontal parece ter mais sentido quando aplicado aos casos de vigas apoiadas em um meio elástico como no caso de trilhos de estradas de ferro, o que perde o seu sentido quando aplicado a estacas. Isso ocorre devido ao fato das estacas possuírem a mesma dimensão transversal ao longo da profundidade sendo capaz a redistribuição das tensões exercidas pelo solo na face de uma estaca que sofreu um deslocamento constante  $y$ . Se comparada com o solo a estaca assume um comportamento rígido no plano horizontal e a distribuição das tensões não é constante ao longo da face que está em contato com o solo, assim varia-se o valor de  $k_z$  de ponto a ponto dessa seção.

Devido a essas razões é comum nos dias de hoje utilizar o módulo de reação horizontal  $K$ , que é definido como sendo a reação aplicada pelo solo na estaca, expressa em unidade de força por comprimento, dividida pelo deslocamento  $y$ , conforme equação 4.

$$K = \frac{\sigma_z \cdot B}{y} \quad 04$$

Devido a essa nova forma de se expressar a reação do solo elimina-se o problema causado pela utilização do conceito do coeficiente de reação horizontal. Com base nisso Terzaghi e Matlock & Reese, apud Alonso (2003) desenvolveram métodos baseados no módulo de reação horizontal capazes de levar em consideração a não linearidade entre tensão e deslocamento, possibilitando também analisar quaisquer variações do módulo de reação com a profundidade, tal método é conhecido como curvas p-y.

## 4.2 ANÁLISE DE RUPTURA DA ESTACA

### 4.2.1 Método de Brinch Hansen (1961)

O método de Brinch – Hansen (1961) figura 2, baseia-se na teoria do empuxo do solo, possuindo a vantagem de ser aplicado em solos coesivos, não coesivos, homogêneos e estratificados. Mesmo podendo ser aplicado em diferentes tipos de solo o método apresenta como desvantagem o fato de possuir aplicação somente para o caso de estacas curtas, que no caso são estacas que possuem a relação entre o seu comprimento e o seu diâmetro menores ou iguais a 10 a 12 e também a desvantagem de ser um método que apresenta sua solução por tentativas.

$$L/d \leq 10 \text{ a } 12$$

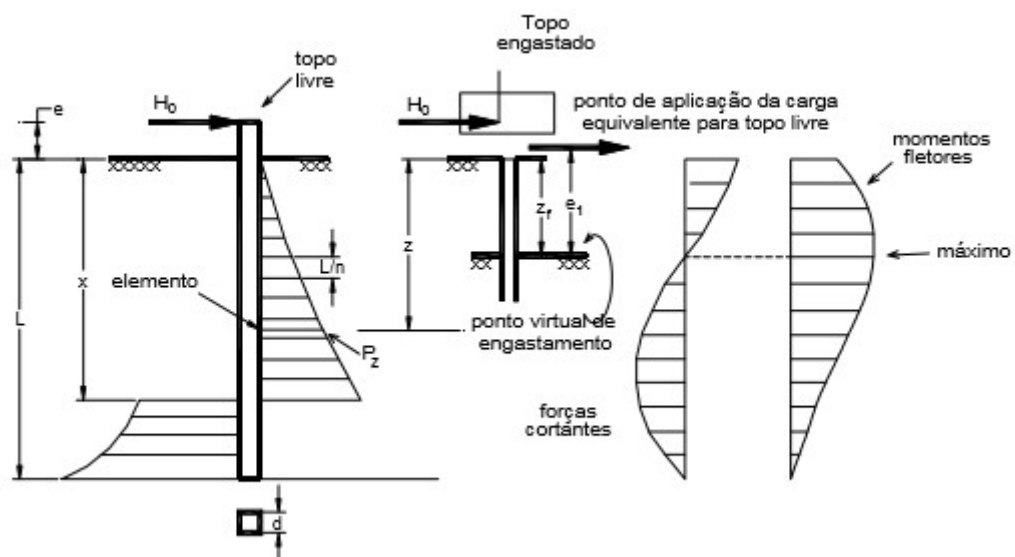


Figura 2- Método de Brinch-Hansen  
Fonte: Tomlinson (1986) apud Del Pino (2003).

DEL PINO (2003), apresenta uma sequência de cálculos para estacas com topo livre apresentado logo abaixo:

- 1) Divide-se o trecho da estaca em  $n$  elementos, que possuem comprimento  $L/n$ .

2) Calcula-se a resistência passiva de cada elemento na profundidade  $z$  abaixo do nível do terreno de acordo com a equação 6, depois é possível obter a pressão última do solo na estaca, por meio da equação 5 :

$$p_u = p_z \cdot d \cdot \left(\frac{L}{n}\right) \quad 05$$

$$p_z = q \cdot K_q + c \cdot K_c \quad 06$$

Onde:

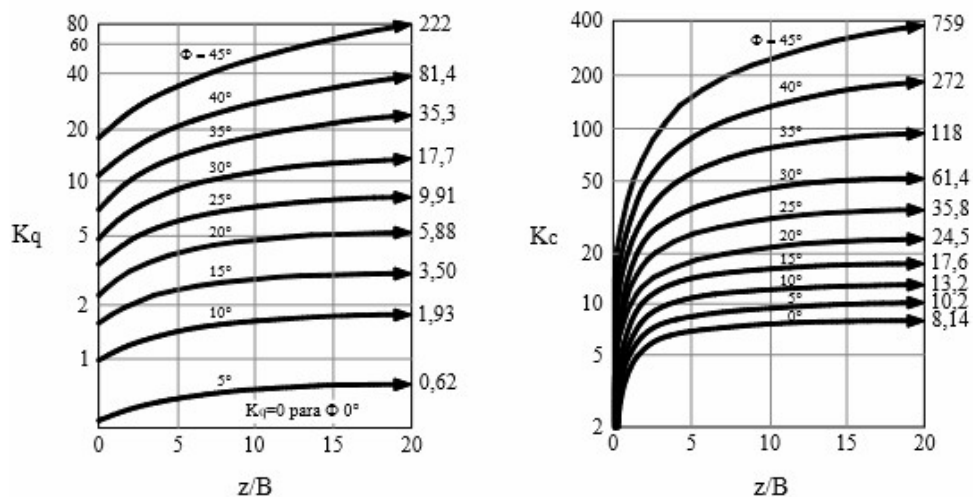
$p_u$ : Pressão do solo;

$p_z$ : Pressão do solo em determinada profundidade;

$q$ : Pressão vertical efetiva de terra na profundidade  $z$ ;

$c$ : Coesão do solo na profundidade  $z$ ;

$K_q$  e  $K_c$ : Fatores que dependem da relação  $z/d$ . Determinados através do gráfico fornecido por Brinch – Hansen (1961), figura 3.



**Figura 3- Coeficientes de  $K_q$  e  $K_c$  propostos por Brinch-Hansen**  
**Fonte: (ROJAS, 2007)**

3) Adota-se uma profundidade  $x$  da seção de rotação X da estaca.

4) Calcula-se o somatório de momentos em relação ao ponto de aplicação da carga horizontal, utilizando equação 7.

$$\sum M = \sum_{z=0}^{z=x} p_u \cdot (e + z) - \sum_{z=x}^{z=L} p_u \cdot (e + z) \quad 07$$

O ponto X será considerado como correto quando a diferença entre as resistências passivas acima e abaixo do ponto de rotação X estiverem equilibradas, ou seja, quando o somatório for igual a 0.

Obs: Para o caso de momentos aplicados no topo da estaca deve-se aumentar a distância de aplicação da força  $H_u$ , adotando o valor de uma força qualquer (H), que será o denominador do momento para a obtenção da excentricidade (e), adicional ao topo da estaca ( $e=M/h$ ).

5) Calcula-se a carga horizontal máxima utilizando a equação 8:

$$H_u \cdot (e + x) = \sum_0^x p_u \cdot (x - z) + \sum_x^{x+L} p_u \cdot (z - x) \quad 08$$

O fator de segurança utilizado para a estaca é obtido por  $FS = \frac{H_u}{H_o}$ .

6) Com os valores de  $p_u$  é possível traçar os diagramas de força cortante e momento fletor que atuam na estaca. Lembrando que o valor máximo de momento fletor obtido no diagrama não deve ser superior ao momento que causa plastificação do material da estaca.

Para estacas que possuem o topo engastado restringindo o giro da estaca, o procedimento de cálculo é similar. De acordo com a figura 2, o valor do ponto virtual de engastamento  $e_1$ , pode ser calculado através da equação 9:

$$e_1 = \frac{1}{2} \cdot (e + zf) \quad 09$$

Onde: A ordem de grandeza  $zf$  é igual a 1,5m para areias compactas e argilas rijas, e 3,0m para o caso de argilas moles e silte.

Assim os valores de deslocamento do topo da estaca podem ser estimados aproximadamente, supondo-se a estaca em balanço, ou engastada no ponto virtual de engastamento, utilizando as equações 10 e 11:

Para topo livre

$$\rho = \frac{H_0 \cdot (e + z_f)^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad 10$$

Para topo engastado

$$\rho = \frac{H_0 \cdot (e + z_f)^3}{12 \cdot E \cdot I} \quad 11$$

Onde:

E: Módulo de elasticidade do material da estaca;

I: Momento de inércia da seção transversal da estaca.

Para o caso de estacas curtas em solos estratificados o processo de cálculo é análogo, porém é preciso considerar que a profundidade **z** utilizada para obter os valores de **Kc** e **Kq**, deve ser medida para camada de solo a partir de seu topo.

#### 4.2.2 Análise simplificada – Método de Poulos & Davis (1980)

Poulos & Davis (1980), propõem um método de determinação da resistência lateral máxima considerado simples, possuindo como base as leis da estática, diferente do método anterior proposto por Brinch – Hansen (1961), o método de Poulos & Davis pode ser aplicado também para estacas longas, imersas em solos arenosos e argilosos. O método não deixa claro quais são os critérios para a classificação de uma estaca quanto a sua flexibilidade, a forma de ruptura da estaca não está baseada apenas na relação entre o seu comprimento e o seu diâmetro, mas passa a sofrer influência também do tipo de solo que a envolve.



Nesse método as estacas passam a ser consideradas como rígidas-curtas quando sob a ação de cargas horizontais a estaca gira; as deformações devido a flexão na estaca são pequenas e as deformações devido a rotação aumentam linearmente com a distância ao centro de rotação. Considerando que a estaca possui um diâmetro igual a B, as equações de forma geral tomam o seguinte formato, permitindo o cálculo da força horizontal última pela equação 12 e do momento fletor último por meio da equação 13:

$$Hu = \int_0^{zr} Pu \cdot B \cdot dz - \int_{zr}^L Pu \cdot B \cdot dz \quad 12$$

$$Mu = Hu \cdot e = - \int_0^{zr} Pu \cdot dz \cdot dz + \int_{zr}^L Pu \cdot dz \cdot dz \quad 13$$

Onde:

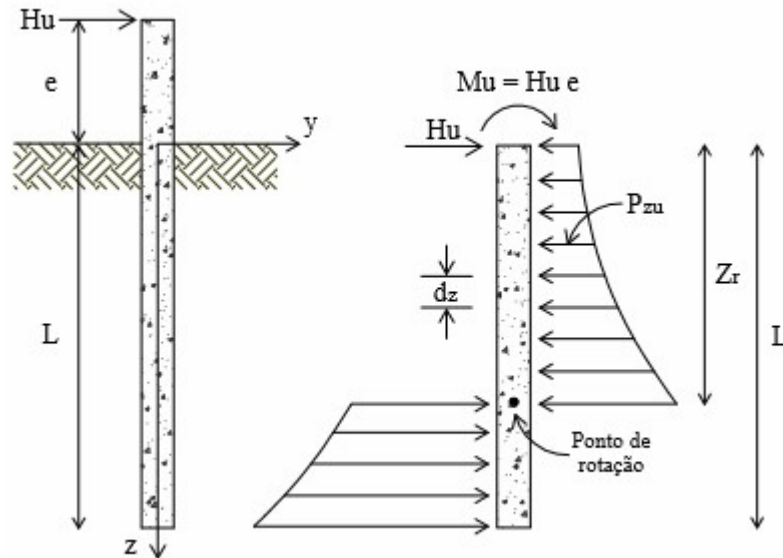
Hu= força horizontal última;

Mu= momento último;

Pu= pressão do solo última;

e = comprimento não engastado.

O esquema da estaca curta no método de Poulos & Davis é similar ao método de Brinch – Hansen como demonstrado na figura 4, porém tal método não aborda o caso de uma estaca curta com topo engastado.



**Figura 4- Estaca sob a ação de um carregamento horizontal.**  
**Fonte: (ROJAS, 2007)**

Percebe-se que na equação para a obtenção dos valores da máxima força horizontal e do máximo momento fletor, é necessário antes obter o valor da pressão última feita pelo solo na estaca ( $P_u$ ). Sabe-se que para que esse valor seja obtido é necessário saber em qual tipo de solo a estaca está imersa, pois a equação de  $P_u$  é diferente para solos argilosos e solos arenosos

DEL PINO (2003), definiu as seguintes equações para profundidade de rotação (14), força horizontal máxima (16) e momento fletor (15) para os dois casos:

Solos argilosos e rijos:

$$z_r = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{Hu}{p_u \cdot d} + L \right) \quad 14$$

$$\frac{Mu}{p_u \cdot d \cdot L^2} = \frac{Hu \cdot e}{p_u \cdot d \cdot L^2} = \frac{1}{4} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{2Hu}{p_u \cdot d \cdot L} \right) - \left( \frac{Hu}{p_u \cdot d \cdot L} \right)^2 \right] \quad 15$$

$$\frac{Hu}{p_u \cdot d \cdot L} = \left[ \sqrt{\left( 1 + \frac{2 \cdot e}{L} \right)^2 + 1} \right] - \left( 1 + \frac{2 \cdot e}{L} \right) \quad 16$$

Solos arenosos e solos moles: Solos que possuem variação linear de acordo com a profundidade, apresentando valores distintos para resistência máxima do solo ( $P_u$ ), sendo  $P_o$  a força feita no topo da estaca e  $P_L$  a força feita na ponta, são obtidas pela equações 17.

$$\frac{H_u}{p_L \cdot d \cdot L} = \left(1 - \frac{p_o}{p_L}\right) \cdot \left(\frac{z_r}{L}\right)^2 + \left(2 \cdot \frac{p_o}{p_L}\right) \cdot \left(\frac{z_r}{L}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{p_o}{p_L}\right) \quad 17$$

Para os casos em que as estacas não são consideradas rígidas, são estacas longas, as deformações causadas pela flexão são maiores se comparadas com as deformações causadas pela rotação e seu comportamento não é afetado pela mudança de seu comprimento. Nesse caso, a ruptura pode ser causada por momentos fletores maiores do que os momentos de plastificação da estaca. O valor do momento pode ser calculado utilizando a mesma equação utilizada para estacas curtas e comparado com o momento de plastificação .

Nos casos onde a estaca está imersa em solo puramente coesivo Poulos & Davis apud Velloso (2010) definem que há uma variação nos valores de resistência máxima do solo, próximo à superfície admite-se que  $P_u=2 \cdot C_u$  e a partir da profundidade  $Z$   $P_u=8$  a  $12C_u$ , sendo a profundidade  $Z$  é aproximadamente igual a três vezes o diâmetro da estaca. A resistência máxima do solo é definida pela equação 18:

$$P_u = K_c \cdot c$$

18

em que:

$K_c$  : fator de resistência lateral que depende da relação  $c_a/c$  e da geometria da seção transversal da estaca ( $d/b$  ou  $b/d$ ), Poulos & Davis (1980) fornecem o gráfico para a sua determinação;

$c_a$  : adesão do solo com o fuste da estaca;

$c$  : coesão do solo na profundidade  $z$ ;

$b$  : diâmetro ou largura da estaca.

Se o valor de  $P_u$  for ultrapassado o solo que envolve a estaca escoar plasticamente no plano horizontal, e o valor de  $P_u$  pode ser obtido através da Teoria da Plasticidade. Se a estaca estiver imersa em solo não coesivo Poulos & Davis apud Velloso (2010) sugerem que a determinação de  $P_u$  seja feita pelo método de Brinch – Hansen, apresentado anteriormente.

De acordo com RICCI (1995), o método proposto por Poulos & Davis é meramente didático, não sendo aconselhável utilizá-lo na prática. Para o autor, no método proposto para estacas curtas a distribuição da resistência lateral ao longo do fuste não é condizente com a realidade, já que nas proximidades da seção de giro os deslocamentos são reduzidos, não mobilizando integralmente as pressões resistentes. Outro ponto que RICCI (1995) ressalta é que não há nenhuma consideração da resistência lateral do solo sob a ponta da estaca, que no caso de tubulões curtos que possuem a base alargada pode ser uma parcela significativa para o cálculo do equilíbrio estático da peça.

#### **4.2.3 Método de Broms (1964)**

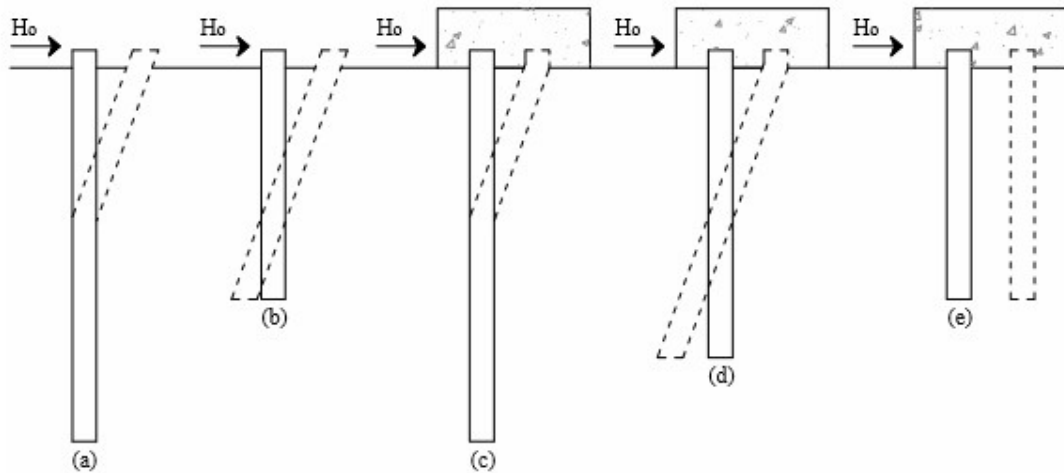
Em 1964, Broms apresenta dois artigos sobre estacas, o primeiro tratava a respeito de estacas imersas em solos coesivos, o segundo sobre estacas imersas em solos granulares, ou arenosos. Em seu terceiro artigo, apresentado em 1965, Broms resumiu suas conclusões e apresentou um método de cálculo para estacas carregadas transversalmente, o método de Broms (1965), pode ser utilizado em estacas longas e curtas, com topo livre ou engastado, e como dito anteriormente em solos coesivos ou não. O método foi desenvolvido através de simplificações dos diagramas de resistência do solo ao longo de estacas longas, curtas e intermediárias.

O autor adota a filosofia dos métodos de ruptura das estacas, estabelecendo que:

- A ruptura completa do grupo de estacas, ou da estrutura de suporte, não deve ocorrer mesmo para as mais adversas situações;
- As deformações causadas pelas cargas de trabalho não devem atrapalhar o funcionamento da fundação ou superestrutura.

Para o caso de pequenas estruturas que possuem pequenos deslocamentos, deve-se adotar apenas as cargas de trabalho e no caso de estruturas que podem suportar deslocamentos relativamente grandes, deve-se adotar no projeto a resistência a ruptura das estacas.

A ruptura em uma estaca ocorre após a formação de um mecanismo de ruptura em cada tipo de estaca, como mostra a figura 5:



**Figura 5- Mecanismos de ruptura de uma estaca (a) estaca longa com topo livre (b) estaca curta com topo livre (c) estaca longa com topo engastado (d) estaca intermediária com topo engastado (e) estaca curta com topo engastado**  
 Fonte: Broms, (1964) apud Del Pino (2003).

Para estacas longas com topo livre (a), a ruptura ocorre após a plastificação do material da estaca e no ponto onde o momento fletor atinge o seu valor máximo. No caso de estacas curtas com topo livre (b), a ruptura ocorre apenas no solo enquanto a estaca sofre rotação em relação a alguma seção transversal.

Se a estaca for considerada longa e possuir o topo engastado (c), a ruptura ocorrerá em dois pontos devido à plastificação do material, o primeiro ponto é na região da base do bloco de fundação e o segundo ponto é na região onde o momento fletor atinge o seu máximo valor positivo. Estacas consideradas intermediárias e com topo engastado (d), apresentam simultaneamente a ruptura devido à plastificação do material na região da base do bloco de fundação e a rotação da estaca em relação a uma seção transversal. Estacas curtas com topo engastado (e), ocorrerá a translação da estaca.

