

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

MANOELLA DE MELO MOLINARI ORTIZ ANTUNES

**ANÁLISE DA GERAÇÃO DE GOLFADAS EM ESCOAMENTOS
HORIZONTAIS DE LÍQUIDO-GÁS UTILIZANDO CFD**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

CURITIBA

2015

MANOELLA DE MELO MOLINARI ORTIZ ANTUNES

**ANÁLISE DA GERAÇÃO DE GOLFADAS EM ESCOAMENTOS
HORIZONTAIS DE LÍQUIDO-GÁS UTILIZANDO CFD**

Proposta de Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Rigoberto E. M. Morales

CURITIBA

2015

TERMO DE ENCAMINHAMENTO

Venho, por meio deste termo, encaminhar para apresentação a Proposta do Projeto de Pesquisa “ANÁLISE DA GERAÇÃO DE GOLFADAS EM ESCOAMENTOS DE LÍQUIDO-GÁS UTILIZANDO CFD”, realizada pela aluna Manoella de Melo Molinari Ortiz Antunes, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales

UTFPR - DAMEC

Curitiba, 03 de julho de 2015.

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a Proposta de Projeto de Pesquisa “ANÁLISE DA GERAÇÃO DE GOLFADAS EM ESCOAMENTOS DE LÍQUIDO-GÁS UTILIZANDO CFD”, realizada pela aluna Manoella de Melo Molinari Ortiz Antunes como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Rigoberto E. M. Morales
DAMEC, UTFPR
Orientador

Prof. Dr. Paulo Henrique Dias dos Santos
DAMEC, UTFPR
Avaliador

Prof. Me. Raul Henrique Erthal
DAMEC, UTFPR
Avaliador

Curitiba, 18 de novembro de 2015

RESUMO

O escoamento em golfadas é um padrão de escoamento bifásico líquido-gás muito frequente em diversas áreas da indústria, notadamente a de petróleo e gás. Este tipo de escoamento consiste na alternância entre duas estruturas: o pistão de líquido e a bolha alongada de gás. Prever seu comportamento na indústria de petróleo, então, torna-se muito importante para o projeto e dimensionamento de sistemas de produção, sejam estes em terra ou no ambiente marinho (*onshore* ou *offshore*), bem como na predição do comportamento de sistemas existentes. Neste cenário, o presente trabalho visa estudar o modo com que é formado o padrão de escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas partindo de um escoamento estratificado, utilizando a técnica de Dinâmica dos Fluidos Computacional. O intuito das simulações foi analisar os fenômenos físicos envolvidos no processo de geração da golfada e na evolução das estruturas bolha-pistão ao longo do escoamento horizontal. As equações que modelam o escoamento foram resolvidas utilizando o programa comercial Star-CCM+. A detecção da interface de líquido-gás foi realizada utilizando o modelo VOF (Volume de Fluido) e a turbulência do escoamento será modelada utilizando o modelo SST. A partir dos resultados das simulações numéricas foram extraídas informações detalhadas do escoamento em golfadas para se obter a interface de líquido-gás do campo de escoamento e dos parâmetros característicos do padrão de escoamento.

Palavras-chave: golfadas, bifásico, CFD, simulação, petróleo.

ABSTRACT

The slug flow is a pattern of gas-liquid two-phase flow very common in several industry areas, notably the oil and gas industry. This kind of flow consists in the alternation of two structures: the liquid slug and the elongated bubble.. Predict its behavior in the oil and gas industry becomes very important to project and design of production systems, whether on land or marine environment (*onshore* or *offshore*), as well as existing systems behavior prediction. In this scenario, this work aims to study the way of how the two-phase slug flow is generated, starting with a stratified flow, using the Computational Fluid Dynamics Technique. The objective of the simulations is to analyze the physical phenomena involved in the slug flow generation process and in the slug-bubble structure evolution during the horizontal flow. The equations that model the flow will be solved using the commercial software Star-CCM+. The liquid-gas interface was realized using de VOF model (Volume of Fluid) and the turbulence of the flow was evaluated using the SST model. Using the results of the numeric simulations, detailed information was obtained and the slug flow was achieved.

Palavras-chave: slug flow, two-phase flow, CFD, simulation, oil.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1: Padrões de escoamento bifásico horizontal (Medina, 2011).....	17
Figura 1.2 Padrões de escoamento bifásico vertical.....	17
Figura 1.3 Célula unitária (Medina, 2011)	18
Figura 1.4: Demanda mundial por energia primária para combustíveis (International Energy Agency, 2013, modificada).....	21
Figura 2.1 Escoamentos bifásicos em tubulações horizontais (Bratland, 2010, modificado).....	24
Figura 2.2 Mapa de fluxo de Taitel e Dukler para um escoamento de água-ar em uma tubulação horizontal (Ghajar, 2005, modificada).....	26
Figura 2.3 Célula unitária do escoamento em golfadas com parâmetros característicos (Górski, 2008).....	27
Figura 3.1 Transição do escoamento estratificado para o escoamento em golfadas (Conte, 2014, modificada).....	40
Figura 3.2 Configuração das fases na entrada da tubulação.....	41
Figura 3.3 Domínio Fluido	42
Figura 3.4 Grade de testes experimentais (Conte, 2014, modificada).....	43
Figura 4.1 Tipo de malha de volumes finitos, com nós centrados nos volumes de controle.	62
Figura 4.2 Típico volume de controle e a notação utilizada em uma malha cartesiana 2D	63
Figura 4.3 Representação da face interior	Erro! Indicador não definido.
Figura 4.4 Representação das fronteiras.....	Erro! Indicador não definido.
Figura 4.5 Representação da modelagem numérica do modelo VOF	69
Figura 5.1 Exemplo de malha <i>Trimmed</i>	73
Figura 5.2 Esquemática de teste de malha	75
Figura 5.3 Malhas computacionais no início da tubulação	76

Figura 5.4 Perfil de velocidades para diferentes tamanhos de malha.....	77
Figura 5.5 Gráfico da fração de líquido para diferentes tamanhos de malha	77
Figura 6.1 Iniciação do escoamento para $j_G=0,5\text{m/s}$ e $j_L=0,5\text{m/s}$	79
Figura 6.2 Escoamento com 5 s de simulação para $j_G=0,5\text{m/s}$ e $j_L=0,5\text{m/s}$	80
Figura 6.3 Iniciação do escoamento para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	80
Figura 6.4 Escoamento com 2 s de simulação para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	81
Figura 6.5 Estabilização das golfadas para o ponto 3.....	82
Figura 6.6 Iniciação do escoamento para $j_G=0,5\text{ m/s}$ e $j_L=0,5\text{ m/s}$	83
Figura 6.7 Início da tubulação após 30 s de simulação para $j_G=0,5\text{ m/s}$ e $j_L=0,5\text{ m/s}$	84
Figura 6.8 Iniciação do escoamento para $j_G=1\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	84
Figura 6.9 Início da tubulação após 20 s de simulação para $j_G=1\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	85
Figura 6.10 Início da tubulação da simulação para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	86
Figura 6.11 Início da tubulação após 12 s de simulação para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	86
Figura 6.12 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=0,5\text{ m/s}$ e $j_L=0,5\text{m/s}$	87
Figura 6.13 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=1\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	87
Figura 6.14 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	87
Figura 6.15 Representação gráfica das probes utilizadas	88
Figura 6.16 Função binária em função do tempo, para o ponto de $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$	89
Figura 6.17 Representação gráfica dos tempos de passagem do pistão de líquido e da bolha alongada.....	90
Figura A.1 Sequência da integração do modelo de bolha (Parra, 2013).....	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Velocidades de entrada na tubulação simulada	42
Tabela 3.2 Coeficientes empíricos do modelo $k-\omega$	55
Tabela 3.3 Coeficientes empíricos do modelo $k-\epsilon$	57
Tabela 3.4 Coeficientes empíricos do modelo SST.....	59
Tabela 4.1 Descrição das malhas geométricas utilizadas	74
Tabela 4.2 Configurações das simulações realizadas no teste de malha	76
Tabela 5.1 Casos simulados para escoamentos sem perturbações	78
Tabela 5.2 Configurações utilizadas nas simulações sem perturbação	79
Tabela 5.3 Pontos utilizados em simulações com perturbação no fluxo de entrada	81
Tabela 5.4 Configurações de simulação com condições de entrada com perturbação, parte A	82
Tabela 5.5 Configurações de simulação com condições de entrada com perturbação, parte B	83
Tabela 5.6 Pontos de monitoramento	88
Tabela 5.7 Resultados dos parâmetros característicos para as simulações.....	92

LISTA DE VARIÁVEIS

A	Área transversal da tubulação
A_G	Área ocupada pela fase gasosa
A_L	Área ocupada pela fase líquida
\vec{a}	Vetor de área de uma determinada face
Bo	Número de Bond
c_0	Coefficiente de distribuição de escoamento
Co	Número de Courant
C_ε	Parâmetro empírico do modelo $k-\varepsilon$
$C_{\varepsilon 2}$	Parâmetro empírico do modelo $k-\varepsilon$
C_μ	Parâmetro empírico do modelo $k-\varepsilon$
D	Diâmetro da tubulação
D_f	Termo difusivo de face
\vec{ds}	Vetor entre centroides de células
f	Frequência de célula unitária
f'	Frequência de célula unitária modificada
\bar{F}	Força externa por unidade volumétrica na interface
F	Função de determinação de interface
F_0	Índice para cálculo da fração de líquido no pistão
F_1	Índice para cálculo da fração de líquido no pistão
F_1	Parâmetro de ponderação do modelo SST
F_2	Função de mistura
Fr_j	Número de Froude da mistura
$F\hat{r}$	Número de Froude da mistura modificado
g	Gravidade
G	Fluxo na malha
H'	Parâmetro empírico da correlação de Frequência de Hill e Wood (1994)
h_{LB}	Altura do filme de líquido

J	Velocidade superficial da mistura
j_G	Velocidade superficial do gás
j_L	Velocidade superficial do líquido
K	Energia cinética turbulenta
L	Comprimento de escala
L_B	Comprimento da bolha alongada
L_S	Comprimento do pistão de líquido
L_U	Comprimento da célula unitária
\dot{m}_f	Vazão mássica na face
N	Passo de tempo
\vec{n}	Vetor normal
$N(u_i)$	Equação de Navier-Stokes
P	Pressão
p_1	Pressão do líquido
p_2	Pressão do gás
P_G	Pressão do gás
P_{IG}	Pressão do gás na interface líquido-gás
P_{IL}	Pressão do líquido na interface líquido-gás
P_L	Pressão do líquido
Q_G	Vazão volumétrica do gás
Q_L	Vazão volumétrica do líquido
r_1	Raio de curvatura da fase 1
R_1	Fração da fase 1
r_2	Raio de curvatura da fase 2
R_2	Fração da fase 2
Re	Número de Reynolds
Re_j	Número de Reynolds da mistura
R_G	Fração volumétrica de gás
R_{GB}	Fração de gás da bolha alongada
R_{GS}	Fração de gás do pistão de líquido
R_L	Fração volumétrica de líquido
R_{SL}	Fração volumétrica do pistão de líquido
R_{SL}	Fração volumétrica do pistão de líquido

S	Tensor de deformação médio
S_G	Perímetro molhado pelo gás
S_I	Perímetro molhado pela interface
S_{ij}	Tensor taxa de deformação
\underline{S}	Tensor deformação médio
S_L	Perímetro molhado pelo líquido
t	Tempo
T	Temperatura
u	Velocidade no eixo x
\bar{U}	Vetor velocidade
U_G	Velocidade do gás
U_{GB}	Velocidade da bolha alongada
U_{GS}	Velocidade das bolhas dispersas do pistão de líquido
U_L	Velocidade do líquido
U_{LB}	Velocidade da bolha alongada
U_{LS}	Velocidade do pistão de líquido
v	Velocidade no eixo y
v_D	Velocidade de deriva
$v_{d,H}$	Velocidade de deriva horizontal
$v_{d,V}$	Velocidade de deriva vertical
V_{TB}	Velocidade de translação da bolha alongada
w	Velocidade no eixo z
\vec{x}	Vetor posição
α	Parâmetro empírico do modelo k- ω
α_1^*	Parâmetro empírico do modelo SST
α_2^*	Parâmetro empírico do modelo SST
α_e	Fração de gás da bolha alongada em equilíbrio
α_{k1}	Parâmetro empírico do modelo SST
α_{k2}	Parâmetro empírico do modelo SST
$\alpha_{\omega 1}$	Parâmetro empírico do modelo SST
$\alpha_{\omega 2}$	Parâmetro empírico do modelo SST
$\vec{\alpha}$	Quantidade métrica em determinada face
β	Parâmetro empírico do modelo k- ω

β'	Parâmetro empírico do modelo SST
β_1^*	Parâmetro empírico do modelo SST
β_2^*	Parâmetro empírico do modelo SST
γ	Curvatura
Γ	Coefficiente de difusão
Γ_G	Transferência de massa do gás
Γ_L	Transferência de massa do líquido
δ_{ij}	Delta de Dirac
ε	Dissipação por unidade mássica
θ	Angulação da tubulação
μ	Viscosidade
μ_1	Viscosidade da fase 1
μ_2	Viscosidade da fase 2
μ_{ef}	Viscosidade efetiva
μ_m	Viscosidade da mistura
μ_t	Viscosidade turbulenta
ρ	Densidade
ρ_1	Densidade da fase 1
ρ_2	Densidade da fase 2
ρ_G	Densidade do gás
ρ_L	Densidade do líquido
ρ_m	Densidade da mistura
σ	Parâmetro empírico
σ_k	Número de Prandtl turbulento
σ_{sup}	Tensão superficial
τ_G	Tensão cisalhante do gás
τ_i	Tensão cisalhante da interface líquido-gás
τ_{ij}'	Tensor de tensão resultante das forças viscosas
τ_L	Tensão cisalhante do líquido
ξ	Variável normalizada
Ω	taxa de dissipação por unidade de volume e tempo
ϕ	Quantidade escalar
Φ	Termo fonte

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
1.1	Caracterização do Problema	19
1.2	Objetivos	20
1.3	Justificativa	21
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	23
2.1	Padrões de escoamento	23
2.2	Escoamento em golfadas	26
2.3	Equações de fechamento do escoamento em golfadas	28
2.3.1	Velocidade de translação da bolha alongada	29
2.3.2	Fração de líquido na região do pistão	31
	Re_j é o número de Reynolds e é definido de acordo com a equação (2.20).	32
2.3.3	Frequência de células unitárias	32
2.4	Estudos numéricos do escoamento em golfadas	34
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	40
3.1	Descrição do problema	40
3.2	Equações governantes	43
3.3	Considerações iniciais	44
3.4	Interface líquido-gás	45
3.4.1	Modelo de Captura de Interfaces VOF	45
3.5	Turbulência	48
3.5.1	Modelagem de turbulência	48
3.5.2	Equações médias de Reynolds	48
3.5.3	Viscosidade turbulenta	50
3.5.4	Energia cinética turbulenta	51
3.5.5	Modelo $k-\omega$	54
3.5.6	Modelo $k-\varepsilon$ padrão	55
3.5.7	Modelo SST (Shear Stress Transport)	57
3.6	Condições de contorno	59
4	METODOLOGIA NUMÉRICA	61
4.1	Equação geral de transporte	65
4.2	Modelo VOF	68
4.3	Condições de contorno	71
4.3.1	Velocidade da entrada na tubulação	71

4.3.2	Parede	71
4.3.3	Pressão da saída na tubulação	71
4.4	Malha numérica	72
4.5	Teste de malha	73
5	RESULTADOS	78
5.1	Geração do escoamento em golfadas	78
5.1.1	Simulações sem perturbações	78
5.1.2	Simulações com Perturbações no Escoamento	81
5.2	Metodologia de processamento dos dados	87
5.2.1	Fator de corte e função binária	88
5.2.2	Tempo de passagem de pistão de líquido e de bolha alongada	90
5.2.3	Fração de gás na região da bolha alongada	90
5.2.4	Velocidade de translação da bolha alongada	91
5.2.5	Comprimento da bolha alongada	91
5.2.6	Velocidade do pistão de líquido	91
5.2.7	Comprimento do pistão de líquido	92
5.2.8	Frequência de células unitárias	92
5.2.9	Resultado dos parâmetros característicos	92
6	CONCLUSÕES	93
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	94
	APÊNDICE A – Modelo de Bolha DE Taitel e Barnea (1990)	98

1 INTRODUÇÃO

Escoamento multifásico são definidos como o escoamento de duas ou mais substâncias, total ou parcialmente imiscíveis, podendo estas estar no estado sólido, líquido ou gasoso. Além disso, também pode ocorrer quando há o escoamento simultâneo de duas diferentes fases de uma mesma substância. Este tipo de escoamento ocorre em atividades ou processos aplicados às indústrias química, nuclear, espacial, petrolífera, entre outras. Exemplos deste tipo de escoamento podem ser encontrados em evaporadores, condensadores e processos de produção de petróleo.

Dentre os diversos tipos de escoamento multifásico existem os escoamentos bifásicos de líquido-gás, que são comumente encontrados em operações de extração de petróleo. Neste tipo de escoamento, as fases líquida e gasosa se arranjam na tubulação de forma a gerar diferentes configurações espaciais, conhecidos como “padrões de escoamento”.

