

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA

CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MARCO AURÉLIO FERRARI

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO CRUZADO EM
CILINDROS EM TANDEM DENTRO DE UM CANAL E PROPOSTA DE
CORRELAÇÃO PARA O NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO.**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2015

MARCO AURÉLIO FERRARI

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO CRUZADO EM
CILINDROS EM TANDEM DENTRO DE UM CANAL E PROPOSTA DE
CORRELAÇÃO PARA O NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO.**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique Dias dos Santos

CURITIBA

2015

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa "Simulação numérica do escoamento cruzado em cilindros em tandem dentro de um canal e proposta de correlação para o número de Nusselt médio", como requisito para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica do Paraná.

Prof. Dr. Paulo Henrique Dias dos Santos
DAMEC,UTFPR
Orientador

Prof. Dr. Admilson Teixeira Franco
DAMEC,UTFPR
Avaliador

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira
DAMEC,UTFPR
Avaliador

Curitiba, 16 de Julho de 2015.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, que nunca desistiram de mim nos momentos difíceis e me auxiliaram em algumas das tomadas de decisão que serão importantes para o resto de minha vida.

Ao professor Paulo Henrique Dias dos Santos, que nos últimos 10 meses de trabalho em conjunto, auxiliou-me no aprendizado do programa CFD utilizado.

A UTFPR e seus professores, que através de problemas intrigantes instigavam-me a buscar a solução, mesmo que tivesse que buscar o conhecimento em outras áreas da ciência.

Aos meus amigos e colegas, que sempre foram prestativos e solidários, seja na universidade ou fora dela.

Curiosity is more important than knowledge.

Albert Einstein

A curiosidade é mais importante do que o conhecimento.

Albert Einstein

RESUMO

FERRARI, Marco. **Simulação numérica do escoamento cruzado em cilindros em tandem dentro de um canal e proposta de correlação para o número de Nusselt médio.** Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

Coletores solares a vácuo com o passar dos anos têm sido cada vez mais utilizados no aquecimento de água para o uso doméstico. Esses aquecedores são compostos de vários termosifões que absorvem a energia solar e transfere para a água a ser aquecida. A transferência de calor ocorre através do escoamento cruzado da água dentro de um canal ao redor da seção do condensador do termosifão. A determinação para a taxa de transferência de calor é realizada através de uma correlação para o número de Nusselt. Porém para a geometria existente no coletor solar a vácuo não é conhecida uma correlação para o número de Nusselt. Neste trabalho é realizada através de simulação numérica a análise da influência de parâmetros geométricos e do número de Reynolds sobre o número de Nusselt no escoamento cruzado em torno de cilindros em tandem dentro de um canal. Além disso, é analisado o efeito da largura do canal onde ocorre o escoamento, a distância entre os cilindros e o número de cilindros dentro do canal. As equações de transporte e energia são resolvidas através do programa de dinâmica de fluidos computacional ANSYS/FLUENT. O problema é tratado de forma transiente devido à formação de vórtices na região posterior aos cilindros. Os resultados demonstram que: (i) um aumento na distância entre os cilindros causa um aumento no número de Nusselt médio; (ii) um aumento na largura do canal, tem efeito inverso, causando uma diminuição do número de Nusselt médio; (iii) o aumento do número de Reynolds, avaliado entre 80 e 200, ocasiona um aumento do número de Nusselt médio; (iv) o número de Nusselt médio diminui com aumento do número de cilindros contidos dentro do canal, porém a temperatura de saída média aumenta. A partir dos dados numéricos é proposta uma correlação para o número de Nusselt.

Palavras-chaves: Escoamento cruzado, Cilindros em tandem, Número de Nusselt, Correlação numérica.

ABSTRACT

FERRARI, Marco. **Numeric simulation of the crossflow over tandem cylinders within a channel and a correlation proposal for the average Nusselt number.** Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

Evacuated tube collectors over the past years raised your use in domestic water heating applications. These heaters are made from various thermosyphons that collect the solar energy and transfer it to the water. The heat transfer occurs in a cross-flow of water over the thermosyphon condenser sections within a channel. The determination of the heat transfer rate can be done by using a Nusselt number correlation. However for the existing geometry in the evacuated tube collector, a correlation for Nusselt number is unknown. On this work, by numerical simulation, the influence of geometric parameters and the Reynolds number over the average of Nusselt number for the crossflow in tandem cylinder within a channel is done. Besides that, it is investigated the effect of channel width, distance between cylinders, number of cylinders. The transport equations are solved by computation fluid dynamic program ANSYS/FLUENT. The problem is not in steady state due the vortex formation in the back region of immersed bodies. The results showed that: (i) an increase in the distance between cylinders increase the average Nusselt number; (ii) The increase of channel width, has an opposite effect, reducing the Nusselt number instead of increasing;(iii) The increase of Reynolds number, evaluated between 80 and 200, increase the average Nusselt number; (iv) The average Nusselt number decreases with the increase of number of cylinders contained within the channel, but the average temperature in outlet raise. From obtained data, a new correlation for the average Nusselt number is suggested for the geometry investigated.

Keywords: Cross-Flow, Cylinders in tanden, Nusselt number, Numeric correlation

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Representação esquemática do Termossifão	16
Figura 1.2 –Coletor solar assistido por termossifões. A: visão global; B: seção	17
Figura 1.3 - Escoamento cruzado através de uma fileira de tubos	18
Figura 2.1 - Desenvolvimento da camada limite sobre uma superfície.....	23
Figura 2.3 - Mecanismo de formação de vórtices	26
Figura 2.5 - Dependência do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds.....	28
Figura 3.1 - Escoamento cruzado em torno de um cilindro.....	33
Figura 3.2 - Escoamento cruzado em matriz tubular. A - Arranjo alinhado, B- Arranjo alternado	34
Figura 4.1 - Escoamento cruzado em torno de um cilindro.....	38
Figura 4.2 - Escoamento cruzado em torno de dois cilindros em tandem dentro de um canal	39
Figura 5.1- Malha estruturada ao redor de um cilindro	47
Figura 5.2- Algoritmo de solução baseado em pressão	49
Figura 6.1 - Malhas na região próxima ao cilindro utilizadas no teste de independência de malha	52
Figura 6.2- Perfil de velocidade para o ângulo de 90° ao redor de cilindro em escoamento cruzado para $Re= 218$ para diferentes malhas analisadas.....	54
Figura 6.3 - Resultados do coeficiente de arrasto para o teste de malha.	54
Figura 6.5 - Verificação de Resultados : Número de Nusselt local para escoamento cruzado de um cilindro para o número de Reynolds de 120.....	56
Figura 6.6 - Verificação de Resultados : Número de Nusselt local para escoamento cruzado de um cilindro para o número de Reynolds de 218.	56
Figura 6.7 - Coeficiente de arrasto sobre um cilindro liso, onde \times representa os resultados do presente trabalho.....	58
Figura 6.8 - Análise de espectro do número de Strouhal para o número de Reynolds de 120 e 218.....	59
Figura 6.9 - Representação esquemática de dois cilindros em tandem utilizada.....	60
Figura 6.10 - Malha computacional utilizada para a razão $H/D=6$ e $L/D=5$. A: visão global ; B: detalhe da malha entre os cilindros.....	61
Figura 6.11- Número de Nusselt local para $H/D = 6$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	62

Figura 6.12- Linhas de corrente para $H/D=6$ e $L/D=5$ $Re=200$ na região próxima aos cilindros.	63
Figura 6.13 - Campo vetorial de velocidade na região entre cilindros para $L/D=2$ e $H/D=6$ para $Re=200$. Demonstrando a posição e sentido dos vórtices.	63
Figura 6.14 - Número de Nusselt local para $H/D= 4$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	64
Figura 6.15- Número de Nusselt local para $H/D = 2$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	65
Figura 6.16 - Número de Nusselt local para $L/D = 2$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	67
Figura 6.17- Linhas de corrente para $L/D=5$ e $H/D=2$ para $Re=200$ no primeiro cilindro	67
Figura 6.18 - Número de Nusselt local para $L/D = 3$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	68
Figura 6.19 - Número de Nusselt local para $L/D = 4$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	69
Figura 6.20 - Número de Nusselt local para $L/D= 5$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro.....	70
Figura 6.21- Malha com 10 cilindros e L/D igual a 4 e H/D igual a.....	72
Figura 6.22 - Número de Nusselt local para $Re = 80$	73
Figura 6.23- Número de Nusselt local para $Re = 120$	73
Figura 6.24- Número de Nusselt local para $Re = 200$	74
Figura 6.25 - Valores de Nusselt médio para um sistema com 10 cilindros	75
Figura 6.26 - Contorno de temperatura para $Re=80$	76
Figura 6.27- Perfil de temperatura a uma distância de $5D$ do ultimo cilindro	77
Figura 6.28 - Comparação o número de Nusselt obtida pelo equação 6.4 e os resultados da simulação.....	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1- Termos empregados na Equação 5.1	50
Tabela 6.1 - Dados das malhas utilizadas.....	53
Tabela 6.2 - Verificação de Resultados : número de Nusselt médio.....	57
Tabela 6.3 - Número de Nusselt médio para 2 cilindros em tandem para o $Re=200$ em água	71
Tabela 6.4- Valores de Nusselt médio para um sistema com 10 cilindros.....	75
Tabela 6.5- Valores de número de Nusselt médio calculados a partir da equação 5.3.....	79

LISTA DE SIMBOLOS E ACRÔNIMOS

Símbolos romanos

c_p	Calor Específico	[J/(kgK)]
D	Diâmetro	[m]
f	Frequência de formação de vórtices	[s ⁻¹]
F	Força	[N]
h	Coefficiente de transferência de calor.	[W/m ² K]
H	Altura do Canal	[m]
k	Condutividade térmica do fluido	[W/mK]
L	Distância entre cilindros	[m]
Nu	Número de Nusselt	[-]
p	Pressão absoluta	[N/m ²]
P	Período	[s]
Pr	Número de Prandtl	[-]
R	Raio do cilindro	[m]
Re _D	Número de Reynolds	[-]
q"	Fluxo de calor	[W/m ²]
\dot{q}	Geração de energia por unidade de volume	[W/m ³]
St	Número de Strouhal	[-]
T	Temperatura	[K]
t	Tempo	[s]
U	Velocidade do escoamento	[m/s]

Símbolos gregos

α	Difusividade térmica	[m ² /s]
----------	----------------------	---------------------

θ	Ângulo	[rad]
m	Viscosidade dinâmica	[Pa.s]
ν	Viscosidade cinemática	[m ² /s]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
τ	Tensão de cisalhamento	[N/m ²]
Φ	Função de dissipação viscosa	[-]
ϕ	Potencial de velocidade	[-]
Ψ	Função de corrente	[-]

Subscritos

max	Máximo
∞	Referente às propriedades do escoamento livre
S	Referente à superfície do cilindro
f	Filme
faces	Referente a face
b	Corrente livre

SUMÁRIO

1	Introdução	15
1.1	Contexto	15
1.2	Caracterização do problema	17
1.3	Objetivos.....	18
1.3.1	Objetivo Geral	18
1.3.2	Objetivos Específicos	19
1.4	Justificativa.....	19
1.5	Conteúdo do trabalho	19
2	Fundamentação teórica	21
2.1	Parâmetros adimensionais	21
2.1.1	Número de Reynolds	21
2.1.2	Número de Prandtl.....	21
2.1.3	Número de Nusselt	22
2.2	Escoamento cruzado o redor de um cilindro	22
2.2.1	Camada limite laminar.....	22
2.2.1.1	Espessura da camada limite sobre um escoamento bidimensional ao redor de um cilindro em escoamento cruzado.	23
2.2.2	Mecanismo de formação de vórtices	25
2.2.3	Regimes de escoamento cruzado ao redor de um cilindro	26
2.2.4	Número de Strouhal e a frequência de formação de vórtices	28
2.3	Transferência de calor por convecção	29
2.4	Considerações finais do capítulo	30
3	Revisão bibliográfica	31
3.1	Correlações para o número de Nusselt médio do escoamento cruzado sobre um cilindro.....	31
3.2	Correlações para o número de Nusselt do escoamento cruzado através de matriz tubular.....	34
3.3	Considerações finais do capítulo	36
4	Modelagem matemática.....	38
4.1	Descrição do problema proposto	38
4.2	Equações do escoamento cruzado sobre cilindro	39
4.2.1	Equação da Conservação da Massa	40
4.2.2	Equação da Conservação da Quantidade de Movimento	40
4.2.3	Equação da Conservação da Energia.....	41
4.3	Condições de contorno	42
4.4	Parâmetros analisados.....	43
4.4.1	Número de Nusselt médio	43
4.4.2	Coefficiente de arrasto	44
4.4.3	Desvio percentual	44
4.4.4	Regressão linear.....	45
4.4.4.1	Soma do quadrado dos resíduos	45
4.4.4.2	Coefficiente de determinação (R^2).....	45
4.4.4.3	R^2 ajustado	46
4.4.4.4	Raiz quadrada do erro médio (RMSE)	46
4.5	Considerações finais do capítulo	46
5	Modelagem numérica	47
5.1	Discretização do domínio	47

5.2	Método numérico.....	48
5.2.1	Discretização das equações de transporte.....	49
5.3	Critério de parada	51
6	Resultados e discussões	52
6.1	Teste de Malha.....	52
6.1.1	Perfil de Velocidade	53
6.1.2	Coefficiente de Arrasto	54
6.1.3	Número de Nusselt local.....	54
6.2	Validação do modelo	55
6.2.1	Coefficiente de arrasto	58
6.3	Resultados adicionais para escoamento ao redor de um cilindro	58
6.3.1	Número de Strouhal.....	58
6.4	Escoamento cruzado em cilindros em tandem dentro de um canal	59
6.4.1	Análise da razão L/D	61
6.4.2	Análise da razão H/D.....	66
6.5	Escoamento cruzado de vários cilindros centrados dentro de um canal	71
6.6	Correlação para o número de Nusselt.....	77
7	Conclusão.....	82
7.1	Sugestões de trabalhos futuros	83
8	Bibliografia	84

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

O aquecimento de água para o uso residencial através da utilização de coletores solares ao longo dos anos se tornou uma forma economicamente viável, quando comparado com os aquecedores elétricos e a gás. Os coletores solares absorvem a energia térmica oriunda do sol e a transfere para a água que é aquecida.

O modelo comercial de coletor solar que tem a maior participação no mercado é um sistema composto por um feixe de tubos que absorve a irradiação solar e a transfere a água, aumentando a sua energia térmica. A água aquecida é então armazenada em reservatórios térmicos. Outro modelo de coletor solar é o parabólico, composto de uma estrutura parabólica reflexiva que redireciona os raios solares para um ponto focal, onde se encontra um tubo no qual flui a água que é aquecida.

Além dos coletores solares citados, de acordo com Kalorigou (2004) existe outro denominado coletor solar a vácuo ou coletor solar assistido por termossifões, tendo esse apresentado eficiência térmica aceitável mesmo em condições adversas para o aquecimento de água através de coletores solares.

O termossifão é um tubo de calor, geralmente é construído com um tubo metálico hermeticamente fechado que apresenta um fluido de trabalho no seu interior, Figura 1.1. O fluido de trabalho é aquecido na região denominada de evaporador e devido ao seu aquecimento sofre o processo de evaporação. Devido a fase de vapor apresentar uma massa específica menor que a fase líquida, o vapor escoar para a parte superior do termossifão, denominada de condensador, onde é resfriado pelo escoamento externo ao termossifão (água a ser aquecida), e retornando a fase líquida. O fluido condensado retorna ao evaporador pela ação da gravidade, completando o ciclo.

Como a transferência de calor da região do condensador para o evaporador ocorrer através da mudança de fase, a superfície do termossifão permanece a temperatura constante, este fenômeno é evidenciado nos resultados de Abreu e Colle (2004). Segundo Kalorigou(2004) essa característica é importante, pois impede que o termossifão superaqueça ou o fluido de trabalho congele.

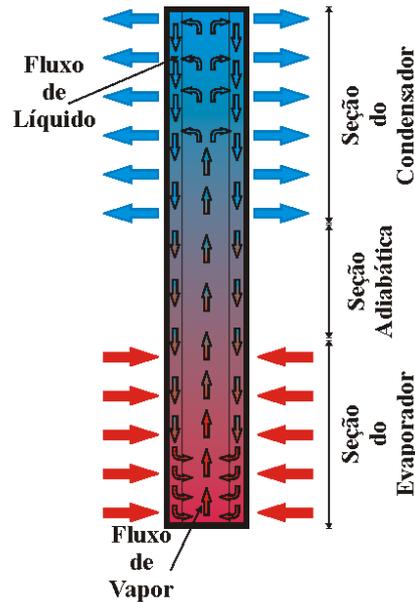


Figura 1.1- Representação esquemática do Termossifão

Fonte: Autoria própria

Nos coletores solares a vácuo, a seção do evaporador do termossifão é envolta por uma superfície translúcida, por exemplo vidro. A região compreendida entre o termossifão e o envoltório translucido é evacuada, permitindo que a irradiação solar seja coletada e se reduza as perdas por convecção e condução para o ambiente.

A seção do condensador é posicionada dentro de um canal, onde água que será aquecida escoar. Com o objetivo de aumentar a temperatura de saída da água, diversos termossifões são posicionados em série dentro do canal. A Figura 1.2 apresenta esquematicamente um coletor solar a vácuo, onde a Figura 1.2 (b) apresenta uma seção de um coletor solar assistido a vácuo. Na seção do condensador, a energia transportada pelo fluido de trabalho internamente, que está no estado vapor, é transferida para a água que escoar transversalmente sobre a superfície do termossifão, fazendo que ela seja aquecida.

O dimensionamento do coletor solar a vácuo depende da estimativa da taxa de transferência de calor das paredes do termossifão para a água que escoar sobre a superfície externa da região do condensador. A taxa de transferência de calor é estimada pela lei de Resfriamento de Newton, que depende do coeficiente de transferência de calor e esse, por sua vez, depende do número de Nusselt.

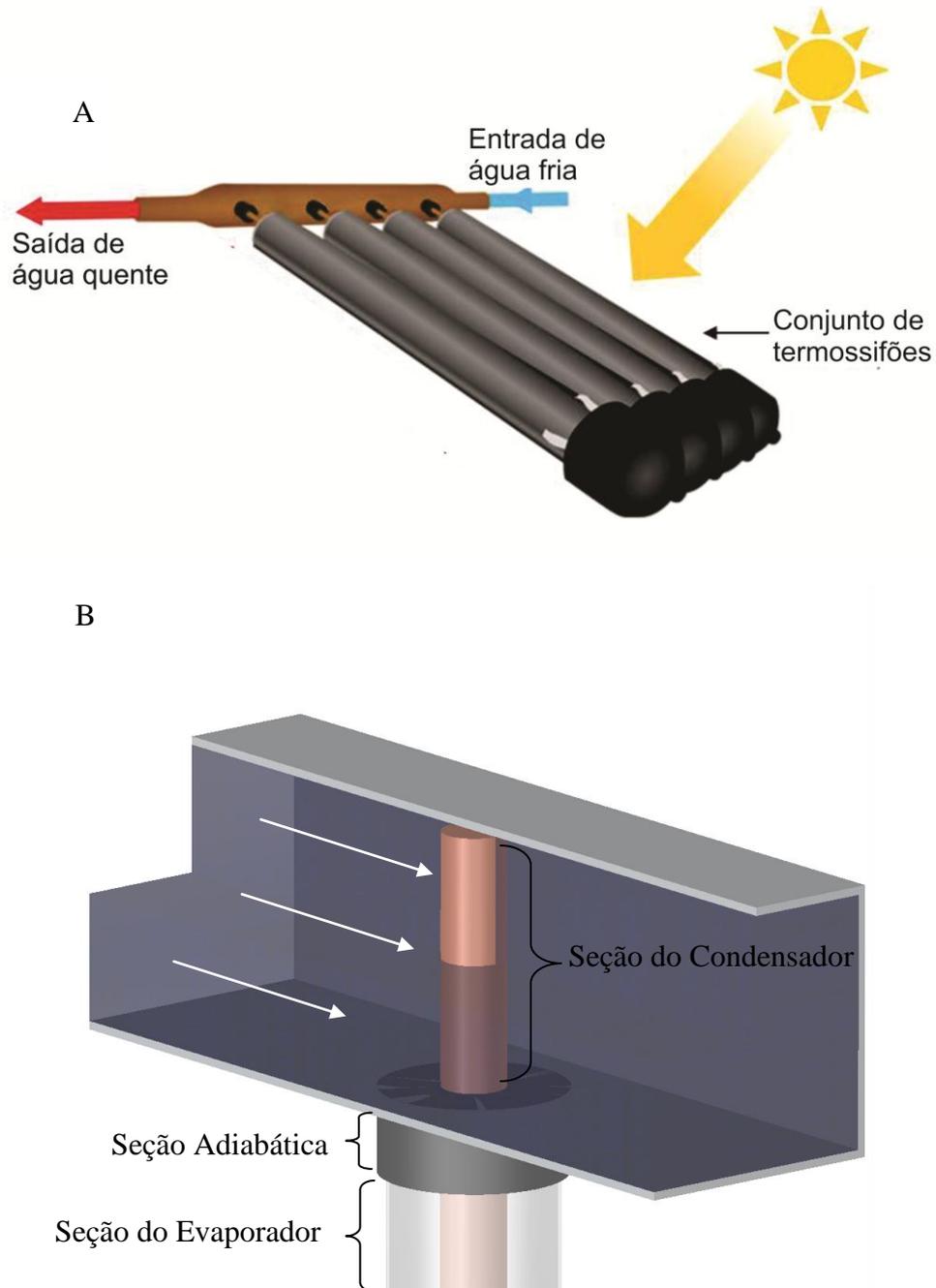


Figura 1.2 –Coletor solar assistido por termossifões. A: visão global; B: seção
Fonte: A: Adaptado de Solar Sense. B:Autoria própria

1.2 Caracterização do problema

Correlações para o número de Nusselt foram obtidas para diversos tipos de escoamentos. Entretanto, de acordo com o conhecimento do autor, não foi encontrada uma

correlação específica para a geometria, aqui estudada, que se resume a um escoamento externo cruzado em tubos posicionados em tandem¹ dentro de um canal.

Devido à impossibilidade de encontrar uma correlação para o número de Nusselt que possa ser utilizada. No presente trabalho, através de simulação numérica, busca-se uma correlação para o número de Nusselt que considere os efeitos da geometria e do número de Reynolds do escoamento.

O problema aqui estudado está representado pela Figura 1.3e consiste de um escoamento cruzado de água sobre a superfície de n cilindros de diâmetro D , que representa a região do condensador, dispostos em sequência a uma distância L dentro de um canal de espessura H . Os parâmetros geométricos analisados são as razões L/D , H/D e o número de cilindros contidos dentro do canal. O número de Reynolds é definido pela velocidade de entrada do escoamento.

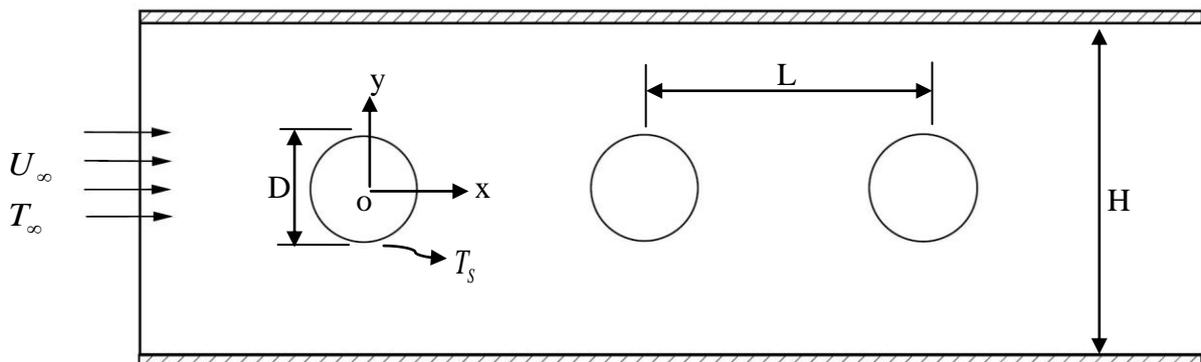


Figura 1.3 - Escoamento cruzado através de uma fileira de tubos

Fonte: Autoria própria

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral

Neste trabalho tem-se o objetivo de obter uma correlação para o número de Nusselt, através de uma solução numérica, para escoamento cruzado ao redor de cilindros em tandem centrados dentro de um canal. Sendo essa geometria considerada representativa para o escoamento existente em coletores solares a vácuo. Serão investigados os efeitos do número

¹ Tandem significa um conjunto formado por duas unidades, geralmente uma atrás da outra.

de Reynolds da geometria do canal, do número de cilindros e sua distribuição sobre o número de Nusselt.

