

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MATEMÁTICA

JÉSSICA FERNANDA DA CRUZ SILVA

**ESTUDO DA TEORIA FUZZY E APLICAÇÃO NO PROCESSO DE  
TOMADA DE DECISÃO DA ÁREA DE PESQUISA DO TCC DO  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CORNÉLIO PROCÓPIO

2018

JÉSSICA FERNANDA DA CRUZ SILVA

**ESTUDO DA TEORIA FUZZY E APLICAÇÃO NO PROCESSO DE  
TOMADA DE DECISÃO DA ÁREA DE PESQUISA DO TCC DO  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada ao Departamento Acadêmico de Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná como requisito parcial para obtenção do grau de “Licenciado em Matemática”.

Orientador: Prof. Dr. Douglas Azevedo Sant  
Anna

**CORNÉLIO PROCÓPIO**

**2018**



Ministério da Educação  
**Universidade Tecnológica Federal do Paraná**  
Câmpus Cornélio Procópio  
Diretoria de Graduação  
Departamento de Matemática  
Curso de Licenciatura em Matemática



---

## FOLHA DE APROVAÇÃO

### BANCA EXAMINADORA

---

Prof. Dr. Douglas Azevedo Sant'Anna  
(orientador)

---

Prof. Me. Tiago Henrique dos Reis

---

Prof. Dr. Alisson de Carvalho Reinol

“A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso”

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por ter me dado força para continuar essa graduação, e não ter perdido a fé que um dia posso ser uma excelente profissional. Agradeço a minha orientadora do TCC 1 Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Michele Cristina Valentin e meu orientador do TCC 2 Prof<sup>o</sup>. Dr<sup>o</sup> Douglas Azevedo Sant Anna pela paciência, pelo apoio, confiança e por ter acreditado que tenho capacidade para desenvolver certos trabalhos.

Agradeço a minha mãe e meus dois pais, que diziam que o estudo é tudo e sempre me incentivarão a estudar. Hoje estou me formando porque eles não deixaram eu desistir.

Agradeço aos meus amigos e demais professores por me ajudarem a superar certas dificuldades.

Por fim, agradeço a Universidade Tecnológica Federal do Paraná por ter dado a oportunidade de estudar conteúdos fora da grade curricular e ao programa PIBID por ter me dado a oportunidade de ir para o ambiente escolar no começo da graduação, no qual descobri que estou na profissão certa.

## RESUMO

SILVA, Jéssica Fernanda da Cruz. ESTUDO DA TEORIA FUZZY E APLICAÇÃO NO PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO DA ÁREA DE PESQUISA DO TCC DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA . 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

O objetivo deste trabalho é construir um sistema baseado em regras fuzzy, o qual será capaz de auxiliar os alunos do curso de Licenciatura em Matemática na escolha da área de pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Para isso, todas as disciplinas cursadas até o 6º período do curso serão alocadas em quatro grupos, os quais serão as entradas do nosso modelo. Desta forma, o aluno entrará com a média das notas obtida em cada grupo e então terá como resposta a aptidão nas áreas de Matemática, Matemática Aplicada, Educação Matemática e Educação. A base de regras foi construída com o auxílio dos professores do Departamento de Matemática e validadas com os dados dos alunos que já se formaram no curso e os que estão próximos a se formar.

**Palavras-chave:** Lógica Fuzzy, Base de regras, Área de Pesquisa do TCC.

## **ABSTRACT**

SILVA, Jéssica Fernanda da Cruz. STUDY OF THE FUZZY THEORY AND APPLICATION IN THE DECISION-MAKING PROCESS OF THE RESEARCH AREA OF THE COURSE CONCLUSION PAPER. 54 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Departamento Acadêmico de Matemática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Cornélio Procópio, 2018.

The objective of this work is to build a system based on fuzzy rules, which will be able to assist the undergraduate students in Mathematics Degree in the choice of the research area of the Course Conclusion Work (TCC). In order to do this, all the courses taken up to the 6th period of the course will be allocated in five groups, which will be the inputs of our model. In this way, the student will enter with the average grades obtained in each group and then will have as an answer the aptitude in the areas of Mathematics, Applied Mathematics, Mathematics Education and Education. The rule base was built with the help of professors of Department of Mathematics and validated with the data of the students who have already graduated in the course.

**Keywords:** Fuzzy Logic, Rule Base, TCC Research Area.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	– Lógica Clássica e Lógica Fuzzy .....	10
FIGURA 2	– Função de pertinência dos conjuntos baixos e médios .....	13
FIGURA 3	– Função de pertinência $\varphi_{B'}(x) = 1 - \varphi_B(x)$ . .....	14
FIGURA 4	– Função de pertinência da intersecção dos subconjuntos baixos e médio	14
FIGURA 5	– Função de pertinência da união dos subconjuntos das pessoas baixas e médias. ....	14
FIGURA 6	– Número fuzzy triangular com $a=0.2$ , $b=0.8$ e $u=0.5$ .....	16
FIGURA 7	– Número fuzzy trapezoidal .....	16
FIGURA 8	– Número fuzzy em forma de sino .....	17
FIGURA 9	– Forma matricial .....	20
FIGURA 10	– Forma matricial da relação $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$ .....	20
FIGURA 11	– Esquema geral de um controlador fuzzy .....	25
FIGURA 12	– Defuzzificador centro de gravidade .....	27
FIGURA 13	– Tela de abertura, MATLAB .....	28
FIGURA 14	– Janela de Comando do MATLAB .....	29
FIGURA 15	– Janela de comando após digitar <code>&gt;&gt; fuzzy</code> .....	30
FIGURA 16	– Tela inicial do Fuzzy Logic Toolbox .....	30
FIGURA 17	– Editando variáveis de entrada e/ou saída .....	31
FIGURA 18	– Variável de entrada .....	32
FIGURA 19	– Variável de entrada .....	32
FIGURA 20	– Variável de saída .....	33
FIGURA 21	– Esquema para criar Base de Regras .....	33
FIGURA 22	– Cenário resultante da seleção de valores das variáveis de entrada ( <i>Input</i> ) e os associados valores de saída ( <i>Output</i> ). ....	34
FIGURA 23	– Estado do paciente .....	34
FIGURA 24	– Superfície em 3D .....	35
FIGURA 25	– (a) Funções de pertinência das variáveis de entrada Grupo 1 e (b) Grupo 2 .....	38
FIGURA 26	– (a) Funções de pertinência das variáveis de entrada Grupo 3 e (b) Grupo 4 .....	38
FIGURA 27	– (a) Funções de pertinência das variáveis de saída Matemática e (b) Ma- temática Aplicada .....	39
FIGURA 28	– (a) Funções de pertinência das variáveis de saída Educação Matemática e (b) Educação .....	39
FIGURA 29	– Interface gráfica .....	42
FIGURA 30	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 1 .....	43
FIGURA 31	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 2 .....	43
FIGURA 32	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 3 .....	47
FIGURA 33	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 4 .....	47
FIGURA 34	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 5 .....	50
FIGURA 35	– Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 6 .....	52

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1	– Escala possibilidade da chuva .....	12
TABELA 2	– Tabela das operações entre os subconjuntos fuzzy .....	18
TABELA 3	– Tabela verdade de $\wedge$ .....	21
TABELA 4	– Tabela verdade de $\vee$ .....	21
TABELA 5	– Tabela verdade de $\neg$ .....	22
TABELA 6	– Tabela verdade de $\implies$ .....	22
TABELA 7	– Disciplinas do Grupo 1 .....	37
TABELA 8	– Disciplinas do Grupo 2 .....	37
TABELA 9	– Disciplinas do Grupo 3 .....	37
TABELA 10	– Disciplinas do Grupo 4 .....	37
TABELA 11	– Base de regras linguísticas .....	40
TABELA 12	– Notas do Aluno 1 .....	44
TABELA 13	– Notas do Aluno 2 .....	45
TABELA 14	– Notas do Aluno 3 .....	46
TABELA 15	– Notas do Aluno 4 .....	48
TABELA 16	– Notas do Aluno 5 .....	49
TABELA 17	– Notas do Aluno 6 .....	51



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>LÓGICA FUZZY</b>	<b>10</b>
2.1	OPERAÇÕES DE CONJUNTO FUZZY	12
2.2	CONECTIVOS DA LÓGICA FUZZY	21
<b>3</b>	<b>SISTEMAS BASEADOS EM REGRAS FUZZY</b>	<b>25</b>
3.1	FUZZIFICAÇÃO	26
3.2	BASE DE REGRAS	26
3.3	INFERÊNCIA	26
3.4	DEFUZZIFICAÇÃO	26
3.4.1	Centro de gravidade	27
3.5	EXEMPLO DE UM SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY EXECUTADO NO MATLAB	28
<b>4</b>	<b>PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO DA ÁREA DE PESQUISA DO TRABA- LHO DE CONCLUSÃO DE CURSO VIA SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY</b>	<b>36</b>
4.1	RESULTADOS DA APLICAÇÃO	40
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>53</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>54</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Todos os dias deparamos-nos com expressões que possuem termos imprecisos, as quais relatam situações ou opiniões, como por exemplo:

- Aquela jarra está quase cheia de caldo de cana;
- Preciso perder uns 6 kg para entrar na calça que usava antigamente;
- Aquela moça é mais ou menos bonita;
- Hoje está muito quente;
- Esse quadro está muito velho.

Essas frases não podem ser modeladas matematicamente utilizando apenas a teoria clássica de conjunto, pois as expressões

“Aquela jarra está quase cheia de caldo de cana” e “Aquela moça é mais ou menos bonita” teriam apenas as opções: “A jarra está cheia” ou “A jarra está vazia” e “Aquela moça é bonita” ou “Aquela moça é feia”. Com a finalidade de dar tratamento a essas situações, em Zadeh (1965) foi apresentado a teoria fuzzy, a qual tornou possível tratar matematicamente termos considerados subjetivos.

A lógica fuzzy é utilizada em várias aplicações, como por exemplo na classificação de um investidor como conservador, moderado ou arrojado, para então auxiliá-lo nas escolhas dos melhores investimentos bancários ao seu perfil (SANTOS; VALENTINO, 2016), na logística de distribuição física de leite (PEIXOTO et al., 2012), na tomada de decisão do Mercado Financeiro (PEIXOTO; SILVA, 2012) e também no processo de decisão sobre áreas de Pesquisa do curso de Sistemas de Informação (SANTOS; BENICASA, 2012).

Em Santos e Benicasa (2012), é apresentado um sistema baseado em regras fuzzy que trata da aptidão dos alunos do curso de Sistemas de Informação quanto a área de pesquisa no desenvolvimento do trabalho de conclusão de curso. Construímos um sistema com o auxílio

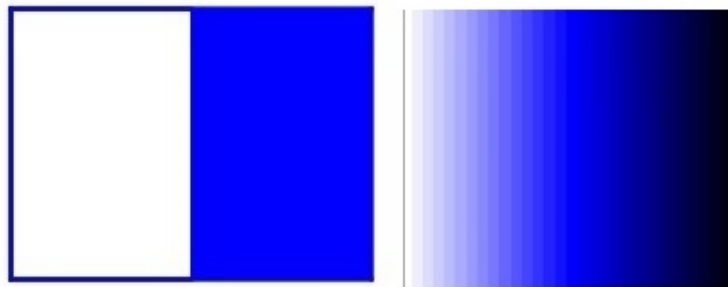
do *Fuzzy Logic Toolbox* do MATLAB, o qual abordará o mesmo tema, mas para os alunos do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, câmpus Cornélio Procópio.

A teoria de lógica fuzzy é apresentada no Capítulo 2. No Capítulo 3, serão introduzidos alguns conceitos sobre os sistemas baseados em regras fuzzy que podem ser encontrados em Barros e Bassanezi (2006). Ainda, neste mesmo capítulo será apresentada a ferramenta do MATLAB, *Fuzzy Logic Toolbox*, a qual nos auxiliará na construção do modelo desejado. Por fim, no Capítulo 4, apresentamos uma aplicação desta teoria, que auxiliará um aluno do curso de Licenciatura em Matemática na escolha da sua área de pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso.

## 2 LÓGICA FUZZY

A lógica fuzzy, também conhecida como lógica nebulosa, foi apresentada com base na teoria de conjunto fuzzy no ano de 1965 pelo matemático Lotfi A. Zadeh nos EUA (BARROS; BASSANEZI, 2006). Essa teoria é considerada imprecisa por isso nos permite trabalhar com aproximações de dados vagos. Quando comparada com a lógica clássica, traz muito mais informações e não fica restrita no verdadeiro e no falso, ou seja, descreve o fato com muito mais detalhe.

A Figura 1 mostra graficamente a diferença entre conjuntos da lógica clássica e lógica fuzzy. Mais especificamente, no primeiro retângulo pode-se dizer que na parte azul estão os elementos que pertencem ao conjunto e na parte branca estão os elementos que não pertencem ao conjunto. Já no segundo retângulo, observa-se que quanto mais a cor se aproxima do azul escuro, mais o elemento pertence ao conjunto e quanto mais a cor se aproxima da cor branca, mais o elemento não pertence ao conjunto.



**Figura 1: Lógica Clássica e Lógica Fuzzy**

**Fonte: (BRESSAN, 2013)**

Na teoria dos conjuntos fuzzy, diz-se que dado um elemento de um certo domínio, é verificado o grau de pertinência do elemento em relação ao conjunto, para verificar o quanto é possível esse elemento pertencer ao conjunto. O grau é calculado através de uma determinada função que retorna geralmente um valor que varia entre 0 à 1, sendo que 0 significa que o

elemento não pertence ao conjunto e 1 indica que o elemento pertence totalmente ao conjunto.

Nas definições a seguir são apresentadas operações com subconjuntos fuzzy, tais como a união, intersecção e complemento, as quais também podem ser encontradas em Barros e Bassanezi (2006) e Shaw e Simões (1999).

**Definição 1** *Seja  $U$  um conjunto clássico não vazio. Um subconjunto fuzzy  $F$  de  $U$  é caracterizado por uma função  $\varphi_F : U \rightarrow [0, 1]$ , chamada função de pertinência do subconjunto fuzzy  $F$ .*

O valor  $\varphi_F(x) \in [0, 1]$  indica o grau com que o elemento  $x$  de  $U$  pertence ao subconjunto fuzzy  $F$ , em que  $\varphi_F(x) = 0$  indica que o elemento não pertence ao subconjunto,  $\varphi_F(x) = 1$  indica que  $x$  pertence completamente ao subconjunto fuzzy  $F$  e  $\varphi_F(x) = 0.5$  significa que o elemento  $x$  pertence ao subconjunto, mas não completamente.

