

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MARLON ELIAS MARCHI
VINÍCIUS JOSÉ ZORTÉA MERINO

**ANÁLISE DINÂMICA DE AMORTECEDORES
TIPO STOCKBRIDGE**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
(TCC 2)

CURITIBA

2014

MARLON ELIAS MARCHI
VINÍCIUS JOSÉ ZORTÉA MERINO

**ANÁLISE DINÂMICA DE AMORTECEDORES
TIPO STOCKBRIDGE**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri

CURITIBA

2014

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a Monografia do Projeto de Pesquisa "ANÁLISE DINÂMICA DE AMORTECEDORES TIPO STOCKBRIDGE", realizado pelos alunos MARLON ELIAS MARCHI e VINÍCIUS JOSÉ ZORTÉA MERINO, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Nilson Barbieri

Damec, UTFPR

Orientador

Prof^a. Dr^a. Ana Paula Carvalho da Silva Ferreira

Damec, UTFPR

Avaliadora

Prof. Me. Marcelo Maldaner

Damec, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 08 de Maio de 2014.

AGRADECIMENTOS

Primeiro, gostaríamos de agradecer a Deus por tudo que nos foi concebido ao longo de nossas vidas.

Agradecemos aos nossos pais pelo apoio incalculável no desenvolvimento e conclusão deste projeto.

E, finalmente, nosso sincero agradecimento ao Professor Nilson Barbieri pela oportunidade, apoio e ensinamento teórico e experimental na área de vibrações.

RESUMO

As linhas aéreas de transmissão de energia elétrica estão submetidas à ação de ventos que, por sua vez, promovem vibrações eólicas ao longo dos cabos condutores. Estas vibrações provocam danos devido à fadiga por flexão e por abrasão nos pontos de suspensão dos cabos, inutilizando-os e causando a interrupção da transmissão de energia. Para reduzir estes danos e, assim, aumentar a vida útil das linhas é necessário reduzir as amplitudes de vibrações a níveis seguros. Para isso, foram desenvolvidos dispositivos absorvedores de vibrações como o amortecedor tipo stockbridge, um dos mais utilizados e foco de vários estudos. Alguns destes estudos são relacionados com modelos numéricos que representam o comportamento dinâmico do dispositivo. Por isso, este trabalho propôs validar um modelo matemático de um stockbridge através de um procedimento numérico-experimental. A etapa numérica envolveu o uso do Método de Elementos Finitos para implementar o modelo matemático em ambiente computacional Matlab. A etapa experimental consistiu de ensaios em uma bancada composta por cames com diferentes excentricidades e acelerômetros colocados em pontos específicos da amostra do stockbridge. Os dados numéricos foram aproximados em relação aos dados experimentais através da otimização de parâmetros do modelo matemático, utilizando o método de ajuste por Algoritmos Genéticos. A correlação dos resultados numéricos com os resultados experimentais permitiu validar o modelo matemático apresentado.

Palavras-chave: stockbridge, vibração, absorvedor dinâmico de vibração.

ABSTRACT

Overhead transmission lines of electric power are submitted to the action of winds, which in turn promote wind over the wire cable vibrations. These vibrations cause damage due to fatigue by bending and by abrasion on the suspension points of the cables, making them unusable and causing interruption of power transmission. To reduce this damage and thus increase the life of the lines it is necessary to reduce the amplitude of vibration to safe levels. For this, it was designed vibration absorber devices such as stockbridge, one of the most used and focus of several studies. Some of these studies are related to mathematical models which represent the dynamic behavior of the device. Therefore, this work aimed to validate a mathematical model of a Stockbridge by a numerical-experimental procedure. The numerical stage involved the use of Finite Element Method to implement the mathematical model in Matlab computing environment. The experiment consisted of trials on a workbench composed of cams with different eccentricities and accelerometers placed at specific points on the sample of Stockbridge. Numerical data were approximated to the experimental data by optimizing the parameters of the mathematical model using the method of adjustment for Genetic Algorithms. The correlation of numerical results with experimental results allowed to validate the mathematical model submitted.

Keywords: stockbridge, vibration, dynamic vibration absorber.

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Tipos de regime de fluxo em cilindros circulares.	44
Tabela 2.2 - Parâmetros do sistema.	55
Tabela 4.1 - Características do lado maior do stockbridge assimétrico.	111
Tabela 4.2 - Configuração dos parâmetros genéticos do AG do Matlab.	124
Tabela 5.1 - Parâmetros ajustados e seus respectivos valores.	127

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Amortecedor stockbridge.	21
Figura 2.1 - Sistemas com dois graus de liberdade.	26
Figura 2.2 - Excitação determinística.	28
Figura 2.3 - Excitação aleatória.	28
Figura 2.4 – Gráfico da força versus deformação de uma mola.	30
Figura 2.5 - Viga em balanço.	31
Figura 2.6 - Ciclo de histerese.	33
Figura 2.7 - Representação do movimento harmônico.	34
Figura 2.8 – Representação vetorial do deslocamento, velocidade e aceleração.	37
Figura 2.9 - Modelo físico de um sistema vibratório.	38
Figura 2.10 - Vibrações eólicas ocasionadas por vórtices.	41
Figura 2.11 - Cabos com gelo acumulado.	42
Figura 2.12 - Vórtices de Karman.	43
Figura 2.13 - Número de Strouhal versus Número de Reynolds para cilindros.	45
Figura 2.14 - Pontos de fixação de um cabo condutor.	47
Figura 2.15 - Esquema da ancoragem ou suspensão do cabo condutor.	48
Figura 2.16 - Ruptura dos fios do cabo devido a fadiga por flexão e por abrasão (<i>fretting</i>).	48
Figura 2.17 – Sistema massa-mola primário.	51
Figura 2.18 - Sistema massa-mola secundário.	51
Figura 2.19 - Sistemas primário e secundário acoplados.	52
Figura 2.20 - Amplitude do sistema primário com relação a variação das frequências de excitação.	55

Figura 2.21 - Amplitudes do sistema primário e do absorvedor em relação a variação das frequências de excitação.	56
Figura 2.22 - Sistemas primário e secundário acoplados.	57
Figura 2.23 - FRF do cabo condutor.	60
Figura 2.24 - FRF do absorvedor.	60
Figura 2.25 - Sistema vibratório.	62
Figura 2.26 – Gráfico força <i>versus</i> deslocamento do sistema vibratório.	62
Figura 2.27 - Laço de histerese na curva tensão-deformação.	63
Figura 2.28 - Absorvedor stockbridge.	67
Figura 2.29 - Cabo messageiro.	67
Figura 2.30 - Emprego do stockbridge em linhas de transmissão elétrica.	68
Figura 2.31 - Modelo físico do conjunto cabo e amortecedor.	70
Figura 2.32 - Fases dos movimentos do stockbridge.	71
Figura 2.33 - Resposta em frequência do cabo.	72
Figura 2.34 - Resposta em frequência do amortecedor.	72
Figura 2.35 – Resposta em frequência de um amortecedor stockbridge e sua faixa de operação.	73
Figura 2.36 - Excitação do absorvedor stockbridge.	74
Figura 2.37 - Diagrama de corpo livre do cabo messageiro (a) e da massa suspensa (b) do stockbridge.	74
Figura 2.38 - Stockbridge do tipo simétrico.	77
Figura 2.39 - Stockbridge do tipo assimétrico.	78
Figura 2.40 - Stockbridge do tipo dogbone.	78
Figura 3.1 - Absorvedor dinâmico stockbridge assimétrico modelado.	84
Figura 3.2 - Modelo baseado na teoria de viga de Euler-Bernoulli.	84
Figura 3.3 – Discretização em elementos finitos.	85

Figura 3.4 - Modelo de elementos finitos para a metade do absorvedor stockbridge assimétrico.	86
Figura 3.5 - Elemento finito da viga <i>ev</i> .	86
Figura 3.6 – Discretização do cabo mensageiro modelado como uma viga de Euler-Bernoulli.	90
Figura 3.7 - Elemento finito da viga <i>ev</i> .	91
Figura 3.8 – Sistema de referência e deslocamentos admissíveis para o modelo do corpo rígido.	100
Figura 4.1 - Stockbridge do tipo assimétrico utilizado nos ensaios.	110
Figura 4.2 - Indicações das características do stockbridge assimétrico.	111
Figura 4.3 - Desenho esquemático da bancada de ensaios.	112
Figura 4.4 - Sistema de deslocamento com amplitude constante e frequência controlada.	113
Figura 4.5 – Vista frontal da máquina de came TM21 da TecQuipment.	114
Figura 4.6 – Vista superior da máquina de came.	115
Figura 4.7 - Vista lateral da máquina de came.	115
Figura 4.8 – Came e seguidor de face plana.	115
Figura 4.9 - Haste e mola em detalhes.	116
Figura 4.10 – Acoplamento garra-suporte, denominado de base de deslocamento.	116
Figura 4.11 - Controlador de velocidade E3 mkII da TecQuipment.	117
Figura 4.12 – Acelerômetro PCB 333AX.	118
Figura 4.13 - Régua para a entrada de sinais analógicos.	118
Figura 4.14 - Analisador de sinais FFT HP 3565S.	119
Figura 4.15 - Módulo de sinais de entrada HP 35655A.	119
Figura 4.16 - Computador <i>desktop</i> COMPAQ.	120
Figura 4.17 – Software HP 3566A/67A utilizado na análise de sinais.	120

Figura 5.1 - Curvas das FRFs obtidas pelo acelerômetro 2 em relação à base.	126
Figura 5.2 – Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 0,25 mm.	127
Figura 5.3 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 0,50 mm.	128
Figura 5.4 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 0,75 mm.	128
Figura 5.5 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 1,25 mm.	129
Figura 5.6 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 1,50 mm.	129

LISTA DE SIGLAS

ADV - Absorvedor dinâmico de vibração
AG - Algoritmo genético
 $FRFs$ - Funções respostas em frequências
 FRF_{exp} - Função resposta em frequência experimental
 FRF_{num} - Função resposta em frequência numérica
 FO - Função objetivo
FFT - Fourier Fast Transformer
HP - Hewlett-Packard
MEF - Método dos elementos finitos
RA - Razão entre acelerações
TCC - Trabalho de conclusão de curso

LISTA DE ACRÔNIMOS

ANEEL - Agência Nacional de Energia Elétrica
Matlab - Matrix Laboratory

LISTA DE SÍMBOLOS

A - Amplitude do movimento
 A_{ac2} - Aceleração do ponto em que o acelerômetro 2 estava fixo
 A_b - Aceleração da base de excitação
 A_{pc} - Área projetada do cilindro perpendicular à direção de V_f
 A_t - Área da seção transversal da viga
 a, b - Constantes do vetor \overline{OP}
 B - Extremidade do cabo mensageiro ligado à base excitada
 c - Constante de amortecimento viscoso
 $c_1(t), c_2(t), c_3(t)$ e $c_4(t)$ - Constantes de integração
 c_a - Constante de amortecimento viscoso do amortecedor

c_{ar} - Coeficiente de arrasto
 c_c - Constante de amortecimento crítico
 c_{cabo} - Constante de amortecimento viscoso do cabo
 c_{eq} - Constante de amortecimento equivalente
 c_{ij} - Elemento da matriz amortecimento
 d_c - Diâmetro da seção do cilindro
 E^* - Módulo de Young ou de Elasticidade complexo do sistema
 E - Módulo de Young ou de Elasticidade
 EI_o - Rigidez a flexão da viga
 EI - Rigidez a flexão complexa da viga
 ev - Elemento de viga
 $F(t)$ - Força de excitação
 F_1 - Amplitude da força de excitação
 F_a - Força de atrito
 F_{ap} - Força aplicada
 F_{av} - Força de atrito viscoso
 $F_e(t)$ - Força de elevação
 F_j - Força não conservativa da j-ésima coordenada generalizada x_j
 F_m - Força da mola
 f - Razão de frequências naturais
 f_p - Frequência
 $f_b(t)$ - Força de excitação da base
 $f_i(t)$ - Forças nodais dos deslocamentos rotatórios para $i = 2,4,6 \dots n$
 $f_i(t)$ - Forças nodais dos deslocamentos transversais para $i = 1,3,5 \dots n - 1$
 f_s - Frequência de formação de vórtices ou frequência de Strouhal
 $f_t(x, t)$ - Distribuição de força transversal
 g - Razão entre a frequência de excitação e a natural do sistema primário
 G - Distância entre o CG e a extremidade O'
 $G_i(\omega)$ - Função resposta em frequência
 $i = \sqrt{-1}$ - Número complexo
 I - Momento polar de inércia
 I_{CG} - Momento polar de inércia do CG

I_n - Momento polar de inércia no ponto n
 k - Rigidez da mola ou constante elástica
 k^* - Rigidez complexa do sistema
 k_a - Constante de rigidez do amortecedor
 k_{cabo} - Constante de rigidez do cabo
 k_{ij} - Elementos da matriz rigidez
 l - Comprimento do elemento finito
 L - Comprimento da viga
 L_c - Comprimento do cabo mensageiro sem deformação
 m_1, k_1, x_1 - Massa, rigidez e deslocamento do sistema primário, respectivamente
 m_2, k_2, x_2 - Massa, rigidez e deslocamento do sistema secundário, respectivamente
 m_a - Massa do amortecedor
 m_c - Massa do corpo rígido na extremidade
 m_{cabo} - Massa do cabo
 m_i - Massa do i -ésimo ponto do corpo rígido
 m_r - Razão entre as massas do absorvedor dinâmico e do sistema primário
 M, M' - Momentos
 m - Massa do elemento
 n - Número de Nós
 N - Força normal entre superfícies
 $N_i(x)$ - Função de forma do deslocamento nodal
 O' - Extremidade do cabo mensageiro ligado à massa suspensa
 O - Centro de gravidade (CG) da massa suspensa
 $O(x, y)$ - Sistema de referência fixo
 P, P' - Forças transversais
 p - Número de deslocamentos nodais
 q - Número de coordenadas generalizadas ou graus de liberdade
 Re - Numero de Reynolds
 St - Número de Strouhal
 t - Tempo

T - Energia cinética

T_p - Período

T_i - Energia cinética do i -ésimo ponto do corpo rígido

T_t - Temperatura de trabalho

u_n - Deslocamento axial

v_n - Deslocamento transversal

V - Energia potencial

V_f - Velocidade do fluido

V_v - Velocidade do vento

X_1 - Amplitude de movimento do sistema primário

X_2 - Amplitude de movimento do sistema secundário

x - Deslocamento

x_1 - Deslocamento do cabo

x_2 - Deslocamento do amortecedor

x_{est} - Deflexão estática

x_j - Coordenada generalizada

x_m - Deslocamento de uma extremidade em relação à outra

$y_b(t)$ - Deslocamento da base

Y - Amplitude máxima de deslocamento da base de excitação

$w_i(t)$ - Deslocamento nodal de rotação para $i = 2,4,6 \dots n$

$w_i(t)$ - Deslocamento nodal de translação para $i = 1,3,5 \dots n - 1$

$w_t(x, t)$ - Deslocamento total em relação à origem O

$w(x, t)$ - Função deslocamento do elemento

ΔW - Energia dissipada

W - Energia total do sistema

$(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ - Coordenadas do centróide CG do corpo rígido

μ - Coeficiente de atrito dinâmico

ν - Viscosidade cinemática

ρ - Massa específica do material da viga

ω - Frequência de excitação da base

ζ - Fator de amortecimento

η - Fator de perda devido ao amortecimento histerético

η_i – Fator de perda constante devido ao amortecimento histerético
 θ_n - Deslocamento rotacional
 θ - Ângulo entre o vetor \overline{OP} e o eixo x
 $\theta = w_i(t)$ - Deslocamento de rotação para $i = 2,4,6 \dots n$
 ρ_{ar} - Massa específica do ar
 ω_1 - Frequência natural do cabo condutor
 ω_2 - Frequência natural do absorvedor
 ω_s - Velocidade angular
 \dot{x} - Velocidade instantânea
 \dot{x}_1 - Velocidade do sistema primário
 \dot{x}_2 - Velocidade do sistema secundário
 \dot{x}_j - Derivada de x_j em relação ao tempo (velocidade generalizada)
 \dot{x}_{sf} - Velocidade relativa entre sólido e fluido
 $\dot{\overline{OP}}$ - Velocidade da Partícula
 \ddot{x} - Aceleração instantânea
 \ddot{x}_1 - Aceleração do sistema primário
 \ddot{x}_2 - Aceleração do sistema secundário
 \ddot{y}_b - Aceleração da Base
 $\{D\}$ - Vetor deslocamento
 $\{f_0\}$ - Vetor força para aceleração unitária
 $\{f_{cm}\}$ - Vetor força do elemento finito do cabo mensageiro
 $\{f_i\}$ - Vetor de forças nodais
 $\{f_{ms}\}$ - Vetor força da massa suspensa
 $\{F(t)\}$ - Vetor força de excitação harmônica
 $\{N''\}^T$ - Vetor transposto da derivada segunda das funções de forma
 $\{N\}^T$ - Transposta do vetor das funções de forma
 $\{N''\}$ - Derivada segunda do vetor das funções de forma
 $\{N\}$ - Vetor das funções de forma ou dos polinômios de Hermite
 $\{\dot{w}\}^T$ - Transposta do vetor de velocidades
 $\{\ddot{w}_{cm}\}$ - Vetor de acelerações nodais do elemento finito do cabo mensageiro
 $\{\ddot{w}_{un}\}$ - Vetor das coordenadas de aceleração do último nó

$\{w_n\}^T$ - Transposta do vetor das coordenadas de deslocamentos do nó n
 $\{W_0\}$ - Vetor de deslocamentos nodais transversal e rotacional
 $\{\ddot{w}\}$ - Vetor de acelerações do elemento
 $\{\ddot{W}\}$ - Vetor das acelerações nodais
 $\{\dot{w}\}$ - Vetor de velocidades do elemento
 $\{w\}^T$ - Transposta do vetor de deslocamentos do elemento de viga
 $\{w_{cm}\}$ - Vetor de deslocamentos nodais do elemento finito do cabo mensageiro
 $\{w_n\}$ - Vetor das coordenadas de deslocamentos do nó n
 $\{w_{un}\}$ - Vetor das coordenadas de deslocamento do último nó
 $\{W\}$ - Vetor deslocamento
 $\{w\}$ - Vetor de deslocamentos
 $\dot{\vec{r}}_i$ - Vetor velocidade do i -ésimo ponto do corpo rígido
 $\dot{\vec{r}}_{i/n}$ - Vetor velocidade linear do i -ésimo ponto em relação ao ponto n
 \vec{r}_i - Vetor posição do i -ésimo ponto em relação aos eixos coordenados (x, y, z)
 $\vec{r}_{i/n}$ - Vetor posição do i -ésimo ponto em relação ao ponto n
 \vec{r}_n - Vetor posição do ponto n em relação aos eixos coordenados (x, y, z)
 $\vec{\omega}$ - Vetor velocidade angular do corpo rígido no sistema (x, y, z)
 \vec{X} - Vetor posição
 $\ddot{\vec{O}P}$ - Aceleração da Partícula
 $[A]$ - Matriz de elementos de rigidez constantes
 $[C]$ - Matriz de amortecimento
 $[K^*]$ - Matriz rigidez complexa do sistema
 $[k_{cm}]$ - Matriz rigidez do elemento finito do cabo mensageiro
 $[K_n]$ - Matriz rigidez correspondente ao último nó da malha de elementos finitos
 $[K]$ - Matriz de rigidez global
 $[k]$ - Matriz rigidez do elemento finito
 $[m_{cm}]$ - Matriz massa do elemento finito do cabo mensageiro
 $[m_{ms}]$ - Matriz massa da massa suspensa do absorvedor
 $[M]$ - Matriz de massa global
 $[m]$ - Matriz massa do elemento finito

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	CONTEXTO DO TEMA	20
1.2	CARACTERIZAÇÃO DA OPORTUNIDADE	22
1.3	OBJETIVOS	22
1.4	JUSTIFICATIVA	23
1.5	CONTEÚDO	24
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	25
2.1	VIBRAÇÕES MECÂNICAS	25
2.1.1	Aspectos Gerais sobre Vibrações	25
2.1.2	Classificação das Vibrações	26
2.1.3	Componentes Elementares de um Sistema Vibratório	29
2.1.4	Movimento Periódico	33
2.2	ETAPAS DA ANÁLISE DE VIBRAÇÕES	37
2.2.1	Modelagem Física	38
2.2.2	Modelagem Matemática	39
2.2.3	Solução do Modelo Matemático	39
2.2.4	Interpretação dos Resultados	39
2.3	VIBRAÇÕES EM CABOS CONDUTORES	40
2.3.1	Aspectos Gerais	40
2.3.2	Vibração Eólica em Cabos Condutores de Alta Tensão	42
2.4	ABSORVEDORES DINÂMICOS DE VIBRAÇÕES	49
2.4.1	Aspectos Gerais	49
2.4.2	Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações	50
2.4.3	Mecanismos de Amortecimento	61
2.4.4	Absorvedores Dinâmicos do tipo Stockbridge	66
2.5	AJUSTE DE MODELOS NUMÉRICOS USANDO FRFS	79
2.5.1	Noções Básicas sobre Algoritmo Genético	80
3	MODELAGEM MATEMÁTICA DO ABSORVEDOR DINÂMICO STOCKBRIDGE	84
3.1	EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DE UM ELEMENTO	84

3.2	MATRIZ MASSA, MATRIZ RIGIDEZ E VETOR FORÇA	89
3.2.1	Modelo do Cabo Mensageiro	90
3.2.2	Modelo da Massa Suspensa	99
3.3	SISTEMA DE EQUAÇÕES RESULTANTES	108
4	MATERIAIS E MÉTODOS	110
4.1	MATERIAIS UTILIZADOS	110
4.1.1	Corpo de Prova	110
4.1.2	Bancada de Ensaio	111
4.2	MÉTODOS EMPREGADOS	121
4.2.1	Procedimento de Ensaio	121
4.2.2	Implementação Numérica	121
5	RESULTADOS	126
5.1	DADOS EXPERIMENTAIS	126
5.2	RESULTADOS DOS PARÂMETROS AJUSTADOS	126
5.3	RESULTADOS NUMÉRICOS AJUSTADOS	127
5.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	130
6	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	131
6.1	CONCLUSÕES	131
6.2	TRABALHOS FUTUROS	131
7	REFERÊNCIAS	132

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto do Tema

O Brasil possui um potencial energético de fontes renováveis que representa em torno de 45% da parcela usada pela matriz energética. Dessa parte, cerca de 80% corresponde a fontes hidráulicas as quais se encontram distantes de centros comerciais (cidades e indústrias). Por isso, a eletricidade produzida necessita de uma rede de transmissão constituída por acessórios, estruturas e cabos aéreos de grandes extensões (PORTAL BRASIL, 2013).

As linhas de transmissão aérea estão sujeitas à ação dos ventos os quais induzem vibrações eólicas. Essas vibrações em níveis indesejados podem causar danos devido a fadiga por flexão e por abrasão (*fretting*) nos pontos de suspensão do cabo, levando-o à ruptura (SAUTER, 2003). A consequência direta é a falha na transmissão de energia elétrica o que, por sua vez, aumenta os custos de manutenção, pode resultar em sérios acidentes e gerar prejuízos econômicos e sociais para o país (LABEGALINI et al., 1992).

Como exemplo, pode-se citar o evento ocorrido em 2001, no qual cerca de 67 milhões de habitantes das regiões Centro-Oeste, Sudeste e Sul do Brasil ficaram sem eletricidade por várias horas. A causa foi a ruptura por fadiga de uma linha de transmissão de 460 kV que atravessava o rio Paraná, na região do estado de São Paulo. Estima-se que os custos associados a esta falha, somente em relação ao lucro cessante, atingiu o montante de R\$ 70.000.000,00 (setenta milhões de reais). Além destes custos, houveram processos contra a distribuidora devido ao lucro cessante de outras empresas, multa imposta pela ANEEL (cerca de R\$ 4.500.000,00), prejuízos imensuráveis à imagem da companhia elétrica e do país pela incapacidade de captar recursos externos devido a uma aparente falha da infraestrutura (HENRIQUES, 2006).

Para reduzir os danos mecânicos causados pelas vibrações eólicas e assim, aumentar a vida útil dos cabos é necessário reduzir as amplitudes de

vibrações das linhas a níveis considerados seguros pelas normas internacionais (SOUZA JR, 2010). Para isso, foram desenvolvidos dispositivos absorvedores, sendo o amortecedor tipo stockbridge um dos mais utilizados atualmente (LABEGALINI et al., 1992).

O amortecedor stockbridge (Figura 1.1) foi desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge. Este dispositivo consiste em duas massas inerciais presas na extremidade de um cabo flexível denominado de cabo mensageiro, o qual se encontra acoplado a um grampo para fixação no cabo condutor (LABEGALINI et al., 1992).

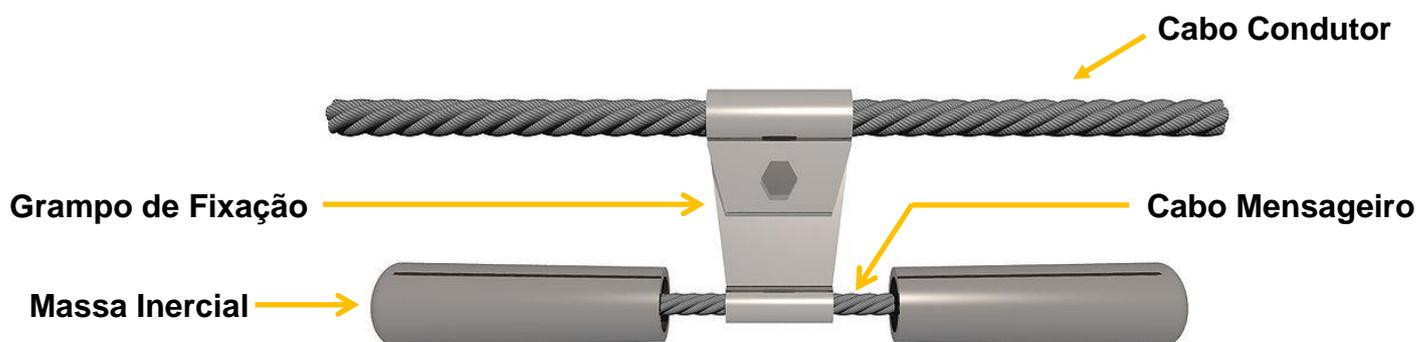


Figura 1.1 - Amortecedor stockbridge.
Fonte: MELO (2011)

O stockbridge dissipa energia basicamente por dois mecanismos: pelo amortecimento histerético (devido ao deslizamento interno dos planos cristalinos dos fios que compõem o cabo mensageiro) e pelo amortecimento coulombiano (devido ao atrito entre os fios do cabo mensageiro). (LABEGALINI et al., 1992)

Dentre as suas vantagens destacam-se a de simples construção, de baixo custo e eficiência na redução de vibrações no ponto de fixação e na região entre as suas frequências de ressonância (LABEGALINI et al., 1992). Contudo, sua eficiência é limitada devido a sua estreita banda de frequência de ação (OLIVEIRA, 2011). Por isso, esse dispositivo é foco de estudos e pesquisas

que compreendem, principalmente, o aperfeiçoamento de suas características de amortecimento por meio de suas características dinâmicas.

Nesse contexto, o problema das vibrações eólicas em linhas de transmissão ainda é um desafio para a engenharia mecânica, especialmente na área de vibrações e mecânica dos sólidos, o que motiva o estudo de soluções como o amortecedor stockbridge.

1.2 Caracterização da Oportunidade

As vibrações mecânicas geradas pela ação do vento, em linhas aéreas de transmissão de energia, são reduzidas pelo emprego de dispositivos absorvedores dinâmicos de vibração. Dentre esses dispositivos destaca-se o do tipo stockbridge que quando empregado tem como função reduzir vibrações e, por consequência, diminuir os esforços de fadiga no elemento condutor, proporcionando o aumento da vida útil do mesmo.

O amortecedor stockbridge apesar de ser eficiente nos pontos de fixação e nas suas frequências naturais, tem sua eficiência diminuída para outras frequências. Por isso, é interessante o estudo de modelos que contemplem ajustes das características dinâmicas do absorvedor do tipo stockbridge.

Nesse sentido, este trabalho tem como oportunidade específica a ser explorada, o estudo do comportamento dinâmico de um amortecedor do tipo stockbridge através de um procedimento numérico e experimental.