A formação de um padrão de escoamento específico depende das propriedades dos fluidos tais como massa específica, viscosidade, tensão superficial; das condições de operação, como pressão e temperatura; e das características geométricas da tubulação, tais como comprimento, inclinação, direção do escoamento e diâmetro.

Para tubulações horizontais, existem basicamente quatro padrões de escoamento: estratificado, golfadas, anular e bolhas dispersas. Na Figura 1.1 observa-se a configuração de cada um destes quatro padrões. No escoamento estratificado, mostrado na Figura 1.1a, observa-se que as fases escoam separadas por uma interface bem definida e que pode ter uma forma lisa ou ondulada. O escoamento em golfadas, representado pela Figura 1.1b, possui duas estruturas características, sendo elas o pistão de líquido e bolha alongada. Estas duas estruturas se alternam de maneira intermitente ao longo do escoamento. No escoamento anular, que pode ser visto na Figura 1.1c, a fase gasosa escoar no centro da tubulação e a fase líquida escoar na forma de um filme de líquido na periferia do tubo. Na Figura 1.1d é esquematizado o escoamento em bolhas dispersas, que é caracterizado pelo escoamento de pequenas bolhas de gás dispersas na fase líquida (fase predominante neste padrão de escoamento).

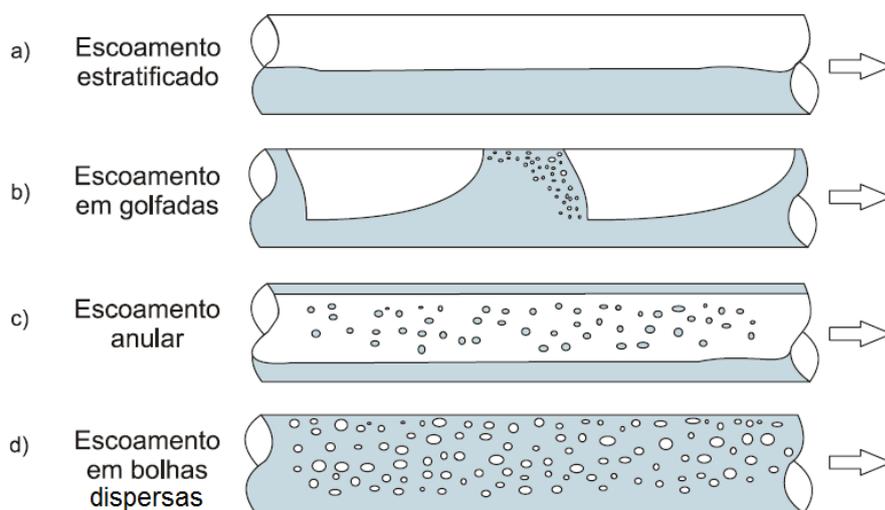


Figura 1.1 Padrões de escoamento bifásico horizontal (Medina, 2011)

Para escoamentos em tubulações verticais, têm-se os padrões bolhas, golfadas, agitado e anular, como pode ser visto na Figura 1.2.

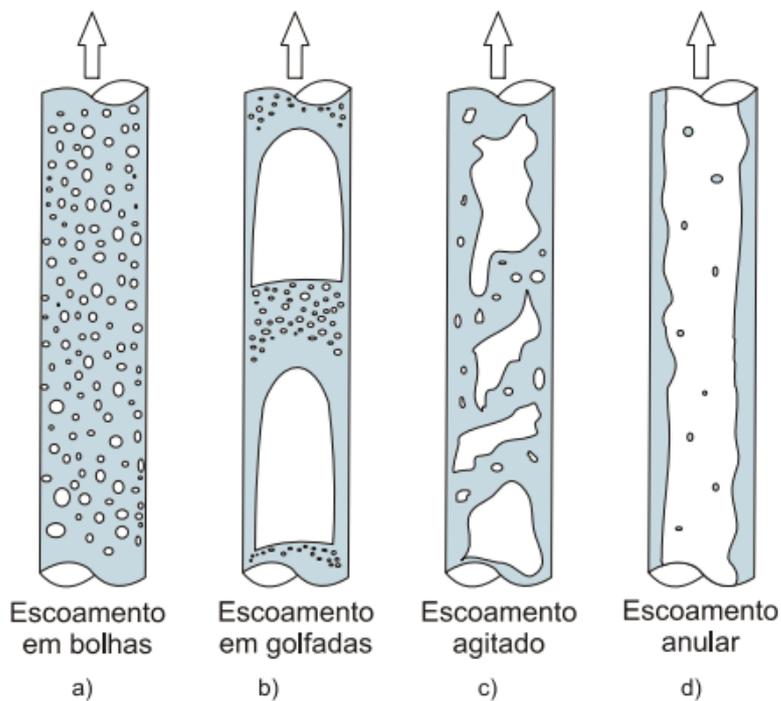


Figura 1.2 Padrões de escoamento bifásico vertical (Medina,2011)

O escoamento em bolhas nesta configuração se assemelha ao escoamento horizontal em bolhas dispersas (Figura 1.2a), com pequenas bolhas se deslocando ao longo do escoamento junto com a fase líquida. O escoamento em golfadas em tubulações verticais também possui semelhanças com o escoamento em golfadas em dutos horizontais (Figura 1.2b), porém com a diferença de que a bolha alongada possui um perfil axissimétrico. Neste caso, a estrutura da bolha é comumente chamada de bolha de Taylor. O escoamento agitado consiste no padrão intermediário, definido por muitos autores como o escoamento em transição entre o escoamento em golfadas e o anular (Figura 1.2c). Na Figura 1.2d mostra-se escoamento anular, que também possui uma característica similar ao observado em escoamentos horizontais, onde o centro do duto é ocupado por gás e as paredes da tubulação estão em contato apenas com o líquido.

Dentre os padrões, mostrados nas Figuras 1.1 e 1.2, destaca-se o padrão de escoamento em golfadas, que é caracterizado pela alternância entre duas estruturas distintas e bem definidas, como mencionado anteriormente: a bolha alongada e o pistão de líquido. Na região da bolha alongada se encontra a maior parcela do gás e que escoo junto a um filme de líquido. O pistão é uma região que consiste basicamente de líquido, podendo ou não conter bolhas dispersas. Este padrão é encontrado em escoamentos em tubulações horizontais e verticais e ocorre para uma grande combinação de vazões de líquido e gás.

Um esquema ilustrativo do escoamento intermitente em golfadas é apresentado na Figura 1.3. Nela, podem ser observadas as estruturas características do escoamento em golfadas: célula unitária, pistão de líquido, bolha alongada e filme de líquido.

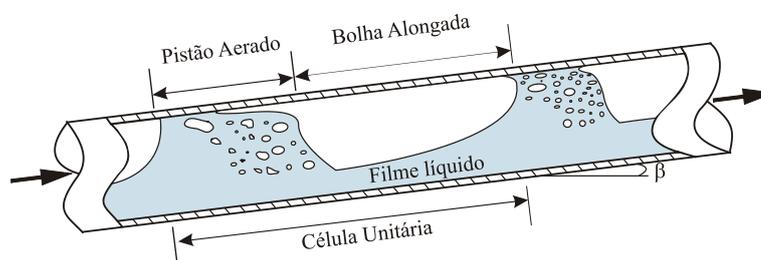


Figura 1.3 Célula unitária (Medina, 2011)

Devido a frequente ocorrência em aplicações industriais do escoamento bifásico de líquido e gás em golfadas, foram desenvolvidos diversos métodos para prever a evolução das

suas estruturas características e calcular a queda de pressão. Devido à complexidade do sistema de equações, que modelam matematicamente o escoamento em golfadas, a sua solução analítica não é possível.

A solução numérica para prever o escoamento em golfadas também é um desafio. De acordo com Castillo (2013), para permitir a solução numérica, são necessárias relações de fechamento e distribuições estatísticas de parâmetros característicos do escoamento em golfadas (velocidade da bolha, comprimentos da bolha e pistão de líquido e fração de vazio). Dentre os métodos numéricos para prever o escoamento em golfadas, existem os modelos estacionários e transientes.

Os modelos estacionários consideram que o escoamento é periódico, ou seja, uma unidade de golfada (bolha de gás e pistão de líquido), como aquela mostrada na Figura 1.3, se repete ao longo do escoamento. Assim, os cálculos normalmente são realizados para uma célula unitária e em seguida são extrapolados (corrigidos) para o restante da tubulação. Esses modelos, juntamente com distribuições estatísticas obtidas de experimentos, podem ser utilizados para gerar uma lista de dados de entrada para modelos transientes. Porém, apesar destes modelos serem relativamente simples, são necessárias também de relações de fechamento para alguns parâmetros, que normalmente são obtidas empiricamente, entre eles a frequência de passagem da célula unitária (f), a fração de líquido na região do pistão (R_{SL}) e a velocidade de translação da bolha alongada (V_{TB}).

Segundo Rodrigues (2009), dentre os modelos transientes, podem ser citados o modelo de Dois Fluidos, o modelo de Deslizamento (*Drift Flux*) e o modelo de Seguimento de Pistões (*Slug Tracking*). O modelo de Dois Fluidos trata as fases líquidas e gasosas como se escoassem separadamente na tubulação. O modelo de Deslizamento é semelhante ao modelo de dois fluidos, porém para seu correto funcionamento, diferença entre as velocidades das fases deve ser pequena. No modelo de Seguimento de Pistões, bolhas e pistões são tratados como objetos distintos se propagando na tubulação (referencial lagrangeano). Porém, estes modelos precisam de relações de fechamento para a solução do sistema de equações.

1.1 Caracterização do Problema

Devido a não-similaridade, característica do escoamento bifásico de líquido-gás, a determinação de correlações empíricas torna-se muito complexa. De acordo com Antunes et al. (2014), as correlações para o cálculo da frequência, quando comparadas com dados obtidos experimentalmente apresentaram uma diferença de até 267%. Esta diferença provoca erros no

cálculo dos comprimentos característicos do escoamento em golfadas de até 200% (comprimento da bolha e do pistão de líquido) em relação aos dados experimentais. Esta discrepância também influencia no resultado final da solução de modelos estacionários e modelos transientes, pois estes necessitam de relações para f para o fechamento do sistema de equações.

Com o advento de computadores cada vez mais eficientes e com maior capacidade de processamento, a simulação numérica utilizando técnicas da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) tornou-se uma alternativa para simular o escoamento bifásico em golfadas. Essa ferramenta possibilita a extração de informações detalhadas do escoamento, informações estas que podem dar subsídios para o entendimento dos fenômenos físicos envolvidos no escoamento. Assim, essas informações poderão ser utilizadas no desenvolvimento ou aprimoramento de novos modelos matemáticos, com o intuito de prever corretamente o escoamento em golfadas.

Uma maneira de obter o padrão em golfadas em dutos horizontais consiste em injetar líquido e gás em uma tubulação de maneira que, no início do escoamento, obtém-se o padrão estratificado. Com o desenvolvimento do escoamento, por causa de instabilidades de Kelvin-Helmholtz, são formadas ondas que, em determinado ponto da tubulação, alcançam a parede superior do duto, preenchendo completamente sua área transversal de líquido. Isso gera os pistões de líquido. Entre dois pistões de líquido, existe gás aprisionado, que forma então a bolha alongada. Assim, portanto, é formado o escoamento em golfadas.

1.2 Objetivos

No presente trabalho será desenvolvida uma metodologia para a inicialização do escoamento bifásico de líquido-gás no padrão em golfadas em tubulações horizontais. Será avaliada a evolução do escoamento estratificado para o escoamento em golfadas. Para atingir o objetivo proposto, será utilizada a técnica numérica da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), utilizando o programa computacional comercial Star-CCM+.

Para a simulação da inicialização do escoamento em golfadas serão resolvidas as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento. As simulações serão realizadas para o escoamento isotérmico de água e ar. A localização da interface entre as fases líquida e gasosa será realizada utilizando o modelo de captura de interfaces VOF (Volume de Fluido) desenvolvido por Hirt e Nichols (1981). A turbulência do escoamento será modelada utilizando o modelo de duas equações SST (Menter, 2006).

A partir dos resultados numéricos será analisado o comportamento das estruturas do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas, tais como: frequência, comprimento da bolha e do pistão, velocidade de translação da bolha alongada e fração de vazio. Os resultados serão avaliados na forma de distribuições estatísticas e valores médios.

1.3 Justificativa

À medida que o desenvolvimento econômico mundial aumenta, a demanda por energia torna-se cada vez maior. De acordo com a International Energy Agency (2013), o combustível primário mais usado na atualidade é o petróleo. A Figura 1.4 mostra a demanda de energia primária por combustíveis até o ano de 2012 e projeções até o ano de 2035. Observa-se que o petróleo é o recurso que foi mais utilizado entre os anos de 1980 e 2012. Além disso, as previsões apontam que até 2035 continuará sendo o combustível predominante.

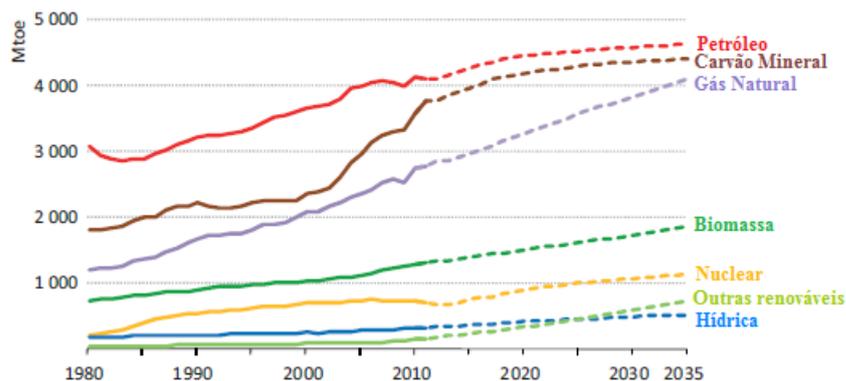


Figura 1.4: Demanda mundial por energia primária para combustíveis (International Energy Agency, 2013, modificada)

Em operações de produção de petróleo em águas profundas, onde existe naturalmente o escoamento de líquido (óleo e água) e gás nas tubulações, um dos padrões que frequentemente é encontrado é o escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas. A modelagem matemática deste tipo de escoamento, do ponto de vista acadêmico e da aplicação industrial é um desafio, pois este padrão de escoamento bifásico possui um comportamento complexo.

Assim, para dar suporte aos engenheiros de campo no dimensionamento de dutos (*flowline* e *risers*), torna-se um importante campo de estudo, principalmente porque existem divergências entre os pesquisadores da área.

Entender como se comporta o escoamento em golfadas é importante em processos de dimensionamento de separadores, cuja função é separar o petróleo do gás natural. Conhecer

os comprimentos das regiões do pistão e da bolha alongada é fundamental para que os cálculos das dimensões do equipamento sejam corretos, podendo acomodar ambas as fases durante todo o procedimento.

Além disso, é fundamental no dimensionamento das linhas de petróleo o conhecimento da queda de pressão ao longo do escoamento. Portanto, é necessário que, para o correto cálculo deste parâmetro, sejam consideradas tanto as perdas de carga da região do pistão quanto da região da bolha alongada.

Por fim, por uma questão de segurança, é necessário prever o comportamento deste padrão de escoamento, devido a sua característica intermitente, que pode levar tubulações à fratura por fadiga.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento do presente trabalho. Na primeira parte é feita uma descrição sobre os padrões de escoamento que ocorrem em uma tubulação circular. Em seguida, os conceitos relativos sobre o escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas são indicados. Na sequência uma revisão bibliográfica sobre trabalhos desenvolvidos sobre a simulação numérica do escoamento em golfadas utilizando técnicas de CFD é descrito. Na parte final, são expostas correlações de fechamento para os principais parâmetros do escoamento bifásico em golfadas.

2.1 Padrões de escoamento

De acordo com Shoham (2006), os escoamentos bifásicos diferenciam-se dos escoamentos monofásicos pela existência de padrões de escoamento. A expressão “padrão de escoamento” se refere à configuração geométrica com que os fluidos se distribuem na tubulação. No caso do escoamento bifásico de líquido-gás, essas configurações diferem-se umas das outras devido à distribuição espacial da interface entre os dois fluidos, gerando escoamentos com características diferentes. Basicamente, a formação de um padrão de escoamento específico é função de três fatores: parâmetros operacionais (vazões de líquido e gás), geométricos (diâmetro e angulação da tubulação) e propriedades físicas (massa específica e viscosidade de ambas as fases e tensão superficial do líquido).

Para escoamentos bifásicos de líquido-gás em tubulações, o padrão ou configuração entre as fases influencia na determinação do gradiente de pressão, fração de líquido, coeficientes de transferência de massa e calor, distribuição das fases na parede do tubo, entre outros.

Segundo Shoham (1982), para o escoamento bifásico de líquido-gás, em tubulações horizontais, os padrões de escoamentos comumente encontrados são: estratificado, intermitente, anular e bolhas dispersas, como pode ser visto na Figura 2.1.