Na lógica clássica, a função que descreve completamente um subconjunto  $F$  de  $U$ , é chamada de função característica e é dada por:

$$X_F(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in F \\ 0, & \text{se } x \notin F \end{cases},$$

ou seja, sua imagem assume somente os valores 0 e 1.

**Exemplo 1** *Considerando o conjunto*

$$F = \{x \in \mathbb{R} : x \text{ está próximo de } 8\},$$

*não conseguimos calcular se  $X_F(6)$  é 0 ou 1 e  $X_F(3)$  é 0 ou 1. Apenas conseguimos afirmar claramente que o número 6 está mais próximo de 8 do que o número 3.*

O conceito de possibilidade não é o mesmo que probabilidade, já que probabilidade expressa a chance de que um elemento seja membro de um conjunto, sendo também expressa no intervalo numérico  $[0,1]$ .

O exemplo abaixo explica melhor a diferença entre probabilidade e possibilidade da teoria fuzzy.

**Exemplo 2** *De acordo com o relatório de meteorologia, a chance de chuva para determinado dia é de 0,8. Essa é a expressão sobre a probabilidade de chuva. Porém, a probabilidade não*

indica o grau, qualidade ou a força da chuva. Agora, usando o conceito de possibilidade para a chuva, deve-se primeiramente construir uma escala de possibilidade. Se a possibilidade de chuva amanhã for 0,4, haverá uma garoa conforme a escala de possibilidade apresentada na Tabela 1 (SHAW; SIMÕES, 1999).

**Tabela 1: Escala possibilidade da chuva**

1,0	TEMPESTADE
0,8	CHUVA FORTE
0,6	CHUVAS INTERMITENTES
0,4	GAROA
0,2	GAROA FINA
0	SEM PREVISÃO DE CHUVA

Segundo Pedrycz e Gomide (1998), a probabilidade está preocupada com a ocorrência de eventos, ou seja, lançamento de uma moeda, tirando uma bola de uma urna, realizando uma missão espacial, etc.

## 2.1 OPERAÇÕES DE CONJUNTO FUZZY

Nas definições abaixo, considere que  $A$  e  $B$  sejam dois subconjuntos fuzzy de  $U$  e que suas funções de pertinência são representadas por  $\varphi_A$  e  $\varphi_B$ , respectivamente.

**Definição 2** A intersecção de dois subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  resulta em um subconjunto fuzzy cuja função pertinência é o mínimo das pertinências dos conjuntos em questão, ou seja,

$$\varphi_{(A \cap B)}(x) = \min\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}.$$

**Definição 3** A união de dois subconjuntos fuzzy  $A$  e  $B$  resulta em um subconjunto fuzzy cuja função de pertinência é o máximo das pertinências dos subconjuntos em questão, ou seja,

$$\varphi_{(A \cup B)}(x) = \max\{\varphi_A(x), \varphi_B(x)\}.$$

**Definição 4** O complemento de um conjunto fuzzy, é um conjunto cuja pertinência é a subtração de 1 pela pertinência do conjunto. Mais formalmente, o complementar de  $A$  é o subconjunto fuzzy  $A'$  cuja função de pertinência é dada por:

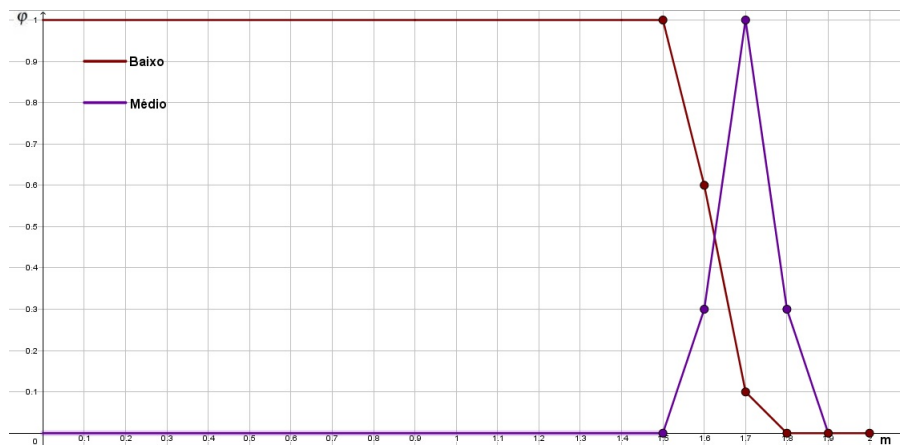
$$\varphi_{A'}(x) = 1 - \varphi_A(x).$$

Considere os subconjuntos fuzzy das pessoas Baixas e Médias dadas abaixo:

$$\varphi_B(x) = \{(1.5, 1), (1.6, 0.6), (1.7, 0.1), (1.8, 0), (1.9, 0), (2, 0)\},$$

$$\varphi_M(x) = \{(1.5, 0), (1.6, 0.3), (1.7, 1), (1.8, 0.3), (1.9, 0), (2, 0)\},$$

em que a abscissa dos pares ordenados significa a altura da pessoa e a ordenada significa o quanto o elemento pertence ao conjunto, ou seja, a pertinência. A representação gráfica desses conjuntos é apresentada na Figura 2.



**Figura 2: Função de pertinência dos conjuntos baixos e médios**

Considerando o subconjunto das pessoas baixas, seu complementar é dado por:

$$\varphi_{B'}(x) = \{(1.5, 0), (1.6, 0.4), (1.7, 0.9), (1.8, 1), (1.9, 1), (2.1)\},$$

como ilustrado na Figura 3.

A intersecção entre os subconjuntos das pessoas baixas e médias no universo  $U$  é dada por:

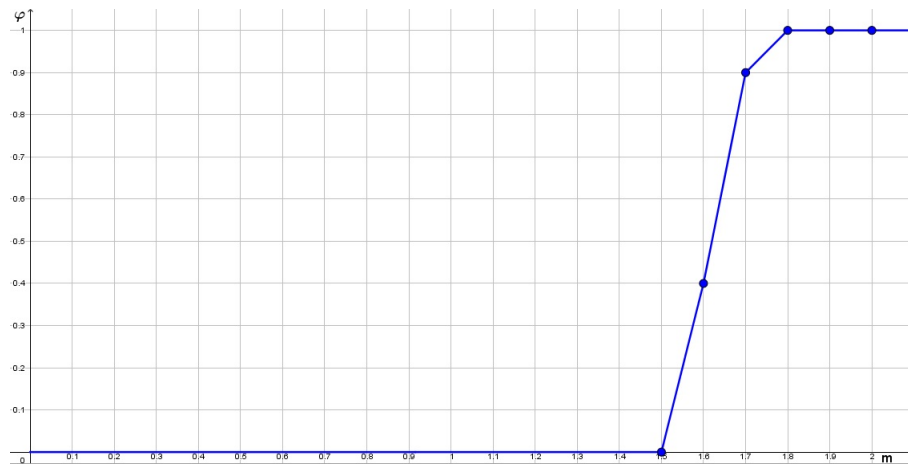
$$\varphi_{(B \cap M)} = \{(1.5, 0), (1.6, 0.3), (1.7, 0.1), (1.8, 0), (1.9, 0), (2, 0)\},$$

como ilustrado na Figura 4.

Já a união destes mesmos conjuntos é dada por:

$$\varphi_{(B \cup M)} = \{(1.5, 1), (1.6, 0.6), (1.7, 0.1), (1.8, 0.3), (1.9, 0), (2, 0)\},$$

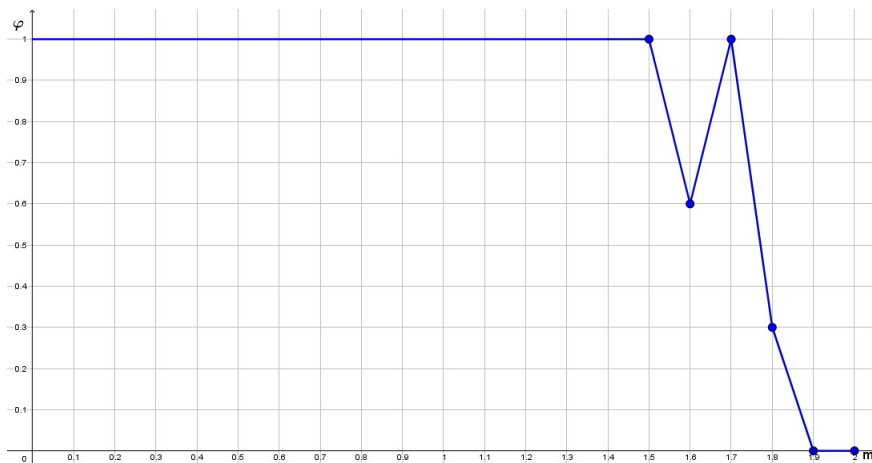
como ilustrado na Figura 5.



**Figura 3:** Função de pertinência  $\varphi_{B'}(x) = 1 - \varphi_B(x)$ .



**Figura 4:** Função de pertinência da intersecção dos subconjuntos baixos e médio



**Figura 5:** Função de pertinência da união dos subconjuntos das pessoas baixas e médias.



**Definição 5** Seja  $A$  um subconjunto fuzzy de  $U$  e  $\alpha \in (0, 1]$ . O  $\alpha$ -nível de  $A$  é o subconjunto clássico de  $U$  definido por:

$$[A]^\alpha = \{x \in U : \varphi_A(x) \geq \alpha\}$$

O nível zero de um subconjunto fuzzy  $A$  é definido como sendo o menor subconjunto (clássico) fechado de  $U$  que contém o conjunto suporte de  $A$ , em que o suporte de  $A$  é denotado por  $\text{supp}_A$  e significa o subconjunto de  $U$  sobre o qual a função de pertinência de  $A$  é maior do que zero.

**Definição 6** Um subconjunto fuzzy  $A$  é chamado de número fuzzy quando o conjunto universo no qual  $\varphi_A$  está definida, é o conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$  e satisfaz as seguintes condições:

- Todos os  $\alpha$ -níveis de  $A$  são não vazios, com  $0 \leq \alpha \leq 1$ , ou seja  
 $[A]^\alpha \neq \emptyset, \forall \alpha \in [0, 1]$
- Todos os  $\alpha$ -níveis de  $A$  são intervalos fechados de  $\mathbb{R}$ ;
- $\text{supp}_A = \{x \in U : \varphi_A(x) > 0\}$  é limitado.

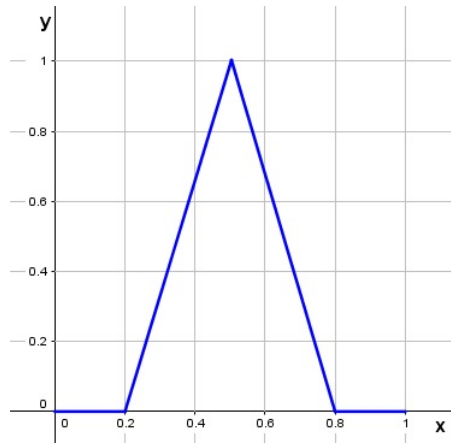
Os números fuzzy mais comum são os triangulares, trapezoidais e os em forma de sino descritos nas definições abaixo.

**Definição 7** Um número fuzzy  $A$  é dito triangular se sua função de pertinência é da forma:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq a \\ \frac{x-a}{u-a} & \text{se } a < x \leq u \\ \frac{x-b}{u-b} & \text{se } u \leq x < b \\ 0, & \text{se } x \geq b \end{cases},$$

e sua representação gráfica é da forma apresentada na Figura 6.

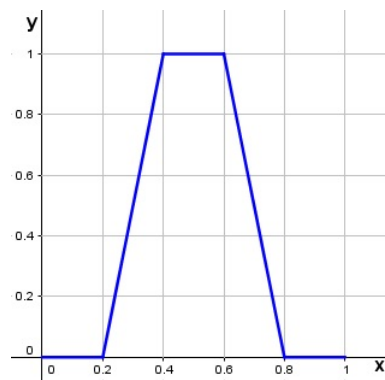
**Definição 8** Um número fuzzy  $A$  é dito trapezoidal se sua função de pertinência tem a forma:



**Figura 6:** Número fuzzy triangular com  $a=0.2$ ,  $b=0.8$  e  $u=0.5$

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{se } a \leq x < b \\ 1 & \text{se } b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{se } c < x \leq d \\ 0, & \end{cases},$$

e sua representação gráfica é da forma encontrada na Figura 7.

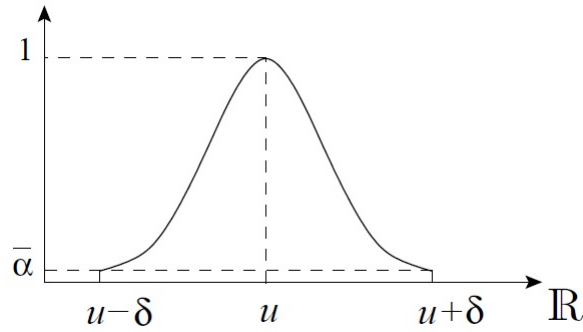


**Figura 7:** Número fuzzy trapezoidal

**Definição 9** Um número fuzzy tem a forma de sino se a função de pertinência for simétrica em relação a um número real  $u$ , ou seja:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} \exp\left(\frac{-(x-u)^2}{a}\right) & \text{se } u - \delta \leq x \leq u + \delta \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases},$$

e sua representação gráfica é da forma encontrada na Figura 8.



**Figura 8: Número fuzzy em forma de sino**

**Fonte: (BARROS; BASSANEZI, 2006)**

O conceito de relação em matemática é formalizado a partir da teoria de conjuntos. A diferença entre a relação clássica e a relação fuzzy, é que a relação clássica indica se há ou não associação entre dois objetos, enquanto na lógica fuzzy também indica o grau desta relação.