1.3 Objetivos

O presente projeto tem como objetivo geral a validação de um modelo matemático do dispositivo dinâmico absorvedor de vibração tipo stockbridge assimétrico. Os objetivos específicos são:

- ✓Apresentar um modelo matemático adequado ao modelo físico do amortecedor stockbridge assimétrico;
- ✓Realizar experimentos práticos em bancada de ensaio para determinar as Funções de Resposta em Frequência experimentais;
- ✓Utilizar o Método de Elementos Finitos para implementar o modelo matemático no software computacional Matlab e, dessa forma, obter as FRFs numéricas;
- ✓Correlacionar as FRFs numéricas às FRFs experimentais por meio da otimização de parâmetros do modelo matemático, utilizando uma ferramenta adequada de ajuste.

1.4 Justificativa

As vibrações eólicas provocam danos devido a fadiga por flexão e por abrasão (*fretting*) nos pontos de suspensão dos cabos de alta tensão. Estes danos podem inutilizar os cabos e, conseqüentemente, comprometer a transmissão de energia elétrica. Por isso, foram desenvolvidos absorvedores de vibrações como o stockbridge. Este dispositivo é empregado com o intuito de reduzir as amplitudes de vibrações a níveis seguros, o que permite atenuar os danos nos cabos e, conseqüentemente, aumentar a vida útil dos mesmos.

Portanto, dada a importância do stockbridge para as linhas de transmissão de energia elétrica, justifica-se a necessidade de conhecer o seu comportamento dinâmico por meio do estudo e da validação de modelos que contemplem ajustes de parâmetros do absorvedor.

Esse estudo envolve diferentes áreas do conhecimento acadêmico da engenharia mecânica, tais como: métodos numéricos (Método dos Elementos Finitos), mecânica estrutural, mecânica dos fluidos, vibração e instrumentação. Sendo esse o motivo que despertou o interesse da equipe em aplicar e agregar esses diferentes conhecimentos em um tipo específico de aplicação real.

1.5 Conteúdo

Além da parte introdutória, o presente trabalho é composto de mais quatro capítulos.

O capítulo 2 contempla a base teórica do trabalho abordando conceitos, aspectos gerais e classificações das vibrações mecânicas, bem como as etapas da análise de vibrações. Além disso, o capítulo 2 discute o problema de vibrações em cabos condutores de linhas de transmissão de energia elétrica e a utilização de dispositivos absorvedores dinâmicos de vibrações. Por fim, apresentam-se os conceitos básicos sobre o método do Algoritmo Genético, utilizado no ajuste de modelos numéricos.

O capítulo 3 apresenta a modelagem matemática do dispositivo absorvedor dinâmico tipo stockbridge assimétrico. A modelagem é composta de duas etapas: uma referente ao cabo mensageiro e outra à massa suspensa. Esta é modelada como um corpo rígido e aquele como uma viga elástica de Euler-Bernoulli. O modelo numérico é implementado em ambiente computacional Matlab utilizando o Método de Elementos Finitos. Ao final do capítulo é apresentado o sistema de equações resultantes da modelagem.

O capítulo 4 trata dos materiais e métodos utilizados para a obtenção dos resultados numéricos e experimentais.

O capítulo 5 apresenta os resultados obtidos e as suas respectivas discussões.

Finalmente, no capítulo 6 estão contidas as conclusões do trabalho com sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Vibrações Mecânicas

2.1.1 Aspectos Gerais sobre Vibrações

Vibração é qualquer movimento que se repete após um intervalo de tempo (RAO, 2008). A teoria a cerca deste tipo de movimento compreende o estudo de movimentos oscilatórios de objetos em torno de uma posição de equilíbrio, bem como das forças e/ou momentos associados a eles.

Estes movimentos são comuns em elementos de máquinas e nas estruturas em geral quando submetidos a ações dinâmicas (SOEIRO, 2008). Por isso, a engenharia, em especial a mecânica, utiliza a teoria de vibração para melhor analisar e controlar as vibrações.

De maneira geral, um sistema vibratório é constituído por três elementos básicos: massa, mola e amortecedor (RAO, 2008). Isto se traduz em um meio (massa) para armazenar energia cinética e energia potencial gravitacional, um meio (mola) para armazenar energia potencial elástica e um meio (amortecedor) para perda gradual de energia sob a forma de calor e/ou som (RAO, 2008).

Dessa forma, a vibração de um sistema envolve um processo de troca de energia mecânica nas formas cinética e potencial, ocorrendo dissipação de certa quantidade de energia devido ao amortecimento (SOEIRO, 2008).

Estes elementos básicos relacionam forças com deslocamentos, velocidades e acelerações, mas para isso é preciso que o sistema de coordenadas referenciais do movimento esteja definido.

Com base neste sistema de coordenadas define-se um número mínimo de coordenadas independentes, denominados de Graus de Liberdade, os quais são necessários para descrever o movimento (RAO, 2008). A Figura 2.1 exemplifica três sistemas, cada um com dois graus de liberdade.

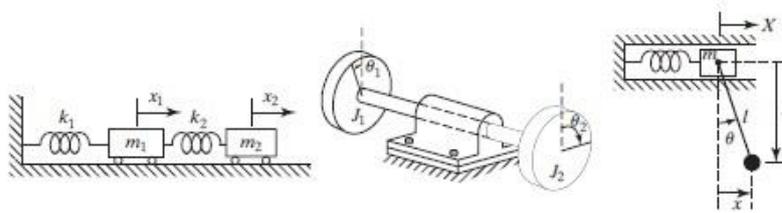


Figura 2.1 - Sistemas com dois graus de liberdade.

Fonte: RAO (2008)

Os sistemas vibratórios podem ser agrupados em discretos e contínuos (SOEIRO, 2008). Os sistemas discretos contêm um número finito de graus de liberdade, enquanto os sistemas contínuos têm um número infinito de graus de liberdade (RAO, 2008). Os sistemas contínuos são aproximados como sistemas discretos para obtenção de soluções de uma maneira mais simples (RAO, 2008).

A maior parte dos sistemas práticos são tratados como massas, molas e amortecedores finitos concentrados, sendo que para obter resultados mais precisos aumenta-se o número de graus de liberdade (massas, molas e amortecedores) (RAO, 2008).

2.1.2 Classificação das Vibrações

As vibrações podem ser classificadas quanto ao tipo de excitação, de amortecimento, de linearidade e de previsibilidade de ocorrência.

2.1.2.1 Quanto ao tipo de Excitação

- Vibrações Livres

São vibrações causadas por perturbações no tempo igual a zero. Se nenhuma perturbação for aplicada após este tempo os movimentos oscilatórios são denominados de vibrações livres ou naturais (SOEIRO, 2008).

- Vibrações Forçadas

São vibrações causadas por excitações de forças ou torques externos. O sistema permanecerá em vibração enquanto atuar estas excitações externas e uma vez cessadas, o sistema passa a vibrar em regime natural (SOEIRO, 2008).

2.1.2.2 Quanto ao tipo de Amortecimento

- Vibrações não Amortecidas

Ocorre quando não há perda de energia no sistema de forma que o movimento vibratório não se altera com o passar do tempo (SOEIRO, 2008).

- Vibrações Amortecidas

Ocorre quando há perda de energia de forma que os níveis de vibração diminuem com o tempo (SOEIRO, 2008).

2.1.2.3 Quanto ao tipo de Linearidade

- Vibração Linear

Vibração baseada no Princípio da Superposição dos Efeitos, ou seja, existe uma proporcionalidade entre excitação (causa) e resposta (efeito) como, por exemplo, força elástica versus deslocamento, denominada de Lei de Hooke (SOEIRO, 2008).

- Vibração não Linear

A resposta obtida não apresenta uma relação linear com a força de excitação podendo ser do tipo quadrática, cúbica, logarítmica ou exponencial (SOEIRO, 2008).

2.1.2.4 Quanto ao tipo de Previsibilidade de Ocorrência

- Vibração Determinística

Se o valor da excitação, agindo em um sistema vibratório, for conhecido em qualquer tempo é possível determinar a resposta vibratória deste sistema. A Figura 2.2 exemplifica graficamente este tipo de vibração (SOEIRO, 2008).

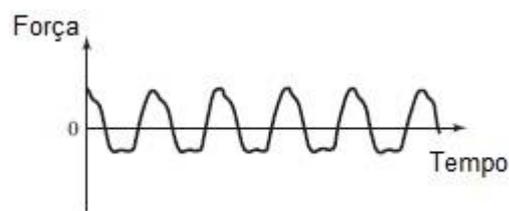


Figura 2.2 - Excitação determinística.

Fonte: RAO (2008)

- Vibração Aleatória

Se o valor da excitação é aleatório, então não é possível prever a resposta do movimento vibratório. A Figura 2.3 exemplifica a aleatoriedade de um sistema vibratório (SOEIRO, 2008).

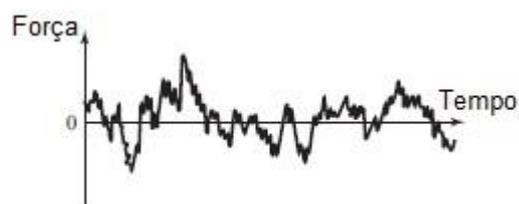


Figura 2.3 - Excitação aleatória.

Fonte: RAO (2008)

2.1.3 Componentes Elementares de um Sistema Vibratório

2.1.3.1 Elemento Massa

De acordo com a Segunda Lei de Newton a massa relaciona força com aceleração, ou seja, é o elemento que representa a inércia do sistema.

Em um sistema vibratório, o elemento de massa pode ser considerado como um corpo rígido que têm a capacidade de ganhar ou perder energia cinética quando sua velocidade varia (RAO, 2008).

Para deslocamentos de translação (SOEIRO, 2008), tem-se:

$$F_{ap} = m_e \cdot \ddot{x} \quad (2.1)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot \dot{x}^2 \quad (2.2)$$

Sendo:

F_{ap} – Força aplicada;

m_e – Massa do elemento;

x – Deslocamento;

\dot{x} – Velocidade instantânea;

\ddot{x} – Aceleração instantânea;

T – Energia cinética.

2.1.3.2 Elemento Mola

Em sistemas vibratórios a mola é o elemento mecânico responsável por relacionar forças com deformações (alongamento ou contração). Assume-se que sua massa e amortecimento são desprezíveis.

Forças e deformações de uma mola comum podem ser correlacionadas como mostra a Figura 2.4.

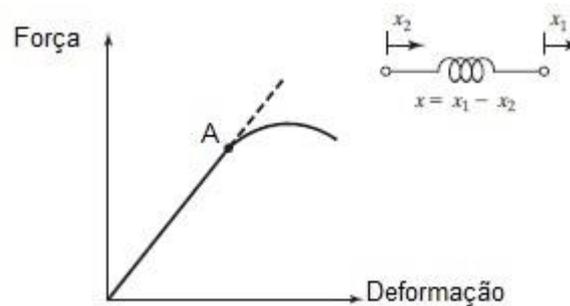


Figura 2.4 – Gráfico da força versus deformação de uma mola.
Fonte: RAO (2008)

Sendo x_1 e x_2 os deslocamentos das extremidades da mola.

A curva resultante é não linear. Isso ocorre porque a força aplicada gera uma tensão que ultrapassa o limite de escoamento do material (ponto A da Figura 2.4). Contudo, para aplicações práticas, admitem-se pequenas deformações. Dessa forma, pode-se considerar que existe uma proporcionalidade entre força e deformação da mola, dada por (RAO, 2008):

$$F_m = kx_m \quad (2.3)$$

Sendo:

F_m – Força da mola;

k – Rigidez da mola ou constante elástica;

x_m – Deslocamento de uma extremidade em relação à outra da mola.

O elemento mola, quando deformado, tem a capacidade de armazenar energia potencial (V), dada pela fórmula (RAO, 2008):

$$V = \frac{1}{2} kx_m^2 \quad (2.4)$$

Além disso, elementos elásticos como vigas também se comportam como molas como, por exemplo, uma viga em balanço com uma massa m na extremidade (Figura 2.5) (RAO, 2008).

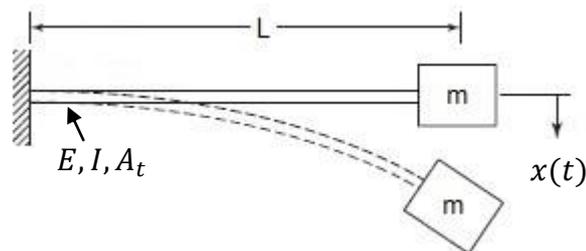


Figura 2.5 - Viga em balanço.
Fonte: RAO (2008)

Sendo E módulo de Young, A_t área da seção transversal da viga, I momento de Inércia, L o comprimento da viga e $x(t)$ deslocamento transversal.

2.1.3.3 Elemento Amortecedor

O mecanismo pelo qual a energia de vibração é convertida em calor ou som é conhecido como amortecimento. Considera-se que um amortecedor não tem massa e elasticidade. Além disso, a força de amortecimento existe quando houver uma velocidade relativa entre as extremidades do amortecedor (RAO, 2008).

O amortecimento é modelado nos seguintes tipos:

- Amortecimento viscoso;
- Amortecimento de Coulomb ou por atrito seco;
- Amortecimento material, sólido ou por histerese.

2.1.3.3.1 Amortecimento Viscoso

É o mecanismo mais observado na prática da Engenharia. Consiste do atrito entre um sólido (uma peça) e um fluido (óleo lubrificante) interposto entre as peças móveis do sistema (SOEIRO, 2008).

A energia dissipada neste tipo de amortecimento advém do fato de sistemas mecânicos vibrarem em um meio fluido como ar, gás, água e óleo (RAO, 2008).

No amortecimento viscoso, a força de atrito viscoso é proporcional à velocidade relativa entre o sólido e o fluido, dada pela fórmula (RAO, 2008):

$$F_{av} = c\dot{x}_{sf} \quad (2.5)$$

Sendo:

F_{av} – Força de atrito viscoso;

c – Constante de amortecimento;

\dot{x}_{sf} – Velocidade relativa entre sólido e fluido.

2.1.3.3.2 Amortecimento de Coulomb

O amortecimento de Coulomb é resultante do atrito entre superfícies em contato com pouca ou sem lubrificação (RAO, 2008).

Neste tipo de amortecimento a força é correspondente à força de atrito entre as superfícies, dada por:

$$F_a = \mu N \quad (2.6)$$

Sendo:

F_a – Força de atrito;

μ – Coeficiente de atrito dinâmico;

N – Força normal entre as superfícies.

2.1.3.3.3 Amortecimento por Histerese

Quando um material é deformado, ocorre absorção e dissipação de energia. Este efeito é devido ao atrito entre os planos internos, os quais deslizam durante a deformação. Se este material for submetido à vibração, então o diagrama tensão-deformação (Figura 2.6) mostrará um ciclo de histerese no qual a área deste ciclo corresponde à energia perdida por unidade de volume (RAO, 2008).



Figura 2.6 - Ciclo de histerese.

Fonte: RAO (2008)

2.1.4 Movimento Periódico

Todo movimento que se repete em intervalos de tempos iguais é denominado movimento periódico, no qual, o tipo mais simples é o movimento harmônico (RAO, 2008).

2.1.4.1 Terminologias e Definições Básicas

Algumas terminologias e definições básicas são úteis para o melhor entendimento do movimento harmônico, as quais estão representadas na Figura 2.7:

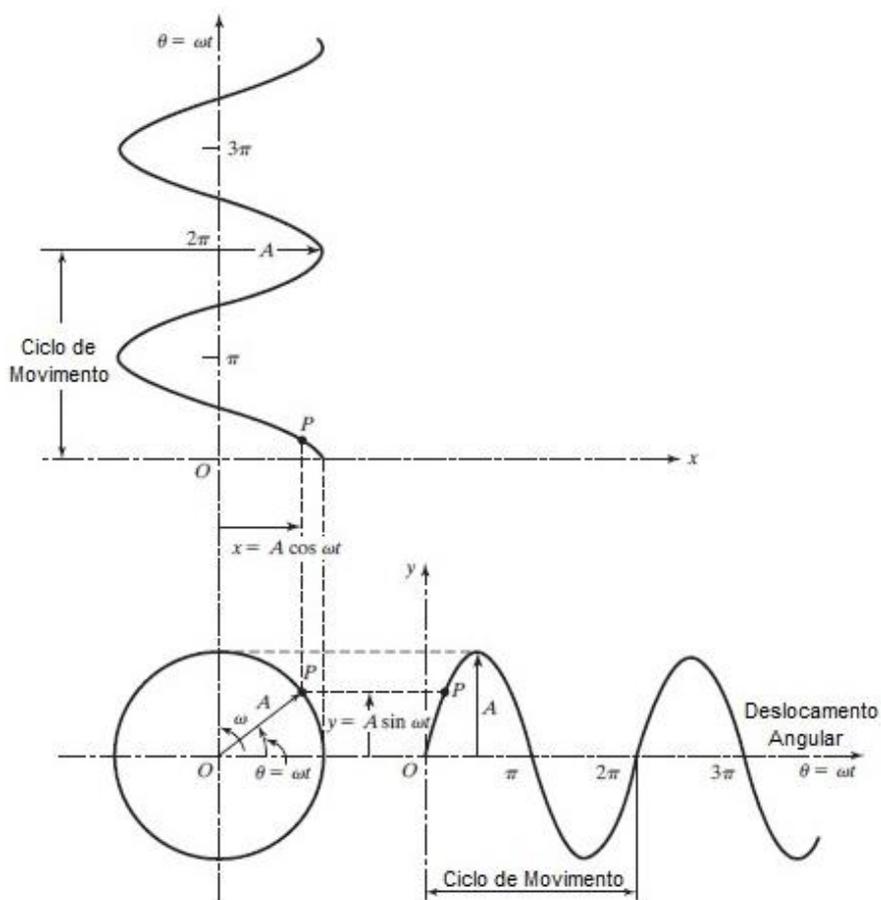


Figura 2.7 - Representação do movimento harmônico.

Fonte: RAO (2008)

- **Ciclo:** É o deslocamento de um corpo que se inicia de uma posição de referência, atinge um máximo, em seguida passa pela referência, atinge um mínimo e, por fim, retorna à posição tomada como referência. Na Figura 2.7 o ciclo varia de 0 a 2π .
- **Amplitude:** É o máximo deslocamento de um corpo em relação à sua posição de repouso (RAO, 2008). Na Figura 2.7 é representada pela letra A.

- *Período*: É o tempo (em segundos) que leva para concluir um ciclo de movimento e é denotado pela letra T_p (RAO, 2008). Na Figura 2.7, T_p é o tempo necessário para o vetor \overrightarrow{OP} percorrer um ângulo de 2π , logo:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.7)$$

em que ω é denominado frequência angular, medida em *rad/s*.

- *Frequência*: É o número de ciclos por unidade de tempo, representado pela letra f_p e medida em Hz (RAO, 2008). Dessa forma:

$$f_p = \frac{1}{T_p} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.8)$$

- *Frequência natural*: É quando um sistema, após uma perturbação inicial, continua a vibrar por si só sem ação de forças externas (RAO, 2008).

2.1.4.2 Representação Vetorial e Complexa

Na Figura 2.7 a projeção da extremidade do vetor \overrightarrow{OP} sobre os eixos horizontal e vertical são, respectivamente:

$$x = A \cos(\omega t) \quad (2.9)$$

$$y = A \sen(\omega t) \quad (2.10)$$

A representação vetorial, utilizada no movimento harmônico, pode ser representada por números complexos. Por exemplo, o vetor \overrightarrow{OP} pode ser representado como um número complexo no plano *xy* (Figura 2.7) (RAO, 2008).

$$\overrightarrow{OP} = a + ib \quad (2.11)$$

Sendo $i = \sqrt{-1}$, a e b componentes do vetor \overrightarrow{OP} .

Se A é o módulo do vetor \vec{X} e θ é o ângulo entre o vetor e o eixo x na Figura 2.7, então \overrightarrow{OP} pode ser expresso como:

$$\overrightarrow{OP} = A \cos \theta + iA \sin \theta \quad (2.12)$$

A equação (2.12) pode ser representada por (RAO, 2008):

$$\overrightarrow{OP} = A \cos \theta + iA \sin \theta = Ae^{i\theta} \quad (2.13)$$

2.1.4.3 Exemplo de um Movimento Harmônico

A Figura 2.7 exemplifica um movimento harmônico de uma partícula P em torno de um centro de referência O . O deslocamento é dado pela equação (2.13):

$$\overrightarrow{OP} = A \cos \theta + iA \sin \theta = Ae^{i\theta} \quad (2.14)$$

A velocidade da partícula P no tempo t é dada por:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OP} &= Ae^{i\theta} = Ae^{i\omega t} \\ \frac{d}{dt} \overrightarrow{OP} &= Ai\omega e^{i\omega t} \\ \dot{\overrightarrow{OP}} &= Ai\omega e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (2.15)$$

A aceleração é dada por:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\dot{\vec{OP}} &= -A\omega^2 e^{i\omega t} \\ \ddot{\vec{OP}} &= -\omega^2 \vec{OP}\end{aligned}\quad (2.16)$$

Percebe-se que a aceleração é diretamente proporcional ao deslocamento, tal característica é típica do movimento harmônico simples (RAO, 2008).

A Figura 2.8 mostra uma representação das variáveis deslocamento, velocidade e aceleração. Esta figura mostra que, em relação ao deslocamento, a velocidade e aceleração estão defasadas em $\pi/2$ e π , respectivamente.

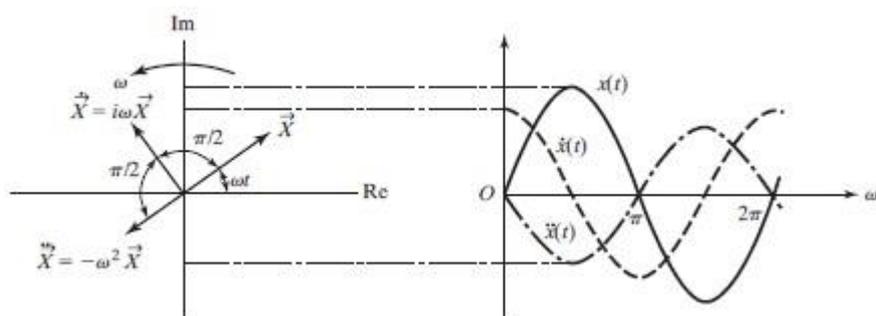


Figura 2.8 – Representação vetorial do deslocamento, velocidade e aceleração.

Fonte: RAO (2008)

2.2 Etapas da Análise de Vibrações

Em um sistema vibratório há variáveis dinâmicas como as de entrada (excitações) e as de saída (respostas do sistema) as quais dependem do tempo. Tais sistemas, na prática, são complexos do ponto de vista matemático, por isso, estas variáveis são consideradas as mais importantes para prever o comportamento do sistema (RAO, 2008).

De maneira geral, a análise de um sistema vibratório envolve modelagem física, modelagem matemática, solução do modelo matemático e interpretação dos resultados (SOEIRO, 2008).

2.2.1 Modelagem Física

O propósito da modelagem física é representar, de maneira simplificada, todos os aspectos importantes do sistema tais como inércia, rigidez e amortecimento com o intuito de orientar a determinação das equações que descrevem o comportamento do movimento (SOEIRO, 2008). A Figura 2.9 exemplifica a modelagem física de um sistema vibratório.

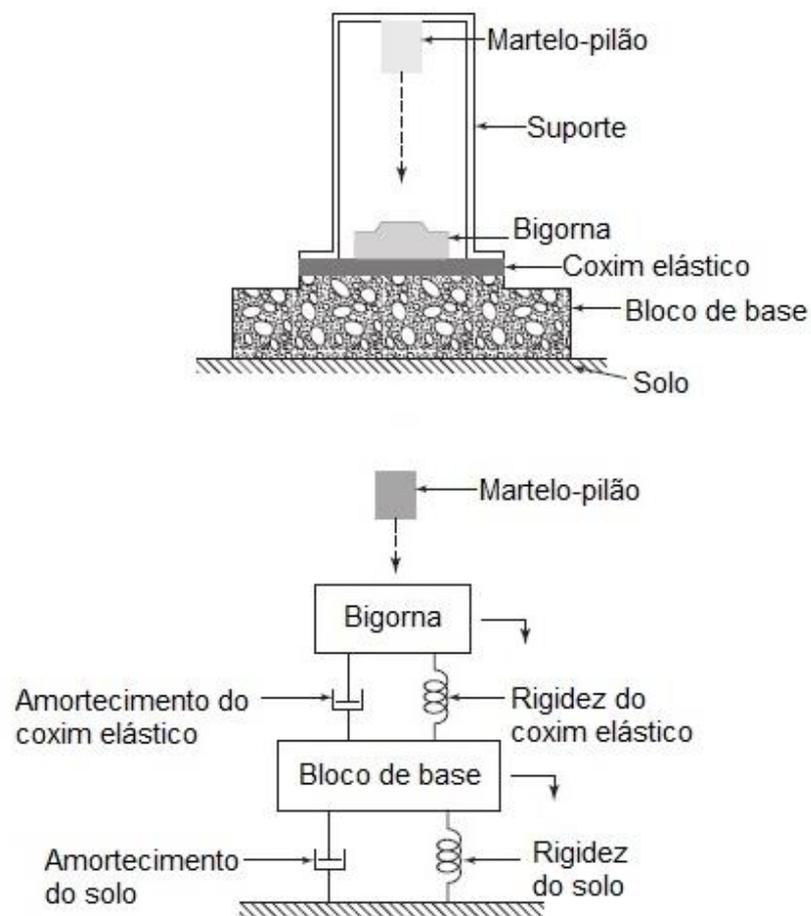


Figura 2.9 - Modelo físico de um sistema vibratório.

Fonte: RAO (2008)

2.2.2 Modelagem Matemática

A partir do modelo físico são deduzidas as equações diferenciais que constituem o modelo matemático do sistema (SOEIRO, 2008). Estas equações podem ser na forma de equações diferenciais ordinárias para sistemas discretos e equações diferenciais parciais para sistemas contínuos (RAO, 2008).

Os métodos utilizados para determinar as equações do movimento são: 2ª Lei de Newton, o Princípio de D'Alembert, Princípio da Conservação da Energia e as Equações de Lagrange (RAO, 2008).

2.2.3 Solução do Modelo Matemático

De acordo com a natureza do problema é possível empregar uma determinada técnica para determinar a solução como: métodos de solução de equações diferenciais, método da Transformada de Laplace, métodos matriciais e métodos numéricos (RAO, 2008).

2.2.4 Interpretação dos Resultados

A comparação das soluções obtidas teoricamente com dados obtidos a partir da observação experimental permite interpretar os resultados conforme os objetivos do estudo (RAO, 2008). Esta interpretação pode ser facilitada com a simulação numérica computacional, o que permite otimizar o modelo matemático, testá-lo de forma eficiente, alterar os dados de entrada e aumentar o número de graus de liberdade. Além disso, é possível ajustar parâmetros de forma que o erro percentual entre os resultados numéricos e experimentais sejam próximos de zero.

Portanto, se o modelo matemático descreve o movimento com boa aproximação, este pode ser utilizado como referência para o estudo, desenvolvimento e aperfeiçoamento de soluções práticas para o fim a que se destina.

2.3 Vibrações em Cabos Condutores

2.3.1 Aspectos Gerais

As linhas de transmissão de energia elétrica estão submetidas a tensões estáticas e dinâmicas. Apesar dos esforços estáticos serem maiores, os esforços dinâmicos podem gerar grandes prejuízos às linhas devido a sua ação alternante (LABEGALINI et al., 1992).

Nas primeiras linhas de transmissão construídas, constatou-se a ruptura dos cabos sem razão aparente. A busca pelas possíveis causas indicou a presença de vibrações nos elementos condutores como sendo uma das grandes responsáveis pelas falhas nos cabos (LABEGALINI et al., 1992).

Além disso, devido ao emprego de cabos de alumínio com alma de aço, a necessidade de maiores bitolas, de estruturas mais robustas e do aumento das tensões mecânicas, tornou a vibração um fator crítico. Por isso, a ruptura dos cabos passou a ser mais precoce (LABEGALINI et al., 1992).

Estas vibrações são oriundas da passagem do vento contínuo através das linhas, provocando oscilações nos condutores. Se estas oscilações não forem amortecidas, podem levar ao rompimento dos cabos devido a fadiga por flexão e por abrasão nos pontos de suspensão (LABEGALINI et al., 1992).

Segundo Labegalini et al (1992), as oscilações em cabos podem ser classificadas em três categorias:

- **Vibrações Eólicas:** São vibrações geradas por vórtices de ventos fracos a moderados, cerca de 0,5 à 10 m/s, que quando passam pela linha provocam excitações de alta frequência (de 3 Hz a 120 Hz) e baixa amplitude (SOUZA JR, 2010). Essas vibrações produzem flexões alternadas nos pontos de ancoragem do condutor podendo levá-lo a ruptura por fadiga (LABEGALINI et al., 1992). Esse tipo de vibração é representada na Figura 2.10.