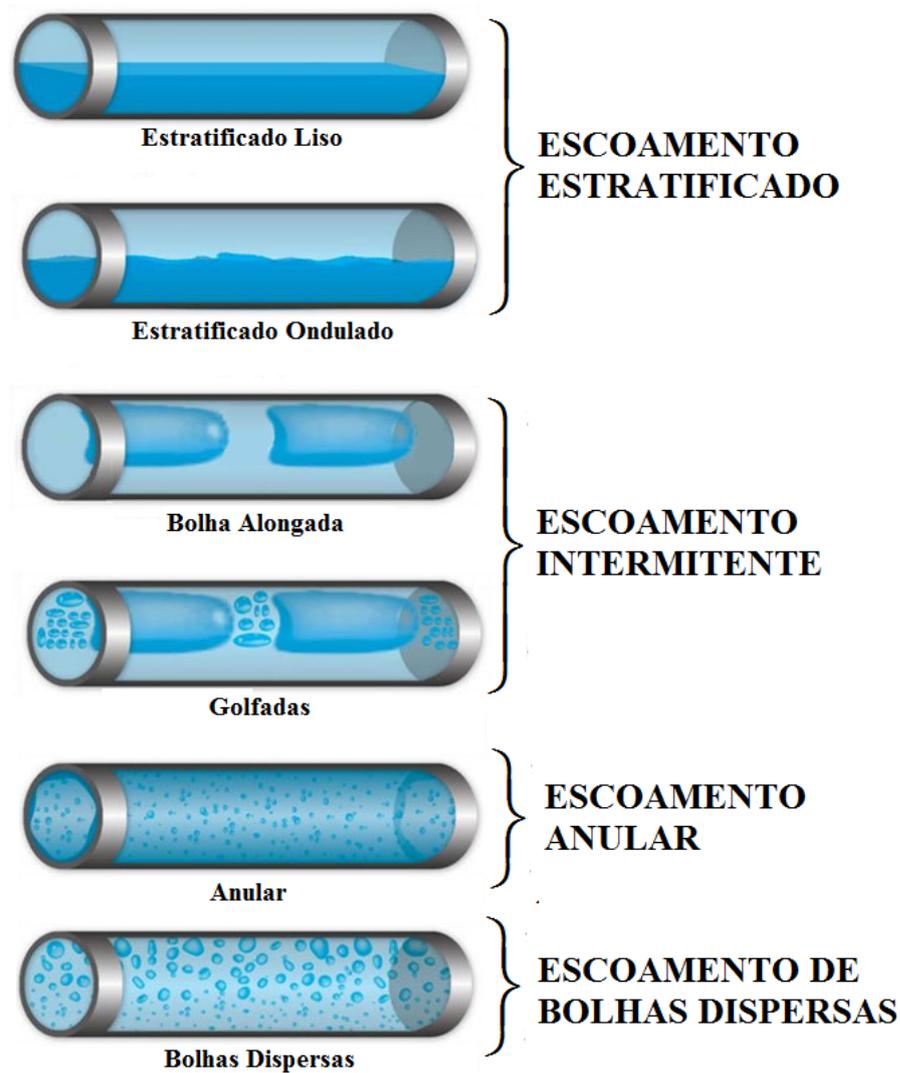


Figura 2.1 Escoamentos bifásicos em tubulações horizontais (Bratland, 2010, modificado)

O **escoamento estratificado** ocorre para velocidades superficiais relativamente baixas de líquido (entre 0,01 e 0,1 m/s) e gás (entre 0,01 e 1 m/s). A interface entre as fases é formada devido à ação da força da gravidade, com a fase mais densa (líquido) escoando na região inferior do tubo e a menos densa (gás) escoando na região superior. Existe uma subdivisão neste tipo de escoamento: para casos onde a interface líquido-gás é suave, considera-se o escoamento como estratificado liso; para uma interface com ondas, chama-se de escoamento estratificado ondulado, que ocorre para maiores vazões de gás, em relação ao estratificado liso.

Escoamentos intermitentes são caracterizados pela alternância de estruturas bem definidas denominadas por células unitárias. Estas células são compostas por uma região de bolha alongada e uma região de pistão de líquido. Bolsões de gás que possuem líquido escoando na parte inferior da tubulação, denominadas bolhas alongadas, são separados por pistões de líquido, que ocupam toda a seção transversal da tubulação. Esse padrão de escoamento é subdividido em golfadas e bolha alongada. No escoamento denominado bolha alongada, não existem bolhas dispersas no pistão de líquido, enquanto que no padrão de golfadas pequenas bolhas estão presentes nesta estrutura. O surgimento de bolhas dispersas na região do pistão decorre do aumento da velocidade do gás, que faz com que a parte traseira da bolha alongada obtenha uma forma de redemoinho, que faz com que o gás se desprenda. Esse gás despreendido forma bolhas que se deslocam para o interior da região do pistão de líquido.

O padrão de **escoamento anular** ocorre para velocidades superficiais de gás muito elevadas (entre 20 e 100 m/s), onde a fase gasosa escoar na região central da tubulação e um fino filme de líquido escoar nas paredes, formando um anel. A interface de líquido-gás neste tipo de escoamento é turbulenta. Isso pode provocar o desprendimento de pequenas gotas do filme de líquido na região ocupada pelo gás ou a captura de bolhas de gás pela região do filme.

Por fim, há o **escoamento de bolhas dispersas** que ocorre para altas velocidades de líquido (entre 8 e 10 m/s) com o gás escoando em formato de bolhas discretas. Neste padrão, devido à alta velocidade de escoamento do líquido e à sua maior inércia em relação à fase gasosa, considera-se que as duas fases escoam com a mesma velocidade.

Para a previsão dos padrões de escoamento, foram desenvolvidos diversos estudos, baseados em métodos empíricos e semi-empíricos, cujos resultados foram apresentados na forma de curvas ou ábacos comumente denominados como mapas de fluxo. Na literatura podem ser encontradas diversas propostas de mapas de fluxo, porém a validade deles é discutida. Devido à não similaridade inerente dos escoamentos bifásicos de líquido-gás, o bom desempenho dos mapas de fluxo, na determinação dos padrões de escoamento, se limita apenas às condições para as quais estes foram obtidos.

Taitel e Dukler (1976) desenvolveram um modelo mecanicista para identificar os diversos padrões existentes no escoamento bifásico de líquido-gás em tubulações horizontais e levemente inclinadas. Os autores definiram o escoamento estratificado liso como ponto de partida para formação dos outros padrões de escoamento. Para determinar a transição entre um escoamento estratificado e um não-estratificado, Taitel e Dukler (1976) realizaram uma

análise de estabilidade, utilizando uma simplificação da teoria de estabilidade de Kelvin-Helmholtz.

De acordo com Shoham (2006), a teoria de estabilidade de Kelvin-Helmholtz descreve o comportamento da interface entre dois fluidos de diferentes densidades escoando com velocidades distintas. O aumento da velocidade do gás provoca um aumento de ondulações, resultado da diminuição da pressão na superfície do líquido. Dependendo da intensidade das perturbações, as ondas de líquido podem bloquear a tubulação, impedindo a passagem do gás, formando assim a região do pistão de líquido, característica de escoamentos intermitentes. Entre dois pistões de líquido, fica retida uma bolha de gás, que é denominada bolha alongada.

A Figura 2.2 mostra o mapa de fluxo de Taitel e Dukler (1976). O parâmetro X representa o número de Lockard e Martinelli. T , F e K são parâmetros calculados em função das massas específicas dos fluidos, do diâmetro e da angulação da tubulação, da queda de pressão e das velocidades do líquido e do gás.

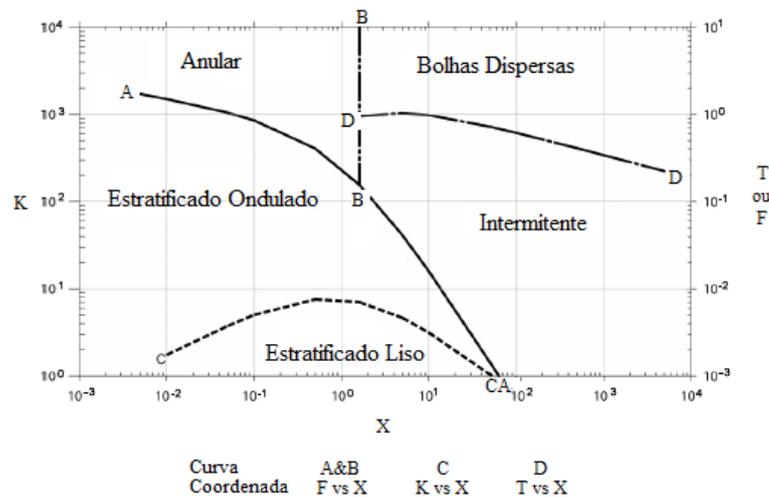


Figura 2.2 Mapa de fluxo de Taitel e Dukler para um escoamento de água-ar em uma tubulação horizontal (Ghajar, 2005, modificada)

2.2 Escoamento em golfadas

O escoamento em golfadas é caracterizado pela intermitência, ao longo do escoamento e no tempo, de duas estruturas distintas: a bolha alongada, região com predominância de gás

imerso em um filme de líquido, e o pistão de líquido, região composta de líquido que ocupa toda a seção transversal do tubo, que pode ou não conter bolhas dispersas.

Na Figura 2.3, mostra-se um desenho esquemático do escoamento em golfadas. Para a caracterização deste padrão de escoamento, são necessárias as seguintes variáveis: comprimento do pistão de líquido (L_S), sua velocidade de translação (U_{LS}) e sua fração de líquido (R_{LS}), comprimento da bolha alongada (L_B), sua velocidade de translação (U_T), sua fração de gás (R_{GB}) e a sua velocidade do filme de líquido (U_{LB}), como pode ser visto.

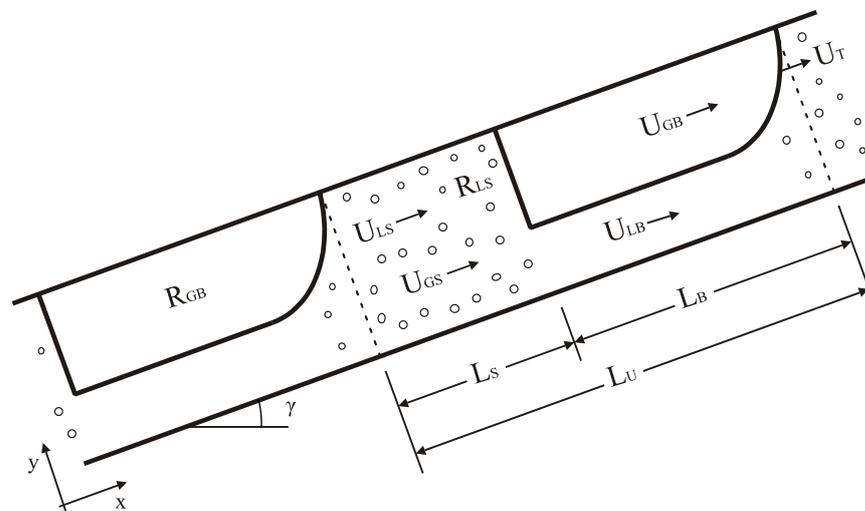


Figura 2.3 Célula unitária do escoamento em golfadas com parâmetros característicos (Górski, 2008)

Segundo Moissis e Griffith (1962), existem, basicamente, três fatores que regem o movimento de uma bolha alongada: a velocidade da fase líquida, o efeito gravitacional e o efeito de esteira gerada na traseira da bolha alongada. O efeito de esteira é gerado pelo encontro entre a velocidade do pistão e do filme de líquido, provocando uma recirculação na traseira da bolha (esteira) e que resulta em um aumento na velocidade da bolha anexa. Este efeito é pouco compreendido e, na atualidade, é estimado utilizando modelos empíricos (Rodrigues, 2009).

A estrutura do pistão de líquido pode conter ou não bolhas dispersas. A presença destas bolhas no pistão de líquido é provocada pela turbulência do escoamento. A recirculação do líquido provoca o desprendimento de pequenas bolhas de gás a partir da bolha alongada. Estas bolhas dispersas estão concentradas na frente do pistão de líquido (traseira da bolha alongada), região onde a geração dos vórtices no escoamento é intensa.

Embora as estruturas do escoamento em golfadas sejam claramente definidas, a relação da interação destas estruturas em função das condições de operação dos fluidos envolvidos é pouco entendida. Assim, muitos estudos estão sendo realizados para extrair informações detalhadas sobre este tipo de escoamento, que forneçam informações para o desenvolvimento ou aprimoramento de modelos ou correlações mais abrangentes.

2.3 Equações de fechamento do escoamento em golfadas

Para escoamentos bifásicos, existem algumas variáveis que necessitam uma definição prévia. Neste tipo de escoamento, existem diferentes conceitos de velocidade: a velocidade superficial de cada uma das fases, a velocidade da mistura e a velocidade real do líquido e do gás.

A velocidade superficial de cada fase representa o fluxo volumétrico da respectiva fase. Em outras palavras, este conceito define a vazão volumétrica de cada fluido como se estivesse escoando isoladamente na tubulação. As Equações (2.1) e (2.2) representam, respectivamente, as velocidades superficiais do líquido e do gás.

$$j_L = \frac{Q_L}{A} \quad (2.1)$$

$$j_G = \frac{Q_G}{A} \quad (2.2)$$

A velocidade da mistura consiste na vazão volumétrica total de ambas as fases por unidade de área sendo expressa pela equação (2.3).

$$j = \frac{Q_L + Q_G}{A} = j_L + j_G \quad (2.3)$$

Para definir a velocidade real de cada fase, é necessário definir as variáveis relativas à fração de líquido e fração de gás. A fração de líquido consiste na fração de um elemento de volume do escoamento bifásico líquido-gás ocupado pela fase líquida, representado por R_L e definida pela equação (2.4). Analogamente, a fração de gás, R_G , é a fração de um elemento de

volume ocupada pelo gás definida pela equação (2.5). A soma entre R_L e R_G deve ser sempre igual à unidade, como pode ser visto na equação (2.6).

$$R_L = \frac{A_L}{A} \quad (2.4)$$

$$R_G = \frac{A_G}{A} \quad (2.5)$$

$$R_L + R_G = 1 \quad (2.6)$$

A velocidade real de cada uma das fases é definida como a relação entre a vazão volumétrica da fase e a área ocupada pela fase em questão. As velocidades reais são definidas pelas equações (2.7) e (2.8), que representam, respectivamente, as velocidades do líquido v_L e do gás v_G .

$$v_L = \frac{Q_L}{A_L} = \frac{Q_L}{R_L A} = \frac{j_L}{R_L} \quad (2.7)$$

$$v_G = \frac{Q_G}{A_G} = \frac{Q_G}{R_G A} = \frac{j_G}{R_G} \quad (2.8)$$

Além dos conceitos descritos anteriormente, existem parâmetros específicos do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas cujo cálculo é realizado através de correlações. Essas variáveis necessitam de descrição prévia, quais sejam: velocidade de translação da bolha (V_{TB}), fração de líquido na região do pistão (R_{LS}) e frequência de célula unitária (f), conforme será apresentado a seguir.

2.3.1 Velocidade de translação da bolha alongada

De acordo com Shoham (2006), a velocidade de translação da bolha alongada, V_{TB} , consiste na soma de dois termos: velocidade da mistura (j) multiplicada por um parâmetro

empírico (coeficiente de distribuição do escoamento, c_0) e a velocidade de deslizamento v_d . Assim, sua formulação está descrita na equação (2.9).

$$V_{TB} = c_0 j + v_d \quad (2.9)$$

Em relação ao parâmetro c_0 , segundo Dukler e Hubbard (1975), para um escoamento em golfadas completamente desenvolvido turbulento, seu valor será 1.2. Para escoamentos laminares, este coeficiente será igual a 2.

O cálculo da velocidade de deslizamento, v_d , tem sido tratado separadamente para escoamentos horizontais e verticais. Para escoamentos verticais, baseado numa análise de escoamento potencial e nos estudos de Davies e Taylor (1950) e Dumitrescu (1943), são definidos pela equação (2.10) (Shoham, 2006).

$$v_{d,v} = 0.35\sqrt{gD} \quad (2.10)$$

Para escoamentos horizontais, a relação para calcular a velocidade de deslizamento ainda não está clara. Diversos estudos, como o de Dukler e Hubbard (1975), desconsideram a velocidade de deslizamento em tubulações horizontais, alegando que não há a ação da gravidade neste tipo de escoamento. Porém, outros estudos concluíram que a velocidade de deslizamento existe para casos horizontais, devido à diferença de pressão hidrostática entre o nariz da bolha alongada e o filme de líquido. Benjamin (1968) analisou a velocidade de propagação de uma bolha longa formada quando o líquido está saindo da tubulação horizontal, baseando-se na teoria de potencial. Assim, de acordo com a proposta de Benjamin (1968), a velocidade de propagação é igual à velocidade de deslizamento em um escoamento em golfadas. Partindo desta abordagem, velocidade de deslizamento é descrita pela equação (2.11).

$$v_{d,h} = 0.54\sqrt{gD} \quad (2.11)$$

Baseado em medidas experimentais, Bendiksen (1984) propôs a relação descrita pela equação (2.12), que é válida para escoamentos em golfadas em dutos com inclinações entre 0° (Horizontal) e 90° (Vertical).

$$v_d = v_{d,v} \text{sen} \theta + v_{d,h} \text{cos} \theta \quad (2.12)$$

2.3.2 Fração de líquido na região do pistão

A fração de líquido na região do pistão (R_{LS}), segundo Rodrigues (2009), é um parâmetro que influencia no cálculo da queda de pressão gravitacional para escoamentos em dutos verticais ou inclinados. Além disso, seu valor é necessário para o cálculo correto da fração de líquido na região do filme, já que o gás presente na célula unitária está totalmente distribuído entre bolhas dispersas no pistão de líquido e a bolha alongada.