1.3.2 Objetivos Específicos

O presente trabalho tem como objetivos específicos

- Determinar os efeitos da largura do canal e a distância entre cilindros sobre a taxa de transferência de calor.
- Determinar os valores do número de Nusselt médio em função do número de Reynolds para um conjunto de cilindros em tandem para o regime laminar.
- Determinar correlação para o número de Nusselt médio em função do número de Reynolds e da quantidade de cilindros.

1.4 Justificativa

O correto dimensionamento de trocadores de calor depende da determinação de correlações específicas para o número de Nusselt. Diversas correlações propostas ao longo do último século contribuíram para o projeto de trocadores de calor mais eficientes. Entretanto, ainda existem lacunas a serem preenchidas com relação a correlações para o número de Nusselt, por exemplo para trocadores de calor com uma única fileira de tubos dentro de um canal, foco do presente trabalho.

Soluções analíticas para escoamento ao redor de fileiras de tubos são difíceis de serem obtidas devido à complexidade dos fenômenos presentes na modelagem matemática deste tipo de escoamento. Portanto, a simulação numérica, realizada através da plataforma comercial de dinâmica de fluidos computacional ANSYS/FLUENT, permitirá que as equações de conservação (de massa, quantidade de movimento e energia) sejam resolvidas.

O desenvolvimento deste projeto irá aprimorar os conhecimentos relacionados à mecânica dos fluidos, à transferência de calor e aos métodos numéricos adquiridos pelo autor ao longo do curso de graduação em engenharia mecânica.

1.5 Conteúdo do trabalho

O trabalho é constituído de 7 capítulos distribuídos da seguinte maneira:

- O primeiro capítulo introduz ao leitor o tema que será abordado neste trabalho de conclusão de curso.

- O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para a elaboração do trabalho.
- O terceiro capítulo traz a revisão da literatura sobre correlações existentes para o número de Nusselt no escoamento cruzado sobre cilindros e diversos padrões geométricos.
- O quarto capítulo apresenta a modelagem matemática utilizada. São mostradas as condições de contorno, as hipóteses simplificadoras, as equações que modelam o fenômeno do escoamento e da transferência de calor e a forma de análise dos dados.
- No quinto capítulo é apresentado o modelo numérico utilizado para solução do problema e os parâmetros do programa computacional ANSYS/FLUENT.
- No sexto capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos. Além disso, é apresentada a validação do modelo matemático para a transferência de calor no escoamento cruzado em torno de um cilindro. Por fim, é proposta uma correlação para o número de Nusselt médio em função dos parâmetros analisados.
- No sétimo capítulo são expressas as conclusões obtidas pelo projeto e apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo discorre sobre os conhecimentos nas áreas de escoamento ao redor de corpos imersos e de transferência de calor por convecção forçada que são de fundamental importância para compreensão do fenômeno estudado pelo trabalho.

2.1 Parâmetros adimensionais

Uma das maneiras de analisar o comportamento de um fenômeno é através de parâmetros adimensionais. Os parâmetros adimensionais permitem que diversas variáveis sejam analisadas de maneira conjunta com objetivo de simplificar o trabalho de análise de um dado parâmetro. Para o presente trabalho os parâmetros adimensionais que tem efeito sobre o fenômeno estudado são o número de Reynolds, número de Prandtl e número de Nusselt.

2.1.1 Número de Reynolds

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional da mecânica dos fluidos que representa a razão entre as forças inerciais e viscosas. Ou seja, um alto número de Reynolds sugere que o escoamento seja regido principalmente por forças inerciais, *e.g.*, o escoamento turbulento. Por outro lado, um baixo número de Reynolds representa escoamentos em que as forças viscosas são dominantes, *e.g.*, o escoamento laminar.

O Número de Reynolds, de acordo com Fox e Mcdonald(2011), recebeu sua designação em função do trabalho de Osborne Reynolds que avaliava o processo de transição laminar-turbulento em função desse parâmetro. É definido para o escoamento cruzado em um cilindro de acordo com a equação 2.1:

$$\text{Re}_D = \frac{U_\infty D}{\nu} \quad (2.1)$$

onde D é o diâmetro do cilindro, U_∞ a velocidade do escoamento livre e ν a viscosidade cinemática.

2.1.2 Número de Prandtl

O número de Prandtl, de acordo com Incropera et.al. (2011), define a razão entre as difusividades hidrodinâmica e térmica, sendo representada pela equação 2.2:

$$\text{Pr} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\nu}{\alpha}, \quad (2.2)$$

onde: c_p representa o calor específico do fluido, μ a viscosidade dinâmica e k a condutividade térmica.

2.1.3 Número de Nusselt

O número de Nusselt é o parâmetro adimensional que representa a transferência de calor por convecção que uma superfície pode transferir/receber. Esse número, também chamado de gradiente de temperatura adimensional, é representado pela equação 2.3:

$$Nu \equiv \frac{hD}{k}, \quad (2.3)$$

onde: h é o coeficiente de transferência de calor, D o diâmetro do cilindro e k a condutividade térmica.

O número de Nusselt para um escoamento é função de sua geometria, do modo de escoamento e das propriedades do fluido, isto é,

$$Nu = f(x^*, Re_D, Pr), \quad (2.4)$$

onde: x^* representa um parâmetro adimensional da geometria do sistema, Re_D representa o modo do escoamento e Pr representa as características do fluido do escoamento.

2.2 Escoamento cruzado o redor de um cilindro

O escoamento cruzado ao redor de corpos imersos é complexo devido a formação de vórtices na parte posterior do corpo. Essa formação de vórtices causa uma variação periódica nas grandezas analisadas pelo trabalho. Sendo assim, o estudo da formação dos vórtices e sua origem, associada com a separação da camada limite, é fundamental.

2.2.1 Camada limite laminar

O conceito de camada limite, definida inicialmente por Ludwig Prandtl (1904), *apud* Schlichting (1979), tem como objetivo analisar o comportamento do fluido na região de compreendida entre uma superfície e a região afastada.

De acordo com Schlichting (1979), Prandtl demonstrou que o escoamento de fluidos junto à parede pode ser segmentado em 2 partes. A primeira parte, para regiões afastadas da superfície, considera que o fluido viscoso poderia ser tratado como invíscido, onde as forças viscosas podem ser desprezadas; e a segunda, próximo da superfície, onde as forças viscosas teriam grande efeito, é denominada de camada-limite.

A espessura da camada limite nem sempre é constante. Para um escoamento sobre uma placa plana (Figura 2.1) é definida como a região no qual o fluido apresenta 99% da velocidade nominal do escoamento da região, ou seja, $U = 0,99U_\infty$.

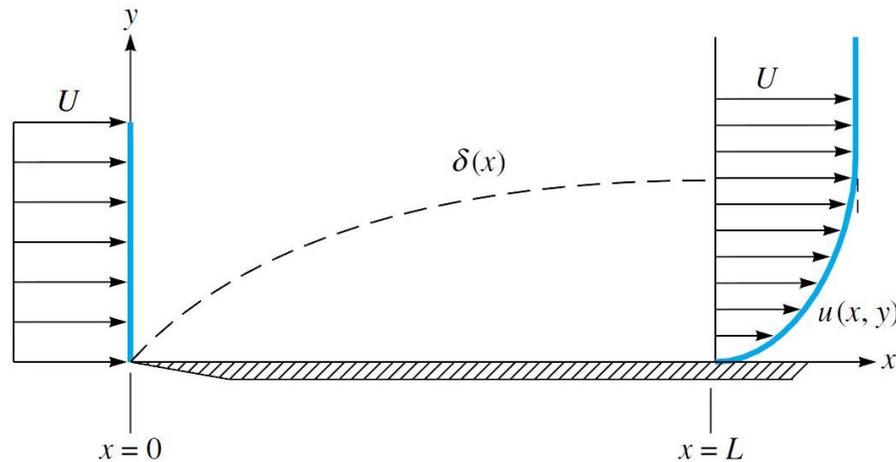


Figura 2.1 - Desenvolvimento da camada limite sobre uma superfície.

Fonte: Adaptado de White (2003, p. 439)

2.2.1.1 Espessura da camada limite sobre um escoamento bidimensional ao redor de um cilindro em escoamento cruzado.

Segundo Schlichting (1979), o método para a determinação da espessura da camada limite laminar do escoamento cruzado sobre um cilindro foi primeiramente dado por Blasius (1908). Para a resolução do escoamento, o potencial de velocidade para uma região próxima à superfície do cilindro de raio R , equação 2.5, poderia ser representada por uma série de potências, equação 2.6..

$$\phi_0 = 2U_\infty \text{sen}(x/R) \quad (2.5)$$

$$\phi_0 = a_1 x^1 + a_3 x^3 + a_5 x^5 + \dots \quad (2.6)$$

Definido uma distância adimensionalizada em relação a superfície do cilindro como:

$$\eta = y \sqrt{\frac{a_1}{\nu}} \quad (2.7)$$

Expandindo o potencial de velocidade, equação 2.5, através de uma série de Taylor e comparando com o pressuposto de Blasius, equação 2.6, obtém-se que

$$a_1 = \frac{2U_\infty}{R} \quad a_3 = -\frac{2U_\infty}{3!R^3} \quad \dots \quad \eta = \frac{y}{R} \sqrt{\frac{2U_\infty R}{\nu}} \quad (2.8)$$

Pode-se definir então a função de corrente como:

$$\Psi = \sqrt{\frac{\nu}{a_1}} [a_1 x f_1(\eta) + 4a_3 x f_3(\eta) + 6a_3 x f_3(\eta) + \dots] \quad (2.9)$$

A partir da definição da função de corrente é possível determinar o campo de velocidade do escoamento. Substituindo os componentes do campo de velocidade, obtido através da função de corrente, equação 2.9, truncado até f_3 em uma simplificação das equações de Navier-Stokes, equação 2.10, para a camada-limite, que foi determinado por Prandtl (1904) e comparando os termos tem-se um sistema de equações diferenciais, equação 3.25.

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + y \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} = \phi_0 \frac{d\phi_0}{dx} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} f_1'' + f_1 f_1'' &= 1 + f_1''' \\ 4f_1' f_3' - 3f_1'' f_3 - f_1' f_3'' &= 1 + f_3''' \end{aligned} \quad (2.11)$$

com as seguintes condições de contornos

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad f_1 = f_1' = 0; \quad f_3 = f_3' = 0 \\ \eta = \infty: \quad f_1' = 1 \quad f_3' = 1/4 \end{aligned} \quad (2.12)$$

A solução para o sistema de equações diferenciais foi determinada por Heimenz (1911) apud Schlichting (1979). Com o conhecimento das funções soluções é possível determinar o perfil de velocidades da camada limite laminar, que se encontra representado na Figura 2.2.

Analisando a Figura 2.2, quando o ângulo é superior a $108,8^\circ$, para o regime laminar, ocorre a separação da camada-limite e conseqüentemente formação dos vórtices. O padrão formado por esses vórtices depende do número de Reynolds do escoamento.

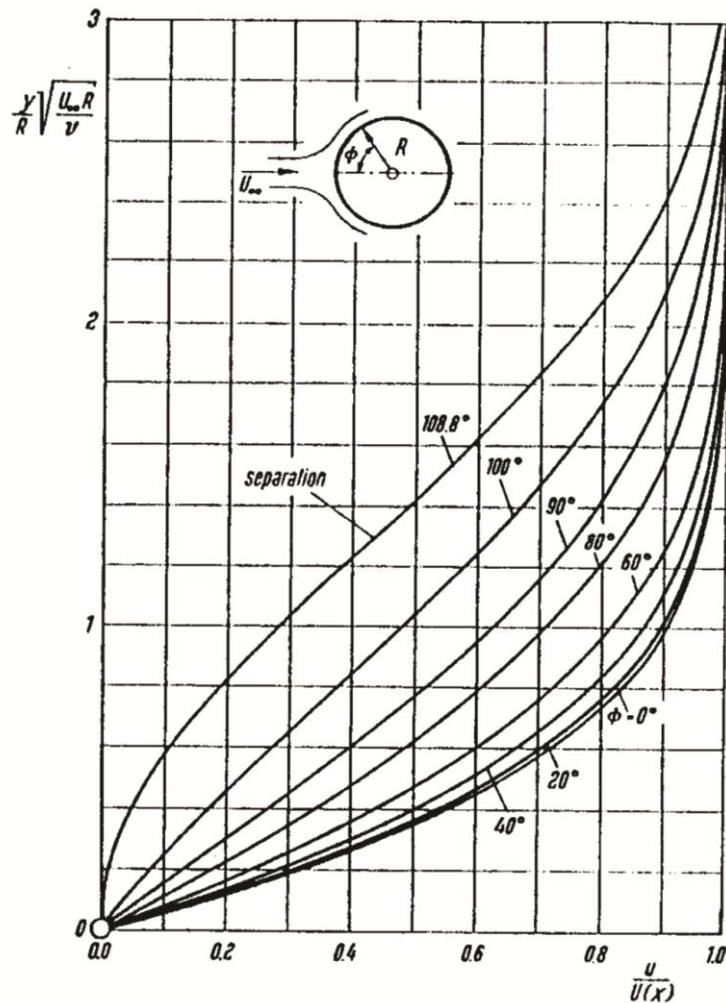


Figura 2.2 - Perfil de velocidade da camada limite em torno de um cilindro em escoamento cruzado

Fonte: Schlichting (1979, p. 171)

2.2.2 Mecanismo de formação de vórtices

Para um número de Reynolds entre 5 e 40 ocorre o aparecimento de vórtices simétricos na parte posterior do cilindro, usualmente um no sentido horário e outro no anti-horário. Com o aumento do número de Reynolds para um valor superior a 40, as pequenas perturbações presentes no escoamento ocasionam uma instabilidade nos vórtices, permitindo que um dos vórtices cresça em relação ao outro.

O aumento de tamanho de um dos vórtices, número 1 na Figura 2.3a, ocasiona o movimento do outro vórtice, número 2 na Figura 2.3a, na direção da esteira formada pelo vórtice 1.

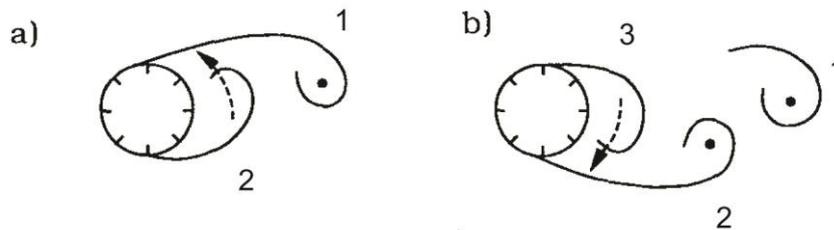


Figura 2.3 - Mecanismo de formação de vórtices
Fonte: Adaptado de Sumer e Fredsoe (1997, p. 8)

Devido à vorticidade, rotacional do campo vetorial de velocidade, oposta dos vórtices 1 e 2, o vórtice 2 ocasiona um bloqueio na geração da vorticidade do vórtice 1 e ocasiona o desprendimento do vórtice 1 (Figura 2.2b). Com a quebra do vórtice 1, o vórtice 2 se encontra livre para crescer enquanto que outro vórtice, número 3 na Figura 2.2b, é formado na região que se encontrava o vórtice 1.

O vórtice 3 então realiza o mesmo efeito que o vórtice 2, ocasionando agora o desprendimento do vórtice 2. Desse modo, o processo de formação de vórtices continua de forma alternada entre os lados do cilindro.

2.2.3 Regimes de escoamento cruzado ao redor de um cilindro

O escoamento cruzado ao redor de um cilindro apresenta uma série de padrões de escoamento em função do número de Reynolds. Sumer e Fredsoe (1997) dividem os padrões de escoamento em nove grupos, exemplificados na Figura 2.4.

Para um número de Reynolds inferior a cinco, Figura 2.4a, o escoamento é totalmente laminar e sem separação da camada limite. Com o aumento do número de Reynolds ocorre a separação da camada limite, decorrente dos gradientes de pressão causados pela geometria, que origina a formação de dois vórtices simétricos estáveis na parte posterior do cilindro (Figura 2.4b).

A partir de um número de Reynolds superior a 40 as pequenas instabilidades presentes no escoamento são transportadas para os vórtices que se desprendem, ocasionando a formação de uma esteira de vórtices na parte posterior do cilindro (esteira de vórtices de von Karman), conforme pode ser observado na Figura 2.4c. O escoamento é totalmente laminar até o número de Reynolds igual a 200. Após esse valor, ocorre a transição do escoamento laminar

para turbulento na região da esteira de vórtices(Figura 2.4d), entretanto dentro da camada limite o escoamento é laminar.

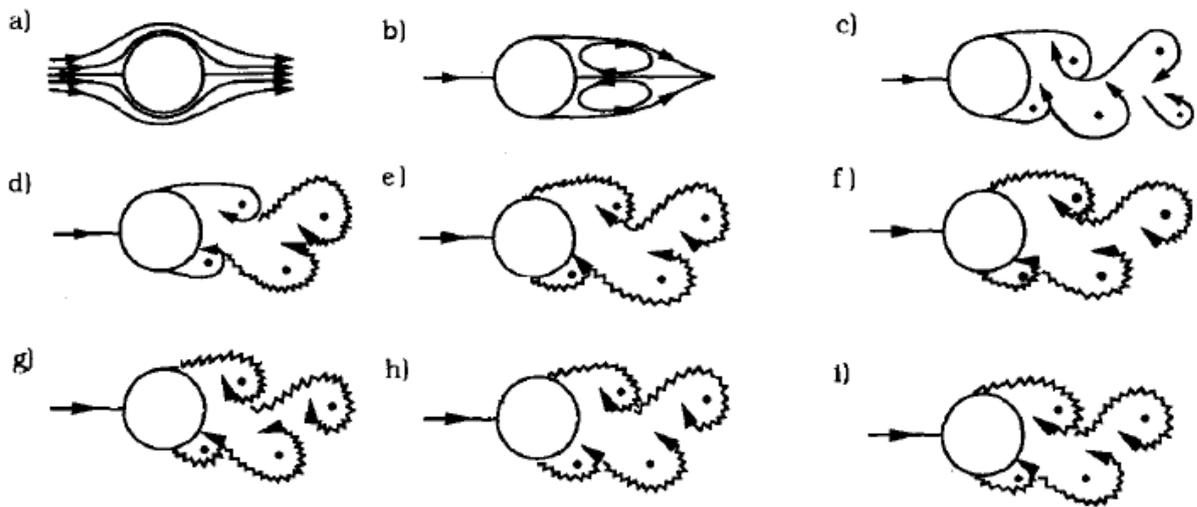


Figura 2.4 - Padrões do escoamento cruzado ao redor de um cilindro

Fonte: Adaptado de Sumer e Fredsoe (1997, p. 2)

Na faixa de número de Reynolds de aproximadamente 300 a 3×10^5 , a esteira de vórtices é totalmente turbulenta(Figura 2.4e).O regime de escoamento, de acordo com Sumer e Fredsoe (1997), nessa faixa de número de Reynolds é comumente chamada de regime de escoamento subcrítico.

Entre os números de Reynolds de 3×10^5 até $3,5 \times 10^5$, o regime de escoamento é nomeado de crítico. Nesse regime ocorre a transição do escoamento laminar em turbulento na camada limite. A transição acontece primeiramente em um dos lados do cilindro(Figura 2.4f), enquanto que o outro lado a transição ocorre no ponto de separação da camada-limite. Isso ocorre pois não existe um ponto de transição laminar turbulento, mas uma faixa.

Para Reynolds acima de $3,5 \times 10^5$, ocorre a mudança do regime de escoamento crítico para supercrítico, onde a transição laminar-turbulenta na camada-limite ocorre em ambos os lados do cilindro num ponto entre o ponto de estagnação e o ponto de separação da camada limite(Figura 2.4g).

Na faixa do número de Reynolds entre $1,5 \times 10^6$ e 4×10^6 , nomeada de regime de escoamento de transição superior, a camada limite de um dos lados do cilindro se torna totalmente turbulenta, enquanto que a outro lado apresenta uma camada limite com uma parte laminar e outra turbulenta (Figura 2.4h).

No regime nomeado de escoamento transcrito, que compreende o escoamento com um número de Reynolds superior a 4×10^6 , a camada limite de ambos os lados do cilindro é totalmente turbulenta.

2.2.4 Número de Strouhal e a frequência de formação de vórtices

O número de Strouhal representa a forma adimensionalizada da frequência de formação de vórtices, sendo definido para um cilindro em escoamento cruzado pela equação 2.13:

$$St = f(Re_D) = \frac{fD}{U_\infty}, \quad (2.13)$$

onde Re_D representa o número de Reynolds, D representa o diâmetro do cilindro, f a frequência de formação de vórtices e U_∞ a velocidade corrente livre.

A Figura 2.5 ilustra a dependência do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds. Observa-se através da figura que o processo de formação de vórtices começa com a geração de uma esteira de vórtices laminares a partir de um número de Reynolds de 40 com um número de Strouhal de aproximadamente 0,1.

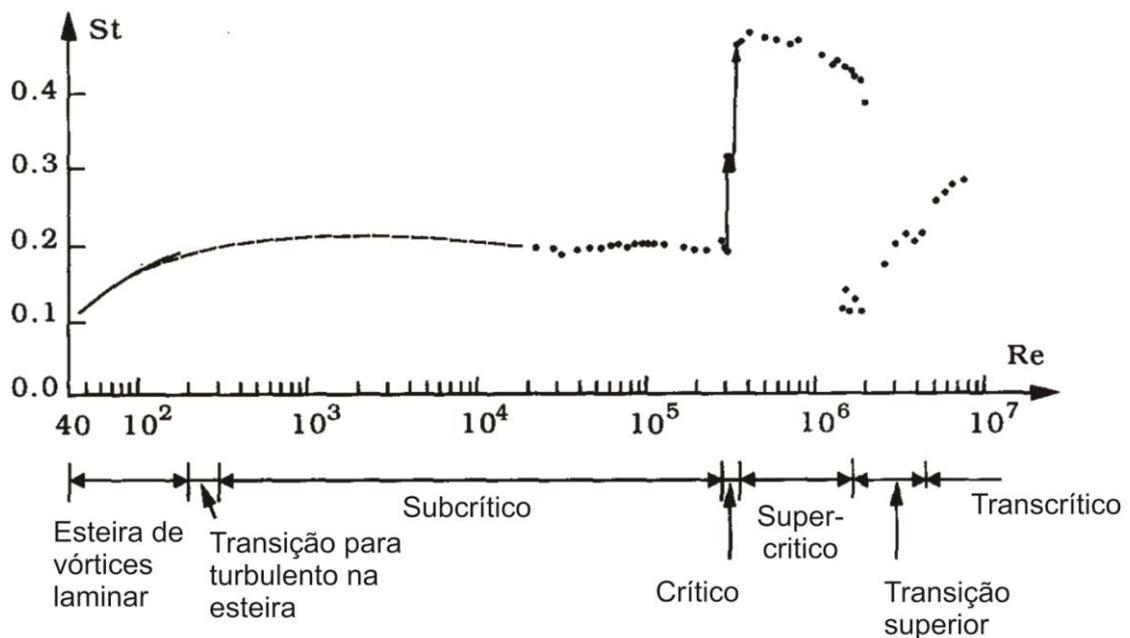


Figura 2.5 - Dependência do número de Strouhal em relação ao número de Reynolds.