O critério utilizado por Broms para a classificação de estacas entre curtas, longas e intermediárias pode ser obtido através da razão entre o comprimento da

estaca (L), e sua rigidez relativa (R para solos não coesivos e T para solos coesivos).

$$\begin{aligned} \frac{L}{T} > 4 &\quad \longrightarrow \quad \text{Estaca Longa (Flexível)} \\ 2 < \frac{L}{T} \leq 4 &\quad \longrightarrow \quad \text{Estaca Intermediária} \\ \frac{L}{T} < 2 &\quad \longrightarrow \quad \text{Estaca Curta (Rígida)} \end{aligned}$$

#### - Coeficientes de majoração das cargas e de redução das resistências

Broms (1965) determina que a ruptura de um grupo de estacas pode ocorrer:

- Se as cargas transversais atuantes ultrapassarem consideravelmente as de projeto;
- Se os parâmetros de resistência do solo e/ou do material da estaca foram superestimados;
- Se o método clássico superestima a resistência lateral do elemento de fundação.

Baseado no conceito dos coeficientes de segurança parciais, o autor recomenda que o projeto de estacas carregadas lateralmente levem em consideração o comportamento da fundação em seu estado de ruptura, utilizando fatores que majorem as cargas de projeto e reduzam a resistência lateral da fundação, levando em conta a imprecisão na determinação das cargas, no método de cálculo e nas propriedades do solo. Os valores recomendados para majoração e redução estão na tabela 3:

**Tabela 3- Coeficiente de majoração das cargas e redução da resistência.**

Majoração	Redução
Cargas permanentes: 1,50	Coesão - $C_{projeto} = 0,75C_{projeto}$
Cargas variáveis: 2,00	$\Phi : \Phi_{projeto} = 0,75.tg\Phi$
Profundidade de erosão: 1,25 a 1,50	

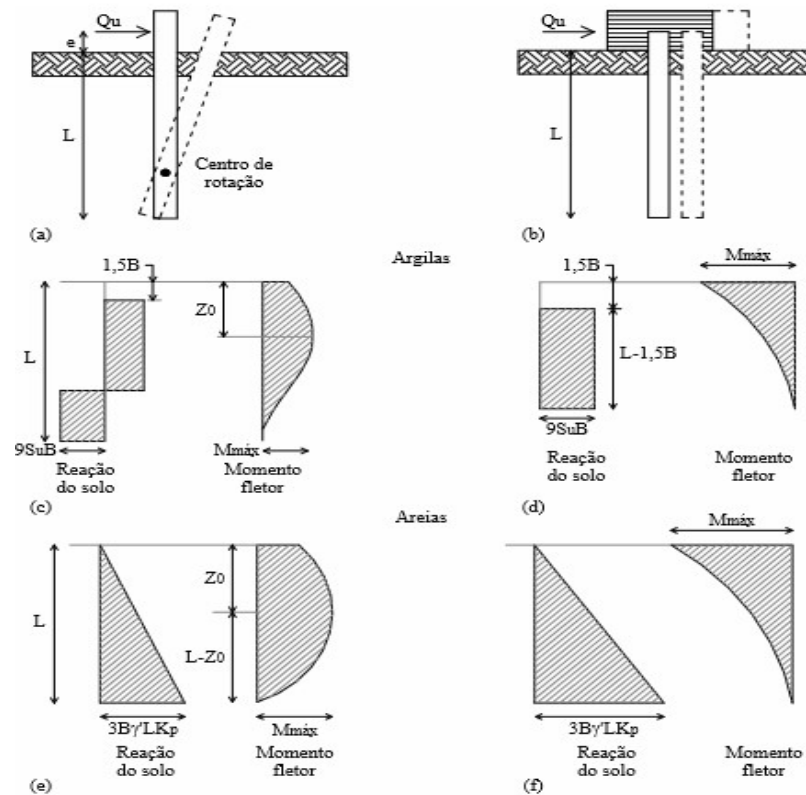
Fonte: ROJAS (2007).

#### -Resistência lateral do solo na ruptura

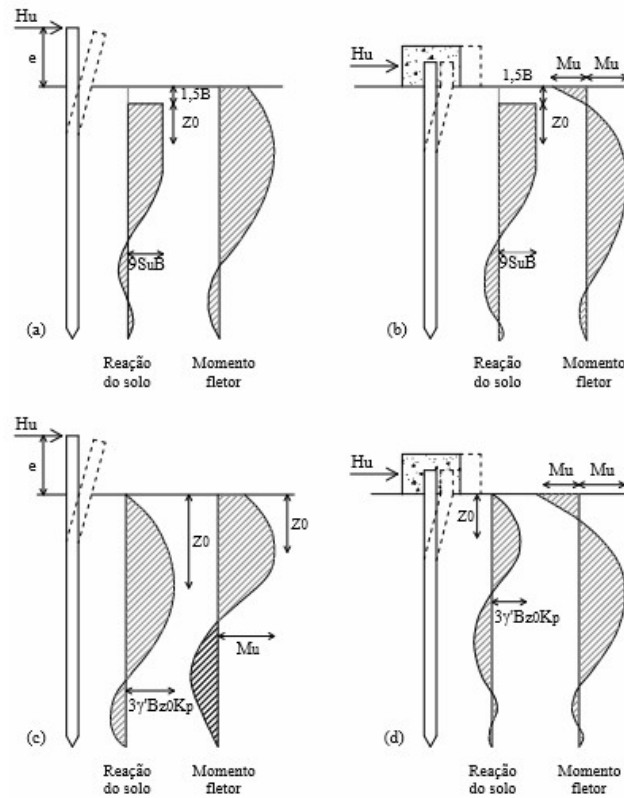
Para solos coesivos foi feita uma simplificação para as reações do solo, as reações são consideradas nulas até uma profundidade  $z$ , igual a uma vez e meia o diâmetro da estaca ( $d$ ), a partir dessa profundidade foi considerada uma reação constante de  $9.C_u.d$ , onde  $C_u$  representa a coesão não drenada do solo e  $d$  o diâmetro da estaca.

Para solos não coesivos admite-se que, na ruptura, as reações do solo são iguais a três vezes o empuxo passivo (Rankine). Ou seja, a uma profundidade  $z$  a reação do solo por unidade de comprimento da estaca é igual a  $3.D.\gamma'.z.k_p$ , onde  $\gamma'$  é o peso específico do solo e  $k_p$  o coeficiente de empuxo passivo de Rankine. Também é importante ressaltar que para o tipo de análise feita por Broms (1965) é necessário que no estado de ruptura a capacidade de rotação das rótulas plásticas seja possível desenvolver um empuxo passivo acima da rótula plástica inferior, provocar a redistribuição dos momentos fletores ao longo da estaca e que haja a possibilidade de utilizar a capacidade máxima de plastificação da estaca ao atingir a resistência de ruptura.

As simplificações sugeridas pelo autor ficam mais fáceis de serem visualizadas nas figuras 6 e 7:



**Figura 6- Mecanismos de ruptura, reação do solo e momento fletor para estacas curtas**  
 Fonte: Velloso (2002).



**Figura 7- Mecanismo de ruptura, reação do solo e momento fletor para estacas longas**  
**Fonte: Velloso (2002).**

### - Mecanismos de ruptura

Estaca curta livre: A ruptura ocorre quando a estaca gira, em relação a um ponto da seção transversal em determinada profundidade, como um corpo rígido. Ocorre o rompimento do solo.

Estaca longa livre: A ruptura ocorre quando a estaca atinge o seu valor máximo de resistência ao escoamento a uma profundidade  $z$ .

Estaca curta engastada: A ruptura ocorre quando a estaca translada, ou se desloca, como um corpo rígido.

Estaca intermediária engastada: A ruptura ocorre quando o momento fletor atinge o valor correspondente a ruptura, na seção de engastamento da estaca.

Estaca longa engastada: A ruptura ocorre devido a formação de duas rótulas plásticas, a primeira localizada na seção do engastamento e a segunda a uma profundidade  $z$ .



### - Carregamentos e momentos fletores na ruptura

Solos não coesivos:

Estacas curtas com o topo livre: Para estacas consideradas curtas, a carga de ruptura é dada pela equação 19:

$$Hu = \frac{0,5 \gamma BL^3 K_p}{(e + L)} \quad 19$$

Lembrado que o momento fletor para tal carregamento não pode atingir o momento de ruptura, ou plastificação, que a estaca suporta.

Estacas longas com topo livre: Como a ruptura ocorre após a formação de uma rótula plástica localizada a uma profundidade  $z$  (20), onde o momento é máximo causando a ruptura da estaca, equação 21:

$$z_0 = 0,82 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}} \quad 20$$

$$M_{\text{máx}} = Hu(e + 0,67z_0) \quad 21$$

Igualando o momento máximo ao momento de ruptura da estaca obtém-se a equação 22:

$$Hu = \frac{Mu}{e + 0,55 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}}} \quad 22$$

Estaca curta engastada: A carga de ruptura é dada pela equação 23:

$$Hu = 1,5L^2 B \gamma'^{K_p} \quad 23$$

Lembrando que o momento fletor que ocorre na ligação entre o bloco e a estaca não deve se superior ao momento de ruptura.

Estaca longa engastada: O carregamento para o caso de uma estaca que possua o momento de ruptura positivo com valor diferente do negativo é dado pela equação 24:

$$Hu = \frac{Mu^+ + Mu^-}{e + 0,54 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}}} \quad 24$$

Caso os momentos sejam iguais a equação do carregamento é:

$$Hu = \frac{2Mu}{e + 0,54 \sqrt{\frac{Hu}{\gamma BK_p}}} \quad 25$$

Solos coesivos:

Estaca curta com topo livre: Para esse tipo de estaca têm-se as seguintes equações momento máximo (26 e 27) e profundidade de ruptura (28):

$$M_{\text{máx}} = Hu(e + 1,5B + 0,5Z_0) \quad 26$$

$$M_{\text{máx}} = 2,25BS_u(L - 1,5B - Z_0)^2 \quad 27$$

$$Z_0 = \frac{Hu}{9S_u B} \quad 28$$

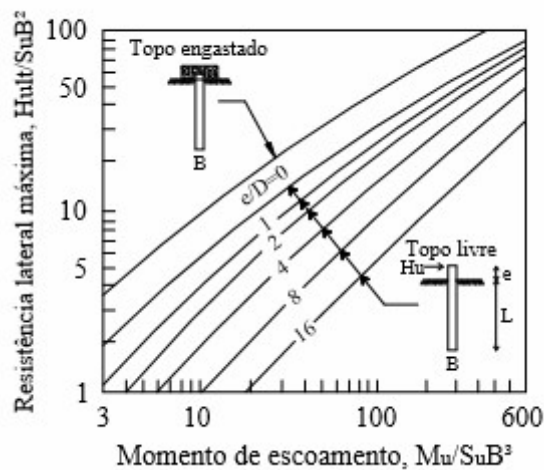
Estaca longa com topo livre: A ruptura ocorre quando a resistência à ruptura (ou plastificação) da estaca é atingida.

Estaca curta engastada: Tal como ocorre para as estaca curtas em solos não coesivos, a estaca sofre uma translação de corpo rígido, lembrando que o momento fletor que ocorre na estaca deve ser inferior ao momento de ruptura suportado pela mesma. O carregamento pode ser obtido por meio da equação 29:

$$Hu = 9S_u B(L - 1,5B)$$

29

Estaca longa engastada: A figura 8 permite calcular a carga de ruptura  $H_u$  a partir de  $M_u$ .



**Figura 8: Estaca longa em solo coesivo**  
**Fonte: Velloso 2002.**

### 4.3 ANÁLISE DE DEFORMAÇÕES

Os projetos de estacas submetidas a cargas laterais baseados na análise de ruptura do solo, ou estaca, levam em consideração apenas a deflexão máxima e não a capacidade de suporte oferecida pelo solo no qual a mesma está imersa. Para edificações pequenas que não estão sujeitas a carregamentos verticais de grande valor, tal método de análise é bastante aceitável. Já para edifícios altos, ou construções de grande porte, é necessária uma melhor análise do solo em que a fundação será inserida.

Ao considerar a resistência do solo no projeto de estacas submetidas a ações laterais, deve-se partir de dois modelos de cálculo distintos sendo o primeiro o modelo elástico, o solo é considerado um meio elástico contínuo, o que seria algo mais próximo da realidade na construção civil; o segundo modelo é baseado na teoria de reação horizontal do solo, onde a continuidade do solo é desprezada e substituída por molas independentes de comportamento elasto-plástico.

Ambos os modelos apresentam vantagens e desvantagens de utilização. O modelo elástico, por se tratar de algo mais próximo da realidade, precisa de maior atenção devido às várias considerações feitas a respeito do solo, necessitando assim de uma modelagem matemática bastante complexa devido à análise tridimensional feita em um meio elasto-plástico. O modelo elástico seria capaz de fornecer uma solução para elementos que estão imersos em solos com variação do módulo de reação horizontal de acordo com a profundidade e solos estratificados, porém para que isso seja feito deve-se ter um conhecimento muito amplo sobre o solo.

Os modelos baseados na teoria de reação horizontal do solo são mais simples e utilizados na prática há um bom tempo, também podem ser utilizados para solos estratificados e com variação do módulo de reação horizontal de acordo com a profundidade mesmo não considerando a continuidade do solo; além da desconsideração da continuidade do solo, outra desvantagem desse modelo é que o coeficiente de reação horizontal não é uma propriedade do solo, pois varia de acordo com o material da estaca, a sua seção e o seu deslocamento.

O método utilizado neste trabalho para a análise de estacas submetidas a ações laterais foi baseado na teoria de reação horizontal do solo, devido a isso, o referencial bibliográfico abordará de forma sucinta o modelo que considera o solo como um meio elástico contínuo e de forma mais abrangente os métodos que se baseiam na teoria de reação horizontal do solo.

#### **4.3.1 Modelo Elástico**

Para obter a deflexão lateral de uma estaca sujeita a carregamentos transversais é necessário fazer algumas considerações a respeito do tipo de solo. Assume-se um solo ideal, plástico, isotrópico, com um módulo de elasticidade ( $E_s$ ) e

um coeficiente de Poisson ( $\nu_s$ ) constantes. Utilizando o modelo elástico é possível encontrar resultados para solos com módulo de reação horizontal diferente de acordo com a profundidade e também para solos com um sistema de camadas variáveis.

Nos cálculos assume-se que o solo possui grande resistência à tração, mesmo sabendo que o solo em seu estado natural não oferece grande resistência à tração. Devido a isso, a rotação e a deflexão lateral da estaca serão maiores do que as calculadas de acordo com a ruptura do solo ou estaca. Em 1971 Poulos estudou o comportamento de uma estaca flutuante sujeita a carregamentos laterais e um momento fletor, o método foi escolhido para servir de exemplo nesse referencial bibliográfico para o modelo elástico.

#### **4.3.1.1 Método de Poulos (1971)**

O método desenvolvido em 1971 é dividido em duas partes, a primeira analisa o comportamento de uma estaca isolada, figura 9, imersa em um solo com módulo de elasticidade constante e a segunda analisa o comportamento de uma estaca isolada imersa em um solo com variação linear crescente do módulo de elasticidade.

##### **- Estaca isolada em um solo com módulo de elasticidade constante**

Deve ser aplicado para argilas rijas por ser um material elástico ideal, com módulo de elasticidade ( $E_s$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu_s$ ) que não se alteram na presença da estaca, semi infinito, homogêneo e isotrópico. No modelo desenvolvido por Poulos apud Del Pino (2003) foram obtidas soluções adimensionais em função do fator de flexibilidade da estaca ( $kR$ ), que permite uma estimativa da rotação ( $\theta$ ), e do deslocamento ( $\rho$ ) no topo da estaca ao nível do terreno. Poulos (1971) observou que o resultado não sofre interferências significativas com a variação do valor do coeficiente de Poisson ( $\nu_s$ ) e por isso o autor estipulou um valor de  $\nu_s=0,5$ . O fator de flexibilidade da estaca pode ser obtido através da equação 30:

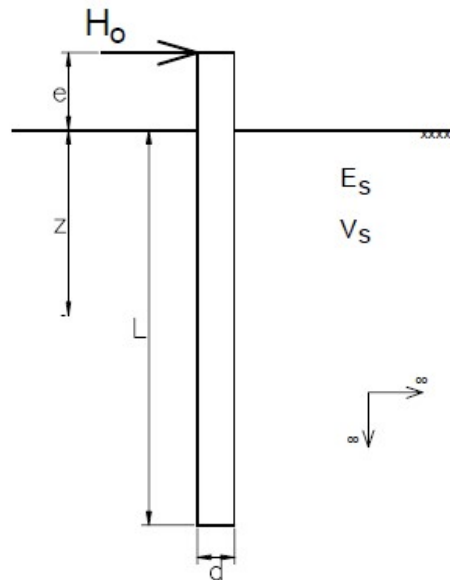
$$K_R = \frac{E_p I}{E_s L^4} \quad 30$$

Para uma estaca com topo livre a rotação (32) e o deslocamento (31) são obtidos por:

$$\rho = I_{\rho H} \left( \frac{H_0}{E_s L} \right) + I_{\rho M} \left( \frac{M_0}{E_s L^2} \right) \quad 31$$

32

$$\theta = I_{\theta H} \left( \frac{H_0}{E_s L^2} \right) + I_{\theta M} \left( \frac{M_0}{E_s^3} \right)$$



**Figura 9- Estaca isolada.**  
**Fonte: Poulos apu Del Pino (2003).**

Para uma estaca com topo engastado o deslocamento é obtido pela equação 33:

$$\rho = I_{\rho F} \frac{H_0}{E_s L} \quad 33$$

**-Estaca isolada em um solo com módulo de elasticidade com variação linear crescente com a profundidade**

Pode ser aplicado a argilas moles normalmente adensadas e areias. O módulo de elasticidade  $E_s$  parte do zero na superfície do terreno e é considerado crescente com a profundidade, definido pela equação 34:

34

$$E_s = N_h \cdot z$$

O fator de flexibilidade da estaca  $K_N$  pode ser obtido por meio da equação 35:

35

$$K_N = \frac{E_p I_p}{N_h L^5}$$

O deslocamento e a rotação na superfície do terreno podem ser obtidos por meio das seguintes equações 36 e 37 respectivamente:

36

$$\rho = \frac{H_0}{N_h L^2} \left( I_{\rho H} + \frac{e}{L} I_{\rho M} \right)$$

37

$$\theta = \frac{H_0}{N_h L^2} \left( I_{\theta H} + \frac{e}{L} I_{\theta M} \right)$$

Para estacas com topo engastado o deslocamento pode ser obtido pela equação 38:

38

$$\rho = \frac{H_0}{N_h L^2} I_{\rho F}$$

Os significados dos fatores são apresentados logo abaixo:

$I_{pH}$  e  $I_{pM}$ : Fatores de influência para deslocamentos devidos à força horizontal e momento fletor aplicados no topo da estaca com o topo livre, fornecido por Poulos (1980);

$I_{\theta H}$  e  $I_{\theta M}$ : Fatores de influência para rotações devido a forças horizontais e momento fletor aplicados o topo da estaca com topo livre , fornecidos por Poulos & Davis (1980);

$I_{pF}$ : Fator de influência para deslocamentos devidos à força horizontal e momento fletor aplicados no topo da estaca com o topo engastado, fornecido por Poulos & Davis (1980).

#### **4.3.2 Modelos baseados na teoria de reação horizontal do solo**

Os modelos que utilizam a teoria de reação horizontal do solo baseiam-se nas hipóteses de Winkler apud Velloso (2010), utilizadas para o cálculo de dormentes de estradas de ferro. Os métodos que são fundamentados nessas hipóteses desconsideram a continuidade do solo, substituindo-o por molas independentes com comportamento elasto-plástico. Apesar de apresentar tal deficiência teórica o método é considerado simples e de fácil utilização, é muito utilizado na prática há vários anos e permite a possibilidade de utilização para solos com variação das propriedades com a profundidade. Os métodos baseados nesse modelo que serão apresentados nesse trabalho serão os propostos por Hetenyi (1946), Miche (1930), Davinson e Robinson (1965) e o Método Russo (1953-1971).

A substituição do solo por molas independentes pode ser facilmente entendida para o caso de uma viga de fundação, porém o mesmo não ocorre para o caso de uma estaca imersa nos solo. Independente do formato que possui a seção transversal da estaca o solo resiste o deslocamento horizontal da mesma por tensões normais contra o lado da estaca e por tensões cisalhantes que atuam nas laterais, figuras 10 e 11, a resistência na parte contrária ao deslocamento é praticamente nula e por efeito de praticidade substituída por uma tensão que atua em uma área correspondente ao lado da estaca, em uma faixa com largura igual ao diâmetro, ou largura, da estaca **D**. Assim, supõe-se que a reação do solo seja uma

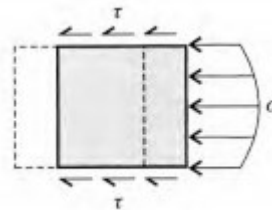


tensão normal atuante em uma faixa de largura  $D$  perpendicular ao deslocamento horizontal. De acordo com a hipótese de Winkler é possível obter a tensão atuante na frente da estaca através da equação 39:

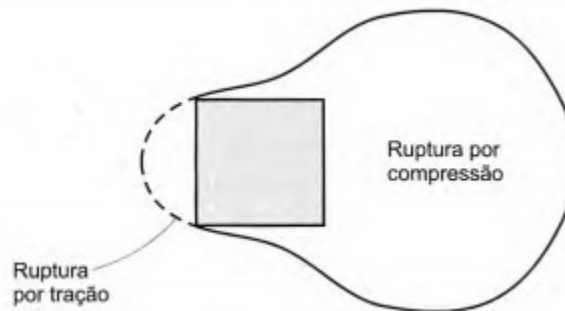
$$p = kh \cdot y$$

39

Onde:  $p$  é a tensão normal horizontal;  
 $kh$  é o coeficiente de reação horizontal e;  
 $y$  o deslocamento horizontal no eixo  $y$ .