Para escoamentos horizontais, Andreussi e Bendiksen (1989) propuseram uma correlação para calcular a fração de líquido (R_{LS}) que é apresentada nas equações (2.13), (2.14) e (2.15).

$$R_{LS} = \frac{(F0 + F1)}{(Fr_j + F1)} \quad (2.13)$$

$$F1 = 2400 \left[1 - \frac{\text{sen}(\theta)}{3} \right] Bo^{-3/4} \quad (2.14)$$

$$F0 = \text{máx} \left(0; 2,6 \left[1 - 2 \left(\frac{0,025}{D} \right)^2 \right] \right) \quad (2.15)$$

Onde os fatores $F0$ e $F1$ são coeficientes empíricos, Fr_j representa o número de Froude aplicado a escoamento bifásico líquido-gás, que pode ser calculado segundo a equação (2.16), e Bo representa o número de Bond, definida pela equação (2.17).

$$Fr_j = \frac{j}{\sqrt{gD}} \quad (2.16)$$

$$Bo = \frac{(\rho_L - \rho_G)gD}{\sigma} \quad (2.17)$$

Para o escoamento em golfadas em dutos verticais, Barnea e Brauner (1985), baseados na condição de transição para um escoamento de bolhas dispersas, desenvolveram uma correlação para determinar a fração de líquido no pistão. Estas correlações podem ser vistas a seguir.

$$F\hat{r}_j = \frac{j}{\sqrt{gD\rho_L\Delta\rho}} \quad (2.18)$$

$$R_{LS} = 1 - 0,058 \left[0,605 \left(\frac{Bo}{Re_j} \right)^{0,1} F\hat{r}_j^{1,2} - 0,725 \right]^2 \quad (2.19)$$

Re_j é o número de Reynolds e é definido de acordo com a equação (2.20).

$$Re_j = \frac{\rho_L j D}{\mu_L} \quad (2.20)$$

2.3.3 Frequência de células unitárias

O parâmetro frequência de células unitárias representa fisicamente a passagem do número de unidades de células unitárias em um determinado intervalo de tempo, em um determinado ponto da seção de teste. Usualmente a frequência é calculada de acordo com a seguinte equação:

$$f = \frac{V_{TB}}{L_S + L_B} \quad (2.21)$$

Este parâmetro é utilizado como relação de fechamento para modelos numéricos aplicados ao escoamento em golfadas.

Foram desenvolvidas diversas correlações para o cálculo da frequência de células unitárias. Gregory e Scott (1969) desenvolveram um modelo empírico para uma tubulação horizontal de $\frac{3}{4}$ de polegada, baseados em medidas experimentais do escoamento envolvendo dióxido de carbono e água. Eles propuseram a seguinte relação para o cálculo da frequência:

$$f = 0.0226 \left[\frac{j_L}{gD} \left(\frac{19,75}{j} + j \right) \right]^{1.2} \quad (2.22)$$

Posteriormente, Hill e Wood (1994) obtiveram uma correlação utilizando valores experimentais em tubulações de grande diâmetro (152,4 mm de diâmetro), obtendo uma correlação para calcular a frequência das golfadas e que são apresentadas nas seguintes relações:

$$f = \frac{f'}{3600} \left(\frac{j_L + j_G}{D} \right) \frac{1}{(1 - 0,05 j_G) D^{0.3}} \quad (2.23)$$

$$f' = -24,729 + 0,00766e^{9,91209H'} + 24,721e^{0,20524H'} \quad (2.24)$$

$$H' = (1 - \alpha_e) \left(1 - \frac{0,068}{j_L} \right) \quad (2.25)$$

Recentemente, Zabarás (2000) desenvolveu um modelo empírico utilizando 399 pontos experimentais. Ele realizou experimentos para o escoamento em golfadas em tubulações com diâmetros variando de 25,4 a 203,2 mm. Os testes foram realizados para o escoamento

envolvendo água e ar, petróleo e ar e diesel e nitrogênio. Após análise dos dados experimentais, Zabarás (2000), propõe a seguinte relação para o cálculo da frequência de passagem das células unitárias:

$$f = \left[0,836 + 2,75 \text{sen}^{0.25}(\theta) \right] 0,0226 \left[\frac{J_L}{gD} \left(\frac{19,75}{j} + j \right) \right]^{1,2} \quad (2.26)$$

A correta quantificação da frequência das golfadas é, provavelmente, o parâmetro mais crítico de ser calculado, pois existe uma grande discrepância entre as correlações existentes. Os modelos para o cálculo da frequência de células unitárias, descritos acima, foram desenvolvidos partindo de dados experimentais, o que limita a sua utilização apenas para cenários similares para as quais as correlações foram obtidas. Recentemente, Antunes et.al (2014a), realizou uma comparação das correlações apresentadas e obteve discrepâncias de até 50%, em relação a dados experimentais obtidos para escoamentos em uma tubulação de 26 mm.

2.4 Estudos numéricos do escoamento em golfadas

Devido à sua importância, foram desenvolvidos diversos estudos para determinação dos parâmetros característicos do escoamento em golfadas. Estes estudos podem ser classificados em duas famílias, sendo uma com abordagem estacionária e outra com abordagem transiente.

Wallis (1969) desenvolveu um modelo estacionário utilizando o conceito de célula unitária (conceito introduzida por ele), que na Figura 2.3 é representada pelo comprimento L_U e que é composta pelo conjunto bolha (L_B) – pistão (L_S). Utilizando correlações experimentais para o fechamento do seu modelo, Wallis (1969) determinou a velocidade de translação da bolha alongada e apresentou um modelo simplificado para determinar a queda de pressão no escoamento em golfadas.

Dukler e Hubbard (1975) desenvolveram, através de uma abordagem fenomenológica, um modelo estacionário para escoamentos bifásicos horizontais em golfadas. O modelo proposto por eles considera os parâmetros característicos desse padrão de escoamento como constantes e periódicos para todas as células unitárias, obtendo assim valores médios para as

variáveis características do escoamento em golfadas, sendo estas: velocidade da bolha alongada, comprimento da bolha e queda de pressão.

Taitel e Barnea (1990) propuseram um modelo estacionário para escoamentos com inclinações entre 0° e 90° . O modelo proposto por eles foi obtido através de equações de balanço da massa e da quantidade de movimento, aplicadas à célula unitária característica do escoamento em golfadas. Entretanto, no modelo desenvolvido por eles, ainda são necessárias relações de fechamento que, devido à não-similaridade do escoamento, limitam o seu uso.

Porém, de maneira geral, os modelos estacionários são utilizados apenas para prever propriedades médias, visto que não consideram fenômenos como coalescência, divisão de bolhas e variação de troca de massa e quantidade de movimento entre a bolha e o pistão.

Segundo Rodrigues (2009), a partir do desenvolvimento dos hardwares dos computadores, foi possível desenvolver modelos mais robustos para calcular os parâmetros característicos do escoamento em golfadas, capazes de simular seu comportamento intermitente no espaço e no tempo (transiente). Dentre os três principais modelos desta família, têm-se os modelos de dois fluidos, de deslizamento (*Drift Flux*) e de seguimento de pistões (*Slug Tracking*).

O modelo de dois fluidos foi introduzido por Ishii (1975) e considera o escoamento de líquido-gás como se ambos escoassem separadamente na tubulação. Na proposta original, o modelo foi aproximado como unidimensional. Assim, os perfis de velocidade dos fluidos são uniformes. Neste modelo, são resolvidas as equações de balanço de massa e balanço de quantidade de movimento, para um volume de controle diferencial que contempla toda a seção transversal do duto.

De acordo com Rodrigues (2009), o modelo de deslizamento (*Drift Flux Model*) foi desenvolvido como uma alternativa à modelagem de dois fluidos. Este modelo, para o caso do escoamento bifásico, utiliza três equações: conservação da massa para o gás, conservação de massa para a mistura e conservação da quantidade de movimento para a mistura. O custo computacional é relativamente menor quando comparado ao modelo de dois fluidos, porém, este modelo é fortemente dependente dos parâmetros de fechamento, que normalmente são empíricos, o que limita a sua aplicação e uso.

No modelo de seguimento de pistões, conforme Rodrigues (2009), cada estrutura de pistão e bolha alongada é considerada um volume de controle deformável e distinto. Assim, cada volume de controle possui a mesma ordem de grandeza da célula unitária respectiva a

que pertence. A proximidade de ordens de grandeza faz com que o número de equações a serem resolvidas para cada volume de controle seja reduzido, o que diminui o tempo de simulação, além de facilitar a convergência do modelo.

Devido a não-similaridade, característica do escoamento bifásico de líquido-gás, a determinação de correlações empíricas torna-se muito complexa. De acordo com Antunes et al. (2014b), as correlações para o cálculo da frequência, quando comparadas com os obtidos experimentalmente apresentaram diferenças de até 267%. Esta diferença provoca erros no cálculo dos comprimentos característicos do escoamento em golfadas de até 200% (comprimento da bolha e do pistão de líquido) em relação aos dados experimentais. Esta discrepância também influencia no resultado final da solução dos modelos estacionários e modelos transientes, pois estes modelos precisam de relações para a frequência para o fechamento do sistema de equações.

O maior problema associado a estes modelos é a determinação das condições de entrada (parâmetros característicos médios, calculados previamente), que são de extrema importância para a convergência dos modelos. Para a eliminação da necessidade destas condições de entrada e a obtenção de maiores detalhes do escoamento, segundo Soria (2010), foram desenvolvidos modelos tridimensionais de escoamentos bifásicos. Porém, esses modelos necessitam uma malha refinada, o que, por sua vez, requer uma elevada capacidade de processamento do computador.

Lun et al. (1996), através o pacote comercial de CFD FIDAP, utilizaram o método de elementos finitos para resolver as equações de conservação de energia, massa e quantidade de movimento para simular a transição do escoamento bifásico estratificado para o intermitente. Foi utilizada uma modelagem bidimensional que consistia em dois tubos de entrada inclinados que convergiam para um terceiro tubo horizontal. A simulação da interface do modelo de Lun et al. (1996) foi baseada nos métodos de superfície livre. A região da interface entre o líquido e o gás foi definida com uma fronteira móvel, onde a geração da malha era ajustada utilizando uma malha bidimensional adaptativa. Os autores enfatizaram a importância da malha na geração do padrão em golfadas, que deve ser mais refinada na região da interface de líquido-gás para a obtenção de resultados satisfatórios.

Ghorai e Nigham (2006) desenvolveram um estudo sobre o escoamento estratificado de líquido-gás utilizando o programa computacional comercial ANSYS FLUENT 6.0. Eles utilizaram o modelo de dois fluidos para modelar o escoamento do líquido e gás e a interface foi monitorada utilizando o modelo VOF (Hirt e Nichols, 1981). Os parâmetros analisados

numericamente por Ghorai e Nigham (2006) foram: fração de líquido, velocidade do gás e rugosidade da interface de líquido-gás. Os estudos realizados por eles foram para velocidades do gás e do líquido variando entre 1,2 e 12,5 m/s e entre 0,0066 e 0,1 m/s, respectivamente. A validação dos dados foi feita utilizando dados experimentais obtidos da literatura. Os autores apresentaram resultados sobre o comportamento da tensão de cisalhamento e perfil de escoamento com discrepância média de $\pm 10\%$, quando comparado com dados experimentais. A partir das simulações numéricas, Ghorai e Nigham (2006), desenvolveram uma correlação para calcular a relação entre fatores de atrito do líquido e da interface para escoamentos estratificados ondulados.

De Sampaio et al. (2007) desenvolveram uma modelagem numérica e experimental de escoamento bifásico líquido-gás estratificados em tubulações circulares horizontais. Foi utilizado o método de elementos finitos e as equações de Navier-Stokes médias de Reynolds (RANS) associadas ao modelo de turbulência $k-\omega$ para um escoamento estratificado bifásico. A superfície do líquido foi considerada com perfil suave, desconsiderando as ondas geradas na interface. Eles compararam a posição da interface do escoamento com resultados experimentais, obtendo resultados satisfatórios.

Ujang et al. (2008) simularam o escoamento em golfadas em tubulações horizontais utilizando a modelagem de VOF aplicada a uma malha Euleriana fixa. Como condição de contorno, eles fixaram a velocidade na parede para estabilizar o nariz da bolha, objetivando prever a velocidade de translação na traseira da bolha. Na modelagem, os autores escolheram o programa comercial ANSYS FLUENT. Para a modelagem da turbulência eles utilizaram o modelo $k-\epsilon$. Através de comparações com dados experimentais da velocidade de translação da traseira da bolha alongada, esta abordagem obteve resultados satisfatórios. Além disso, modelo desenvolvido por eles foi capaz de capturar a tendência do nariz da bolha alongada de se aproximar do centro da tubulação, à medida que se aumentava a velocidade do líquido. Este efeito foi, também, observado nos experimentos.

Parvareh et al. (2009) estudaram numericamente o escoamento bifásico de líquido-gás em dutos horizontais e verticais. Eles simularam o escoamento bifásico de líquido-gás no padrão estratificado, intermitente e anular. As simulações foram realizadas utilizando o programa computacional ANSYS FLUENT e as interfaces de líquido-gás foram modeladas utilizando o modelo de captura de interface VOF. Os autores compararam os resultados com dados obtidos experimentalmente utilizando tomografia por resistência elétrica, para uma tubulação de 2 cm de diâmetro e comprimento de 4 m. Para a entrada dos fluidos na

tubulação, a altura da fase líquida foi variada entre 0 e 100% do diâmetro da tubulação. Os autores obtiveram uma boa concordância entre as simulações numéricas e os dados experimentais para o caso do escoamento horizontal, comparando as interfaces obtidas através do software com interfaces obtidas experimentalmente.

Frank (2005), utilizando o software Ansys CFX, desenvolveu uma metodologia numérica para a simulação tridimensional de escoamentos bifásicos em golfadas de ar e água, em tubos horizontais. Foram simulados escoamento em tubulações de 0,054 m de diâmetro, com comprimentos de 4 e 8 m. Através de dados experimentais, o autor desenvolveu uma condição de entrada periódica. A altura da fase líquida na entrada da tubulação foi definida através da equação (2.27).

$$y_1 = y_0 + 0.25D \sin\left(2\pi \frac{V_1 t}{0.25L}\right) \quad (2.27)$$

Esta metodologia foi aplicada para uma combinação de j_G de 1 m/s e j_L também de 1 m/s. O valor de V_1 foi obtido através de experimentos e era igual a 2 m/s. A condição inicial da tubulação foi de 50% de ar e 50% de água. Aplicando esta metodologia, foi possível a obtenção do padrão de escoamento em golfadas, porém os resultados obtidos para frequência de pistão, comprimento de pistão e velocidade de propagação de pistão não obtiveram dados próximos dos experimentais.

Como foi dito anteriormente, existe a necessidade de entender detalhes dos fenômenos físicos envolvidos na interação entre as estruturas do escoamento em golfadas, informações estas que podem permitir o desenvolvimento ou aprimoramento de modelos que permitam prever corretamente este tipo de escoamento. Para atender esta necessidade, certamente, a simulação numérica do escoamento utilizando técnicas avançadas da dinâmica dos fluidos computacional se apresenta como uma excelente alternativa. Porém, estas metodologias precisam ser verificadas e testadas.

De acordo com que foi verificado na revisão bibliográfica limitada ao conhecimento da autora, existem relativamente poucos estudos sobre a simulação do escoamento em golfadas utilizando as técnicas da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), e os existentes se

limitam a estudos da geração de golfadas e a análise sobre o comportamento das estruturas do escoamento em golfadas é superficial.

Neste trabalho, duas abordagens diferentes serão analisadas. A primeira utilizando a metodologia de Parvareh et al. (2009) e de Sampaio et al. (2007), utilizando como condição de entrada na tubulação as fases líquido e gás, sem qualquer perturbação. O objetivo desta abordagem é gerar instabilidades de Kelvin-Helmoltz e, em seguida, gerar o escoamento em golfadas. A segunda abordagem a ser realizada será utilizando a equação de perturbação na entrada da tubulação desenvolvida no trabalho de Frank (2005). Por fim, os resultados obtidos em cada uma das análises serão comparados com resultados experimentais, com o intuito de validação das simulações numéricas.

Assim, no presente trabalho se propõe contribuir para o estado da arte sobre o entendimento dos fenômenos físicos envolvidos neste tipo de escoamento, utilizando a técnica de CFD, focando na análise da geração e evolução do escoamento em golfadas. Pretende-se obter valores médios para os parâmetros característicos do escoamento em golfadas, para que o modelo desenvolvido seja capaz de prever situações reais.

3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é descrita a formulação matemática que será utilizada para modelar o processo de iniciação do escoamento em golfadas. Primeiramente, a descrição do problema, condições de contorno e as hipóteses da modelagem serão apresentadas. Após isso, será descrita a maneira com que o *software* simula a interface entre duas fases, utilizando o modelo VOF (Volume de Fluido, ou, em inglês, *Volume of Fluid*). Ao final, será abordado o modo com que é simulada a turbulência no escoamento, utilizando o modelo SST.