**Definição 10** Uma relação clássica  $\mathfrak{R}$ , é um subconjunto clássico do produto cartesiano  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ . Ainda, pode ser representada pela seguinte função característica:

$$X_{\mathfrak{R}} : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \longrightarrow \{0, 1\},$$

com

$$X_{\mathfrak{R}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{se } (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathfrak{R} \\ 0 & \text{se } (x_1, x_2, \dots, x_n) \notin \mathfrak{R} \end{cases}$$

**Definição 11** Uma relação fuzzy sobre  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$  é qualquer subconjunto fuzzy de  $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ , o qual é definido por uma função de pertinência,  $\varphi_{\mathfrak{R}} : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \longrightarrow [0, 1]$ , que indica o grau com que os elementos estão relacionados segundo a relação  $\mathfrak{R}$ .

**Definição 12** O produto cartesiano fuzzy dos subconjuntos fuzzy  $A_1, A_2, \dots, A_n$  de  $U_1, U_2, \dots, U_n$ , respectivamente, é a relação fuzzy de  $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ , cuja função de pertinência é dada por

$$\varphi_{A_1} \times \varphi_{A_2} \times \dots \times \varphi_{A_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \varphi_{A_1(x_1)} \wedge \varphi_{A_2(x_2)} \wedge \dots \wedge \varphi_{A_n(x_n)},$$

em que  $\wedge$  representa o mínimo.

Segue um exemplo, no qual   mostrado a diferença entre a rela o clássica e a rela o fuzzy (BARROS; BASSANEZI, 2006).

**Exemplo 3** *Suponha que o conjunto universo  $U$  seja composto pelos pacientes de uma clínica, identificados pelos números 1, 2, 3, 4 e 5. Considerando  $A$  e  $B$  os subconjuntos fuzzy que representam os pacientes com febre e mialgia<sup>1</sup>, respectivamente. A Tabela 2 ilustra as opera es união, intersec o e complemento entre os subconjuntos  $A$  e  $B$ . Os valores das colunas, exceto a primeira, indicam os graus com que cada paciente pertence aos conjuntos fuzzy  $A, B, A \cup B, A \cap B, A', A \cap A', A \cup A'$ , respectivamente, em que  $A$  e  $B$  são dados.*

**Tabela 2: Tabela das opera es entre os subconjuntos fuzzy**

Paciente	Febre: $A$	Mialgia: $B$	$A \cup B$	$A \cap B$	$A'$	$A \cap A'$	$A \cup A'$
1	0,7	0,6	0,7	0,6	0,3	0,3	0,7
2	1,0	1,0	1,0	1,0	0,0	0,0	1,0
3	0,4	0,2	0,4	0,2	0,6	0,4	0,6
4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
5	1,0	0,2	1,0	0	0	0	1,0

Na coluna  $A \cap A'$ , o valor 0,3 indica que o Paciente 1 está tanto no grupo dos febris quanto no dos não febris, o que   inadmissível na teoria clássica de conjuntos, uma vez que tem-se a lei do terceiro excluído, ou seja,  $A \cap A' = \emptyset$ .

Existem várias doenças que podem apresentar os sintomas febre e mialgia, mas aqui neste exemplo levaremos em considera o apenas a gripe. A febre pode ser dada pelas temperaturas possíveis de um indivíduo, enquanto a mialgia pode ser avaliada pelo número de regiões doloridas. Então, para indicar o quanto um indivíduo tem gripe, tomamos um grau de pertinência do conjunto do sintoma febre e tomamos um grau de pertinência ao conjunto do sintoma de mialgia. Por exemplo, o Paciente 1 da Tabela 2 tem uma temperatura  $x$  cuja pertinência ao conjunto febre  $A$     $\varphi_{FA}(x) = 0,7$  e tem um valor  $y$  de mialgia  $\varphi_{MB}(y) = 0,6$ . Portanto, seu diagnóstico para a doença gripe   dado por:

$$\text{Paciente 1: } \varphi_{gripe}(x, y) = \varphi_{FA}(x) \wedge \varphi_{MB}(y) = 0,7 \wedge 0,6 = 0,6.$$

<sup>1</sup>Mialgia: dor muscular

Do ponto de vista teórico, o produto cartesiano clássico também poderia ser adotado para diagnosticar os pacientes. Nesse caso seria indicado apenas gripe (grau de pertinência igual a 1) ou não gripe (grau de pertinência igual 0) e, para o exemplo da Tabela 2 somente o paciente 2 seria considerado gripado.

**Definição 13** Considere  $\mathfrak{R}$  uma relação fuzzy definida em  $X \times Y$ , também conhecida como relação fuzzy binária. Dizemos que uma relação fuzzy inversa,  $\mathfrak{R}^{-1}$ , definida em  $Y \times X$ , é a relação que tem função de pertinência  $\varphi_{\mathfrak{R}^{-1}} : Y \times X \rightarrow [0, 1]$  dada por  $\varphi_{\mathfrak{R}^{-1}} = \varphi_{\mathfrak{R}}$

As formas mais comuns de se representar uma relação fuzzy binária em  $X \times Y$ , são a tabular e a matricial quando  $X$  e  $Y$  são finitos, na qual as matrizes inversas na relação fuzzy  $\mathfrak{R}^{-1}$  são consideradas transpostas de  $\mathfrak{R}$ .

A composição mais tradicional em lógica fuzzy é a chamada composição  $[max - min]$ , a qual é definida abaixo.

**Definição 14** Considere  $\mathfrak{R}$  e  $\mathcal{S}$  duas relações fuzzy binárias em  $U \times V$  e  $V \times W$ . A composição  $\mathfrak{R} \circ \mathcal{S}$  é uma relação fuzzy onde  $\circ$  é o operador composicional cuja a função de pertinência é dada por

$$\varphi_{\mathfrak{R} \circ \mathcal{S}}(x, z) = \sup_{y \in V} [\min(\varphi_{\mathfrak{R}}(x, y), \varphi_{\mathcal{S}}(y, z))].$$

Considerando os conjuntos finitos

$$U = \{u_1, u_2, \dots, u_m\}; V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\} \text{ e } W = \{w_1, w_2, \dots, w_p\};$$

e  $\varphi_{\mathfrak{R}}(u_i, v_k) = r_{ik}$  e  $\varphi_{\mathcal{S}}(v_k, w_j) = s_{kj}$  com  $1 \leq i \leq m$ ;  $1 \leq k \leq n$  e  $1 \leq j \leq p$ , pode-se construir as matrizes das Figuras 9. A forma matricial de  $\mathfrak{R} \circ \mathcal{S}$  da Figura 10 é obtida multiplicando as matrizes das Figura 9, substituindo o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo, obtendo desta forma cada elemento  $t_{ij}$  da matriz, em que

$$t_{ij} = \max_{1 \leq k \leq n} [\min(\varphi_{\mathfrak{R}}(u_i, v_k), \varphi_{\mathcal{S}}(v_k, w_j))] = \max_{1 \leq k \leq n} [\min(r_{ik}, s_{kj})]$$

**Exemplo 4** Dadas as matrizes  $\mathfrak{R}$  e  $\mathcal{S}$  :

$$\mathfrak{R} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 6 & 8 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathcal{S} = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{R} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathcal{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \dots & s_{1p} \\ s_{21} & s_{22} & \dots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n1} & s_{n2} & \dots & s_{np} \end{bmatrix}$$

**Figura 9: Forma matricial**

**Fonte: BARROS; BASSANEZI,2006**

$$\mathcal{T} = \mathcal{R} \circ \mathcal{S} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1p} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ t_{m1} & t_{m2} & \dots & t_{mp} \end{bmatrix}$$

**Figura 10: Forma matricial da relação  $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$**

**Fonte: BARROS; BASSANEZI,2006**

*e aplicando a decomposição max – min, tem-se que:*

$$\begin{aligned} t_{11} &= \max \{ \min\{r_{11}, s_{11}\}, \min\{r_{12}, s_{21}\}, \min\{r_{13}, s_{31}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{11} &= \max \{ \min\{2, 6\}, \min\{3, 2\}, \min\{1, 8\} \} = \max\{2, 2, 1\} = 2; \\ t_{12} &= \max \{ \min\{r_{11}, s_{12}\}, \min\{r_{12}, s_{22}\}, \min\{r_{13}, s_{32}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{12} &= \max \{ \min\{2, 7\}, \min\{3, 0\}, \min\{1, 1\} \} = \max\{2, 0, 1\} = 2; \\ t_{13} &= \max \{ \min\{r_{11}, s_{13}\}, \min\{r_{12}, s_{23}\}, \min\{r_{13}, s_{33}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{13} &= \max \{ \min\{2, 3\}, \min\{3, 0\}, \min\{1, 7\} \} = \max\{2, 0, 1\} = 2; \\ t_{21} &= \max \{ \min\{r_{21}, s_{11}\}, \min\{r_{22}, s_{21}\}, \min\{r_{23}, s_{31}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{21} &= \max \{ \min\{6, 6\}, \min\{8, 2\}, \min\{0, 8\} \} = \max\{6, 2, 0\} = 6; \\ t_{22} &= \max \{ \min\{r_{21}, s_{12}\}, \min\{r_{22}, s_{22}\}, \min\{r_{23}, s_{32}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{22} &= \max \{ \min\{6, 7\}, \min\{8, 0\}, \min\{0, 1\} \} = \max\{6, 0, 0\} = 6; \\ t_{23} &= \max \{ \min\{r_{21}, s_{13}\}, \min\{r_{22}, s_{23}\}, \min\{r_{23}, s_{33}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{23} &= \max \{ \min\{6, 3\}, \min\{8, 0\}, \min\{0, 7\} \} = \max\{3, 0, 0\} = 3; \\ t_{31} &= \max \{ \min\{r_{31}, s_{11}\}, \min\{r_{32}, s_{21}\}, \min\{r_{33}, s_{31}\} \}, \quad \text{assim:} \\ t_{31} &= \max \{ \min\{0, 6\}, \min\{2, 2\}, \min\{0, 8\} \} = \max\{0, 2, 0\} = 2; \\ t_{32} &= \max \{ \min\{r_{31}, s_{12}\}, \min\{r_{32}, s_{22}\}, \min\{r_{33}, s_{32}\} \}, \quad \text{assim:} \end{aligned}$$

$$t_{32} = \max \{ \min\{0, 7\}, \min\{2, 0\}, \min\{0, 1\} \} = \max \{0, 0, 0\} = 0;$$

$$t_{33} = \max \{ \min\{r_{31}, s_{13}\}, \min\{r_{32}, s_{23}\}, \min\{r_{33}, s_{33}\} \}, \text{ assim:}$$

$$t_{33} = \max \{ \min\{0, 3\}, \min\{2, 0\}, \min\{0, 7\} \} = \max \{0, 0, 0\} = 0.$$

Logo, a forma matricial de  $\mathcal{R} \circ \mathcal{S}$  é dada da seguinte forma:

$$\mathcal{R} \circ \mathcal{S} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 6 & 6 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Na próxima seção são apresentados os conectivos da lógica fuzzy.

## 2.2 CONECTIVOS DA LÓGICA FUZZY

Nesta seção, entenderemos o que significa a sentença do tipo “Se u está em A e v está em B, **então** w está em C”, quando A, B e C são subconjuntos fuzzy. Para isso, inicialmente faremos uma revisão sobre a lógica clássica.

Na lógica clássica, sentenças verdadeiras tem valores lógicos 1 e sentenças falsas tem valores lógicos 0. Ainda, é utilizado a notação  $\wedge$  (mínimo) para a conjunção “e”, como mostra a Tabela 3, a notação  $\vee$  (máximo) para a conjunção “ou”, como mostra a Tabela 4, a notação  $\neg$  para a “**negação**”, como mostra a Tabela 5, e ainda  $\implies$  para a “**implicação**” como mostra a Tabela 6.

**Tabela 3: Tabela verdade de  $\wedge$**

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

**Tabela 4: Tabela verdade de  $\vee$**

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

**Tabela 5: Tabela verdade de  $\neg$** 

p	$\neg p$
1	0
0	1

**Tabela 6: Tabela verdade de  $\implies$** 

p	q	$p \implies q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Para compreender os valores das sentenças, dadas acima considerando que os conjuntos  $A, B, C$  e  $D$  são subconjuntos fuzzy, é necessário definir as t-normas e t-conormas, como segue abaixo.

**Definição 15** Um operador binário  $\Delta: [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow [0, 1]$  é uma t-norma se satisfaz as seguintes propriedades:

- *Elemento neutro:*  $\Delta(1, x) = 1 \Delta x = x$ ;
- *Comutativa:*  $\Delta(x, y) = x \Delta y = y \Delta x = \Delta(y, x)$ ;
- *Associativa:*  $x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z$ ;
- *Monotonicidade:* Se  $x \leq u$  e  $y \leq v$ , então  $x \Delta y \leq u \Delta v$ , em que  $x, y \in [0, 1]$ .

Assim, o operador  $\wedge$ , definido como  $x \wedge y = \min\{x, y\}$  e que representa o conectivo “e”, é uma t-norma.

**Exemplo 5** A operação binária  $\wedge: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  definida como  $x \wedge y = \min\{x, y\}$  é t-norma, pois considerando  $x, y, z \in [0, 1]$  temos que a operação:

- Satisfaz a propriedade do elemento neutro:  
 $x \wedge 1 = \min\{x, 1\} = x$ .
- É comutativa:  
 $x \wedge y = \min\{x, y\} = \min\{y, x\} = y \wedge x$ .



- É associativa:

$$x \wedge (y \wedge z) = \min \{x, y \wedge z\} = \min \{x, \min \{y, z\}\} = \min \{x, y, z\} = \min \{\min \{x, y\}, z\} = \min \{x \wedge y, z\} = (x \wedge y) \wedge z.$$

- É monotônica:

$$\text{Se } x \leq u \text{ e } y \leq v, \text{ então } \min \{x, y\} \leq \min \{u, v\}, \text{ ou seja, } (x \wedge y) \leq (u \wedge v).$$

**Definição 16** Um operador binário  $\nabla : [0, 1] \times [0, 1] \longrightarrow [0, 1]$  é *t-conorma*, se satisfaz as seguintes propriedades:

- *Elemento neutro:*  $\nabla(0, x) = 0 \nabla x = x$ ;
- *Comutativa*  $\nabla(x, y) = x \nabla y = y \nabla x = \nabla(y, x)$ ;
- *Associativa*  $x \nabla (y \nabla z) = (x \nabla y) \nabla z$ ;
- *Monotonicidade:* Se  $x \leq u$  e  $y \leq v$ , então  $x \nabla y \leq u \nabla v$

Assim, o operador  $\vee$ , definido como  $x \vee y = \max\{x, y\}$  e que representa o conectivo “ou”, é uma *t-conorma*.