**Figura 10- Reação do solo contra o deslocamento horizontal: Tensões despertadas.**  
 Fonte: Velloso, 2010



**Figura 11- Reação do solo contra o deslocamento horizontal: Mecanismo de ruptura.**  
 Fonte: Velloso (2010).

Sabe-se que os valores de  $kh$  sofrem variações de acordo com o tipo de solo no qual a estaca está imersa, podendo variar de acordo com a profundidade e com as dimensões da estaca. Terzaghi (1955) analisou o coeficiente de reação horizontal do solo para fundações rasas e profundas, distinguindo em dois casos. O primeiro determina que para argilas muito sobre adensadas o coeficiente de reação horizontal pode ser considerado constante com a profundidade e o segundo determina que para argilas normalmente adensadas e areias o coeficiente de reação horizontal sofreria variação linear crescente com a profundidade. Considerando  $E$  o módulo de elasticidade do solo e sabendo que os deslocamento que estão a uma

distância superior à três vezes o diâmetro da estaca não influenciam a mesma, Terzaghi propôs a equação 40:

$$kh = 0,74 \cdot \frac{E}{D} \quad 40$$

Para fins práticos alguns autores sugerem adotar a equação 41:

$$kh = \frac{E}{D} \quad 41$$

Lembrando que o módulo de elasticidade de um solo sofre influência da drenagem e do tipo de carregamento a qual o solo está sujeito. A explicação do módulo de reação horizontal e curvas p-y foram dadas no início desse referencial bibliográfico, abaixo serão apresentadas algumas das soluções obtidas por pesquisadores baseadas no coeficiente de reação do solo.

#### **4.3.2.1 Método de Miche (1930)**

Até então se supõe que Miche apud Alonso (2003) foi o primeiro autor a propor uma solução para uma estaca em solo com coeficiente de reação horizontal crescendo linearmente com a profundidade, considerando-a apoiada em um meio elástico e levando em conta a sua deformabilidade. Nos cálculos Miche levou em consideração a rigidez relativa estaca-solo, que determina o comprimento característico da estaca, as linhas de estado e as expressões obtidas por Miche estão demonstradas na figura 12:

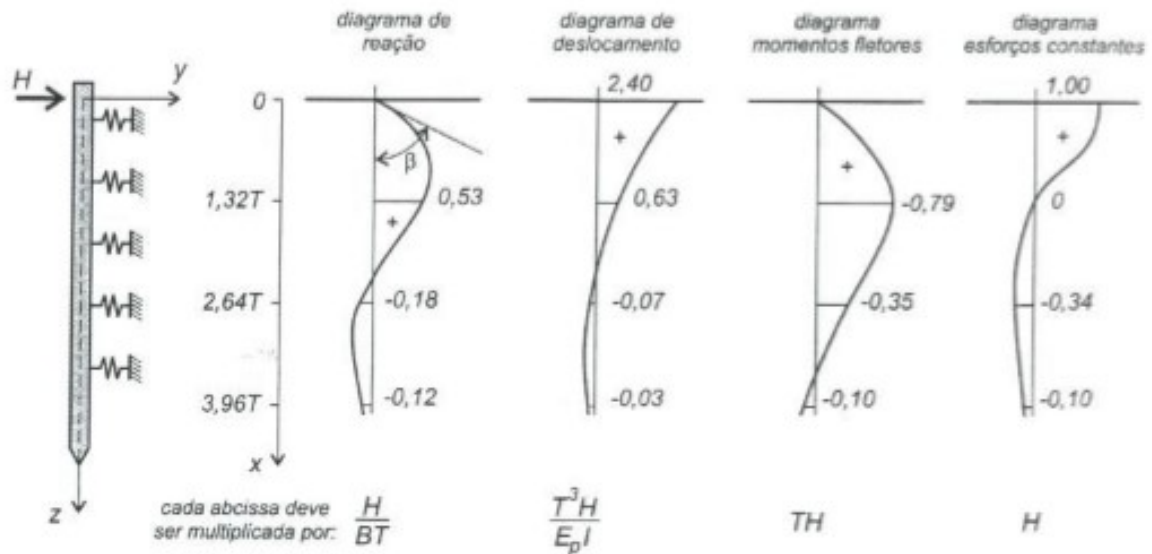


Figura 12- Método de Miche: Estaca submetida a uma força aplicada no topo, coincidente com a superfície do terreno  
Fonte: Velloso (2010).

-Deslocamento horizontal no topo da estaca (42):

42

$$y_0 = 2,40 \cdot \frac{T^3 H}{E_p I}$$

-Tangente do diagrama de reação do solo (43):

43

$$\operatorname{tg} \beta = 2,40 \cdot \frac{H}{BT^2}$$

-Momento fletor máximo (ocorre em  $z = 1,32T$ ), (44):

44

$$M_{\text{máx}} = 0,79HT$$

Para profundidades maiores do que quatro vezes o comprimento característico ( $4T$ ), os momentos fletores e os esforços cortantes são muito pequenos podendo até serem desprezados. Caso a estaca possuir um comprimento inferior a  $1,5T$  ela será considerada rígida, ou curta, e o momento máximo pode ser obtido pela equação 45:

$$M_{m\acute{a}x} = 0,25HT$$

45

Se o comprimento da estaca estiver entre  $1,5T$  e  $4T$  o momento fletor máximo pode ser obtido com uma aproximação razoável a partir da figura 13:

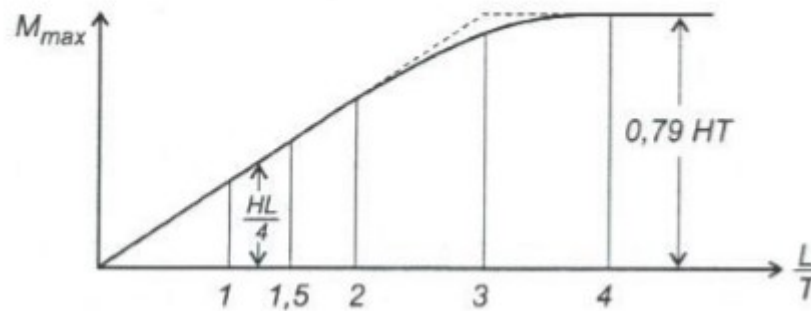


Figura 13- Cálculo aproximado do momento fletor máximo  
Fonte: Velloso (2002)

#### 4.3.2.2 Método de Hetényi (1946)

Hetényi (1946) propôs uma solução para o caso de uma viga horizontal infinitamente longa apoiada em um solo considerado como um meio elástico, esse método pode ser utilizado para estacas longas imersas em solos com coeficiente de reação horizontal constantes com a profundidade. O autor considerou estacas submetidas a uma força horizontal  $H$  e um momento fletor  $M$  aplicados no topo da estaca no nível do terreno, obtendo as seguintes expressões para deslocamento (46), momento fletor (47) e cortante respectivamente (48):

46

$$Y_i = \frac{2H_\lambda}{K} \cdot D_\lambda + \frac{2M_\lambda^2}{K} \cdot C_\lambda$$

$$M_i = \frac{H}{\lambda} \cdot B_\lambda + MA_\lambda$$

47

$$Q_i = HC_{\lambda} + 2MB_{\lambda} \quad 48$$

Em que  $\lambda$  é obtido pela equação 49:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EI}} \quad 49$$

Para que uma estaca seja considerada longa de acordo com o Método de Hetényi (1946) deve-se obedecer a seguinte relação:

$$l \geq \frac{4}{\lambda}$$

Os valores de  $A\lambda$ ,  $B\lambda$ ,  $C\lambda$  e  $D\lambda$ ; propostos por Hetényi são descritos na tabela 4.

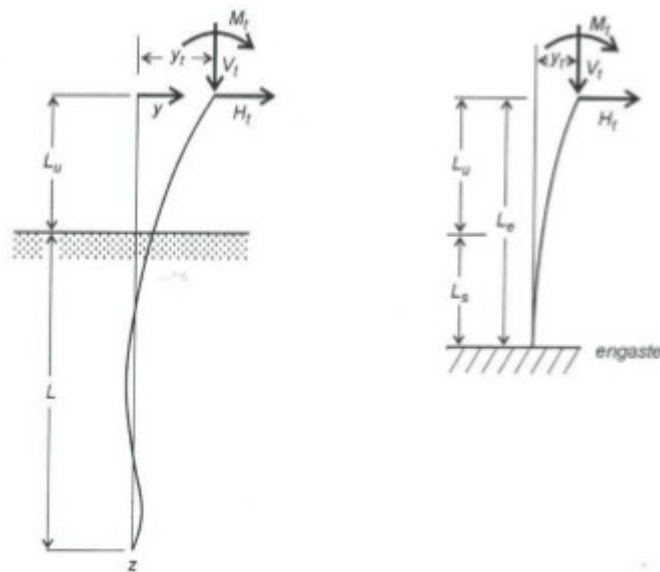
**Tabela 4- Coeficientes propostos por Hetényi**

Coeficientes propostos por Hetényi					
$\lambda \cdot Z$	Profun. (m)	$A\lambda$	$B\lambda$	$C\lambda$	$D\lambda$
0,00	0,0000	1	0	1	1
0,10	0,4237	0,9906	0,0903	0,81	0,9003
0,20	0,8473	0,9651	0,1627	0,6398	0,8024
0,50	2,1183	0,8231	0,2908	0,2414	0,5323
0,70	2,9656	0,6997	0,3199	0,0599	0,3798
0,78534	3,3271	0,6448	0,3224	0	0,3224
1,00	4,2365	0,5083	0,3096	-0,1109	0,1987
1,50	6,3548	0,2384	0,2226	-0,2068	0,0158
1,57070	6,6543	0,2079	0,2079	-0,2079	0
2,00	8,4730	0,0667	0,123	-0,1793	-0,0563
2,35620	9,9821	0	0,0671	-0,1342	-0,0671
2,50	10,5913	-0,0166	0,0492	-0,1149	-0,0658
3,00	12,7096	-0,0422	0,0071	-0,0563	-0,0493
3,14159	13,3094	-0,0432	0	-0,0432	-0,0432
3,50	14,8278	-0,0388	-0,0106	-0,0177	-0,0283
3,92700	16,6368	-0,0278	-0,014	0	-0,0139
4,00	16,9461	-0,0258	-0,0139	0,0019	-0,012

Fonte: Alonso (2003).

### 4.3.2.3 Método de Davinson e Robinson (1965)

Davinson e Robinson (1965) fornecem uma solução para o cálculo de uma estaca submetida a esforços horizontais e para a verificação da flambagem, o método consiste na substituição de uma estaca parcialmente enterrada por uma haste rigidamente engastada que possua comprimento equivalente que tenha o mesmo deslocamento da estaca ou mesmo carregamento crítico para flambagem. A figura 14 demonstra as considerações feitas pelos autores para determinação do comprimento equivalente.



**Figura 14- Estaca parcialmente enterrada.**  
**Fonte: Velloso (2002).**

Davinson e Robinson determinaram um comprimento  $L_s$  que quando somado ao comprimento livre  $L_u$ , proporcionem um comprimento de uma haste rigidamente engastada  $L_e$ . Considerando um coeficiente de reação horizontal  $K_h$  igual a zero no topo da estaca e se estendendo até o nível do terreno, são considerados dois casos, o primeiro com  $K_h$  constante e o segundo com  $K_h$  variável.

-Para  $K_h = \text{Constante}$

Considerando:

$$R = \sqrt[4]{\frac{E_p I}{K_h}} \quad 50$$

$$L = \frac{z}{R} \quad 51$$

$$U = \frac{V_t R^2}{E_p I} \quad 52$$

A partir daí são introduzidas algumas grandezas adimensionais levadas em consideração no método:

$$L = \frac{L}{R} \quad 53$$

$$S_R = \frac{L_S}{R} \quad 54$$

$$J_R = \frac{L_u}{R} \quad 55$$

O comprimento equivalente pode ser obtido pela equação 56:

$$L_e = (S_R + J_R) \cdot R \quad 56$$

Considerando a solução proposta por Hetényi para uma viga de comportamento semi infinito, ou aproximadamente,  $L_{max} > 4R$  e com o critério mencionado de que deve haver igualdade de deslocamento  $y_t$  da estaca e da haste de comprimento equivalente rigidamente engastada na profundidade  $L_s$ , verificou-se que para uma grande variação de  $J_R$ , o valor de  $S_R$  deve estar entre 1,3 e 1,6; podendo ser adotado um valor de  $S_R = 1,33$  na maioria dos casos.

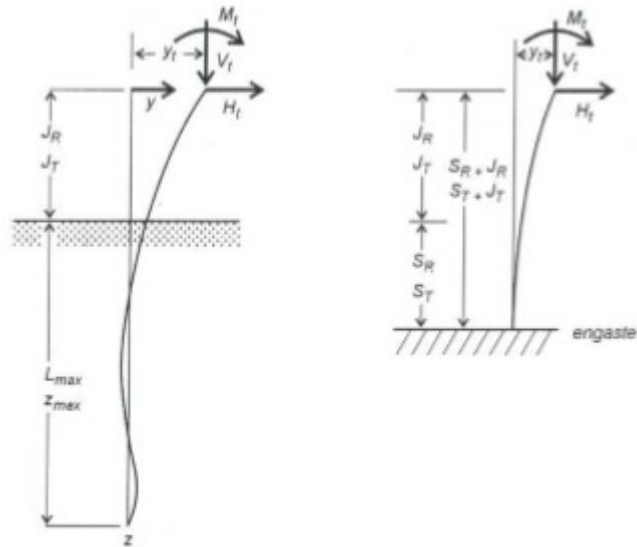


Figura 15- Representação adimensional de uma estaca parcialmente enterrada  
Fonte: Velloso (2002).

A carga crítica de flambagem pode ser obtida pela equação 57:

$$V_{crit} = \frac{\pi^2 E_p I}{4R^2 (S_R + J_R)^2} \quad 57$$

-Para  $Kh = nh \cdot z$

Considerando:

$$T = \sqrt[5]{\frac{E_p I_p}{n_h}} \quad 58$$

$$Z = \frac{z}{T} \quad 59$$

$$V = \frac{V_t T^2}{E_p I} \quad 60$$



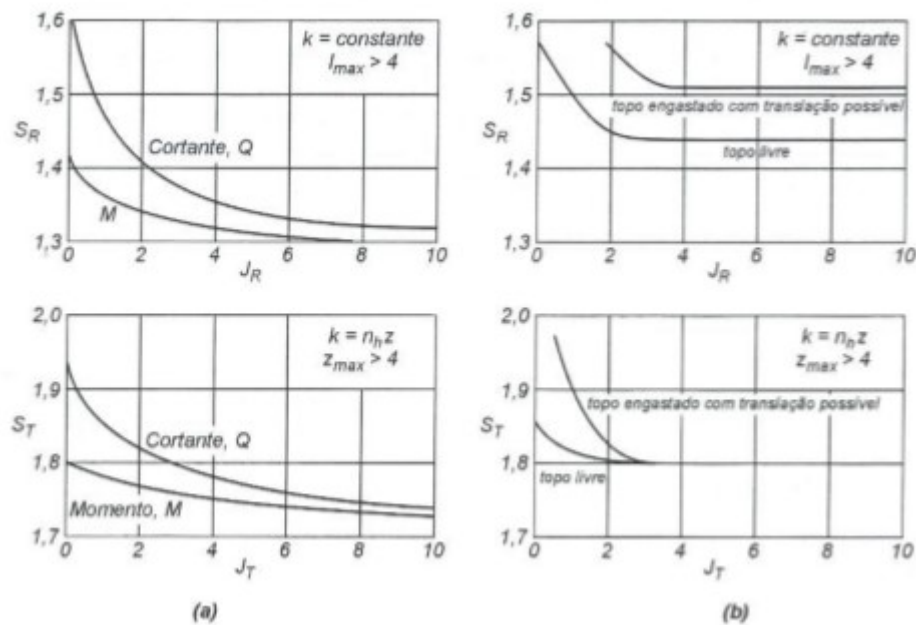
A partir daí são introduzidas algumas grandezas adimensionais consideradas pelo método:

$$Z_{m\acute{a}x} = \frac{L}{T} \quad 61$$

$$S_T = \frac{L_S}{T} \quad 62$$

$$J_T = \frac{L_u}{T} \quad 63$$

Levando em conta os critérios do primeiro caso com  $K_h$  constante com a profundidade verifica-se que o valor de  $St=1,75$  pode ser adotado para a maioria dos casos, do mesmo modo para flambagem obtém-se o valor representativo de  $St=1,8$ . Os coeficientes para flambagem e flexão podem ser obtidos por meio dos gráficos representados na figura 16:



**Figura 16- Coeficientes para: (a) flexão, (b) flambagem**  
**Fonte: Velloso (2002).**

#### 4.3.2.4 Método Russo

Quando uma estaca ou tubulão não podem ser tratados como um elemento flexível com apoio elástico, deve-se considerar uma solução para um elemento rígido com apoio elástico tipo Winkler, uma das soluções mais famosas propostas até hoje para casos com esse é chamada de método Russo e é utilizado em nosso país para o projeto de tubulões. O método descrito na norma russa (Darkov e Kusnezow, 1953; Ordujanz, 1954; San Martin, 1965; Jurnikis, 1971. Apud VELLOSO, 2012) utilizado para o cálculo de elementos rígidos enterrados prevê uma contenção lateral do tipo Winkler que possui coeficiente de reação lateral crescente com a profundidade. O equilíbrio para esse elemento de fundação fornece valores para deslocamentos horizontais (64) e verticais (65), rotação no topo (66), diagramas de tensões laterais (67) e sob a base (69) fornecidos pelo seguinte conjunto de equações:

$$v = \frac{2H}{k_L LB} + \frac{2}{3} L \alpha \quad (\alpha \text{ em radianos}) \quad 64$$

$$w = \frac{V}{k_v A_b} \quad 65$$

$$\alpha = \frac{2HL + 3M}{\frac{1}{12} k_L L^3 B + \frac{3}{16} k_v A_b B_b^2} \quad 66$$

$$\sigma_h = -\frac{k_L}{L} z v + \frac{k_L}{L} z^2 \alpha \quad 67$$

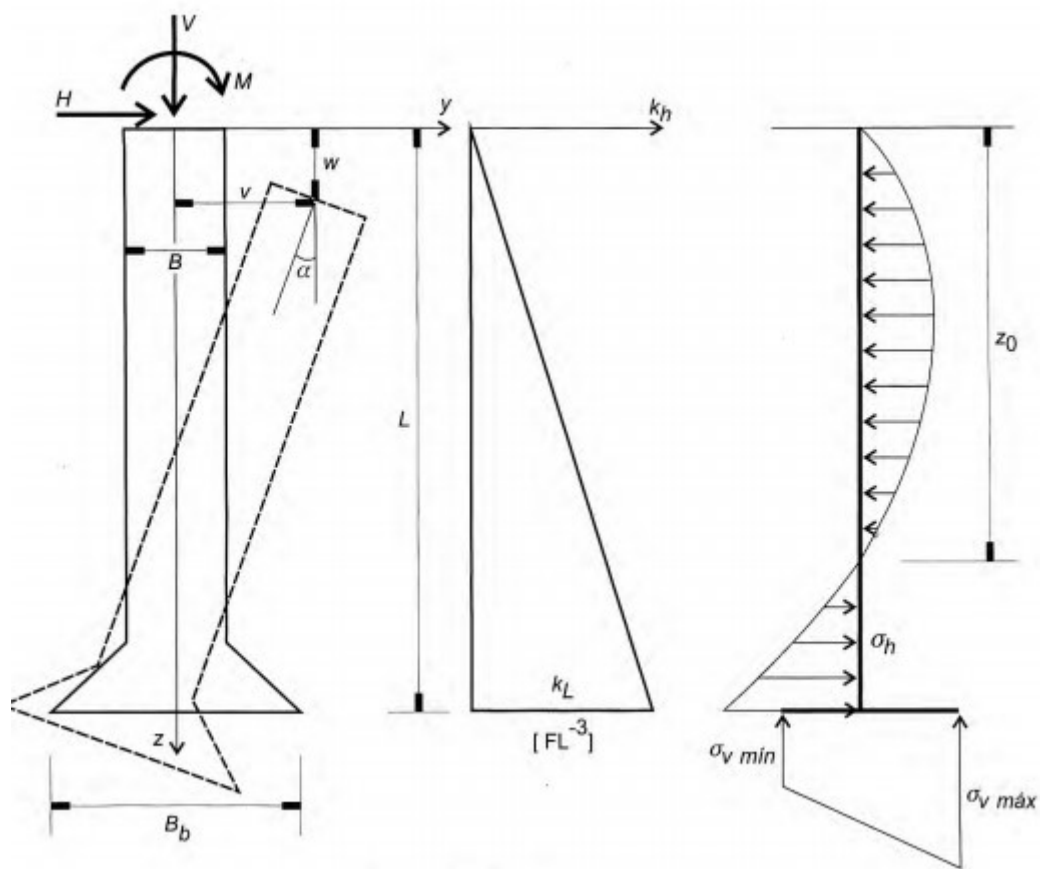
$$z_0 = \frac{v}{\alpha} \quad 68$$

$$\sigma_v = \frac{V}{A_b} \pm \frac{k_v B_b}{2} \alpha \quad 69$$

Através do diagrama de tensões podem ser calculados os valores de momentos fletores e cortantes atuantes na estaca, lembrando que as tensões verticais devem ser compatíveis com as características do solo no nível de base e as tensões horizontais devem ser inferiores a diferença entre o empuxo passivo e ativo, divididos por um coeficiente de segurança (70):

$$\sigma_h \leq \frac{\sigma_{h,pas} - \sigma_{h,ati}}{CS} \quad 70$$

Os diagramas propostos pelo método Russo são mostrados na figura 17:



**Figura 17- Método Russo**  
**Fonte: Velloso (2010).**

## 5. METODOLOGIA

### 5.1 Etapas e considerações iniciais

Foi feito o levantamento de alguns métodos analíticos utilizados para o cálculo de estacas verticais submetidas a cargas laterais. Feito o levantamento foram resolvidos de forma analítica os exercícios propostos por Alonso (2003) a respeito de estacas longas imersas em solos coesivos e não coesivos.