3.1 Descrição do problema

O problema a ser abordado neste trabalho consiste na simulação da iniciação do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas, partindo de um escoamento estratificado. Um esquema geométrico do escoamento a ser simulado pode ser visto na Figura 3.1, onde observa-se o escoamento estratificado evoluindo para o padrão de escoamento em golfadas.

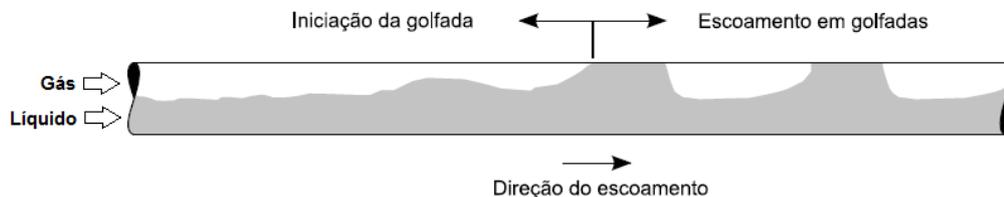


Figura 3.1 Transição do escoamento estratificado para o escoamento em golfadas (Conte, 2014, modificada)

No início da simulação será considerada que toda a tubulação está preenchida por ar. Porém, na entrada, no início da simulação numérica, será fixada uma vazão de líquido ocupando uma área com altura do filme h_l , como pode ser observado na Figura 3.2, onde o cálculo da altura de líquido (h_L) será aproximado utilizando o modelo de bolha.

Para a geração do escoamento em golfadas, duas metodologias serão utilizadas, conforme descrito no capítulo anterior. Na primeira delas, a tubulação estará preenchida por líquido e gás no instante inicial. A determinação da altura de líquido h_L será feita através da equação (3.1). O parâmetro R_{GB} será previamente calculado através do modelo de bolha de Taitel e Barnea descrito no Apêndice A. O fluxo bifásico na entrada da tubulação também

será composto por ar e água e, conforme pode ser visto na Figura 3.2, a altura de líquido também será h_L .

$$h_L = D(1 - R_{GB}) \quad (3.1)$$

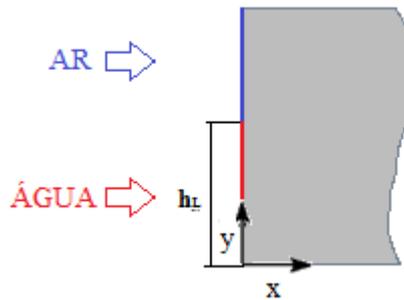


Figura 3.2 Configuração das fases na entrada da tubulação

A segunda abordagem consistirá de uma tubulação contendo previamente 50% de ar e 50% de água e a altura de líquido na entrada da tubulação será determinada através da equação (3.2), desenvolvida por Frank (2005).

$$y_1 = y_0 + 0,25D \text{sen} \left(2\pi \frac{V_L t}{0,25L} \right) \quad (3.2)$$

A variável V_L será calculada através da equação (3.3).

$$V_L = \frac{j_L}{0,5} \quad (3.3)$$

Com o objetivo de otimizar o custo computacional, a geometria a ser simulada será bidimensional, conforme a Figura 3.3.

Especificamente a seção de testes para a geração das golfadas é composta por uma tubulação horizontal de 26 mm de diâmetro e 5 metros de comprimento. Na Figura 3.3, é

mostrado uma figura simplificada do domínio fluido que será utilizado para o desenvolvimento do presente trabalho.

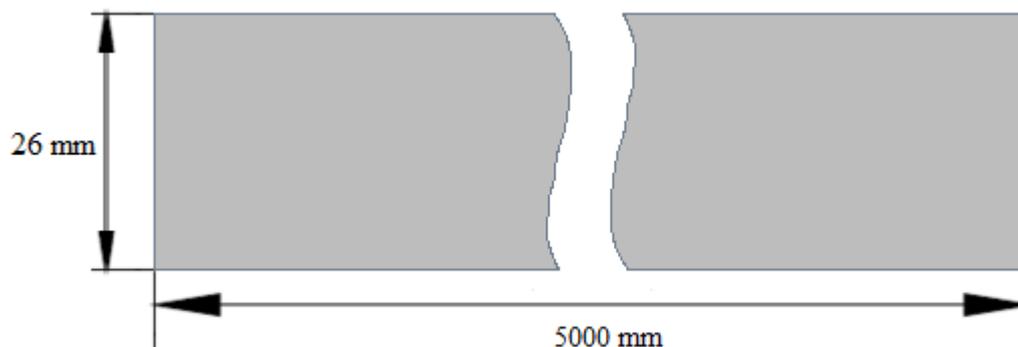


Figura 3.3 Domínio Fluido

Esta simplificação, entretanto, acarretará em perda de acurácia do modelo, visto que o retângulo 2D representará um canal infinito, sem influência das paredes nas laterais do escoamento. Porém, objetiva-se através deste trabalho o desenvolvimento de uma metodologia para ser replicada em simulações de escoamentos bifásicos em golfadas.

As velocidades de líquido e de gás a serem utilizadas nas simulações numéricas serão as descritas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 Velocidades de entrada na tubulação simulada

Pontos	j_L (m/s)	j_G (m/s)
P01	1	2
P02	0,5	0,5
P03	1	1

A Figura 3.4 ilustra os pontos da Tabela 3.1 Velocidades de entrada na tubulação simulada utilizando o mapa de fluxo de Taitel e Dukler (1976), evidenciando que a escolha de uma grade de pontos definida corresponde ao escoamento horizontal bifásico de líquido-gás no padrão em golfadas.

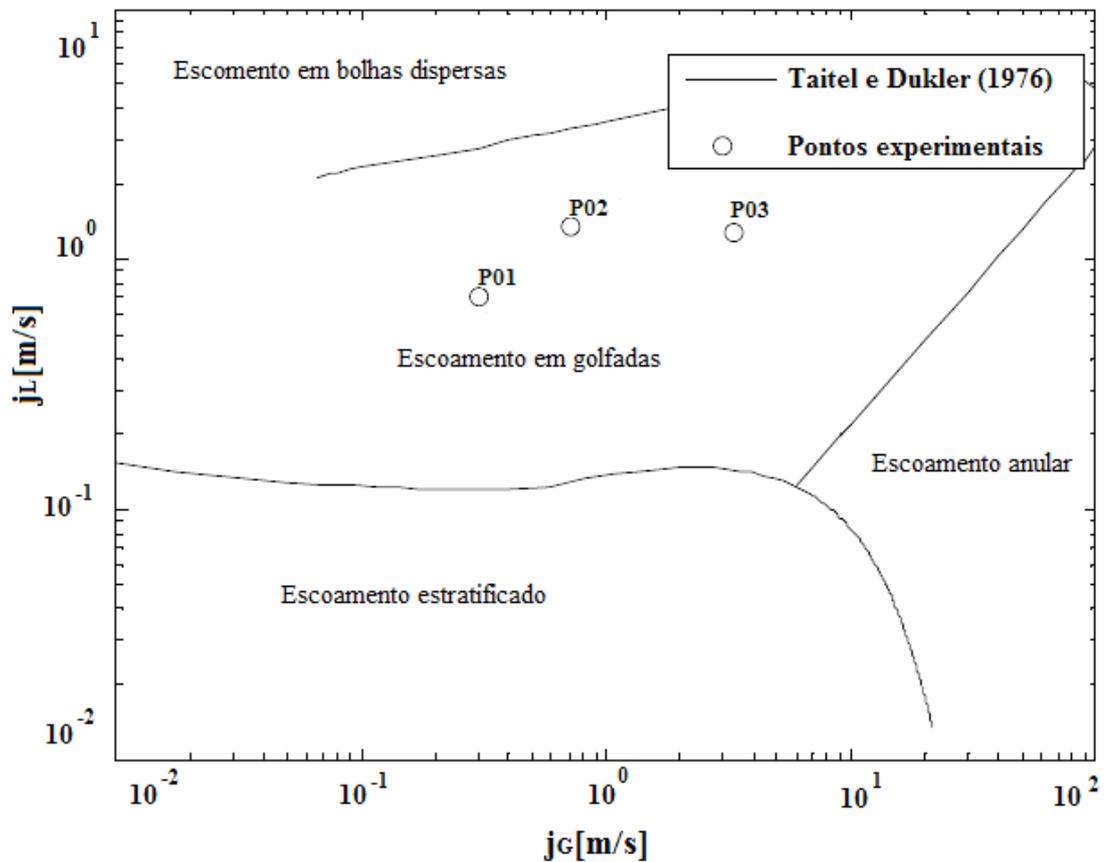


Figura 3.4 Grade de testes experimentais (Conte, 2014, modificada)

3.2 Equações governantes

Por se tratar de um escoamento isotérmico e de fluidos newtonianos, o processo de transição do escoamento estratificado para o de escoamento em golfadas é modelado a partir da equação de conservação de massa e das equações de Navier-Stokes bidimensionais. Para cada uma das fases então, tem-se a equação (3.4), que representa o balanço de massa, e as equações (3.5) e (3.6) que representam o balanço da quantidade de movimento nas direções x e y . A variável V representa a velocidade, g representa a gravidade, μ representa a

viscosidade, p representa a pressão, ρ representa a densidade. Os subscritos representam a direção em que cada uma das variáveis é quantificada.

$$\frac{\partial}{\partial x}(u) + \frac{\partial}{\partial y}(v) = 0 \quad (3.4)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right\} \quad (3.5)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right\} \quad (3.6)$$

3.3 Considerações iniciais

Para simplificação do modelo e otimização do tempo computacional, algumas hipóteses foram estabelecidas:

1. Propriedades constantes;
2. Escoamento bidimensional;
3. Escoamento uniforme;
4. Líquido incompressível;
5. Gás ideal;
6. Fluidos newtonianos;
7. Escoamento horizontal;
8. Escoamento em regime transiente;
9. O filme de líquido não contém bolhas dispersas;
10. O pistão de líquido não contém bolhas dispersas;
11. Escoamento isotérmico;
12. Condição de não-deslizamento nas paredes.

3.4 Interface líquido-gás

Para a modelagem da interface entre dois ou mais fluidos, o programa comercial Star-CCM+ utiliza o método de captura de interfaces VOF (Hirt e Nichols, 1981), que será apresentado a seguir.

3.4.1 Modelo de Captura de Interfaces VOF

O modelo VOF (Volume de fluido, ou, em inglês, *Volume of Fluid*) desenvolvido por Hirt e Nichols (1981), tem sido muito utilizado para a modelagem da dinâmica de interfaces entre fluidos imiscíveis.

Esta metodologia utiliza o conceito de fração volumétrica R para a obtenção da interface entre os dois fluidos. Assume-se, primeiramente, uma geometria tridimensional, cuja malha foi gerada anteriormente, que contém os fluidos 1 e 2. Com a fração volumétrica das fases é possível determinar onde, na geometria, cada uma das fases se localiza.

Considera-se que $R_1=1$ quando o volume diferencial (malha computacional) da geometria está completamente preenchido pelo fluido 1. Para $R_1=0$, não há fluido 1 no volume diferencial em questão, existindo, portanto, apenas fluido 2. Quando, em uma determinada região, $0 < R_1 < 1$, tem-se a interface entre os dois fluidos. Generalizando R para um fluido i , com n fluidos escoando na dada região, tem-se a equação (3.7).

$$\sum_{i=1}^n R_i = 1 \quad (3.7)$$

No presente trabalho será considerado o escoamento simultâneo de dois fluidos. Para esta condição, pode-se assumir a equação (3.8).

$$R_2 = 1 - R_1 \quad (3.8)$$

Além disso, a equação (3.9) deve ser satisfeita.

$$\frac{\partial R_1}{\partial t} + u \frac{\partial R_1}{\partial x} + v \frac{\partial R_1}{\partial y} = 0 \quad (3.9)$$

Para a determinação da densidade e da viscosidade da mistura, são utilizadas as equações (3.10) e (3.11).

$$\rho_m = R_1 \rho_1 + R_2 \rho_2 \quad (3.10)$$

$$\mu_m = R_1 \mu_1 + R_2 \mu_2 \quad (3.11)$$

As equações de balanço de massa e de quantidade de movimento são escritas de acordo com as equações (3.12) e (3.13).

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{U}) = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m \bar{U}) + \nabla \cdot (\rho_m \bar{U} \bar{U}) = -\nabla p + \rho_m \bar{g} + [\nabla \cdot \mu_{ef} \underline{\underline{S}}] + \bar{F} \quad (3.13)$$

Nas equações (3.12) e (3.13), \bar{U} e p representam os valores médios do vetor velocidade e da pressão e \bar{g} representa o vetor gravidade. A variável μ_{ef} consiste na viscosidade efetiva, e pode ser escrita de acordo com a equação (3.18), em que μ_t é a viscosidade turbulenta. Por fim, $\underline{\underline{S}}$ é o tensor de deformação médio, como pode ser visto na equação (3.19).

$$\mu_{ef} = \mu_m + \mu_t \quad (3.14)$$

$$\underline{\underline{S}} = \frac{1}{2} (\nabla \bar{U} + \nabla \bar{U}^T) \quad (3.15)$$

O vetor \bar{F} representa a força externa por unidade volumétrica que atua na interface, que considera a ação da tensão superficial dos fluidos.

Segundo a abordagem CSF (Força de Superfície Continua, ou, em inglês, *Continuum Surface Force*), de Brackbill et al.(1992), para a definição da força que atua na interface,

considera-se a tensão superficial constante. Além disso, diz-se que todas as forças que atuam na interface dos fluidos são normais a esta mesma interface. Assim, mostra-se que a queda de pressão nesta região pode ser escrita de acordo com a equação (3.16).

$$p_2 - p_1 = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.16)$$

Na equação (3.16), p_1 e p_2 representam as pressões dos fluidos na interface. As variáveis r_1 e r_2 são os raios de curvatura de cada uma das fases nesta região. O cálculo destes parâmetros tem como base os gradientes de fração volumétrica em ambas superfícies da interface.

Para a definição do vetor normal à interface, utiliza-se a equação (3.17).

$$\vec{n}_i = \nabla R_i \quad (3.17)$$

Assim, é possível obter a curvatura γ_i , através das equações (3.18) e (3.19).

$$\gamma_i = \nabla \cdot \vec{\hat{n}}_i \quad (3.18)$$

$$\vec{\hat{n}}_i = \frac{\vec{n}_i}{|\vec{n}_i|} \quad (3.19)$$

Por fim, é possível obter a força atuante na região da interface entre os fluidos, como pode ser vista na equação (3.20). Para a sua obtenção, utiliza-se o teorema da divergência.

$$\vec{F} = \sigma_{\text{sup}} \frac{\rho \gamma_1 \nabla R_1}{(\rho_1 + \rho_2) / 2} \quad (3.20)$$

Na equação (3.20), σ_{sup} representa a tensão superficial do líquido.

A abordagem do modelo VOF será utilizada neste trabalho para a modelagem da interface da região da bolha alongada interagindo com o filme de líquido e o pistão.

3.5 Turbulência

Devido às velocidades relativamente altas o regime do escoamento estudado neste trabalho será turbulento.

Segundo Morales et al. (2007), em regimes turbulentos, as forças viscosas possuem maior influência no escoamento em relação às forças inerciais. Isso provoca o surgimento de instabilidades, o que gera variações na velocidade e na pressão do fluido. Neste caso, o escoamento é tridimensional, devido à existência das três componentes velocidades, e transiente, devido a sua aleatoriedade. Além disso, este tipo de escoamento é rotacional.

Devido à sua natureza transiente, tridimensional e aleatória, a modelagem matemática do escoamento turbulento é um desafio. Nas próximas seções serão apresentados a metodologia que será utilizada para modelar a turbulência do escoamento em golfadas.

3.5.1 Modelagem de turbulência

A modelagem numérica de turbulência, segundo Morales et al. (2007) constitui a maior fonte de imprecisões nas análises utilizando CFD. Para a escolha de um modelo de turbulência, deve-se conhecer, primeiramente, as configurações da simulação e a respectiva física que rege o movimento dos fluidos para que seja selecionado o modelo ideal para o caso a ser trabalhado.

Para a simulação do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas, a ser realizada no presente trabalho, foi selecionado o modelo SST para a modelagem da turbulência. Este modelo consiste na combinação entre os modelos $k-\omega$, para regiões dentro da camada limite, e $k-\varepsilon$, para regiões fora da camada-limite. Antes da descrição dos modelos propriamente ditos, é necessária a definição das equações médias de Reynolds e do conceito de viscosidade turbulenta que serão apresentados a seguir.

3.5.2 Equações médias de Reynolds

Segundo Morales et al. (2007), as equações de balanço de massa, de quantidade de movimento e de energia escritas para um fluido incompressível, considerando suas propriedades constantes e forças externas desprezíveis são escritas de acordo com as equações (3.21) e (3.21).

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{U}} = 0 \quad (3.21)$$

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla p + \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (3.22)$$

Nas equações (3.21) e (3.21), \vec{U} representa o vetor velocidade, t é o tempo, ρ se refere à densidade do fluido, p é a pressão, τ_{ij} é relativo ao tensor tensão, ∇ é mostrado na equação (3.23).

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad (3.23)$$

Na equação (3.23), τ_{ij} representa o tensor de tensão resultante das forças viscosas. Em se tratando de um fluido Newtoniano, segundo Morales et al. (2007), o tensor de tensão viscosa é definido pela equação (3.24).

$$\tau_{ij} = 2\mu S_{ij} \quad (3.24)$$

Na equação, μ é a viscosidade dinâmica do fluido enquanto que S_{ij} representa o tensor taxa de deformação, que pode ser escrito de acordo com a equação (3.15).