**Exemplo 6** A operação binária  $\vee : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  definida como  $x \vee y = \max\{x, y\}$  é *t-conorma*, pois considerando  $x, y, z \in [0, 1]$  temos que a operação:

- Satisfaz a propriedade do elemento neutro:

$$x \vee 0 = \max \{x, 0\} = x.$$

- É comutativa:

$$x \vee y = \max \{x, y\} = \max \{y, x\} = y \vee x.$$

- É associativa:

$$x \vee (y \vee z) = x \vee \{\max\{y, z\}\} = \max\{x, \max\{y, z\}\} = \max\{x, y, z\} = \max\{\max\{x, y\}, z\} = \max\{x, y\} \vee z = (x \vee y) \vee z.$$

- É monotônica:

$$\text{Se } x \leq u \text{ e } y \leq v, \text{ então } \max \{x, y\} \leq \max \{u, v\}, \text{ ou seja, } (x \vee y) \leq (u \vee v).$$

**Definição 17** Uma aplicação  $\eta : [0, 1] \longrightarrow [0, 1]$  é uma *negação* se satisfaz as seguintes propriedades:

- *Fronteiras:*  $\eta(0) = 1$  e  $\eta(1) = 0$ ;
- *Involução:*  $\eta(\eta(x)) = x$ ;
- *Monotonicidade:*  $\eta$  é decrescente.

**Definição 18** Um operador  $\Rightarrow: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  é uma implicação fuzzy se satisfizer as seguintes condições:

- Reproduzir a tabela da implicação clássica;
- For decrescente na primeira variável, ou seja, para cada  $x \in [0, 1]$  tem-se

$$(a \Rightarrow x) \leq (b \Rightarrow x) \text{ se } a \geq b;$$

- For crescente na segunda variável, ou seja, para cada  $x \in [0, 1]$  tem-se

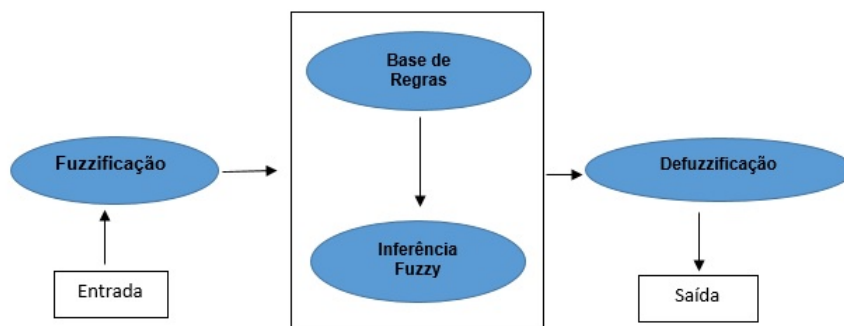
$$(x \Rightarrow a) \geq (x \Rightarrow b) \text{ se } a \geq b.$$

Com base nas preliminares apresentadas aqui, no próximo capítulo é definido um sistema baseado em regras fuzzy junto a um exemplo, o qual pode ser resolvido com o auxílio do Fuzzy Logic Toolbox do MATLAB.

### 3 SISTEMAS BASEADOS EM REGRAS FUZZY

As ações humanas controlam sistemas do mundo por meio de informações imprecisas. Quando o raciocínio acontece a partir de premissas incertas é considerado raciocínio fuzzy, onde o indivíduo recebe informações que são interpretadas segundo seus parâmetros e, então, decide qual atitude tomar, diferente do raciocínio tradicional, que diz se é membro de uma classe ou não.

Um Sistema Baseado em Regras Fuzzy (SBRF), usa implicações fuzzy para simular tomadas de decisões que geram ações de controle a partir de um conjunto de condições de entrada. A cada entrada fuzzy, existe uma base de regras para produzir saídas, ou seja, a partir dessa base de regras obtém-se a relação fuzzy, a qual produzirá a saída (resposta ou ação) para cada entrada (estado ou condição). A Figura 11 mostra as principais componentes de um sistema baseado em regras fuzzy: base de conhecimento, fuzzificação, inferência e a defuzzificação, as quais são explicadas melhor nas próximas subseções.



**Figura 11: Esquema geral de um controlador fuzzy**

### 3.1 FUZZIFICAÇÃO

Fuzzificação é o que modela matematicamente a informação das variáveis de entrada (*input*) por meio de conjuntos fuzzy, ou seja, a cada variável de entrada devem ser atribuídos termos linguísticos que representam os estados desta variável. A cada termo linguístico, deve ser associado um conjunto fuzzy por uma função de pertinência.

### 3.2 BASE DE REGRAS

A base de regras é onde “se guardam” as variáveis e suas classificações linguísticas. Representa o modelo do sistema a ser controlado, consistindo de uma base de dados, ou seja, funções de pertinências linguística e uma base de regras fuzzy linguísticas.

A base de dados fornece as definições numéricas necessárias às funções de pertinências, já a base de regras caracteriza os objetos de controle e as estratégias de controle utilizadas.

### 3.3 INFERÊNCIA

Nesta etapa definimos quais os conectivos e implicações que serão utilizadas para se obter a relação fuzzy que modela a base de conhecimento. É do módulo de inferência que depende do sucesso do sistema fuzzy.

Existem diferentes métodos de inferência fuzzy com diferentes propriedades. O Fuzzy Logic Toolbox do MATLAB trabalha com os métodos de inferência de Mamdani a qual tem como saída um subconjunto fuzzy e o método de Takagi-Sugeno-Kang (TSK) que tem como saída funções. Para mais detalhes sobre estes métodos leia (BARROS; BASSANEZI, 2006)

### 3.4 DEFUZZIFICAÇÃO

A defuzzificação é um processo que transforma um subconjunto fuzzy em um número real. O objetivo é obter-se um único valor numérico que melhor represente os valores fuzzy distribuídos como possibilidades.

O método de defuzzificação utilizado na aplicação deste trabalho é o Centro de Gravidade, pois é o mais indicado e utilizado para as características do modelo.

### 3.4.1 CENTRO DE GRAVIDADE

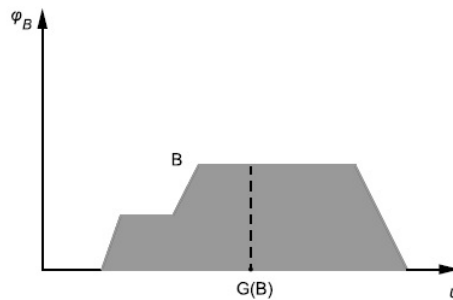
O centro de gravidade  $G(B)$  dá a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um subconjunto fuzzy. Calcula o centróide<sup>1</sup> da área composta que representa o termo de saída fuzzy, ou seja, a diferença dos pesos que aqui são os valores  $\varphi_B(u_i)$ , esse termo de saída é composto pela união de todas as contribuições de regras, que indicam o grau de compatibilidade do valor  $u_i$ . Se o domínio for discreto, temos a seguinte equação:

$$G(B) = \frac{\sum_{i=0}^n u_i \varphi_B(u_i)}{\sum_{i=0}^n \varphi_B(u_i)}.$$

Se o domínio for contínuo, temos a seguinte equação:

$$G(B) = \frac{\int_{\mathfrak{R}} u \varphi_B(u) du}{\int_{\mathfrak{R}} \varphi_B(u) du}.$$

A Figura 12 mostra o defuzzificador de gravidade  $G(B)$ .



**Figura 12: Defuzzificador centro de gravidade**

**Fonte: BARROS; BASSANEZI,2006**

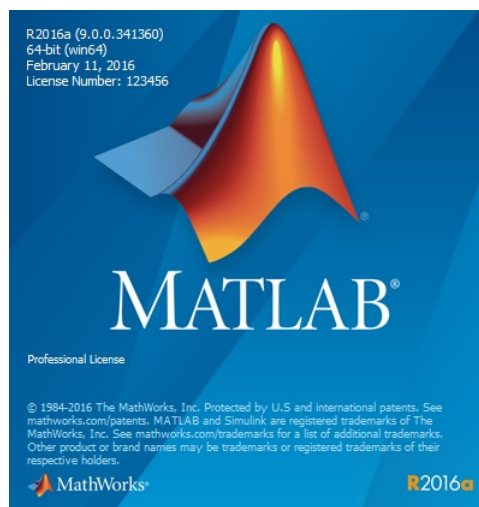
---

<sup>1</sup>Centróide: ponto que divide a área  $\varphi_B$  em duas partes iguais

### 3.5 EXEMPLO DE UM SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY EXECUTADO NO MATLAB

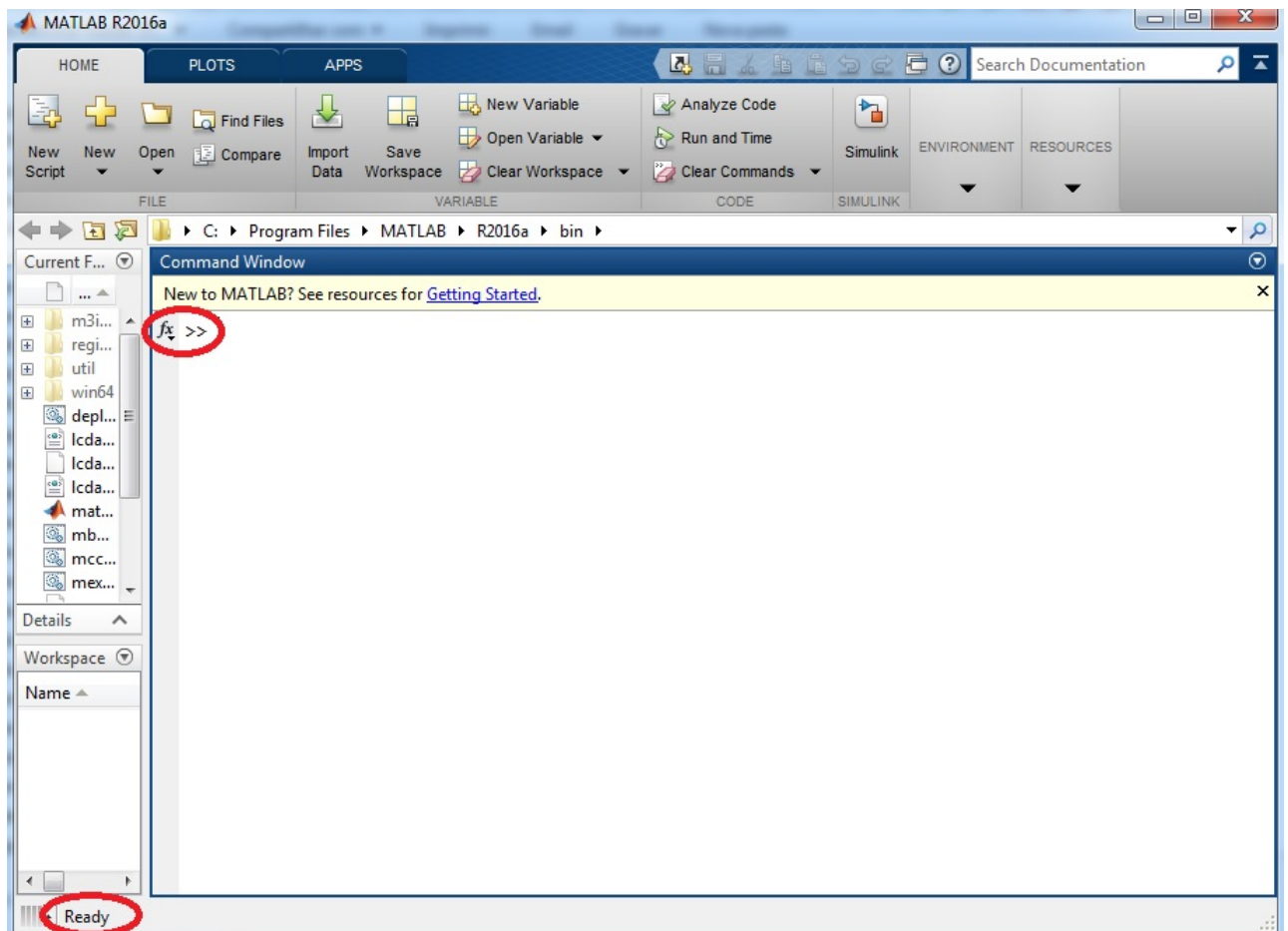
Nesta seção, trazemos o exemplo de um sistema que terá como finalidade verificar se os pacientes de um consultório estão ou não com gripe. Para isso, iremos considerar as mesmas entradas do Exemplo 3 da seção 2.1.

Para iniciar a construção do sistema baseado em regras no *Fuzzy Logic Toolbox* do MATLAB, versão 9.0 R2016a, em ambiente Windows, deve-se clicar duas vezes em cima da Figura 13



**Figura 13: Tela de abertura, MATLAB**

Após abrir o programa, (Figura 14) digitar a palavra fuzzy após o símbolo `>>` como mostra a Figura 15 e, em seguida, pressionar a tecla Enter. Desta forma, aparecerá a tela inicial do *Fuzzy Logic Toolbox*, como mostrado na Figura 16.