A escolha do método utilizado para a resolução dos exercícios depende do solo no qual a estaca está imersa e se a mesma pode ou não ser considerada longa. Por meio dessa verificação utilizou-se os métodos propostos por Miche e Hetenyi apud Alonso (2003) apresentados no referencial bibliográfico deste trabalho.

Após a resolução usando os respectivos métodos analíticos dos dois exercícios foram realizadas as análises das estacas por intermédio de ferramentas computacionais, os programas selecionados para as análises são capazes de fornecer os diagramas de esforços atuantes ao longo do fuste. Para simular o solo que envolve a estaca foi utilizado o método proposto por Winkler apud Velloso (2010), em que o autor sugere uma análise simplificada da fundação. Nessa simplificação o solo é simulado por meio de apoios elásticos dispostos ao longo do fuste da estaca, tais apoios possuem coeficientes elásticos a depender do tipo de solo avaliado. Após a resolução dos exercícios por meio de ferramentas computacionais foi feita a comparação entre os resultados, momento em que buscou-se analisar as variações encontradas.

Para análise de estacas imersas em solos estratificados foi utilizado apenas o *software Robot*, por apresentar maior facilidade para a modelagem da estrutura e permitir a melhor visualização dos diagramas obtidos.

Por fim, após a comparação entre os dois métodos são expostas as conclusões deste trabalho, baseadas nos resultados das análises desenvolvidas.

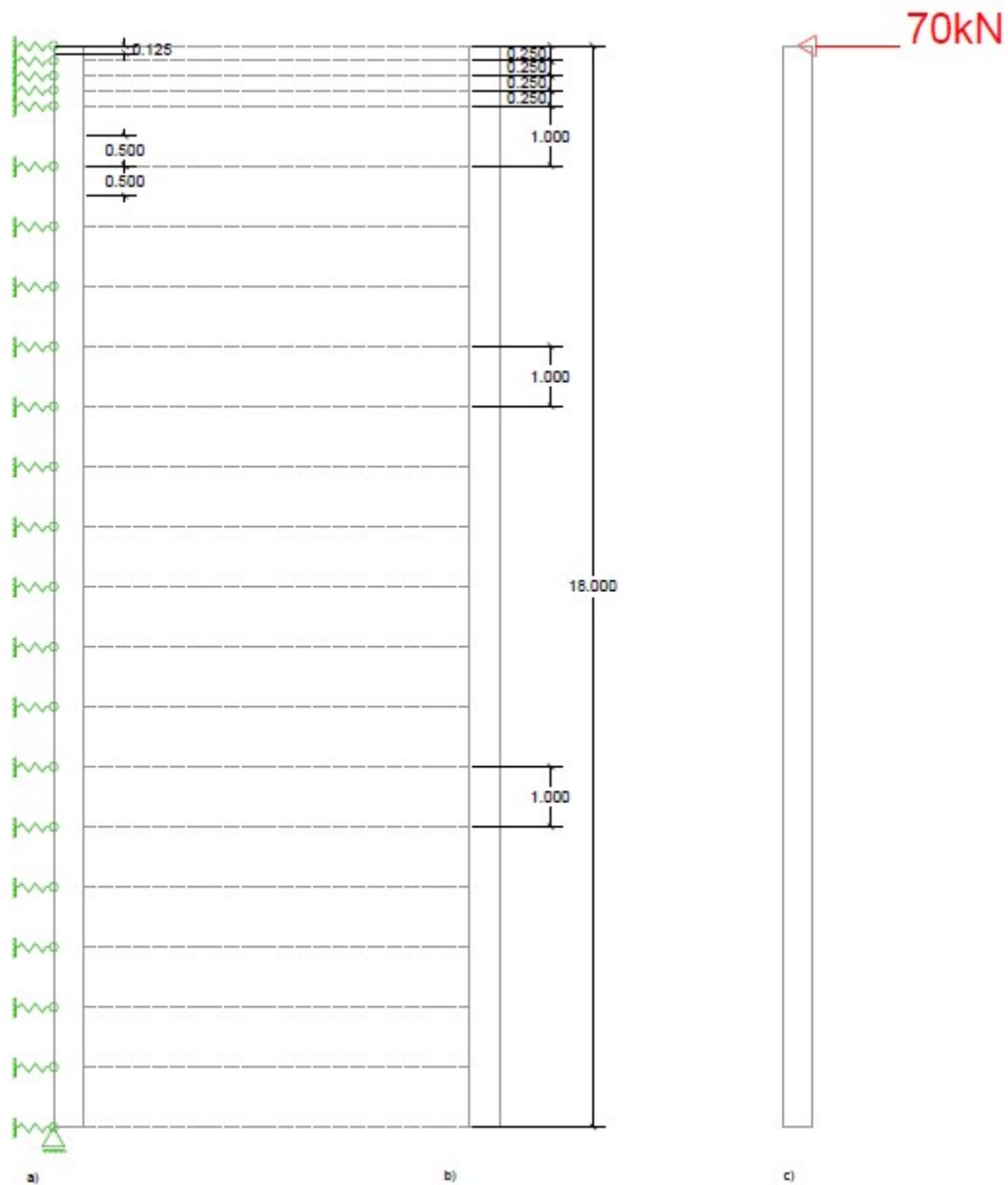
## 5.2 Programas utilizados e modelo de cálculo

Buscou-se nessa etapa do trabalho ferramentas computacionais que pudessem auxiliar nas resoluções dos exercícios propostos por Alonso (2003), tal ferramenta de auxílio deveria ser capaz de ao final da modelagem fornecer diagramas de esforço cortante, momento fletor e deslocamento que estariam ocorrendo ao longo da estaca. Também é importante ressaltar que a ferramenta escolhida deveria permitir que durante a modelagem do exercício fossem inseridas configurações para o problema em questão, tais como: módulo de elasticidade do material da estaca, seção da estaca, nós dispostos em um plano cartesiano e inserção de apoios elásticos nos nós como sugere o Modelo de Winkler.

Optou-se por comparar os resultados dos exercícios entre dois programas. O primeiro programa foi desenvolvido durante um projeto de pesquisa integrado, tendo como idealizador e responsável o Professor Luís Fernando Martha do curso de engenharia civil da PUC-Rio, chamado *FTool*. Esse programa foi desenvolvido no ano de 1992, a versão utilizada para a análise dos exercícios foi a versão 3.01 de Julho de 2015. A licença para utilização é gratuita.

O outro programa utilizado para a análise das estacas foi o software desenvolvido pela *Autodesk*, *Autodesk Robot Structural Analysis* versão 2017, um software com capacidade suficiente para cobrir análises estruturais de pórticos utilizando modelos de elementos finitos, permitindo também a modelagem das estacas dos exercícios propostos por Alonso (2003). Para os cálculos foi utilizada a versão estudantil.

Foi utilizada a mesma configuração fornecida nos exercícios propostos por Alonso (2003) em ambos os programas para o material da estaca (concreto), módulo de elasticidade do concreto (21.000 MPa) e seção da estaca (50 cm). Também foi utilizada a mesma configuração para o modelo de cálculo em ambos os programas, utilizando a mesma vinculação e os mesmos pontos de apoio. A figura 18 ilustra o modelo de cálculo utilizado na análise.



**Figura 18- a) Posição dos apoios elásticos ao longo da estaca. b) Cotas demonstrando a distância entre os apoios. c) Carga de 70kN aplicada no topo da estaca.**

Fonte: O autor.

De acordo com a sugestão do Modelo de Winkler, os apoios elásticos foram dispostos a uma distância de um metro entre eles, exceto no primeiro trecho, região onde foi necessária uma melhor discretização. Em uma primeira análise feita com molas distantes um metro uma da outra, percebeu-se que a mola no topo da estaca apresentaria um coeficiente de mola igual à zero, situação em que o apoio não oferece resistência a força horizontal aplicada no mesmo nó, o que gera deslocamentos muito elevados e não condizentes com os resultados obtidos com os modelos analíticos. Devido a tal fato optou-se por reduzir a distância entre os apoios

na região para 0,25 m. Outro ponto que vale ressaltar é que no modelo de cálculo foi considerado um coeficiente elástico muito pequeno no apoio localizado no topo da estaca, com o objetivo de evitar erros de cálculo do modelo, sem a utilização desse pequeno valor de coeficiente elástico o deslocamento no topo da estaca seria exagerado e não condizente com a proposta da análise.

A obtenção dos coeficientes de rigidez da mola teve como base afirmação feita por Veloso (2010) em seu livro “FUNDAÇÕES, CRITÉRIOS DE PROJETO, INVESTIGAÇÃO DO SUBSOLO, FUNDAÇÕES SUPERFICIAIS”; no qual o autor escreve que:

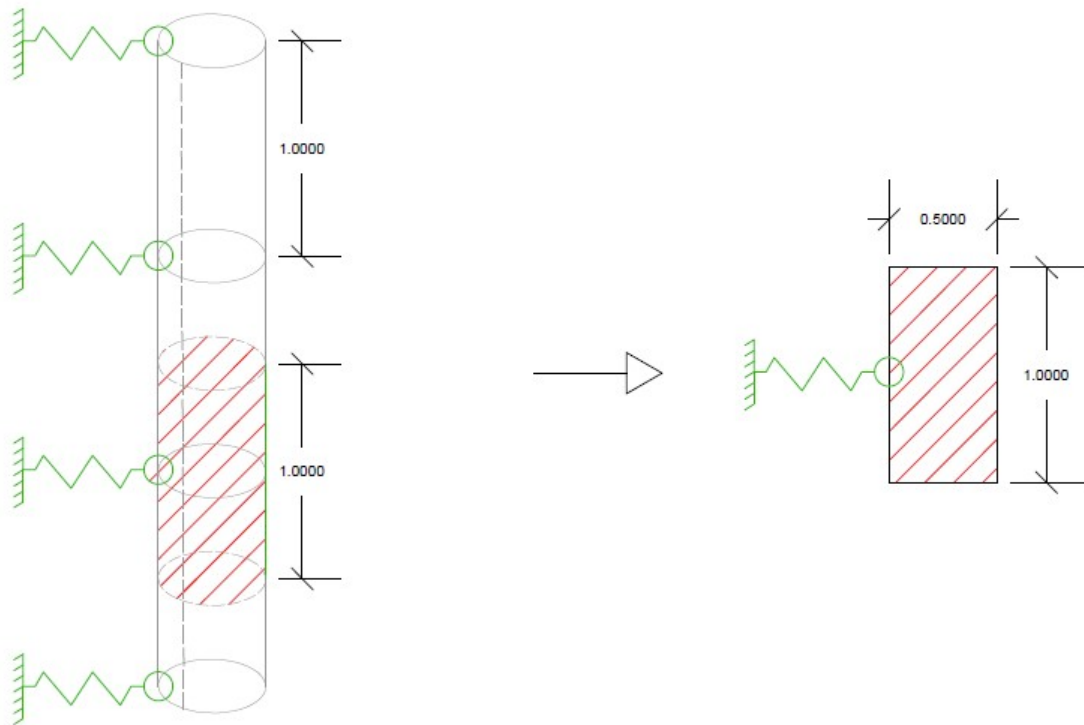
“É preciso atentar para a forma como o coeficiente de reação horizontal é expresso nos diferentes trabalhos a esse respeito. Além do coeficiente descrito na Eq. (15.1), há o coeficiente de reação incorporando a dimensão transversal da estaca  $B$ , ou seja,  $K_h = k_h \cdot B$  (dimensão  $FL^{-2}$ ). Este, por sua vez, não pode ser confundido com o coeficiente de rigidez de mola correspondente a um dado segmento de estaca  $K$  (dimensão  $FL^{-1}$ ), obtido pela multiplicação de  $K_h$  pelo comprimento do segmento.”

Dito isso, entendeu-se que para a obtenção do coeficiente de rigidez mola para um dado segmento de estaca imersa em um solo não coesivo, com a variação do valor do módulo de reação horizontal de acordo com a profundidade, é necessário calcular o valor do módulo de reação atuante em sua respectiva profundidade. Vale ressaltar que para esse caso a multiplicação da constante do coeficiente de reação horizontal  $nh$  ( $MN/m^3$ ), pela profundidade (nesse momento considera-se como adimensional), mantém a dimensão do módulo de reação horizontal em  $MN/m^3$ . Assim, é possível determinar o coeficiente elástico da mola ao realizar a multiplicação do módulo de reação horizontal pela área de influência de cada mola.

Para solos coesivos não há diferenciação entre o valor do módulo de reação horizontal de acordo com a profundidade, haja visto que o mesmo permanece constante ao longo da estaca. O valor do coeficiente de mola para a primeira análise do exercício 2 foi obtido apenas pelo resultado da multiplicação do módulo de reação horizontal fornecido pelo autor, pela respectiva área de influência da mola.

Considera-se que a área de influência de cada mola varia de acordo com a disposição dos apoios ao longo da estaca, de tal modo que a região entre os apoios seja compartilhada entre eles. Ou seja, a área de influência de cada apoio é

equivalente à metade da distância entre os apoios, multiplicado pelo diâmetro da estaca, como ilustra a figura 19.



**Figura 19- Detalhe da área de influência dos apoios elásticos.**

**Fonte: O autor.**



## 6 ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Seguindo o roteiro estipulado para este trabalho acadêmico deu-se início ao processo de análise de estacas longas submetidas a esforços laterais, no primeiro momento foram utilizados alguns exercícios do livro “Dimensionamento de fundações profundas” (ALONSO, 2003), em que o autor propõe ao final do capítulo referente a ações laterais em estacas, a resolução de dois exercícios referentes a uma estaca com seção circular de 50 centímetros, 18 metros de profundidade, submetida a um carregamento lateral de 70 kN. No primeiro exercício a estaca está imersa em um solo não coesivo, diferente do proposto no segundo exercício onde a estaca está imersa em um solo coesivo.

O objetivo nesse momento da análise foi compreender e resolver os exercícios utilizando alguns dos métodos analíticos propostos por Alonso (2003), tais métodos utilizados para a resolução do exercício também foram utilizados no referencial bibliográfico deste trabalho.

Também é importante ressaltar que com a resolução dos problemas utilizando métodos analíticos foi possível realizar a comparação dos resultados obtidos pelos métodos, com os resultados obtidos pela análise feita em ferramentas computacionais. Dito isso, a seguir têm-se os enunciados dos exercícios e a resolução por métodos analíticos e posteriormente a comparação dos resultados.

### 6.1 Resolução dos exercícios utilizando Métodos Analíticos

*Exercício 1) Com base no método proposto por Miché, calcule o deslocamento do topo e o momento máximo de uma estaca circular de concreto com 50 centímetros de diâmetro e 18 metros de comprimento sujeita a uma carga horizontal (ao nível do terreno) de 70 kN. Esta estaca está imersa em um solo constituído por areia fofa submersa (será dispensado neste exercício o cálculo do coeficiente de segurança à ruptura).*

Resolução:

Para que o método de Miche (1930) seja aplicado no exercício é necessário realizar duas verificações, a primeira é verificar se a estaca está imersa em um solo não coesivo. Como o exercício informa a estaca está imersa em areia fofa submersa, ou seja, sabe-se que o módulo de reação horizontal irá variar com o aumento da profundidade, para esse exercício pode-se utilizar um valor de coeficiente de variação da reação horizontal ( $n_h$ ), igual a  $1,5 \text{ MN/m}^3$ , de acordo com a sugestão do autor.

A segunda verificação necessária para aplicar o método é saber se a estaca pode ser considerada uma estaca longa, para que isso seja verdade o comprimento da estaca deve ser maior do que quatro vezes o valor da rigidez relativa estaca-solo para solos não coesivos:

$$T = \sqrt[5]{\frac{EI}{n_h}} = \sqrt[5]{\frac{2100 \cdot 0,00307}{1,5}} = 2,12 \text{ m}$$

$$l > 4T \quad 18 \text{ m} > 8,48 \text{ m} \quad \therefore \text{OK}$$

Feito isso, sabe-se que é possível aplicar o método de Miche (1930).

De acordo com as linhas de estado propostas pelo autor do método o maior deslocamento será dado no topo da estaca, já o maior momento ocorrerá na profundidade  $z=1,32T$ , onde o coeficiente de multiplicação na equação de momento é igual a 0,79.

$$y_0 = 2,40 \cdot \frac{T^3 H}{E_p I} \quad 42$$

$$y_0 = \frac{2,4 \cdot 2,12^3 \cdot 70}{(21 \times 10^6) \cdot 0,00307} = 0,025 \text{ m ou } 25 \text{ mm}$$

$$M_{m\acute{a}x} = 0,79HT \quad 44$$

$$M_{m\acute{a}x} = 0,79 \cdot 70 \cdot 2,12 = 117 \text{ kN.m}$$

O momento máximo ocorrerá na profundidade  $z=2,80 \text{ m}$ .

*Exercício 2) Resolver o exercício anterior admitindo-se que o solo é constituído por argila média.*

Resolução:

Sabendo que agora o solo foi alterado de não coesivo para coesivo, sabe-se que o método de Miché (1930) já não pode ser aplicado. A outra alternativa é aplicar o método de Hetenyi (1946), que pode ser aplicado em estacas longas imersas em solos coesivos, em que o módulo de reação horizontal não varia com o aumento da profundidade. Para isso deve-se primeiro verificar se a estaca pode ser considerada longa. O valor do módulo de reação horizontal para argila média proposto por Alonso (2003) é de  $K=0,8MN/m^3$ .

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4E}} = \sqrt[4]{\frac{0,8}{4.21000.0,00307}} = 0,236 \text{ m}^{-1}$$

$$l > \frac{4}{\lambda} \quad 18\text{m} > \frac{4}{0,236} \quad \therefore OK$$

Feito isso, sabe-se que é possível aplicar o Método de Hetenyi (1946).

Hetenyi (1946) propõe alguns valores de coeficientes para determinar os esforços que ocorrem ao longo da estaca, tais coeficientes estão disponíveis na Tabela 4 deste trabalho.

Assim, sabe-se que o momento máximo corresponderá ao maior valor do coeficiente  $B_\lambda$ , pois não há um momento aplicado na estaca, apenas a carga lateral de 70 kN.

$$M_i = \frac{H}{\lambda} \cdot B_\lambda + MA_\lambda$$

47

$$M_i = \frac{70}{0,236} \cdot 0,3224 + 0 = 95,63 \text{ kN.m}$$

E o deslocamento máximo ocorrerá no topo da estaca.

$$Y_i = \frac{2H_A}{K} \cdot D_A + \frac{2M_A^2}{K} \cdot C_A \quad 46$$

$$Y_i = \frac{2.70.0,236}{800} \cdot 1 + 0 = 0,0413 \text{ m ou } 4,13 \text{ cm.}$$

Resolvido os exercícios propostos por Alonso (2003) podemos então dar início a explicação do modelo de cálculo utilizado nas ferramentas computacionais. Posteriormente serão comparados os resultados obtidos com os resultados dos modelos analíticos e definida qual ferramenta será utilizada para o cálculo de estacas submetidas a ações laterais imersas em solos estratificados, haja visto que não há modelos analíticos para esse tipo de situação.

## 6.2 Resolução dos exercícios utilizando Ferramentas Computacionais

### *Exercício 1)*

#### *Análise feita no programa Ftool:*

Após configurar os valores de módulo de elasticidade do concreto e a seção da estaca a ser analisada, foram definidos os pontos onde os apoios seriam aplicados com base nos eixos cartesianos do programa. Definido os pontos foram inseridos os segmentos de barra conforme determinado no modelo de cálculo explicado anteriormente. Também foram inseridos os apoios em suas respectivas posições. Na Tabela 5 observa-se que o valor do coeficiente de mola não se altera a partir dos 10 m de profundidade, foi mantido o mesmo valor de 7500 kN/m nas molas a partir dos 10 m pois o Modelo Analítico proposto por Miché afirma que a partir de profundidades superiores a 4T os resultados dos esforços são pequenos e insignificantes, os valores de cada coeficiente elástico de mola em sua respectiva profundidade, assim como as áreas de influência estão na tabela 5.