Através de uma análise média temporal das equações (3.21) e (3.21) obtém-se as equações (3.25) e (3.26), conhecidas com equações médias de Reynolds.

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (3.25)$$

$$\rho \frac{D\bar{\bar{U}}}{Dt} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{U_i' U_j'}) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \bar{\bar{U}} \quad (3.26)$$

Reescrevendo a equação (3.26), tem-se as equações (3.280) e (3.31).

$$\rho \frac{D\bar{U}}{Dt} = -\nabla \bar{p} + \nabla \cdot \bar{\tau}_{ij} \quad (3.27)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{(U_i' U_j')} \quad (3.28)$$

O segundo termo do lado direito da equação (3.31) é conhecido como Tensor Tensão de Reynolds. Segundo Morales et al. (2007), este termo é de grande dificuldade de modelagem, visto que ele representa a razão média temporal da transferência de quantidade de movimento decorrente da turbulência.

3.5.3 Viscosidade turbulenta

Boussinesq (1877) introduziu o conceito de viscosidade turbulenta μ_T , obtendo a relação entre a difusão molecular e as tensões geradas devido à turbulência. O autor propõe que, para uma placa plana infinita, tem-se a equação (3.32).

$$\overline{-U_i'(x,t)U_j'(x,t)} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.29)$$

Na equação (3.29), U' representa as flutuações de velocidade relacionadas ao vetor velocidade. Os modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$ são fundamentados na hipótese de Boussinesq, buscando a modelagem da viscosidade turbulenta.

É importante notar que μ_T deve ser proporcional à velocidade e ao comprimento característico, conforme é descrito pela equação (3.33).

$$\mu_t \sim Ul \quad (3.30)$$

3.5.4 Energia cinética turbulenta

Segundo Niecele (2014), a energia cinética turbulenta consiste na energia cinética das flutuações turbulentas por unidade de massa.

Assim, esta variável, segundo Morales et al (2007), torna-se bastante importante na modelagem de turbulência. Seu cálculo é realizado em função das intensidades relativas, como mostra a equação (3.34).

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right) \quad (3.280)$$

É possível então, escrever a viscosidade turbulenta em função da energia cinética turbulenta e de um comprimento de escala l . O que resulta na equação (3.35).

$$\mu_T = \text{constante} \cdot k^{0.5} \cdot l \quad (3.31)$$

Como o tensor tensão de Reynolds é proporcional a k , obtém-se a equação (3.36).

$$\tau_{ii} = -\overline{U_i' U_i'} = -2k \quad (3.32)$$

Utilizando a equação diferencial que caracteriza o tensor tensão de Reynolds com o objetivo de obter expressão para a energia cinética turbulenta, obtém-se a equação de transporte de k . Esta pode ser vista na equação (3.37).

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j}}_I = \underbrace{\tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{II} - \underbrace{\varepsilon}_{III} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\underbrace{\mu \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{IV} - \underbrace{\frac{1}{2} \overline{U_i' U_i' U_j'}}_V - \underbrace{\frac{1}{\rho} \overline{p' U_j'}}_{VI} \right] \quad (3.33)$$

Na equação (3.37), ε representa a dissipação por unidade mássica, que é calculada através da equação (3.38).

$$\varepsilon = \mu \overline{\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k}} \quad (3.34)$$

Na equação (3.37) cada termo representa um processo físico diferente. Segundo Morales et al. (2007), o termo I representa a soma entre os termos temporal e convectivo. Estes fatores correspondem à taxa de variação local e ao transporte por convecção de k . O termo II é o termo de produção, que se refere à taxa de energia cinética turbulenta que é transmitida do escoamento principal ao turbulento. O termo III é o termo dissipativo da equação, que representa a taxa de energia cinética turbulenta que foi dissipada em forma de energia interna. O termo IV corresponde à difusão molecular, que é a difusão de energia cinética turbulenta ocasionada devido ao transporte molecular do escoamento. O termo V é o transporte turbulento, que corresponde à taxa em que o k é transportado através das flutuações turbulentas. Por fim, o termo VI se refere à difusão de pressão, e corresponde ao transporte turbulento decorrente da relação entre as flutuações turbulentas e a pressão.

De acordo com Morales et al. (2007), os termos temporal, convectivo e de difusão molecular podem ser calculados analiticamente. Entretanto, os demais termos, além do tensor tensão de Reynolds, necessitam correlações para o fechamento da equação de transporte de k .

O tensor tensão Reynolds pode ser escrito em função da viscosidade turbulenta, de acordo com a equação (3.39).

$$\tau_{ij} = 2\mu_T S_{ij} - \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (3.35)$$

O cálculo de S_{ij} é realizado através da equação (3.15). Para escoamentos incompressíveis, S_{ii} torna-se nulo.

O termo transporte turbulento é calculado de maneira equivalente ao transporte molecular, segundo a equação (3.36).

$$-\overline{U_j' \phi'} \sim \mu_T \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \quad (3.36)$$

Ainda não foi desenvolvida uma correlação apropriada para o cálculo do termo de difusão de pressão. Assim, aproxima-se a soma deste termo com o termo de transporte turbulento por um comportamento de um fenômeno de transporte de gradiente, segundo a equação (3.37). Na equação σ_k representa o número de Prandtl turbulento.

$$\frac{1}{2} \overline{U_i' U_i' U_j'} + \frac{1}{\rho} \overline{p' U_j'} = - \frac{\mu_T}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \quad (3.37)$$

Assim, inserindo a equação (3.36) na equação (3.33), obtém-se a equação (3.42).

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.38)$$

O termo dissipativo, através de uma análise dimensional e assumindo que este termo seja função da turbulência, é estimado utilizando a equação (3.43).

$$\varepsilon \sim \frac{k^{3/2}}{l} \quad (3.39)$$

Assim, é necessária a determinação da escala de comprimento turbulenta para a solução das equações. O objetivo dos modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$ padrão descritos a seguir consiste na determinação da relação entre k e l .

3.5.5 Modelo $k-\omega$

Kolmogorov (1942) propôs a resolução de uma segunda equação, juntamente com a equação derivada da energia cinética turbulenta, para a obtenção da “taxa de dissipação por unidade de volume e tempo”, o parâmetro ω . Através de uma análise dimensional e física, foi obtida a equação (3.44).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\sigma \mu_T \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.40)$$

Os termos σ e β são parâmetros obtidos empiricamente.

Segundo Kolmogorov (1942), o termo ω está relacionado com turbulências em menor escala, por isso a equação (3.44) não possui termo de produção. Além disso, devido à inexistência de um termo de difusão, esta abordagem é eficiente para escoamentos com altos valores de Re .

Wilcox (1998) acrescentou um termo de produção e um termo referente à viscosidade molecular, para corrigir deficiências do modelo original. Sua modelagem está descrita na equação (3.41).

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.41)$$

Novamente, os parâmetros α , β e σ são empíricos e podem ser vistos na Tabela 3.2. A equação (3.42) mostra a relação entre a viscosidade turbulenta, a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação por unidade de volume e tempo.

$$\mu_T = \frac{k}{\omega} \quad (3.42)$$

Por fim, esta modelagem utiliza a equação (3.43) para relacionar k , ω e l .

$$l = \frac{k^{0.5}}{\omega} \quad (3.43)$$

Assim, a equação (3.43), juntamente com a equação (3.44), formam o modelo $k-\omega$.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.44)$$

A Tabela 3.2 mostra os valores dos coeficientes empíricos a serem utilizados no modelo $k-\omega$.

Tabela 3.2 Coeficientes empíricos do modelo $k-\omega$

α	β	β^*	σ	σ^*
$\frac{13}{25}$	$\beta = \beta_0 f_\beta \begin{cases} f_\beta = \frac{1+70\chi_\omega}{1+80\chi_\omega} \\ \chi_\omega \equiv \left \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_0^* \omega)^3} \right \\ \beta_0 = \frac{9}{125} \end{cases}$	$\beta^* = \beta_0^* f_\beta \begin{cases} f_\beta = \begin{cases} 1, & \text{se } \chi_\omega \leq 0 \\ \frac{1+680\chi_\omega^2}{1+400\chi_\omega^2}, & \text{se } \chi_\omega > 0 \end{cases} \\ \beta_0^* = \frac{9}{100} \end{cases}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

3.5.6 Modelo $k-\varepsilon$ padrão

Desenvolvido por Jones e Launder (1972), o modelo $k-\varepsilon$ padrão propõe uma equação exata para a obtenção de ε e para obter os parâmetros corretos de fechamento para a modelagem do seu comportamento. Derivada da equação de Navier-Stokes, a equação (3.45) foi obtida.

$$2\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial}{\partial x_j} [N(U_i)] = 0 \quad (3.45)$$

Na equação (3.45), $N(u_i)$ representa a equação de Navier-Stokes. Através de manipulações algébricas, é obtida a equação (3.46).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = & \underbrace{-2\mu \left[\overline{u'_{i,k} u'_{j,k}} + \overline{u'_{k,i} u'_{k,j}} \right]}_{\text{II}} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \underbrace{2\mu \overline{u'_k u'_{i,j}}}_{\text{III}} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_j} - \underbrace{2\mu \overline{u'_{i,k} u'_{i,m} u'_{k,m}}}_{\text{IV}} + \\
& \underbrace{-2\mu^2 \overline{u'_{i,km} u'_{i,km}}}_{\text{V}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} - \overline{\mu u'_j u'_{i,m} u'_{i,m}} - 2 \frac{\mu}{\rho} \overline{p'_m u'_{j,m}} \right]}_{\text{VI}}
\end{aligned} \quad (3.46)$$

Na equação (3.46), o termo I representa a taxa de variação local e de transporte de ε por convecção. Os termos II e III consistem na geração de dissipação de energia em função da vorticidade e do escoamento médios, e são denominados produção de dissipação. Os termos IV e V se referem à geração ocasionada do alongamento dos vórtices e à dissipação viscosa e são denominados dissipação da dissipação, Por fim, o termo VI descreve a difusão molecular de dissipação somada ao transporte turbulento de dissipação.

Utilizando correlações empíricas, reescreve-se a equação (3.46) de modo a obter a equação (3.46).

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad (3.46)$$

Onde $C_{\varepsilon 1}$ e $C_{\varepsilon 2}$ são coeficientes empíricos.

Para o cálculo da viscosidade turbulenta, o modelo utiliza a equação (3.47).

$$\mu_T = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (3.47)$$

Na equação (3.47), C_μ representa um coeficiente empírico.

Além disso, as relações entre k , ω e ε são dadas pelas equações (3.48) e (3.49).

$$1 = \frac{C_\mu k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (3.48)$$

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k}$$

(3.49)

Os coeficientes empíricos podem ser vistos na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 Coeficientes empíricos do modelo $k-\varepsilon$

$C_{\varepsilon 1}$	$C_{\varepsilon 2}$	C_{μ}	σ_k	σ_{ε}
1,44	1,92	0,09	1,0	1,3

O modelo, então, é resolvido através da combinação das equações (3.46) e (3.46).

3.5.7 Modelo SST (Shear Stress Transport)

Os modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$ foram desenvolvidos para capturar o comportamento de um escoamento turbulento. Entretanto, cada um possui aplicações em que desempenham sua função de maneira eficiente, enquanto que, em outras situações, possuem deficiências.

De acordo com Noleto (2006), o modelo $k-\omega$ possui melhor desempenho quando utilizado em regiões próximas a parede, no interior da camada limite. Este modelo não necessita leis de parede, o que possibilita o uso de condições de contorno de Dirichlet. Além disso, este método é bastante estável numericamente. Em escoamentos com aumento de pressão na direção do movimento do fluido ou em escoamentos compressíveis, o modelo $k-\omega$ também se comporta de maneira eficiente. Entretanto, esta abordagem é bastante sensível a correntes livres, optando-se pelo modelo $k-\varepsilon$.

Segundo Noleto (2006), o modelo $k-\varepsilon$ obtém melhores resultados quando utilizado para estimar turbulência em regiões distantes das paredes. Além disso, em regiões de esteira e em escoamento de cisalhamento livre, este modelo apresenta bons resultados.

Assim, Menter (1994) desenvolveu o modelo SST, que estima a turbulência combinando os modelos $k-\omega$ e $k-\varepsilon$, cada um aplicado as situações em que estes desenvolvem melhores comportamentos. Este modelo é chamado de modelo SST (*Shear Stress Transport*).

Noleto (2006) diz que com o objetivo de que cada modelo seja aplicado na situação em que obtém os melhores resultados, multiplica-se o modelo $k-\varepsilon$ por um fator denotado “função de mistura” e a equação resultante, então, é somada ao modelo $k-\omega$ multiplicado por este mesmo fator.

Assim, as equações do modelo SST são as equações (3.50) e (3.51).

$$\rho \left(\frac{\partial k}{\partial t} + u_i \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) = P_k - \beta' k \omega \rho + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (3.50)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_i \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) = \alpha \rho S^2 + \beta \rho \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} + \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (3.51)$$

Quando a região em análise consiste da parede da geometria simulada e do interior da camada limite, o valor atribuído a F_1 é unitário. Para regiões externas à camada limite, F_1 torna-se nula. A equação (3.52) mostra o cálculo de F_1 .

$$F_1 = \tanh(\arg^4) \quad (3.52)$$

A função \arg é calculada segundo as equações (3.53) e (3.54).

$$\arg = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta_K \omega y}, \frac{500 \mu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho k}{CD_{\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (3.53)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \nabla k \nabla \omega, 10^{-10} \right) \quad (3.54)$$

Neste caso, a variável y representa a distância em relação à parede, sendo seu valor é nulo na parede.

A equação para a viscosidade turbulenta pode ser vista na equação (3.55).

$$\mu_t = \frac{\alpha_1 k}{\max\left(\alpha_1 \omega, \left(S_{ij} S_{ij}\right)^{\frac{1}{2}} F_2\right)} \quad (3.55)$$

Na equação (3.55), F_2 representa a função de mistura para a modelagem da viscosidade turbulenta. Seu valor pode ser visto na equação (3.56).

$$F_2 = \tanh\left(\arg_2^2\right) \quad (3.56)$$

O valor de \arg_2 pode ser visto na equação (3.57).

$$\arg_2 = \max\left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta' \omega y}, \frac{500\mu}{y^2 \omega}\right) \quad (3.57)$$

Por fim, a Tabela 3.4 mostra as constantes empíricas utilizadas no modelo. O índice 1 representa variáveis referentes ao modelo, enquanto que o índice 2 é referente ao modelo $k-\varepsilon$. O parâmetro β' consiste em uma constante de fechamento do modelo SST.

Tabela 3.4 Coeficientes empíricos do modelo SST

β'	α_1^*	β_1^*	α_{k1}	$\alpha_{\omega 1}$	α_2^*	β_2^*	α_{k2}	$\alpha_{\omega 2}$
0,09	$\frac{3}{40}$	$\frac{3}{40}$	0,5	0,5	0,44	$\frac{0,08}{28}$	1	$\frac{0,85}{6}$

3.6 Condições de contorno

Esta seção tem como objetivo apresentar um resumo das condições de contorno para a realização das simulações numéricas. As condições de contorno utilizadas neste trabalho são listadas a seguir.

- 1) Velocidade de entrada do líquido: relacionada com as velocidades superficiais citadas na Tabela 3.1;
- 2) Velocidade de entrada do gás: Nesta entrada, será iniciado um fluxo de ar com a velocidade superficial do ar segundo as condições de vazão a serem estudadas;
- 3) A fração de líquido no início das simulações numéricas será realizada utilizando o modelo de bolha apresentado no Apêndice A.
- 4) Parede: A parede da tubulação será modelada de acordo com a condição de não-deslizamento;
- 5) Pressão na saída: A pressão na saída será considerada a pressão atmosférica.

4 METODOLOGIA NUMÉRICA

Segundo Maliska (2004), a utilização de métodos numéricos para modelar escoamento em sistemas complexos de engenharia é realidade atualmente. Isso se deve ao do desenvolvimento de avançados computadores de com elevada capacidade de processamento e armazenamento. Além disso, as técnicas numéricas são ferramentas muito versáteis, o que vem ampliando o seu campo de aplicação.

Os métodos numéricos são amplamente utilizados na resolução de escoamentos envolvendo fenômenos complexos, sendo, comumente, a única alternativa para a solução destes tipos de sistemas. Porém, muitas vezes as soluções numéricas são reduzidos assintoticamente a cenários onde existem soluções analíticas com finalidade de verificar a consistência da implementação computacional das equações aproximadas que modelam o fenômeno em questão.

O método experimental possui a grande vantagem de trabalhar com o sistema real. Porém, a construção de uma bancada experimental, em geral, possui um custo elevado. Além disso, em determinadas situações, esta metodologia não pode ser utilizada pelo risco e segurança de seus operadores. Outro fator que torna essa abordagem inviável é a elevada dificuldade de gerar as condições reais de determinados sistema, como, por exemplo, o escoamento de petróleo e gás em águas profundas, onde a pressão, vazões dos fluidos, diâmetros das tubulações fazem proibitivo a sua reprodução em escala de laboratório.