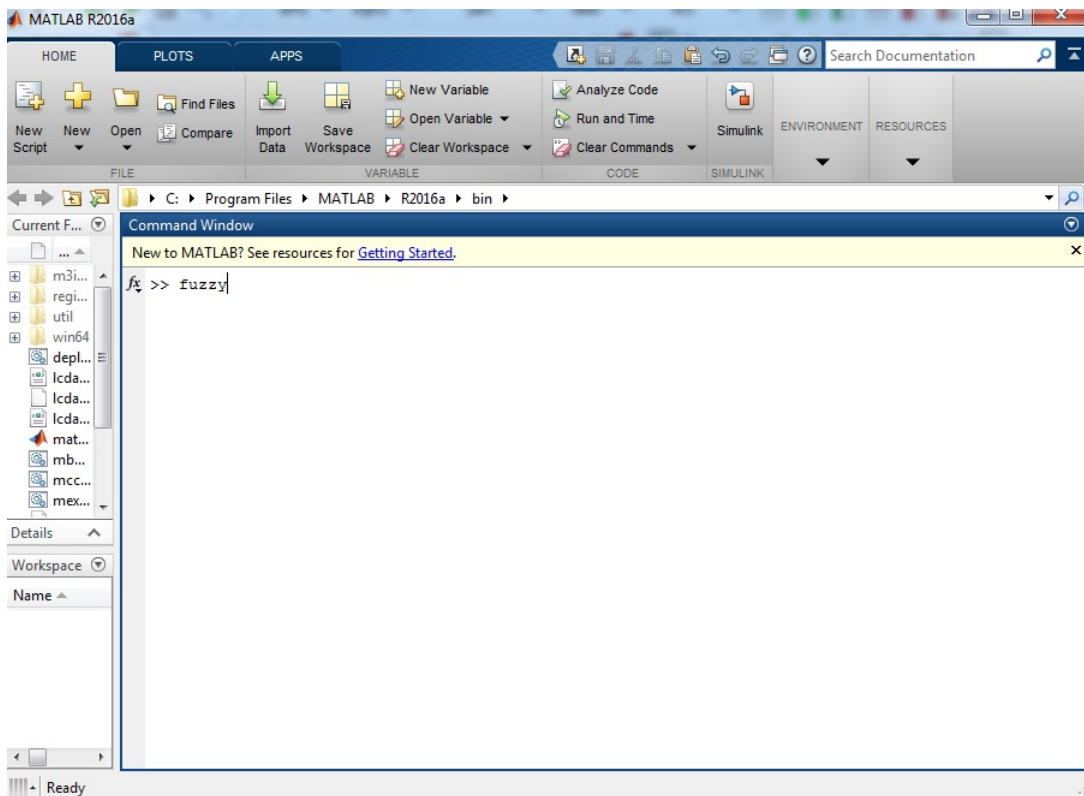


**Figura 14: Janela de Comando do MATLAB**

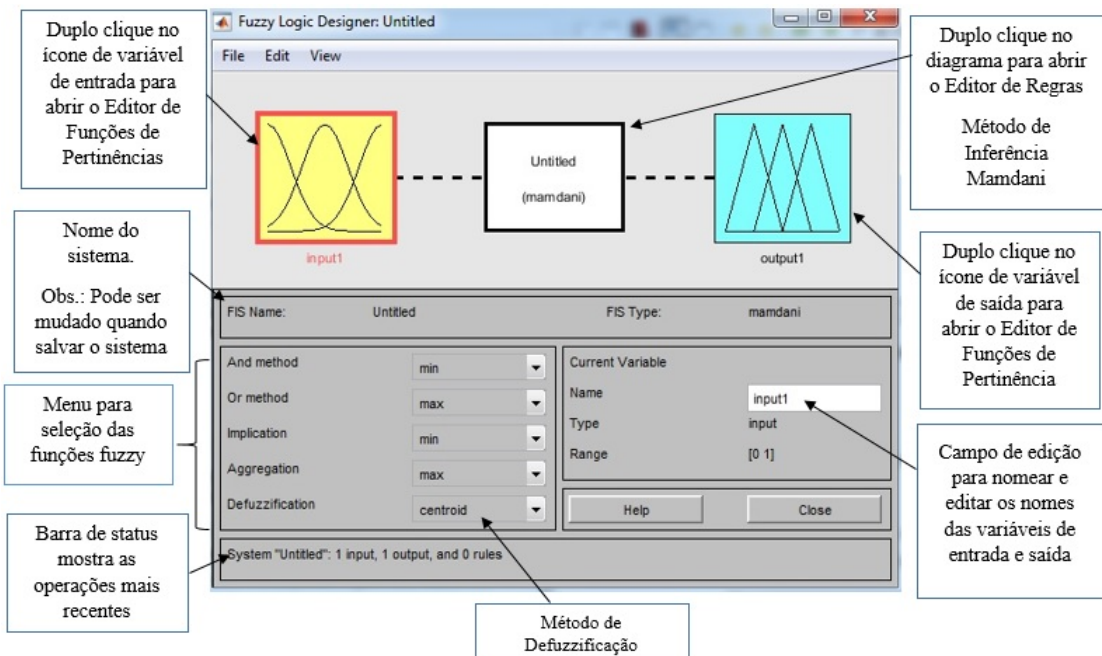
Para introduzir ou adicionar as variáveis de entrada (*input*) e/ou de saída (*output*), devem ser criadas “caixas” para guardá-las, na tela inicial do *Fuzzy Logic Toolbox*.

Clicando duas vezes na entrada *Input 1* e/ou saída *Output 1*, aparecerá a tela da Figura 17, onde é possível construir os conjuntos fuzzy da variável em questão, definir o domínio, escolher os formatos de funções pertinência e alterar os valores dos pontos das funções pertinência.

Uma vez criadas as variáveis de entrada e saída, como nas Figuras 18, 19 e 20, deve-se criar a base de regras. Para isso, pressionamos o botão esquerdo do mouse em *Edit* → *Rules*, e aparecerá a janela da Figura 21.



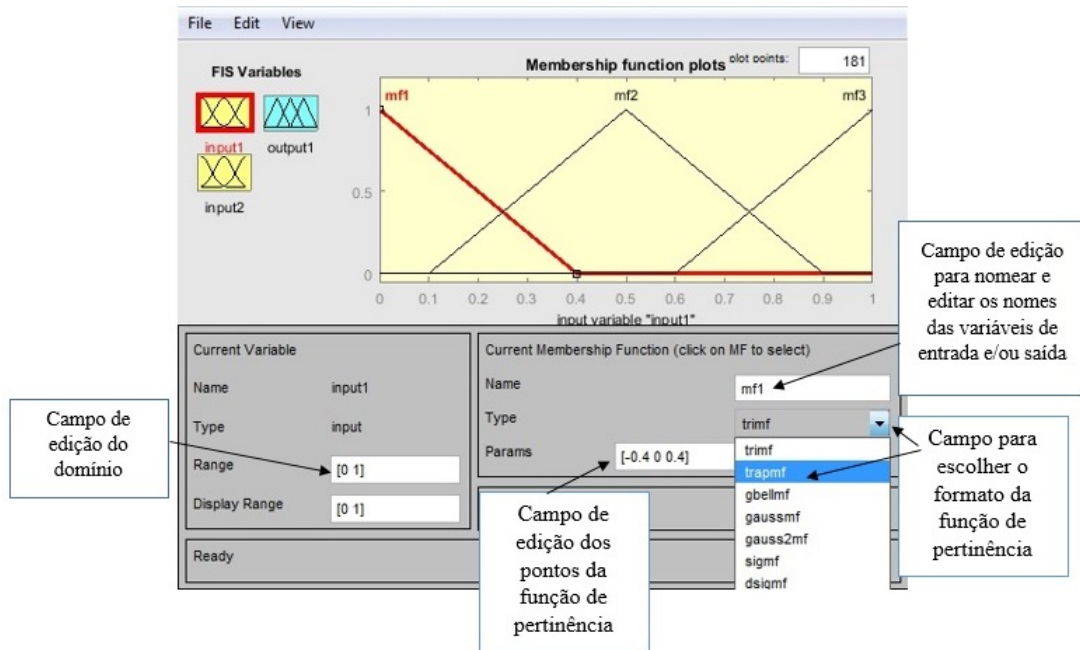
**Figura 15: Janela de comando após digitar >> fuzzy**



**Figura 16: Tela inicial do Fuzzy Logic Toolbox**

Com a base de regras criada, podemos analisar o estado de um paciente com os seguintes sintomas: 39° de febre e com uma nota 60 de 100 relacionada a mialgia. Para isso, clicamos





**Figura 17: Editando variáveis de entrada e/ou saída**

em *View* → *Input*, aparecerá a Figura 22 na qual incluiremos em *Input* os valores 39 e 60. O modelo retornará o número real 68.9, o qual foi obtido utilizando o método de defuzzificação Centroide. Portanto, analisando o valor real obtido na variável de saída, como mostra a Figura 23, podemos concluir que o paciente está com gripe forte.

Para visualizar a superfície em 3D formada pelas variáveis de entrada e de saída, em qualquer tela dentro do *Fuzzy Logical Toolbox*, pressionamos o botão esquerdo do mouse em *View* → *Surface*, onde é possível se obter gráficos bidimensionais, como mostra a Figura 24, de qualquer uma das variáveis de entrada em função da variável de saída.

Figura 18: Variável de entrada

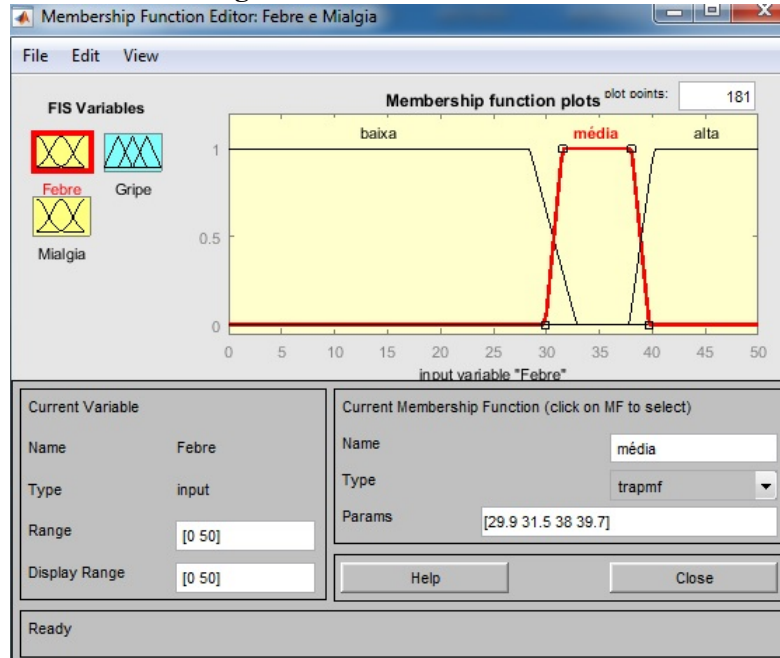
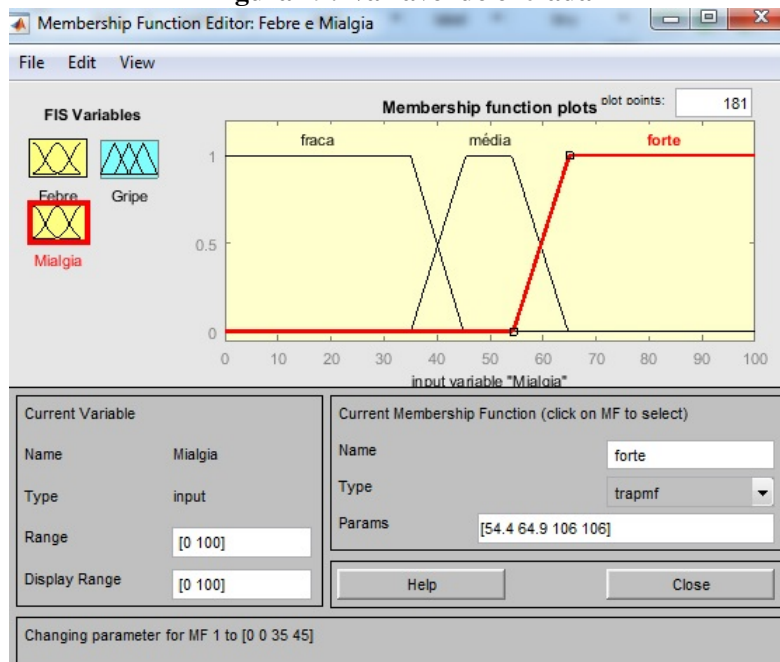
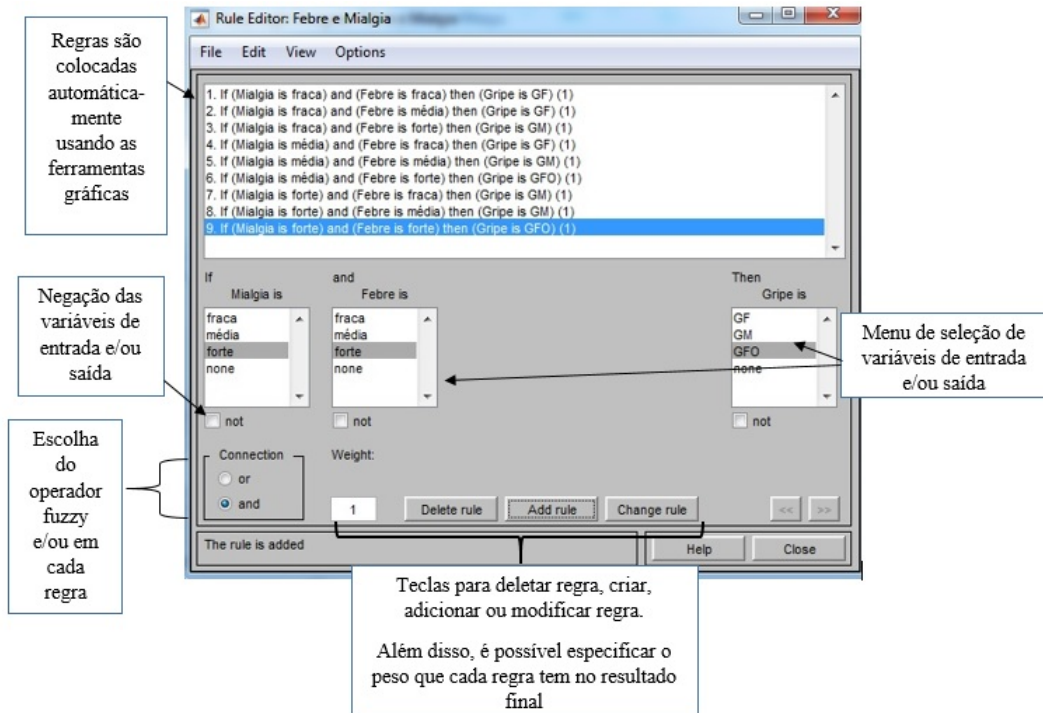
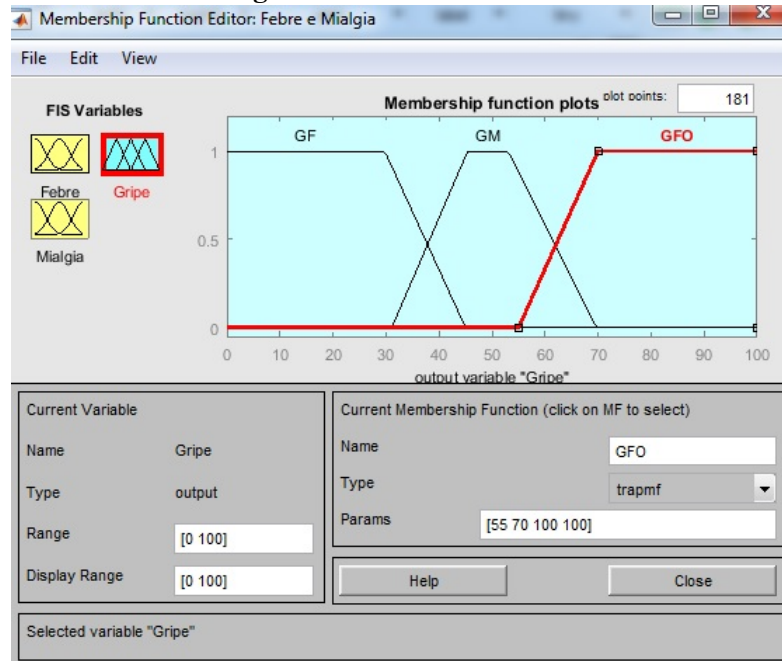