Fonte: Adaptado de Sumer e Fredsoe (1997, p. 10)

Com o aumento do número de Reynolds até 300 (fim do regime de transição do escoamento laminar-turbulento na esteira de vórtice), o número de Strouhal aumenta até aproximadamente 0,2 e permanece quase que inalterado ao longo de toda região subcrítica. Devido o número de Strouhal na região subcrítica permanecer constante, a frequência de formação de vórtices varia linearmente com o número de Reynolds.

Quando o número de Reynolds atinge a faixa de 3×10^5 ocorre um aumento expressivo do número de Strouhal, o qual é ocasionado devido ao movimento dos pontos de separação da camada-limite no sentido da corrente, permitindo uma maior interação entre os vórtices.

Quando o regime passa de supercrítico para transição superior, a assimetria entre as camadas limites dos lados do cilindro, uma totalmente turbulenta e a outra parcialmente turbulenta, inibe a formação de formação de vórtices. A regularidade na formação dos vórtices é novamente restabelecia quando o regime é transcrito.

2.3 Transferência de calor por convecção

De acordo com Incropera et. al (2011), a transferência de calor por convecção representa o modo como fluidos em movimento recebem/transferem energia térmica através de uma superfície sólida. O processo de transferência de calor por convecção se dá pela combinação de dois processos: condução e advecção. A condução representa a transferência de calor através da difusão da energia enquanto que a advecção representa a transferência de energia devido ao movimento do fluido.

Ainda de acordo com Incropera et. al.(2011), o fluxo na qual o calor é retirado por convecção é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre a superfície e o fluido; ele pode ser estimado através da equação 2.14, também denominada de lei do resfriamento de Newton,

$$q'' = h(T_s - T_\infty) \quad (2.14)$$

O parâmetro h , coeficiente de transferência de calor local, é influenciado pelo escoamento, pela geometria e pelas as propriedades do fluido. Ou seja, para determinar o fluxo de calor é necessário conhecer o valor de h .

Na região de contato do fluido com uma superfície, a transferência de calor ocorre por condução devido à condição de não deslizamento. Deste modo, pode-se aplicar a lei de Fourier:

$$q'' = -k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2.15)$$

Substituindo a equação 2.15. na equação 2.14 obtém-se:

$$h = \frac{-k \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}}{T_s - T_\infty} \quad (2.16)$$

Para adimensionalizar h é necessário realizar a adimensionalização da temperatura e do comprimento. De acordo com Incropera et. al.(2011), esta adimensionalização pode ser realizada utilizando os seguintes grupos adimensionais:

$$y^* \equiv \frac{y}{L} \quad (2.17)$$

$$T^* \equiv \frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} \quad (2.18)$$

Aplicando os termos das equações 2.17 e 2.18 na equação 2.16, obtém-se:

$$h = -\frac{k(T_\infty - T_s)}{L(T_s - T_\infty)} \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \frac{k}{L} \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \frac{k}{L} Nu \quad (2.19)$$

Ou seja, obtendo-se uma correlação para o número de Nusselt é possível determinar o fluxo de calor transferido da superfície para o escoamento de fluido e, como consequência, é possível estimar a taxa de transferência de calor para o escoamento.

2.4 Considerações finais do capítulo

Nesse capítulo foram apresentadas as definições fundamentais sobre o escoamento externo ao redor de um cilindro e sobre transferência de calor por convecção. Essas definições serão utilizadas para a formulação do modelo matemático que será base para a determinação de uma correlação para o número de Nusselt médio num conjunto de cilindros em tandem centrados dentro de um canal.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são apresentadas as correlações existentes para o número de Nusselt médio para o escoamento ao redor de um cilindro e através de uma matriz com diversos cilindros.

3.1 Correlações para o número de Nusselt médio do escoamento cruzado sobre um cilindro.

De acordo com a pesquisa realizada pelo autor, uma das primeiras análises do número de Nusselt médio para um escoamento cruzado sobre a superfície de um cilindro foi realizada por Kramers (1946). Esse propôs uma correlação empírica, equação 3.1, para uma faixa de número de Reynolds entre 5 e 10^3 e número de Prandtl entre 0,71 e 525,

$$\overline{Nu} = 0,42 Pr^{0,20} + 0,57 Re^{0,5} Pr^{0,31}. \quad (3.1)$$

Perkins e Leppert (1962) realizaram experimentos para um escoamento de água ao redor de um cilindro com taxa de transferência de calor uniforme na superfície. Os experimentos foram realizados para faixa de número de Reynolds entre 2×10^3 e $1,2 \times 10^5$ e um número de Prandtl entre 1 e 7. Foi analisada a influência da variação das propriedades do fluido com a temperatura (variada entre 10 e 65°C) a partir das viscosidade tomadas na temperatura do escoamento livre (μ_∞) e da superfície do cilindro (μ_s). Com base nos dados da taxa de transferência de calor local, eles propuseram uma correlação para o número de Nusselt, equação 3.2.

$$\overline{Nu} \left[\frac{\mu_\infty}{\mu_s} \right]^{0,25} = [0,3 Re^{0,35} + 0,1 Re^{0,67}] Pr^{0,4} \quad (3.2)$$

Perkins e Leppert (1964) publicaram um novo estudo, melhorando a correlação obtida anteriormente por eles, equação 3.2. Eles adicionaram uma correção para a taxa de bloqueio, que foi definida como sendo a razão entre o diâmetro do cilindro e a altura do canal do experimento. Com isto, eles obtiveram novos coeficientes, equação 3.3, e correlação passou a ser válida para uma faixa de número de Reynolds entre 40 e 1×10^5 e para uma faixa de número de Prandtl entre 1 e 300, além de utilizar a temperatura do escoamento livre para a determinação da viscosidade (μ_b) em vez de superfície.

$$\overline{Nu} \left[\frac{\mu_s}{\mu_b} \right]^{0,25} = [0,31Re^{0,35} + 0,11Re^{0,67}] Pr^{0,4} \quad (3.3)$$

Fand (1965) realizou experimentos com água escoando ao redor de um tubo. A temperatura de superfície do tubo foi mantida constante. Ele analisou o número de Nusselt médio para uma faixa de número de Reynolds entre 10 e 1×10^5 , sendo as propriedades tomadas a temperatura de filme. Fand (1965) considerou, assim como Perkins e Leppert (1962 e 1964), a influência da parte frontal e posterior do cilindro. Sua correlação é dada pela equação 3.4:

$$\overline{Nu} = (0,35 + 0,34 Re_f^{0,5} + 0,15 Re_f^{0,58}) Pr_f^{0,3} \quad (3.4)$$

Uma nova correlação empírica, equação 3.5, foi obtida por Zukauskas (1972). Ele utilizou dados experimentais de estudos anteriores abrangendo um número de Prandtl entre 0,7 e 500 e uma faixa de número de Reynolds de 1 a 1×10^5 .

$$\overline{Nu} \left[\frac{Pr}{Pr_s} \right]^{0,25} = C Re^m Pr^{0,37} \quad (3.5)$$

Os coeficientes C e m são tabelados de acordo a Tabela 1 de Zukauskas (1972, p.131). Essa correlação considera, assim como Perkins e Leppert (1962 e 1964), os efeitos da variação das propriedades do fluido com a temperatura.

Whitaker (1972) propôs uma nova correlação empírica, equação 3.6, utilizando dados experimentais de outros autores. A correlação é válida para faixa de número de Reynolds entre 1 a 10.000 e para faixa de número de Prandtl entre 0,67 e 300.

$$\overline{Nu} \left(\frac{\mu_s}{\mu_f} \right)^{0,25} = (0,4 Re^{0,5} + 0,06 Re^{2/3}) Pr^{0,4} \quad (3.6)$$

Churchill e Bernstein (1977) propuseram outra correlação, equação 3.7, a partir de dados anteriores - Hilpert (1933); Collins e Willians (1959); Achenbach (1975); Zdanavichyus et. al. (1976); Krall e Eckert (1973); Schmit e Wenner (1941); Lewis (1971); Ishiguro et al. (1976); Fand e Keswani (1972); Fand (1965) - com a única restrição de $Re_D Pr \geq 0,2$.

$$Nu = 0,3 + \frac{0,62 Re^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + \left(\frac{0,4}{Pr}\right)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re}{282.000}\right)\right]^{4/5} \quad (3.7)$$

Goldstein e Sanitjai (2004) a partir de dados experimentais para ar, água e misturas de água/etilenoglicol, obtiveram correlações para o número de Nusselt médio em cinco regiões do cilindro; com isto, eles determinaram uma nova correlação, equação 3.8, que é válida para uma faixa de número de Reynolds entre 2.000 e 1×10^5 e para uma faixa de número de Prandtl entre 0,7 e 176.

$$Nu = 0,446 Re^{0,5} Pr^{0,35} + 0,528 \left[\left(6,5e^{Re/5000}\right)^{-5} + \left(0,031 Re^{0,8}\right)^{-5} \right]^{-1/5} Pr^{0,42} \quad (3.8)$$

A Figura 3.1 representa uma comparação das correlações acima apresentadas para o número de Nusselt médio em função do número de Reynolds para o escoamento ao redor de um cilindro com diferentes números de Prandtl.

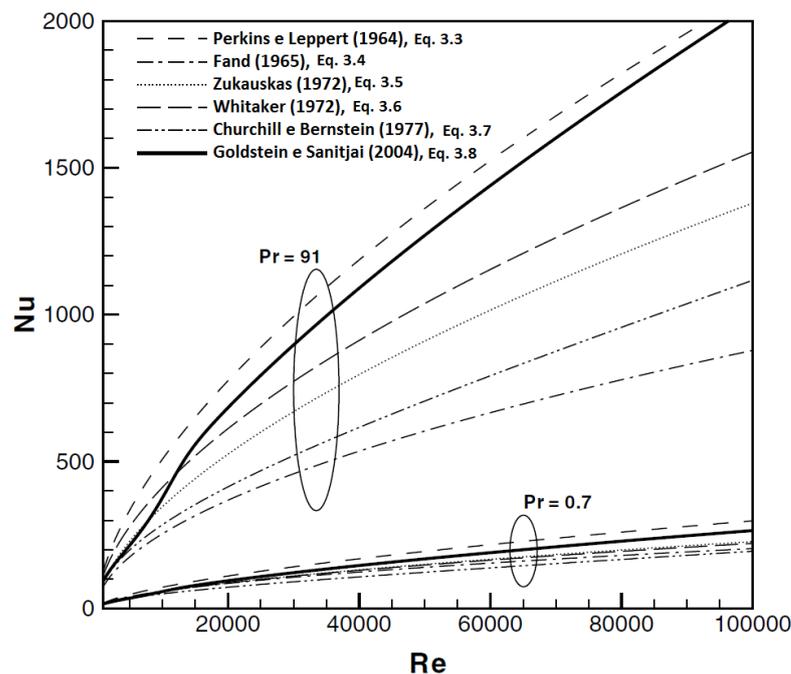


Figura 3.1 - Escoamento cruzado em torno de um cilindro

Fonte: Adaptado de Goldstein e Sanitjai (2004)

É possível perceber, a partir da Figura 3.1, que as correlações apresentam uma grande dispersão com relação ao aumento do número de Prandtl. Isto se deve principalmente à variação do expoente do número de Prandtl nas correlações, que varia entre 0,3 e 0,4. Além

disso, percebe-se que tanto o aumento do número de Reynolds quanto o número de Prandtl causam um aumento na taxa de transferência de calor.

3.2 Correlações para o número de Nusselt do escoamento cruzado através de matriz tubular.

Uma configuração bastante usual é o sistema de banco ou matriz de tubos que são usados em trocadores de calor. Esse arranjo consiste em cilindros posicionados em fileiras e colunas em arranjos alinhados ou alternados, conforme mostrada na Figura 3.2.

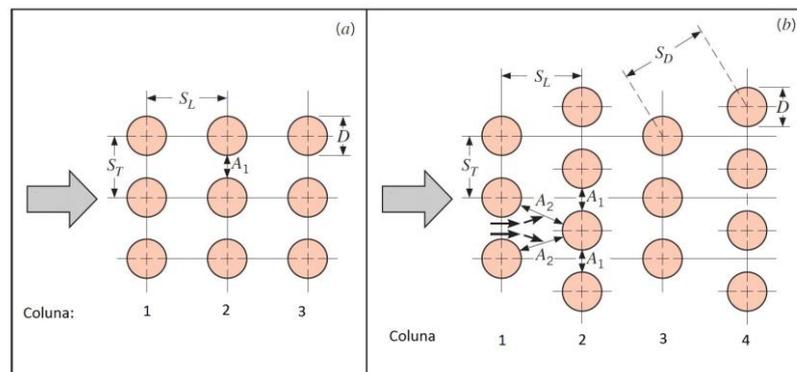


Figura 3.2 - Escoamento cruzado em matriz tubular. A - Arranjo alinhado, B- Arranjo alternado
Fonte: Incropera et. al. (2011, p. 237)

Na configuração de cilindros alinhados, Figura 2.5a, os cilindros são dispostos de tal forma que o fluido apresenta um escoamento sem muitas mudanças de trajetória. Para a configuração de cilindros alternados, Figura 2.5b, ocorre a alternância entre os cilindros, de modo que o escoamento é forçado a mudar de direção. As geometrias podem ser definidas por dois parâmetros: S_T (passo transversal entre os tubos) e S_L (passo longitudinal entre os tubos). Os parâmetros S_T e S_L são responsáveis por definir o modo de escoamento preferencial entre os espaços vazios formados pelos cilindros.

O número de Reynolds do escoamento para uma matriz tubular é baseado na velocidade máxima que o escoamento atinge e não da velocidade livre do escoamento. Para o arranjo alinhado a velocidade máxima é estimada de acordo com a equação 3.9:

$$U_{\max} = \frac{S_T}{S_T - D} U_{\infty} \quad (3.9)$$

onde: D é o diâmetro dos tubos e U_{∞} a velocidade de corrente livre.

Para a configuração alternada, conforme Figura 2.5b, a velocidade máxima pode ocorrer em dois planos: A_1 e A_2 . Para o escoamento ocorrer no plano A_2 , segundo Incropera et. al.(2011), a geometria deve obedecer a equação 3.10:

$$2(S_D - D) < (S_T - D) \quad (3.10)$$

Caso a equação 3.10 seja obedecida, a velocidade máxima é estimada pela equação 3.11. Caso contrário, o escoamento ocorre no plano A_1 e, desde modo, a velocidade máxima é calculada pela equação 3.9:

$$U_{\max} = \frac{S_T}{2(S_T - D)} U_{\infty} \quad (3.11)$$

Grimison (1937), apud Incropera et. al. (2011), estipulou uma correlação, equação 3.12, para o número de Nusselt médio para o escoamento do ar em sistema com no mínimo 10 colunas e um número de Reynolds variando de 2.000 a 40.000.

$$Nu = C_1 Re_{D,\max}^m \quad (3.12)$$

onde os parâmetros C_1 e m estão disponíveis na Tabela 7.5 do Incropera (2011) em função da geometria do escoamento (alternada ou alinhada) e $Re_{D,\max}^m$, definido pela velocidade máxima do escoamento, obtida pela equação 3.9 ou 3.12.

No escoamento dentro de matrizes tubulares a primeira coluna comporta-se como um cilindro isolado e aumenta o nível de turbulência para as próximas colunas e, conseqüentemente, aumenta o número de Nusselt para os cilindros em colunas posteriores.

Segundo Incropera et al(2011), a estabilização do número de Nusselt começa a ocorrer a partir da quinta coluna de tubos. Para situações com um número de colunas inferior a 10 é adicionado um coeficiente de correção, que é tabelado em função do número de colunas para o cálculo do número de Nusselt.

Zukauskas (1987), apud Kakaç e Liu (2002), obteve correlações para o número de Nusselt médio numa faixa de número de Reynolds entre 1 e 10^6 . Para cilindros alinhados pode-se estimar o número de Nusselt médio através da equação 3.13:

$$\begin{aligned}
\overline{Nu} &= 0,9c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,4} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 1 - 10^2 \\
\overline{Nu} &= 0,52c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,5} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 10^2 - 10^3 \\
\overline{Nu} &= 0,27c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,63} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 10^3 - 2 \times 10^5 \\
\overline{Nu} &= 0,033c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,8} \operatorname{Pr}^{0,4} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 2 \times 10^5 - 2 \times 10^6.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Para cilindros alternados, pode-se estimar o número de Nusselt médio através da equação 3.14:

$$\begin{aligned}
Nu &= 1,04c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,4} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 1 - 500 \\
Nu &= 0,71c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,5} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 500 - 10^3 \\
Nu &= 0,35c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,6} \operatorname{Pr}^{0,36} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4} \left(\frac{S_T}{S_L} \right)^{0,2}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 10^3 - 2 \times 10^5 \\
Nu &= 0,031c_n \operatorname{Re}_{D,\max}^{0,8} \operatorname{Pr}^{0,4} \left(\frac{\operatorname{Pr}_b}{\operatorname{Pr}_s} \right)^{1/4} \left(\frac{S_T}{S_L} \right)^{0,2}, \text{ para } \operatorname{Re}_{D,\max} = 2 \times 10^5 - 2 \times 10^6,
\end{aligned} \tag{3.14}$$

onde o coeficiente c_n , Figura 3.3 de Kakaç e Liu (2002, p. 115), é utilizado para casos onde o número de colunas é menor que 16.

Buyurk (1999) obteve dados experimentais para o número de Nusselt local em função da coluna, na qual um cilindro se encontrava numa matriz de tubos com configuração alternada. O experimento foi realizado com ar como fluido de trabalho para um número de Reynolds de $4,8 \times 10^4$ e em duas configurações da matriz de tubos: $1,5 \times 1,5$ e $1,5 \times 1,25$, onde o primeiro termo representa o S_T e o segundo S_L . Pelos resultados eles perceberam que o número de Nusselt médio para cada cilindro começa estabilizar a partir da quinta coluna. Entretanto o autor não conseguiu obter uma correlação para o número de Nusselt médio.

3.3 Considerações finais do capítulo

Através desta revisão, pode-se afirmar que o estudo para a obtenção de correlações cada vez mais confiáveis para o número de Nusselt médio num escoamento cruzado em torno de um cilindro vem sendo aprofundado ao longo do tempo. Além disso, não foram encontradas

correlações que expliquem como que o número de Nusselt varia para um conjunto de cilindros em tandem centrados dentro de um canal. Desse modo, pretende-se através de simulação numérica determinar uma correlação para o número de Nusselt médio para o problema aqui apresentado.

4 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo são apresentadas as equações utilizadas para modelar o fenômeno físico da transferência de calor do escoamento cruzado sobre um cilindro, bem como as condições de contorno do problema e as hipóteses simplificadoras utilizadas.

4.1 Descrição do problema proposto

O presente trabalho analisará o processo de transferência de calor existente no escoamento cruzado sobre cilindros. Para a verificação do modelo utilizado é analisado o escoamento sobre um único cilindro. Após essa etapa inicial é analisado a influência de parâmetros geométricos sobre o escoamento de dois cilindros em tandem dentro de um canal. Os resultados obtidos serão utilizados para avaliar a influência do número de Reynolds sobre uma sequência de vários cilindros dentro de um canal.

O escoamento cruzado sobre um único cilindro é representado na Figura 4.1. O escoamento consiste de um fluido escoando com velocidade uniforme U_∞ e temperatura T_∞ com direção normal a superfície S_1 . O cilindro de diâmetro D encontra-se a uma distância de $5D$ da superfície S_1 . A distância as superfícies S_2 e S_3 é de $6D$, pois, de acordo com Chambarel et. al (1991), em suas simulações, constatou que o efeito dessas superfícies sobre o escoamento cruzado sobre o cilindro pode ser negligenciado caso essa distância seja que $5D$. O cilindro é mantido com uma temperatura de superfície uniforme T_s maior do que T_∞ . Após o escoamento sobre o cilindro o fluido sai do domínio pela superfície S_4 . O fluido é analisado com suas propriedades avaliadas a temperatura T_∞ .

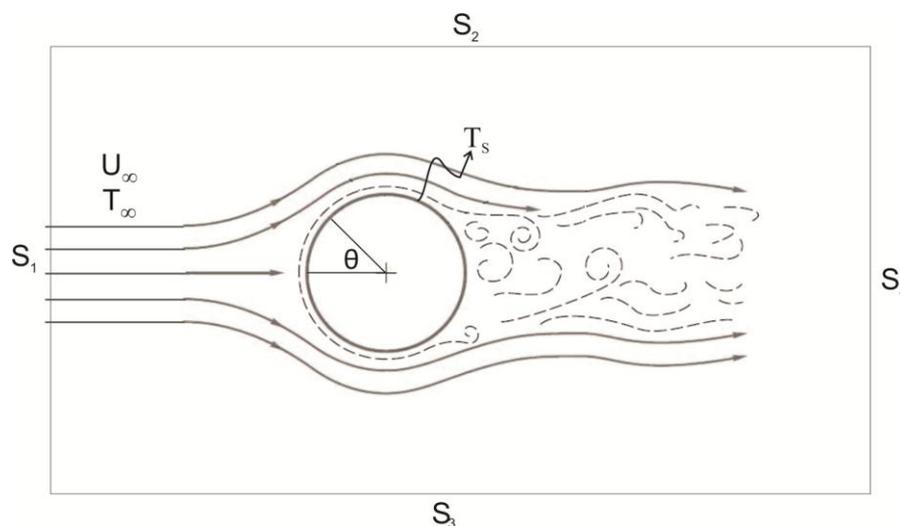


Figura 4.1 - Escoamento cruzado em torno de um cilindro
Fonte: Adaptado de White (2003, p. 429)

O escoamento analisado para cilindros em tandem está demonstrado na Figura 4.2. Nesse caso o escoamento entra novamente com velocidade uniforme U_∞ e temperatura T_∞ com direção normal a superfície S_1 . O primeiro cilindro (C_1) dentro do canal é mantido a uma distância de $5D$ da superfície S_1 e está centrado no canal que possui largura H delimitado pelas superfícies S_2 e S_3 . Os cilindros posteriores (C_2, C_3, \dots, C_n) são mantidos centrados dentro do canal e afastados entre si em uma distância L . O domínio é então estendido a uma distância de $15D$ do ultimo cilindro do escoamento. Todos os cilindros do escoamento são mantidos com a temperatura de superfície constante em T_s enquanto que as paredes do canal são adiabáticas. O fluido também é analisado com suas propriedades avaliadas a temperatura T_∞ .

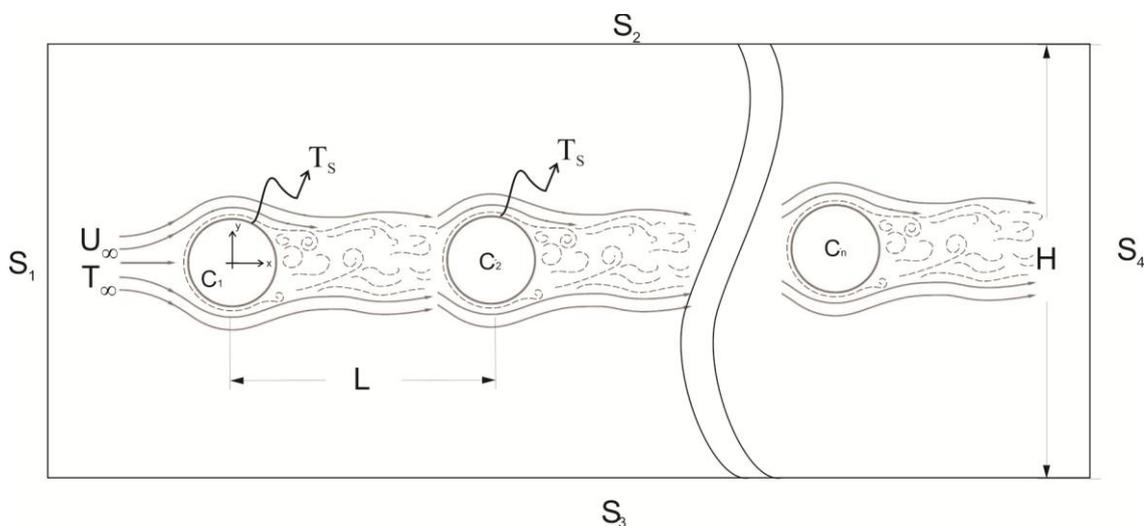


Figura 4.2 - Escoamento cruzado em torno de dois cilindros em tandem dentro de um canal

Fonte: Adaptado de White (2003, p. 429)

Para a análise do efeito das condições geométricas do sistema, razões L/D e H/D , foram mantidos constantes o número de cilindros (2 cilindros), o número de Reynolds (200) e o número de Prandtl (5,83). As razões avaliadas para L/D são 2, 3, 4 e 5. Enquanto para H/D é analisado para razões de 2, 4 e 6.