Tabela 5: Tabela dos apoios elásticos utilizados na modelagem do exercício 1.

n° mola	Profundidade	Diâmetro	Kh	Área de	Kmola
		(m)	(kN/m³)	influência (m²)	(kN/m)
1	0	0,5	0	0,625	7,5
2	0,25	0,5	375	0,125	46,875
3	0,5	0,5	750	0,125	93,75
4	0,75	0,5	1125	0,125	140,625
5	1	0,5	1500	0,3125	468,75
6	2	0,5	3000	0,5	1500
7	3	0,5	4500	0,5	2250
8	4	0,5	6000	0,5	3000
9	5	0,5	7500	0,5	3750
10	6	0,5	9000	0,5	4500
11	7	0,5	10500	0,5	5250
12	8	0,5	12000	0,5	6000
13	9	0,5	13500	0,5	6750
14	10	0,5	15000	0,5	7500
15	11	0,5	16500	0,5	7500
16	12	0,5	18000	0,5	7500
17	13	0,5	19500	0,5	7500
18	14	0,5	21000	0,5	7500
19	15	0,5	22500	0,5	7500
20	16	0,5	24000	0,5	7500
21	17	0,5	25500	0,5	7500
22	18	0,5	27000	0,25	7500

Fonte: O autor.

Com o modelo de cálculo inserido no programa foi aplicado o carregamento de 70 kN no topo da estaca, obtendo os seguintes diagramas para esforço cortante (figura 20), momento fletor (figura 21) e deslocamento (figura 22), respectivamente.

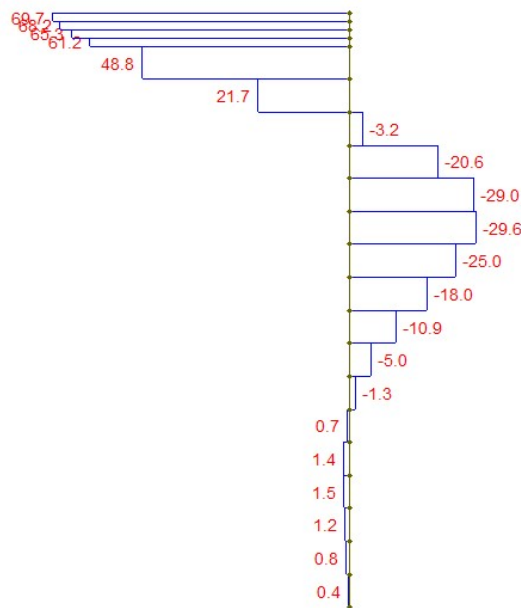


Figura 20- Diagrama de esforço cortante (kN) obtido no programa *Ftool*.

Fonte: O autor.

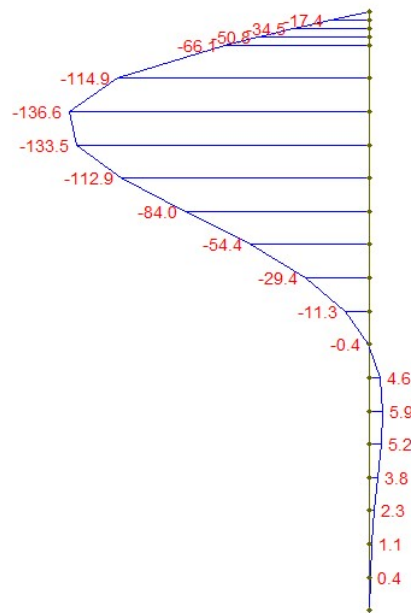


Figura 21- Diagrama de momento fletor (kN.m) obtido no programa *Ftool*.

Fonte: O autor.

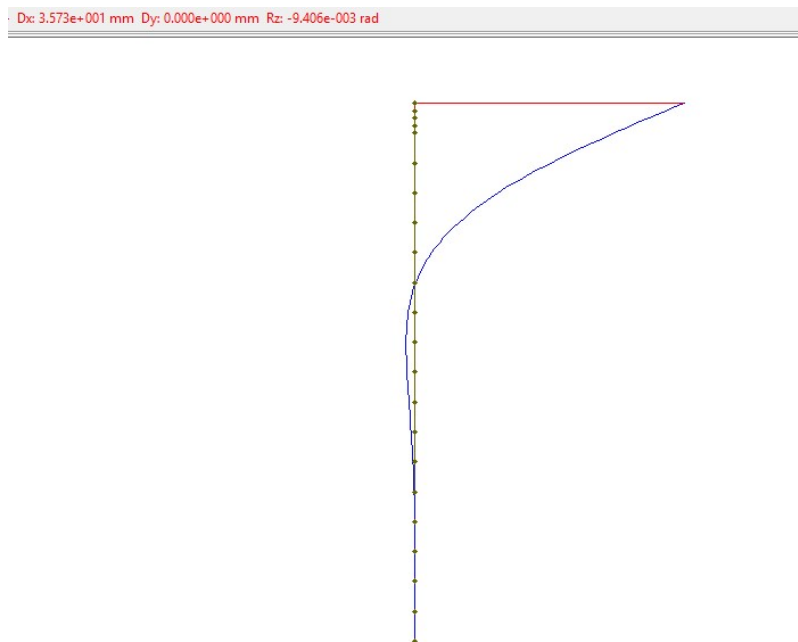


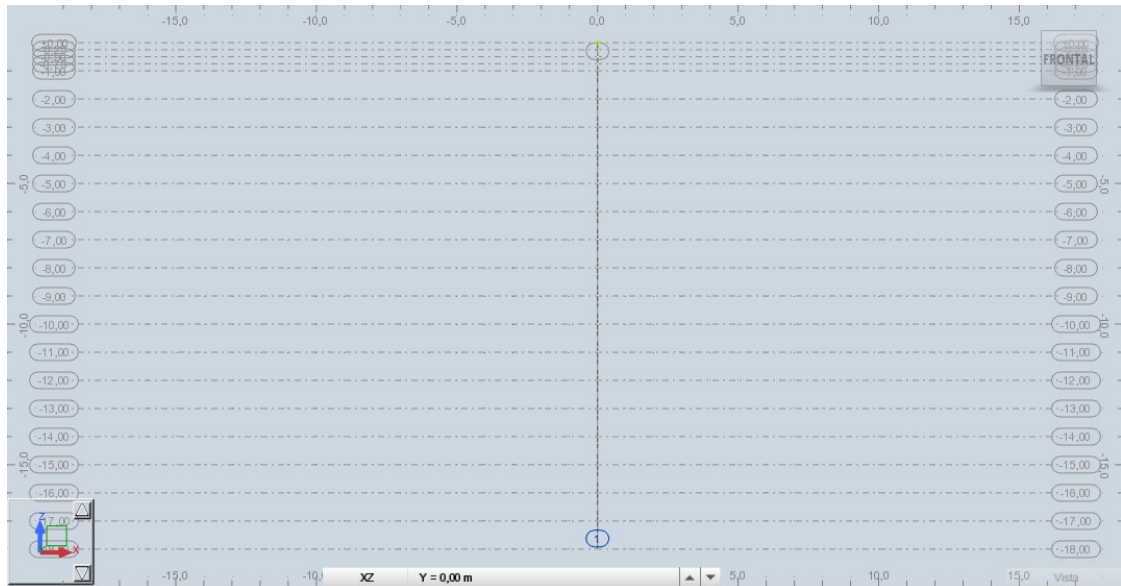
Figura 22- Diagrama de deslocamento (mm) obtido no programa *Ftool*, detalhe para o valor do deslocamento no topo da estaca na parte superior da figura.

Fonte: O autor.

#### *Análise feita no programa Robot:*

Após serem feitas as configurações do módulo de elasticidade do concreto e inserção de uma seção circular de 50 cm, deu-se início a modelagem da estaca

proposta pelo primeiro exercício. Feito isso, foram definidos os eixos que seriam utilizados no programa, ilustrado na figura 23.



**Figura 23- Eixos utilizados para a modelagem dos exercícios no programa Robot.**

Fonte: O autor.

Com os eixos definidos foi possível determinar os pontos onde seriam aplicados os apoios elásticos, com seus respectivos coeficientes de mola, iguais a da modelagem realizada no programa *Ftool*. Após definido as vinculações e inserido os trechos da estaca, foi aplicada a força de 70 kN no topo, conforme figura 24.

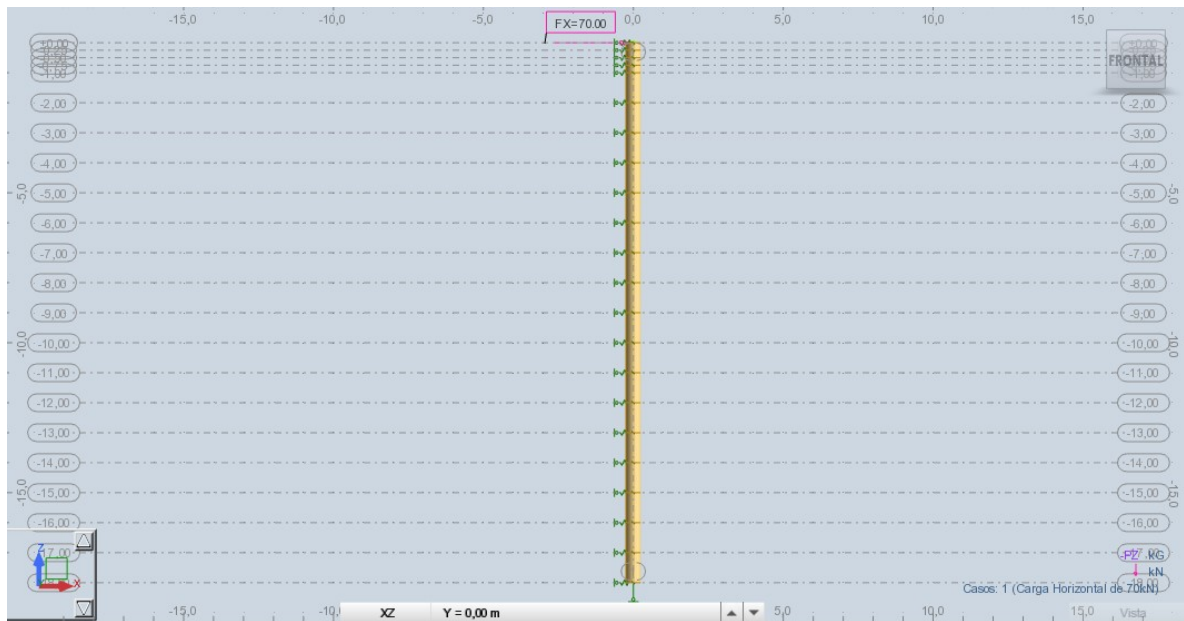


Figura 24- Estaca modelada no programa *Robot* com os apoios elásticos em suas respectivas posições e aplicado o carregamento de 70 kN no topo da estaca.

Fonte: O autor.

Assim, obtiveram-se os seguintes resultados para esforço cortante (figura 25), momento fletor (figura 26) e deslocamento (figura 27), respectivamente.

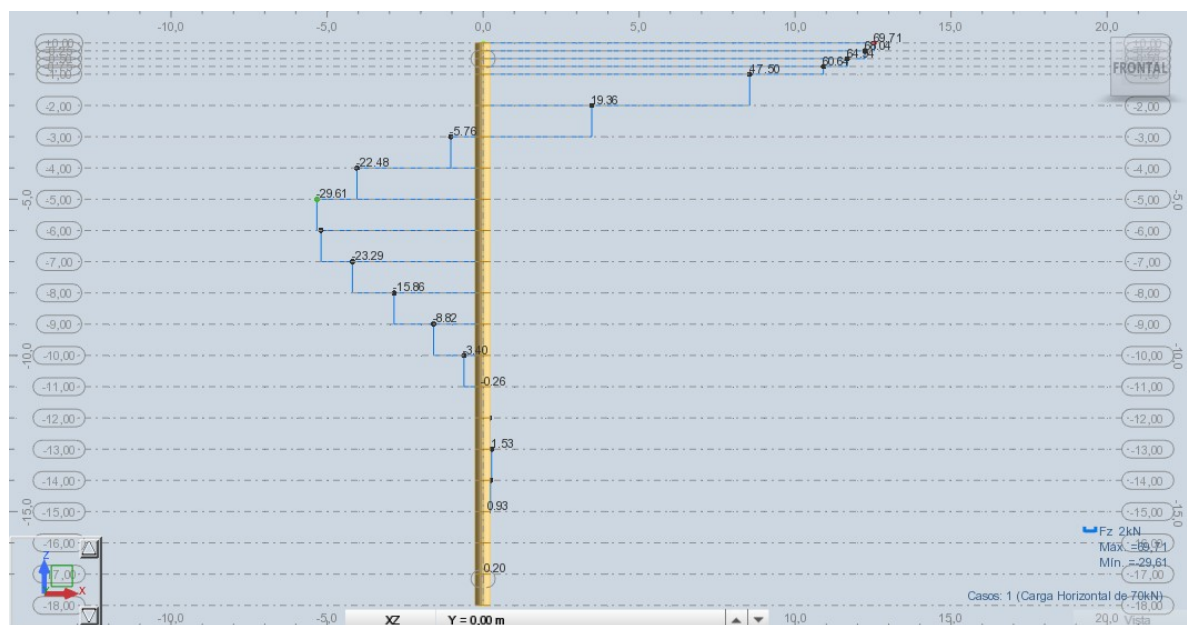


Figura 25- Diagrama de esforço cortante (kN) obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.



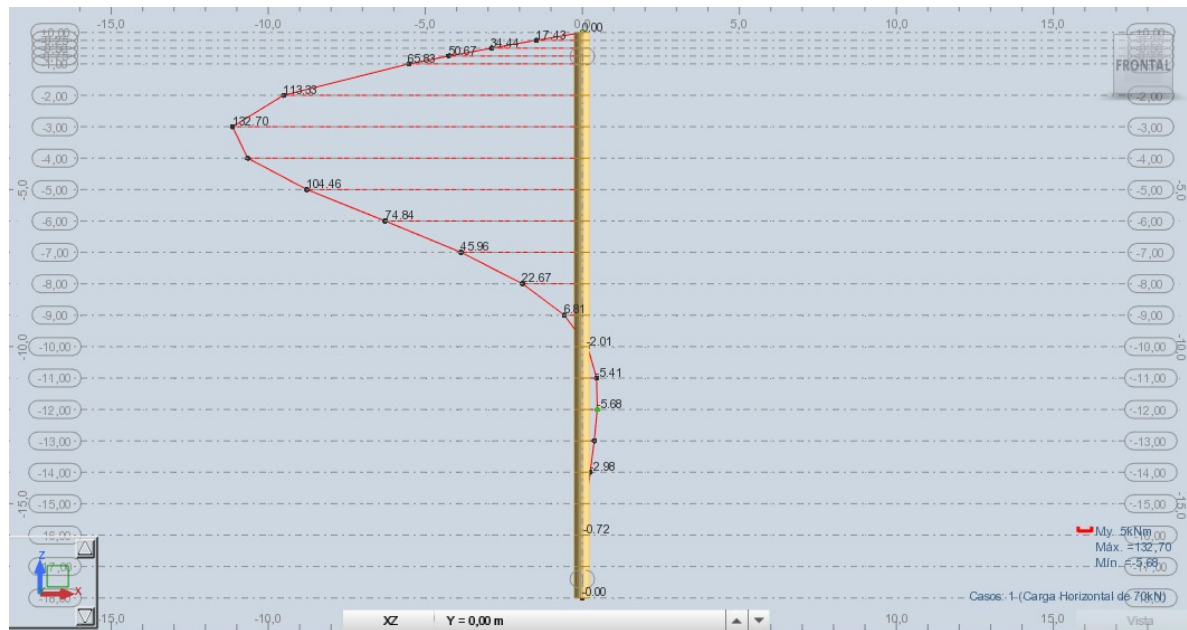


Figura 26- Diagrama de momento fletor (kN.m) obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.

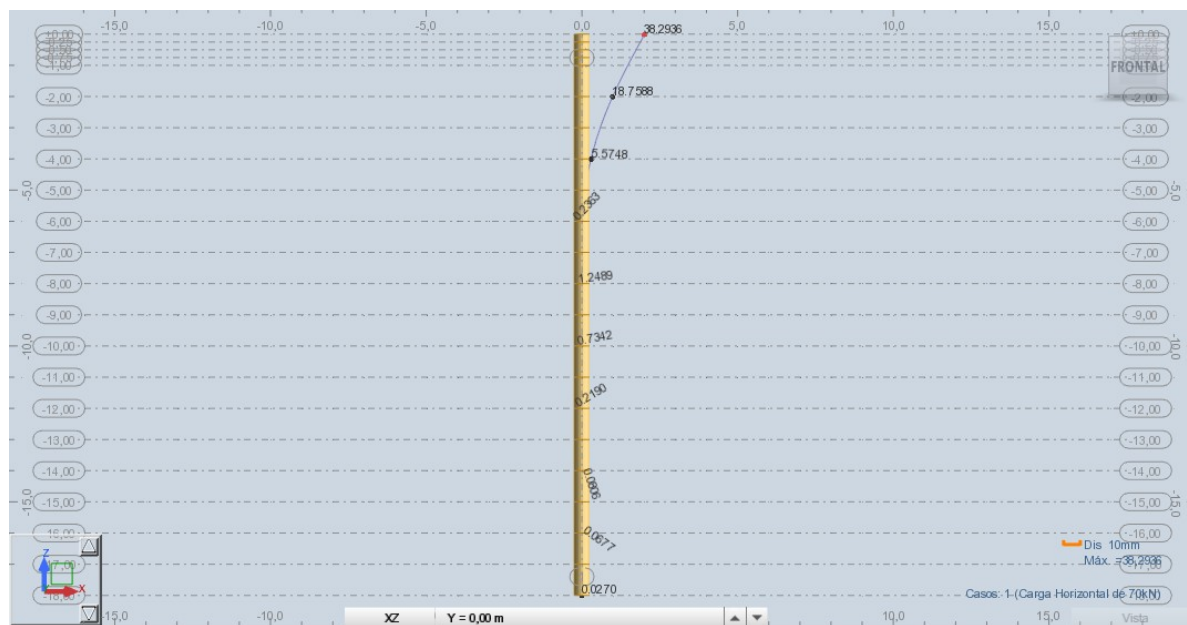


Figura 27- Diagrama de deslocamentos obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.

Nota-se que os valores obtidos pela análise nos dois programas são iguais, a menos de uma pequena diferença, que é relativa à precisão dos valores das variáveis. Ao se comparar os resultados obtidos pela análise em uma ferramenta computacional com o modelo analítico definido por Miché percebeu-se uma pequena variação nos valores de esforço cortante, momento fletor e deslocamento; nesse último foi observada a maior variação entre os resultados. Uma possível causa para

tal pequena variação pode ter sido o método de resolução das equações diferenciais utilizados pelo autor do método, ou até mesmo a diferença dos modelos utilizados pelo autor e no modelo de cálculo desse trabalho.

A informação mais importante obtida através dos resultados simulando o Método Analítico proposto por Miché é a de que realmente é possível modelar estacas longas sujeitas a cargas laterais em programas que fornecem o cálculo dos esforços atuantes ao longo da estaca, os resultados dos esforços atuantes ao longo do fuste são próximos aos obtidos por modelo analítico, sendo que o último citado fornece resultados mais precisos.

### *Exercício 2)*

#### *Análise feita no programa Ftool:*

Configurado o programa para receber a estaca proposta do modelo analítico deu-se início a análise em uma ferramenta computacional do exercício dois proposto por Alonso (2003). Foram mantidos os mesmos pontos no eixo cartesiano para receber os segmentos de barra correspondentes a uma estaca de concreto com diâmetro de 50 centímetros, a diferença entre o exercício dois e o exercício um é que no primeiro caso por se tratar de um solo não coesivo o módulo de elasticidade possuía diferentes valores ao longo da estaca conforme a profundidade aumentava. Já no segundo caso o módulo de reação horizontal e o coeficiente de elasticidade permanecem constantes ao longo da estaca, pelo simples fato de a mesma estar imersa em um solo coesivo.

Lembrando que no primeiro trecho devido à discretização adotada no modelo de cálculo, o coeficiente de elasticidade dos apoios é menor, pois os apoios estão sujeitos a áreas de influências também menores. Nos trechos seguintes os apoios estavam dispostos de tal modo que o coeficiente de elasticidade dos apoios permanecesse constante, conforme tabela 6. De posse dessas informações foi possível determinar os seguintes diagramas para momento fletor (figura 29), esforço cortante (figura 28) e deslocamento (figura 30).

Tabela 6: Tabela detalhando os apoios elásticos utilizados na modelagem do exercício 2

n° mola	Profundidade (m)	$K$ (MN/m <sup>3</sup> )	D (m)	Área de influência (m <sup>2</sup> )	$K$ mola (kN/m)
1	0	0,8	0,5	0,0625	50
2	0,25	0,8	0,5	0,125	100
3	0,5	0,8	0,5	0,125	100
4	0,75	0,8	0,5	0,125	100
5	1	0,8	0,5	0,3125	250
6	2	0,8	0,5	0,5	400
7	3	0,8	0,5	0,5	400
8	4	0,8	0,5	0,5	400
9	5	0,8	0,5	0,5	400
10	6	0,8	0,5	0,5	400
11	7	0,8	0,5	0,5	400
12	8	0,8	0,5	0,5	400
13	9	0,8	0,5	0,5	400
14	10	0,8	0,5	0,5	400
15	11	0,8	0,5	0,5	400
16	12	0,8	0,5	0,5	400
17	13	0,8	0,5	0,5	400
18	14	0,8	0,5	0,5	400
19	15	0,8	0,5	0,5	400
20	16	0,8	0,5	0,5	400
21	17	0,8	0,5	0,5	400
22	18	0,8	0,5	0,25	400

Fonte: O autor.