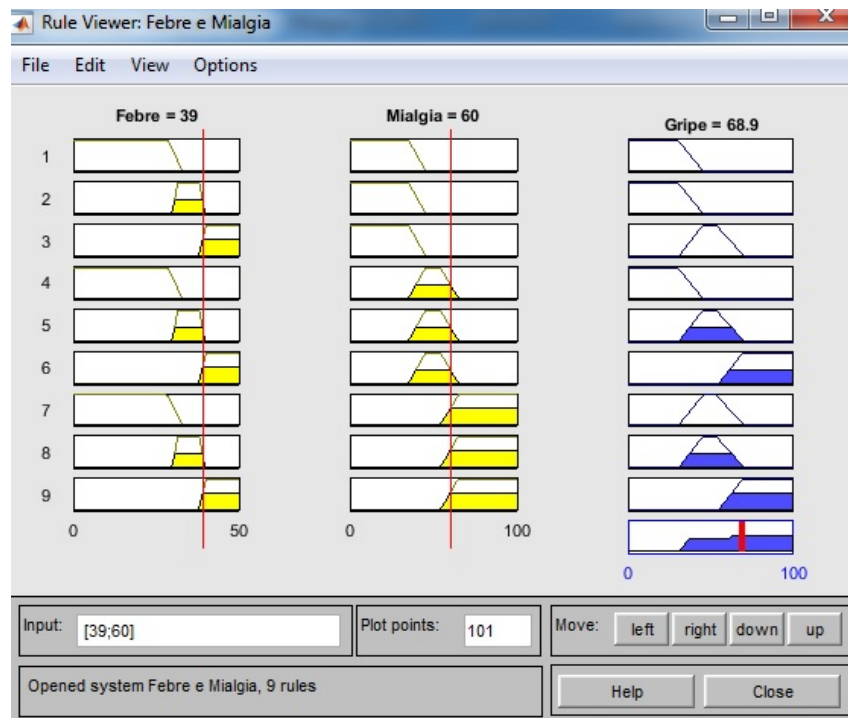
Figura 19: Variável de entrada



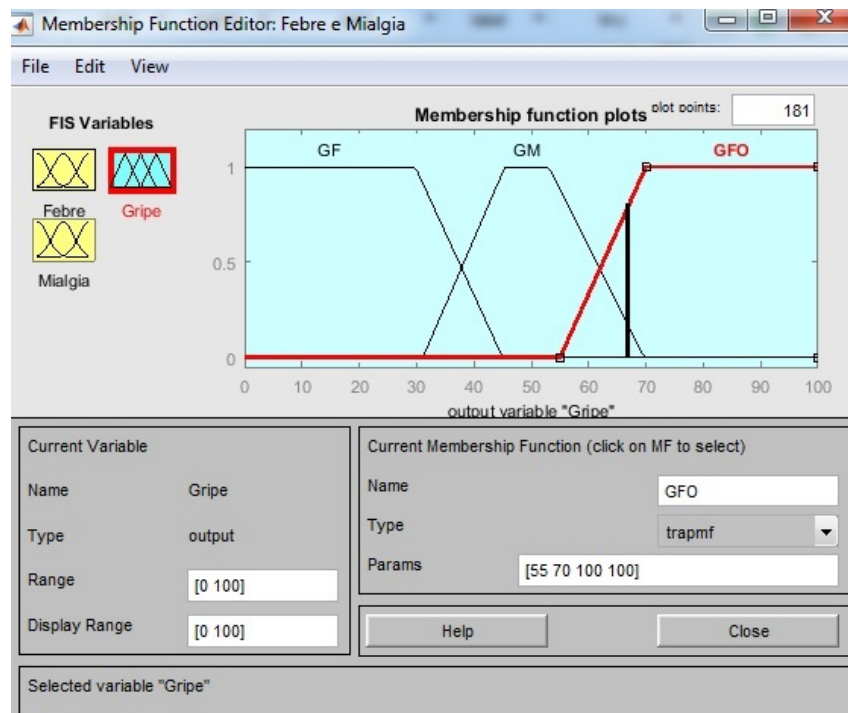
**Figura 20: Variável de saída**



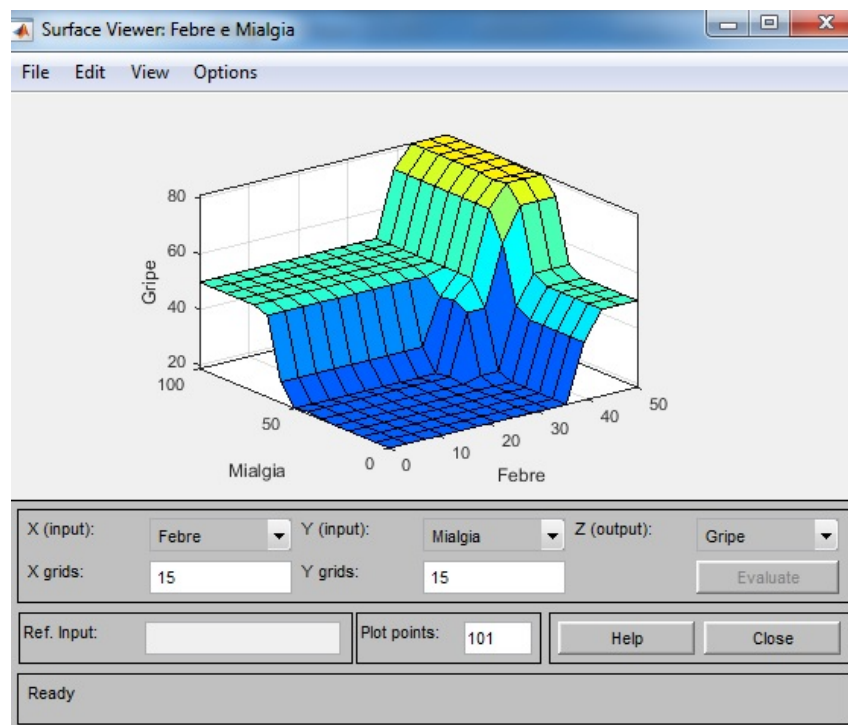
**Figura 21: Esquema para criar Base de Regras**



**Figura 22:** Cenário resultante da seleção de valores das variáveis de entrada (*Input*) e os associados valores de saída (*Output*).



**Figura 23:** Estado do paciente



**Figura 24: Superfície em 3D**

#### **4 PROCESSO DE TOMADA DE DECISÃO DA ÁREA DE PESQUISA DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO VIA SISTEMA BASEADO EM REGRAS FUZZY**

O principal objetivo da modelagem proposta neste capítulo é de poder classificar os alunos com relação a sua aptidão nas áreas de Matemática considerando apenas cálculos lógicos baseados em seu desempenho, excluindo qualquer influência psicológica ou sentimental, como por exemplo, afinidade com professores, autores de livros e etc.

Para a construção do modelo foram consideradas algumas das disciplinas do 1º ao 6º período da grade curricular do curso de Licenciatura em Matemática da UTFPR-CP, que são: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática, Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação, Análise 1, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2), Álgebra, Matemática elementar (Geometria 1), Matemática Elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções Reais de Uma Variável, Cálculo Diferencial, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis, Geometria Analítica, Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

As entradas dos modelos serão: Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3 e Grupo 4, os quais irão conter as disciplinas listadas abaixo na Tabelas 7- 10. Tais disciplinas foram agrupadas conforme sugestão de alguns professores do Departamento de Matemática da UTFPR, com a finalidade de diminuir a quantidade de regras do modelo. Note que o Grupo 1 contém as disciplinas necessárias para o aluno possuir um bom embasamento teórico matemático, e se executadas com sucesso, terá uma boa base para atuar tanto na Matemática Pura quanto na Matemática Aplicada.

As entradas do modelo serão representadas pelos seguintes conjuntos fuzzy: (S) Satis-

**Tabela 7: Disciplinas do Grupo 1**

Grupo 1
Análise 1
Equações Diferenciais Ordinárias
Álgebra Linear 1
Álgebra Linear 2
Teoria dos Números - Fundamentos 1
Teoria dos Números - Fundamentos 2
Álgebra

**Tabela 8: Disciplinas do Grupo 2**

Grupo 2
Matemática elementar - Geometria 1
Matemática elementar - Geometria 2
Lógica Matemática
Funções reais de uma variável
Cálculo Diferencial
Cálculo Integral
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis
Geometria Analítica

**Tabela 9: Disciplinas do Grupo 3**

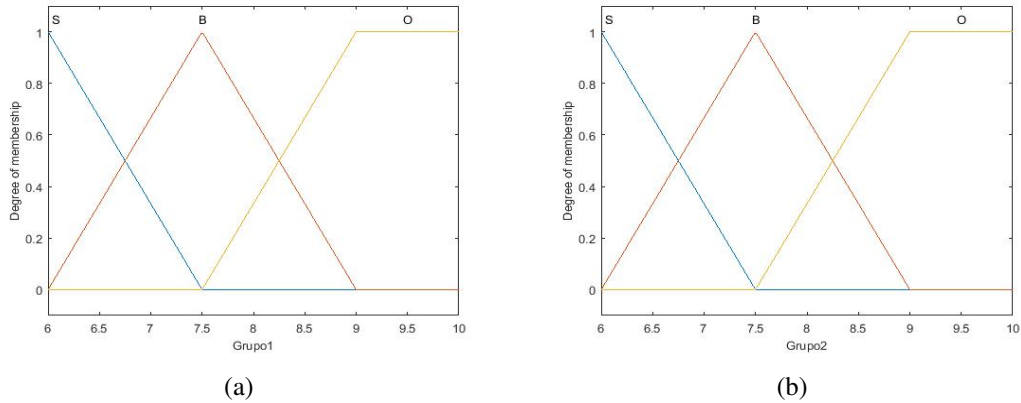
Grupo 3
Metodologia do Ensino de Matemática
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2
Laboratório de Matemática
Tendências em Educação Matemática
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação

**Tabela 10: Disciplinas do Grupo 4**

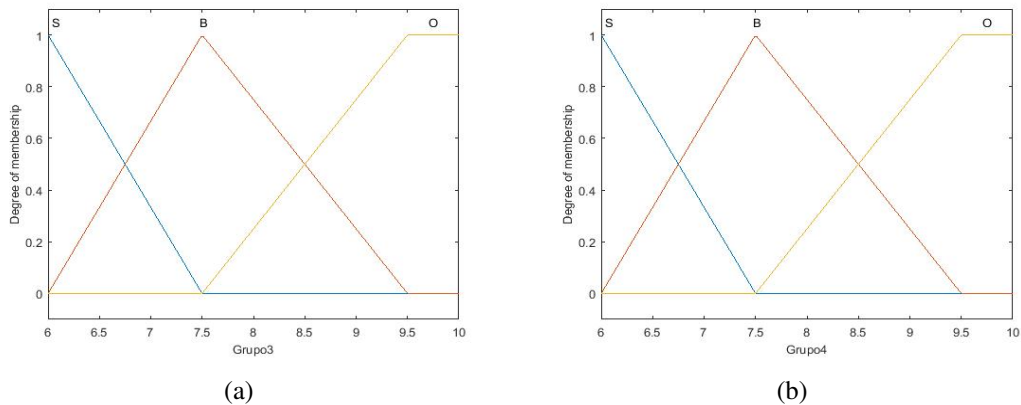
Grupo 4
Fundamentos de Filosofia
História da Educação
Fundamentos da Didática Geral
Psicologia da Educação
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação

fatório, (B) Bom e (O) Ótimo, como pode ser visto nas Figuras 25-26. A função de pertinência não será igual para todos os Grupos, devido ao fato dos alunos do curso terem um pouco mais de

dificuldade de atingirem médias altas nas disciplinas do Grupo 1 e 2, fato este confirmado pela experiência de alguns professores do Departamento de Matemática. Note que neste trabalho, não estamos preocupados em discutir os fatos que levam os alunos a atingirem maiores médias nas disciplinas de Educação e Educação Matemática.