Com base nos dados obtidos para 2 cilindros é avaliado quais são as melhores razões L/D e H/D para a transferência de calor. Essas razões ótimas são utilizadas para a avaliação do número de Reynolds sobre o número de Nusselt médio do sistema. Para essa análise os números de Reynolds utilizados são de 80, 120 e 200. O número de cilindros é aumentado de 2 para 10 e o número de Prandtl mantido constante em 5,83

4.2 Equações do escoamento cruzado sobre cilindro

As equações que modelam a transferência de calor em escoamento cruzado sobre um cilindro são as equações de conservação de massa, de quantidade de movimento e de energia.

Para a análise do fenômeno físico envolvido e simplificação das equações que modelam o sistema, as seguintes hipóteses foram utilizadas:

- Escoamento bidimensional;
- Escoamento incompressível;
- Dissipação viscosa desprezível;
- Forças de campo desprezíveis;
- Escoamento laminar;
- Fluido newtoniano;
- Sem geração de calor interna;
- Efeito da radiação térmica desprezível;
- Propriedades do fluido constante;

A partir dessas hipóteses as equações que modelam o sistema são descritas na sequência.

4.2.1 Equação da Conservação da Massa

O princípio da conservação da massa é expresso pela equação 4.1:

$$\nabla \cdot \rho \vec{V} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (4.1)$$

onde ρ representa a massa específica do fluido e \vec{V} o vetor velocidade do escoamento, que em coordenadas cartesianas é formado pelas componentes u , v e w .

Com base nas hipóteses simplificadoras de escoamento bidimensional e incompressível a equação 4.1 é reescrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.2)$$

4.2.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A equação da conservação da quantidade de movimento linear é derivada a partir da segunda lei de Newton e pode ser descrita para um fluido incompressível e newtoniano de acordo com a equação 4.3

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} + \vec{F}, \quad (4.3)$$

onde ρ representa a massa específica do fluido, \vec{V} o vetor velocidade do escoamento, P a pressão local, μ a viscosidade dinâmica do fluido e \vec{F} o campo de forças externas ao sistema.

Aplicando as hipóteses simplificadoras, a equação 4.3 pode ser reduzida em coordenadas cartesianas para:

em x

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (4.4)$$

e em y

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (4.5)$$

As equações 4.2, 4.5 e 4.6 são utilizadas para modelar o escoamento do problema proposto.

4.2.3 Equação da Conservação da Energia

A equação da conservação da energia é definida com base na primeira lei da termodinâmica e pode ser representada pela equação 4.7:

$$\frac{\partial \rho c_p T}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho c_p T \vec{V}) = \nabla \cdot k \nabla T + \mu \Phi + \dot{q}, \quad (4.6)$$

onde ρ representa a massa específica, c_p o calor específico, T a temperatura, \vec{V} o vetor velocidade, k a condutividade térmica do fluido, μ a viscosidade dinâmica do fluido, Φ a função de dissipação viscosa e \dot{q} a geração de energia interna por unidade de volume.

A partir das hipóteses simplificadores, a equação 4.7 é reduzida a:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (4.7)$$

Desse modo as equações 4.2, 4.5, 4.6 e 4.7 serão as responsáveis por modelar o problema do presente trabalho. Porém somente as equações não são suficientes para resolver o problema, é necessário ainda as condições de contorno do problema.

4.3 Condições de contorno

As condições de contorno para o presente problema são:

1. Condição de não deslizamento nas paredes: a velocidade é igual a zero nas paredes do canal e na superfície dos cilindros.

$$u = 0, v = 0 \quad em \quad y = \pm \frac{H}{2}$$

$$u = 0, v = 0 \quad em \quad \begin{cases} x = \frac{D}{2} \cos \theta + Ln \\ y = \frac{D}{2} \sin \theta \end{cases} \quad para \quad \begin{matrix} 0 < \theta < 2\pi \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix} \quad , \quad (4.8)$$

2. Condição da entrada do fluido:

- Perfil de velocidade uniforme U_{∞} ;
- Temperatura constante T_{∞} .

$$U = U_{\infty}, T = T_{\infty} \quad em \quad x = -5D, \quad (4.9)$$

3. Condição de saída do fluido: na região de saída é considerado uma pressão manométrica igual a 0, pois corresponde a uma saída em pressão atmosférica.

$$p = 0 \quad em \quad x = nL + 15D, \quad (4.10)$$

4. Temperaturas das superfícies:

- As paredes do canal são adiabáticas;
- As paredes dos cilindros apresentam temperatura constante T_s .

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=\pm \frac{H}{2}} = 0$$

$$T = T_s \quad em \quad \begin{cases} x = \frac{D}{2} \cos \theta + Ln \\ y = \frac{D}{2} \sin \theta \end{cases} \quad para \quad \begin{matrix} 0 < \theta < 2\pi \\ n = 0, 1, 2, 3, \dots \end{matrix}, \quad (4.11)$$

5. Condições iniciais do fluido dentro do canal.

Uniformes e iguais a condição de entrada do fluido

4.4 Parâmetros analisados

Para a análise dos resultados obtidos através da simulação numérica é necessário ter o conhecimento de como processá-los a fim de obter dados que possam ser comparados. Para o trabalho são utilizados: número de Nusselt médio, coeficiente de arrasto, desvio percentual e a análise de regressão linear.

4.4.1 Número de Nusselt médio

O número de Nusselt é definido de maneira local de acordo com a equação 2.3. Porém os resultados obtidos através do programa ANSYS/FLUENT são para o número de Nusselt local em função do tempo. Dessa forma é desejável que os resultados para o número de Nusselt sejam expressos em valores médios. Assim, o número de Nusselt médio para a superfície do cilindro é definido como sendo:

$$\overline{Nu} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{T_c} Nu_\theta dt d\theta}{2\pi P}, \quad (4.12)$$

onde P representa o período de formação dos vórtices e θ o ângulo de acordo com a Figura 4.1.

Como os resultados dos números de Nusselt locais são valores obtidos em cada ponto da malha computacional, utiliza-se a equação 4.13 para o cálculo médio do número de Nusselt:

$$\overline{Nu} = \frac{\sum_0^m \sum_0^n Nu_\theta}{mn}, \quad (4.13)$$

onde m é o número de nós da malha computacional na superfície do cilindro e n o número de passos de tempo presentes em um período de formação de vórtices. É possível utilizar a equação 4.10, pois os nós são espaçados de maneira uniforme e o passo de tempo não varia.

4.4.2 Coeficiente de arrasto

De acordo com Sumer e Fredsoe (1997), o escoamento sobre um cilindro causará o aparecimento de uma força. Essa força é resultante de dois fenômenos: diferença de pressão e atrito. A força média $\overline{F_D}$ aplicada sobre o cilindro de diâmetro D é definida como:

$$\overline{F_D} \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_0^{2\pi} \int_{t_1}^{t_2} p \cos \theta \frac{D}{2} d\theta dt + \int_0^{2\pi} \int_{t_1}^{t_2} \tau \sin \theta \frac{D}{2} d\theta dt. \quad (4.14)$$

O primeiro termo do lado direito da equação representa a contribuição da diferença de pressão existente no escoamento, enquanto que o segundo termo contempla o efeito tensão de cisalhamento.

Segundo Fox e McDonald (2011), a força de arrasto pode ser adimensionalizada, resultando no coeficiente de arrasto definida para um cilindro bidimensional de acordo com a equação 4.15:

$$C_D = \frac{\overline{F_D}}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D}, \quad (4.15)$$

onde ρ é a massa específica, U_∞ velocidade da corrente livre e D o diâmetro do cilindro.

4.4.3 Desvio percentual

Para o refinamento da malha computacional foi utilizado o desvio percentual, que é definido de acordo com a equação 4.16:

$$DP = \left| \frac{\Theta_{ref} - \Theta_{cal}}{\Theta_{ref}} \right| \quad (4.16)$$

onde Θ_{ref} representa o valor disponível na literatura, ou malha mais refinada para o teste de malha, e Θ_{cal} o valor obtido pelo presente trabalho.

4.4.4 Regressão linear

No presente trabalho pretende-se correlacionar o efeito da geometria (L/D, H/D e número do cilindro), número de Reynolds e número de Prandtl sobre o número de Nusselt médio. De acordo com Reis (2008), a regressão linear permite que seja possível realizar essa correlação. Para isso é necessário coletar dados para situações com diferentes valores para as variáveis dependentes e o efeito sobre a variável independente.

O programa computacional de análise matricial Matlab(2013), permite que seja realizada a regressão para uma ou mais variáveis dependentes e uma independente.

Os dados podem ser correlacionados utilizando o Matlab através de diversas formas de funções: lineares, exponenciais, de potência, polinomiais, etc. Para a determinação do melhor modelo são avaliados 4 parâmetros, resultantes do método dos mínimos quadrados: Soma dos quadrados dos resíduos (SSE), Coeficiente de determinação, R^2 ajustado e raiz quadrada do erro médio (RMSE)

4.4.4.1 Soma do quadrado dos resíduos

Esse parâmetro analisa o somatório do quadrado da diferença entre o valor obtido através da correlação e através dos dados utilizados. Ou seja, uma correlação que apresenta um número mais próximo a zero que outra prediz melhor o fenômeno. Sendo definida por:

$$SSE = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2, \quad (4.17)$$

onde \hat{y}_i é o valor previsto pela correlação e y_i o valor observado

4.4.4.2 Coeficiente de determinação (R^2)

O coeficiente de determinação indica como a correlação obtida se aproxima dos dados coletados e é definido de acordo com a equação 4.18:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}, \quad (4.18)$$

onde \bar{y} é o valor médio das observações, \hat{y}_i é o valor previsto pela correlação e y_i o valor observado.

O coeficiente de determinação varia entre 0 e 1. Quanto mais próximo de 1 melhor a aproximação da função obtida. Por exemplo, um valor para R^2 de 0,973 indica que os valores calculados pela correlação se aproximam em 97,3% dos valores reais.

4.4.4.3 R^2 ajustado

A fim de evitar que uma correlação utilize muitas variáveis independentes para explicar um fenômeno e conseqüentemente aumentar o valor de R^2 , é utilizado um fator de correção. O fator de correção quando aplicado ao coeficiente de determinação elimina o efeito de múltiplas variáveis

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{n-1}{n-(p+1)}(1-R^2), \quad (4.19)$$

onde n é o número de observações e p o número de variáveis independentes.

4.4.4.4 Raiz quadrada do erro médio (RMSE)

A raiz quadrada do erro médio representa o desvio padrão das diferenças entre os valores observados e os determinados pela correlação, sendo definida como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{SSE}{n}}, \quad (4.20)$$

onde n é o número de observações. Um valor mais próximo a zero representa uma correlação mais precisa.

4.5 Considerações finais do capítulo

Nesse capítulo foi abordada a modelagem matemática que é utilizada para a realização do trabalho. Foram abordadas as equações que modelam o fenômeno físico além de suas condições de contorno. Foram apresentados conceitos básicos de estatística que serão utilizados para a análise dos resultados obtidos.

5 MODELAGEM NÚMERICA

As equações que modelam o fenômeno da transferência de calor no escoamento cruzado ao redor de um cilindro citadas no capítulo anterior compõem um sistema de equações diferenciais parciais, de segunda ordem e não lineares. Como esse sistema não apresenta uma solução exata, ele será resolvido através do método numérico baseado em volumes finitos contido no *software* ANSYS/FLUENT. Sendo assim, este capítulo apresentará de forma resumida o método numérico utilizado para resolver o sistema de equações dentro do domínio computacional em que ele atua.

5.1 Discretização do domínio

A discretização do domínio consiste em dividir o domínio em vários volumes finitos, os quais possuem pontos centrais, denominados nós, de tal modo que a ligação dos pontos forme uma estrutura denominada de malha. Os volumes, ou células, são os volumes de controle para a aplicação das equações do modelo.

A malha pode ser classificada, de acordo com Wesseling (2001), como cartesiana, estruturada e não estruturada. Para a elaboração deste trabalho foi utilizada a malha estruturada por apresentar na região de fronteira com a superfície melhor precisão em relação à cartesiana e menor tempo computacional em relação à não estruturada (WESSELING, 2001). A Figura 5.1 representa um exemplo de malha estruturada ao redor de um cilindro.

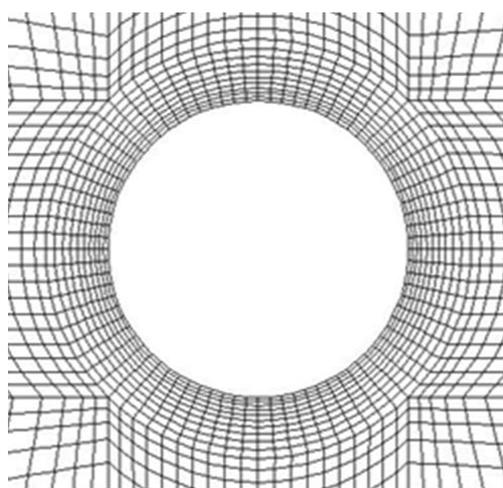


Figura 5.1- Malha estruturada ao redor de um cilindro

Observa-se que ocorre um espaçamento homogêneo das linhas radiais, enquanto que as linhas que circundam o cilindro apresentam um aumento no espaçamento. Esse crescimento da malha permite que a camada limite ao redor do cilindro seja mais bem representada.

5.2 Método numérico

O *software* ANSYS/FLUENT é baseado no método dos volumes finitos, no qual o domínio é discretizado em número finito de volumes de controle, que neste trabalho será referenciado como célula. Em cada célula é realizado o balanço das equações de transporte discretizadas e resolvidas através de iteração numérica.

O método da projeção, Chorin (1968), é utilizado para resolver o sistema de equações presentes. Nesse método a equação da conservação da massa é satisfeita através da resolução da equação da pressão e da correção da pressão. Essas equações de pressões são obtidas a partir das equações de conservação da massa e quantidade de movimento.

O algoritmo utilizado para a realização do método da projeção é denominado deSIMPLE (*Semi-ImplicitMethod for Pressure-LinkedEquations*) proposto por Patankar e Spalding (1972). No algoritmo as equações de transporte são resolvidas de maneira sequencial até sua convergência. A sequência de etapas está demonstrada na Figura 5.2.

O primeiro passo do algoritmo é atualizar as propriedades do fluido com base na solução existente. Como mencionado no capítulo anterior, as propriedades permanecem constantes, ou seja, essa etapa não é realizada.

Em seguida as equações de conservação da quantidade de movimento são resolvidas, utilizando as pressões e os fluxos de massa obtidos da iteração anterior e assim obtém-se o campo de velocidade. A equação da correção da pressão é resolvida utilizando o campo de velocidade e o fluxo de massa.

Após essa etapa, os valores para os campos de velocidade e de pressão e os fluxos de massa são atualizados utilizando a correção da pressão obtida anteriormente. As equações de transporte adicionais, por exemplo: conservação da energia, são então resolvidas. Por fim, é então conferido a convergência das equações, caso não seja atendido o critério de convergência é realizada mais uma interação.

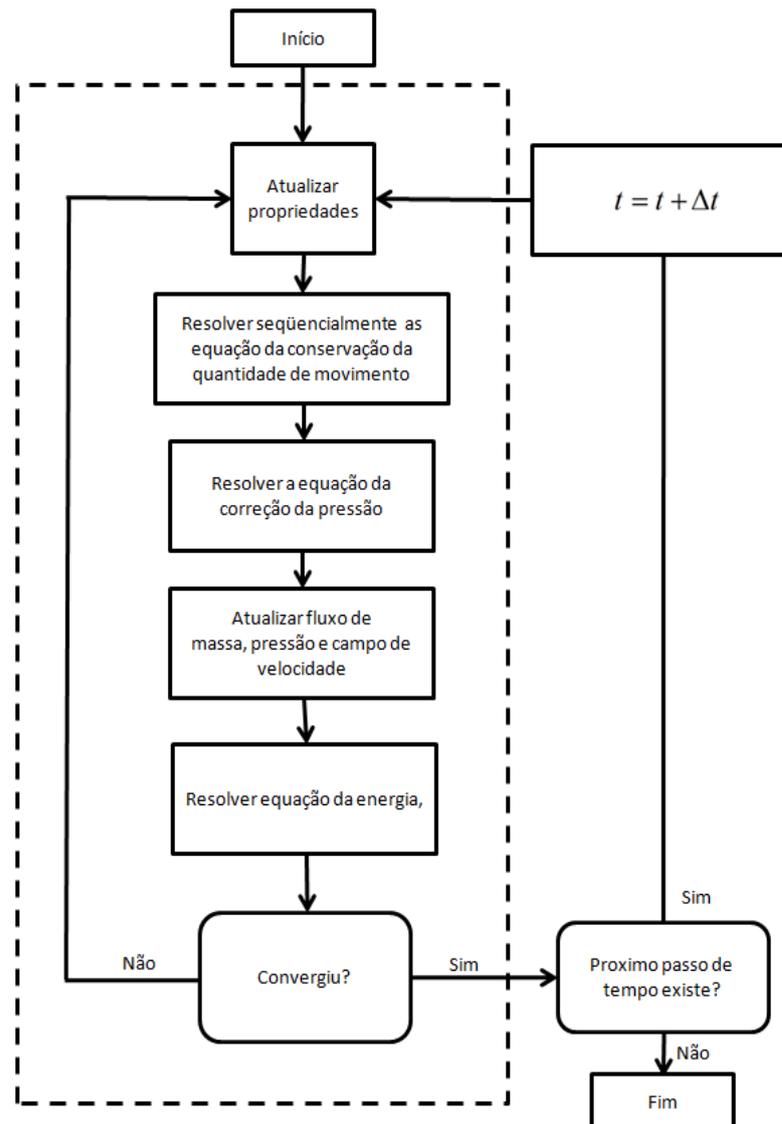


Figura 5.2- Algoritmo de solução baseado em pressão

Fonte. Adaptado ANSYS. Inc(2013)

5.2.1 Discretização das equações de transporte

As equações de conservação da massa, da quantidade do movimento linear e da energia podem ser escritas de maneira genérica de acordo com a equação 5.1:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \phi \vec{V} = \nabla \cdot \Gamma_{\phi} \nabla \phi + P_{\phi} + S_{\phi}, \quad (5.1)$$

onde que ϕ é o parâmetro escalar analisado, ρ a massa específica do fluido, \vec{V} o vetor velocidade, Γ_{ϕ} o coeficiente de difusão da variável escalar ϕ , $\nabla \phi$ o gradiente da variável escalar ϕ , S_{ϕ} o termo de fonte de ϕ por unidade de volume e P_{ϕ} o termo para pressão.

O valor de cada termo para as equações de conservação da massa, da quantidade do movimento linear e da energia estão apresentados na Tabela 5.1.

Tabela5.1- Termos empregados na Equação 5.1

Equação	ϕ	Γ_ϕ	P_ϕ	S_ϕ
Massa	1	0	0	0
Quantidade de movimento em x	U	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x}$	0
Quantidade de movimento em y	V	μ	$-\frac{\partial P}{\partial y}$	0
Energia	T	$\frac{k}{c_p}$	0	0

A equação 5.1 pode então ser discretizada de acordo ANSYS(2013) :

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \Psi + \sum_{face}^{N_{faces}} \rho_{face} \vec{V}_{face} \phi_{face} \cdot \vec{A}_{face} = \sum_{face}^{N_{face}} \Gamma_\phi \nabla \phi_{face} \vec{A}_{face} + P_\phi \Psi + S_\phi \Psi, \quad (5.2)$$

onde Ψ é o volume da célula, N_{faces} é o número faces que englobam a célula, $\rho_{face} \vec{V}_{face} \cdot \vec{A}_{face}$ o fluxo de massa que atravessa uma face, ϕ_{face} o valor de ϕ na face, \vec{A}_{face} a área da face, $\nabla \phi_{face}$ o gradiente de ϕ na face e $\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} \Psi$ é a discretização temporal.

A equação 5.2 é então aplicada a todas as células do domínio computacional, formando um conjunto de equações que podem ser linearizadas contendo o valor ϕ no centro da célula e de seus vizinhos, ou seja:

$$a_c \phi_c = \sum_{viz} a_{viz} \phi_{viz} + b \quad (5.3)$$

onde o subscrito "viz" refere-se a células vizinhas e a_{viz} e a_c são os coeficientes linearizados para ϕ_{viz} e ϕ_c respectivamente. Esse conjunto de equações é então resolvido pelo *software* ANSYS/FLUENT.

Os coeficientes da equação 5.3 são obtidos através de esquemas discretização. Para a discretização dos gradientes é utilizado o método de *Least Squares Cell Based*. Para a avaliação do campo de pressão é utilizado o esquema de segunda ordem. Enquanto que a equação da conservação da quantidade de movimento e energia são discretizados pelo método *Second-OrderUpwind*. Para a discretização temporal é utilizado o método de primeira ordem implícito.

5.3 Critério de parada

Uma das maneiras de avaliar a convergência de uma simulação é através de uma análise da diferença entre os resultados obtidos por uma interação e a sua anterior. O ANSYS/FLUENT 15.0 adota como critério padrão uma análise dos resíduos em escala das equações de transporte. O resíduo em escala é definido de acordo com a equação 5.4:

$$R^\phi = \frac{\sum_{celulas} \left| \sum_{viz} a_{viz} \phi_{viz} + b - a_c \phi_c \right|}{\sum_{celulas} a_c \phi_c} \quad (5.4)$$

Um valor de R^ϕ menor que 10^{-3} para as equações de transporte e 10^{-6} para energia é considerado como critério padrão. Porém a análise apenas pelo resíduo em escala não é suficiente, pois de acordo com ANSYS(2013), uma boa aproximação para a solução nas condições de contorno iniciais pode ocasionar num alto valor para os resíduos em escala. O contrário também é verdadeiro, ou seja, uma condição de contorno muito distante da solução pode causar um baixo valor dos resíduos em escala, mesmo que a solução não tenha convergido.

Para contornar esse problema é analisado além dos resíduos em escala, os valores de fluxo de massa na entrada, o coeficiente de arrasto e o número de Nusselt médio. Quando os coeficientes estabilizam ocorre o próximo passo de tempo.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Aqui são apresentados os resultados obtidos a partir dos parâmetros considerados. Primeiramente são demonstrados os resultados para o teste de malha, seguido da verificação dos resultados para um cilindro em escoamento cruzado e da análise do escoamento e da transferência de calor para um sistema com dois cilindros em tandem contidos dentro de um canal. Após essa análise, são apresentados os resultados para um sistema com 10 cilindros em tandem dentro de um canal. Por fim, é proposta uma correlação para o número de Nusselt médio em função do número de Reynolds e do número de cilindros.

6.1 Teste de Malha

A primeira etapa para a realização das simulações é determinar qual o refinamento da malha computacional necessário para que os resultados obtidos possuam uma incerteza numérica menor do que 1,0%. Essa incerteza foi baseada no desvio percentual, equação 4.11.