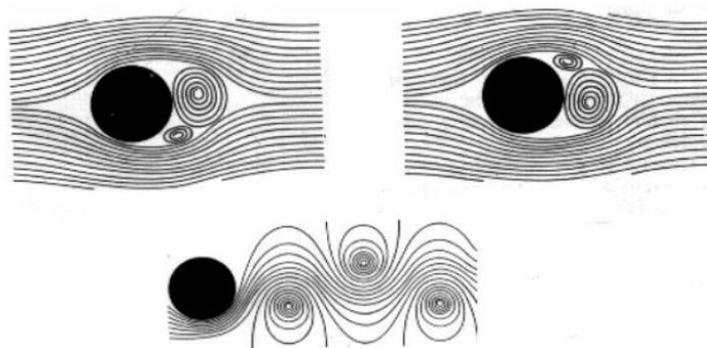


Figura 2.10 - Vibrações eólicas ocasionadas por vórtices.
Fonte: HENRIQUES (2006)

- **Galopping ou Galope:** O acúmulo de gelo na superfície do condutor (Figura 2.11) induz, pela passagem de ventos moderados à fortes, o surgimento de oscilações de baixa frequência e de grande amplitude (LABEGALINI et al., 1992). Essas vibrações são caracterizadas pela movimentação longitudinal dos pontos de ancoragem o que pode gerar efeitos indesejáveis como curto-circuito entre fases e esforços nos condutores (SOUZA JR, 2010).



Figura 2.11 - Cabos com gelo acumulado.
Fonte: BBC NEWS (2013)

- **Oscilações de Rotação:** São oscilações provocadas por ventos de alta velocidade como furacões e tufões. Esses ventos provocam curtos-circuitos entre as fases da linha e esforços mecânicos, os quais podem comprometer a integridade das linhas de transmissão de energia elétrica (LABEGALINI et al, 1992).

No Brasil, as oscilações do tipo galope e de rotação ainda não foram observadas. Por outro lado, a vibração eólica ocorre com maior frequência o que justifica o emprego de sistemas preventivos (LABEGALINI et al, 1992).

2.3.2 Vibração Eólica em Cabos Condutores de Alta Tensão

A passagem do vento pelos cabos condutores promove a formação e alternância de vórtices que causam a vibração eólica (LABEGALINI et al, 1992).

Em determinadas condições, forma-se um padrão de redemoinhos alternados na direção descendente da corrente, como mostra a Figura 2.12. Esses redemoinhos são denominados vórtices de Karman, em honra ao mecânico de fluidos Theodor Von Karman, que foi o primeiro a prever o espaçamento estável dos vórtices em termos teóricos em 1911 (RAO, 2008).



Figura 2.12 - Vórtices de Karman.
Fonte: SIMERICS

Estudos mostram que a formação de vórtices está relacionada com o número de Reynolds (Re), caracterizada pela relação (LABEGALINI et al, 1992):

$$Re = \frac{V_f d_c}{\nu} \quad (2.17)$$

Sendo:

V_f – Velocidade do fluido;

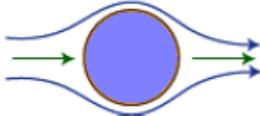
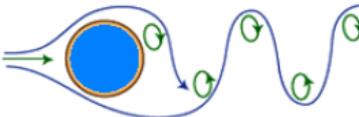
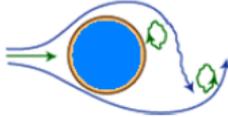
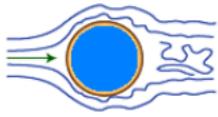
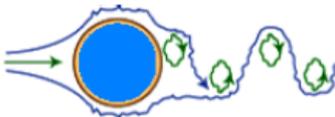
d_c – Diâmetro da seção do cilindro;

ν – Viscosidade cinemática.

O número de Reynolds permite avaliar se o fluxo é laminar ou turbulento (FOX et al, 2006).

O aumento do Número de Reynolds, correspondente a um regime turbulento, promove o aumento da frequência de formação de vórtices. Com isso há o desprendimento do fluxo em torno da superfície do cabo o que, por sua vez, forma o chamado trem de vórtices de Karman, como pode ser observado na Tabela 2.1 (LABEGALINI et al, 1992).

Tabela 2.1 - Tipos de regime de fluxo em cilindros circulares.

Esteira de Vórtices	Faixa do Número de Reynolds
	$Re < 5$ Regime de fluxo não separado.
	$5 \leq Re < 40$ Um par fixo de vórtices em turbulência.
	$40 \leq Re < 150$ Esteira de vórtices é laminar. $150 \leq Re < 300$ Transição para vórtice turbulento.
	$300 \leq Re < 3 \cdot 10^5$ A esteira de vórtices é totalmente turbulenta.
	$3 \cdot 10^5 \leq Re < 3,5 \cdot 10^6$ Camada-limite laminar sofreu transição turbulenta, sendo estreita e desorganizada.
	$3,5 \cdot 10^6 \leq Re$ Reestabelecimento da esteira de vórtices turbulento.

FONTE: SILVA JR (2011)

Esta frequência de formação de vórtices pode ser obtida pela equação (2.18):

$$f_s = \frac{St V_v}{d_c} \quad (2.18)$$

Sendo:

f_s – Frequência de formação de vórtices ou frequência de Strouhal;

St – Número de Strouhal;

V_v – Velocidade do vento;

d_c – Diâmetro do cilindro.

O número de Strouhal é um parâmetro adimensional relacionado com o Número de Reynolds de acordo com a Figura 2.13 (SILVA, 2006).

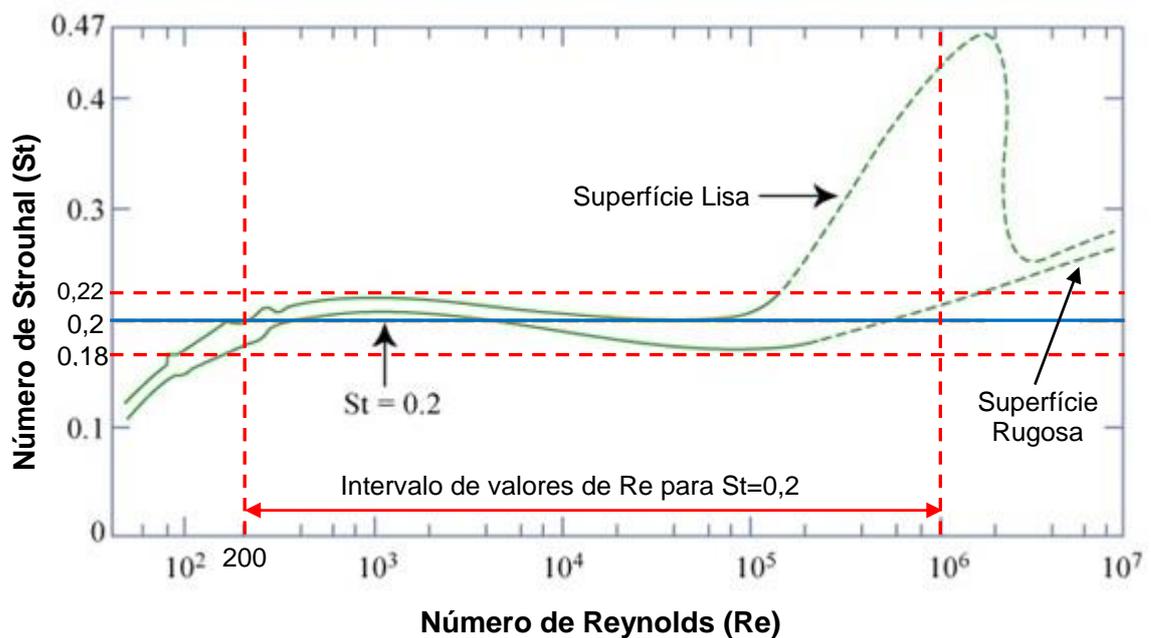


Figura 2.13 - Número de Strouhal versus Número de Reynolds para cilindros.

Fonte: FLICKRIVER (2013) (Modificado)

Dependendo da rugosidade da superfície externa do cabo, a maior frequência de formação de vórtices sobre cilindros ocorre quando o número de Strouhal compreende-se na faixa de 0,18 a 0,22 (SOUZA JR, 2010).

Na Figura 2.13, observa-se que quando $St = 0,2$, tem-se uma condição na qual ocorre a maior parte dos escoamentos, desde laminares à turbulentos ($200 \leq Re \leq 10^6$), tanto em superfície lisa quanto rugosa. Por isso, segundo Labegalini et al (1992), em linhas de transmissão costuma-se utilizar $St = 0,2$.

Os vórtices de Karman ocorrem alternadamente em sentido horário e anti-horário causando forças de elevação sobre o cilindro e são perpendiculares à velocidade do fluido (RAO, 2008).

Esta força de elevação $F_e(t)$ é dada por (RAO, 2008):

$$F_e(t) = \frac{1}{2} c_{ar} \rho_{ar} V_f^2 A_{pc} \text{sen}(\omega_s t) \quad (2.19)$$

Sendo:

c_{ar} – Coeficiente de arrasto na qual $c_{ar} = 1$ para cilindro (FOX et al, 2006);

ρ_{ar} – Massa específica do ar;

V_f – Velocidade do fluido;

A_{pc} – Área projetada do cilindro perpendicular à direção de V_f ;

ω_s – Velocidade angular;

t – Tempo.

Na equação (2.19), ω_s é função da frequência de formação de vórtices (f_s). Isso significa dizer que $F_e(t)$ depende de f_s que, por sua vez, está intimamente ligado ao Número de Strouhal e ao Número de Reynolds de acordo com a Figura 2.13.

Segundo Rao (2008), do ponto de vista de projeto de um cabo condutor, deve-se garantir que a frequência de formação de vórtices, ou seja, a frequência de excitação não coincida com a frequência natural dos cabos condutores. Se isso ocorrer, dá-se início ao fenômeno chamado de ressonância, o qual é caracterizado por oscilações de grandes amplitudes que causam danos nos cabos condutores.

Os danos resultantes das vibrações eólicas podem ser ocasionados devido à fadiga por flexão e abrasão (*fretting*). Os dois tipos de avarias são progressivos e podem ocorrer ao mesmo tempo (LABEGALINI et al, 1992).

As rupturas dos cabos condutores se localizam nos pontos de fixação dos mesmos (Figura 2.14), onde uma seção vibra e a seguinte é forçada, pela fixação, a ficar em posição rígida (LABEGALINI et al, 1992).

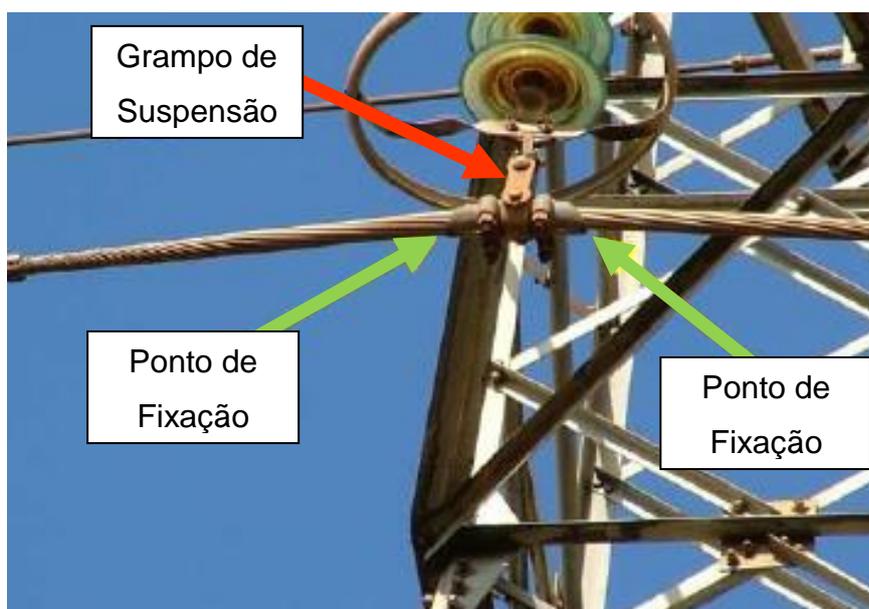


Figura 2.14 - Pontos de fixação de um cabo condutor.

Fonte: HENRIQUES (2006)

Nestes pontos de fixação, formam-se pontos fixos de flexão (Figura 2.15) que, associados às forças de atrito, causam a abrasão nos contatos entre fios e entre o cabo e o grampo de suspensão. O resultado são danos cumulativos

que geram trincas nas superfícies de contato, o que pode levar à ruptura dos fios (Figura 2.16) e por consequência, do condutor (HENRIQUES, 2006).

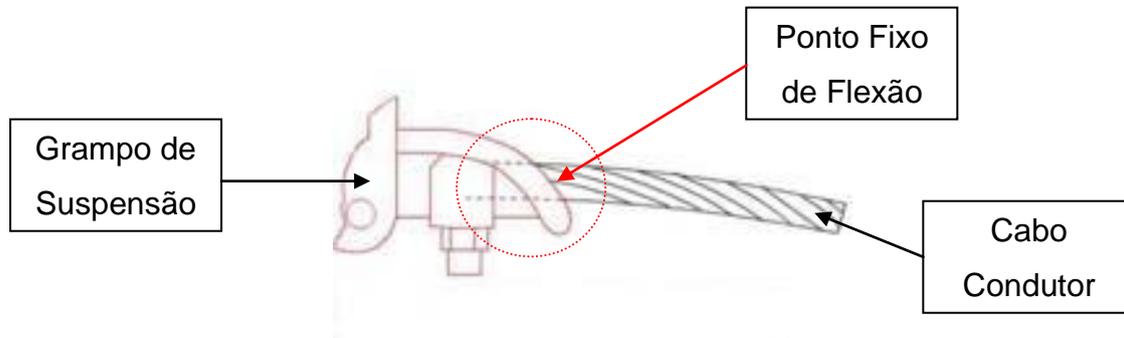


Figura 2.15 - Esquema da ancoragem ou suspensão do cabo condutor.
Fonte: O AUTOR

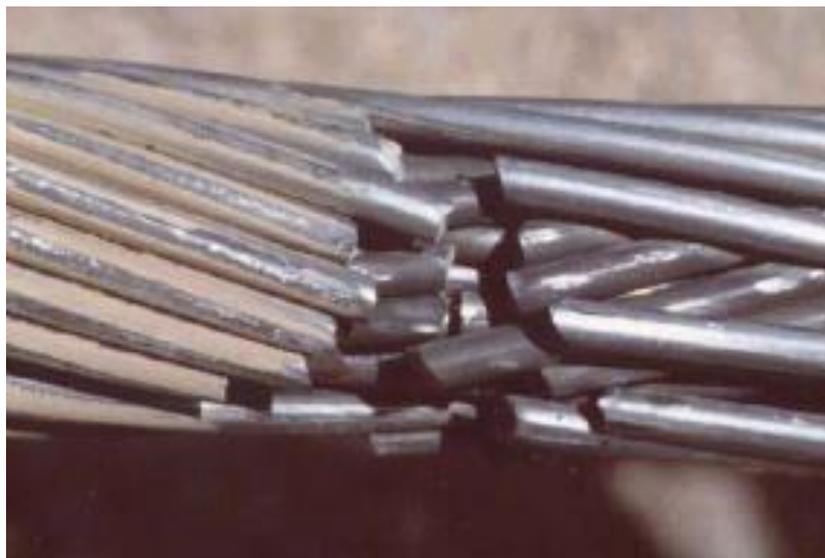


Figura 2.16 - Ruptura dos fios do cabo devido a fadiga por flexão e por abrasão (*fretting*).
Fonte: HENRIQUES (2006)

Portanto, para minimizar os efeitos danosos das vibrações eólicas nos cabos condutores e, conseqüentemente, aumentar a vida útil dos mesmos, pode-se empregar dispositivos absorvedores dinâmicos de vibrações (LABEGALINI et al, 1992).

A diminuição das vibrações, além de reduzir os níveis de esforços dinâmicos nos condutores, também proporciona a redução de energia transmitida para a estrutura e em vãos adjacentes (LABEGALINI et al, 1992).

2.4 Absorvedores Dinâmicos de Vibrações

2.4.1 Aspectos Gerais

Sistemas mecânicos, submetidos a forças dinâmicas, podem estar sujeitos a vibrações indesejáveis, especialmente quando próximas da frequência de ressonância (VANNUTELLI, 2013).

Diante da necessidade de suprimir essas vibrações, soluções como alterar a massa ou a rigidez do sistema, com o intuito de afastar a frequência natural da frequência de excitação, podem ser medidas não praticas (VANNUTELLI, 2013).

Uma das soluções é reduzir as amplitudes de vibrações em determinadas faixas de frequências através do emprego de dispositivos denominados de absorvedores dinâmicos de vibrações ou amortecedores de vibrações (OLIVEIRA, 2011).

Existe uma grande variedade de amortecedores para cabos condutores de alta tensão como: amortecedores tipo ponte ou Bretelle, festão, braço oscilante, Helgra, Bouche, torcionais, linear e do tipo stockbridge (LABEGALINI et al, 1992).

Estes dispositivos são posicionados próximos aos locais onde são ancorados os cabos, pontos em que acontecem os danos provocados pelas vibrações eólicas (SILVA JR, 2011).

2.4.2 Teoria dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações

Um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV) possui parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento, constituindo um sistema mecânico secundário. Este sistema, quando conectado a um sistema mecânico primário submetido a uma força externa, é capaz de absorver a energia de vibração no ponto de conexão e promover uma redução dos níveis de amplitude do sistema primário (OLIVEIRA, 2011).

Isto ocorre porque os absorvedores dinâmicos de vibrações são projetados de modo que as frequências naturais do sistema resultante fiquem longe da frequência de excitação (RAO, 2008).

Diante disso, soluções como alterar a massa ou a rigidez do sistema, com o intuito de afastar a frequência natural do sistema da frequência de excitação, podem ser medidas não práticas. Por isso, uma solução alternativa é o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações (VANNUTELLI, 2013).

Para melhor compreensão será detalhada a teoria que explica o funcionamento dos absorvedores dinâmicos de vibração sem e com amortecimento viscoso.

2.4.2.1 Absorvedor Dinâmico sem Amortecimento

Considere um sistema primário de massa-mola (m_1, k_1) , indicado na Figura 2.17, como sendo um cabo condutor. Este sistema de um grau de liberdade e sem amortecimento é submetido a uma excitação harmônica de frequência ω e amplitude F_1 , definida pela expressão:

$$F(t) = F_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.20)$$

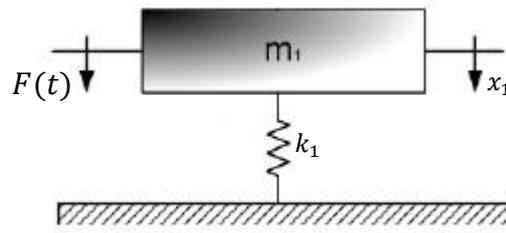


Figura 2.17 – Sistema massa-mola primário.
Fonte: BARROS (2009)

O objetivo principal é eliminar as oscilações do cabo condutor quando estas se encontrarem em um estado de ressonância, no qual, é a condição mais crítica de esforço mecânico sobre o cabo, devido às elevadas amplitudes.

Na condição de ressonância, a frequência de excitação é igual à frequência natural do cabo:

$$\omega = \omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} \quad (2.21)$$

Dessa forma, com o intuito de atenuar as amplitudes de vibrações do cabo na condição de ressonância, acopla-se um sistema massa-mola (m_2, k_2) secundário de um grau de liberdade, indicado na Figura 2.18.

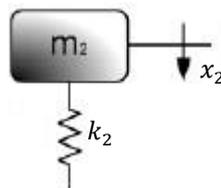


Figura 2.18 - Sistema massa-mola secundário.
Fonte: BARROS (2009)

Este sistema secundário nada mais é que um absorvedor dinâmico de vibrações não amortecido, o qual absorve energia de vibração do sistema primário e exerce nele uma força em fase oposta reduzindo as vibrações (OLIVEIRA, 2011).

A Figura 2.19 apresenta o conjunto resultante da composição dos sistemas primário e secundário, com dois graus de liberdade.

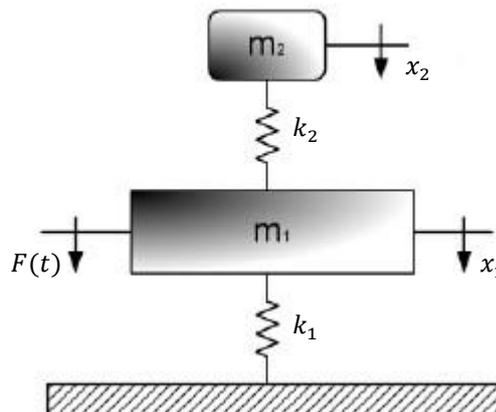


Figura 2.19 - Sistemas primário e secundário acoplados.

Fonte: BARROS (2009)

As equações dinâmicas que representam o sistema resultante da Figura 2.19 são:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 = F_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.22)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + k_2 x_2 = 0 \quad (2.23)$$

Supondo uma solução harmônica (RAO, 2008):

$$x_1(t) = X_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.24)$$

$$x_2(t) = X_2 \text{sen}(\omega t) \quad (2.25)$$

Substituindo as equações (2.24), (2.25) e suas respectivas derivadas nas equações (2.22) e (2.23), obtêm-se as amplitudes X_1 e X_2 das massas m_1 e m_2 respectivamente:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2)F_1}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.26)$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_1}{(k_1 + k_2 - \omega^2 m_1)(k_2 - m_2\omega^2) - k_2^2} \quad (2.27)$$

Considere as seguintes notações (RAO, 2008):

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} : \text{Frequência natural do absorvedor dinâmico;}$$

$$x_{est} = \frac{F_1}{k_1} : \text{Deflexão estática do sistema primário;}$$

$$m_r = \frac{m_2}{m_1} : \text{Razão entre as massas do absorvedor dinâmico e do sistema primário.}$$

Dividindo as equações (2.26) e (2.27) pelo produto $k_1 k_2$ e substituindo as notações definidas anteriormente, as equações de amplitude podem ser reescritas como:

$$X_1 = \frac{[1 - (\frac{\omega}{\omega_2})^2]x_{est}}{\left[1 + m_r \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - m_r \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2} \quad (2.28)$$

$$X_2 = \frac{x_{est}}{\left[1 + m_r \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - m_r \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2} \quad (2.29)$$

Para que a amplitude de resposta X_1 do cabo se anule na condição de ressonância, é necessário que o numerador da equação (2.28) seja igual a zero (RAO, 2008). Dessa forma tem-se que:

$$1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \omega_2 = \omega \quad (2.30)$$

Portanto, é preciso que o absorvedor dinâmico de vibrações seja projetado para operar na frequência de excitação, ou seja, uma vez definidos os parâmetros (m_2, k_2) de modo que $\omega = \sqrt{k_2/m_2}$, a resposta da massa m_1 terá amplitude nula para esta frequência de excitação (BARROS, 2009).

A partir disso, com as equações (2.21) e (2.30) tem-se que:

$$\omega = \omega_1 = \omega_2 \Rightarrow \frac{k_1}{m_1} = \frac{k_2}{m_2} \quad (2.31)$$

Para melhor compreensão do comportamento dinâmico dos sistemas primário e secundário acoplados, utiliza-se a relação conhecida como Função Resposta em Frequência (FRF). Segundo Soeiro (2008), a FRF descreve a relação entre resposta em termos de deslocamento e força de excitação aplicada em um sistema, definida como:

$$G_i(\omega) = \frac{X_i}{F_1} \quad (2.32)$$

Aplicando (2.32) nas equações (2.28) e (2.29), obtêm-se as FRFs do cabo e do absorvedor respectivamente:

$$G_1(\omega) = \frac{X_1}{F_1} = \frac{1}{k_1} \frac{[1 - (\frac{\omega}{\omega_2})^2]}{[1 + m_r (\frac{\omega_2}{\omega_1})^2 - (\frac{\omega}{\omega_1})^2][1 - (\frac{\omega}{\omega_2})^2] - m_r (\frac{\omega_2}{\omega_1})^2} \quad (2.33)$$

$$G_2(\omega) = \frac{X_2}{F_1} = \frac{1}{k_1} \frac{1}{[1 + m_r (\frac{\omega_2}{\omega_1})^2 - (\frac{\omega}{\omega_1})^2][1 - (\frac{\omega}{\omega_2})^2] - m_r (\frac{\omega_2}{\omega_1})^2} \quad (2.34)$$

Considerando os dados da Tabela 2.2, a Figura 2.20 mostra as FRFs do cabo sem absorvedor, obtida a partir da equação (2.22) para $k_2 = 0$, e com absorvedor, relativa à equação (2.33), para diferentes valores de ω/ω_1 .

Tabela 2.2 - Parâmetros do sistema.

Parâmetros	Sistema Primário (cabo)	Sistema Secundário (absorvedor)
Massa (kg)	100	10
Rigidez (N/m)	10	1

Fonte: OLIVEIRA (2011)

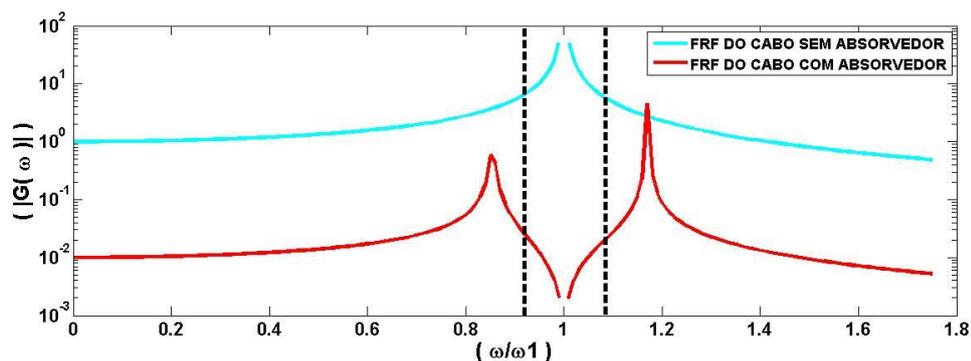


Figura 2.20 - Amplitude do sistema primário com relação a variação das frequências de excitação.

Fonte: O AUTOR

Observa-se na Figura 2.20 que na condição de ressonância, quando $\frac{\omega}{\omega_1} = 1$, a amplitude tende ao infinito para o cabo sem absorvedor. Ao introduzir

o ADV, a amplitude de ressonância é anulada, surgindo duas novas frequências naturais no sistema, porém de menores amplitudes. Com isso, o intervalo delimitado pelas linhas pontilhadas da Figura 2.20 representa a banda de frequência, no qual o absorvedor será mais eficiente, o que não anula as amplitudes, mas reduzem para níveis satisfatórios (OLIVEIRA, 2011).

A Figura 2.21 apresenta o comparativo das FRFs do cabo (equação (2.33)) e do absorvedor (equação (2.34)) acoplados, mostrando a eficiência do absorvedor na redução da amplitude próximo da condição de ressonância.

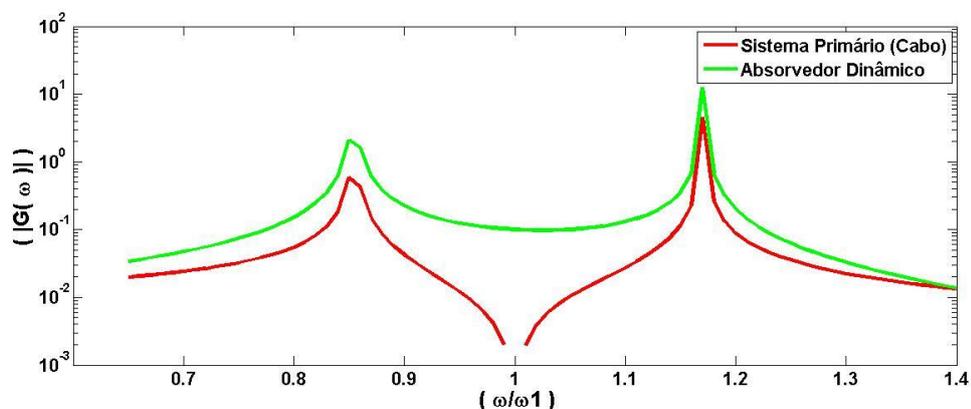


Figura 2.21 - Amplitudes do sistema primário e do absorvedor em relação a variação das frequências de excitação.

Fonte: O AUTOR

2.4.2.2 Absorvedor Dinâmico com Amortecimento Viscoso

O absorvedor dinâmico amortecido atua semelhante ao não amortecido. No entanto, a energia absorvida é dissipada por amortecimento viscoso, o que promove uma maior redução das amplitudes, especialmente, nas condições de ressonância (OLIVEIRA, 2011).

O absorvedor descrito na seção anterior elimina o pico de ressonância original, mas introduz dois novos picos. Dessa forma, o cabo fica submetido a grandes amplitudes quando a frequência de excitação varia através destes

picos. Estas amplitudes podem ser reduzidas com a adição de um absorvedor amortecido (RAO, 2008).