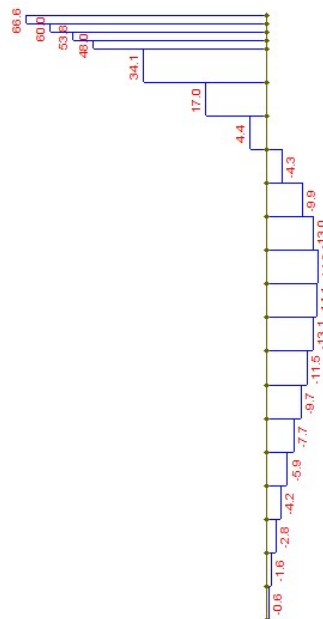


Figura 28- Diagrama de esforço cortante (kN) obtido no programa *Ftool*.

Fonte: O autor.

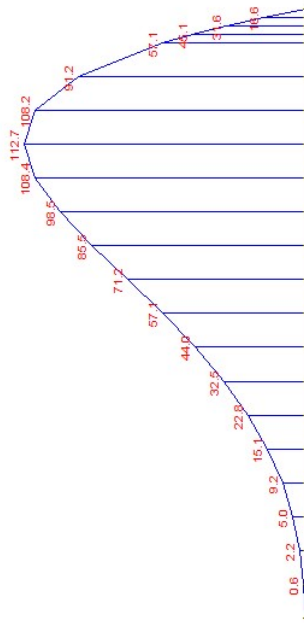


Figura 29- Diagrama de momento fletor (kN.m) obtido no programa *Ftool*.

Fonte: O autor.

Dx: 5.881e+001 mm Dy: 0.000e+000 mm Rz: -1.363e-002 rad

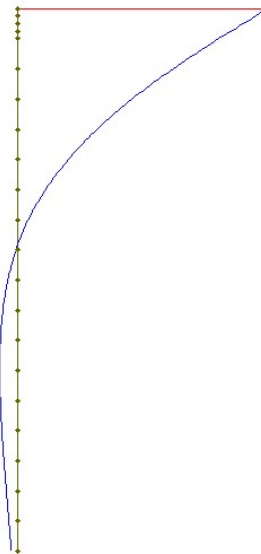


Figura 30- Diagrama de deslocamentos (mm) obtido no programa *Ftool*, detalhe para valor do deslocamento no topo estaca na parte superior da figura.

Fonte: O autor.

*Análise feita no programa Robot:*

Mantendo a mesma configuração do exercício modelado no programa *Ftool* para os valores do módulo de elasticidade e seção da estaca de concreto, deu-se início a modelagem do segundo exercício proposto por Alonso (2003). Também foram mantidos os valores do coeficiente de elasticidade dos apoios elásticos em seus respectivos nós. Feita a modelagem e após o cálculo dos esforços pelo programa, foi possível obter os diagramas ilustrados nas figuras 31, 32 e 33.



Figura 31- Diagrama de esforço cortante (kN) obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.

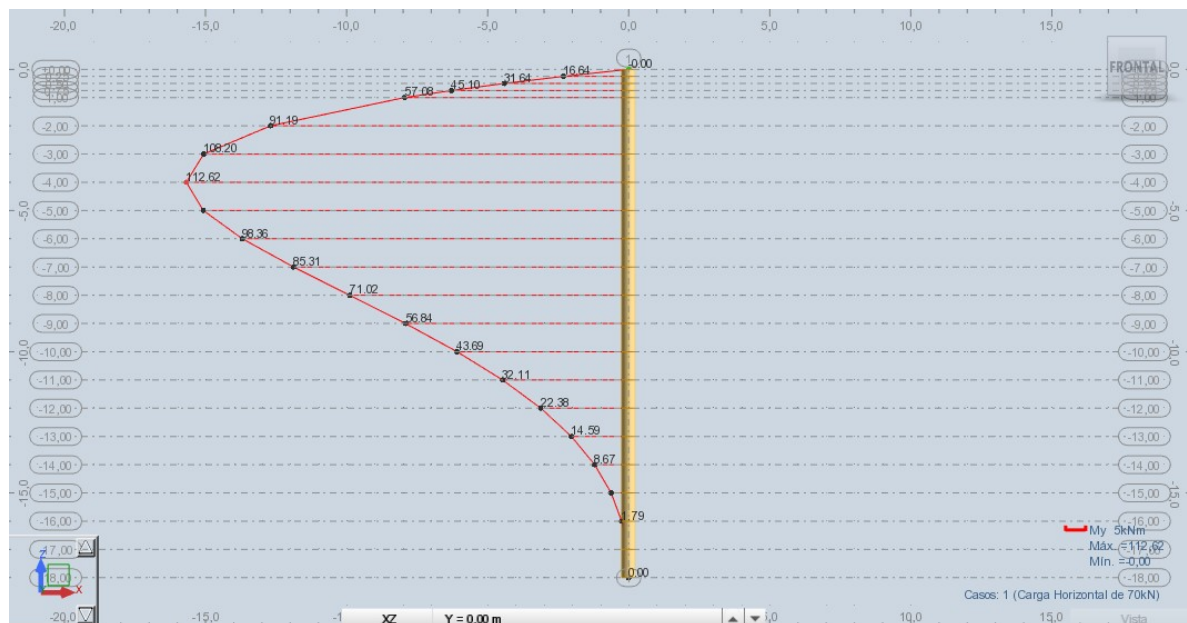


Figura 32- Diagrama de momento fletor (kN.m) obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.



Figura 33- Diagrama de deslocamentos (mm) obtido no programa *Robot*.

Fonte: O autor.

Percebe-se que os valores dos diagramas são bem próximos, a menos de uma pequena variação de um programa para o outro, nota-se novamente que a maior diferença entre os resultados obtidos pelo modelo analítico e pelo modelo de cálculo utilizado nos programas se dá no valor dos deslocamentos, tal diferença pode ser explicada pelo modelo utilizado pelo autor dos métodos analíticos e pelo modelo de cálculo adotado nesse trabalho.

### 6.3 Análise do modelo de cálculo com variação do módulo de reação horizontal

Além das análises feitas comparando os resultados obtidos utilizando modelos analíticos e computacionais optou-se também realizar uma nova análise para os exercícios, modificando os valores do módulo de reação horizontal para os dois casos analisados, em solo coesivo e em solo não coesivo. A primeira análise utilizou os valores prováveis pela literatura, nessa nova análise foram utilizados os valores máximos e mínimos para solos coesivos e o valor da constante do

coeficiente de reação horizontal da areia seca para o primeiro exercício, valores sugeridos pela literatura, com o objetivo de analisar a influência do valor do módulo de reação horizontal nos esforços atuantes ao longo da estaca.

No primeiro exercício, como dito anteriormente, foi utilizado o valor de  $nh$  para areia seca igual a  $2,6 \text{ MN/m}^3$ , para esse momento do trabalho foi utilizado apenas o programa *Robot* para a análise do modelo de cálculo. Devido à alteração do tipo de solo foi necessário recalcular os valores dos coeficientes elásticos dos apoios conforme demonstrado na tabela 7, os diagramas dos esforços ao longo da estaca estão ilustrados nas figuras 34 e 35.

**Tabela 7: Tabela detalhando os apoios elásticos utilizados na modelagem da segunda análise do exercício um.**

n° mola	Profundidade. (m)	$nh$ ( $\text{MN/m}^3$ )	D (m)	$Kh$ ( $\text{kN/m}^3$ )	Área de influência ( $\text{m}^2$ )	$Kmola$ ( $\text{kN/m}$ )
1	0	2,6	0,5	0	0,0625	0
2	0,25	2,6	0,5	650	0,125	81,25
3	0,5	2,6	0,5	1300	0,125	162,5
4	0,75	2,6	0,5	1950	0,125	243,75
5	1	2,6	0,5	2600	0,3125	812,5
6	2	2,6	0,5	5200	0,5	2600
7	3	2,6	0,5	7800	0,5	3900
8	4	2,6	0,5	10400	0,5	5200
9	5	2,6	0,5	13000	0,5	6500
10	6	2,6	0,5	15600	0,5	7800
11	7	2,6	0,5	18200	0,5	9100
12	8	2,6	0,5	20800	0,5	10400
13	9	2,6	0,5	23400	0,5	11700
14	10	2,6	0,5	26000	0,5	13000
15	11	2,6	0,5	28600	0,5	13000
16	12	2,6	0,5	31200	0,5	13000
17	13	2,6	0,5	33800	0,5	13000
18	14	2,6	0,5	36400	0,5	13000
19	15	2,6	0,5	39000	0,5	13000
20	16	2,6	0,5	41600	0,5	13000
21	17	2,6	0,5	44200	0,5	13000
22	18	2,6	0,5	46800	0,25	13000

Fonte: O autor.



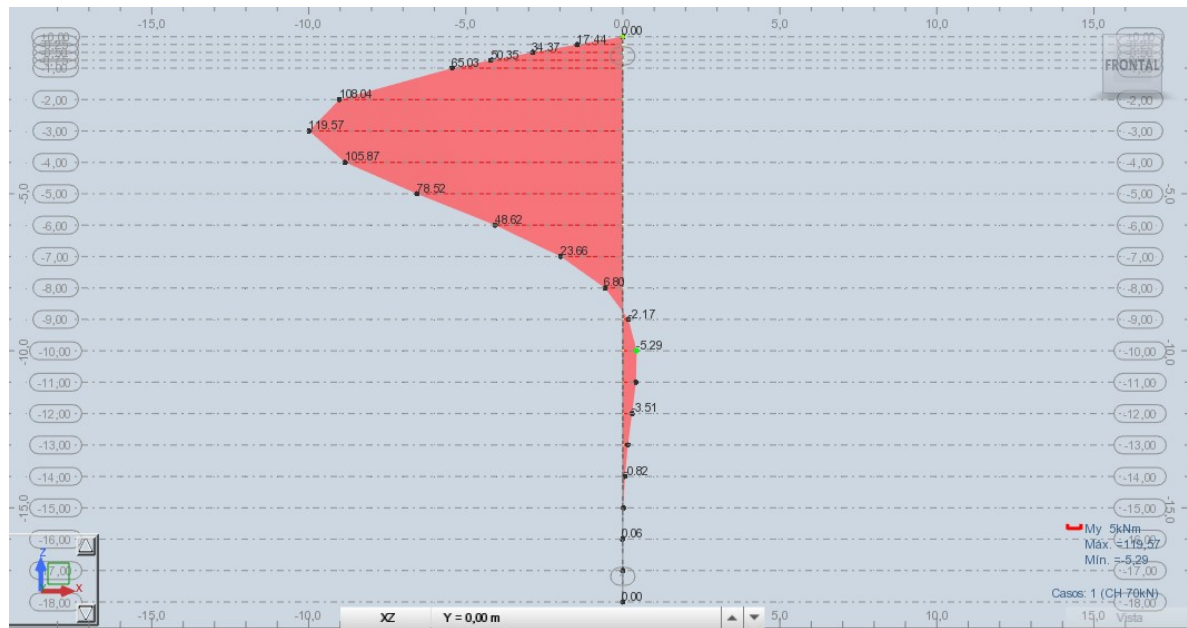


Figura 34- Diagrama de momento fletor (kN.m) para a segunda análise do exercício um.

Fonte: O autor.

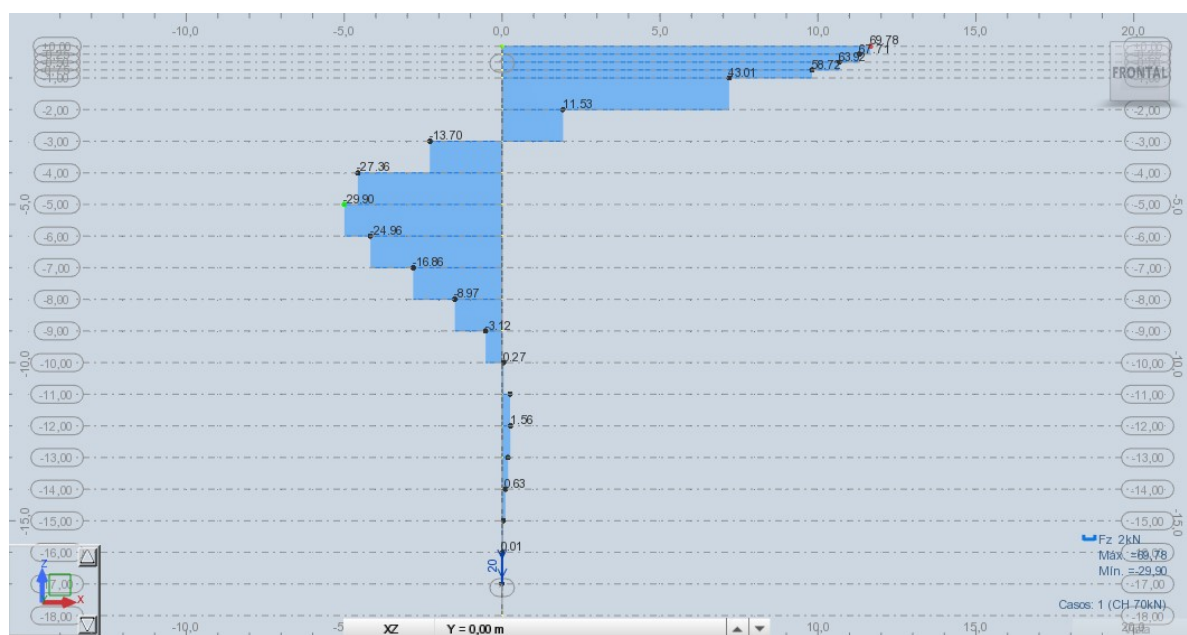


Figura 35- Diagrama de esforço cortante (kN) para a segunda análise do exercício um.

Fonte: O autor.

Para o exercício dois foram feitas duas análises, a primeira foi utilizado o valor mínimo para o módulo de reação horizontal da estaca imersa em solo composto por argila pré-adensada de consistência média, e a segunda análise foi utilizado o valor máximo. Os valores utilizados para a segunda análise dos exercícios podem ser encontrados na obra “Dimensionamento de fundações profundas” (ALONSO, 2003), e estão demonstrados nas tabelas 8 e 9.



Tabela 8: Tabela com os valores do módulo de reação K para argilas pré-adensadas.

Argilas pré-adensadas		Valor de K (Mpa)	
Consistência	Qu (kPa)	Ordem de grandeza	Valor provável
Média	20 a 40	0,7 a 4,0	0,8
Rija	100 a 200	3,0 a 6,5	5,0
Muito rija	200 a 400	6,5 a 13,0	10,0
Dura	>400	<13,0	19,5

Fonte: Alonso, 2003.

Tabela 9: Tabela com os valores da constante do coeficiente de reação horizontal nh.

Compacidade de areia ou consistência da argila	Valor de nh (MN/m <sup>3</sup> )	
	Seca	Submersa
Areia fofa	2,6	1,5
Areia medianamente	8,0	5,0
Areia compacta	20,0	12,5
Silte muito fofo	-	0,1 a 0,3
Argila muito mole	-	0,55

Fonte: Alonso, 2003.

Para o valor mínimo foi adotado  $K = 700 \text{ kN/m}^3$ , e para o valor máximo foi adotado  $K = 4.000 \text{ kN/m}^3$ . Os valores utilizados para o coeficiente elástico dos apoios nos dois casos estão nas tabelas 10 e 11, acompanhados de seus respectivos diagramas.

Tabela 10: Tabela dos apoios elásticos utilizados na modelagem da segunda análise do exercício dois, para  $K = 700 \text{ kN/m}^3$ .

n° mola	Profundidade (m)	K (kN/m <sup>3</sup> )	D (m)	Área de influência (m <sup>2</sup> )	K mola (kN/m)
1	0	700	0,5	0,0625	43,75
2	0,25	700	0,5	0,125	87,5
3	0,5	700	0,5	0,125	87,5
4	0,75	700	0,5	0,125	87,5
5	1	700	0,5	0,3125	218,75
6	2	700	0,5	0,5	350
7	3	700	0,5	0,5	350
8	4	700	0,5	0,5	350
9	5	700	0,5	0,5	350
10	6	700	0,5	0,5	350
11	7	700	0,5	0,5	350
12	8	700	0,5	0,5	350
13	9	700	0,5	0,5	350
14	10	700	0,5	0,5	350
15	11	700	0,5	0,5	350
16	12	700	0,5	0,5	350
17	13	700	0,5	0,5	350
18	14	700	0,5	0,5	350
19	15	700	0,5	0,5	350
20	16	700	0,5	0,5	350
21	17	700	0,5	0,5	350
22	18	700	0,5	0,25	350

Fonte: O autor.

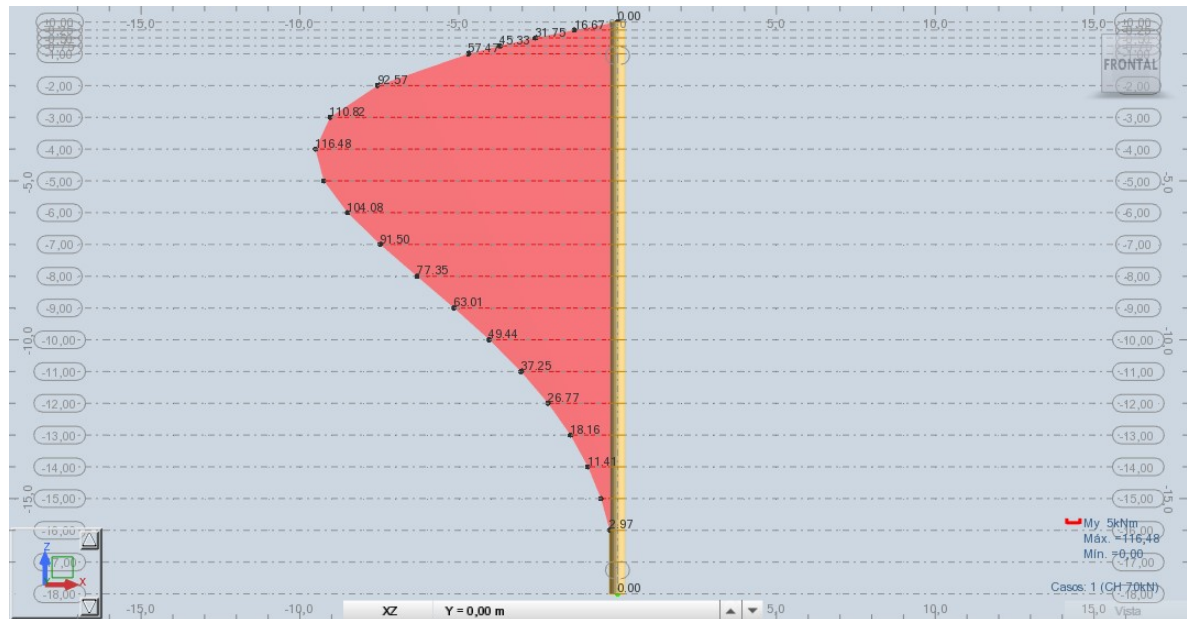


Figura 36- Diagrama de momento fletor (kN.m) para a segunda análise do exercício dois.

Fonte: O autor.

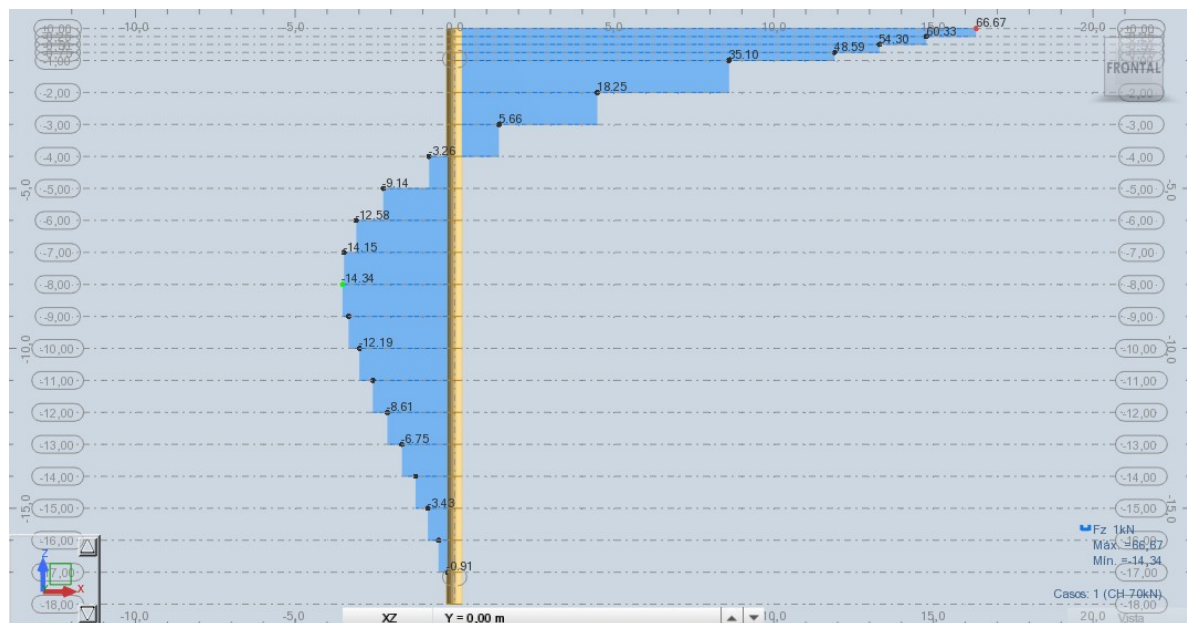


Figura 37- Diagrama de esforço cortante (kN) para a segunda análise do exercício dois.