Primeiro é realizada a simulação do escoamento cruzado num único cilindro para três malhas, conforme estão representadas na Figura 6.1, com diferentes níveis de refinamentos.

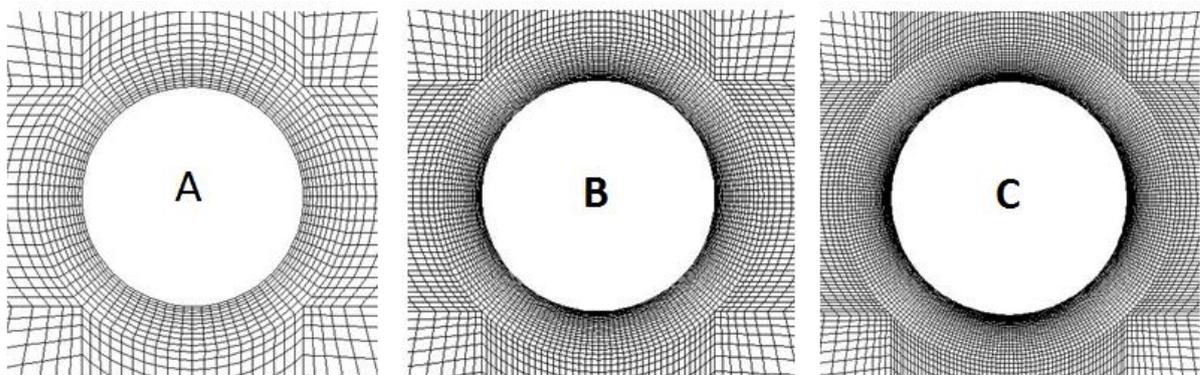


Figura 6.1 - Malhas na região próxima ao cilindro utilizadas no teste de independência de malha

O escoamento ocorre ao redor de um cilindro com número de Reynolds de 218 e um fluido que apresenta um número de Prandtl de 0,707. Os dados de cada malha estão representados na Tabela 6.1.

Tabela6.1 - Dados das malhas utilizadas

	Malha A	Malha B	Malha C
Divisões circunferências	80	160	240
Divisões radiais	10	20	30
Número de células	5524	15426	36772
Total de nós	5892	15929	37449

A região circular ao redor do cilindro apresenta um diâmetro de 18 mm, desse modo tem-se que as divisões radiais apresentam um valor médio de 0,265 mm, 0,1325 mm e 0,0883 mm para as malhas A, B e C, respectivamente.

Cada simulação foi realizada durante um período de tempo de 20 s com passo de 0,05 s com objetivo de cada ciclo de formação de vórtice seja realizado em 20 passos. Para a análise do teste de malha foram utilizados os resultados do perfil de velocidade no ângulo de 90°, o coeficiente de arrasto e o número de Nusselt local.

6.1.1 Perfil de Velocidade

O perfil de velocidade para a região da superfície do cilindro e a uma distância de 6,35 mm em um ângulo de 90° está demonstrado na Figura 6.2.

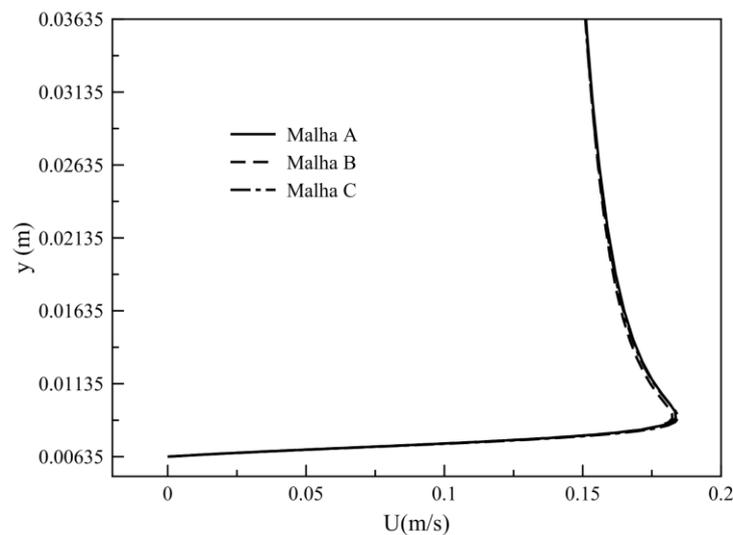


Figura 6.2- Perfil de velocidade para o ângulo de 90° ao redor do cilindro em escoamento cruzado para $Re= 218$ para diferentes malhas analisadas.

Analisando a Figura 6.2, percebe-se que para a região da superfície a velocidade é 0 m/s atingido uma velocidade máxima de aproximadamente 0,185 m/s em uma distância de 40% do raio do cilindro da superfície. As 3 malhas apresentaram uma diferença entre elas inferior a 1%.

6.1.2 Coeficiente de Arrasto

O coeficiente de arrasto para cada malha em função do tempo está representado na Figura 6.3.

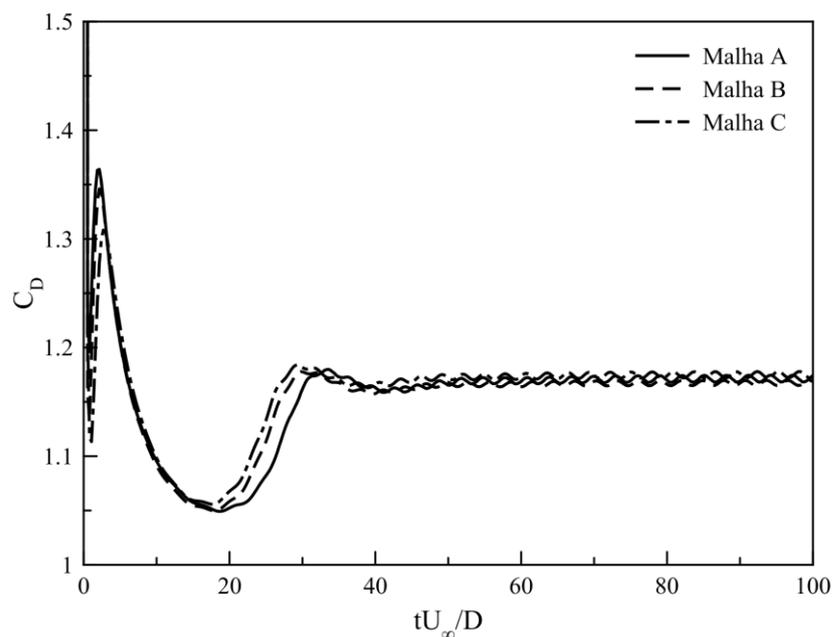


Figura 6.3 - Resultados do coeficiente de arrasto para o teste de malha.

Durante o período de 0 a 30 a solução obtida não apresenta formação dos vórtices. A partir de 30 as simulações começaram a formar vórtices periodicamente, permitindo que se possa determinar o valor médio do coeficiente de arrasto. Os coeficientes de arrasto obtidos foram de 1,1674, 1,1714 e 1,1751 para as malhas A, B e C, respectivamente. O desvio percentual obtido foi de 0,82% entre a malha A e B e de 0,31% entre as malhas B e C

6.1.3 Número de Nusselt local

Na Figura 6.4 estão representados os valores do número de Nusselt local, obtidos a partir da média temporal dos valores do número de Nusselt ao longo de um ciclo de formação de vórtices.

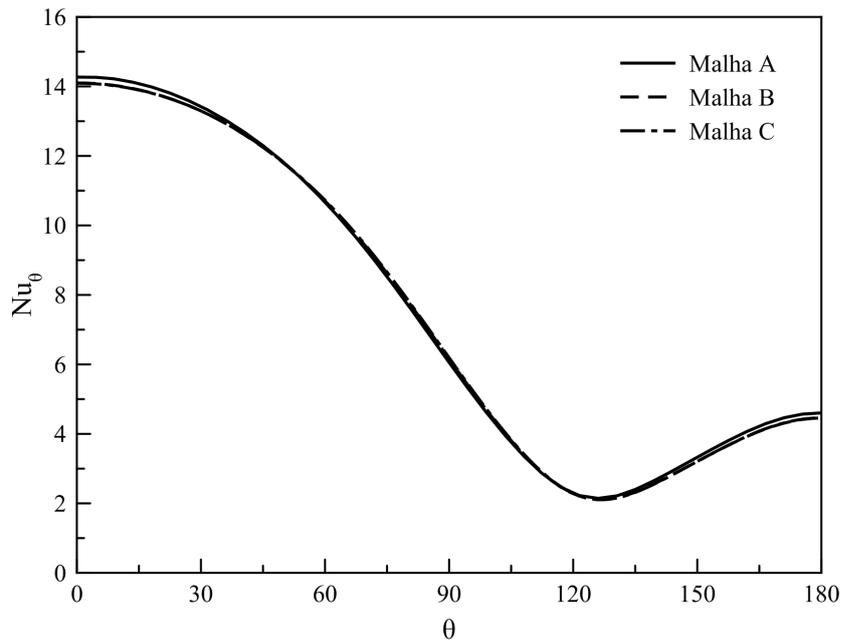


Figura 6.4 - Teste de malha : Número de Nusselt

A malha A apresentou um valor de Nusselt médio de 7,587 enquanto que as malhas B e C apresentaram valores médios de 7,513 e 7,515, respectivamente. Os desvios percentuais foram de 0,98% entre a malha A e B e de 0,02% entre as malhas B e C.

Com base nos resultados obtidos pelo teste de malha, desvios percentuais abaixo de 1%, a malha C foi escolhida para ser utilizada nas demais simulações do trabalho.

6.2 Validação do modelo

A fim de garantir que os resultados gerados pelo trabalho apresentem confiabilidade, esses são comparados com os resultados obtidos por outros estudos disponíveis na literatura.

Para a verificação do modelo foi utilizado o escoamento cruzado de ar ao redor de um único cilindro com temperatura de superfície constante para os números de Reynolds de 218 e 120. Para verificação utilizou-se os dados disponíveis no trabalho de Zhanget al. (2008), que reuniram os dados de Eckert e Soehngen(1952) e Momose e Kimoto(1999) para o número de Reynolds de 218 e os trabalhos de Eckert e Soehngen(1952) e Kim e Choi (2004) para o número de Reynolds de 120. Os resultados de Eckert e Soehngen(1952) são oriundos de testes experimentais enquanto que os resultados de Momose e Kimoto(1999) e Kim e Choi (2004) provêm de simulações numéricas.

Devido a formação de vórtices, os resultados para o número de Nusselt local foram obtidos através da média aritmética ao longo de um ciclo da formação dos vórtices. Os resultados para o número de Nusselt local estão representados na Figura 6.5 para o número de Reynolds de 120 e na Figura 6.6 para o número de Reynolds de 200.

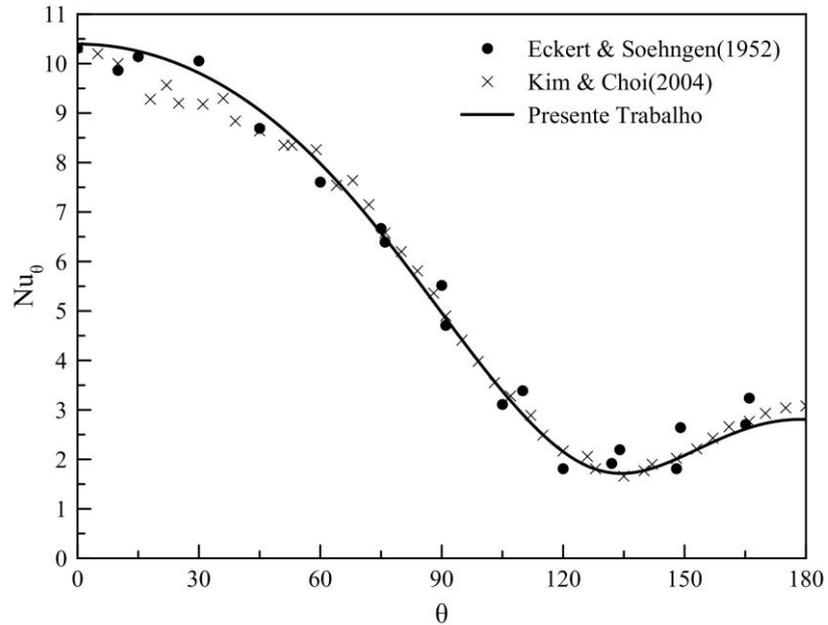


Figura 6.5 - Verificação de Resultados : Número de Nusselt local para escoamento cruzado de um cilindro para o número de Reynolds de 120.

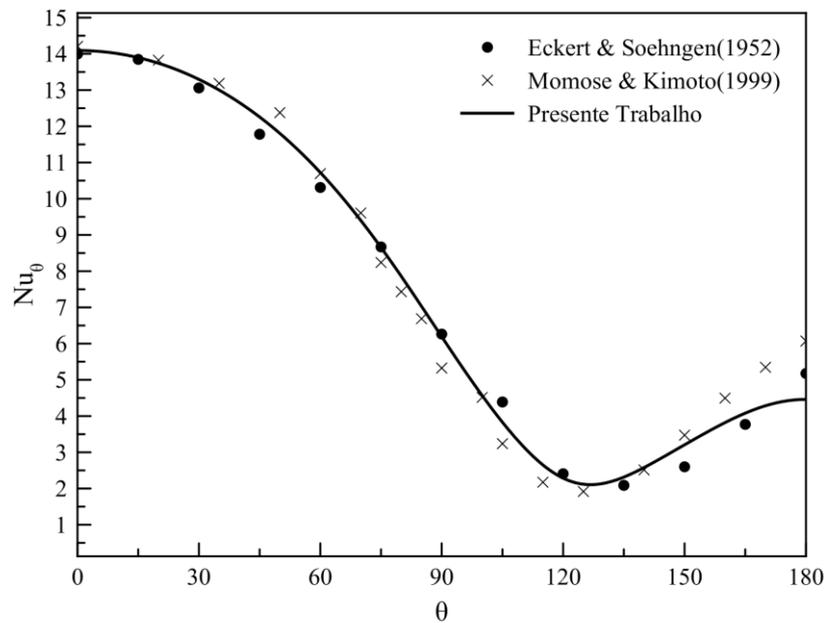


Figura 6.6 - Verificação de Resultados : Número de Nusselt local para escoamento cruzado de um cilindro para o número de Reynolds de 218.

Analisando as Figuras 6.5 e 6.6, observa-se que o número de Nusselt local apresenta um valor máximo de 10,4 no ponto de estagnação do cilindro (0°) para o número de Reynolds de 120 e 14,1 para o número de Reynolds de 218. Seguindo o sentido da corrente, o número de Nusselt local reduz devido a diminuição do gradiente de temperatura até um número de Nusselt de 1,72 para o número de Reynolds de 120 a um ângulo de 133° e um número de Nusselt de 2,10 para o número de Reynolds de 218 a um ângulo 126° . No ponto onde o número de Nusselt é mínimo para ambos os números de Reynolds ocorre a separação da camada limite e conseqüentemente a formação dos vórtices.

Após atingir o valor mínimo o número de Nusselt local aumenta até o ângulo de 180° , onde os valores do número de Nusselt são de 2,80 e 4,46 para os números de Reynolds de 120 e 218 respectivamente. Esse aumento é resultado da ocorrência dos vórtices que aumentam a taxa de transferência de calor na região após o ponto de estagnação.

Na Tabela 6.2 está demonstrada a comparação de resultados para o número de Nusselt médio.

Tabela 6.2 - Verificação de Resultados : número de Nusselt médio

Número de Reynolds	Número de Nusselt médio - presente trabalho	Estudo	Número de Nusselt médio	DP[%]
120	5,61	Eckert e Soehngen(1952)	5,69	1,4%
		Kim e Choi (2004)	5,62	0,2%
218	7,52	Eckert e Soehngen(1952)	7,44	1,0%
		Momose e Kimoto(1999)	7,44	1,0%

Analisando a Tabela 6.2, percebe-se que os valores de Nusselt médio tiveram um desvio percentual inferior a 1,5% em relação aos dados obtidos por Eckert e Soehngen(1952) Momose e Kimoto(1999) e Kim e Choi (2004). Outra diferença obtida nos resultados está demonstrada na Figura 6.6: o número de Nusselt local na região após o ponto de separação para o número de Reynolds 218 é inferior aos dados obtidos Eckert e Soehngen(1952) e Momose e

Kimoto(1999). Uma possível causa para diminuição do número de Nusselt é a queda da velocidade do fluido próximo ao ângulo de 180°.

Alem dos resultados para o número de Nusselt médio e local obteve-se através das simulações os valores de número de Strouhal e coeficiente de arrasto.

6.2.1 Coeficiente de arrasto

O coeficiente de arrasto médio foi determinado após a estabilização do regime periódico de formação de vórtices como sendo de 1,275 para o número de Reynolds de 120 e 1,175 para o número de Reynolds de 218. Esses resultados estão demonstrados na Figura 6.7e percebe-se que os coeficientes de arrasto obtidos apresentam um valor inferior quando comparados com dados disponíveis, indicando que o campo de pressão e/ou velocidade apresentam uma diferença em relação ao fenômeno do escoamento cruzado em torno de um cilindro.

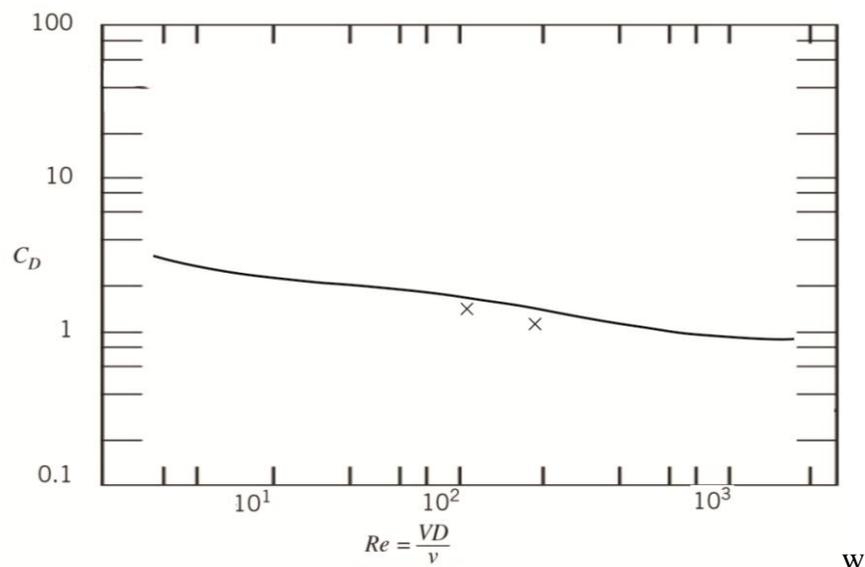


Figura 6.7 - Coeficiente de arrasto sobre um cilindro liso, onde x representa os resultados do presente trabalho

Fonte: Adaptado de Fox e McDonald(2011)

6.3 Resultados adicionais para escoamento ao redor de um cilindro

6.3.1 Número de Strouhal

Com base nos resultados do coeficiente de arrasto é possível adquirir a frequência de formação de vórtices. Para cada ciclo de formação de vórtices ocorre o desprendimento de dois vórtices que correspondem a dois picos no coeficiente de arrasto. Desse modo, tem-se

que a frequência de oscilação do coeficiente de arrasto é o dobro da frequência do regime periódico. O *software* ANSYS/FLUENT 15.0 possui uma ferramenta de transformada de Fourier (FFT) que analisa os dados e retorna o espectro do sinal. Os resultados do espectro de sinal para o número de Strouhal esta demonstrado na Figura 6.8 para os números de Reynolds de 120 e 218.

Analisando os dados para o número de Strouhal foi determinado o valor de 0,1537 para o número de Reynolds de 120 e 0,1714 para o número de Reynolds de 218.

Os resultados para o número de Nusselt obtidos, desvios percentuais inferiores a 1,5%, demonstram que o modelo utilizado para a representação do fenômeno de transferência de calor do escoamento cruzado ao redor de um cilindro está correto dentro de uma incerteza numérica estabelecida. A partir desses resultados, é conduzido o estudo para a transferência de calor no escoamento cruzado para dois cilindros em tandem contidos dentro de um canal, apresentado na próxima seção.

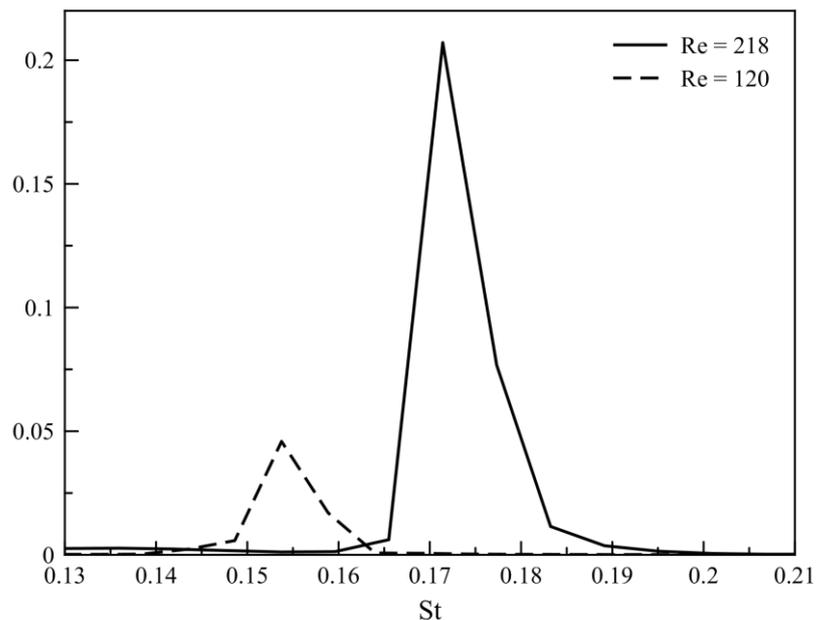


Figura 6.8 - Análise de espectro do número de Strouhal para o número de Reynolds de 120 e 218

6.4 Escoamento cruzado em cilindros em tandem dentro de um canal.

O escoamento cruzado em cilindros em tandem dentro de um canal estudado está representado na Figura 6.9.

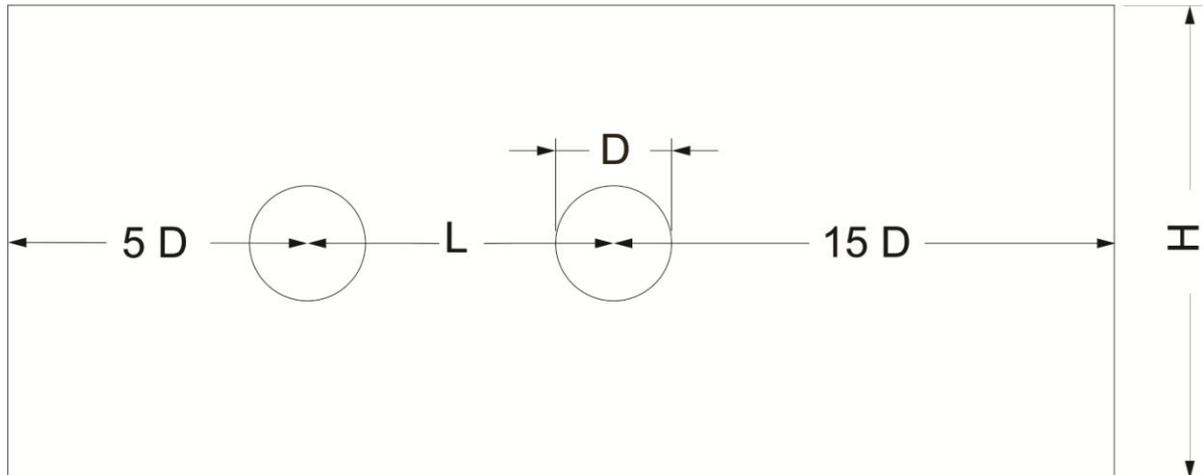


Figura 6.9 - Representação esquemática de dois cilindros em tandem utilizada.