Considere o mesmo sistema primário de massa-mola (m_1, k_1), indicado na Figura 2.17, como sendo um cabo condutor. Este sistema de um grau de liberdade e sem amortecimento é submetido a mesma excitação harmônica de frequência ω e amplitude F_1 , definida pela equação (2.20).

Para reduzir as amplitudes de vibrações do sistema primário, conecta-se um sistema massa-mola-amortecedor (m_2, k_2, c) secundário de um grau de liberdade, o qual representa um absorvedor dinâmico de vibrações com amortecimento viscoso.

A Figura 2.22 apresenta o conjunto resultante da composição dos sistemas primário e secundário, com dois graus de liberdade.

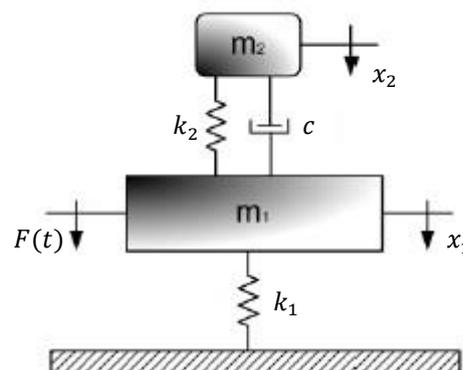


Figura 2.22 - Sistemas primário e secundário acoplados.
Fonte: BARROS (2009)

As equações dinâmicas que representam o sistema resultante da Figura 2.22 são:

$$m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 + c(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.35)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 \quad (2.36)$$

Supondo uma solução harmônica (RAO, 2008):

$$x_1(t) = X_1 e^{i\omega t} \quad (2.37)$$

$$x_2(t) = X_2 e^{i\omega t} \quad (2.38)$$

Substituindo as equações (2.37), (2.38) e suas respectivas derivadas nas equações (2.35) e (2.36), obtêm-se as amplitudes X_1 e X_2 das massas m_1 e m_2 , respectivamente:

$$X_1 = \frac{(k_2 - m_2\omega^2 + i\omega c)F_1}{[(k_1 - \omega^2 m_1)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2 k_2 \omega^2] + i\omega c(k_1 - \omega^2 m_1 - m_2\omega^2)} \quad (2.39)$$

$$X_2 = \frac{X_1(k_2 + i\omega c)}{k_2 - \omega^2 m_2 + i\omega c} \quad (2.40)$$

Considere as seguintes notações (RAO, 2008):

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} : \text{Frequência natural do sistema primário;}$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}} : \text{Frequência natural do absorvedor dinâmico;}$$

$$x_{est} = \frac{F_1}{k_1} : \text{Deflexão estática do sistema primário;}$$

$$m_r = \frac{m_2}{m_1} : \text{Razão entre as massas do absorvedor dinâmico e do sistema primário;}$$

$$f = \frac{\omega_2}{\omega_1} : \text{Razão de frequências naturais;}$$

$$g = \frac{\omega}{\omega_1} : \text{Razão entre a frequência de excitação e a natural do sistema primário;}$$

$$c_c = 2m_2\omega_1 : \text{Constante de amortecimento crítico;}$$

$\zeta = \frac{c}{c_c}$: Fator de amortecimento.

Utilizando as notações anteriormente definidas, as amplitudes X_1 e X_2 podem ser reescritas como:

$$\frac{X_1}{x_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + m_r g^2)^2 + [m_r f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.41)$$

$$\frac{X_2}{x_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + m_r g^2)^2 + [m_r f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.42)$$

Aplicando a equação (2.32) nas equações (2.41) e (2.42) obtêm-se as FRFs do cabo e do absorvedor respectivamente:

$$G_1(\omega) = \frac{X_1}{F_1} = \frac{1}{k_1} \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + m_r g^2)^2 + [m_r f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.43)$$

$$G_2(\omega) = \frac{X_2}{F_1} = \frac{1}{k_1} \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + m_r g^2)^2 + [m_r f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)]^2} \right]^{1/2} \quad (2.44)$$

Considerando os dados da Tabela 2.2, as Figuras 2.23 e 2.24 apresentam, respectivamente, as FRFs do cabo condutor (equação (2.43)) e do absorvedor (equação (2.44)) para diferentes fatores de amortecimento e valores de ω/ω_1 .

Observa-se na Figura 2.23 e 2.24 que se o amortecimento for zero ($c = \zeta = 0$), a ressonância ocorre nas duas frequências de ressonância não amortecidas do sistema. Quando o amortecimento é elevado ($\zeta = 10$), as duas massas m_1 e m_2 ficam virtualmente presas uma à outra e o sistema comporta-se como um sistema de um grau de liberdade, com massa ($m_1 + m_2$) e com amplitude de deslocamento infinita no ponto de ressonância. Valores

intermediários de ζ produzem FRFs que podem corresponder a sistemas de um ou dois graus de liberdade.

Segundo Rao (2008), o pico de X_1 é infinito para ($\zeta = 0$), bem como para ($\zeta = \infty$). Em algum lugar entre esses limites, o pico de X_1 será um mínimo. O mesmo acontece para X_2 .

Além disso, em comparação com os ADVs sem amortecimento, é perceptível nas Figuras 2.23 e 2.24 que a introdução do amortecimento no sistema absorvedor proporciona uma diminuição nas amplitudes de deslocamento para uma banda de frequências mais larga em torno de $\frac{\omega}{\omega_1} = 1$. Por isso, de acordo com Oliveira (2011), para que esta diminuição ocorra da forma mais eficiente possível, são necessários cálculos de otimização de alguns valores como ζ , m_r , g e f .

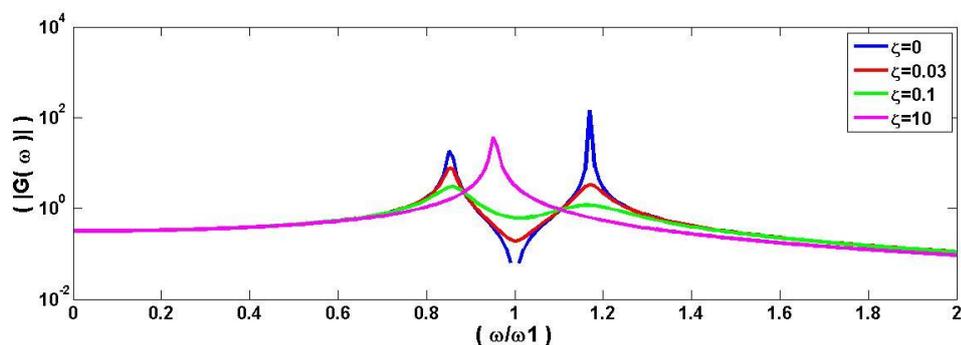


Figura 2.23 - FRF do cabo condutor.

Fonte: O AUTOR

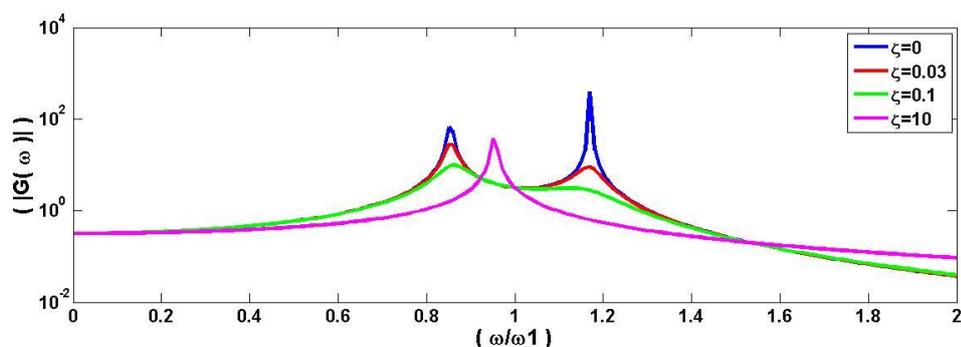


Figura 2.24 - FRF do absorvedor.

Fonte: O AUTOR

2.4.3 Mecanismos de Amortecimento

O amortecimento é um fenômeno físico difícil de ser modelado devido a diversidade e complexidade dos mecanismos de dissipação de energia (ASEKA, 2008).

Segundo Aseka (2008), um modelo matemático que represente bem os efeitos de dissipação de energia não é tão elementar, haja vista que os parâmetros que medem o amortecimento não podem ser aferidos diretamente, mas as respostas das estruturas às cargas sim. Tais respostas dependem da massa que introduz inércia, da rigidez que permite armazenar energia e de um conjunto de fatores (geometria, solda, rebite, apoios, ambiente, entre outros) que causam dissipação de energia.

Por isso, na tentativa de representar a dissipação de energia e, ao mesmo tempo, facilitar a resolução das equações de movimento, costuma-se considerar o amortecimento viscoso na modelagem matemática de sistemas vibratórios reais (SOEIRO, 2008).

2.4.3.1 Modelo de Amortecimento Viscoso

Do ponto de vista prático, o amortecimento viscoso é a forma mais simples de amortecimento, visto que resulta em equações de movimento lineares (RAO, 2008).

Como exemplo, considere o sistema vibratório da Figura 2.25. A curva carga harmônica versus deslocamento dinâmico exibe uma elipse (Figura 2.26) que representa o mecanismo de dissipação de energia (SOEIRO, 2008).

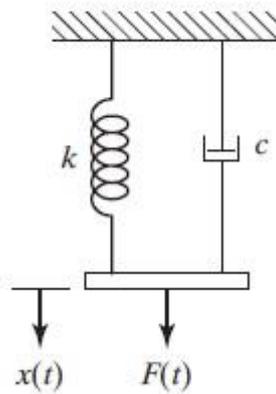


Figura 2.25 - Sistema vibratório.
Fonte: RAO (2008)

A energia dissipada por ciclo de oscilação é dada pela área da elipse da Figura 2.26, de acordo com a equação (SOEIRO, 2008):

$$\Delta W = \int_0^{2\pi/\omega} F dx = \pi \omega c X^2 \quad (2.45)$$

Sendo c a constante de amortecimento viscoso, ω a frequência da vibração e X a amplitude do movimento.

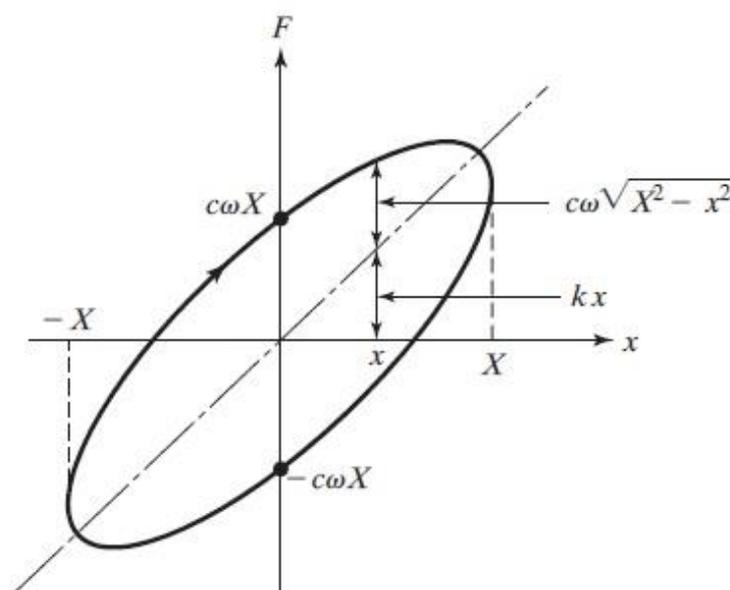


Figura 2.26 – Gráfico força versus deslocamento do sistema vibratório.
Fonte: RAO (2008)

Pela equação (2.45), a energia de dissipação é proporcional à frequência. Entretanto, de acordo com Soeiro (2008), quando uma estrutura real é colocada em movimento harmônico, constata-se que a energia dissipada depende de alguma forma da frequência, mas não de maneira proporcional.

Segundo Floody (2010), os mecanismos de amortecimento de uma estrutura real, além de serem muitos e complexos, em nada se assemelham ao comportamento viscoso.

Por isso, o melhor que se pode fazer é modificar o modelo viscoso, gerando modelos de simples manipulação matemática e condizentes com outros mecanismos de dissipação como, por exemplo, o histerético (SOEIRO, 2008).

2.4.3.2 Modelo de Amortecimento Histerético

O amortecimento causado pelo atrito entre os planos internos que escorregam ou deslizam à medida que o material se deforma é denominado histerético. Tal amortecimento gera um laço de histerese na curva tensão-deformação (Figura 2.27) ou força-deslocamento, no qual os caminhos percorridos pelo carregamento e descarregamento são diferentes (RAO, 2008).



Figura 2.27 - Laço de histerese na curva tensão-deformação.

Fonte: RAO (2008)

Experimentalmente, foi observada que a energia perdida em um ciclo de movimento, devido ao amortecimento histerético, é proporcional a rigidez e ao quadrado da amplitude, na forma (INMAN, 2008):

$$\Delta W = \pi\eta kX^2 \quad (2.46)$$

Sendo k a rigidez, X a amplitude de vibração e η é o fator de perda devido ao amortecimento histerético (INMAN, 2008).

Considerando a similaridade entre as Figuras 2.26 e 2.27 e que as suas respectivas áreas internas são representativas da energia dissipada por ciclo de movimento, pode-se chegar a uma constante de amortecimento equivalente, a qual leva em conta o amortecimento histerético. Para isso, as equações (2.45) e (2.46) são igualadas (INMAN, 2008):

$$\begin{aligned} \pi\omega cX^2 &= \pi\eta kX^2 \\ c &= c_{eq} = \frac{\eta}{\omega} k \end{aligned} \quad (2.47)$$

Segundo Soeiro (2008), a dependência de η com a frequência é, em geral, estabelecida experimentalmente.

Como exemplo, considere novamente o sistema da Figura 2.25 supondo, dessa vez, amortecimento histerético. Neste sistema, o modelo de amortecimento por histerese é considerado a partir da modificação do amortecimento viscoso com base na equação (2.47).

Se o movimento for do tipo harmônico na forma $x = Xe^{i\omega t}$, a força será dada por:

$$\begin{aligned} F(t) &= kXe^{i\omega t} + c\omega iXe^{i\omega t} \\ F(t) &= (k + c\omega i)x \end{aligned} \quad (2.48)$$

Combinando a equação (2.47) com (2.48), obtêm-se:

$$F(t) = \left(k + \frac{\eta}{\omega} k \omega i\right) x$$

$$F(t) = k(1 + \eta i)x \quad (2.49)$$

2.4.3.2.1 Fator de Perda

O fator de perda, denotado por η , é a fração da energia total do sistema vibratório que é dissipada em cada ciclo de movimento, sendo útil para comparar a capacidade de amortecimento de materiais de engenharia (RAO, 2008).

$$\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W} \quad (2.50)$$

A energia total do sistema W pode ser expressa como a máxima energia potencial ou como a máxima energia cinética (RAO, 2008). Considerando a máxima energia potencial, tem-se que:

$$W = \frac{1}{2} k X^2 \quad (2.51)$$

Substituindo as equações (2.45) e (2.51) em (2.50), resulta em:

$$\eta = \frac{\pi \omega c_{eq} X^2}{2\pi \frac{1}{2} k X^2} \quad (2.52)$$

$$\eta = \frac{\omega c_{eq}}{k}$$

$$\frac{\eta}{\omega} = \frac{c_{eq}}{k} \quad (2.53)$$

Rearranjando a equação (2.53), obtêm-se a mesma equação da (2.47):

$$c_{eq} = \frac{\eta}{\omega} k \quad (2.54)$$

2.4.3.2.2 Rigidez Complexa

Na equação (2.49), o parâmetro $k(1 + \eta i)$ é denominado de rigidez complexa do sistema (RAO, 2008):

$$k^* = k(1 + \eta i) \quad (2.55)$$

A parte real k da equação (2.55) representa a rigidez do sistema e está associada ao armazenamento de energia e a parte imaginária ηk é uma medida da dissipação interna do sistema (BRATTI, 2011).

2.4.4 Absorvedores Dinâmicos do tipo Stockbridge

2.4.4.1 Características Gerais

Desenvolvido em 1925 por George H. Stockbridge, o dispositivo stockbridge (Figura 2.28) é constituído por duas massas inerciais presas por um cabo flexível, denominado de cabo mensageiro, o qual se encontra acoplado a um grampo para fixação no cabo condutor. (LABEGALINI et al, 1992).

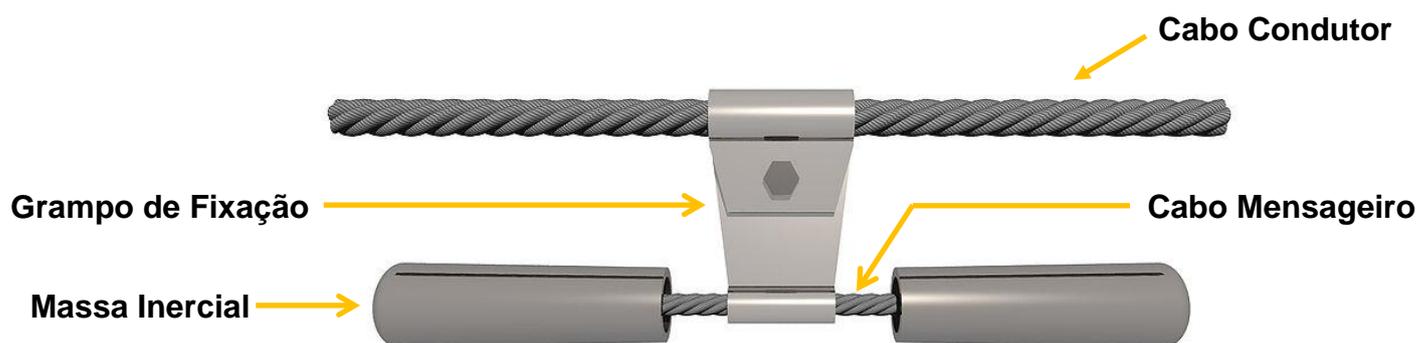


Figura 2.28 - Absorvedor stockbridge.
Fonte: MELO (2011)

As massas e o cabo mensageiro, geralmente, são feitos de aço galvanizado (MELO, 2011). Sendo que o cabo mensageiro é formado por uma alma maciça de aço envolto por fios de aço, como mostra a Figura 2.29.

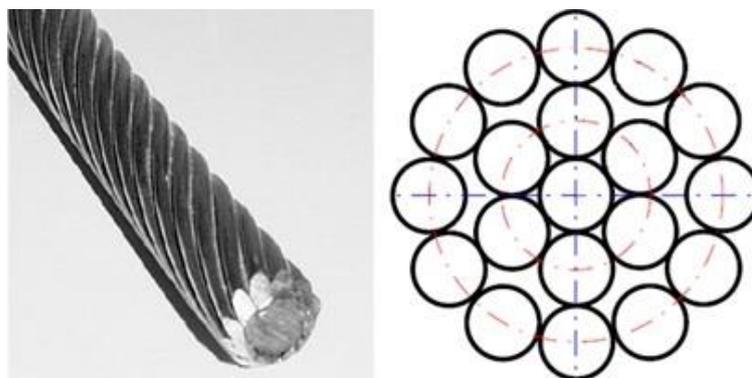


Figura 2.29 - Cabo mensageiro.
Fonte: KASAP (2012)

O stockbridge é um dispositivo comumente empregado no controle de vibrações provocadas pelo vento em linhas aéreas de transmissão de energia elétrica (SILVA, 2006). A Figura 2.30 ilustra o emprego do absorvedor em uma linha de transmissão elétrica.

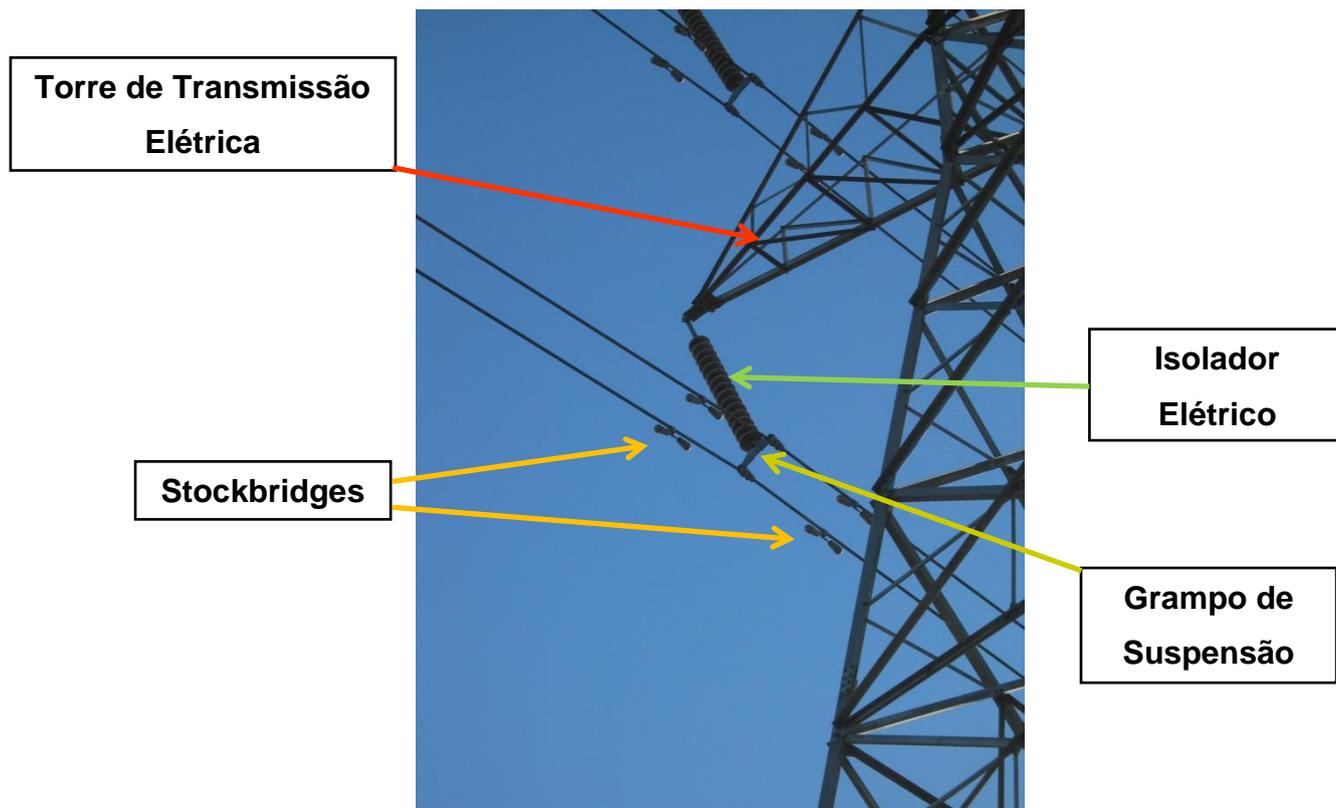


Figura 2.30 - Emprego do stockbridge em linhas de transmissão elétrica.
 Fonte: VANNUTELLI (2013)

Nesse tipo de amortecedor, a energia mecânica do cabo condutor é dissipada nos fios do cabo mensageiro (SOUZA JR, 2010). Basicamente, os mecanismos de amortecimento são o atrito de Coulomb entre os fios da cordoalha e o atrito interno (amortecimento histerético) gerado pela deformação à flexão (LABEGALINI et al, 1992).

Dentre as suas vantagens destacam-se a de simples construção, de baixo custo, fácil de fabricar, livre de manutenção, ação independente da temperatura e eficiência na redução de vibrações no ponto de fixação e na região entre as suas frequências de ressonância (LABEGALINI et al, 1992). Contudo, sua eficiência é limitada devido a sua estreita banda de frequência de ação (OLIVEIRA, 2011).

2.4.4.2 Princípio de Funcionamento

Os cabos condutores das linhas aéreas de transmissão de eletricidade estão sujeitos às intempéries do meio, sendo o vento um deles.

Em função da oscilação da velocidade do vento (V_v), tem-se uma variação na frequência de formação de vórtices f_s (equação (2.18)). A partir dela, os cabos condutores são excitados com frequência $\omega_s = 2\pi f_s$ e, conseqüentemente, deslocados através da força de elevação F_e da equação (2.19) (LABEGALINI et al, 1992):

$$F_e(t) = \frac{1}{2} c \rho V^2 A \text{sen}(\omega t)$$

$$F_e(t) = \frac{1}{2} c \rho V^2 A \text{sen}(2\pi f_s t) \quad (2.56)$$

Quando a frequência de excitação alcança a frequência natural do cabo condutor, este entra em ressonância. Nesta condição ou quando a frequência de excitação está próxima da ressonância, as amplitudes de deslocamentos são elevadas e, portanto, as mais críticas. Estas amplitudes podem causar, em longo prazo, rupturas (Figura 2.16) devido à fadiga por flexão e por abrasão (*fretting*) nos pontos de ancoragem da linha de transmissão (SILVA, 2006).

Para minimizar os danos causados pelas vibrações eólicas, costuma-se empregar amortecedores do tipo stockbridge, cujo efeito é o de reduzir a amplitude de vibração (LABEGALINI et al, 1992).

A Figura 2.31 mostra um modelo físico simplificado do conjunto cabo condutor e amortecedor stockbridge.

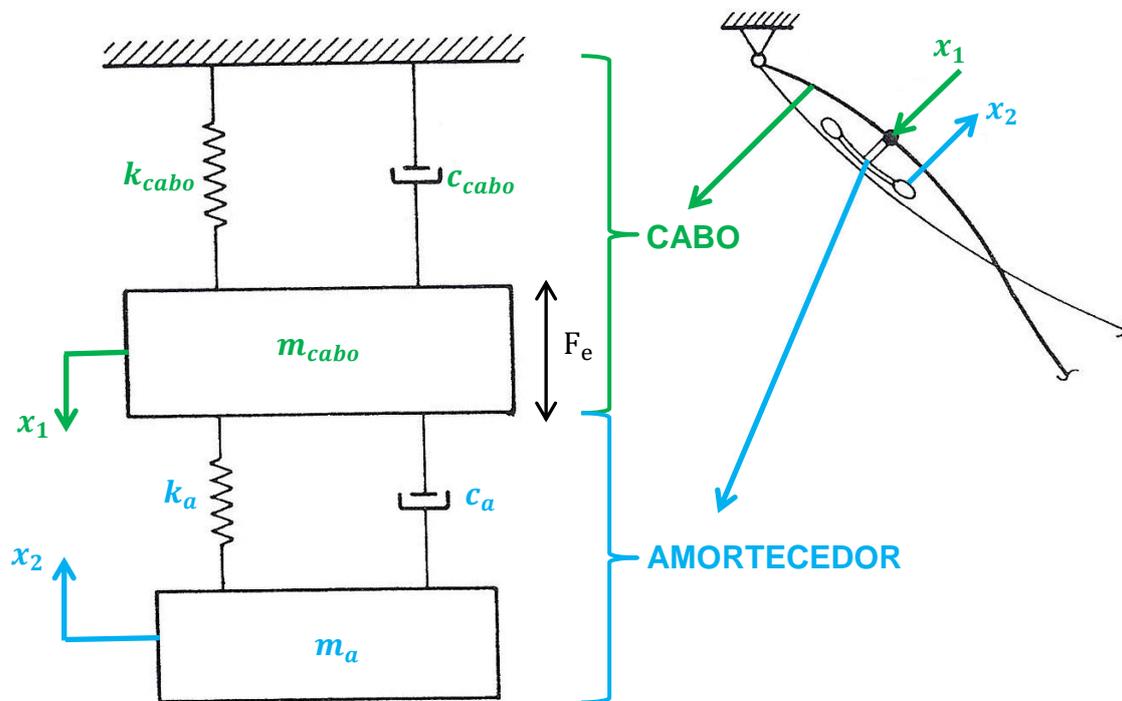


Figura 2.31 - Modelo físico do conjunto cabo e amortecedor.
Fonte: LABEGALINI *et al*, (1992)

Sendo:

k_{cabo} : Constante de rigidez do cabo;

c_{cabo} : Constante de amortecimento viscoso do cabo;

m_{cabo} : Massa do cabo;

k_a : Constante de rigidez do amortecedor;

c_a : Constante de amortecimento viscoso do amortecedor;

m_a : Massa do amortecedor;

x_1 : Deslocamento do cabo;

x_2 : Deslocamento do amortecedor.

Dessa forma, a força de elevação F_e (equação (2.56)), com frequência de excitação $\omega_s = 2\pi f_s$, promove deslocamentos no cabo condutor e, conseqüentemente, no amortecedor acoplado.

Para melhor visualizar os movimentos realizados pelo stockbridge, considere a Figura 2.32 na qual são observadas três fases de um ciclo em seqüência (LABEGALINI et al, 1992).