Uma vantagem dos métodos numéricos, está em que não apresentam problemas de escala, desde que seja implementado corretamente as equações que modelam o escoamento. As simulações podem proporcionar resultados em menores tempos e com custos relativamente baixos. Na atualidade é frequente, em diversas aplicações, o projeto de equipamentos ou de sistemas de engenharia desenvolvidos utilizando resultados das simulações numéricas. Apenas na etapa final, onde é necessário verificar o resultado das simulações, são construídas bancadas experimentais para a validação e consolidação das simulações numéricas. Assim, a associação de experimentos e simulação numérica é de extrema importância no desenvolvimento de novas tecnologias, principalmente em escoamentos que envolvem fenômenos complexos, além de apresentar uma significativa redução de custos e de tempo.

Para a modelagem de fenômenos de mecânica dos fluidos, foram desenvolvidos diversos métodos. Dentre eles, pode-se citar o método de volumes finitos, que é uma

metodologia em que a conservação de uma determinada propriedade é satisfeita em volumes elementares discretos.

Segundo Ferziger (2002), este método utiliza a formulação integral para a equação da conservação como ponto de partida, descrita de acordo com a equação (4.1).

$$\int_S \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} dS = \int_S \Gamma \text{grad} \phi \cdot \vec{n} dS + \int_{\Omega} q_f d\Omega \quad (4.1)$$

O domínio da solução é dividido em pequenos volumes de controle. A abordagem usual é definir estes volumes de controle através de uma malha adaptável e associar o nó computacional ao ponto central do volume de controle. Para as condições de contorno, os nós são definidos de acordo com a Figura 4.1.

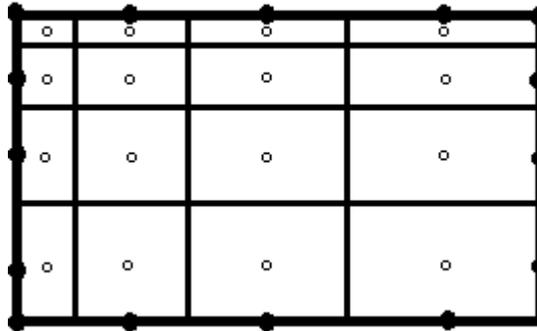


Figura 4.1 Tipo de malha de volumes finitos, com nós centrados nos volumes de controle.

A equação (4.1) é aplicada para cada volume diferencial que compõe o sistema em que está sendo realizada a análise. Somando os resultados de cada um destes volumes, obtém-se o resultado global da equação de conservação.

Para o caso bidimensional, o volume de controle consiste de 4 faces planas. Para descrever o fluxo total através das fronteiras de um volume de controle, resolve-se a equação (4.2).

$$\int_S f dS = \sum_k \int_{S_k} f dS \quad (4.2)$$

Na equação (4.2), f pode representar o termo convectivo (equação 4.3) ou o termo difusivo (equação 4.4).

$$f = \rho \phi \vec{U} \cdot \vec{n} \quad (4.3)$$

$$f = \Gamma \text{grad} \phi \cdot \vec{n} \quad (4.4)$$

Visto que as velocidades e as propriedades do fluido são conhecidas, a única variável desconhecida é o ϕ .

A Figura 4.2 representa os fluxos em cada uma das faces de um volume diferencial genérico. A análise a seguir será feita em função da face E, sendo análoga para as demais.

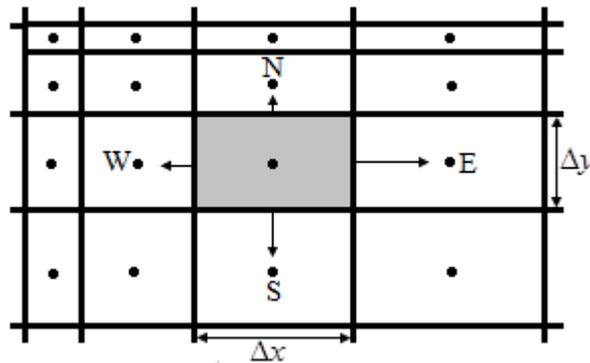


Figura 4.2 Típico volume de controle e a notação utilizada em uma malha cartesiana 2D

Aplicando-se a equação (4.2) na face E, o valor de f ao longo de toda a sua superfície torna-se necessário. Porém, essa informação não é conhecida. Então, é calculada uma aproximação, partindo do valor de ϕ calculado para o ponto central do volume de controle.

A aproximação mais simples para a equação (4.2) é realizada através da regra do ponto médio. Assim, a integral é calculada então, como pode ser visto na equação (4.5).

$$F_e = \int_{S_e} f dS = \bar{f}_e S_e \approx f_e S_e \quad (4.5)$$

Porém, como o valor de f não é conhecido no ponto E, este valor deve ser obtido através de interpolações. Se o valor de f é assumido para ter um formato simplificado, a interpolação é simples. A acurácia da aproximação depende, portanto, da complexidade da função f .

Determinados termos da equação de transporte necessitam integração ao longo do volume de uma célula diferencial. A maneira mais simples de se obter o valor deste termo é através da equação (4.6).

$$Q_p = \int_{\Omega} q d\Omega = \bar{q} \Delta\Omega \approx q_p \Delta\Omega \quad (4.6)$$

O subscrito “p” representa o valor da incógnita no ponto p. Caso este valor não seja conhecido, novamente é necessária interpolação.

Uma das maneiras de obter as equações de conservação para a metodologia dos volumes finitos é realizar balanços de uma determinada propriedade em cada volume elementar. Além disso, outra maneira para a obtenção destas equações é integrar sobre o volume elementar as equações conservativas para a propriedade em questão, em função do espaço e do tempo.

Nota-se que estas duas formas são equivalentes. Para a conservação da massa, tem-se que a equação (4.7) representa o balanço desta propriedade no volume elementar.

$$\dot{m}_e - \dot{m}_w + \dot{m}_n - \dot{m}_s = 0 \quad (4.7)$$

Reescrevendo a equação (4.7) em função da velocidade, tem-se a equação (4.8).

$$\rho u \Delta y|_e - \rho u \Delta y|_w + \rho u \Delta x|_n - \rho u \Delta x|_s = 0 \quad (4.8)$$

Dividindo a equação (4.8) por $\Delta x \Delta y$, obtém a equação (4.9).

$$\frac{\rho u|_e - \rho u|_w}{\Delta x} + \frac{\rho u|_n - \rho u|_s}{\Delta y} = 0 \quad (4.9)$$

Aplicando a operação de limite na equação (4.9), tem-se a equação (4.10), que é uma equação conservativa, visto que os produtos ρu estão dentro do operador de derivada.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u) = 0 \quad (4.10)$$

Integrando a equação (4.10) sobre o volume, têm-se as equações (4.11) e (4.12).

$$\int_w^e \int_s^n \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u) \right] dx dy = 0 \quad (4.11)$$

$$\int_s^n [\rho u|_e - \rho u|_w] dy + \int_w^e [\rho v|_n - \rho v|_s] dx = 0 \quad (4.12)$$

Realizando mais uma integração, é possível obter a equação (4.8).

Nas próximas seções, será apresentada a modelagem numérica utilizada pelo programa computacional Star-CCM+ no tratamento da equação de transporte, método VOF e tratamento de condições de contorno. Ao final do capítulo, será descrita a metodologia utilizada para a obtenção da malha numérica utilizada no desenvolvimento do presente trabalho.

4.1 Equação geral de transporte

A formulação integral da equação de balanço é descrita através da equação (4.13).

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \chi \phi dV + \int_A \rho \phi (\mathbf{v} - \mathbf{v}_g) \cdot d\mathbf{a} = \int_A \Gamma \nabla \phi \cdot d\mathbf{a} + \int_V S_\phi dV \quad (4.13)$$

Da esquerda para a direita, têm-se o termo transiente, o termo de fluxo convectivo, o termo de fluxo difusivo e o termo fonte volumétrico. Aplicando a equação (4.13) em uma célula n , tem-se a equação (4.14).

$$\frac{d}{dt} (\rho \chi \phi V)_n + \sum_f [\rho \phi (\mathbf{v} \cdot \mathbf{a} - G)]_f = \sum_f (\Gamma \nabla \phi \cdot \mathbf{a})_f + (S_\phi V)_0 \quad (4.14)$$

O termo transiente é utilizado apenas em aplicações transientes, como são as condições simuladas neste trabalho. Neste caso, o termo é discretizado utilizando o esquema de primeira ordem no nível de tempo atual, como pode ser visto na equação (4.15).

$$\frac{d}{dt} (\rho \chi \phi V)_n = \frac{(\rho \chi \phi V)_0^{n+1} - (\rho \chi \phi V)_0^n}{\Delta t} \quad (4.15)$$

O termo fonte é aproximado utilizando a equação (4.16).

$$\int_V S_\phi dV = (S_\phi V)_0 \quad (4.16)$$

Os termos convectivo e difusivo são discretizados de acordo com as equações (4.17) e (4.18).

$$[\phi \rho (\bar{\mathbf{v}} \cdot \bar{\mathbf{a}} - G)]_f = (\dot{m} \phi)_f = \dot{m}_f \phi_f \quad (4.17)$$

$$D_f = \sum_f (\Gamma \nabla \phi \cdot \bar{\mathbf{a}})_f \quad (4.18)$$

Nas faces do interior do volume de controle, tem-se a equação (4.19).

$$\nabla \phi_f = (\phi_1 - \phi_0) \bar{\alpha} + \nabla \phi - (\nabla \phi \cdot d\bar{s}) \bar{\alpha} \quad (4.19)$$

Onde:

$$\bar{\alpha} = \frac{\vec{a}}{\vec{a} \cdot d\bar{s}} \quad (4.20)$$

$$d\bar{s} = \vec{x}_1 - \vec{x}_0 \quad (4.21)$$

$$\overline{\nabla \phi_f} = \frac{(\nabla \phi_0 + \nabla \phi_1)}{2} \quad (4.22)$$

Nas faces interiores, o fluxo difusivo pode ser escrito de acordo com a equação (4.23).

$$D_f = \Gamma_f \nabla \phi_f \cdot \vec{a} = \Gamma_f \left[(\phi_1 - \phi_0) \bar{\alpha} \cdot \vec{a} + \overline{\nabla \phi} \cdot \vec{a} - (\overline{\nabla \phi} \cdot d\bar{s}) \bar{\alpha} \cdot \vec{a} \right] \quad (4.23)$$

Nas faces das fronteiras, é escrita a equação (4.24).

$$D_f = \Gamma_f \nabla \phi_f \cdot \vec{a} = \Gamma_f \left[(\phi_f - \phi_0) \bar{\alpha} \cdot \vec{a} + \overline{\nabla \phi_0} \cdot \vec{a} - (\overline{\nabla \phi_0} \cdot d\bar{s}) \bar{\alpha} \cdot \vec{a} \right] \quad (4.24)$$

Onde:

$$\bar{\alpha} = \frac{\vec{a}}{\vec{a} \cdot d\bar{s}} \quad (4.25)$$

$$d\bar{s} = \vec{x}_f - \vec{x}_0 \quad (4.26)$$

4.2 Modelo VOF

Conforme descrito no capítulo anterior, o modelo VOF descreve o comportamento de dois fluidos imiscíveis, em que a equação da conservação da fração de vazão pode ser escrita de acordo com a equação (4.27).

$$\frac{d}{dt} \int_V \alpha_i dV + \int_S \alpha_i (\vec{v} - \vec{v}_g) d\vec{a} = \int_V \left(S_{\alpha_i} - \frac{\alpha_i}{\rho_i} \frac{D\rho_i}{Dt} \right) dV \quad (4.27)$$

Para casos em que há grande variação no tempo da fração volumétrica α_i , existe uma grande variação, portanto, da densidade da mistura. Assim, como o termo transiente não pode ser discretizado em função da pressão e da velocidade, isso pode gerar problemas para um tratamento numérico dentro de uma solução segregada. Então, a equação é reescrita conforme pode ser visto abaixo.

$$\int_A (\vec{v} - \vec{v}_g) d\vec{a} = \sum \int_V \left(S_{\alpha_i} - \frac{\alpha_i}{\rho_i} \frac{D\rho_i}{Dt} \right) dV \quad (4.28)$$

Uma qualidade importante de uma mistura das fases imiscíveis é que os componentes do fluido permaneçam sempre separados por uma interface nítida. O regime de alta resolução da interface de captura (em inglês High-Resolution Interface Capturing, ou HRIC) foi concebido para simular o transporte convectivo de componentes fluidos imiscíveis, resultando em um regime que é apropriado para rastrear interfaces acentuadas. Um simples esquema de alta ordem falharia para aproximar grandes variações espaciais de frações de cada uma das fases.

Esse esquema é baseado no diagrama variável de normalização (NVD), como será descrito a seguir.

O NVD é útil para analisar propriedades limites dos esquemas convectivos de discretização. Na Figura 4.5 podem ser vistas três células onde a velocidade v_f é conhecida.

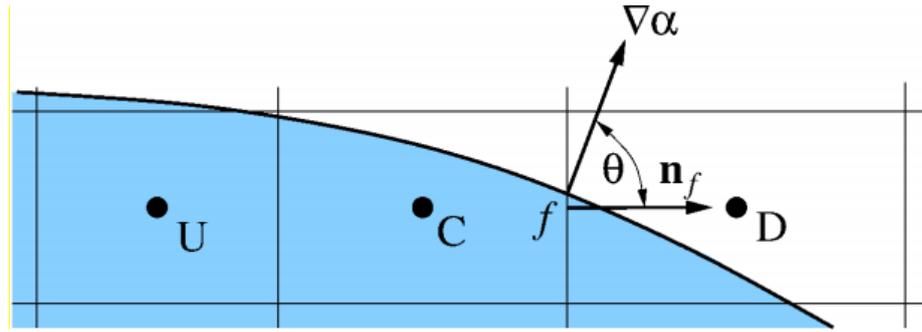


Figura 4.3 Representação da modelagem numérica do modelo VOF

A variável normalizada $\xi(\vec{r}, t)$ na face f pode ser escrita conforme a equação (4.29).

$$\xi(\vec{r}, t) = \frac{\alpha(\vec{r}, t) - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (4.29)$$

O valor normalizado na face é, portanto:

$$\xi_f = \frac{\alpha_f - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (4.30)$$

Analogamente, para o centro das células, tem-se:

$$\xi_C = \frac{\alpha_C - \alpha_U}{\alpha_D - \alpha_U} \quad (4.31)$$

A definição da fronteira necessita de que umas destas duas condições sejam satisfeitas, quais sejam:

$$\alpha_U \leq \alpha_C \leq \alpha_D \quad (4.32)$$

$$\alpha_D \leq \alpha_C \leq \alpha_U \quad (4.33)$$

Além disso, os seguintes itens devem ser seguidos:

- a) Para $0 \leq \xi_C \leq 1$, a fronteira entre as duas fases se encontra acima da linha $\xi_f = \xi_C$ e abaixo de $\xi_f = 1$.
- b) Para $\xi_C < 0$ e $\xi_C > 1$, $\xi_f = \xi_C$

O valor normalizado para uma face f ξ_f é calculado segundo as seguintes condições:

$$\xi_f = \begin{cases} \xi_C & \text{se } \xi_C < 0 \\ 2\xi_C & \text{se } 0 \leq \xi_C < 0.5 \\ 1 & \text{se } 0.5 \leq \xi_C < 1 \\ \xi_C & \text{se } 1 \leq \xi_C \end{cases} \quad (4.34)$$

O valor de ξ_f calculado é, posteriormente corrigido de acordo com o número de Courant local, calculado de acordo com a equação (4.35).

$$Co = \frac{\vec{v} \cdot \vec{a}_f}{V_{Pc}} \delta t \quad (4.35)$$

Essa correção é para considerar o critério de disponibilidade, que diz que uma quantidade de um fluido que sofre convecção através da face de uma célula durante um passo de tempo é sempre menor ou igual à quantidade disponível na célula da qual advém o fluxo de fluido. Essa correção é realizada através das seguintes expressões:

$$\xi_f^* = \begin{cases} \xi_f & \text{se } Co < Co_l \\ \xi_C + (\xi_f - \xi_C) & \text{se } Co_l \leq Co < Co_u \\ \xi_C & \text{se } Co_u \leq Co \end{cases} \quad (4.36)$$

Outra correção, que reduz a tendência da interface de se alinhar com a malha, está descrita na equação (4.37).

$$\xi_f^{**} = \xi_f^* (\cos \theta)^{0.05} + \xi_c [1 - (\cos \theta)^{0.05}] \quad (4.37)$$

Essa correção considera a orientação da interface em relação a face da célula.

O valor da fração de volume na face da célula é, então, calculado segundo a equação (4.38).

$$\alpha_f^{HRIC} = \xi_f^{**} (\alpha_D - \alpha_U) + \alpha_U \quad (4.38)$$

4.3 Condições de contorno

Neste trabalho, foram utilizadas três diferentes condições de contorno, como especificadas na seção anterior. São elas: velocidade de entrada na tubulação, parede e pressão da saída na tubulação. A formulação destas condições será descrita a seguir.

4.3.1 Velocidade da entrada na tubulação

A condição de contorno de velocidade da entrada representa o fluxo de entrada de em um duto em que a velocidade do escoamento é conhecida. Assim, a velocidade nesta fronteira é especificada pelo usuário. Ainda nesta face, a pressão é extrapolada a partir de valores das células adjacentes.