Os dois cilindros são idênticos e possuem diâmetro D . O primeiro cilindro está localizado no lado esquerdo da Figura no centro do canal de largura H a uma distância de 5 diâmetros da região de entrada do fluido. O segundo cilindro se encontra a uma distância L do primeiro cilindro. O domínio então se estende a uma distância de $15 D$ a partir do segundo cilindro.

O objetivo desta seção é avaliar como o número de Nusselt varia em função das razões L/D e H/D . Para a razão L/D são escolhidos os valores de $2, 3, 4$ e 5 enquanto para H/D são os valores de $2, 4$ e 6 . O escoamento ocorre para o número de Reynolds de 200 com um número de Prandtl de $5,83$, representando água a $300K$. O fluido entra com velocidade uniforme e uma temperatura de $300K$. As paredes do cilindro são mantidas a temperatura constante de $320K$.

A malha utilizada é a malha C do teste de malha. Logo, em cada cilindro ocorre 240 divisões circunferenciais e 30 radiais com taxa de crescimento de $1,1$. A malha utilizada para uma razão de H/D igual a 6 e L/D igual 5 apresenta 59.625 nós e 58.654 elementos e está representada na Figura 6.10. Os testes foram realizados com passo de $0,25s$ com um total de 400 passos de tempo.

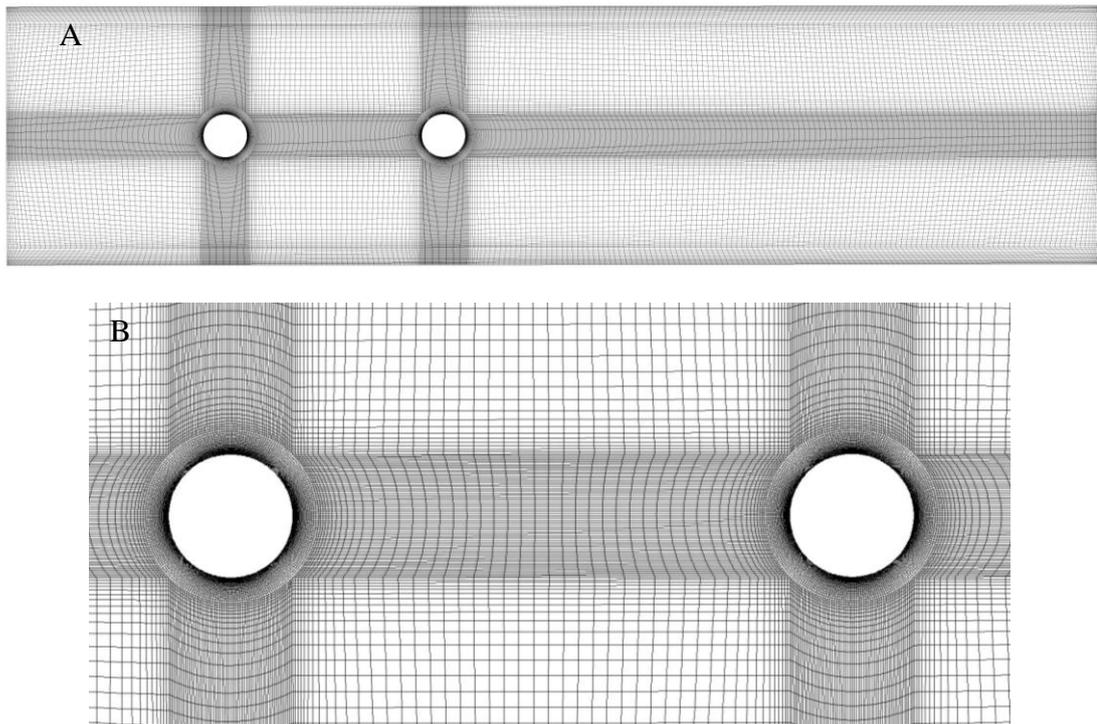


Figura 6.10 - Malha computacional utilizada para a razão $H/D=6$ e $L/D=5$. A: visão global ; B: detalhe da malha entre os cilindros

6.4.1 Análise da razão L/D

Nesta seção é avaliado o efeito da variação da razão L/D sobre o número de Nusselt para o primeiro e segundo cilindro. Para a primeira avaliação, a razão H/D é mantida constante e igual a 6. Os resultados estão demonstrados na Figura 6.11, onde 6×5 significa que a razão H/D , primeiro termo, é igual a 6 e a razão L/D , segundo termo, é igual a 5.

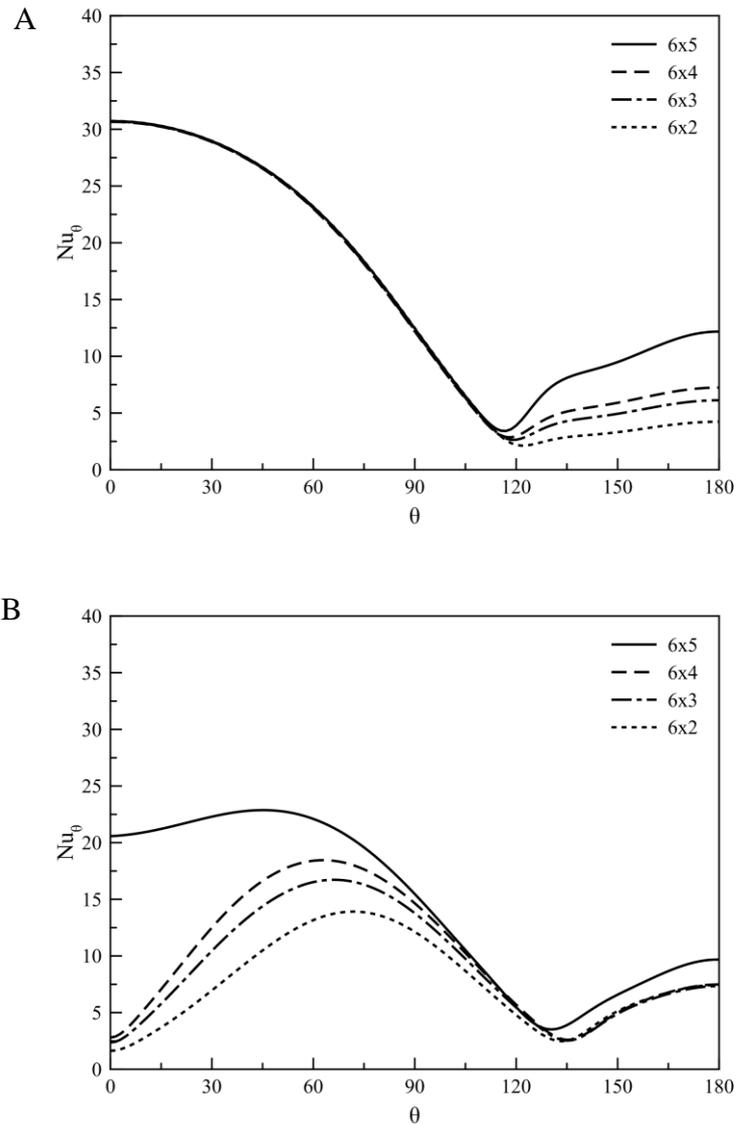


Figura 6.11- Número de Nusselt local para $H/D = 6$.A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Analisando a Figura 6.11 para o primeiro cilindro, a esquerda, tem-se que o número de Nusselt local na região antes do ponto de separação ($0^\circ < \theta < 120^\circ$) não varia com a razão L/D . Porém, para região após o ponto de separação o número de Nusselt cresce com o aumento da razão L/D . Para a razão $L/D=5$ (curva 6×5 da Figura 6.11.a), ocorre o desprendimento dos vórtices como mostrado na Figura 6.12 e por essa razão o número de Nusselt local no ângulo de 0° é superior as outras razões de L/D .

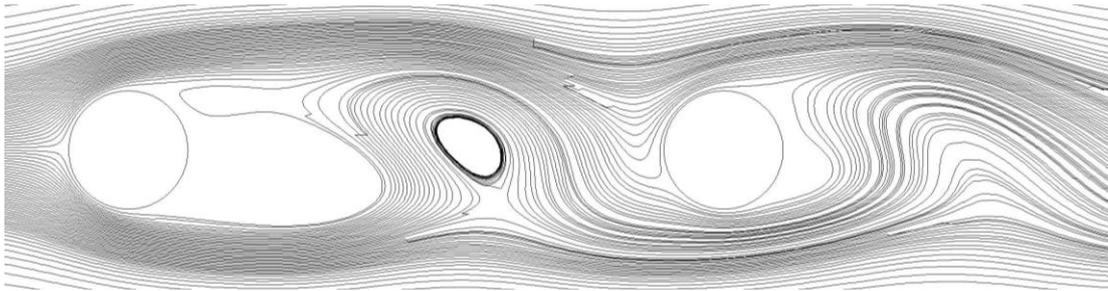


Figura 6.12- Linhas de corrente para $H/D=6$ e $L/D=5$ $Re=200$ na região próxima aos cilindros.

Para as razões L/D de 4, 3 e 2 (curvas 6×4 , 6×3 e 6×2 , respectivamente, Figura 11.b), os vórtices permanecem fixos na região posterior do cilindro, Figura 6.13, e por isso as curvas apresentam uma diminuição no número de Nusselt local no ângulo de 0° em relação a razão L/D igual a 5.

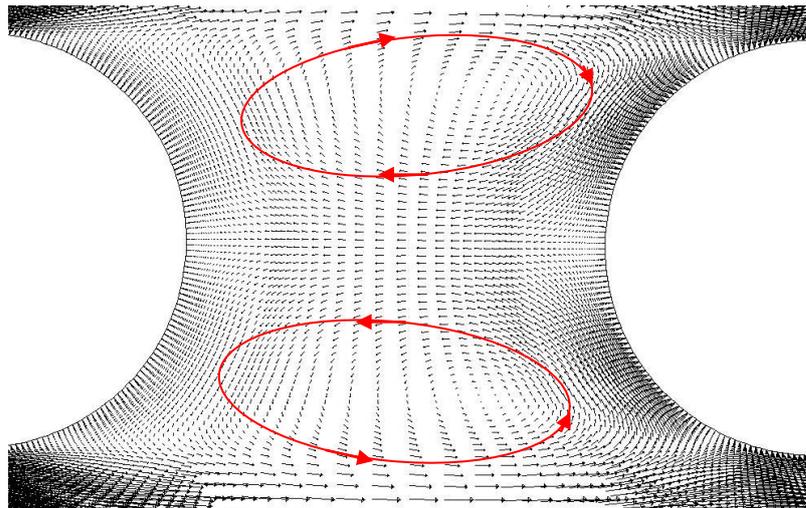


Figura 6.13 - Campo vetorial de velocidade na região entre cilindros para $L/D=2$ e $H/D=6$ para $Re=200$. Demonstrando a posição e sentido dos vórtices.

A formação dos vórtices estacionários na região entre os cilindros para as razões de L/D igual a 2, 3 e 4 acarreta num aumento da temperatura nessa região, conseqüentemente, na diminuição do número de Nusselt. Essa diminuição ocorre tanto para o primeiro quanto para o segundo cilindro.

Para a razão H/D igual a quatro, no primeiro cilindro, somente a região após o ponto de separação, cerca de 120° , o número de Nusselt é afetado enquanto que o segundo cilindro o número de Nusselt aproxima-se de 0 no ponto de estagnação e atinge seu máximo em cerca de 60° , evidenciado na Figura 6.14.

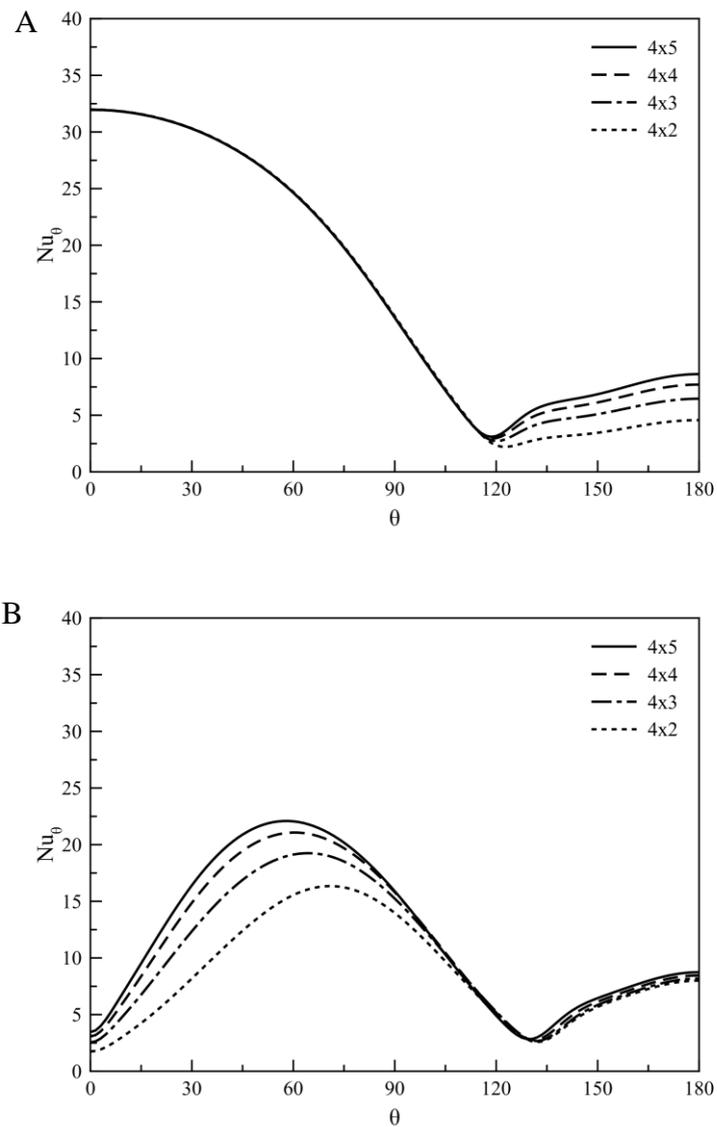


Figura 6.14 - Número de Nusselt local para $H/D=4$.A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Com a redução da razão H/D de 6 para 4, não ocorre mais o desprendimento dos vórtices para a razão L/D igual a 5. A Figura 6.15 representa os efeitos da mudança L/D para a razão H/D igual 2.

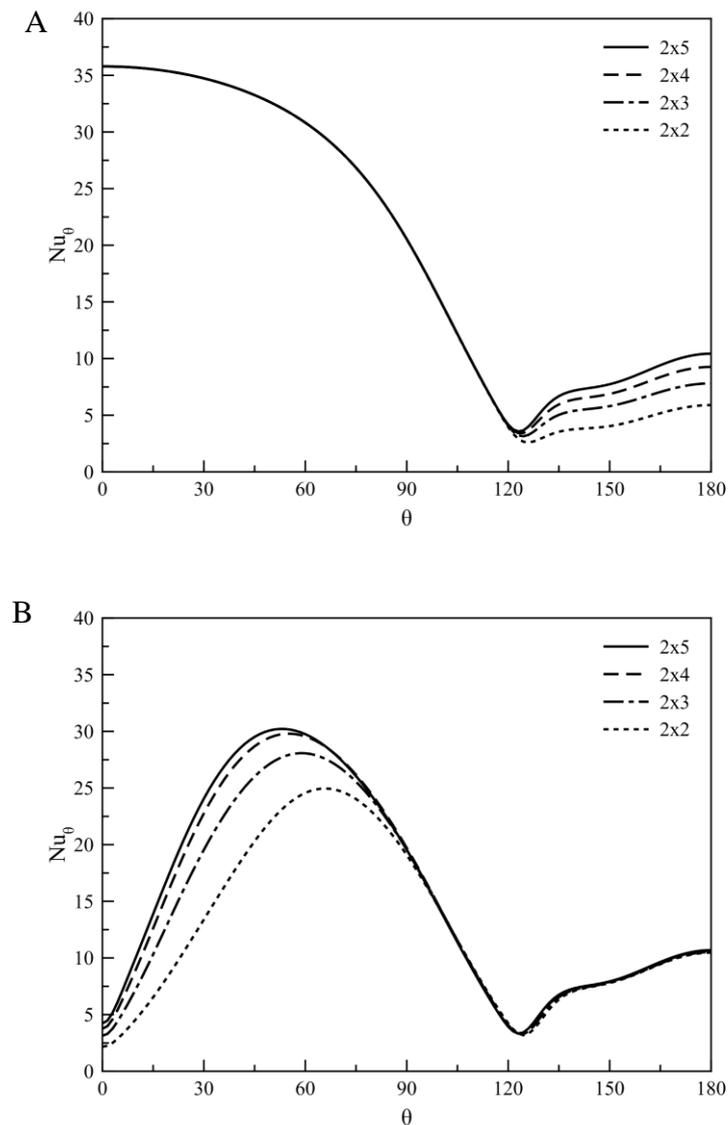


Figura 6.15- Número de Nusselt local para $H/D = 2$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Analisando a Figura 6.15 o número de Nusselt permanece novamente inalterado em função da razão L/D para região antes do ponto de separação da camada limite do primeiro cilindro e aumenta após a separação. Para o segundo cilindro percebe-se que o número de Nusselt local aumenta com o aumento da razão L/D , isto é decorrente da maior distância disponível para a dissipação da temperatura existente nos vórtices estacionários entre os cilindros.

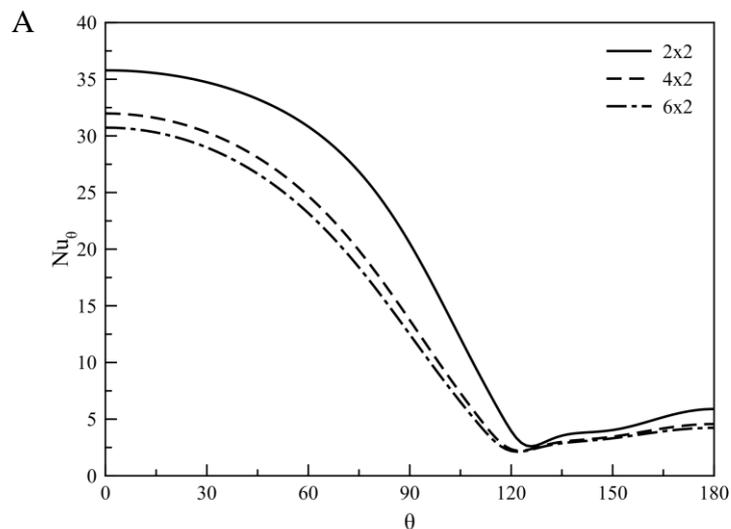
Com o objetivo de maximizar o número de Nusselt para um sistema com vários cilindros o ideal seria que a razão tendesse ao infinito, a fim de que o calor transferido por um

cilindro fosse totalmente dissipado para o escoamento de maneira uniforme. Porém essa construção não é possível devido a limitações de espaço.

Analisando a Figura 6.15, percebe-se que o número de Nusselt para as razões de L/D igual a 5 e 4 apresentam pouca diferença. Os valores de Nusselt médio para o segundo cilindro são de 15,79 e 15,48 para as razões de L/D iguais a 5 e 4, respectivamente. Observa-se um aumento de apenas 2% no número de Nusselt. Esses resultados indicam que uma razão de L/D maior 4 já apresenta pouco efeito para o aumento do número de Nusselt.

6.4.2 Análise da razão H/D

Nesta seção é avaliado qual é o efeito da razão H/D sobre o número de Nusselt do escoamento cruzado sobre dois cilindros em tandem centrados dentro de um canal. Para essa análise L/D é mantido constante enquanto que H/D varia. O efeito da variação da razão H/D (curvas 6×2 , 4×2 e 2×2 da Figura 6.16) para L/D constante e igual a 2 está demonstrado na Figura 6.16.



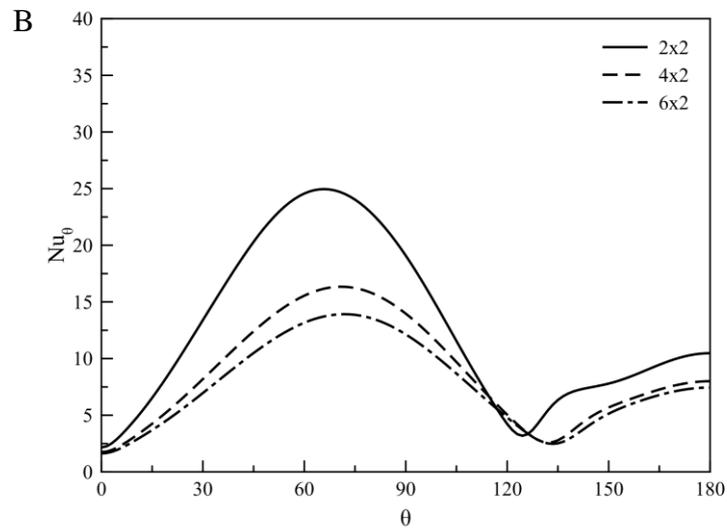


Figura 6.16 - Número de Nusselt local para $L/D = 2$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Para a razão de L/D igual a 2 percebe-se que a diminuição da razão H/D acarreta num aumento no número de Nusselt em toda a superfície do primeiro e segundo cilindro. O aumento é decorrente do aumento da velocidade da região entre o canal e o cilindro, conforme mostrado pelo estreitamento das linhas de corrente do escoamento na Figura 6.17. Esse efeito ocorre com maior intensidade para H/D igual a 2, diminuindo com o aumento da razão H/D .

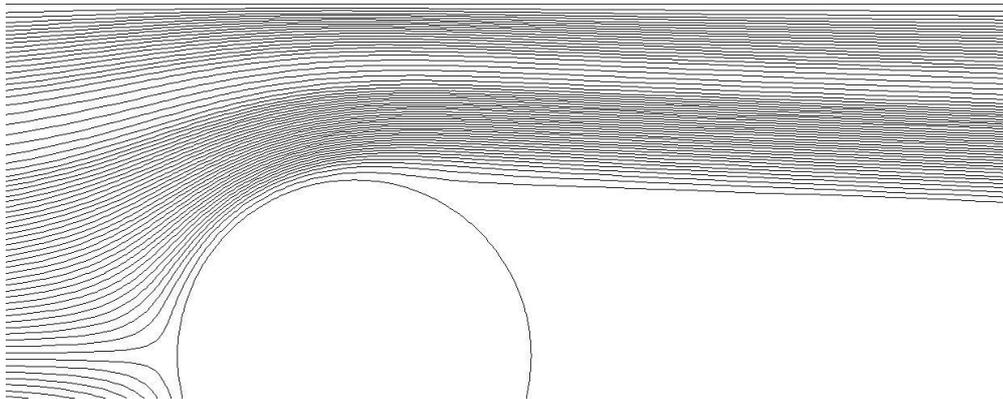


Figura 6.17- Linhas de corrente para $L/D=5$ e $H/D=2$ para $Re=200$ no primeiro cilindro

O aumento da taxa de transferência de calor devido ao aumento da velocidade do escoamento também ocorre para as razões de L/D iguais a 3 e 4, representadas nas Figuras 6.18 e 6.19, respectivamente.