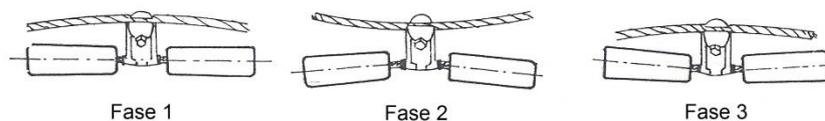


Figura 2.32 - Fases dos movimentos do stockbridge.
Fonte: LABEGALINI *et al*, (1992)

Na primeira fase, o condutor é flexionado para baixo, porém o amortecedor mantém sua posição devido à inércia. Na segunda fase, o condutor é flexionado para cima e o absorvedor, sendo vencido pela inércia estática e adquirindo energia cinética, movimenta-se para baixo. Na terceira fase, o condutor retorna à posição negativa, porém o amortecedor, devido à energia cinética obtida do condutor, é flexionado para cima. Isso mostra que para esse tipo de absorvedor o funcionamento é realizado em antifase em relação ao condutor (LABEGALINI et al, 1992).

Os deslocamentos do ponto de fixação do cabo e do amortecedor geram respostas em frequências, como mostram as Figuras 2.33 e 2.34.

Figura 2.33 - Resposta em frequência do cabo.
 Fonte: LABEGALINI *et al*, (1992)

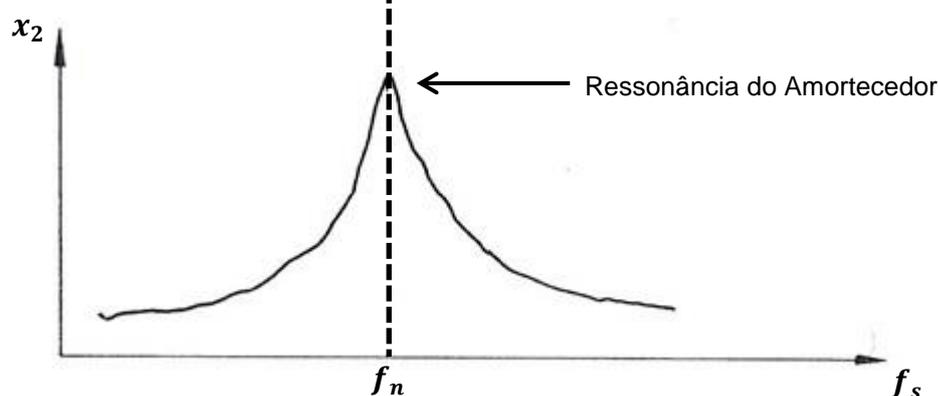
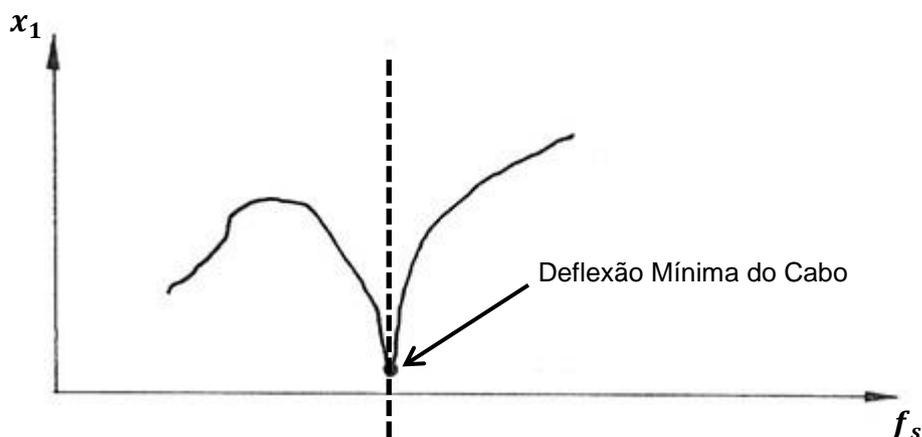


Figura 2.34 - Resposta em frequência do amortecedor.
 Fonte: LABEGALINI *et al*, (1992)

No ponto de fixação do absorvedor, a deflexão do cabo condutor é mínima quando a deflexão do cabo mensageiro é máxima (Figuras 2.33 e 2.34). Isso ocorre porque o amortecedor stockbridge é projetado para que a sua frequência natural (f_n) seja igual a frequência de ressonância. Dessa forma, na condição de ressonância, o cabo condutor e o stockbridge têm amplitudes máximas, mas com sentidos de deslocamento opostos. Isso promove a redução das amplitudes de vibração e, conseqüentemente, minimiza os danos causados pelas vibrações eólicas no cabo condutor.

O acoplamento do stockbridge ao cabo condutor cria duas novas frequências naturais no sistema. O intervalo entre estas frequências

corresponde a faixa de operação na qual o amortecedor stockbridge é eficiente, pois é dentro desta faixa que as amplitudes do cabo são reduzidas.

Segundo Labegalini et al (1992), a faixa de operação do stockbridge pode variar entre 70% à 130% da frequência natural do cabo condutor, como mostra a Figura 2.35.

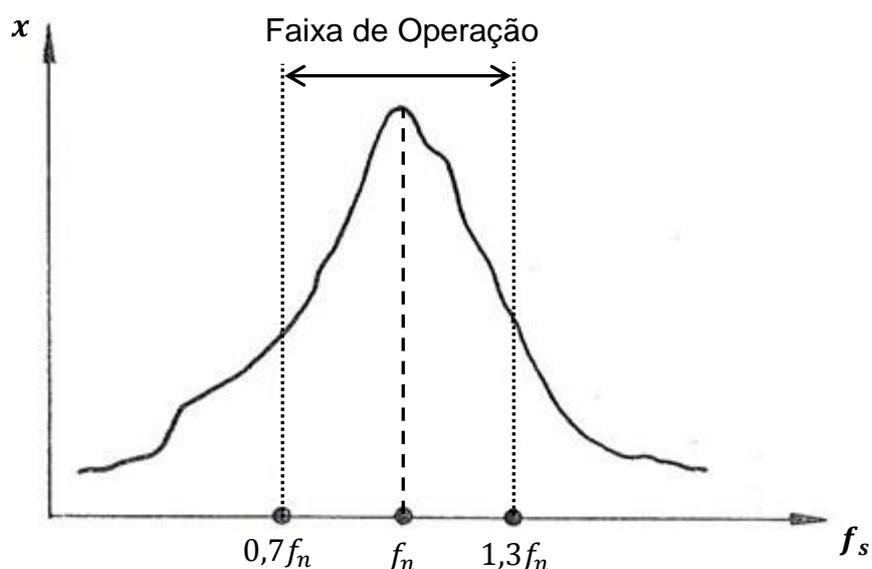


Figura 2.35 – Resposta em frequência de um amortecedor stockbridge e sua faixa de operação.

Fonte: LABEGALINI *et al*, (1992)

A eficiência do stockbridge diminui rapidamente fora desta faixa de operação (LABEGALINI et al, 1992). Isso implica na necessidade do conhecimento prévio das características dinâmicas do absorvedor como frequências naturais, amortecimento e rigidez à flexão. Estes parâmetros são fundamentais na construção de absorvedores stockbridges compatíveis com o projeto de linhas de transmissão (SILVA NETO; ESPÍNDOLA, 1999).

Tais características podem ser obtidas através do ensaio isolado do amortecedor stockbridge (ARRUDA, 1975).

2.4.4.3 Ensaio Isolado do Absorvedor

O desempenho dinâmico do absorvedor stockbridge pode ser analisado experimentalmente por meio de uma excitação similar as vibrações presentes nas linhas de transmissão. A condição crítica ocorre quando a frequência de excitação alcança uma das frequências naturais do amortecedor (LÓPEZ; VENEGAS, 2001). A Figura 2.36 ilustra o ensaio.

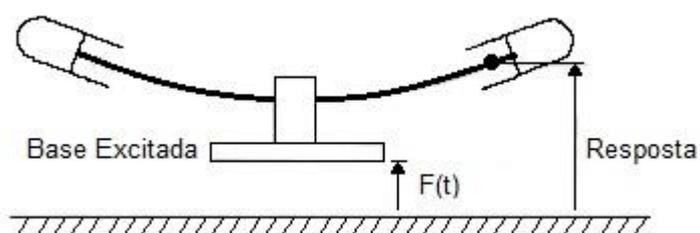


Figura 2.36 - Excitação do absorvedor stockbridge.
Fonte: LÓPEZ; VENEGAS (2001)

A excitação da base gera forças no dispositivo amortecedor. A Figura 2.37 mostra o diagrama de corpo livre do cabo mensageiro e da massa suspensa, com suas respectivas forças transversais P , P' e momentos M e M' (LÓPEZ; VENEGAS, 2001).

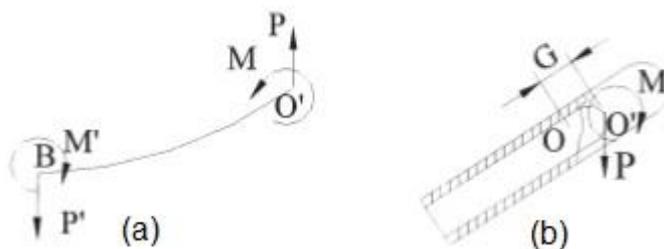


Figura 2.37 - Diagrama de corpo livre do cabo mensageiro (a) e da massa suspensa (b) do stockbridge.

Fonte: LÓPEZ; VENEGAS (2001)

Sendo:

B : Extremidade do cabo mensageiro ligado à base excitada;

O' : Extremidade do cabo mensageiro ligado à massa suspensa;

O : Centro de gravidade (CG) da massa suspensa;

G : Distância entre o CG e a extremidade O' .

Assumindo que os deslocamentos da base e da massa suspensa são pequenos, encontra-se a seguinte equação de movimento do absorvedor stockbridge da Figura 2.36 (LÓPEZ; VENEGAS, 2001):

$$[M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = \{F(t)\} \quad (2.57)$$

Sendo $[M]$, $[C]$ e $[K]$ as matrizes de inércia, amortecimento e rigidez, respectivamente. Além disso, $\{D\}$ e $\{F(t)\}$ são os vetores deslocamento e força de excitação harmônica, respectivamente.

O mecanismo de dissipação de energia predominante no cabo mensageiro é o amortecimento histerético (ARRUDA, 1975), o qual pode ser obtido pelo amortecimento viscoso equivalente (equação (2.54)). Para isso, segundo López e Venegas (2001), Labegalini *et al* (1992), Arruda (1975) e Diana *et al* (2003) cada componente da matriz amortecimento pode ser escrita como:

$$c_{ij} = \frac{\eta}{\omega} k_{ij} \quad (2.58)$$

Sendo η o fator de perda devido ao amortecimento histerético no cabo mensageiro, c_{ij} o elemento da matriz amortecimento, k_{ij} o elemento da matriz rigidez e ω a frequência de excitação.

Com a equação (2.58) e considerando $\{D\}$ harmônico, a equação de movimento do stockbridge (2.57) pode ser reescrita como (LÓPEZ; VENEGAS, 2001):

$$[M]\{\ddot{D}\} + (1 + \eta i)[K]\{D\} = \{F(t)\} \quad (2.59)$$

Na equação (2.59), pode-se constatar de forma análoga a equação (2.55), a rigidez complexa do sistema, definida na forma:

$$[K^*] = (1 + \eta i)[K] \quad (2.60)$$

Segundo Arruda (1975) e Rao (2008), a relação de proporcionalidade entre rigidez e o módulo de Young permite expressar a rigidez como:

$$[K] = EI_o[A] \quad (2.61)$$

$$[K^*] = EI[A] \quad (2.62)$$

Sendo EI a rigidez à flexão complexa, EI_o a rigidez à flexão e $[A]$ a matriz de elementos de rigidez constantes.

Substituindo as equações (2.61) e (2.62) em (2.60), chega-se a mesma equação da rigidez à flexão complexa utilizada por Vecchiarelli *et al* (2000):

$$[K^*] = (1 + \eta i)[K]$$

$$EI[A] = (1 + \eta i)EI_o[A]$$

$$EI = (1 + \eta i)EI_o \quad (2.63)$$

Substituindo a equação (2.63) em (2.62) resulta em:

$$[K^*] = EI[A]$$

$$[K^*] = (1 + \eta i)EI_o[A] \quad (2.64)$$

Finalmente, a substituição da equação (2.64) na equação de movimento do stockbridge (2.59) gera:

$$[M]\{\ddot{D}\} + [K^*]\{D\} = \{F(t)\}$$

$$[M]\{\ddot{D}\} + (1 + \eta i)EI_o[A]\{D\} = \{F(t)\} \quad (2.65)$$

2.4.4.4 Tipos de Stockbridges

Existem três tipos principais de amortecedores stockbridge: amortecedor simétrico, assimétrico e do tipo dogbone (MELO, 2011).

2.4.4.4.1 Stockbridge Simétrico

Dentre os tipos de amortecedores stockbridge, o simétrico (Figura 2.38) é o mais simples, pois é composto de massas inerciais idênticas e é preso pelo grampo na região central do cabo mensageiro. Este dispositivo possui duas frequências naturais de vibração (SILVA, 2006). A eficiência desse absorvedor é satisfatória quando a frequência de excitação encontra-se entre as suas frequências naturais (VANNUTELLI, 2013).



Figura 2.38 - Stockbridge do tipo simétrico.
Fonte: SILVA JR (2011)

2.4.4.4.2 Stockbridge Assimétrico

O stockbridge assimétrico (Figura 2.39) é composto por duas massas diferentes e seu cabo mensageiro é dividido pelo grampo de fixação de forma assimétrica (VANNUTELLI, 2013). Isso lhe confere quatro frequências naturais distintas de vibração, sendo duas frequências referentes à massa maior e as outras duas à menor. Com isso, torna-o mais vantajoso e eficiente em relação ao stockbridge simétrico devido a maior faixa de operação (MELO, 2011).



Figura 2.39 - Stockbridge do tipo assimétrico.
Fonte: MELO (2011)

2.4.4.4.3 Stockbridge Dogbone

O stockbridge do tipo dogbone (Figura 2.40) possui massas que estão fora do eixo axial do stockbridge. Isso lhe confere três modos de vibrar, sendo duas frequências naturais lineares e uma torcional, o que aumenta a dissipação de energia (MELO, 2011).



Figura 2.40 - Stockbridge do tipo dogbone.
Fonte: SILVA JR (2011)

2.4.4.5 Rigidez à Flexão e Fator de Perda do Absorvedor Stockbridge

Segundo Silva Neto e Espíndola (1999), rigidez à flexão EI_o e fator de perda (η) são parâmetros de difíceis avaliações quando se consideram seções complexas como, por exemplo, o cabo mensageiro de um absorvedor Stockbridge. Isso porque, a rigidez à flexão é calculada através de fórmulas empíricas, aproximadas e de difícil confirmação. Já o fator de perda, representa o amortecimento devido ao mecanismo histerético de dissipação de energia.

A importância de tais grandezas é fundamental no projeto das linhas de transmissão e na construção de neutralizadores do tipo stockbridge. Sendo, portanto, necessário conhecê-los (SILVA NETO; ESPÍNDOLA, 1999).

2.5 Ajuste de Modelos Numéricos usando FRFs

Ajuste de modelos são procedimentos utilizados para adequar os modelos numéricos ao comportamento físico real da estrutura modelada, baseando-se em dados experimentais. Embora estes dados contenham erros devido aos métodos práticos, é prática corrente na engenharia tomar estes valores como sendo corretos ou então utilizar fatores que introduzam na formulação teórica a incerteza em relação ao comportamento dinâmico da estrutura em estudo (CAMPOS, 2002).

Segundo Campos (2002), os métodos de ajustes de modelos, de acordo com a formulação matemática adotada, podem ser agrupados em diferentes categorias. Uma delas são os métodos iterativos.

Os métodos iterativos, assim como as outras técnicas de ajuste de modelos, têm como objetivo melhorar a correlação entre os dados medidos e os dados previstos no modelo analítico. A correlação é determinada por uma função objetivo a qual envolve dados modais (frequências e modos) ou FRFs. Para isso, emprega-se um processo iterativo, o qual pode trazer problemas de convergência. No entanto, estes métodos têm a vantagem de manterem o

significado físico das matrizes, uma vez que ajustam diretamente os parâmetros das matrizes (CAMPOS, 2002).

Um desses métodos é o Algoritmo Genético (AG), amplamente utilizado na otimização de variáveis de problemas que, geralmente, são complexos, de difícil representação e derivação. Além disso, o AG pode ser facilmente aplicado e manipulado pela ferramenta GA (*Genetic Algorithm*) *Toolbox* do *Matlab*.

2.5.1 Noções Básicas sobre Algoritmo Genético

De acordo com Tanomaru (1995), algoritmos genéticos são métodos computacionais de busca baseados nos mecanismos de evolução natural e na genética.

Pautado no conceito da seleção e evolução natural de Darwin, o AG foi primeiramente proposto por John Holland da Universidade de Michigan na metade da década de 1960. Os seus resultados foram publicados em 1975 e estendidos à otimização de funções por De Jong neste mesmo ano (SILVA, 2006).

O AG é formulado para procurar ótimos (máximos ou mínimos) globais em espaços descontínuos e multimodais sem a necessidade de iniciar o processo com um bom ponto inicial. Durante o processo de otimização, um conjunto de soluções, com a melhor forma física (*best fitness*), é escolhido para que “evolua” em direção da solução ótima do problema (SILVA, 2006).

Basicamente, o AG difere dos métodos tradicionais de busca e otimização em quatro aspectos (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007):

- Operação em uma população de pontos e não a partir de um ponto isolado (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007);
- Operação em um espaço de soluções codificadas e não no espaço de busca diretamente (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007);
- Necessidade da informação sobre o valor de uma função objetivo para cada membro da população e não requer derivadas ou

qualwuer outro tipo de conhecimento (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007);

- Utilização de transições probabilísticas e não regras determinísticas (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).

Segundo Pinho, Montevechi e Marins (2007), no AG, populações de indivíduos são criados e submetidos a operadores genéticos que, geralmente, consistem em seleção, cruzamento e mutação:

- Seleção: Usados para direcionar o processo para as melhores regiões do espaço de busca. O objetivo é selecionar indivíduos da população para a reprodução, dando preferência aos indivíduos mais adaptados ao ambiente (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).
- Cruzamento: Utilizado para propagar as características dos indivíduos mais aptos da população. A troca de informações entre eles origina novos indivíduos (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).
- Mutação: Pode ser empregado na restauração da diversidade genética que, eventualmente, foi perdida durante o processo evolutivo (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).

Além disso, o AG têm alguns parâmetros genéticos que podem ser escolhidos e configurados para melhorar seu desempenho, sendo que os principais são:

✓ Tamanho da População

É o número de indivíduos. Reeves (1995 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007) afirma que pequenas populações podem não cobrir o espaço de busca, enquanto que grandes populações podem exigir um grande esforço computacional para resolver o problema.

Segundo Tanomaru (1995), valores entre 50 e 200 indivíduos resolvem a maior parte dos problemas, mas populações maiores podem ser necessárias para problemas complexos.

De acordo com Mitchell (1996 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007), o melhor tamanho para população é entre 50 e 100 indivíduos.

✓ Número de Gerações

O número de gerações varia de acordo com a complexidade do problema e deve ser determinado experimentalmente. Como o AG resolve problemas de otimização, o ideal seria que o algoritmo terminasse no ponto ótimo encontrado. Contudo, não se pode afirmar com certeza que um dado ponto ótimo seja um ótimo global. Por isso, o número de gerações é usado como critério para o término do processamento do algoritmo (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).

✓ Taxa de Cruzamento

É a taxa que determina a ocorrência do cruzamento entre dois cromossomos. Para isso, gera-se um número aleatório no intervalo $[0,1]$ e compara-se à taxa (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007). Se o número for menor que a taxa o cruzamento é efetuado.

Segundo Tanomaru (1995), bons resultados geralmente são obtidos com alto valor da taxa de recombinação (maior que 0,7). Já Mitchell (1996 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007) sugere uma taxa de 0,6, enquanto que Núñez-Letamendia (2007 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007), definiram esse valor em 0,95.

✓ Taxa de Mutação

Essa taxa determina se os genes dos cromossomos da população selecionada irão sofrer mutação ou não. Para isso, gera-se um número aleatório no intervalo $[0,1]$ e compara-se à taxa de mutação. Se o número for menor que a taxa o gene será modificado de acordo com o operador escolhido (PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007).

Tanomaru (1995) sugere um baixo valor para a taxa de mutação (menor que 0,01). Já Mitchell (1996 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007)

sugere uma taxa de 0,001, enquanto que Núñez-Letamendia (2007 apud PINHO; MONTEVECHI; MARINS, 2007) definiram esse valor em 0,01.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA DO ABSORVEDOR DINÂMICO STOCKBRIDGE

3.1 Equações de Movimento de um Elemento

O tipo de absorvedor ensaiado foi o stockbridge assimétrico da Figura 3.1. Desse modo, as equações do equilíbrio dinâmico são particularizadas para representar adequadamente a fixação deste dispositivo à máquina de excitação empregada nos ensaios.



Figura 3.1 - Absorvedor dinâmico stockbridge assimétrico modelado.
Fonte: O AUTOR

Considerando a metade do dispositivo, o cabo mensageiro é modelado como uma viga elástica de Euler-Bernoulli com uma extremidade presa a um corpo rígido (massa suspensa) e a outra engastada no grampo de fixação (Figura 3.2).

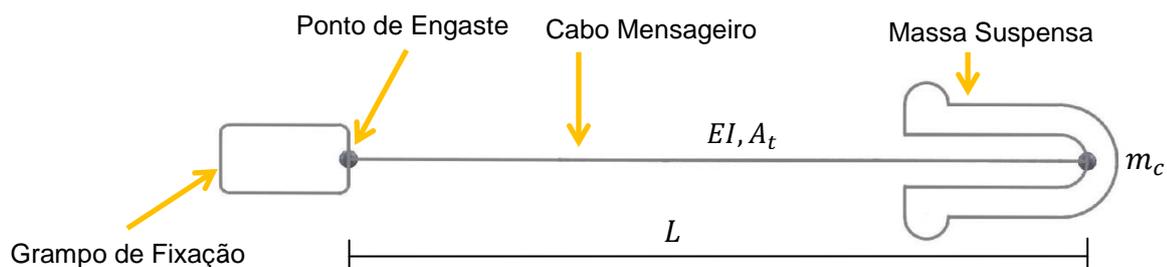


Figura 3.2 - Modelo baseado na teoria de viga de Euler-Bernoulli.
Fonte: O AUTOR

Sendo:

EI : Rigidez a flexão da viga;

L : Comprimento da viga;

m_c : Massa do corpo rígido na extremidade;

A_t : Área da seção transversal da viga.

Com o intuito de obter o modelo numérico através do Método de Elementos Finitos (MEF), o modelo da Figura 3.2 é discretizado em elementos finitos de comprimento l , os quais estão conectados um ao outro por meio de nós (Figura 3.3).

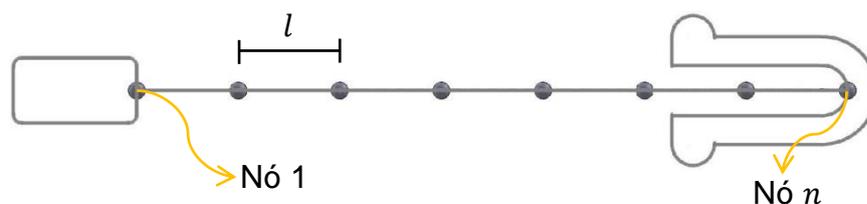


Figura 3.3 – Discretização em elementos finitos.

Fonte: SILVA (2006)

O grampo de fixação está rigidamente preso à base de excitação da máquina. Assim, o acionamento da máquina promove o deslocamento vertical da base e, conseqüentemente, da massa suspensa e dos elementos finitos da viga.

Assumindo que a base têm pequenos deslocamentos, o seu movimento harmônico impõe aos elementos finitos deslocamentos de translação vertical e de rotação (Figura 3.4).

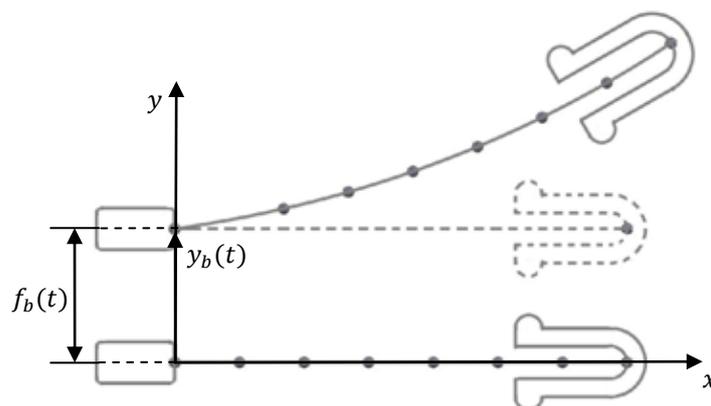


Figura 3.4 - Modelo de elementos finitos para a metade do absorvedor stockbridge assimétrico.

Fonte: O AUTOR

Sendo:

$y_b(t)$: Deslocamento da base;

$f_b(t)$: Força de excitação da base.

Portanto, o modelo da Figura 3.4 representa um modelo de elementos finitos no qual o deslocamento de um elemento é expresso em termos dos deslocamentos de translação e de rotação dos nós desse elemento (Figura 3.5).

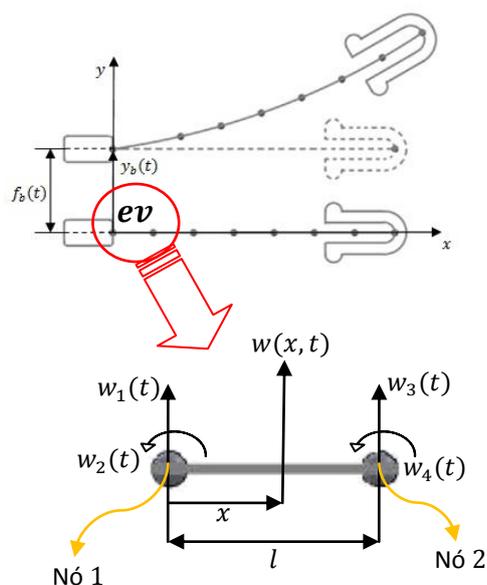


Figura 3.5 - Elemento finito da viga ev .

Fonte: O AUTOR

Na Figura 3.5, o deslocamento transversal de um elemento ev é tomado como sendo $w(x, t)$. Os valores de w e $(\partial w)/(\partial x)$ nos nós 1 e 2, definidos por $w(x_1, t)$, $\frac{\partial w}{\partial x}(x_1, t)$, $w(x_2, t)$, $\frac{\partial w}{\partial x}(x_2, t)$, são desconhecidos e denotados como $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$, $w_4(t)$, respectivamente. Desse modo, o deslocamento $w(x, t)$ pode ser expressado em termos dos deslocamentos não conhecidos dos nós $w_i(t)$, na forma (RAO, 2008):

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^p N_i(x)w_i(t) \quad (3.1)$$

Sendo $N_i(x)$ denominada de função de forma do deslocamento nodal $w_i(t)$ e p o número de deslocamentos nodais.

Para determinar os deslocamentos dos nós submetidos a forças nodais $f_i(t)$, utilizam-se as equações de movimento do elemento ev . Tais equações podem ser deduzidas através das equações de Lagrange (RAO, 2008):

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_j} + \frac{\partial V}{\partial x_j} = F_j \quad \text{com } j = 1, 2, \dots, q \quad (3.2)$$

Sendo:

x_j : Coordenada generalizada;

F_j : Força generalizada não conservativa correspondente à j -ésima coordenada generalizada x_j ;

\dot{x}_j : Derivada de x_j em relação ao tempo (velocidade generalizada);

T : Energia cinética;

V : Energia potencial;

q : Número de coordenadas generalizadas ou graus de liberdade.

Considerando a equação (3.1), as energias cinética e potencial do elemento ev podem ser expressas na forma matricial, dadas por (RAO, 2008):

$$T = \frac{1}{2} \{\dot{W}\}^T [m] \{\dot{W}\} \quad (3.3)$$

$$V = \frac{1}{2} \{W\}^T [k] \{W\} \quad (3.4)$$

Sendo:

$\{W\}$: Vetor de deslocamentos:

$$\{W\} = \begin{Bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ \vdots \\ w_n(t) \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

$\{\dot{W}\}$: Vetor de velocidades:

$$\{\dot{W}\} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_1(t) \\ \dot{w}_2(t) \\ \vdots \\ \dot{w}_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} dw_1/dt \\ dw_2/dt \\ \vdots \\ dw_n/dt \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

$[m]$: Matriz massa do elemento finito;

$[k]$: Matriz rigidez do elemento finito.