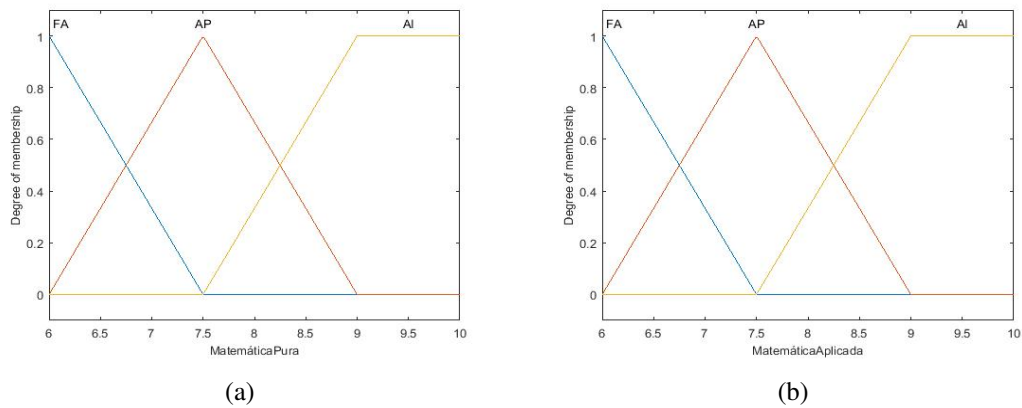
**Figura 25: (a) Funções de pertinência das variáveis de entrada Grupo 1 e (b) Grupo 2**



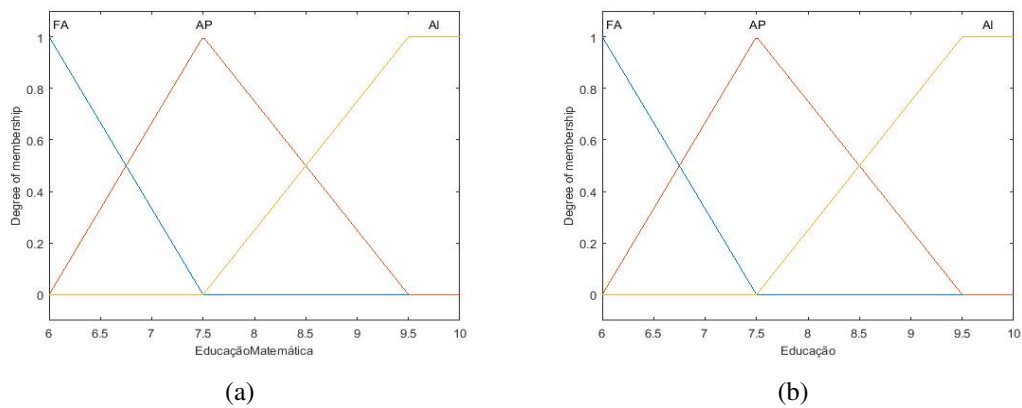
**Figura 26: (a) Funções de pertinência das variáveis de entrada Grupo 3 e (b) Grupo 4**

As saídas do modelo serão as áreas: Matemática Pura, Matemática Aplicada, Educação Matemática e Educação, as quais serão representadas pelos conjuntos fuzzy (FA) Fora da Área, (AP) Apto e (AI) Área Ideal, como pode ser visto nas Figuras 27-28. As funções de pertinência das saídas não são as mesmas, pelo mesmo fato de que as dos Grupos 1, 2, 3 e 4 também não são.





**Figura 27: (a) Funções de pertinência das variáveis de saída Matemática e (b) Matemática Aplicada**



**Figura 28: (a) Funções de pertinência das variáveis de saída Educação Matemática e (b) Educação**

A aplicação será desenvolvida utilizando o *FIS editor do Fuzzy Logic Toolbox*, que é uma ferramenta do software MATLAB que edita a função de inferência (descrito na Figura 16), utilizando o Método de inferência de Mamdani para obter a relação fuzzy que modela a base de regras e o método de defuzzificação do centro de gravidade para obter um valor numérico que representará a saída do sistema.

Para a construção da base de regras foi necessário a ajuda de especialistas, que também serão professores do Departamento Acadêmico de Matemática da UTFPR-CP. As 81 regras, as quais estão descritas na Tabela 11 são do tipo:

**Se Grupo 1 é B e Grupo 2 é S e Grupo 3 é S e o Grupo 4 é O,  
então Matemática é AP e Matemática Aplicada é FA e Educação Matemática é FA e Educação é AI.**

**Tabela 11: Base de regras linguísticas**

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Mat.	Mat. Aplic.	Ed. Mat.	Ed.
$R_1$	S	B	S	S	FA	AP	AP	FA
$R_2$	S	B	S	B	FA	AP	AP	AP
$R_3$	S	B	S	O	FA	AP	AP	AI
$R_4$	S	B	B	B	FA	AP	AP	AP
$R_5$	S	B	B	S	FA	AP	AP	FA
$R_6$	S	B	B	O	FA	AP	AP	AI
$R_7$	S	B	O	O	FA	AP	AI	AI
$R_8$	S	B	O	S	FA	AP	AI	FA
$R_9$	S	B	O	B	FA	AP	AI	AP
$R_{10}$	S	O	S	S	FA	AI	AI	AP
$R_{11}$	S	O	S	B	FA	AI	AI	AP
$R_{12}$	S	O	S	O	FA	AI	AI	AI
$R_{13}$	S	O	B	B	FA	AI	AI	AP
$R_{14}$	S	O	B	S	FA	AI	AI	AP
$R_{15}$	S	O	B	O	FA	AI	AI	AI
$R_{16}$	S	O	O	O	FA	AI	AI	AI
$R_{17}$	S	O	O	S	FA	AI	AI	AP
$R_{18}$	S	O	O	B	FA	AI	AI	AP
$R_{19}$	S	S	S	S	FA	FA	FA	FA
$R_{20}$	S	S	S	B	FA	FA	FA	AP
$R_{21}$	S	S	S	O	FA	FA	FA	AI
$R_{22}$	S	S	B	B	FA	FA	AP	AP
$R_{23}$	S	S	B	S	FA	FA	AP	FA
$R_{24}$	S	S	B	O	FA	FA	AP	AI
$R_{25}$	S	S	O	O	FA	FA	AI	AI
$R_{26}$	S	S	O	S	FA	FA	AI	FA
$R_{27}$	S	S	O	B	FA	FA	AI	AP
$R_{28}$	B	S	S	S	AP	AP	FA	FA
$R_{29}$	B	S	S	B	AP	AP	FA	AP
$R_{30}$	B	S	S	O	AP	AP	FA	AI
$R_{31}$	B	S	B	B	AP	AP	AP	AP
$R_{32}$	B	S	B	S	AP	AP	AP	FA
$R_{33}$	B	S	B	O	AP	AP	AP	AI
$R_{34}$	B	S	O	O	AP	AP	AI	AI
$R_{35}$	B	S	O	S	AP	AP	AI	FA
$R_{36}$	B	S	O	B	AP	AP	AI	AP
$R_{37}$	B	B	S	S	AP	AP	AP	AP
$R_{38}$	B	B	S	B	AP	AP	AP	AP
$R_{39}$	B	B	S	O	AP	AP	AP	AI
$R_{40}$	B	B	B	B	AP	AP	AP	AP
$R_{41}$	B	B	B	S	AP	AP	AP	AP

#### 4.1 RESULTADOS DA APLICAÇÃO

Para facilitar a utilização do modelo, construímos uma interface gráfica no GUIDE do MATLAB (veja Figura 29), na qual o interessado em utilizar o modelo deve incluir suas médias

	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 3	Grupo 4	Mat.	Mat. Aplic.	Ed. Mat.	Ed.
<i>R</i> <sub>42</sub>	B	B	B	O	AP	AP	AP	AI
<i>R</i> <sub>43</sub>	B	B	O	O	AP	AP	AI	AI
<i>R</i> <sub>44</sub>	B	B	O	S	AP	AP	AI	AP
<i>R</i> <sub>45</sub>	B	B	O	B	AP	AP	AI	AP
<i>R</i> <sub>46</sub>	B	O	S	S	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>47</sub>	B	O	S	B	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>48</sub>	B	O	S	O	AP	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>49</sub>	B	O	B	B	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>50</sub>	B	O	B	S	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>51</sub>	B	O	B	O	AP	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>52</sub>	B	O	O	O	AP	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>53</sub>	B	O	O	S	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>54</sub>	B	O	O	B	AP	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>55</sub>	O	S	S	S	AI	AP	FA	FA
<i>R</i> <sub>56</sub>	O	S	S	B	AI	AP	FA	AP
<i>R</i> <sub>57</sub>	O	S	S	O	AI	AP	FA	AI
<i>R</i> <sub>58</sub>	O	S	B	B	AI	AP	AP	AP
<i>R</i> <sub>59</sub>	O	S	B	S	AI	AP	AP	FA
<i>R</i> <sub>60</sub>	O	S	B	O	AI	AP	AP	AI
<i>R</i> <sub>61</sub>	O	S	O	O	AI	AP	AI	AI
<i>R</i> <sub>62</sub>	O	S	O	S	AI	AP	AI	FA
<i>R</i> <sub>63</sub>	O	S	O	B	AI	AP	AI	AP
<i>R</i> <sub>64</sub>	O	B	S	S	AI	AI	AP	AP
<i>R</i> <sub>65</sub>	O	B	S	B	AI	AI	AP	AP
<i>R</i> <sub>66</sub>	O	B	S	O	AI	AI	AP	AI
<i>R</i> <sub>67</sub>	O	B	B	B	AI	AI	AP	AP
<i>R</i> <sub>68</sub>	O	B	B	S	AI	AI	AP	AP
<i>R</i> <sub>69</sub>	O	B	B	O	AI	AI	AP	AI
<i>R</i> <sub>70</sub>	O	B	O	O	AI	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>71</sub>	O	B	O	S	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>72</sub>	O	B	O	B	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>73</sub>	O	O	S	S	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>74</sub>	O	O	S	B	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>75</sub>	O	O	S	O	AI	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>76</sub>	O	O	B	B	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>77</sub>	O	O	B	S	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>78</sub>	O	O	B	O	AI	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>79</sub>	O	O	O	O	AI	AI	AI	AI
<i>R</i> <sub>80</sub>	O	O	O	S	AI	AI	AI	AP
<i>R</i> <sub>81</sub>	O	O	O	B	AI	AI	AI	AP

obtidas em cada grupo de disciplinas e ao apertar a resposta sairá aproximadamente o quanto o aluno está apto em cada área.

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Matemática Aplicada	Aptidão
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Educação Matemática	Aptidão
<input type="text"/>	<input type="text"/>
Educação	Aptidão
<input type="text"/>	<input type="text"/>

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

**Figura 29: Interface gráfica**

A seguir são utilizadas as notas de alguns alunos já formados ou alunos do sexto ou sétimo período do curso de Licenciatura em Matemática, com a finalidade de comparar as escolhas que eles fizeram, com relação a área de pesquisa do TCC, e a saída do modelo por nós criado.

### 1ª Comparação

Na Tabela 12 constam as notas do Aluno 1, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Aplicada. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 12 na interface gráfica (Veja Figura 30), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC nas áreas de Matemática, Matemática Aplicada, Educação e ainda tem a Educação Matemática como área ideal para seu perfil. Por isso, a real escolha do Aluno 1 não foi a ideal fornecida pelo modelo baseado em regras fuzzy, mas ao menos que trate-se de uma das áreas que ele se encontra apto.

### 2ª Comparação

Na Tabela 13 constam as notas do Aluno 2, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Pura. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 13 na interface gráfica (Veja Figura 31), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC nas quatro áreas, porém sua maior aptidão está na área de Educação. Desta forma, pode-se perceber que o aluno não escolheu a área ideal apresentada pelo modelo fuzzy, mas escolheu uma área que se encontra apto.

### 3ª Comparação

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

7

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

6.97

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

9.2

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

8.21

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
7.41339	AP com grau de pertinência > 0.5
Matemática Aplicada	Aptidão
7.41339	AP com grau de pertinência > 0.5
Educação Matemática	Aptidão
8.69931	AI com grau de pertinência > 0.5
Educação	Aptidão
7.99899	AP com grau de pertinência > 0.5

FA Fora da Área

AP Apto

AI Área Ideal

**Figura 30: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 1**

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

7.42

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

7.18

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

8.71

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

9.15

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
7.49625	AP com grau de pertinência > 0.5
Matemática Aplicada	Aptidão
7.49625	AP com grau de pertinência > 0.5
Educação Matemática	Aptidão
8.3506	AP com grau de pertinência > 0.5
Educação	Aptidão
8.62883	AI com grau de pertinência > 0.5

FA Fora da Área

AP Apto

AI Área Ideal

**Figura 31: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 2**

**Tabela 12: Notas do Aluno 1**

Grupo 1	Média
Análise 1	6.6
Equações Diferenciais Ordinárias	8.1
Álgebra Linear 1	7.5
Álgebra Linear 2	8.4
Teoria dos Números - Fundamentos 1	6.0
Teoria dos Números - Fundamentos 2	6.0
Álgebra	7.5
$\frac{6.6 + 8.1 + 7.5 + 8.4 + 6.0 + 6.0 + 7.5}{7}$	7.1
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	6.8
Matemática elementar - Geometria 2	6.5
Lógica Matemática	8.1
Funções reais de uma variável	6.3
Cálculo Diferencial	7.1
Cálculo Integral	7.0
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	6.9
Geometria Analítica	7.1
$\frac{6.8 + 6.5 + 8.1 + 6.3 + 7.1 + 7.0 + 6.9 + 7.1}{8}$	6.97
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	9.1
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	9.5
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	9.2
Laboratório de Matemática	9.4
Tendências em Educação Matemática 1	9.7
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	8.3
$\frac{9.1 + 9.5 + 9.2 + 9.4 + 9.7 + 8.3}{6}$	9.2
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	8.4
História da Educação	7.6
Fundamentos da Didática Geral	8.0
Psicologia da Educação	7.3
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	8.3
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	9.7
$\frac{8.4 + 7.6 + 8.0 + 7.3 + 8.3 + 9.7}{6}$	8,21

Na Tabela 14 constam as notas do Aluno 3, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Pura. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 14 na interface gráfica (Veja Figura 32), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC nas quatro áreas, porém sua maior aptidão estão nas áreas de Matemática e Matemática Pura. Por isso, a real escolha do Aluno 3 foi a ideal fornecida pelo modelo baseado em regras fuzzy.