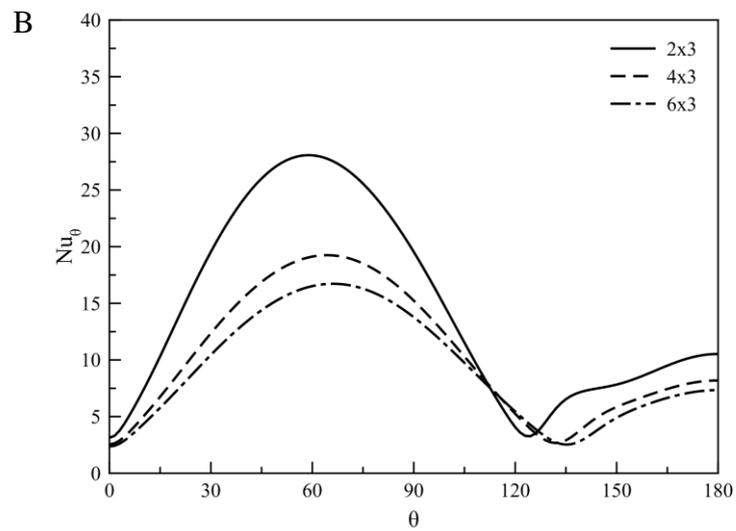
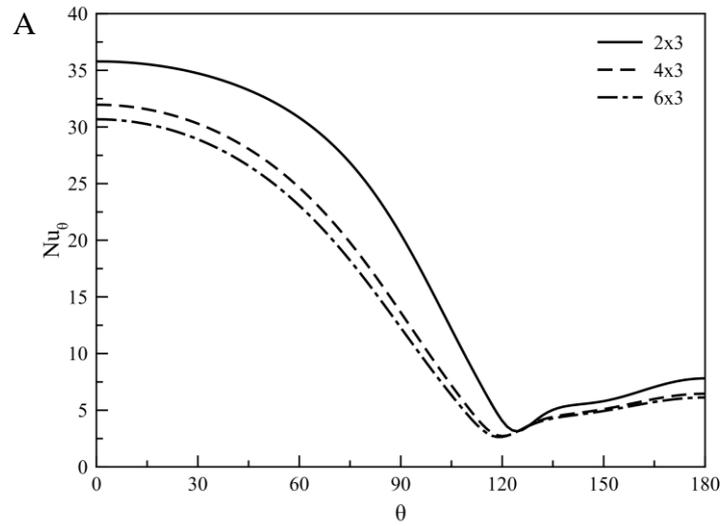
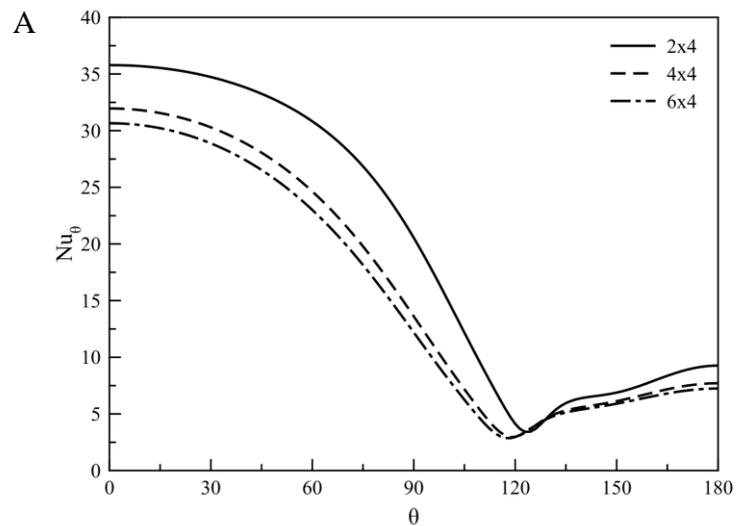


Figura 6.18 - Número de Nusselt local para $L/D = 3$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro



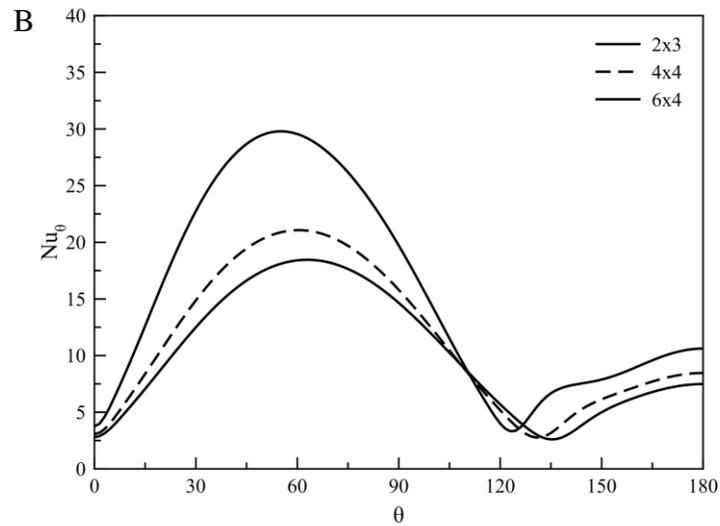
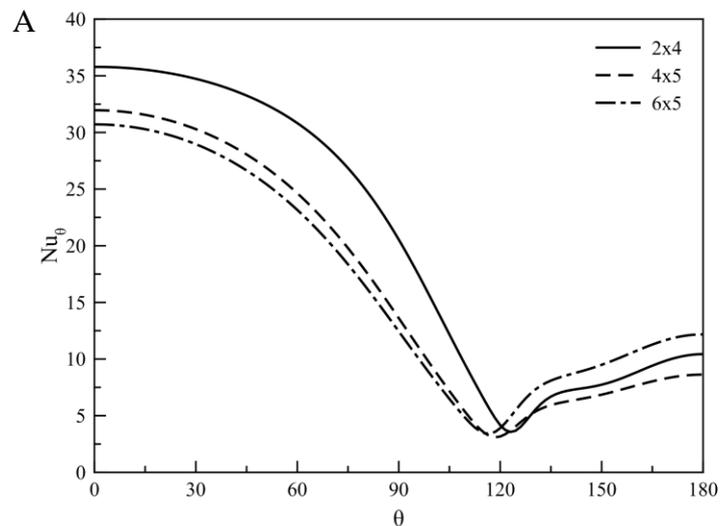


Figura 6.19 - Número de Nusselt local para $L/D = 4$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Quando a razão de L/D é igual 5, Figura 6.20, ocorre a taxa de transferência de calor máxima para as razões de L/D analisadas, como visto na seção anterior porem próxima a L/D igual a 4. Para esse caso, a diminuição da razão H/D aumenta a taxa de transferência de calor para o primeiro cilindro.



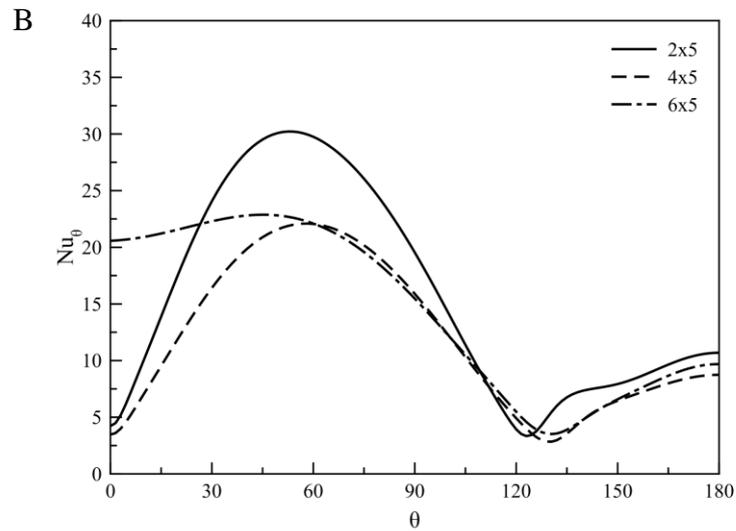


Figura 6.20 - Número de Nusselt local para $L/D = 5$. A- Primeiro cilindro, B- Segundo cilindro

Enquanto que para o segundo cilindro a taxa de transferência de calor pode aumentar de duas maneiras distintas. A primeira é quando a razão H/D é suficientemente grande para permitir que os vórtices se desprendam do primeiro cilindro e o calor seja dissipado para escoamento. A segunda ocorre quando o canal é estreito, pois aumenta a velocidade do escoamento na região de contração.

No primeiro caso o número de Nusselt médio para o segundo cilindro foi de 14,49 e no segundo caso de 15,79. Porém um aumento da razão H/D vem acompanhado de um aumento da vazão massífica e conseqüentemente menor quantidade de energia por unidade de massa é transferida. Ou seja, a fim de maximizar a temperatura de saída do sistema é preferível reduzir o valor da razão H/D .

A Tabela 6.3 compila os valores para o número de Nusselt médio para os casos analisados.

Um sistema com mais de 2 cilindros pode ser entendido como sendo uma combinação de um primeiro cilindro mais uma seqüência de cilindros, que apresentam como característica outro cilindro em sua frente, permitindo que os vórtices sejam formados entre eles. Com isso tem-se que um conjunto com vários cilindros apresenta uma maior quantidade de cilindros que apresentam outro em sua frente. Ou seja para maximizar a taxa de transferência de calor, a influência dos parâmetros geométricos no segundo cilindro são mais importantes do que os resultados no primeiro cilindro. Analisando a Tabela 6.3 percebe-se que as condições

geométricas ideais são para as razões de H/D igual a 2 e L/D igual a 4, visto que um aumento da razão de 4 para 5 resulta em apenas um aumento de 2% no número de Nusselt médio.

Tabela6.3 - Número de Nusselt médio para 2 cilindros em tandem para o $Re=200$ em água

	L/D \ H/D	5	4	3	2
1º Cilindro	6	16,7597	15,4478	15,1682	14,7205
	4	16,6584	16,4177	16,0884	15,6038
	2	20,4491	20,1724	19,8238	19,2957
2º Cilindro	6	14,4907	10,1678	9,2520	7,7091
	4	11,9846	11,4403	10,4729	8,8048
	2	15,7877	15,4825	14,5590	12,7400

Com base nesses resultados, um sistema com 10 cilindros em tandem, espaçados com razão L/D igual a 4, centrados dentro de um canal, com uma razão H/D igual 2, é realizado com o objetivo de analisar a influência do número de Reynolds e do número de cilindros na taxa de transferência de calor

6.5 escoamento cruzado de vários cilindros centrados dentro de um canal

Nesta seção são apresentados os resultados da simulação de um sistema com vários cilindros em tandem. O objetivo é conhecer melhor o fenômeno que ocorre na região do condensador de um aquecedor solar assistido por termossifão que irá transferir o calor para a água a ser aquecida,.

A geometria consiste de uma seqüência de 10 cilindros em tandem, espaçados em 4D entre centros, dentro de um canal de largura 2D. Para a análise do número de Reynolds são utilizados os valores de 80, 120 e 200, enquanto que o número de Prandtl é mantido constante em 5,83.

A malha utilizada para a simulação consiste de 152.344 nós e 145.457 elementos, apresentando 240 divisões circunferenciais e 30 radiais para cada cilindro, Figura 6.21. As simulações foram executadas em regime transiente e os coeficiente de arrasto e de sustentação foram utilizados para garantir que o escoamento encontra-se estabilizado. A Figura 6.21 traz a

representa da malha utilizada. Na parte superior da Figura 6.21 é apresentada a malha completa com seus 10 cilindros enquanto que na parte inferior a malha foi dividida e ampliada para melhor visualização.

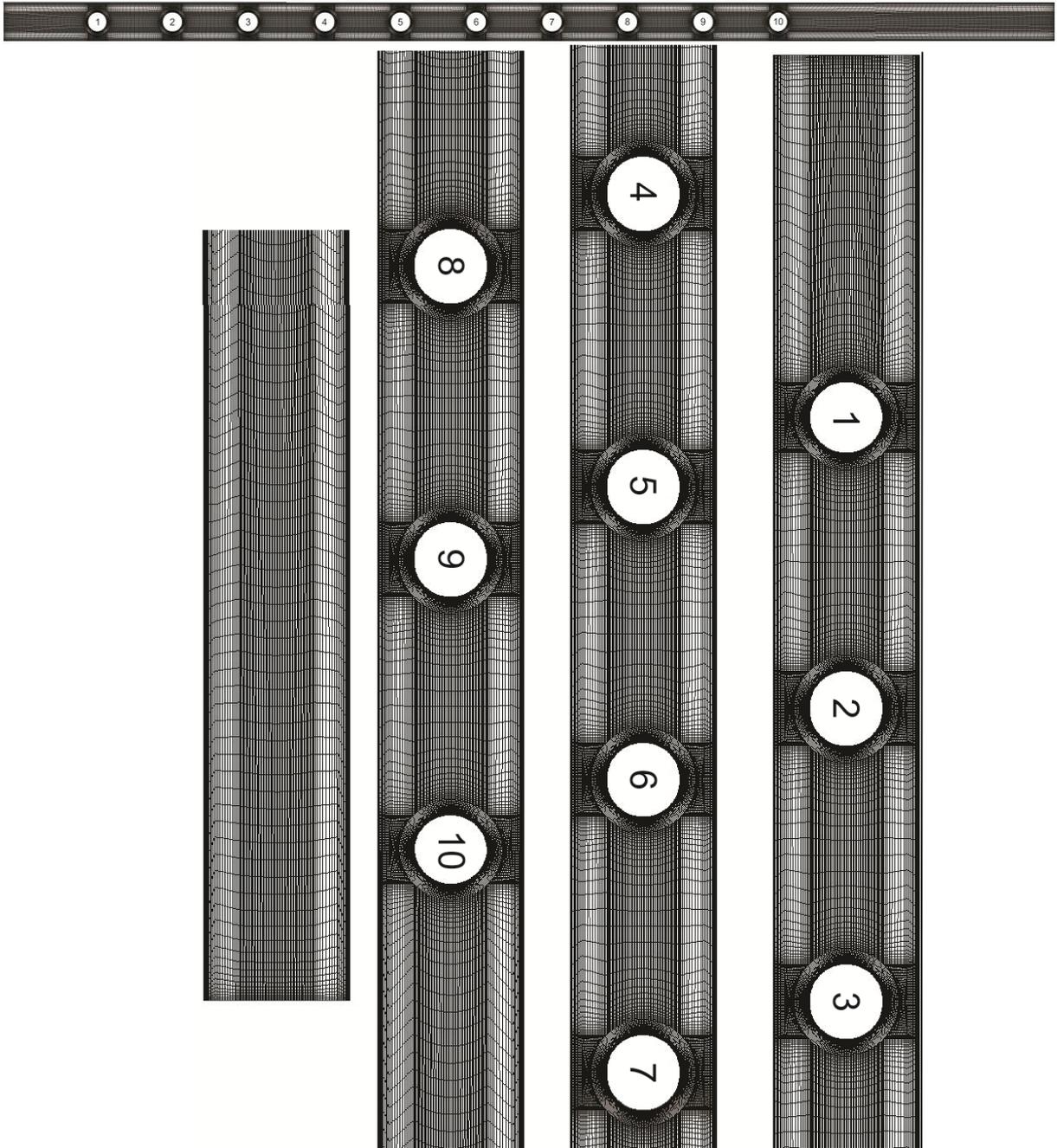


Figura 6.21- Malha com 10 cilindros e L/D igual a 4 e H/D igual a

Os dados obtidos para o número de Nusselt local para cada cilindro e número de Reynolds estão dispostos nas Figuras 6.22 a 6.24.

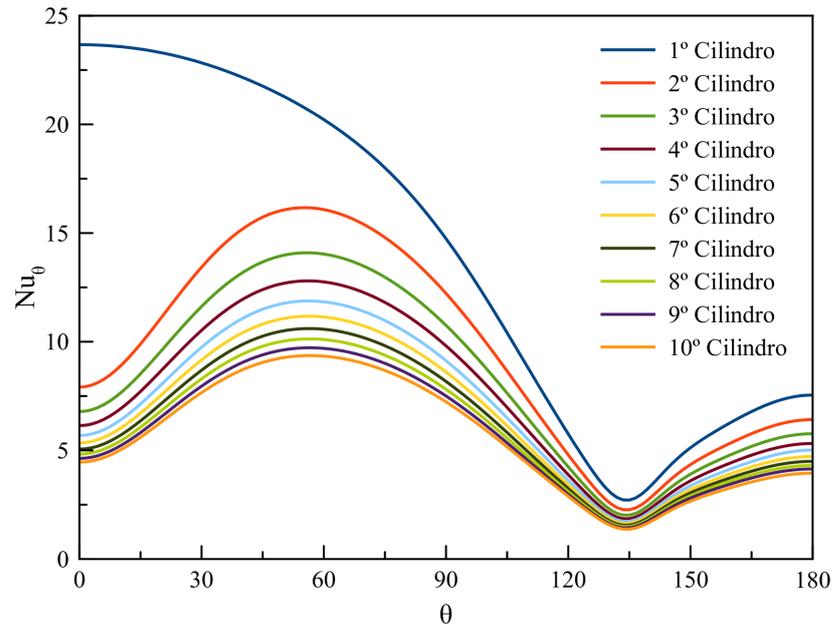


Figura 6.22 - Número de Nusselt local para $Re = 80$.

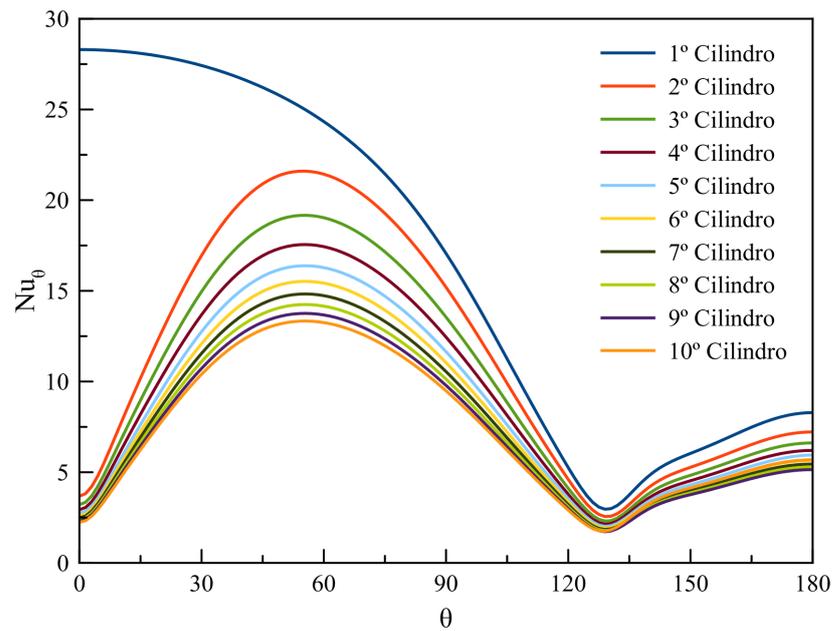


Figura 6.23- Número de Nusselt local para $Re = 120$.

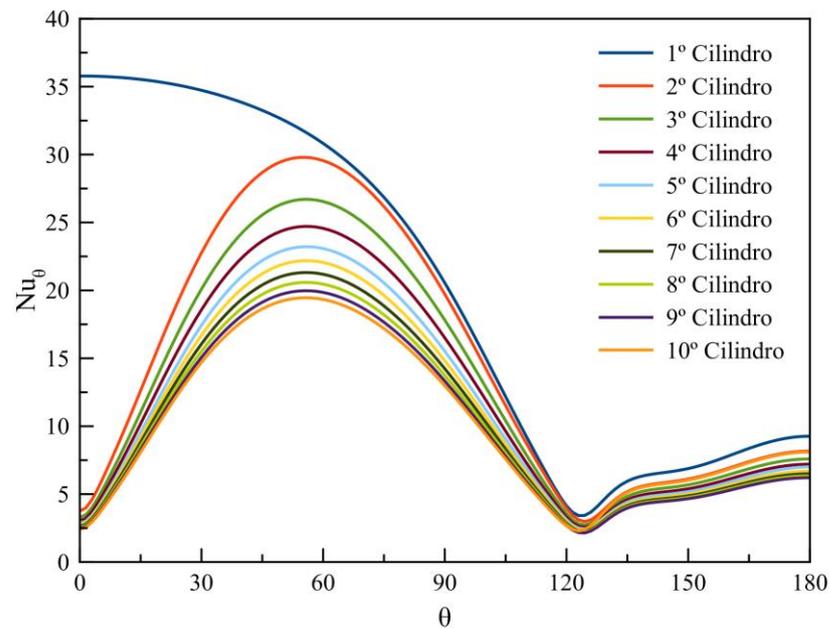


Figura 6.24- Número de Nusselt local para $Re = 200$.

Analisando as Figuras 6.22 a 6.24 percebe-se que o aumento do número de Reynolds causa um aumento no número de Nusselt local. O primeiro cilindro, como esperado, apresenta uma taxa de transferência de calor superior na região frontal enquanto que os cilindros posteriores apresentam um número de Nusselt inferior nesta região, devido à formação dos vórtices que aumentam a temperatura do fluido na região entre cilindros.

A posição do cilindro também afeta a taxa de transferência de calor e os cilindros finais apresentam uma taxa de transferência de calor menor devido ao aquecimento prévio do fluido. Esse efeito é demonstrado na Tabela 6.4 e na Figura 6.25, que traz os valores do número de Nusselt médio e do número de Reynolds para cada cilindro.

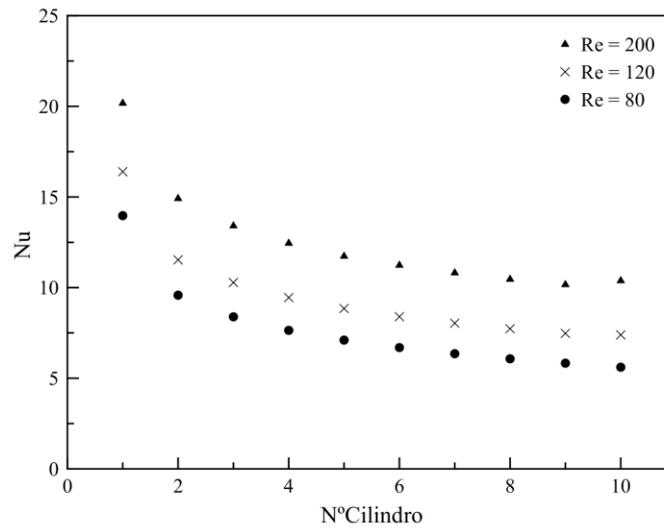


Figura 6.25 - Valores de Nusselt médio para um sistema com 10 cilindros

Tabela 6.4- Valores de Nusselt médio para um sistema com 10 cilindros

Nº Cilindro	Re = 80	Re = 120	Re = 200
1	13,96953	16,39413	20,17055
2	9,580131	11,53133	14,91315
3	8,389468	10,27761	13,40374
4	7,640392	9,4494	12,4466
5	7,103033	8,845975	11,7308
6	6,690088	8,396287	11,23133
7	6,353552	8,035834	10,81182
8	6,071269	7,731792	10,45842
9	5,829702	7,475924	10,16267
10	5,607191	7,393097	10,37752

Para o caso do décimo cilindro para o escoamento com número de Reynolds de 200, ocorre um aumento do número de Nusselt devido à inexistência de outro cilindro na sequência para manter a temperatura na parte posterior aquecida que seria oriunda da recirculação do fluido.

A Figura 6.26 mostra os contornos de temperatura para os primeiros 4 cilindros para o número de Reynolds igual a 80.