Substituindo as equações (3.3) e (3.4) em (3.2) e aplicando a devida manipulação algébrica, obtêm-se as equações de movimento do elemento finito ev na forma matricial (RAO, 2008):

$$[m]\{\ddot{W}\} + [k]\{W\} = \{f_i\} \quad (3.7)$$

Sendo:

$\{f_i\}$: Vetor de forças nodais:

$$\{f_i\} = \begin{Bmatrix} f_1(t) \\ f_2(t) \\ \vdots \\ f_n(t) \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

$\{\ddot{W}\}$: Vetor de acelerações nodais:

$$\{\ddot{W}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1(t) \\ \ddot{w}_2(t) \\ \vdots \\ \ddot{w}_n(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d^2w_1/dt^2 \\ d^2w_2/dt^2 \\ \vdots \\ d^2w_n/dt^2 \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

A partir da equação (3.7), obtêm-se a resposta dinâmica da combinação de todos os elementos finitos do absorvedor stockbridge. Mas para resolver esta equação são necessárias a matriz massa $[m]$, a matriz rigidez $[k]$ e o vetor $\{f_i\}$ de forças nodais de cada elemento. Diante disso, estes parâmetros são definidos na seção seguinte.

3.2 Matriz Massa, Matriz Rigidez e Vetor Força

Para obter os parâmetros de matriz massa $[m]$, matriz rigidez $[k]$ e vetor $\{f_i\}$ de forças nodais de cada elemento, o modelo do absorvedor stockbridge da Figura 3.4 é analisado pela composição dos modelos do cabo mensageiro e da massa suspensa. Cada um destes modelos define um elemento finito específico, com parâmetros próprios de massa, rigidez e força.

3.2.1 Modelo do Cabo Mensageiro

Como a base têm pequenos deslocamentos, o cabo mensageiro apresenta um comportamento quase estático, ou seja, semelhante a uma viga sem esforços cisalhantes.

Nos casos em que as dimensões da viga não são pequenas em comparação com o seu comprimento (vigas curtas), o modelo de Timoshenko é o mais indicado (MIGOTTO, 2011). Este modelo considera a deformação de cisalhamento causado pela força de cisalhamento. No entanto, o cabo mensageiro não apresenta esforços cisalhantes, o que permite aproximá-lo como uma viga elástica segundo a teoria de Euler-Bernoulli, de seção circular, com uma extremidade livre e a outra engastada em uma base excitada harmonicamente.

A viga é discretizada em $n - 1$ elementos, considerando n o número de nós, conforme ilustra a Figura 3.6. O nó 1 é engastado com o objetivo de representar adequadamente a condição de ensaio onde o grampo de fixação do dispositivo absorvedor é fixado rigidamente à base de excitação da máquina.

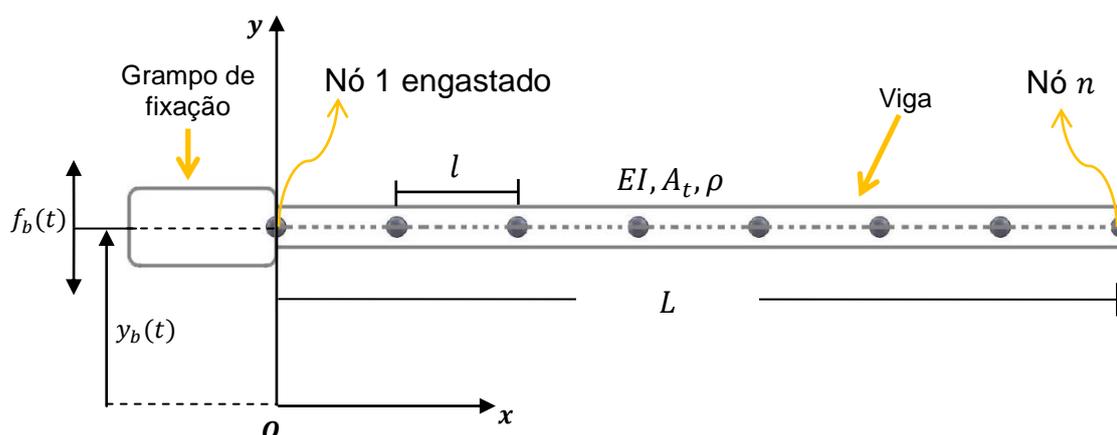


Figura 3.6 – Discretização do cabo mensageiro modelado como uma viga de Euler-Bernoulli.

Fonte: O AUTOR

Sendo:

EI : Rigidez a flexão da viga;

A_t : Área da seção transversal circular da viga;

ρ : Massa específica do material da viga.

L : Comprimento da viga;

l : Comprimento do elemento finito;

$y_b(t)$: Deslocamento da base;

$f_b(t)$: Força de excitação harmônica da base.

$O(x, y)$: Sistema de referência fixo.

A partir da Figura 3.6, isola-se um elemento finito de viga ev (Figura 3.7) sujeito ao deslocamento y_b da base. Cada nó deste elemento é modelado com dois graus de liberdade, ou seja, apresenta deslocamentos transversal e rotatório. Estes deslocamentos nodais desconhecidos são denominados de $w_1(t)$, $w_2(t)$, $w_3(t)$ e $w_4(t)$. Assim, existem forças nodais lineares $f_1(t)$ e $f_3(t)$ correspondentes aos deslocamentos nodais lineares $w_1(t)$ e $w_3(t)$ e forças nodais rotatórias (momentos a flexão) $f_2(t)$ e $f_4(t)$ correspondentes aos deslocamentos nodais rotatórios $w_2(t)$ e $w_4(t)$, respectivamente.

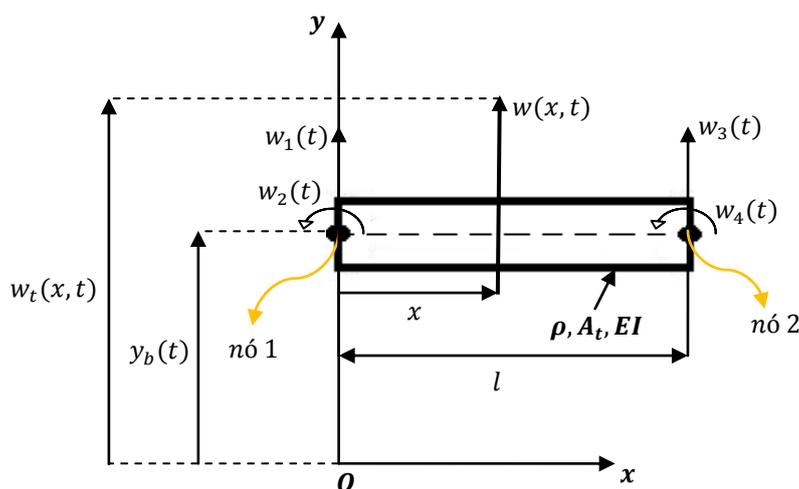


Figura 3.7 - Elemento finito da viga ev .

Fonte: O AUTOR

Sendo:

$w(x, t)$: Deslocamento do elemento;

$w_t(x, t)$: Deslocamento total em relação à origem O .

Para obter a equação do elemento de viga ev , segundo a teoria de Euler-Bernoulli, algumas hipóteses devem ser consideradas (MIGOTTO, 2011):

- ✓ A dimensão da seção transversal da viga é pequena comparada com o seu comprimento;
- ✓ Existência de uma linha neutra onde a viga não sofre nem tração, nem compressão;
- ✓ A viga é de material homogêneo com comportamento mecânico elástico;
- ✓ As seções planas permanecem planas após a deformação e a curvatura da viga é assumida pequena;
- ✓ São desconsideradas as deformações por cisalhamento e inércia rotacional.

A equação neste caso é dada por:

$$\rho A_t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.10)$$

Considerando regime permanente, a equação (3.10) é simplificada para:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = 0 \quad (3.11)$$

Para valores constantes da rigidez a flexão (EI), a equação (3.11) pode ser reescrita como:

$$EI \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \right) = 0 \quad (3.12)$$

A equação (3.12) pode ser integrada, resultando em uma equação cúbica na forma (INMAN, 2008):

$$w(x, t) = c_1(t)x^3 + c_2(t)x^2 + c_3(t)x + c_4(t) \quad (3.13)$$

Sendo $c_1(t)$, $c_2(t)$, $c_3(t)$ e $c_4(t)$ constantes de integração.

Os deslocamentos nodais desconhecidos devem satisfazer as seguintes condições de contorno do elemento da Figura 3.7:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Nó 1} \rightarrow [w(0, t) = w_1(t), \quad \frac{\partial w}{\partial x}(0, t) = w_2(t)] \\ \text{Nó 2} \rightarrow [w(l, t) = w_3(t), \quad \frac{\partial w}{\partial x}(l, t) = w_4(t)] \end{array} \right\} \quad (3.14)$$

Combinando as equações (3.13) e (3.14), obtêm-se:

$$\left. \begin{array}{l} c_1(t) = \frac{1}{l^3} [2w_1(t) + w_2(t)l - 2w_3(t) + w_4(t)l] \\ c_2(t) = \frac{1}{l^2} [-3w_1(t) - 2w_2(t)l + 3w_3(t) - w_4(t)l] \\ c_3(t) = w_2(t) \\ c_4(t) = w_1(t) \end{array} \right\} \quad (3.15)$$

Substituindo (3.15) em (3.13) e rearranjando os termos, $w(x, t)$ pode ser expresso como (INMAN, 2008):

$$\begin{aligned} w(x, t) = & \left(1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}\right)w_1(t) + \left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)lw_2(t) \\ & + \left(3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}\right)w_3(t) + \left(-\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)lw_4(t) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Utilizando a equação (3.1), pode-se reescrever a equação (3.16) na forma:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^4 N_i(x)w_i(t) \quad (3.17)$$

Sendo:

$$N_1(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (3.18)$$

$$N_2(x) = x - 2l\left(\frac{x}{l}\right)^2 + l\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (3.19)$$

$$N_3(x) = 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (3.20)$$

$$N_4(x) = -l\left(\frac{x}{l}\right)^2 + l\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (3.21)$$

As equações (3.18) à (3.21) definem as funções de forma do elemento de viga, também conhecidas como polinômios de Hermite (SILVA, 2006).

Considerando o movimento vertical da base, o deslocamento total $w_t(x, t)$ do elemento finito da viga em relação ao sistema de coordenadas fixo pode ser aproximado como:

$$\begin{aligned} w_t(x, t) &\cong w(x, t) + y_b(t) \\ w_t &\cong \left(1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3}\right)w_1(t) + \left(\frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)lw_2(t) \\ &\quad + \left(3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3}\right)w_3(t) + \left(-\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3}\right)lw_4(t) + y_b(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Reescrevendo a equação (3.22) na forma matricial, tem-se que (SILVA, 2006):

$$w_t \cong w(x, t) + y_b = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4 \quad 1] \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ y_b \end{Bmatrix} = \{N\}^T \{w\} \quad (3.23)$$

Sendo:

$\{w\}$: Vetor de deslocamentos:

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \\ w_3(t) \\ w_4(t) \\ y_b(t) \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$

$\{\dot{w}\}$: Vetor de velocidades:

$$\{\dot{w}\} = \begin{Bmatrix} dw_1/dt \\ dw_2/dt \\ dw_3/dt \\ dw_4/dt \\ dy_b/dt \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{w}_1(t) \\ \dot{w}_2(t) \\ \dot{w}_3(t) \\ \dot{w}_4(t) \\ \dot{y}_b(t) \end{Bmatrix} \quad (3.25)$$

$\{N\}$: Vetor das funções de forma ou dos polinômios de Hermite:

$$\{N\} = \begin{Bmatrix} N_1(x) \\ N_2(x) \\ N_3(x) \\ N_4(x) \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (3.26)$$

Os parâmetros de matriz massa $[m]$, matriz rigidez $[k]$ e vetor $\{f_i\}$ de forças nodais do elemento finito do cabo mensageiro (modelado como uma viga) são obtidos através do Princípio da Conservação de Energia. Haja vista que a energia de um sistema vibratório é parcialmente potencial e parcialmente cinética, a soma dessas duas energias permanece constante (RAO, 2008):

$$T + U = \text{constante} \quad (3.27)$$

Diferenciando a equação (3.27) em relação ao tempo, encontra-se que:

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0 \quad (3.28)$$

As energias cinética (T) e potencial (V) da equação (3.28) são dadas por (RAO, 2008):

$$T(t) = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t \left\{ \frac{\partial w_t(x, t)}{\partial t} \right\}^2 dx \quad (3.29)$$

$$V(t) = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left\{ \frac{\partial^2 w_t(x, t)}{\partial x^2} \right\}^2 dx \quad (3.30)$$

Substituindo a equação (3.23) nas equações (3.29) e (3.30), obtêm-se as seguintes equações:

- Para a Energia Cinética:

$$\begin{aligned} T(t) &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t \left\{ \frac{\partial w_t(x, t)}{\partial t} \right\}^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t \left[\frac{\partial}{\partial t} \{N\}^T \{w\} \right]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t \left[\{N\}^T \frac{\partial \{w\}}{\partial t} \right]^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t [\{N\}^T \{\dot{w}\}]^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l \rho A_t [\{\dot{w}\}^T \{N\} \{N\}^T \{\dot{w}\}] dx \\ T(t) &= \frac{1}{2} \frac{\rho A_t l}{420} \{\dot{w}\}^T \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l & 210 \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 & 35l \\ 54 & 13l & 156 & -22l & 210 \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 & -35l \\ 210 & 35l & 210 & -35l & 420 \end{bmatrix} \{\dot{w}\} \quad (3.31) \end{aligned}$$

- Para a Energia Potencial:

$$\begin{aligned}
 V(t) &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left\{ \frac{\partial^2 w_t(x,t)}{\partial x^2} \right\}^2 dx \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \{N\}^T \{w\} \right]^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\{w\} \frac{\partial^2 \{N\}^T}{\partial x^2} \right]^2 dx \\
 &\text{Considerando } \frac{\partial^2 \{N\}^T}{\partial x^2} = \{N''\}^T: \\
 &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\{w\} \{N''\}^T \right]^2 dx = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left[\{w\}^T \{N''\} \{N''\}^T \{w\} \right] dx \\
 V(t) &= \frac{1}{2} \frac{EI}{l^3} \{w\}^T \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l & 0 \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 & 0 \\ -12 & -6l & 12 & -6l & 0 \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{w\} \tag{3.32}
 \end{aligned}$$

Substituindo as equações (3.31) e (3.32) em (3.28) e simplificando, obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\rho A_t l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l & 210 \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 & 35l \\ 54 & 13l & 156 & -22l & 210 \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 & -35l \\ 210 & 35l & 210 & -35l & 420 \end{bmatrix} \{\ddot{w}\} + \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l & 0 \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 & 0 \\ -12 & -6l & 12 & -6l & 0 \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{w\} = 0 \tag{3.33}$$

Sendo:

$\{\ddot{w}\}$: Vetor de acelerações nodais:

$$\{\ddot{w}\} = \begin{Bmatrix} d^2 w_1 / dt^2 \\ d^2 w_2 / dt^2 \\ d^2 w_3 / dt^2 \\ d^2 w_4 / dt^2 \\ d^2 y_b / dt^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \ddot{w}_3 \\ \ddot{w}_4 \\ \ddot{y}_b \end{Bmatrix} \tag{3.34}$$

Desmembrando e rearranjando a equação (3.33), obtêm-se o sistema de equações característico de um elemento finito do cabo mensageiro do absorvedor stockbridge:

$$\frac{\rho A_t l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \ddot{w}_3 \\ \ddot{w}_4 \end{Bmatrix} + \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} = -\frac{\rho A_t l}{12} \begin{Bmatrix} 6 \\ l \\ 6 \\ -l \end{Bmatrix} \ddot{y}_b \quad (3.35)$$

A equação (3.35) é análoga a equação (3.7), o que permite reescrevê-la como:

$$[m_{cm}]\{\ddot{w}_{cm}\} + [k_{cm}]\{w_{cm}\} = \{f_{cm}\} \quad (3.36)$$

Sendo:

$[m_{cm}]$: Matriz massa do elemento finito do cabo mensageiro correspondente a formulação de Euler-Bernoulli para vigas:

$$[m_{cm}] = \frac{\rho A_t l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

$\{\ddot{w}_{cm}\}$: Vetor de acelerações nodais do elemento finito do cabo mensageiro:

$$\{\ddot{w}_{cm}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{w}_1 \\ \ddot{w}_2 \\ \ddot{w}_3 \\ \ddot{w}_4 \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

$\{w_{cm}\}$: Vetor de deslocamentos nodais do elemento finito do cabo mensageiro:

$$\{w_{cm}\} = \begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{Bmatrix} \quad (3.39)$$

$\{f_{cm}\}$: Vetor força do elemento finito do cabo mensageiro:

$$\{f_{cm}\} = -\frac{\rho A_t l}{12} \begin{Bmatrix} 6 \\ l \\ 6 \\ -l \end{Bmatrix} \ddot{y}_b(t) \quad (3.40)$$

$[k_{cm}]$: Matriz rigidez do elemento finito do cabo mensageiro correspondente a formulação de Euler-Bernoulli para vigas:

$$[k_{cm}] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

De acordo com Silva (2006), para incluir o efeito do amortecimento histerético no modelo numérico do cabo mensageiro, a rigidez a flexão (EI) da matriz rigidez (equação (3.41)) é um número complexo e expresso de acordo com a equação (2.63), na forma:

$$EI = (1 + \eta i)EI_o \quad (3.42)$$

Sendo EI_o rigidez a flexão da viga.

3.2.2 Modelo da Massa Suspensa

Neste modelo, a massa suspensa do absorvedor stockbridge assimétrico é modelada como um corpo rígido de massa m , centro de massa no ponto CG e com movimento no plano $x - y$, como mostra a Figura 3.8.

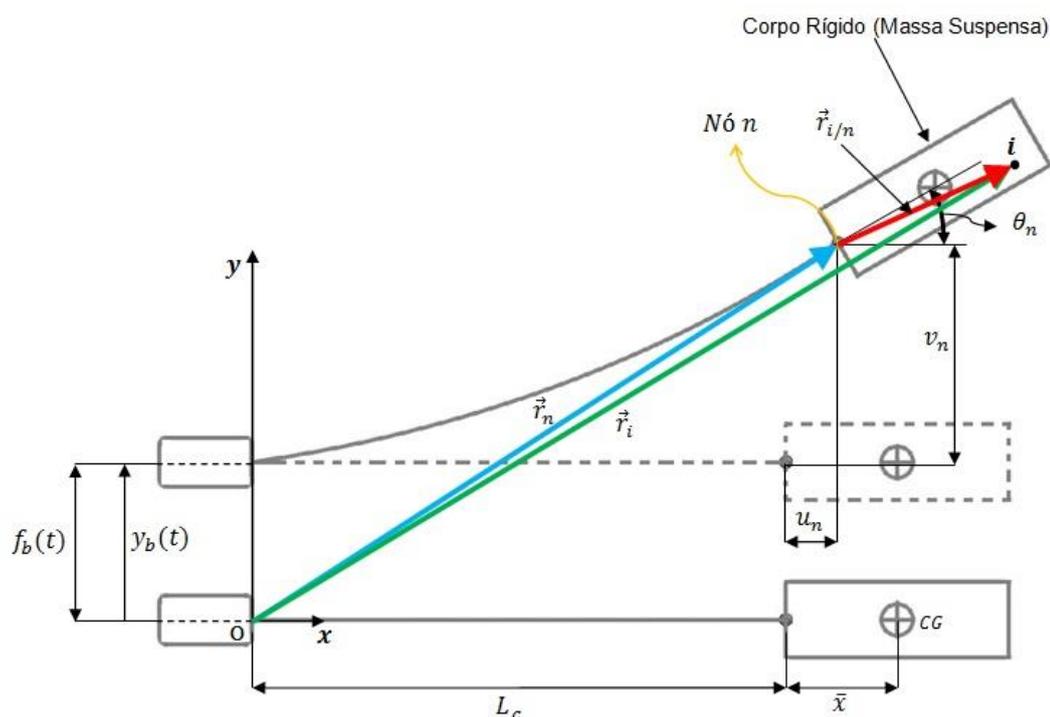


Figura 3.8 – Sistema de referência e deslocamentos admissíveis para o modelo do corpo rígido.

Fonte: O AUTOR

O corpo rígido da Figura 3.8 está acoplado ao cabo mensageiro pelo ponto n , o qual devido ao movimento gera deslocamentos axial (u_n), transversal (v_n) e rotacional (θ_n).

A energia cinética do i -ésimo ponto do corpo que tem massa m_i e velocidade $\dot{\vec{r}}_i$, medida em relação ao sistema fixo de coordenadas $O(x, y, z)$, é (HIBBELER, 2005):

$$T_i = \frac{1}{2} m_i (\dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i) \quad (3.43)$$

A velocidade $\dot{\vec{r}}_i$ pode ser relacionada com a velocidade $\dot{\vec{r}}_n$ do ponto n (último nó da malha de elementos finitos onde o cabo mensageiro e a massa suspensa estão acoplados), por meio da seguinte relação obtida da Figura 3.8:

$$\begin{aligned}
\vec{r}_i &= \vec{r}_n + \vec{r}_{i/n} \\
\frac{d}{dt}\vec{r}_i &= \frac{d}{dt}(\vec{r}_n + \vec{r}_{i/n}) \\
\dot{\vec{r}}_i &= \dot{\vec{r}}_n + \vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n} + \dot{\vec{r}}_{i/n}
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Sendo:

\vec{r}_i : Vetor posição do i -ésimo ponto em relação aos eixos coordenados $O(x, y, z)$;

\vec{r}_n : Vetor posição do ponto n em relação aos eixos coordenados $O(x, y, z)$;

$\vec{r}_{i/n}$: Vetor posição do i -ésimo ponto em relação ao ponto n ;

$\vec{\omega}$: Vetor velocidade angular do corpo rígido no sistema $O(x, y, z)$;

$\dot{\vec{r}}_{i/n}$: Vetor velocidade linear do i -ésimo ponto em relação ao ponto n .

Considerando que os pontos i e n tem a mesma velocidade linear e, portanto, com velocidade relativa igual a zero ($\dot{\vec{r}}_{i/n} = 0$), a equação (3.44) pode ser simplificada para:

$$\dot{\vec{r}}_i = \dot{\vec{r}}_n + \vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n} \tag{3.45}$$

Substituindo a equação (3.45) em (3.43), encontra-se a energia cinética para o i -ésimo ponto do corpo rígido:

$$\begin{aligned}
T_i &= \frac{1}{2} m_i (\dot{\vec{r}}_n + \vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) \cdot (\dot{\vec{r}}_n + \vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) \\
T_i &= \frac{1}{2} (\dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n) m_i + \dot{\vec{r}}_n \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) m_i + \frac{1}{2} (\vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) \cdot (\vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) m_i
\end{aligned} \tag{3.46}$$

A energia cinética do corpo rígido é dada pela soma das energias cinéticas de todos os seus pontos. Considerando $m_i \rightarrow dm$, integrando e simplificando a equação (3.46), tem-se que (HIBBELER, 2005):

$$T = \frac{1}{2}(\dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n)m + \dot{\vec{r}}_n \cdot \left(\vec{\omega} \times \int_m \vec{r}_{i/n} dm \right) + \frac{1}{2} \vec{\omega} \int_m \vec{r}_{i/n} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) dm \quad (3.47)$$

O vetor $\dot{\vec{r}}_n$ é obtido derivando o vetor posição \vec{r}_n da Figura 3.8:

$$\vec{r}_n = (L_c + u_n)\vec{e}_x + (y_b + v_n)\vec{e}_y \quad (3.48)$$

$$\frac{d}{dt} \vec{r}_n = \frac{d}{dt} (L_c + u_n)\vec{e}_x + \frac{d}{dt} (y_b + v_n)\vec{e}_y$$

$$\dot{\vec{r}}_n = \dot{u}_n \vec{e}_x + (\dot{y}_b + \dot{v}_n)\vec{e}_y \quad (3.49)$$

Sendo:

L_c : Comprimento do cabo mensageiro sem deformação;

y_b : Deslocamento transversal da base de excitação.

Substituindo a equação (3.49) na primeira parcela do lado direito da equação (3.47), obtêm-se que:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n)m &= \frac{1}{2}m[\dot{u}_n \vec{e}_x + (\dot{y}_b + \dot{v}_n)\vec{e}_y] \cdot [\dot{u}_n \vec{e}_x + (\dot{y}_b + \dot{v}_n)\vec{e}_y] \\ \frac{1}{2}(\dot{\vec{r}}_n \cdot \dot{\vec{r}}_n)m &= \frac{1}{2}m(\dot{u}_n^2 + \dot{y}_b^2 + 2\dot{y}_b \dot{v}_n + \dot{v}_n^2) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Para calcular a segunda parcela do lado direito da equação (3.47), torna-se necessário desenvolver a integral $\int_m \vec{r}_{i/n} dm$. Para isto, deve-se utilizar as

componentes do centroide CG do corpo rígido. Estas componentes podem ser calculadas da seguinte maneira:

$$m\bar{x} = \int_m x_{i/n} dm = \int_m (x_i - L_c - u_n) dm \quad (3.51a)$$

$$m\bar{y} = \int_m y_{i/n} dm = \int_m (y_i - y_b - v_n) dm \quad (3.51b)$$

$$m\bar{z} = \int_m z_{i/n} dm = 0 \quad (3.51c)$$

Da Figura 3.8, sabe-se que:

$$\begin{aligned} \vec{r}_{i/n} &= \vec{r}_i - \vec{r}_n = (x_i, y_i, 0) - (L_c + u_n, y_b + v_n, 0) \\ \therefore \vec{r}_{i/n} &= (x_i - L_c - u_n, y_i - y_b - v_n, 0) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Substituindo a equação (3.52) na integral $\int_m \vec{r}_{i/n} dm$ da equação (3.47), obtêm-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \int_m \vec{r}_{i/n} dm &= \int_m (x_{i/n} \vec{e}_x + y_{i/n} \vec{e}_y + z_{i/n} \vec{e}_z) dm \\ \int_m \vec{r}_{i/n} dm &= \int_m (x_i - L_c - u_n) \vec{e}_x dm + \int_m (y_i - y_b - v_n) \vec{e}_y dm \end{aligned} \quad (3.53)$$

Substituindo as equações (3.51a, 3.51b e 3.51c) (coordenadas do centroide CG) na equação (3.53), tem-se que:

$$\int_m \vec{r}_{i/n} dm = m(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \quad (3.54)$$

Sabendo que na Figura 3.8, $CG = (\bar{x}, 0, 0)$, então a equação (3.54) pode ser simplificada para:

$$\int_m \vec{r}_{i/n} dm = m\bar{x}\vec{e}_x \quad (3.55)$$

Além disso, de acordo com a Figura 3.8, as coordenadas do vetor velocidade angular são:

$$\vec{\omega} = (0, 0, \dot{\theta}_n) \quad (3.56)$$

Substituindo as equações (3.49), (3.55) e (3.56) na segunda parcela da direita da equação (3.47), tem-se que:

$$\begin{aligned} \dot{\vec{r}}_n \cdot \left(\vec{\omega} \times \int_m \vec{r}_{i/n} dm \right) &= (\dot{u}_n \vec{e}_x + (\dot{y}_b + \dot{v}_n) \vec{e}_y) \cdot [\dot{\theta}_n \vec{e}_z \times m\bar{x}\vec{e}_x] \\ &= (\dot{u}_n \vec{e}_x + (\dot{y}_b + \dot{v}_n) \vec{e}_y) \cdot [\dot{\theta}_n m\bar{x}\vec{e}_y] \\ \therefore \dot{\vec{r}}_n \cdot \left(\vec{\omega} \times \int_m \vec{r}_{i/n} dm \right) &= m\bar{x}\dot{\theta}_n(\dot{y}_b + \dot{v}_n) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Substituindo as equações (3.52) e (3.56) na terceira parcela da direita da equação (3.47), obtêm-se:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \bar{\omega} \int_m \vec{r}_{i/n} \times (\bar{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) dm = \\
& = \frac{1}{2} (0,0, \dot{\theta}_n) \cdot \int_m (x_i - L_c - u_n, y_i - y_b - v_n, 0) \\
& \quad \times [(0,0, \dot{\theta}_n) \times (x_i - L_c - u_n, y_i - y_b - v_n, 0)] dm \\
& = \frac{1}{2} (0,0, \dot{\theta}_n) \cdot (0,0, \dot{\theta}_n I_n) \\
& \quad \therefore \frac{1}{2} \bar{\omega} \int_m \vec{r}_{i/n} \times (\bar{\omega} \times \vec{r}_{i/n}) dm = \frac{1}{2} \dot{\theta}_n^2 I_n \tag{3.58}
\end{aligned}$$

Sendo:

I_n : Momento polar de inércia no ponto n :

$$I_n = I_{CG} + m\bar{x}^2 \tag{3.59}$$

Finalmente, substituindo as equações (3.50), (3.57) e (3.58) na equação (3.47), obtêm-se a equação final para a energia cinética do corpo rígido da Figura 3.8 (SILVA, 2006):

$$T = \frac{1}{2} m(\dot{u}_n^2 + \dot{y}_b^2 + 2\dot{y}_b \dot{v}_n + \dot{v}_n^2) + m\bar{x} \dot{\theta}_n (\dot{y}_b + \dot{v}_n) + \frac{1}{2} \dot{\theta}_n^2 I_n \tag{3.60}$$

A energia potencial ou de deformação da massa suspensa do absorvedor stockbridge (Figura 3.8) pode ser escrita tomando como referência o ponto n . Este ponto corresponde ao último nó da malha de elementos finitos do cabo mensageiro e está sujeito aos movimentos de translação (v_n) e de rotação (θ_n). Desse modo, a equação da energia potencial pode ser expressa como (SILVA NETO; ESPÍNDOLA, 1999):

$$V = \frac{1}{2} \{w_n\}^T [K_n] \{w_n\} - f_b(t) y_b(t) \tag{3.61}$$

Sendo:

$\{w_n\}$: Vetor das coordenadas de deslocamentos do nó n :

$$\{w_n\} = \begin{Bmatrix} v_n(t) \\ \theta_n(t) \end{Bmatrix} \quad (3.62)$$

$[K_n]$: Matriz rigidez correspondente ao último nó da malha de elementos finitos onde o cabo mensageiro e a massa suspensa estão acoplados. Da equação (3.41), o último nó fornece a matriz rigidez $[K_n]$:

$$[K_n] = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & -6l \\ -6l & 4l^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

$f_b(t)$: Força de excitação da base.