**Tabela 13: Notas do Aluno 2**

Grupo 1	Média
Análise 1	7.6
Equações Diferenciais Ordinárias	8.4
Álgebra Linear 1	6.0
Álgebra Linear 2	7.6
Teoria dos Números - Fundamentos 1	8.0
Teoria dos Números - Fundamentos 2	7.1
Álgebra	7.4
$\frac{7.6 + 8.4 + 6.0 + 7.6 + 8.0 + 7.1 + 7.4}{7}$	7.4
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	6.5
Matemática elementar - Geometria 2	6.5
Lógica Matemática	8.1
Funções reais de uma variável	7.6
Cálculo Diferencial	7.7
Cálculo Integral	7.7
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	6.6
Geometria Analítica	6.8
$\frac{6.5 + 6.5 + 8.1 + 7.6 + 7.7 + 7.7 + 6.6 + 6.8}{8}$	7.18
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	9.1
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	9.6
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	7.2
Laboratório de Matemática	8.1
Tendências em Educação Matemática 1	9.0
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	9.3
$\frac{9.1 + 9.6 + 7.2 + 8.1 + 9.0 + 9.3}{6}$	8.71
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	9.1
História da Educação	9.6
Fundamentos da Didática Geral	9.2
Psicologia da Educação	8.5
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	8.9
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	9.6
$\frac{9.1 + 9.6 + 9.2 + 8.5 + 8.9 + 9.6}{6}$	9.15

#### 4ª Comparação

Na Tabela 15 constam as notas do Aluno 4, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Aplicada. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 15 na interface gráfica (Veja Figura 33), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC

**Tabela 14: Notas do Aluno 3**

Grupo 1	Média
Análise 1	8.0
Equações Diferenciais Ordinárias	7.1
Álgebra Linear 1	8.5
Álgebra Linear 2	8.9
Teoria dos Números - Fundamentos 1	8.3
Teoria dos Números - Fundamentos 2	8.5
Álgebra	10.0
$\frac{8.0 + 7.1 + 8.5 + 8.9 + 8.3 + 8.5 + 10.0}{7}$	8.4
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	9.0
Matemática elementar - Geometria 2	8.2
Lógica Matemática	10.0
Funções reais de uma variável	8.7
Cálculo Diferencial	6.6
Cálculo Integral	7.8
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	9.7
Geometria Analítica	6.8
$\frac{9.0 + 8.2 + 10.0 + 8.7 + 6.6 + 7.8 + 9.7 + 6.8}{8}$	8.35
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	9.5
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	8.0
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	9.5
Laboratório de Matemática	9.6
Tendências em Educação Matemática	7.6
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	9.8
$\frac{9.5 + 8.0 + 9.5 + 9.6 + 7.6 + 9.8}{6}$	9.0
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	9.9
História da Educação	8.2
Fundamentos da Didática Geral	7.4
Psicologia da Educação	7.4
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	8.7
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	6.0
$\frac{9.9 + 8.2 + 7.4 + 7.4 + 8.7 + 6.0}{6}$	7.93

nas quatro áreas, porém sua maior aptidão está na área de Educação Matemática. Por isso, a real escolha do Aluno 4 não foi a ideal fornecida pelo modelo baseado em regras fuzzy, porém foi a área que se encontra apto.

### 5ª Comparação



**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

8.55

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

8.35

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

9

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

7.93

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
8.41316	AI com grau de pertinência > 0.5
Matemática Aplicada	Aptidão
8.41316	AI com grau de pertinência > 0.5
Educação Matemática	Aptidão
8.48289	AP com grau de pertinência > 0.5
Educação	Aptidão
7.88407	AP com grau de pertinência > 0.5

FA Fora da Área

AP Apto

AI Área Ideal

**Figura 32: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 3**

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

7.66

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

7.42

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

9.18

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

8.71

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
7.66705	AP com grau de pertinência > 0.5
Matemática Aplicada	Aptidão
7.66705	AP com grau de pertinência > 0.5
Educação Matemática	Aptidão
8.6554	AI com grau de pertinência > 0.5
Educação	Aptidão
8.3506	AP com grau de pertinência > 0.5

FA Fora da Área

AP Apto

AI Área Ideal

**Figura 33: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 4**

**Tabela 15: Notas do Aluno 4**

Grupo 1	Média
Análise 1	7.3
Equações Diferenciais Ordinárias	6.1
Álgebra Linear 1	7.6
Álgebra Linear 2	7.5
Teoria dos Números - Fundamentos 1	8.5
Teoria dos Números - Fundamentos 2	8.9
Álgebra	7.6
$\frac{7.3 + 6.1 + 7.6 + 7.5 + 8.5 + 8.9 + 7.6}{7}$	7.6
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	6.3
Matemática elementar - Geometria 2	8.0
Lógica Matemática	6.1
Funções reais de uma variável	7.3
Cálculo Diferencial	7.8
Cálculo Integral	7.2
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	8.6
Geometria Analítica	8.1
$\frac{6.3 + 8.0 + 6.1 + 7.3 + 7.8 + 7.2 + 8.6 + 8.1}{8}$	7.42
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	9.1
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	9.1
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	9.5
Laboratório de Matemática	9.4
Tendências em Educação Matemática 1	9.3
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	8.7
$\frac{9.1 + 9.1 + 9.5 + 9.4 + 9.3 + 8.7}{6}$	9.18
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	9.2
História da Educação	9.5
Fundamentos da Didática Geral	7.6
Psicologia da Educação	8.6
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	8.6
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	8.8
$\frac{9.2 + 9.5 + 7.6 + 8.6 + 8.6 + 8.8}{6}$	8.71

Na Tabela 16 constam as notas do Aluno 5, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Pura. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 16 na interface gráfica (Veja Figura 34), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC nas quatro áreas. Por isso, a real escolha do Aluno 5 foi coerente com a aptidão fornecida pelo modelo baseado em regras fuzzy.

**Tabela 16: Notas do Aluno 5**

Grupo 1	Média
Análise 1	7.1
Equações Diferenciais Ordinárias	6.9
Álgebra Linear 1	7.6
Álgebra Linear 2	6.8
Teoria dos Números - Fundamentos 1	6.2
Teoria dos Números - Fundamentos 2	6.4
Álgebra	6.2
$\frac{7.1 + 6.9 + 7.6 + 6.8 + 6.2 + 6.4 + 6.2}{7}$	6.7
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	6.8
Matemática elementar - Geometria 2	7.6
Lógica Matemática	6.7
Funções reais de uma variável	6.0
Cálculo Diferencial	7.8
Cálculo Integral	6.1
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	6.1
Geometria Analítica	6.0
$\frac{6.8 + 7.6 + 6.7 + 6.0 + 7.8 + 6.1 + 6.1 + 6.0}{8}$	6.63
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	8.7
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	9.3
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	8.0
Laboratório de Matemática	8.0
Tendências em Educação Matemática 1	8.5
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	9.4
$\frac{8.7 + 9.3 + 8.0 + 8.0 + 8.5 + 9.4}{6}$	8.65
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	9.0
História da Educação	9.0
Fundamentos da Didática Geral	8.6
Psicologia da Educação	8.5
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	9.8
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	7.7
$\frac{9.0 + 9.0 + 8.6 + 8.5 + 9.8 + 7.7}{6}$	8.76

### 6ª Comparação

Na Tabela 17 constam as notas do Aluno 6, o qual desenvolveu seu TCC na área de Matemática Pura. Incluindo as médias obtidas com as notas da Tabela 17 na interface gráfica (Veja Figura 35), podemos notar que o aluno está apto a desenvolver um projeto de TCC nas

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

6.73

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

6.63

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

8.65

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

8.76

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
<input type="text" value="7.30089"/>	<input type="text" value="AP com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Matemática Aplicada	Aptidão
<input type="text" value="7.30089"/>	<input type="text" value="AP com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Educação Matemática	Aptidão
<input type="text" value="8.2516"/>	<input type="text" value="AP com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Educação	Aptidão
<input type="text" value="8.29813"/>	<input type="text" value="AP com grau de pertinência &gt; 0.5"/>

<b>FA</b> Fora da Área	^
AP Apto	
AI Área Ideal	v

**Figura 34: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 5**

quatro áreas, pois seu perfil é ideal a todas as áreas. Por isso, a real escolha do Aluno 6 foi coerente com a aptidão fornecida pelo modelo baseado em regras fuzzy.

**Tabela 17: Notas do Aluno 6**

Grupo 1	Média
Análise 1	7.7
Equações Diferenciais Ordinárias	7.0
Álgebra Linear 1	9.2
Álgebra Linear 2	7.3
Teoria dos Números - Fundamentos 1	9.9
Teoria dos Números - Fundamentos 2	9.7
Álgebra	8.7
$\frac{7.7 + 7.0 + 9.2 + 7.3 + 9.9 + 9.7 + 8.7}{7}$	8.5
Grupo 2	Média
Matemática elementar - Geometria 1	9.6
Matemática elementar - Geometria 2	8.6
Lógica Matemática	9.3
Funções reais de uma variável	8.9
Cálculo Diferencial	9.1
Cálculo Integral	7.8
Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis	7.6
Geometria Analítica	9.6
$\frac{9.6 + 8.6 + 9.3 + 8.9 + 9.1 + 7.8 + 7.6 + 9.6}{8}$	8.81
Grupo 3	Média
Metodologia do Ensino de Matemática	8.9
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1	9.5
Metodologia E Pratica De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2	9.4
Laboratório de Matemática	8.8
Tendências em Educação Matemática 1	8.4
Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação	9.5
$\frac{8.9 + 9.5 + 9.4 + 8.8 + 8.4 + 9.5}{6}$	9.08
Grupo 4	Média
Fundamentos de Filosofia	10.0
História da Educação	10.0
Fundamentos da Didática Geral	9.1
Psicologia da Educação	9.1
Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar	9.0
Fundamentos Políticos e Normativos da Educação	0.0
$\frac{10.0 + 10.0 + 9.1 + 9.1 + 9.0 + 0.0}{6}$	7.8

**Escolha da Área de Pesquisa do TCC**

**Questionário**

1. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Análise 1, Análise 2, Equações Diferenciais Ordinárias, Álgebra Linear 1, Álgebra Linear 2, Teoria dos Números (Fundamentos 1), Teoria dos Números (Fundamentos 2) e Álgebra.

2. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Matemática elementar (Geometria 1), Matemática elementar (Geometria 2), Lógica Matemática, Funções reais de uma variável, Cálculo Diferencial, Matemática Computacional, Cálculo Integral, Cálculo de Funções Reais de Várias Variáveis e Geometria Analítica.

3. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Metodologia do Ensino de Matemática, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 1, Metodologia E Prática De Ensino De Matemática Na Educação Básica 2, Laboratório de Matemática, Tendências em Educação Matemática e Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação.

4. Qual a sua nota média obtida na coleção de disciplinas: Fundamentos de Filosofia, História da Educação, Fundamentos da Didática Geral, Psicologia da Educação, Fundamentos da Organização do Trabalho Pedagógico e Gestão Escolar, Fundamentos Políticos e Normativos da Educação.

**Área de Pesquisa**

Matemática Pura	Aptidão
<input type="text" value="8.4509"/>	<input type="text" value="AI com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Matemática Aplicada	Aptidão
<input type="text" value="8.72438"/>	<input type="text" value="AI com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Educação Matemática	Aptidão
<input type="text" value="8.75608"/>	<input type="text" value="AI com grau de pertinência &gt; 0.5"/>
Educação	Aptidão
<input type="text" value="8.97313"/>	<input type="text" value="AI com grau de pertinência &gt; 0.5"/>

FA Fora da Área

AP Apto

AI Área Ideal

**Figura 35: Modelo aplicado na análise dos dados do Aluno 6**

## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi feita uma revisão teórica de lógica fuzzy com a finalidade de se compreender todos os procedimentos para a construção de um sistema baseado em regras. Foi construído um modelo baseado em regras fuzzy, utilizando a teoria apresentada, o qual é capaz de auxiliar os alunos do curso de Licenciatura em Matemática na escolha da área de pesquisa do Trabalho de Conclusão de Curso. As funções de pertinência e base de regras foram construídas com a participação de alguns professores do Departamento de Matemática. Ainda, foi construída uma interface gráfica no GUIDE do MATLAB, na qual os usuários deverão responder um questionário, composto pelas médias das notas obtidas em cada Grupo de disciplinas, e após fornecerem as respostas, o sistema apresentará sua aptidão nas áreas de Matemática, Matemática Aplicada, Educação Matemática e Educação. Por fim, alguns resultados fornecidos pelo modelo baseado em regras, os quais puderam ser obtidos com base nos dados dos alunos já formados e também dos alunos do sétimo e oitavo período, foram comparados com a escolha real do aluno, em relação a área do TCC.

## REFERÊNCIAS

- BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. **Tópicos de lógica fuzzy e biomatemática**. Grupo de Biomatemática, Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica (IMECC), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), 2006.
- BRESSAN, G. M. **Introdução a Lógica Fuzzy**. Apostila - UTFPR- CP, 2013.
- PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets. Analysis and Design**. MIT Press, 1998.
- PEIXOTO, M. da S.; FREITAS, M. C. de; VIDAL, J. G. V. **Logística de Distribuição Física de Leite A: um estudo de caso utilizando Lógica Fuzzy**. 2012. Disponível em: <http://www.dimap.ufrn.br/cbsf/pub/anais/2012/IICBSF-BkAbstracts.pdf>. Acesso em: 12 agosto 2017.
- PEIXOTO, M. da S.; SILVA, D. M. da. **Uma Abordagem Fuzzy para Tomada de Decisão do Mercado Financeiro**. 2012. Disponível em: <http://www.dimap.ufrn.br/cbsf/pub/anais/2012/IICBSF-BkAbstracts.pdf>. Acesso em: 12 agosto 2017.
- SANTOS, J. da S.; BENICASA, A. X. **Lógica Fuzzy Aplicada ao Processo de Decisão Sobre Áreas de Pesquisa em Trabalhos de Conclusão de Curso**. 2012. Disponível em: <http://www.dimap.ufrn.br/cbsf/pub/anais/2012/IICBSF-BkAbstracts.pdf>. Acesso em: 12 agosto 2017.
- SANTOS, T. M. dos; VALENTINO, M. C. **Lógica Fuzzy Aplicada no Processo de Decisão de Investimentos Bancários**. 2016. Disponível em: [http://www.ime.unicamp.br/cbsf4/Papers1VCBSF/CBSF2016\\_paper31.pdf](http://www.ime.unicamp.br/cbsf4/Papers1VCBSF/CBSF2016_paper31.pdf). Acesso em: 21 novembro 2016.
- SHAW, I. S.; SIMÕES, M. G. **Controle e Modelagem Fuzzy**. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 1999.
- ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and control**, Elsevier, v. 8, n. 3, p. 338–353, 1965.