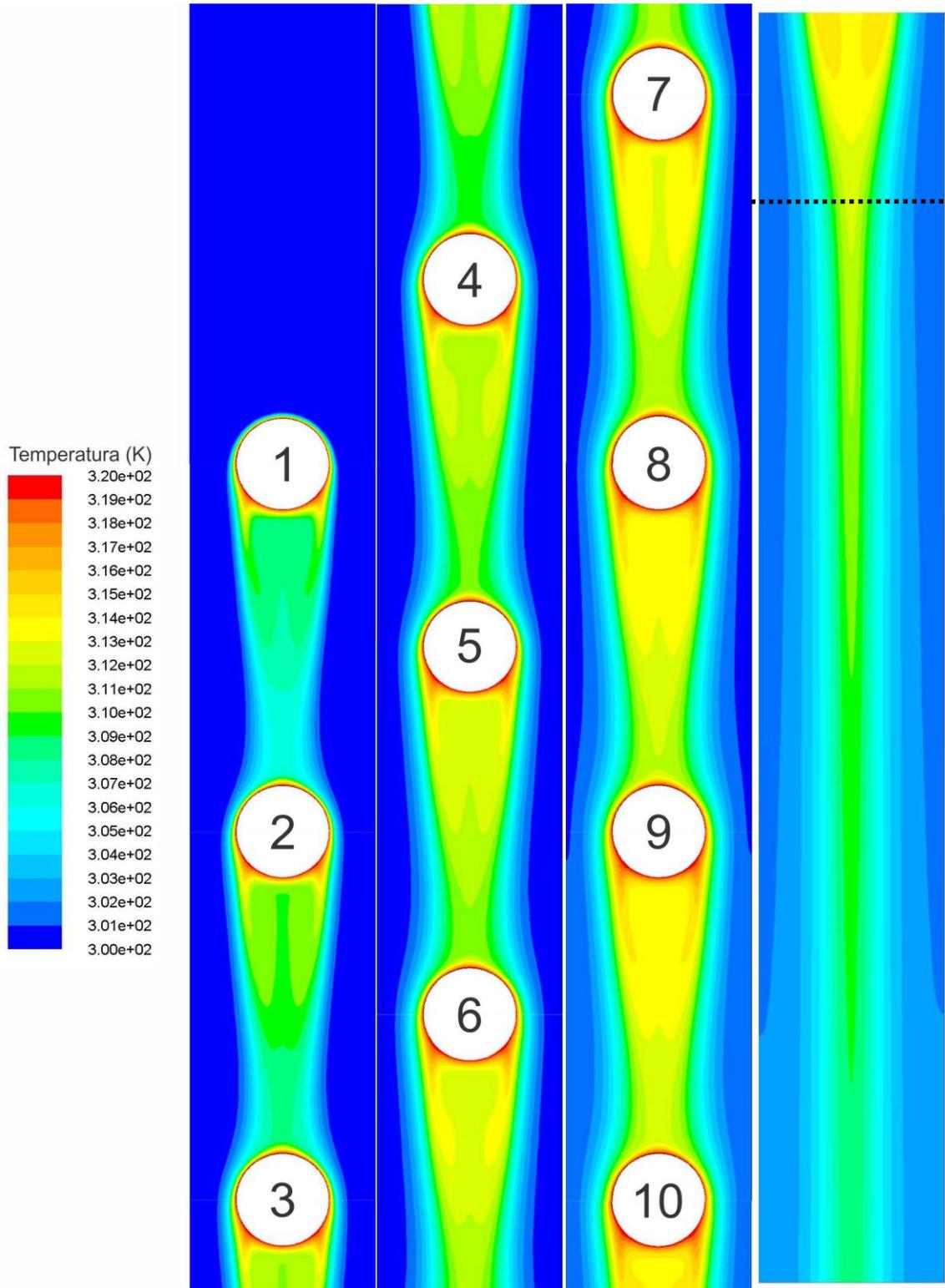


Figura 6.26 - Contorno de temperatura para $Re=80$

Analisando a Figura 6.26, percebe-se que a região entre os cilindros permanece aquecida enquanto que as regiões próximas as paredes do canal permanecem com a temperatura constante no início do escoamento.

O resultado do aquecimento para cada um dos números de Reynolds analisados, encontra-se na Figura 6.27, que representa o perfil de temperatura a uma distância de 5D do ultimo cilindro, linha tracejada na Figura 6.26 .

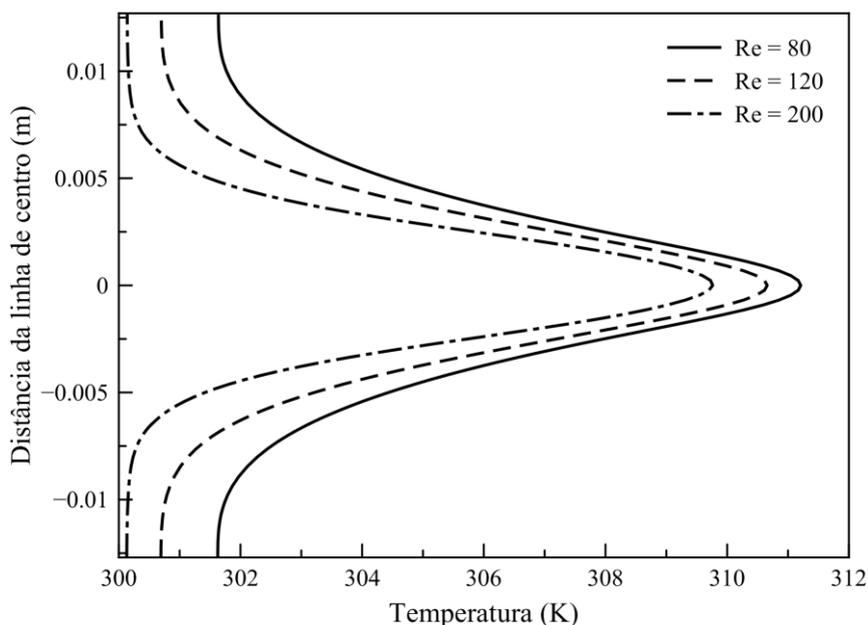


Figura 6.27- Perfil de temperatura a uma distância de 5D do ultimo cilindro

Analisando a Figura 6.27, percebe-se que quanto menor o número de Reynolds maior é a temperatura de saída, sendo os valores médios de 305,2K, 304,1K e 303,0K para os número de Reynolds de 80, 120 e 200, respectivamente. Apesar do escoamento com menor número de Reynolds apresentar um número de Nusselt médio menor, esse apresenta uma vazão também menor, permitindo que o fluido permaneça mais tempo sendo aquecido pelos cilindros enquanto percorre o canal.

A partir dos dados adquiridos é então possível determinar uma correlação numérica para o número de Nusselt médio para o escoamento cruzado sobre cilindros em tandem dentro de um canal. Esta correlação ficou em função do número de cilindros e do número de Reynolds para valores constantes do número de Prandtl(5,83), da razão L/D (4) e da razão H/D (2).

6.6 Correlação para o número de Nusselt

Um dos métodos de obter uma correlação para o número de Nusselt em função de variáveis independentes é através do método de regressão linear. Este método permite que os coeficientes de uma função sejam descobertos com base em valores discretos das variáveis

independentes e dependente. O número de Nusselt para o sistema estudado pode ser descrito como uma função do número de Reynolds, do número de Prandtl, do número de cilindros e das razões L/D e H/D , ou seja:

$$\overline{Nu} = f\left(\text{Re}_D, \text{Pr}, \frac{L}{D}, \frac{H}{D}, N\right). \quad (6.1)$$

Porém, devido a necessidade de ser necessário muitas simulações para adquirir os dados necessários para que a função f apresente uma boa aproximação, é utilizada a seguinte simplificação:

$$\overline{Nu} = f'(\text{Re}_D, N) \text{Pr}^1 \left(\frac{L}{D}\right)^1 \left(\frac{H}{D}\right)^1$$

$$\begin{aligned} \text{Pr} &= 5,83 \\ L/D &= 4 \\ H/D &= 2 \end{aligned} \quad (6.2)$$

Desse modo, a função f' representa como o número de Nusselt médio varia com o número de Reynolds e com o número de cilindros para o número de Prandtl igual a 5,83 e as razões L/D igual 4 e H/D igual a 2.

Como pressuposto, assume-se que a função f' é dada pela equação 5.3:

$$f'(\text{Re}_D, N) = a(\text{Re}_D)^m (N)^n 46,64 = \overline{Nu}. \quad (6.3)$$

Utilizando a ferramenta de ajuste de curva do programa computacional de análise matricial *Matlab*, capaz de realizar regressão linear, é possível adquirir os coeficientes da equação 5.3 utilizando os dados da Tabela 5.4. Após a inserção dos dados, o *Matlab* retorna os seguintes resultados para os coeficientes:

$$\begin{aligned} a &= 0,0286 \\ m &= 0,5126 \\ n &= -0,3378 \end{aligned}$$

com os seguintes parâmetros de ajuste de curva:

$$\begin{aligned} SSE &= 7,411 \\ R^2 &= 0,9775 \\ R^2 &= 0,9758 \\ RSME &= 0,5239 \end{aligned}$$

Resultando na correlação para o número de Nusselt médio, equação 6.4.

$$\overline{Nu} = 0,0286(Re_D)^{0,5126} (N)^{-0,3378} Pr^1 \left(\frac{L}{D}\right)^1 \left(\frac{H}{D}\right)^1, \quad (6.4)$$

sendo válida para Re_D entre 80 e 200, N entre 1 e 10, Pr igual 5,83, L/D igual a 4 e H/D igual a 2.

Analisando esses parâmetros obtidos pela regressão, observa-se que a aproximação adquirida calcula 97,6% de toda a variação encontrada na Tabela 6.5. Os valores calculados do número de Nusselt médio a partir da equação 6.4 são encontrados na Tabela 5.4 e seus desvios percentuais em relação aos dados obtidos através de simulação numérica na Tabela 6.6.

Tabela6.5- Valores de número de Nusselt médio calculados a partir da equação 5.3

Nº Cilindro	Re =80		Re = 120		Re= 200	
	Simulado	Eq. 6.4	Simulado	Eq. 6.4	Simulado	Eq. 6.4
1	13,96953	12,6081	16,39413	15,5208	20,17055	20,1666
2	9,580131	9,9761	11,53133	12,2808	14,91315	15,9568
3	8,389468	8,6992	10,27761	10,7088	13,40374	13,9143
4	7,640392	7,8936	9,4494	9,7171	12,4466	12,6257
5	7,103033	7,3204	8,845975	9,0116	11,7308	11,7090
6	6,690088	6,8832	8,396287	8,4733	11,23133	11,0096
7	6,353552	6,5339	8,035834	8,0434	10,81182	10,4510
8	6,071269	6,2458	7,731792	7,6886	10,45842	9,9901
9	5,829702	6,0021	7,475924	7,3887	10,16267	9,6004
10	5,607191	5,7923	7,393097	7,1304	10,37752	9,2647

Os resultados da Tabela 6.5 demonstram que a correlação apresenta as maiores diferenças nos extremos dos dados obtidos, para o primeiro e décimo cilindro. Isso ocorre devido à transferência de calor comportar-se de maneira diferente do segundo ao nono cilindro. Caso o efeito do primeiro e do décimo cilindro fossem desprezados, a aproximação por uma outra correlação seria mais precisa. O desvio percentual máximo foi de 10,72% para o número de Reynolds de 200 no décimo cilindro, conforme mostrada na Figura 6.29.

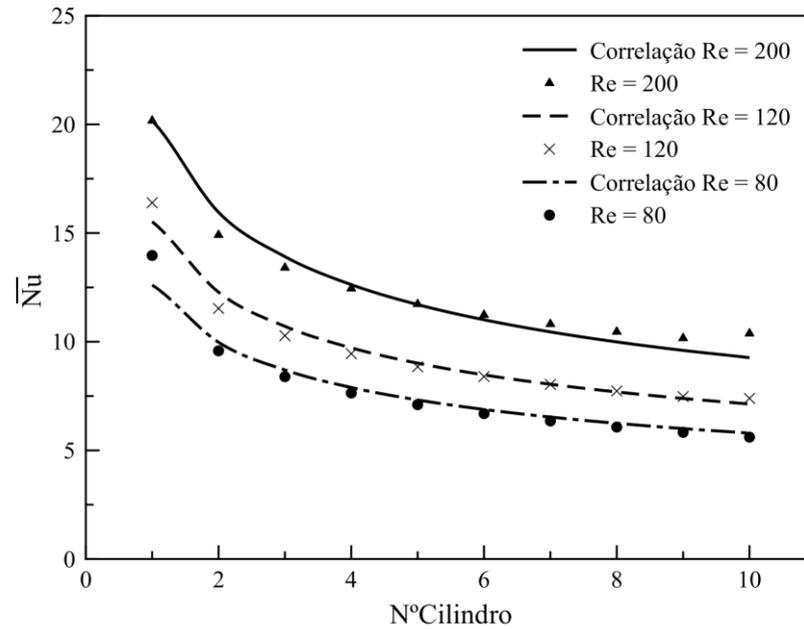


Figura 6.28 - Comparação o número de Nusselt obtida pelo equação 6.4 e os resultados da simulação.

Portanto, através da Figura 6.29 percebe-se que a correlação obtida aproxima de forma satisfatório os resultados para o número de Nusselt médio do escoamento cruzado ao redor de cilindros em tandem contidos em um canal através de simulação numérica. A figura 6.30 demonstra a relação entre os resultados numéricos e os obtidos pela correlação.

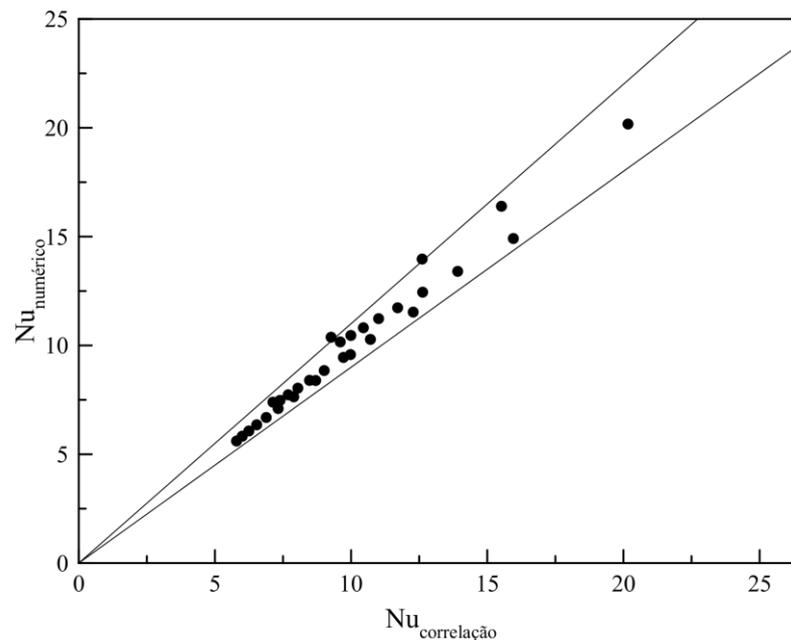


Figura 6.29-Relação entre os resultados numéricos e os obtidos pela correlação

Comparando a correlação obtida, equação 6.4, com a equação 3.13 proposta por Zukauskas (1987) avaliada para 10 cilindros, representada para os parâmetros analisados na equação 6.5

$$\overline{Nu} = 1,903(Re_D)^{0,5} \quad (6.5)$$

Para o número de Reynolds de 200, \overline{Nu} é igual a 26,91 de acordo com a equação 6.5. Calculando o \overline{Nu} a partir do número de Nusselt médio de cada cilindro, chega-se a valor de 26,01 e uma diferença percentual de 3,46%. Para os números de Reynolds de 80 e 120 esta diferença é de 5,63% e 2,27% respectivamente.

7 CONCLUSÃO

O presente trabalho analisou a influência do número de Reynolds e de fatores geométricos sobre o número de Nusselt local e médio escoamento cruzado de cilindros em tandem com temperatura de superfície constante dentro de um canal.

Devido à complexidade do escoamento, foi optado pela utilização da simulação numérica. A análise para o escoamento de um único cilindro em escoamento cruzado demonstrou que o modelo utilizado entrou em concordância com dados da literatura, validando dessa forma a metodologia. Foram obtidos dados para o número de Nusselt local e médio, para o coeficiente de arrasto e o número de Strouhal.

A análise da influência da geometria foi contemplada a partir de simulação do escoamento cruzado ao redor de 2 cilindros em tandem dentro de um canal. Foram analisadas as razões H/D e L/D e suas influências sobre o número de Nusselt. Os resultados demonstraram que uma diminuição da razão H/D contribui para o aumento do número de Nusselt, isso ocorre principalmente devido ao aumento da velocidade do escoamento na região entre o cilindro e o canal. Os resultados para a razão L/D demonstraram que um aumento desta razão acarreta no aumento no número de Nusselt, pois o maior espaçamento permite que o calor do fluido aquecido contido nos vórtices entre os cilindros seja dissipado. Porém um aumento gradativo da razão L/D , diminui o aumento do número de Nusselt. A razão L/D igual a $4D$ foi tomada como ideal para ser utilizada em um coletor solar assistido por termossifão.

A influência do número de Reynolds foi avaliada para um conjunto de 10 cilindros em tandem dentro de um canal. As razões geométricas ideais foram L/D igual a 4 e H/D igual a 2, que foram determinadas através da simulação para dois cilindros. Além disso, a temperatura da superfície do cilindro foi assumida ser constante e igual a 300K. O número de Reynolds variou entre 80 e 200. Foram obtidos resultados para o número de Nusselt local para cada cilindro e o perfil de temperatura na região após os cilindros.

Os resultados demonstram que um aumento no número de Reynolds ocasiona, como esperado, um aumento da taxa de transferência de calor. Por outro lado, esse aumento ocasiona um menor aquecimento do fluido, devido a menor razão de calor transferido por unidade de massa.

Com base nos resultados foi, obtida através de regressão linear, uma correlação do número de Nusselt médio em função do número de Reynolds e do número de cilindros. Devido o desvio percentual máximo ser de 10,7%, essa correlação poderá ser utilizada para auxiliar no projeto de um coletor solar assistido por termossifões desde que sejam respeitados os limites impostos pela correlação.

7.1 Sugestões de trabalhos futuros

De acordo com a experiência adquirida nesse Trabalho de Conclusão de Curso, sugere-se como trabalhos futuros:

- Analisar da influência do número de vários fluidos sobre o número de Nusselt;
- Analisar da influência do escoamento turbulento sobre a taxa de transferência de calor;
- Analisar o efeito da espessura e do material dos cilindros na região do condensador do termossifão
- Realizar experimentos em laboratório ao redor de cilindros em tandem dentro de um canal.

8 BIBLIOGRAFIA

ABREU, S. L.; COLLE, S. **An experimental study of two-phase closed thermosyphons for compact solar domestic hot-water systems.** Solar Energy, 2004. 141-145.

ACHENBACH. **Total and local heat transfer from a smooth circular cylinder in cross-flow at high Reynolds number.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 1975. 1387-1396.

ANSYS INC. **ANSYS Fluent User's Guide.** Canonsburg: ANSYS Inc., 2013.

ANSYS INC. **ANSYS Fluent Theory Guide.** Canonsburg: ANSYS Inc., 2013.

BLASIUS, H. **Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung.** Z. Math. u. Phys., 1908. 1-37.

BUYURK, E. **Heat transfer and flow structures around circular cylinders in cross-flow.** Turkish Journal of Engineering and Environmental Science, 1999. 299-315.

CHAMBAREL, A. et al. **Numerical study of laminar flow past one and two circular cylinders.** Computers & Fluids, 1991. 155-170.

CHORIN, A. J. **Numerical Solution of the Navier-Stokes Equations.** Mathematics of Computation, 1968. 745-762.

CHURCHILL, S. W.; BERNSTEIN, M. **A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow.** Journal of Heat Transfer, 1977. 300-306.

COLLINS, D. C.; WILLIAMS, M. J. **Two-dimensional convection from heated wires at low Reynolds numbers.** Journal of Fluid Dynamics, 1959. 357-384.

ECKERT, E. R. G.; SOEHNGEN, E. **Distribution of heat-transfer coefficients around circular cylinders in crossflow at Reynolds numbers from 20 to 500.** Transactions of ASME 75, 1952. 343-347.

FAND, R. M. **Heat transfer by forced convection from a cylinder to water in crossflow.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 1965. 995-1010.

FAND, R. M.; KESWANI, K. K. **A continuous Correlation Equation for heat transfer from cylinders to air in crossflow for Reynolds numbers from $10E-2$ to $2E5$.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972. 559-562.

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MCDONALD, A. T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

GRIMISON, E. D. **Correlation and utilization of new data of new data on flow resistance and heat transfer for cross flow of gases over tube banks**. Transactions of the ASME 59, 1937. 583-594.

HIEMENZ, K. **Die Grenzschicht an einem in den gleichförmigen Flüssigkeitsstrom eingetauchten geraden Kreiszyylinder**. Dingler's Polytech Journal, 1911. 321-410.

HILPERT, R. **Wärmeabgabe von geheizten Drähten and Röhren im Luftstrom**. Lorschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, 4, 1933. 215-224.

INCROPERA, F. P. et al. **Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

ISHIGURO, R. et al. **Experimental study of heat transfer around a circular cylinder in a liquid-sodium crossflow**. Intern'l Chem. Engng, 1976. 249-252.

KAKAÇ, S.; LIU, H. **Heat Exchangers: Selection, Rating and Thermal Design**. 2. ed. [S.l.]: CRC Press, 2002.

KALOGIROU, S. A. **Solar thermal collectors and applications**. Progress in Energy and Combustion Science, 2004. 231-295.

KIM, J.; CHOI, H. **An immersed-boundary finite-volume method for simulation of heat transfer in complex geometries**. Korean Society of Mechanical Engineers International Journal, 2004. 1026-1035.

KRALL, K. M.; ECKERT, E. R. G. **Local heat transfer around a cylinder at low Reynolds number**. Journal of Heat Transfer, 1973. 273-275.

KRAMERS, H. **Heat transfer from spheres to flowing media**. Physica, Junho 1946. 61-80.

LEWIS, J. S. **Heat transfer for predictions from mass transfer measurements around a single cylinder in cross flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1971. 325-329.

MOMOSE, K.; KIMOTO, H. **Forced convection heat transfer from a heated circular cylinder with arbitrary surface temperature distributions**. Heat Transfer - Asian Research, 1999. 484-499.

- PATANKAR, S. V.; SPALDING, D. B. **A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 1972. 1787-1806.
- PERKINS, H. C.; LEPPERT, G. **Forced Convection Heat Transfer From a Uniformly Heated Cylinder.** Journal of Heat Transfer, 1962. 257-261.
- PERKINS, H. C.; LEPPERT, G. **Local heat-transfer coefficients on a uniformly heated cylinder.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 1964. 143-158.
- PRANDTL, L. **Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung.** Intern. Math. Congr. Heidelberg: [s.n.]. 1904. p. 484-491.
- REIS, E. **Estatística Descritiva.** 7. ed. Lisboa: Sílabo, 2008.
- SANITJAI, S.; GOLDSTEIN, R. J. **Forced convection heat transfer from a circular cylinder in crossflow to air and liquids.** International Journal of Heat and Mass Transfer, 2004. 4795-4805.
- SCHLICHTING, H. **Boundary-Layer Theory.** 7. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 1979.
- SCHMIDT, E.; WENNER, K. **Wärmeabgabe über den Umfang eines angeblasenen geheizten Zylinders.** Forschung um Ingenierwesen, 1941. 65-73.
- SOLAR SENSE. **Solar Geyser Technology Explained,** 2013. Disponível em: <<http://www.solarsense.co.za/solar-water-heating-explained.php>>. Acesso em: 09 Junho 2015.
- SUMER, B. M.; FREDSOE, J. **Hydrodynamics around cylindrical structures.** Singapore: World Scientific, 1997.
- WESSELING, P. **Principles of Computational Fluid Dynamics.** Delft: Springer, 2001.
- WHITAKER, S. **Forced convection heat transfer correlations for flow in pipes, past flat plates, single cylinders, single spheres, and for flow in packed beds and tube bundles.** AIChE Journal, 1972. 361-371.
- WHITE, F. M. **Fluid Mechanics.** 4. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, 2003.
- ZDANAVICHYUS, G. B. et al. **Local heat transfer in an air stream flowing laterally to a circular cylinder at high Re numbers.** Intern'L Chem. Engng, 1976. 469-475.

ZHANG, N.; ZHENG, Z. C.; ECKELS, S. **Study of heat-transfer on the surface of circular cylinder in flow using an immersed-boundary method.** International Journal of Heat and Fluid Flow.

ZUKAUSKAS, A. Heat Transfer from Tubes in Crossflow. In: HARTNETT, J. P.; IRVINE, J. . T. F. **Advances in Heat Transfer.** Nova Iorque: Academic Press, v. 8, 1972. Cap. 2, p. 93-160.

ZUKAUSKAS, A. Convective heat transfer in cross flow. In: KAKAÇ, S.; SHAH, R. K.; AUNG, W. **Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer.** Nova Iorque: John Wiley & Sons, 1987. Cap. 6.