Substituindo as equações (3.60) e (3.61) nas equações de Lagrange (3.2) (SILVA NETO; ESPÍNDOLA, 1999), obtêm-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & \bar{x}m & m \\ 0 & \bar{x}m & I_n & \bar{x}m \\ 0 & m & \bar{x}m & m \end{bmatrix} \{\ddot{w}_{un}\} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{11} & K_{12} & 0 \\ 0 & K_{21} & K_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{w_{un}\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ f_b(t) \end{Bmatrix} \quad (3.64)$$

Sendo:

$\{w_{un}\}$: Vetor das coordenadas de deslocamento do último nó:

$$\{w_{un}\} = \begin{Bmatrix} u_n \\ v_n \\ \theta_n \\ y_b \end{Bmatrix} \quad (3.65)$$

$\{\ddot{w}_{un}\}$: Vetor das coordenadas de aceleração do último nó:

$$\{\ddot{w}_{un}\} = \begin{Bmatrix} \ddot{u}_n \\ \ddot{v}_n \\ \ddot{\theta}_n \\ \ddot{y}_b \end{Bmatrix} \quad (3.66)$$

Aplicando a condição de continuidade entre o modelo do cabo mensageiro e da massa suspensa, por meio do último nó, tem-se que o deslocamento axial (u_n) se anula. Dessa forma, a equação (3.64) pode ser simplificada e rearranjada nos seguintes sistemas de equações (SILVA NETO; ESPÍNDOLA, 1999):

$$\begin{bmatrix} m & \bar{x}m \\ \bar{x}m & I_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_n \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_n \\ \theta_n \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} m \\ \bar{x}m \end{Bmatrix} \ddot{y}_b \quad (3.67)$$

$$\begin{Bmatrix} m & \bar{x}m \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{v}_n \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} + m\ddot{y}_b = f_b(t) \quad (3.68)$$

A equação (3.68) corresponde ao movimento da base, enquanto que a equação (3.67) representa o movimento dinâmico da massa suspensa quando acoplado ao cabo mensageiro do absorvedor stockbridge.

A equação (3.67) pode ser reescrita de forma análoga a equação (3.7):

$$[m_{ms}]\{\ddot{w}_n\} + [K_n]\{w_n\} = \{f_{ms}\} \quad (3.69)$$

Sendo:

$[m_{ms}]$: Matriz massa da massa suspensa do absorvedor:

$$[m_{ms}] = \begin{bmatrix} m & \bar{x}m \\ \bar{x}m & I_n \end{bmatrix} \quad (3.70)$$

$\{\ddot{w}_n\}$: Vetor das coordenadas de aceleração do nó n :

$$\{\ddot{w}_n\} = \begin{Bmatrix} \ddot{v}_n \\ \ddot{\theta}_n \end{Bmatrix} \quad (3.71)$$

$\{f_{ms}\}$: Vetor força da massa suspensa devido a aceleração da base \ddot{y}_b :

$$\{f_{ms}\} = - \begin{Bmatrix} m \\ \bar{x}m \end{Bmatrix} \ddot{y}_b \quad (3.72)$$

3.3 Sistema de Equações Resultantes

Quando todos os elementos finitos do cabo mensageiro e da massa suspensa são combinados e superpostos na equação (3.7), obtêm-se a equação de equilíbrio dinâmico do absorvedor stockbridge assimétrico com os parâmetros globais de massa, rigidez e força do modelo na forma:

$$[M]\{\ddot{W}\} + [K]\{W\} = \{f_0\} \ddot{y}_b \quad (3.73)$$

Sendo:

$[M]$: Matriz de massa global;

$[K]$: Matriz de rigidez global;

$\{f_0\}$: Vetor força por aceleração unitária;

\ddot{y}_b : Aceleração da base;

$\{\ddot{W}\}$: Vetor composto pelas acelerações de cada nó;

$\{W\}$: Vetor composto pelos deslocamentos generalizados de cada nó.

Considerando a excitação da base da equação (3.73) como harmônica, tem-se que:

$$y_b = Y e^{i\omega t} \quad (3.74)$$

Sendo:

Y : Amplitude máxima de deslocamento do nó 1, ou seja, da base de excitação;

ω : Frequência de excitação da base.

Desse modo, a solução dos deslocamentos $\{W\}$ para o equilíbrio dinâmico da equação (3.73) também pode ser assumida como sendo harmônica, na forma:

$$\{W(t)\} = \{W_0\}e^{i\omega t} \quad (3.75)$$

Sendo:

$\{W_0\}$: Vetor dos deslocamentos transversal e rotacional de cada nó.

Substituindo as equações (3.74) e (3.75) em (3.73), resulta em:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{W}\} + [K]\{W\} &= \{f_0\}\ddot{y}_b \\ [M](-\omega^2)(\{W_0\}e^{i\omega t}) + [K]\{W_0\}e^{i\omega t} &= \{f_0\}(-\omega^2)Ye^{i\omega t} \\ [-\omega^2[M] + [K]]\{W_0\} &= -\omega^2Y\{f_0\} \end{aligned} \quad (3.76)$$

A resolução do sistema de equações (3.76) gera a solução dos deslocamentos nodais do absorvedor stockbridge para cada frequência de excitação ω da base:

$$\begin{aligned} [-\omega^2[M] + [K]]\{W_0\} &= -\omega^2Y\{f_0\} \\ \{W_0\} &= [-\omega^2[M] + [K]]^{-1}[-\omega^2Y\{f_0\}] \end{aligned} \quad (3.77)$$

A equação (3.77) fornece os deslocamentos nodais de um lado do stockbridge assimétrico. Para o outro lado do dispositivo, a equação é a mesma, mudando apenas os parâmetros de comprimento, massa, momento de inércia e centroide do corpo rígido, correspondentes ao lado em análise.

4 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentados os materiais e métodos utilizados na realização dos ensaios, assim como os métodos empregados na implementação numérica do modelo matemático.

4.1 Materiais Utilizados

4.1.1 Corpo de Prova

O corpo de prova utilizado nos ensaios, como mencionado no capítulo 3, foi o stockbridge do tipo assimétrico ilustrado na Figura 4.1.



Figura 4.1 - Stockbridge do tipo assimétrico utilizado nos ensaios.
Fonte: O AUTOR

As propriedades do absorvedor analisado estão contidas na Tabela 4.1, com suas respectivas dimensões, do lado analisado, indicadas na Figura 4.2.

Tabela 4.1 - Características do lado maior do stockbridge assimétrico.

Stockbridge do tipo assimétrico	
Modelo	TDM177R-SG9
Fabricante	BURNDY
Propriedades	Massa Suspensa Maior
Massa - [kg]	$m_1 = 1.4$
Momento de Inércia no CG - [kg.m ²]	$I_1 = 0.0031$
Posição do CG - [mm]	$x_{CG1} = -15$
	Cabo Mensageiro
Distância da massa ao grampo - [mm]	$L_1 = 120$
Largura do Grampo - [mm]	$L_G = 50$
Massa/Comprimento - [kg/m]	$\rho A = 0.555469$

Fonte: O AUTOR

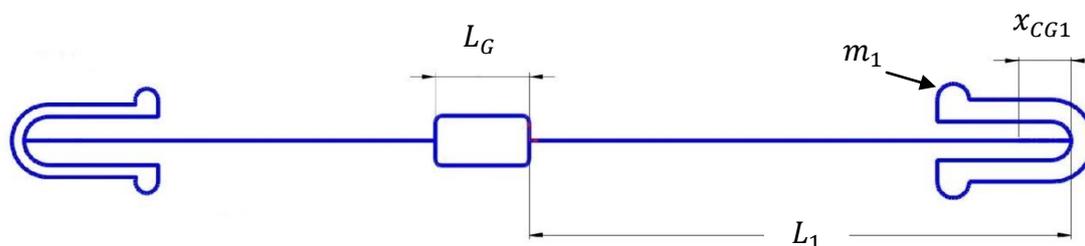


Figura 4.2 - Indicações das características do stockbridge assimétrico.

Fonte: O AUTOR

4.1.2 Bancada de Ensaio

4.1.2.1 Representação Esquemática

A Figura 4.3 mostra o desenho esquemático da bancada empregada

nos ensaios do amortecedor stockbridge assimétrico.

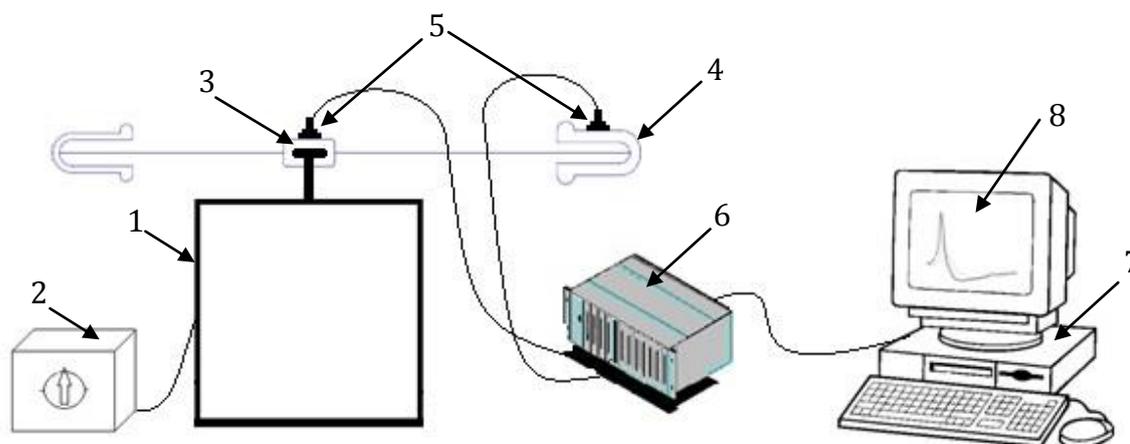


Figura 4.3 - Desenho esquemático da bancada de ensaios.

Fonte: O AUTOR

Os equipamentos e acessórios da bancada, indicados na Figura 4.3 pela respectiva numeração, são:

- 1- Máquina de came TM21 – TecQuipment;
- 2- Controlador de velocidade E3 mkII – TecQuipment;
- 3- Base de deslocamento;
- 4- Stockbridge assimétrico da Figura 4.1;
- 5- Dois acelerômetros PCB 333AX – Sensibilidade $\approx 100\text{mv/g}$;
- 6- Analisador de Sinais HP 3565S, com módulo de entrada de sinais HP 35655A 12,9kHz;
- 7- Computador desktop COMPAQ com processador Intel Pentium;
- 8- Software para análise de sinais HP 3566A/67A.

A bancada de ensaios da Figura 4.3 pode ser descrita pelos seus dois sistemas principais, denominados de:

- Sistema de deslocamento com amplitude constante e frequência controlada; e
- Sistema de aquisição de dados.

4.1.2.2 Sistema de Deslocamento com Amplitude Constante e Frequência Controlada

Este sistema, ilustrado na Figura 4.4, permite um deslocamento com amplitude constante devido à máquina de came, sendo a frequência de excitação controlada por um controlador de velocidade.



Figura 4.4 - Sistema de deslocamento com amplitude constante e frequência controlada.
Fonte: O AUTOR

- Máquina de Came

O absorvedor stockbridge é deslocado pelas forças de elevação que atuam no cabo condutor. Com o intuito de simular estas forças e com isso obter os dados experimentais em laboratório, foi utilizada uma máquina de came

TM21, ilustrada na Figura 4.5.



Figura 4.5 – Vista frontal da máquina de came TM21 da TecQuipment.
Fonte: O AUTOR

As especificações da máquina TM21 são:

- Dimensões: $730mm \times 450mm \times 620mm$;
- Massa: $123kg$;
- Temperatura de trabalho: $5^{\circ}C \leq T_t \leq 40^{\circ}C$;
- Frequência de excitação máxima: $17 Hz$.

Os principais componentes do mecanismo de funcionamento da máquina de came são:

- Motor elétrico (Figura 4.6);
- Eixo (Figura 4.7);
- Came (Figura 4.8);

- Seguidor de face plana (Figura 4.8);
- Mola (Figura 4.9);
- Haste (Figura 4.9);
- Suporte de fixação (Figura 4.10);
- Base de deslocamento (Figura 4.10).

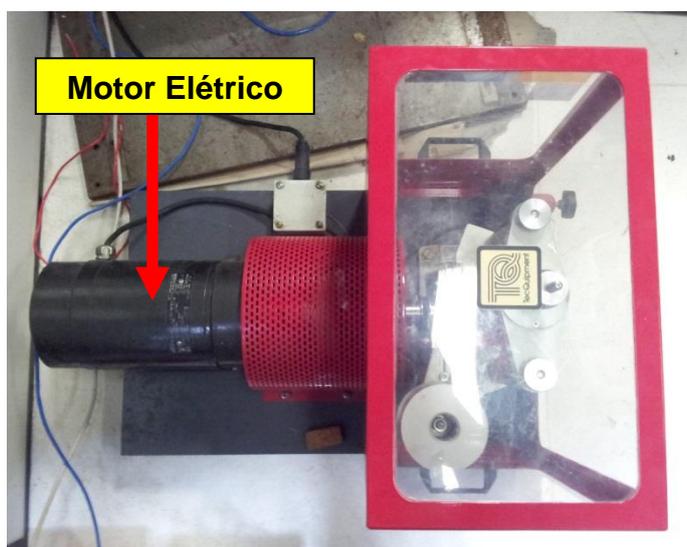


Figura 4.6 – Vista superior da máquina de came.
Fonte: O AUTOR



Figura 4.7 - Vista lateral da máquina de came.
Fonte: O AUTOR

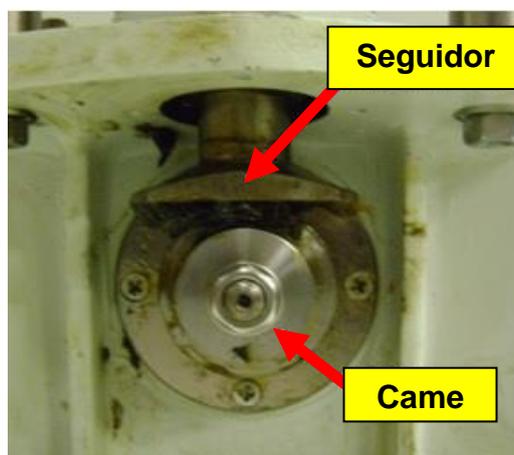


Figura 4.8 – Came e seguidor de face plana.
Fonte: O AUTOR

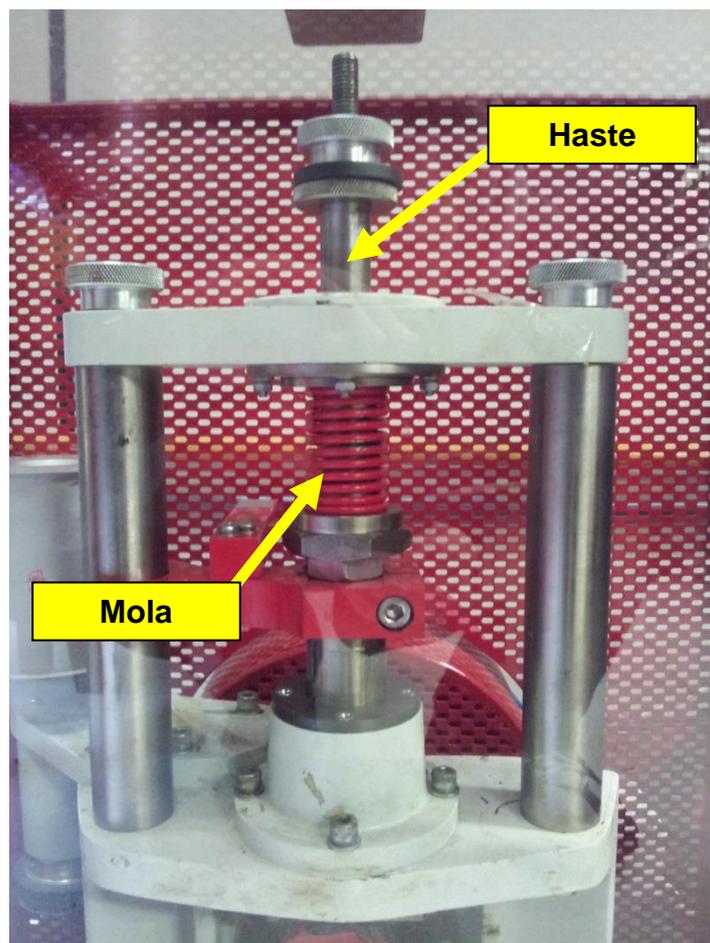


Figura 4.9 - Haste e mola em detalhes.
Fonte: O AUTOR

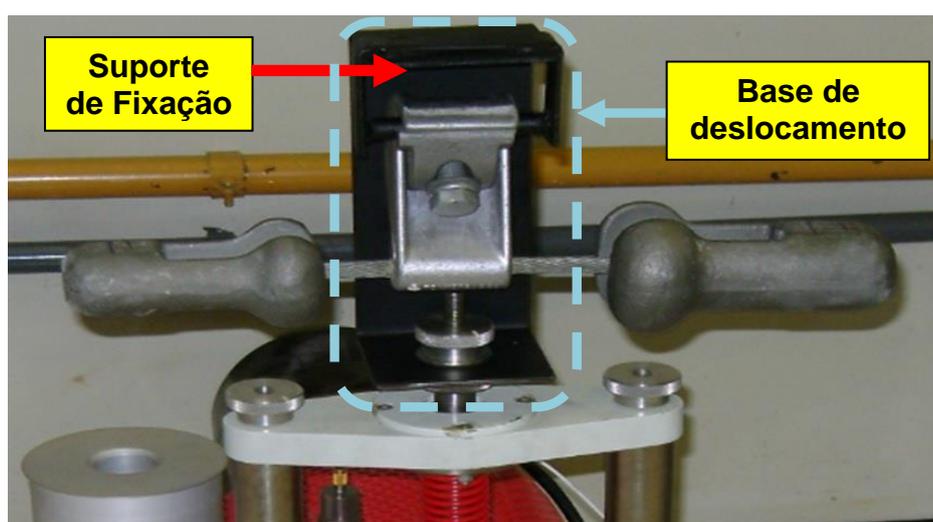


Figura 4.10 – Acoplamento garra-suporte, denominado de base de deslocamento.
Fonte: O AUTOR

Na extremidade superior da haste o amortecedor stockbridge é rigidamente acoplado, por meio da sua garra de fixação, a um suporte, como ilustra a Figura 4.10.

O funcionamento da máquina ocorre quando o motor elétrico aciona o eixo no qual está fixado a came de determinada excentricidade. A excentricidade da came, através do movimento rotativo, desloca o seguidor de face plana que, por sua vez, promove a translação vertical da haste, a qual retorna devido a ação da mola. Desse modo, a base (acoplamento garra-suporte), solidária à haste, têm deslocamentos ascendentes e descendentes, com amplitude constante e definida pela excentricidade da came.

- Controlador de Velocidade

Para variar a frequência de excitação durante o ensaio, utiliza-se um controlador de velocidade (Figura 4.11) acoplado à máquina de came. Este controlador nada mais é do que um inversor de frequência com uma interface homem-máquina, no qual é possível controlar a rotação do motor da máquina e assim, controlar a frequência de excitação do stockbridge.



Figura 4.11 - Controlador de velocidade E3 mkII da TecQuipment.

Fonte: O AUTOR

Devido a limitação mecânica do motor elétrico da máquina de came, a frequência de excitação máxima é de 17 Hz.

4.1.2.3 Sistema de Aquisição de Dados

Os dados são obtidos através de dois acelerômetros, um tomado como referência e fixo na base (acelerômetro 1) e o outro fixo na extremidade do cabo mensageiro (acelerômetro 2). Cada acelerômetro (Figura 4.12) está conectado a uma régua de entrada analógica (Figura 4.13), a qual conduz os sinais analógicos para um analisador de sinais FFT da HP (Figura 4.14).



Figura 4.12 – Acelerômetro PCB 333AX.

Fonte: O AUTOR



Figura 4.13 - Régua para a entrada de sinais analógicos.

Fonte: O AUTOR



Figura 4.14 - Analisador de sinais FFT HP 3565S.

Fonte: O AUTOR

O analisador de sinais, por meio do módulo HP 35655A (Figura 4.15), realiza o processamento dos sinais analógicos e os converte em digitais. Estes sinais, por sua vez, são transmitidos ao computador desktop (Figura 4.16), onde o software HP 3566A/67A (Figura 4.17) permite visualizar e analisar curvas no domínio do tempo ou da frequência, além de armazenar dados como frequência e amplitude de deslocamento do movimento do stockbridge.



Figura 4.15 - Módulo de sinais de entrada HP 35655A.

Fonte: O AUTOR

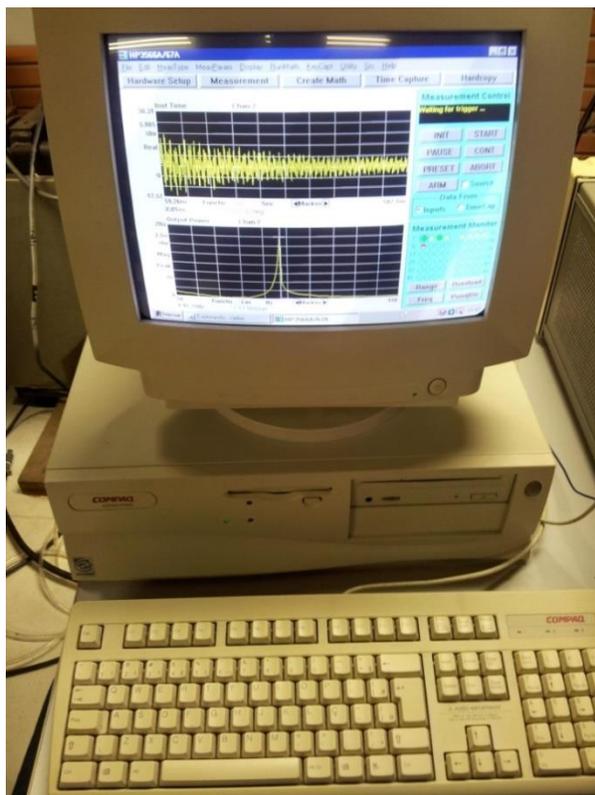


Figura 4.16 - Computador *desktop* COMPAQ.

Fonte: O AUTOR

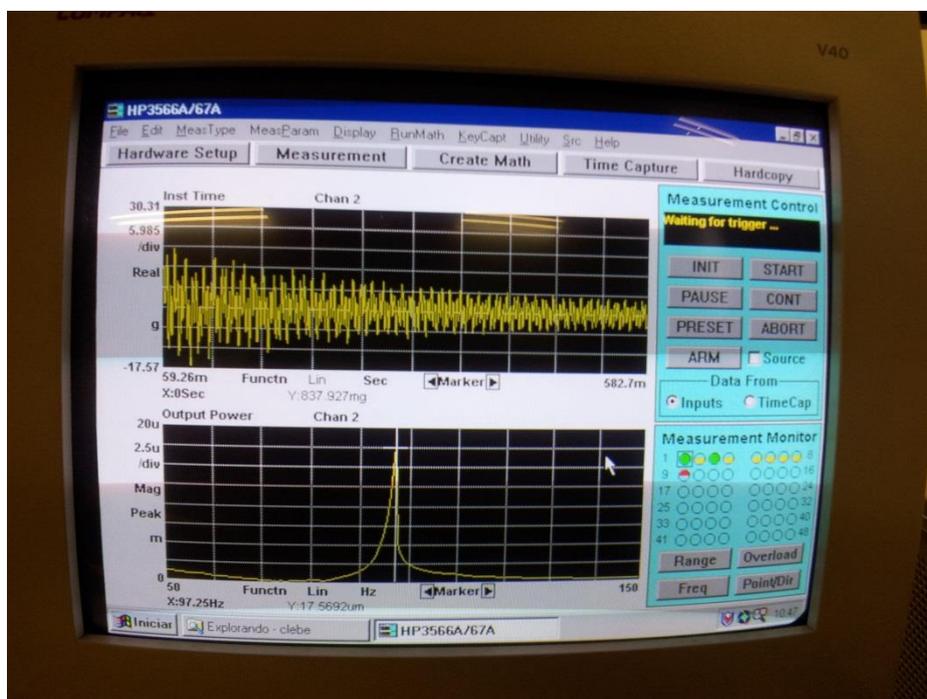


Figura 4.17 – Software HP 3566A/67A utilizado na análise de sinais.

Fonte: O AUTOR

4.2 Métodos Empregados

4.2.1 Procedimento de Ensaio

Os ensaios em laboratório consistiam em deslocar verticalmente e com amplitude constante a base onde o stockbridge se encontrava rigidamente fixo. Assim, para cada frequência de excitação, era obtida a medida do deslocamento da extremidade do cabo mensageiro em relação à base.

O stockbridge foi ensaiado com cinco diferentes amplitudes, cada uma definida pela excentricidade da came. Para isso, foram utilizadas cinco comes, cujas excentricidades são: 0,25mm, 0,50mm, 0,75mm, 1,25mm e 1,50mm. Para cada came, a frequência de excitação era variada no controlador de velocidade, na faixa de 5 a 17 Hz, com incrementos de 0,25 Hz, totalizando uma amostra de 49 frequências. Em cada uma destas frequências, foram obtidas as medidas de deslocamento dos acelerômetros através do programa de análise de sinais.

Os dados obtidos foram armazenados e convertidos em arquivos com extensão *.mat* possibilitando, dessa forma, serem manipulados através do programa *Matlab*.

Através do Matlab e utilizando os dados obtidos foi possível gerar as curvas da FRF de cada um dos cinco ensaios.

4.2.2 Implementação Numérica

O objetivo da implementação numérica foi o de propiciar a otimização de duas grandezas do modelo matemático apresentado no Capítulo 3: a rigidez à flexão (EI_o) e o fator de perda (η).

Segundo Silva Neto e Espíndola (1999), estas duas grandezas são de difíceis avaliações quando se consideram seções complexas como as do cabo mensageiro de stockbridges. Por isso, a necessidade de determiná-los.

A primeira etapa na determinação do EI_o e η foi implementar o modelo matemático em ambiente computacional utilizando como ferramenta o programa numérico *Matlab*.

A segunda etapa consistiu em adequar o modelo numérico ao comportamento físico real do stockbridge, por meio do ajuste dos parâmetros EI_o e η com base nos dados experimentais.

4.2.2.1 Implementação Numérica do Modelo Matemático

No ambiente Matlab foi desenvolvido um algoritmo genérico que atende a cada um dos cinco ensaios, mudando apenas os valores das amplitudes da base, correspondentes às excentricidades das cames.