Fonte: O autor.

Tabela 11: Tabela detalhando os apoios elásticos utilizados na modelagem da segunda análise do exercício dois, para  $K = 4.000 \text{ kN/m}^3$ .

(continua)

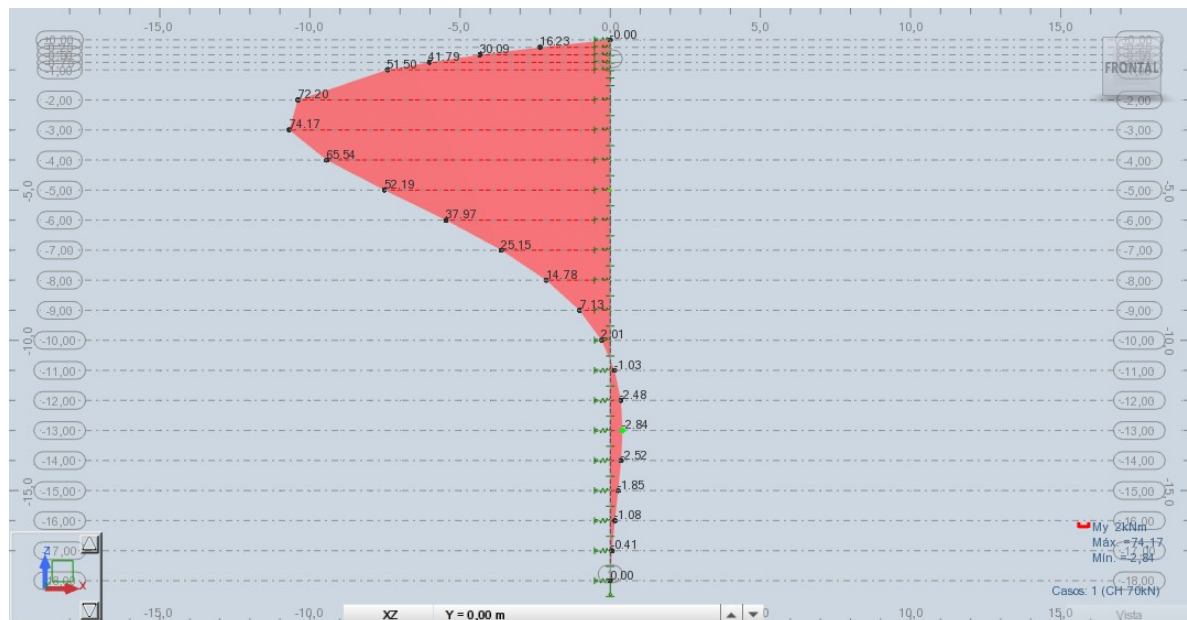
n° mola	Profundidade. (m)	$K$ ( $\text{kN/m}^3$ )	$D$ (m)	Área de influência ( $\text{m}^2$ )	$K_{mola}$ ( $\text{kN/m}$ )
1	0	4000	0,5	0,0625	250
2	0,25	4000	0,5	0,125	500

**Tabela 11: Tabela detalhando os apoios elásticos utilizados na modelagem da segunda análise do exercício dois, para  $K = 4.000kN/m^3$ .**

**(conclusão)**

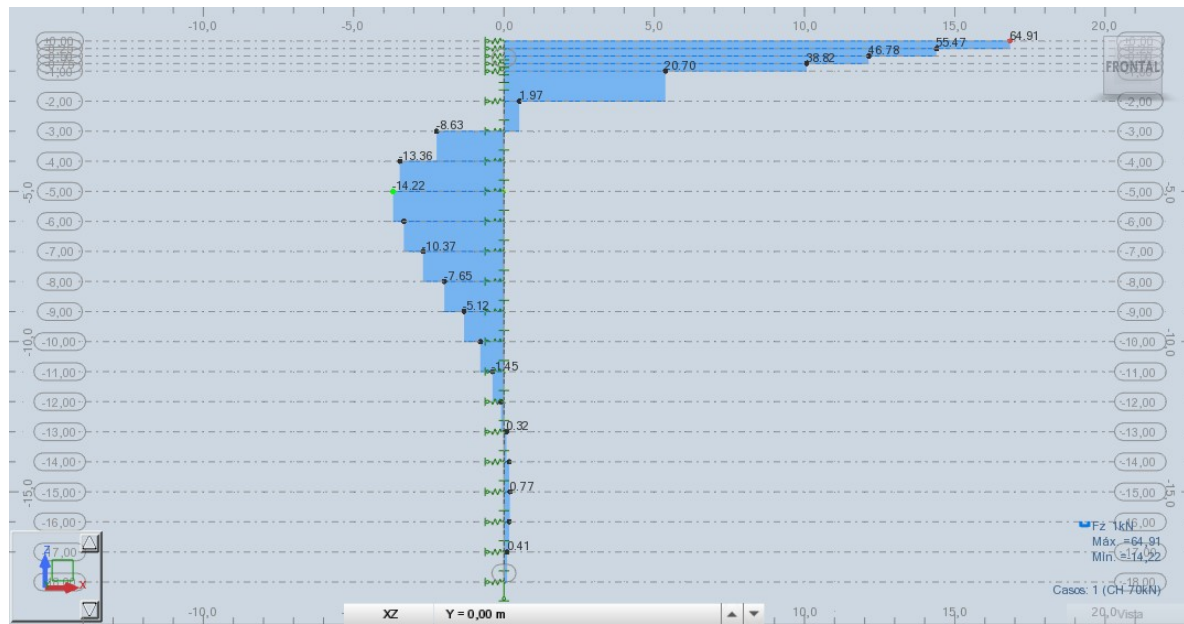
3	0,5	4000	0,5	0,125	500
4	0,75	4000	0,5	0,125	500
5	1	4000	0,5	0,3125	1250
6	2	4000	0,5	0,5	2000
7	3	4000	0,5	0,5	2000
8	4	4000	0,5	0,5	2000
9	5	4000	0,5	0,5	2000
10	6	4000	0,5	0,5	2000
11	7	4000	0,5	0,5	2000
12	8	4000	0,5	0,5	2000
13	9	4000	0,5	0,5	2000
14	10	4000	0,5	0,5	2000
15	11	4000	0,5	0,5	2000
16	12	4000	0,5	0,5	2000
17	13	4000	0,5	0,5	2000
18	14	4000	0,5	0,5	2000
19	15	4000	0,5	0,5	2000
20	16	4000	0,5	0,5	2000
21	17	4000	0,5	0,5	2000
22	18	4000	0,5	0,25	2000

Fonte: O autor.



**Figura 38- Diagrama de momento fletor (kN.m) para a segunda análise do exercício dois.**

Fonte: O autor.



**Figura 39- Diagrama de esforço cortante (kN) para a segunda análise do exercício dois.**

Fonte: O autor.

Com os novos diagramas obtidos foi possível comparar os valores entre as duas situações, estaca imersa em solo não coesivo e em solo coesivo. Para solos com variação do módulo de reação horizontal de acordo com a profundidade notou-se que os esforços ao longo da estaca mantiveram-se próximos mesmo utilizando um valor maior para a constante de coeficiente de reação horizontal, para essa situação pode-se dizer que a interferência do valor da constante no resultado é mínima, independente se o solo arenoso é considerado seco ou submerso.

Para o solo com módulo de elasticidade constante independente da profundidade percebe-se que o valor do módulo de reação horizontal interferiu no resultado consideravelmente. Ao utilizar a ordem de grandeza menor os resultados não sofreram grandes variações, devido à proximidade entre o valor provável para o módulo e o valor mínimo da ordem de grandeza. Porém ao utilizar o valor máximo para ordem de grandeza foi possível notar uma diferença considerável entre os resultados, tal situação deve-se ao fato do valor máximo da ordem de grandeza do módulo ser superior a cinco vezes o valor provável, ou seja, considera-se a estaca imersa em um solo com uma rigidez muito maior.

Findada a análise de estacas imersas em solos coesivos e não coesivos deu-se o início à análise de estacas imersas em solos estratificados, também um dos objetivos desse trabalho.

## 6.4 Análise computacional de estacas imersas em solos estratificados

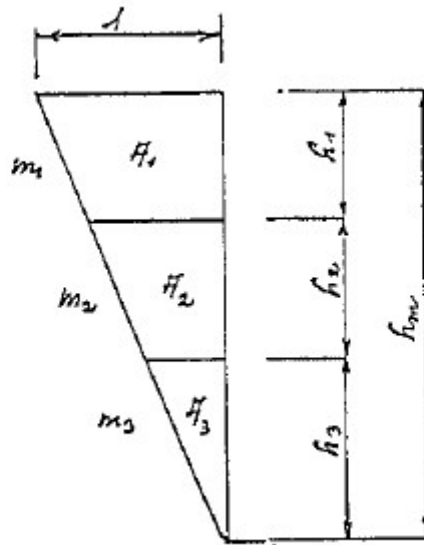
Um solo estratificado, diferentemente dos solos granulares ou finos, não apresenta homogeneidade conforme o aumento da profundidade, ou seja, o solo está disposto em camadas. Essa disposição é o resultado das condições de sedimentação, originando assim estratos que se diferem pela cor, composição mineralógica e granulometria. A diferença entre as camadas torna difícil a classificação do tipo do solo encontrado em sua respectiva profundidade, tornando necessária uma investigação geológica mais consistente, capaz de informar os parâmetros de resistência de cada camada. Um ensaio de solo muito utilizado na prática e de grande aceitação no campo teórico é o *Standard Penetration Test* (SPT), ou sondagem de simples reconhecimento, largamente utilizado no ramo da construção civil. A partir de um resultado de ensaio de SPT é possível identificar as diferentes camadas do solo assim como sua classificação, o nível do lençol freático e a capacidade de carga do solo em diferentes profundidades.

Nas análises feitas para solos coesivos e não coesivos os parâmetros do solo eram fornecidos pelos autores dos métodos analíticos, tais parâmetros também foram utilizados para obter os valores dos coeficientes elásticos dos apoios que simulam o solo que dá suporte a estaca, o que não diferiu no método utilizado para a análise de estacas imersas em solos estratificados. Por se tratar de um método que para ser utilizado se faz necessário a realização de uma investigação do solo, os valores dos coeficientes elásticos se baseiam nas curvas de resistência a penetração do solo.

Um método clássico utilizado para obter o valor do coeficiente elástico da mola a partir de um resultado de sondagem de SPT é o método apresentado por Waldemar Tietz na revista "Estrutura" de 1976. Na formulação, o autor faz uso de um coeficiente de proporcionalidade ( $m$ ), com unidade  $F.L^{-4}$ , que caracteriza a variação do coeficiente horizontal em relação ao tipo de solo. Originalmente essa formulação foi proposta para tubulões com diâmetros maiores que um metro. O coeficiente de proporcionalidade depende do tipo do solo analisado e também do intervalo de SPT em que se encontra.

Tietz (1976) propõe que o valor utilizado para o coeficiente  $m$  deve ser obtido de acordo com o número de camadas de solo que envolvem o quinhão da estaca que será analisada, ou seja, conforme explicado no modelo analítico desse trabalho o coeficiente elástico do apoio é obtido de acordo com a sua área de influência, para solos estratificados não é diferente. Porém como o solo estratificado é heterogêneo conforme a profundidade aumenta, há a possibilidade de ocorrer, em um mesmo quinhão da estaca, mais de um tipo de solo. Para essas situações o autor sugere que se faça uma redução e homogeneização do valor do coeficiente para essa profundidade, admitindo que a influência desse valor no comportamento

da estaca dentro do solo diminua linearmente com a profundidade. Conforme ilustra a figura 40.



**Figura 40-** Esquema para determinação do coeficiente de profundidade  $m$   
**Fonte:** Waldemar Tietz (1976)

Conforme ilustrado na figura 40 o trecho de profundidade  $h_m$  é composto de três camadas de solo com coeficientes de proporcionalidade diferentes ( $m_1$ ,  $m_2$  e  $m_3$ ), e áreas de influência também diferentes ( $A_1$ ,  $A_2$  e  $A_3$ ).

No modelo de cálculo utilizado para solos estratificados nesse trabalho não haverá a necessidade de utilização da redução do coeficiente de proporcionalidade, pois a sondagem fornece o resultado de ensaio de SPT de metro em metro facilitando a determinação do valor utilizado em cada apoio elástico. Como foi observado na primeira análise, também foi feita uma melhor discretização no primeiro metro de profundidade da estaca para que os diagramas obtidos não apresentassem resultados desproporcionais aos esperados na prática. Devido a limitação da sondagem utilizada o modelo de cálculo foi alterado, conforme ilustra a figura 42. A sondagem utilizada nesse trabalho foi executada na cidade de Astorga-PR e fornecida pela empresa Casacchi Construções e Empreendimentos LTDA, pode-se observar no resultado da sondagem por meio da figura 41 que em toda a extensão da perfuração houve predominância de areia de cor marrom escura com presença de argila. Percebe-se também que a sondagem foi interrompida na profundidade 10,45 metros, um dos fatores que limitaram a profundidade da estaca utilizada no modelo de cálculo.



Para obter o coeficiente elástico dos apoios foi utilizado o método proposto por Tietz (1976), utilizado em programas de cálculo de fundações como é o caso do *software* SISEs – Sistemas de Interação Solo Estutura, desenvolvido pela empresa TQS. Nesse método o autor sugere que o coeficiente de elasticidade do apoio pode ser obtido pela multiplicação do coeficiente de proporcionalidade ( $m$ ), pelo quinhão de comprimento da estaca, pelo diâmetro do fuste. Com isso é possível obter um resultado de dimensão  $FL^{-1}$ . Os valores do coeficiente de proporcionalidade podem ser retirados das tabelas 12 e 13, que ilustra valores de coeficientes  $m$  para um determinado resultado de SPT.

**Tabela 12: Tabela de valores de  $m$  ( $tf/m^{-4}$ ) para argilas**

SOLO ARGILOSO	CONSISTÊNCIA	SPT	$m$ ( $tf/m^{-4}$ )
Turfa	Meio Líquido	0	0 – 50
Argila	Muito Mole	< 2	50 – 100
Argila	Mole	2 – 4	100 – 200
Argila	Média	4 – 8	200 – 400
Argila	Rija	8 – 15	400 – 600
Argila	Muito Rija	15 – 30	600 – 800
Argila	Dura	> 30	800 - 1000

**Fonte: Terzaghi e Peck apud Tietz (1976)**

**Tabela 13: Tabela de valores de  $m$  ( $tf/m^{-4}$ ) para areias**

SOLO ARGILOSO	COMPACIDADE	SPT	$m$ ( $tf/m^{-4}$ )
Areia	Fofa	0 – 4	100 – 200
Silte	Pouco Compacta	5 – 10	200 – 400
Silte	Medianamente Comp.	10 – 30	400 – 600
Areia	Compacta	30 – 50	600 – 1000
Argila	Muito Compacta	> 50	1000 - 2000

**Fonte: Terzaghi e Peck apud Tietz (1976)**

Para os casos em que os valores das sondagens estavam dentro do intervalo de SPT sugerido pelo autor, foi feita a ponderação do resultado e assim obteve-se um valor de coeficiente de proporcionalidade mais compatível com o trecho de solo estudado. Os valores de SPT nas profundidades 0,25m, 0,50m e 0,75m foram estimados de forma simples, imaginou-se que a resistência do solo aumentasse de forma linear no trecho, pois o resultado da sondagem fornecia apenas o valor na superfície e na profundidade de um metro. Sabe-se que a resistência do solo na superfície é praticamente nula, mas como observado nas análises anteriores é necessário admitir uma resistência pequena com a finalidade de evitar deslocamentos exagerados no topo da estaca.



Dito isso chegamos aos resultados dos coeficientes de mola, demonstrados na tabela 14.

**Tabela 14: Tabela dos valores de coeficientes elásticos.**

Apoio	profundidade (m)	Área de influência (m <sup>2</sup> )	NSPT	<i>m</i>	<i>Kmola</i> ( $\frac{kN}{m}$ )
1	0	0,0625	0	0	0
2	0,25	0,125	0,75	118,75	14,84375
3	0,5	0,125	1,5	137,5	17,1875
4	0,75	0,125	2,25	156,25	19,53125
5	1	0,3125	3	175	54,6875
6	2	0,5	3	175	87,5
7	3	0,5	3	175	87,5
8	4	0,5	5	200	100
9	5	0,5	6	240	120
10	6	0,5	7	280	140
11	7	0,5	9	360	180
12	8	0,5	10	400	200
13	9	0,5	13	430	215
14	10	0,25	14	440	110

Fonte: O autor.

O modelo de cálculo utilizado para essa parte do trabalho manteve as áreas de influência dos apoios e o diâmetro da estaca igual ao modelo utilizado anteriormente, diferindo apenas na profundidade da estaca a ser analisada, como ilustrado na figura 42.



estaca analisada foi modelada apenas no programa *Robot* conforme ilustra a figura 43.

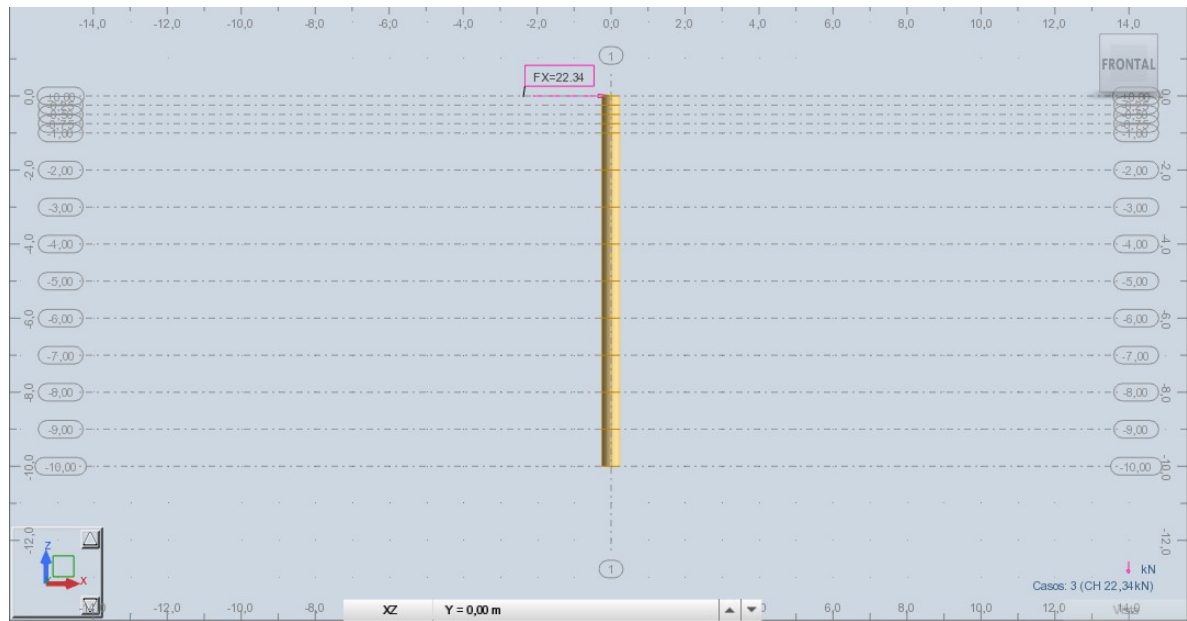


Figura 43- Estaca modelada no programa Robot simulando solo estratificado.

Fonte: O autor.

Com o modelo de cálculo inserido no programa foi possível obter os diagramas ilustrados nas figuras 44, 45 e 46.



Figura 44- Diagrama de esforço cortante (kN) para estaca imersa em solo estratificado.

Fonte: O autor.



Figura 45- Diagrama de momento fletor (kN.m) para estaca imersa em solo estratificado.

Fonte: O autor.