Com o intuito de representar, adequadamente, os ensaios realizados com o absorvedor stockbridge, foram adotadas algumas considerações que são detalhadas nas seguintes etapas que descrevem o algoritmo:

- 1- Número de elementos: A viga foi discretizada em 10 elementos;
- 2- Inserção dos dados: Entrada com os valores numéricos das características da maior massa do stockbridge, contidos na Tabela 4.1. Lembrando que os valores de rigidez à flexão e fator de perda serão ajustados de acordo com procedimento descrito posteriormente;
- 3- Graus de Liberdade: Numeração e posicionamento dos graus de liberdade de cada elemento em uma matriz;
- 4- Matriz Massa: Montagem da matriz massa global a partir das contribuições de cada elemento da viga e da massa concentrada;
- 5- Movimento do cabo mensageiro: Montagem do vetor massa de excitação global do cabo mensageiro, adicionada à parcela de excitação da massa concentrada no último nó;
- 6- Frequências: A faixa de operação da frequência é de 5 à 17 Hz, com incrementos de 0,25 Hz;

7- Obtenção dos deslocamentos:

- Nos ensaios realizados, o acelerômetro 2 foi fixado no nó correspondente ao número 9, definindo a posição do último nó de deslocamento de translação;
- Para simular o fator de perda devido ao amortecimento histerético no cabo mensageiro, foi considerado $\eta = \eta_i/\omega$, sendo η_i um fator de perda constante e um dos parâmetros que foram ajustados;
- Montagem da matriz rigidez global a partir das contribuições de cada elemento da viga, levando em consideração o respectivo valor dos parâmetros El_o e η_i que foram ajustados;
- Foi imposta uma alta rigidez no primeiro nó da matriz rigidez global, com o intuito de representar o engastamento da viga;
- Resolução da equação matricial e obtenção do vetor com os deslocamentos transversal e rotacional de cada nó;
- Para cada frequência angular de excitação foi considerado o deslocamento correspondente ao nó em que o acelerômetro 2 estava posicionado;
- Com base neste deslocamento, foi calculado a aceleração (A_{ac2}) onde o acelerômetro 2 estava fixado;
- Foi calculada a aceleração da base (A_b) para a respectiva frequência de excitação e excentricidade da came considerada;

8- Gráfico da FRF: Foi gerado a curva FRF que correlaciona a razão entre as acelerações (RA) com a variação da frequência, sendo $RA = (A_{ac2}/A_b)$ e denota a amplitude do acelerômetro 2 em relação à base.

4.2.2.2 Método de Ajuste

Os parâmetros rigidez à flexão e fator de perda foram ajustados por meio do Algoritmo Genético (AG) do Matlab, versão 5.1. Esta ferramenta,

desenvolvido pelo Departamento de Engenharia de Sistemas de Controle e Automação da Universidade de Sheffield na Inglaterra, possibilita a utilização de diversos operadores genéticos, os quais são empregados em funções com o objetivo de comparação e busca de resultados mais aprimorados.

Por isso, a primeira etapa consistiu em definir uma função objetivo (FO) com base nas FRF experimental (FRF_{exp}) e FRF numérica (FRF_{num}), de acordo com a seguinte equação (SILVA, 2006):

$$FO(EI_o, \eta_i) = \sum_{f=6}^{10} \frac{|FRF_{exp} - FRF_{num}|}{|FRF_{exp}|} \quad (4.1)$$

Sendo f a frequência de excitação.

A equação (4.1) representa o somatório dos erros relativos entre as FRFs experimental e numérica no intervalo de frequência mais relevante, isto é, àquele em que as amplitudes são as mais elevadas devido a condição de ressonância, de 6 à 10 Hz de acordo com os dados experimentais.

Para cada valor de amplitude da base, foram desenvolvidos cinco algoritmos com a sua respectiva função objetivo.

A ferramenta AG do Matlab têm vários parâmetros genéticos que podem ser empregados nas otimizações de funções. A Tabela 4.2 exibe a configuração dos parâmetros genéticos utilizados no ajuste.

Tabela 4.2 - Configuração dos parâmetros genéticos do AG do Matlab.

Fatores	Valor
Número de Variáveis	2
Tamanho da População	50
Número de Gerações	50
Intervalo de variação do EI_o	[2 10]
Intervalo de variação do η_i	[1 2]

Fonte: O AUTOR

Desse modo, para cada algoritmo desenvolvido e utilizando os parâmetros da Tabela 4.2, foram feitas iterações no AG do Matlab. O objetivo foi minimizar a função (FO) (equação (4.1)) ao mínimo valor possível de modo que a aproximação dos dados numéricos aos dados experimentais retornasse os parâmetros EI_o e η_i ajustados para cada valor de amplitude da base.

5 RESULTADOS

5.1 Dados Experimentais

Os resultados experimentais são apresentados na Figura 5.1. Cada curva é representativa da FRF do sinal obtido pelo acelerômetro 2 (extremidade do stockbridge) em relação ao acelerômetro 1 (na base), de acordo com a respectiva excentricidade da came ensaiada.

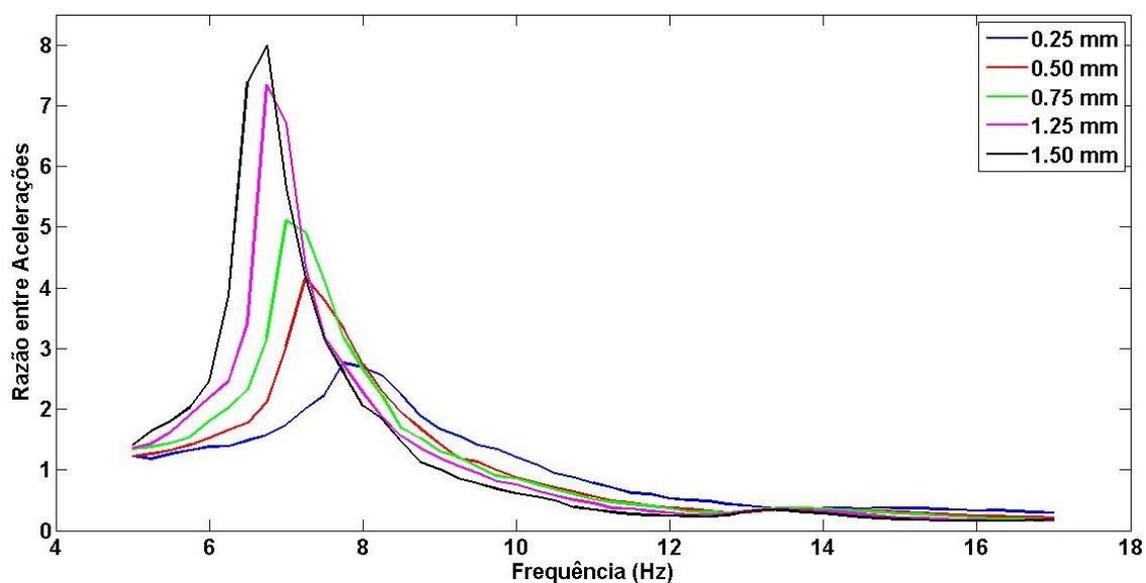


Figura 5.1 - Curvas das FRFs obtidas pelo acelerômetro 2 em relação à base.

Fonte: O AUTOR

5.2 Resultados dos Parâmetros Ajustados

Na Tabela 5.1 são apresentados, para cada excentricidade de came, os resultados dos parâmetros η_i e EI_o ajustados, com seus respectivos valores de erro relativo da função objetivo (FO) e do tempo gasto na otimização pelo AG do *Matlab*.

Tabela 5.1 - Parâmetros ajustados e seus respectivos valores.

Excentricidade (mm)	η_i	$EI_o(Nm^2)$	(FO)	Tempo de Otimização (s)
0.25	9.70	1.91	1.60	43
0.50	6.01	1.75	1.46	46
0.75	4.47	1.63	1.61	46
1.25	2.89	1.53	1.62	46
1.50	2.46	1.44	2.71	46

Fonte: O AUTOR

5.3 Resultados Numéricos Ajustados

As Figuras 5.2 à 5.6 exibem os resultados numéricos isolados e ajustados para cada excentricidade de came, tendo como base os respectivos resultados experimentais.

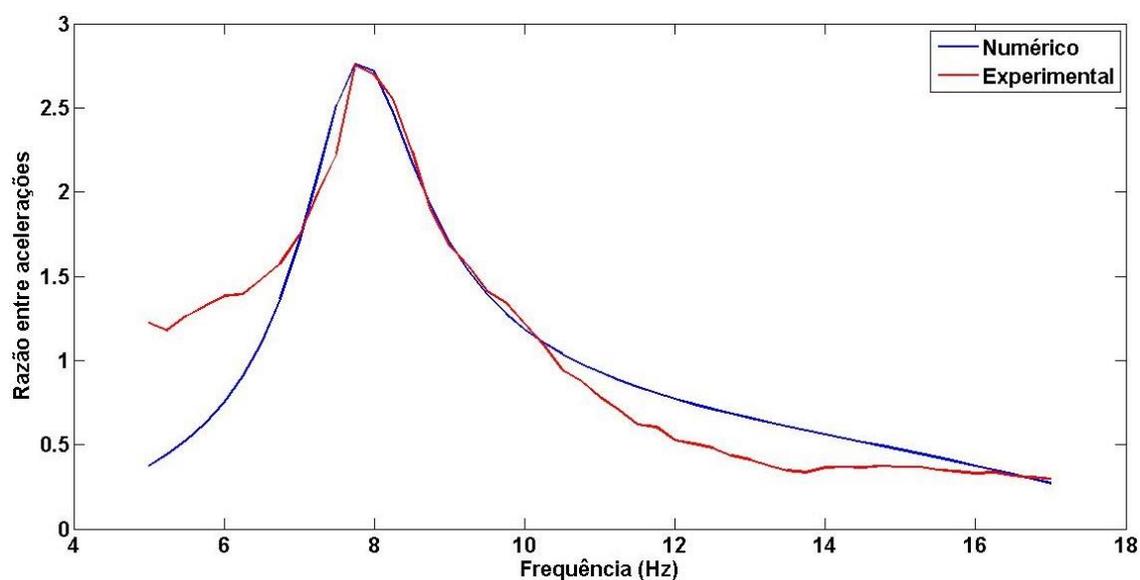


Figura 5.2 – Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para came com excentricidade de 0,25 mm.

Fonte: O AUTOR

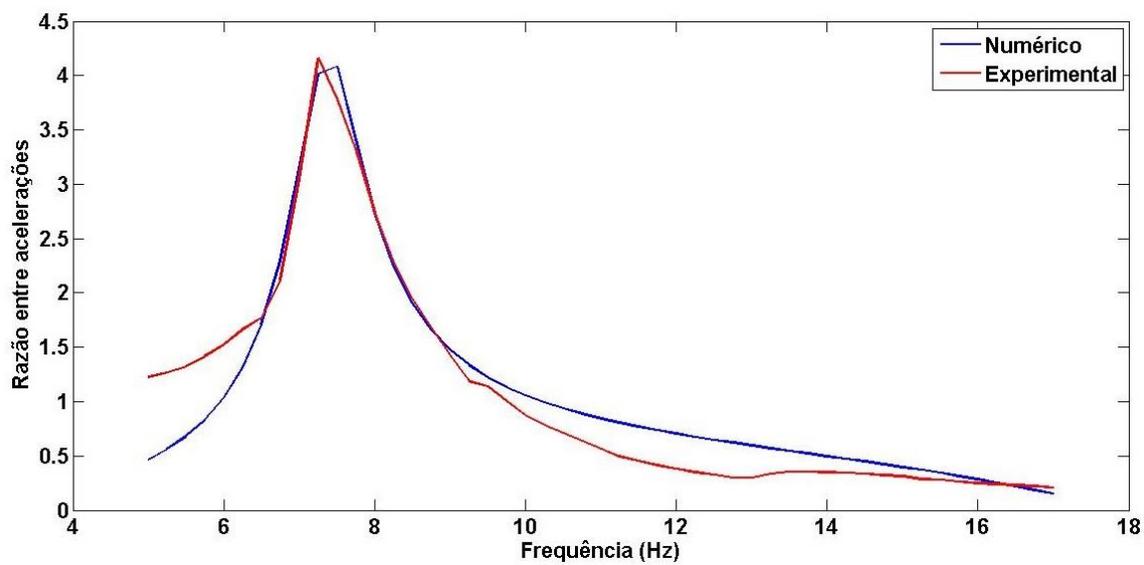


Figura 5.3 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para ceme com excentricidade de 0,50 mm.

Fonte: O AUTOR

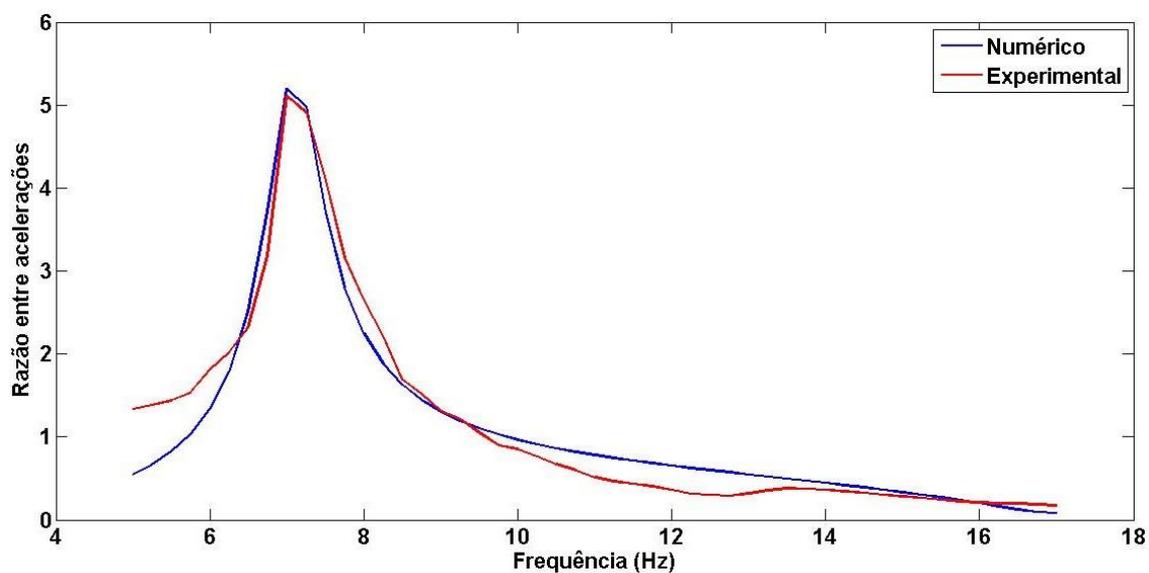


Figura 5.4 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para ceme com excentricidade de 0,75 mm.

Fonte: O AUTOR

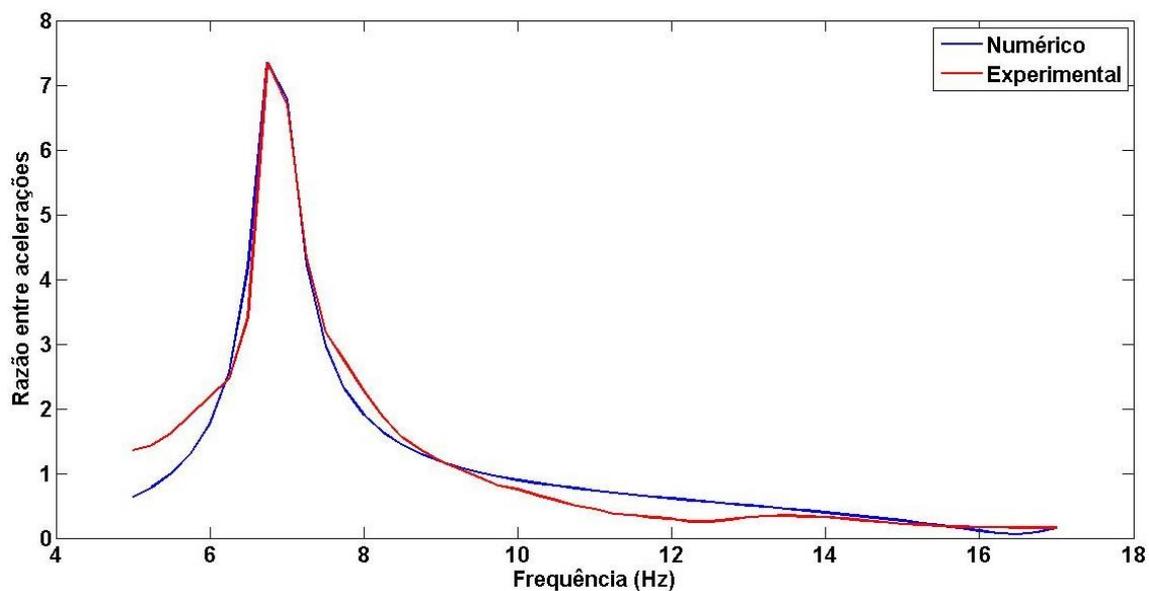


Figura 5.5 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para cames com excentricidade de 1,25 mm.

Fonte: O AUTOR

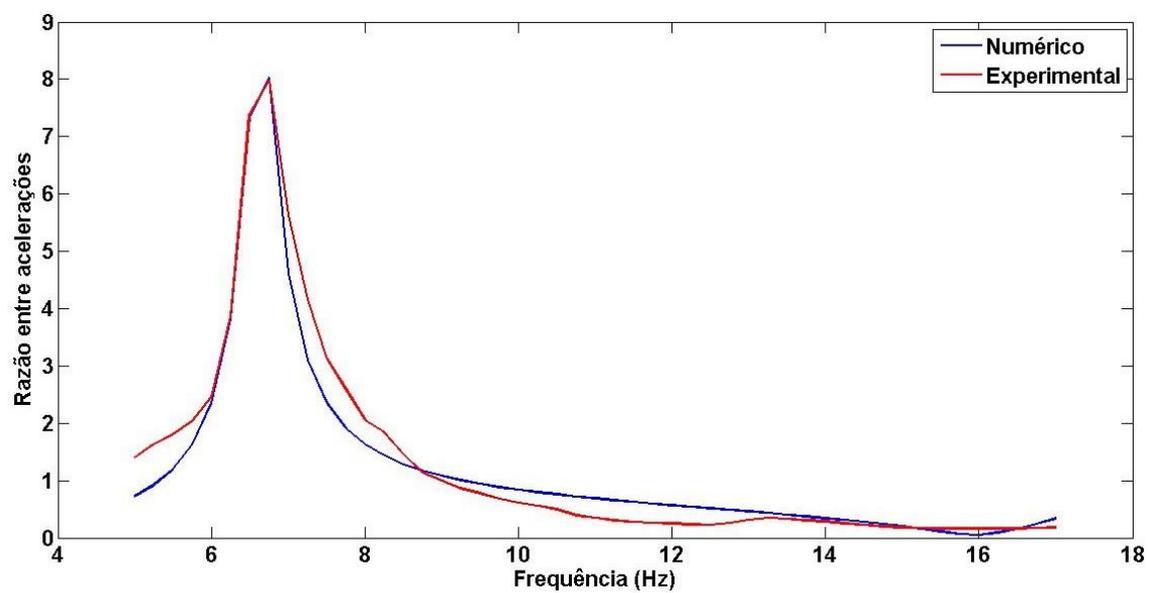


Figura 5.6 - Curvas das FRFs experimental e numérica ajustada para cames com excentricidade de 1,50 mm.

Fonte: O AUTOR

5.4 Discussão dos Resultados

O stockbridge assimétrico possui quatro frequências naturais, duas referentes à massa suspensa maior e as outras duas referentes à massa menor. Devido a limitação da frequência de excitação (17 Hz) do motor da máquina de came, só foi possível atingir a primeira frequência natural. Esta frequência corresponde ao lado do stockbridge com maior massa suspensa. Por este motivo, os resultados obtidos e ajustados são referentes tão somente a este lado.

Apesar disso, foram obtidos dados experimentais e resultados numéricos interessantes, os quais permitem constatar que:

- Na Figura 5.1, com o aumento das excentricidades das comes, as amplitudes máximas das curvas ocorreram em frequências menores. Isso pode ser explicado através dos parâmetros fator de perda e rigidez a flexão, da Tabela 5.1, ajustados com base nos dados experimentais. Por exemplo, para a came com excentricidade de 0,25 mm, a amplitude máxima de vibração ocorre em uma frequência maior devido a sua condição de maior fator de perda (dissipação de energia) e rigidez a flexão em relação às demais comes. À medida que a excentricidade aumenta, estes dois parâmetros diminuem proporcionalmente, indicando que a amplitude máxima ocorre em uma frequência menor devido a uma condição de menor fator de perda e rigidez a flexão.
- Na Tabela 5.1, os valores dos parâmetros η_i e EI_o ajustados diminuíram com o aumento da amplitude da base. Esta redução está intimamente ligada a sobreposição dos efeitos inerciais da massa suspensa em relação ao cabo mensageiro. Fato este constatado nos ensaios experimentais na condição de ressonância e nas frequências próximas à ela.
- Nas Figuras 5.2 à 5.6, os dados numéricos se ajustaram aos dados experimentais na faixa de frequência de 6 à 10 Hz. Esta faixa de frequência é a mais relevante porque envolveu as maiores amplitudes de deslocamento devido ao efeito da ressonância.

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões

As diversas etapas do desenvolvimento e execução deste trabalho forneceram subsídios teóricos e práticos, os quais permitiram o estudo do comportamento dinâmico do absorvedor. A partir deste estudo, foram obtidos resultados satisfatórios, ou seja, boa correlação dos dados numéricos com os experimentais. Isto pode ser constatado pelos baixos valores da função objetivo, mostrados na Tabela 5.1.

Desta forma, o modelo matemático apresentado representa, de maneira bem aproximada, o comportamento real do stockbridge assimétrico na faixa de frequência considerada e de acordo com as excentricidades de cames ensaiadas. Isto permite concluir que o objetivo geral proposto, no qual consistia em ajustar o modelo matemático, foi cumprido.

6.2 Trabalhos Futuros

Um possível trabalho futuro a ser desenvolvido é utilizar o modelo matemático validado para as demais frequências naturais do stockbridge assimétrico. Com isso, pode-se obter um quadro comparativo entre as frequências naturais e seus respectivos parâmetros ajustados com o intuito de verificar a variação dos parâmetros com o aumento da frequência de excitação. Esta comparação poderá também complementar o estudo, análise e desenvolvimento de dispositivos absorvedores mais eficientes.

Para isso, torna-se imprescindível empregar um motor elétrico o qual permita atingir elevadas frequências de vibrações ou que pelo menos atinja todas as quatro frequências naturais do stockbridge assimétrico em análise.

7 REFERÊNCIAS

ARRUDA, A. C. F. de. **Análise de Amortecedores para Linhas de Transmissão de Energia Elétrica**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia de Campinas: Departamento de Materiais e Mecânica dos Sólidos. Campinas, 1975.

ASEKA, E. H. **Sistemas concentrados e distribuídos com amortecimento viscoelástico, utilizando a base gerada pela resposta impulso**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Porto Alegre, RS, 2008.

BARROS, M. B. **Proposição, avaliação numérica e experimental de um absorvedor dinâmico de vibrações multimodal**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia Mecânica. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Uberlândia, MG, 2009.

BBC NEWS. Northern Ireland. **NIE repairs iced over power line**. Disponível em: <http://www.bbc.co.uk/news/uk-northern-ireland-16209787>. Acessado em: 13/03/2013.

BRATTI, G. **Determinação do amortecimento de painel aeronáutico com material viscoelástico**. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Florianópolis, SC, 2011.

CAMPOS, N. B. F. **Ajuste de Modelos usando Funções de Resposta em Frequência**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Faculdade de Engenharia Mecânica. Departamento de Mecânica Computacional. Campinas, SP, 2002.

DIANA, G. et al. **Stockbridge - Type Damper Effectiveness Evaluation: Comparison Between Tests on Span and on the Shaker**, IEEE Transactions on Power Delivery, v. 18, n. 4, p. 8 2003.

FLICKRIVER. **Strouhal vs. Reynolds**. Disponível em: <http://www.flickrriver.com/photos/mitopencourseware/4150128499/>. Acessado em: 10/03/2013.

FLOODY, S. E. **Dinâmica de estruturas compostas metal/elastômero: Uma abordagem generalizada**. Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica. Universidade Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Florianópolis, SC, 2010.

FOX, ROBERT W. *et al.* **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. LTC. Rio de Janeiro, 2006.

HENRIQUES, A. M. D. **Bancada de Ensaios Mecânicos à Fadiga de Cabos Condutores de Energia**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental. Brasília, 2006.

HIBBELER, R. C. **Dinâmica: Mecânica para Engenharia, vol. 2**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.

INMAN, D. J. **Engineering Vibration**. Pearson Education. New Jersey, 2008.

KASAP, H. **Investigation of Stockbridge Dampers for Vibration Control of Overhead Transmission Lines**. Master of Science in Mechanical Engineering Department. Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2012.

LABEGALINI, P. R. *et al.* **Projetos Mecânicos das Linhas Aéreas de Transmissão**. Edgard Blucher. São Paulo, 1992.

LÓPEZ, A. L.; VENEGAS, J. C. **Endurance of dampers for electric conductors**. International Journal of Fatigue, v. 23, n. 1, p. 21- 28, 2001.

MELO, F. B. N. **Desenvolvimento de um Dispositivo de Fixação para Caracterização Mecânica das Ligas NiTi**. Projeto de Graduação. Universidade de Brasília: Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica. Brasília, 2011.

MIGOTTO, DIONÉIA. **Autofunções e Frequências de Vibração do Modelo Euler-Bernoulli para Vigas Não-Clássicas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria. Programa de Pós-Graduação em Matemática, Centro de Ciências Naturais e Exatas. Santa Maria, RS, 2011.

OLIVEIRA, H. S. **Análise Dinâmico de um Stockbridge Pseudoplástico**. Projeto de Graduação. Universidade de Brasília: Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica. Brasília, 2011.

PICCOLI, H. C. **Vibrações Livres de Sistemas de um Grau de Liberdade**. Rio Grande do sul: Furg, 2012. 39 f. Disponível em: <http://www2.ee.furg.br/piccoli/apostila/unidade2.pdf>. Acessado em: 30/10/13.

PINHO, A. F. de; MONTEVECHI, J. A. B.; MARINS, F. A. S. **Análise da Aplicação de Projeto de Experimentos nos Parâmetros dos Algoritmos Genéticos**. Programa de Pós-Graduação em Sistemas de Gestão. Universidade Federal de Itajubá e Universidade Estadual Paulista. Revista Sistemas e Gestão, v. 2, n.3, p.314-325, 2007.

PORTAL BRASIL. **Economia: Setor Elétrico.** Disponível em: <http://www.brasil.gov.br/sobre/economia/energia/setor-eletrico/transmissao>. Acessado em: 13/03/2013.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas.** São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SAUTER, D. **Modeling the Dynamic Characteristics of Slack Wire Cables in Stockbridge Dampers.** Vom Fachbereich Mechanik der Technischen Universität Darmstadt zur Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte. Darmstadt, 2003.

SILVA JR, A. J. da. **Caracterização Dinâmica de um Protótipo de Stockbridge Pseudoelástico.** Dissertação de Mestrado em Sistemas Mecatrônicos. Universidade de Brasília: Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica. Brasília, 2011.

SILVA NETO, João Morais da; ESPÍNDOLA, José João de. **Identificação de parâmetros materiais e estruturais no domínio da frequência.** Universidade Federal de Santa Catarina. Departamento de Engenharia Mecânica. Florianópolis, SC, 1999.

SILVA, V. P. **Estudo numérico e experimental em amortecedores tipo stockbridge para linhas de transmissão aéreas.** Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica. Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Curitiba, PR, 2006.

SIMERICS. Disponível em: <http://www.simerics.com>. Acessado em: 07/04/2013.

SOEIRO, NEWTON S. **Curso de Fundamentos de Vibrações e Balanceamento de Rotores.** Síntese do curso promovido para Centrais Elétricas do Norte do Brasil S/A – ELETRONORTE. Universidade Federal do Pará. Grupo de Vibrações e Acústica. Belém, 2008.

SOUZA JR, O. H de. **Vibrações em Cabos Aéreos de Linhas de Transmissão: Estudo Teórico e Experimental por Meio de Modelos Lineares e Não Lineares.** Tese de Doutorado em Engenharia Mecânica do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. PUC-PR. Curitiba, 2010.

TANOMARU, J. **Motivação, Fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos.** Congresso Brasileiro de Redes Neurais. Escola de Redes Neurais. Universidade de Tokushima. Tokushima, 1995.

VANNUTELLI, R. S. **Caracterização de SMA nos estados austenítico e martensítico pelo método da resposta forçada visando o desenvolvimento de um stockbridge.** Projeto de Graduação. Universidade de Brasília: Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica. Brasília,

2013.

VECCHIARELLI, J; CURRIE, I. G. **Computational analysis of Aeolian conductor vibration with a stockbridge.** Journal of Fluids and Structures, v. 14, n. 1, pp. 489- 509, 2000.