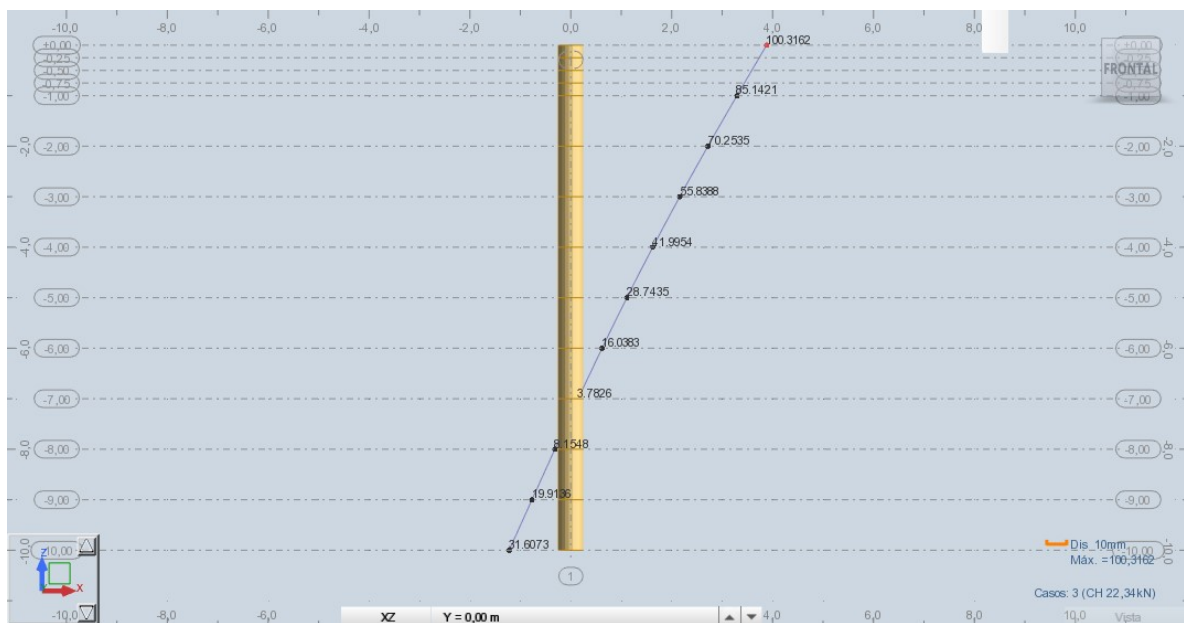


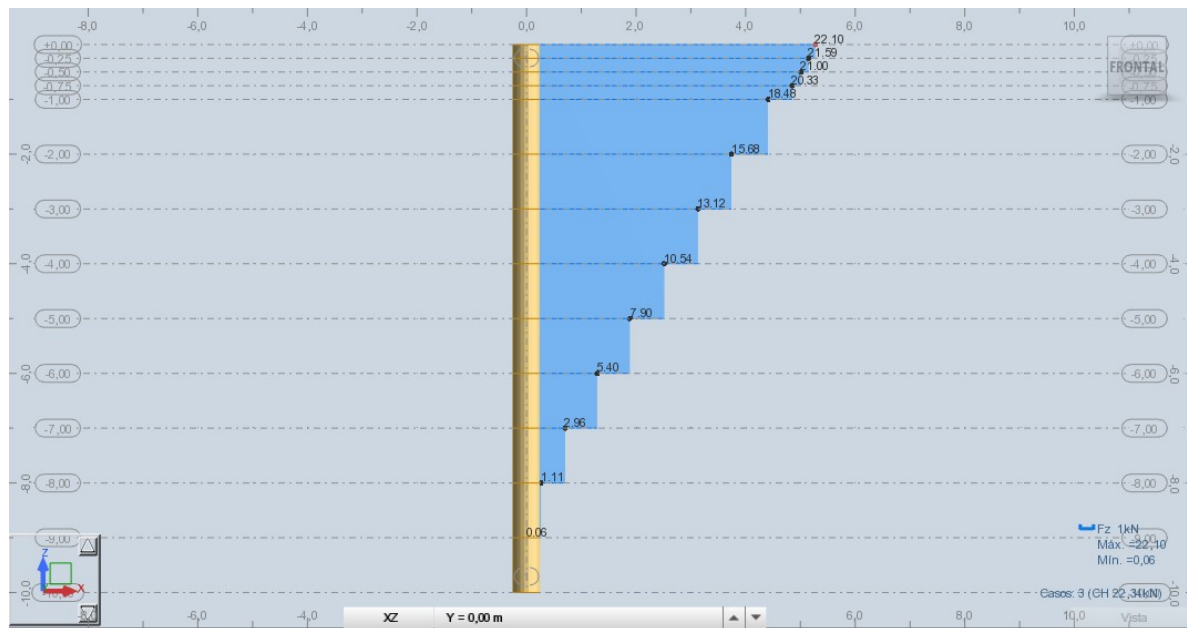
Figura 46- Deslocamentos (mm) causados na estaca imersa em solo estratificado.

Fonte: O autor.

Ao analisar os resultados obtidos percebe-se que os valores dos esforços ao longo da estaca são relativamente grandes. Ao converter o valor da unidade de força de Newtons para tonelada-força chega-se ao valor de 2,234 tf aplicado no topo da estaca, o que provocou um deslocamento no topo e esforços de flexão ao longo do

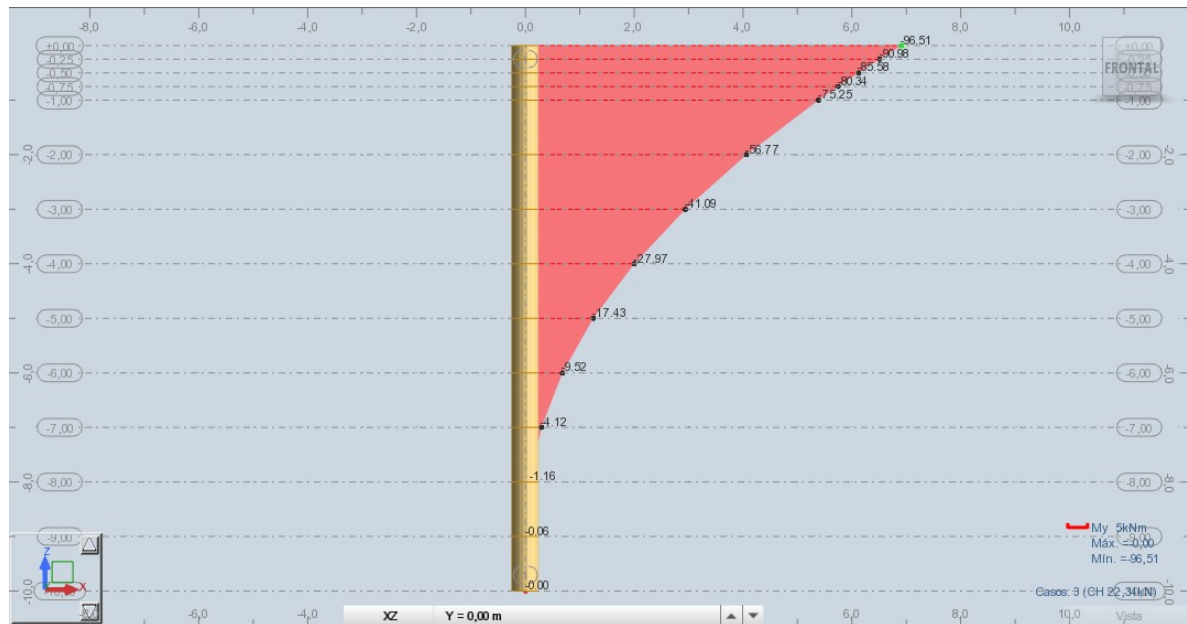
fuste muito elevados. Nota-se que para minimizar esses valores seria necessário aumentar o diâmetro da estaca, pois o solo tem valores baixos de SPT e consequentemente de módulo de reação ao longo da estaca, ou até mesmo, restringir o giro no topo da estaca considerando que a mesma esteja engastada em um bloco composto por mais de uma estaca (situação de grande maioria das estacas). Com base na segunda alternativa decidiu-se não somente analisar uma estaca imersa em solo estratificado com um carregamento horizontal aplicado em seu topo livre, mas também analisar os esforços que ocorrem em uma estaca composta do mesmo material, com a mesma dimensão submetida ao mesmo carregamento e com seu topo com giro restringido, para simular o efeito de um bloco.

Com as mudanças feitas obtiveram-se os resultados ilustrados nas figuras 47, 48 e 49.



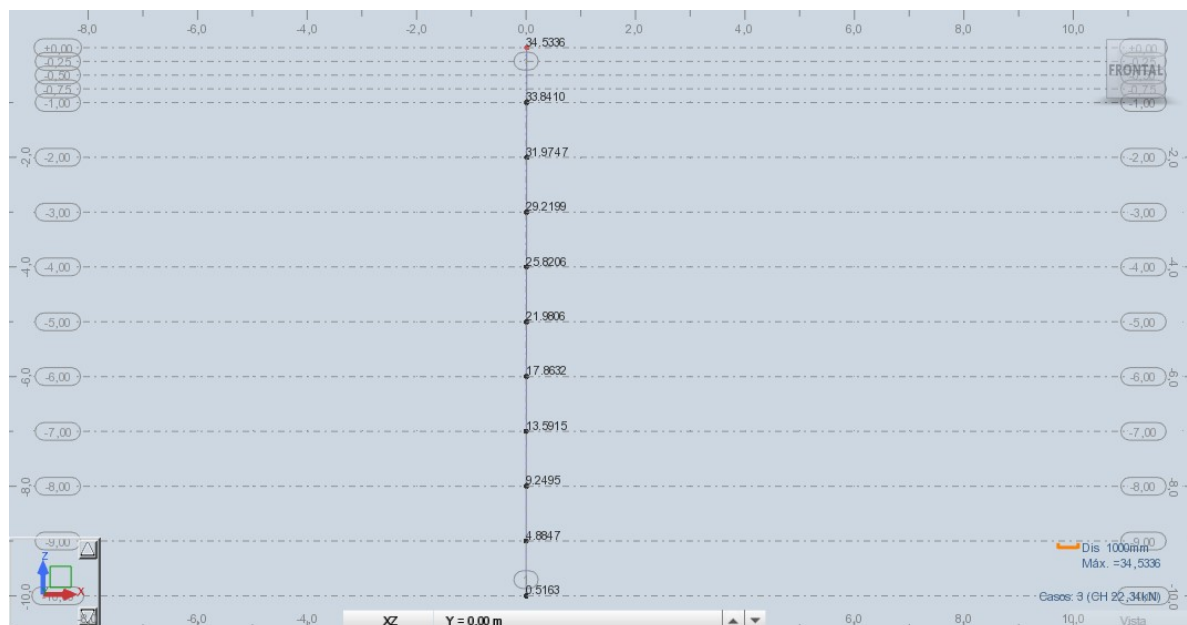
**Figura 47- Diagrama de esforço cortante (kN) para estaca com topo engastado imersa em solo estratificado.**

**Fonte: O autor.**



**Figura 48- Diagrama de momento fletor (kN.m) para estaca com topo engastado imersa em solo estratificado.**

Fonte: O autor.



**Figura 49- Deslocamentos (mm) causados na estaca com topo engastado imersa em solo estratificado.**

Fonte: O autor.

Comparando os resultados entre os diagramas para as duas situações percebe-se uma grande diferença. Devido à vinculação adotada na segunda análise nota-se que os esforços são menores devido a restrição de giro no topo da estaca e

vão diminuindo ao longo do fuste, diferentemente do que ocorre na primeira análise em que o esforço cortante varia seu sentido e o ponto de maior flexão ocorre na região de meia profundidade da estaca. A respeito dos deslocamentos que ocorrem em diversos pontos da estaca é notória uma grande redução no valor do deslocamento no topo da estaca ao ser alterada a vinculação do topo da estaca. De acordo com os diagramas a estaca de topo livre sofreu um deslocamento de 100,3162mm, já a estaca de topo engastado sofreu um deslocamento de 34,5336mm na região do topo, ou seja, houve uma redução de 65,7826mm ou 65,57% apenas alterando o tipo de vinculação adotado para tal apoio.

### **6.5 Análise Comparativa**

Findada as análises feitas para estacas imersas em solos homogêneos e heterogêneos percebeu-se que os modelos analíticos podem ser facilmente empregados em ferramentas computacionais, por meio da hipótese simplificadora de Winkler apud Velloso (2010). Para o caso de estacas longas imersas em solos não coesivos e coesivos pode-se perceber que resultados obtidos por meio dos programas utilizados são 11,83 a 15,15% maiores do que os obtidos pelos modelos analíticos propostos por Miche (1930) e Hetenyi (1946), conforme demonstram as tabelas 15 e 16. A maior variação ocorreu na comparação entre os resultados dos deslocamentos máximos que ocorreram no topo da estaca, alcançando resultados 29,97 a 34,55% maiores nas análises feitas em ferramentas computacionais.

Para o caso de estacas imersas em solos estratificados pode-se observar uma variação significativa entre os resultados dos deslocamentos das estacas analisadas, conforme demonstrado na tabela 17 houve uma redução de 65,58% no deslocamento sofrido pela estaca com topo com giro restringido, se comparada à estaca que possuía topo livre, alterando apenas a vinculação adotada para o apoio mais próximo a superfície simulando-a engastada em um bloco de fundação. Em relação aos esforços que ocorrem ao longo do fuste da estaca pode-se observar não apenas uma diferença de valores entre os casos analisados, mas também entre o sentido dos esforços.

Tabela 15 – Variação dos resultado obtidos para o exercício 1

Resultado \ Método	Analítico	Ftool	Robot	Variação (%)
Momento Fletor (kN.m)	117	136,6	132,7	14,35% e 11,83%
Deslocamento (mm)	25	35,7	38,2	29,97% e 34,55%

Fonte: O autor.

Tabela 16 – Variação dos resultado obtidos para o exercício 2

Resultado \ Método	Analítico	Ftool	Robot	Variação (%)
Momento Fletor (kN.m)	95,63	112,7	112,62	15,15% e 15,09%
Deslocamento (mm)	41,3	68,88	68,82	40,04% e 39,99%

Fonte: O autor.

Tabela 17 – Variação dos resultados obtidos para a análise da estaca imersa em solo estratificado

Resultado \ Restrição	Topo Livre	Topo Engastado	Variação (%)
Cortante (kN)	21,64	22,1	2,08%
Momento Fletor (kN.m)	38,81	96,51	59,79%
Deslocamento (mm)	100,32	34,53	65,58%

Fonte: O autor.



## 7. CONCLUSÃO

### 7.1 Conclusões

Sabe-se que a análise de fundações profundas submetidas a carregamentos laterais possui complexidade elevada devido à dificuldade de conhecimento de diversos fatores que influenciam o seu comportamento, pôde-se observar que o tipo de solo é um dos fatores que determinam qual método de cálculo poderá ser utilizado para que os esforços ao longo da fundação sejam determinados.

Para obter os parâmetros de resistência do solo é necessário o estudo do mesmo, viu-se que uma sondagem de simples reconhecimento é capaz de fornecer características suficientes para que os esforços que atuam no elemento estrutural de fundação sejam determinados, porém cabe ressaltar que o relatório de sondagem sofre grande influência do operador e das condições de exposição do solo no dia da realização do ensaio. Além do fato de que os cálculos utilizados para a determinação da resistência a compressão da estaca sofrem influências de decisões a favor da segurança devido às incertezas dos valores a serem adotados, fazendo com que a resistência do solo seja subestimada.

Com base nos modelos analíticos desenvolvidos no século passado percebeu-se que as análises e os modelos de cálculo adotados por seus desenvolvedores podem ser facilmente modelados em ferramentas computacionais, diminuindo o tempo gasto para determinação dos esforços atuantes em estacas apoiadas em solos homogêneos.

Ambos os programas utilizados nesse trabalho forneceram resultados bem próximos ao analisarem estacas imersas em solos coesivos e não coesivos. Como explicado, o cálculo dos esforços atuantes nas estacas imersas em solos estratificados foi feita apenas no programa *Robot*, devido às análises feitas anteriormente para solos homogêneos ficou visível que o modelo de cálculo utilizado é coerente.

O modelo de cálculo utilizado nesse trabalho teve como base o modelo proposto por Winkler (1867) no qual o solo que envolve a fundação é substituído por

apoios elásticos dispostos ao longo do fuste da estaca, tais apoios apresentam coeficientes elásticos proporcionais à resistência lateral do solo em uma determinada área da estaca. Esse modelo apresentou resultados convincentes se comparados aos modelos utilizados nos métodos analíticos, a variação entre os esforços de flexão e cortante ficaram em torno de 12 a 17% maiores do que os esforços calculados por métodos analíticos. Acredita-se que essa diferença possa ser reduzida se as áreas de influência consideradas para o modelo de cálculo também fossem reduzidas, fazendo com que o número de apoios ao longo da estaca aumente.

Ainda sobre estacas imersas em solos homogêneos, foi possível perceber que o valor da constante do coeficiente de reação horizontal do solo não é um fator determinante para o cálculo dos esforços que ocorrem em fundações imersas em solos não coesivos. Ao alterar o valor provável sugerido pela literatura notou-se uma pequena variação entre os resultados, considerando o solo seco ou submerso. Já para solos coesivos, devido ao salto entre os valores mínimo e provável do módulo de reação horizontal sugeridos pela literatura percebeu-se uma variação significativa dos resultados, para esse caso a consistência da argila considerada nos cálculos passa a ser um fator determinante para o resultado.

Seguindo a sequência do trabalho, utilizou-se o método apresentado por Tietz (1976) para a determinação dos coeficientes elásticos dos apoios que simulavam um solo estratificado envolto a estaca. A forma para obter a resistência lateral foi similar à utilizada nas análises anteriores.

Devido à aplicação da carga lateral no topo da estaca e a baixa resistência lateral na região foi possível notar deslocamentos elevados, o que demonstrou a necessidade de maior diâmetro da estaca. Na prática, em geral, no caso de blocos sobre mais que uma estaca na direção da força horizontal pode-se considerar que o topo da estaca esteja restrita ao giro na direção perpendicular à força horizontal, o que leva a diminuição significativa nos deslocamentos horizontais e na forma dos diagramas de esforços solicitantes.

Embora o modelo de cálculo utilizado nos *softwares* tenham apresentado resultados dos esforços próximos aos obtidos por meio dos modelos analíticos, há de se notar que os valores de deslocamento após o processo de cálculo da estrutura são superiores aos obtidos analiticamente. Supõe-se que devido à utilização e

aceitação dos modelos analíticos no âmbito prático, utilizar os resultados obtidos pelos modelos analíticos possibilite a elaboração de projetos mais econômicos.

Para solos heterogêneos notou-se que os resultados obtidos são aceitáveis devido às condições de exposição do modelo de cálculo utilizado. Porém acredita-se que devido às hipóteses simplificadoras consideradas por Winkler (1867), exige-se um maior e melhor conhecimento do solo que serve de suporte para a fundação. Exige-se também, de acordo com o porte da estrutura que será analisada, a modelagem em programa de cálculo estrutural capaz de analisar o comportamento global da estrutura, haja visto que o solo aparece como um elemento participante do equilíbrio do sistema sendo primordial um estudo mais detalhado da interação entre a fundação e a estrutura.

## **7.2 Sugestões para trabalhos futuros**

Nesta parte do trabalho serão apresentadas algumas sugestões para os leitores interessados em analisar estacas verticais submetidas a ações horizontais, a fim de conduzir seus estudos e o aprimoramento do conhecimento de alguns pontos abordados neste trabalho.

Com relação aos métodos analíticos apresentados na revisão bibliográfica, sugere-se realizar a análise de uma mesma estaca submetida a um determinado carregamento horizontal, por meio de métodos baseados na análise de ruptura da estaca e na análise de deformação do solo, comparar os resultados obtidos e verificar qual método demonstra ser mais completo.

A respeito da modelagem das estacas em programas de cálculo estrutural sugere-se aumentar o número de nós dispostos ao longo da estaca, a fim de verificar o aumento ou a diminuição da precisão de cálculo. Com essa análise será possível determinar qual a distância mínima entre os apoios elásticos de um modo que o resultado dos diagramas de esforços solicitantes não sofra grandes variações em relação aos resultados obtidos por modelos analíticos.

A respeito da análise de estacas imersas em solos estratificados sugere-se implementar o modelo de cálculo com a utilização de apoios elásticos que simule a resistência a penetração do solo, com essa implementação o vínculo dos apoios elásticos ao longo do fuste representaria também a resistência lateral da estaca.

## REFERÊNCIAS

- VELLOSO, Dirceu de A.; LOPES, Francisco de R.. **Fundações**, Critérios de projeto, Investigação do sub solo, Fundações superficiais. São Paulo: Oficina de Textos, 2010.
- DEL PINO, Almeraldo Júnior; **Análise do comportamento de estacas do tipo broca escavada com trado mecânico, solicitadas por esforços transversais**. Trabalho para obtenção do título de mestre em engenharia civil. Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2003.
- ROJAS, José W. J.; **Notas de aula de estruturas de fundações**, Estacas sob esforços transversais. Porto Alegre, 2007.
- ALONSO, Urbano R.; **Dimensionamento de fundações profundas**. 3ª reimpressão. São Paulo. 2003
- CINTRA, J. C. Ângelo, **Carregamento lateral em estacas**. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos-SP, 2002.
- TACITANO, Marcelo; **Análise de paredes de contenção através de método unidimensional evolutivo**. Trabalho para obtenção do título de doutor em engenharia civil. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.
- TIETZ, Waldemar. Fundações profundas sobre tubulões. **Estrutura revista técnica das construções engenharia e arquitetura**. Rio de Janeiro, n°76, p 43-81, 1976.
- TQS, Informática Ltda, (São Paulo), **SISEs Sistema de Interação Solo-Estutura**. CNPJ: 56.555.212/0001-90, 02 jan. 2008.
- AUTODESK Robot Structural Analysis, versão 2017, Autodesk Inc. 1982, California.
- AUTODESK Robot Structural Analysis, versão estudantil 2017, Autodesk Inc. 1982, California.
- FTOOL-Two-Dimensional Frame Analysis Toll, versão educacional 3.01, Tecgraf/PUC-Rio – Instituto de Desenvolvimento de Software Técnico-Científico.1986, Rio de Janeiro.