4.3.2 Parede

A fronteira denominada Parede representa uma superfície impermeável. Em simulações em que é considerada uma condição de não deslizamento das paredes, como o caso considerado neste trabalho, a velocidade tangencial do fluido na parede é 0 (zero). O valor da pressão, neste tipo de fronteira, é extrapolado de células vizinhas.

4.3.3 Pressão da saída na tubulação

A condição de contorno denominada Pressão de Saída é uma fronteira em que se especifica a pressão na saída do escoamento. A velocidade na face que representa a fronteira do escoamento é extrapolada a partir de seu valor em células interiores.

4.4 Malha numérica

Antes da realização da simulação numérica, é necessária a etapa de pré-processamento. Nesta etapa, é gerada a geometria do sistema a ser simulado, também conhecida como domínio fluido. Em seguida, em se tratando de geometrias complexas, é necessária uma simplificação deste sistema para não ocasionar problemas numéricos devido à má geração de malha ou excessivos tempos computacionais. Após isso, é gerada a malha computacional. A malha consiste na divisão da geometria do sistema em pequenos volumes, como descrito anteriormente. Neste trabalho, devido à simplicidade da geometria, a segunda etapa foi desnecessária, sendo efetuadas apenas a primeira e a terceira.

A malha foi gerada através do software Star-CCM+. O tipo de malha utilizada na modelagem da geometria foi a hexaédrica, nomeada de *Trimmed* (“Aparado”, em tradução literal). Este tipo de malha é robusto e eficiente, em especial na simulação de geometrias simples, como é o caso da utilizada neste trabalho.

Este esquema de geração de malha combina uma variedade de atributos desejados. Dentre eles, observa-se:

- a) Uma predominância de elementos hexaédricos com uma assimetria mínima entre as células;
- b) Qualidade de malha independente;
- c) Alinhamento com o sistema de coordenadas especificado.

Por padrão, este modelo de malha utiliza uma malha hexaédrica base, utilizando como dado de entrada a superfície inicial da geometria a ser simulada. Assim, a malha é construída “cortando” ou “aparando” a malha inicial. Essa malha base contém um refinamento definido pelo usuário.

Um exemplo da malha hexaédrica pode ser visto na Figura 4.6.

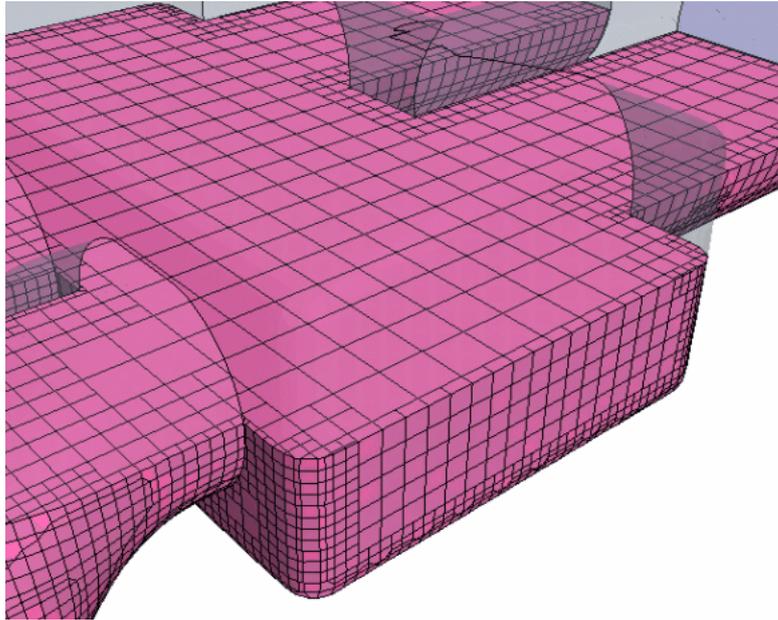


Figura 4.4 Exemplo de malha *Trimmed* (CD-Adapco, 2015)

4.5 Teste de malha

A etapa de teste de malha é fundamental na realização de simulações numéricas. O objetivo desta fase é avaliar a influência da malha na qualidade dos resultados numéricos.

Parte-se de uma malha grosseira. É realizada a simulação numérica no sistema em questão e, em seguida, são extraídos os resultados. Após essa primeira etapa, esta malha é refinada. Utilizando as mesmas configurações da simulação com a malha anterior, realiza-se novamente a simulação e extraem-se os resultados. Os resultados destas duas simulações são comparados. Este procedimento é repetido até que a diferença entre os resultados obtidos utilizando duas diferentes malhas seja baixa. Essa diferença deve ser definida pelo pesquisador. Utiliza-se a malha mais grosseira dentre elas, o que garante a qualidade dos resultados obtidos com um menor tempo computacional. O algoritmo utilizado como o procedimento para definir a malha computacional pode ser visto na Figura 4.7.

Para a realização dos testes de malha, três diferentes configurações foram testadas. Originalmente, foi construída uma malha estruturada grosseira, com volumes diferenciais de lados 1 mm (malha 1). Em seguida, foi criada uma segunda malha, mais refinada, com o comprimento do lado do volume diferencial igual a 0.75 mm (malha 2). Ao fim, uma terceira malha foi desenvolvida, com lados de 0.5 mm (malha 3). Por limitações de hardware, não foi

possível a construção de uma malha mais refinada. A Tabela 4.1 mostra informações referentes a cada uma das malhas descritas anteriormente.

Tabela 4.1 Descrição das malhas geométricas utilizadas

MALHAS	1	2	3
Comprimento do lado volume diferencial nos eixos x (Δx) e y (Δy)	1 mm	0.75 mm	0.5 mm
Quantidade de volumes diferenciais	130000	240048	520000
Quantidade de faces	254974	473392	1029948
Quantidade de vértices	135027	246753	530053

A Figura 4.8 apresenta cada uma das três malhas testadas neste trabalho. Para que a visualização da malha não fosse prejudicada, é mostrada na figura apenas o início da tubulação. Devido ao grande comprimento desta geometria, não seria possível uma boa resolução da malha caso todo o tubo fosse apresentado. Apesar disso, o padrão da malha é mantido ao longo de toda a geometria.

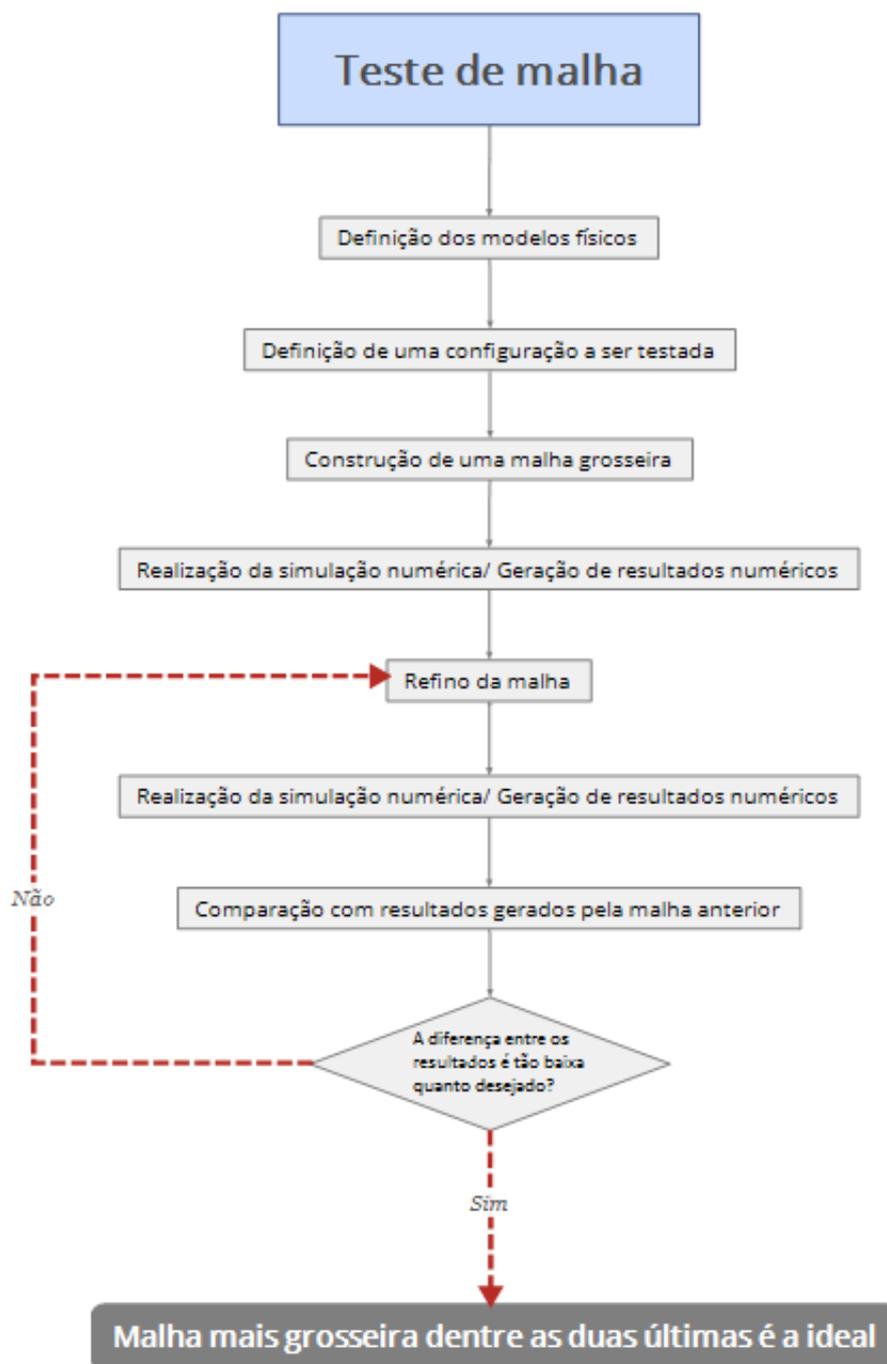


Figura 4.5 Esquematização de teste de malha

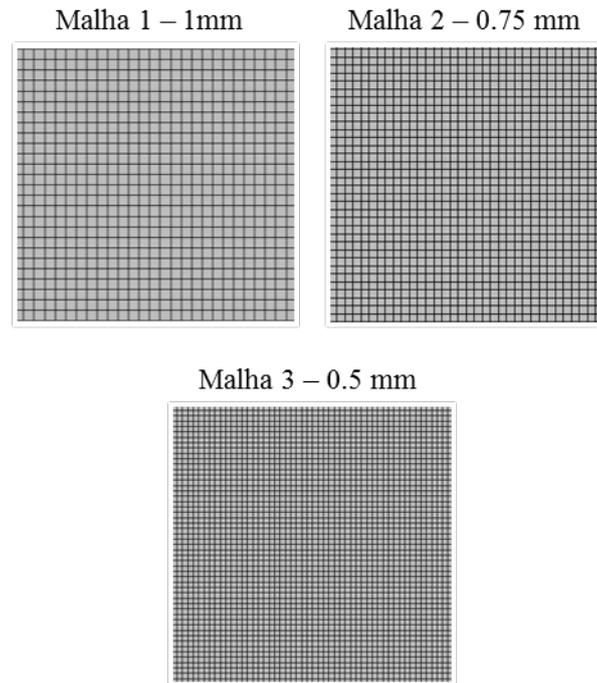


Figura 4.6 Malhas computacionais no início da tubulação

Depois de construída a malha computacional, foram realizadas simulações numéricas com as diferentes malhas. Na Tabela 4.2 são mostrados detalhes dos parâmetros utilizados para o teste de malha.

Tabela 4.2 Configurações das simulações realizadas no teste de malha

Tempo de simulação	Passo de tempo	Número de iterações dentro de cada passo de tempo	Velocidade superficial do líquido	Velocidade superficial do gás	Fração inicial de líquido na tubulação	Velocidade local do líquido	Altura de líquido no início da tubulação
12 s	0.001 s	5	1 m/s	2 m/s	0.5	2 m/s	$y_0 + 0.25D \text{sen} \left(4\pi \frac{t}{0.25L} \right)$

Em cada uma das simulações, foram monitorados os campos de velocidade e a fração de água a uma distância de 4 m da entrada da tubulação.

O perfil de velocidade pode ser visto na Figura 4.9. Para os resultados de fração de água, foi obtido o gráfico que pode ser visto na Figura 4.10. Em ambos os gráficos nota-se

uma diferença significativa entre os resultados gerados por cada uma das três malhas. Assim, optou-se pela utilização da malha mais refinada dentre as três. É importante ressaltar que, por limitações de *hardware*, não foi possível a geração de uma malha mais refinada do que a malha 3.

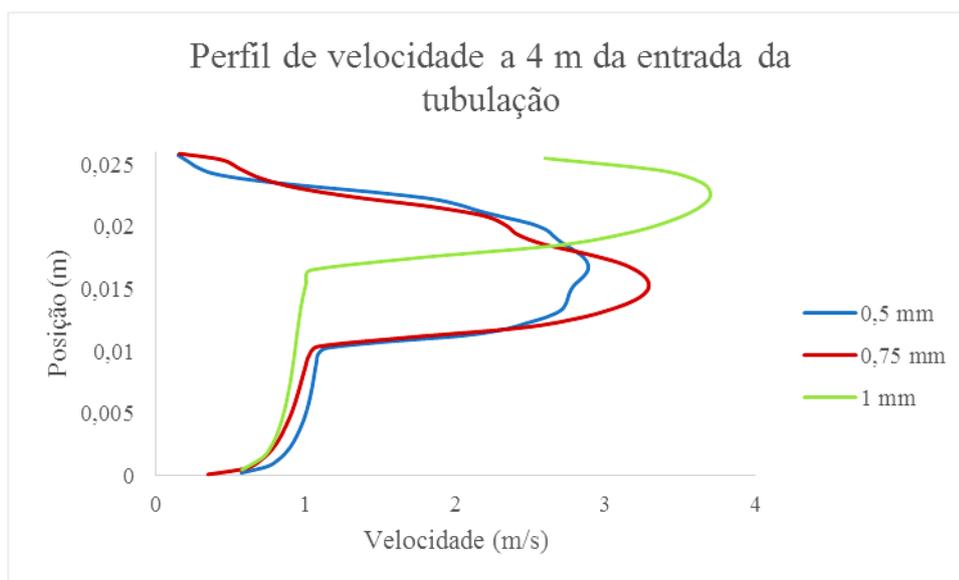


Figura 4.7 Perfil de velocidades para diferentes tamanhos de malha

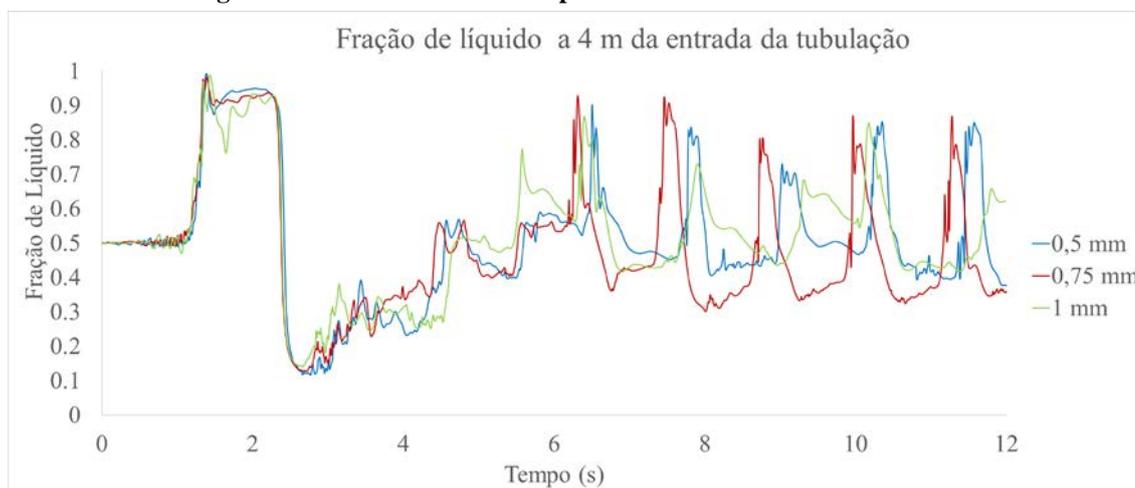


Figura 4.8 Gráfico da fração de líquido para diferentes tamanhos de malha

5 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados numéricos obtidos através da metodologia descrita nos capítulos anteriores. Em seguida, será descrita a metodologia utilizada para o processamento dos resultados gerados pelas simulações.

5.1 Geração do escoamento em golfadas

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos através da realização das simulações numéricas. Ela será dividida em duas subseções: a primeira descreverá os testes realizados sem perturbações externas na tubulação, além das geradas com o fluxo de líquido e gás no início da tubulação; a segunda trará os resultados obtidos inserindo-se perturbações senoidais ao escoamento na entrada da tubulação.

5.1.1 Simulações sem perturbações

A primeira metodologia utilizada consiste na entrada das duas fases envolvidas no escoamento bifásico estudado neste trabalho: o ar e a água. Selecionou-se dois pontos de combinações de j_G e j_L que, de acordo com o mapa de fluxo de Taitel e Dukler (1976), geram escoamento em golfadas. Estes pontos podem ser vistos abaixo, na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 Casos simulados para escoamentos sem perturbações

Ponto	j_L (m/s)	j_G (m/s)
1	0.5	0.5
2	1	2

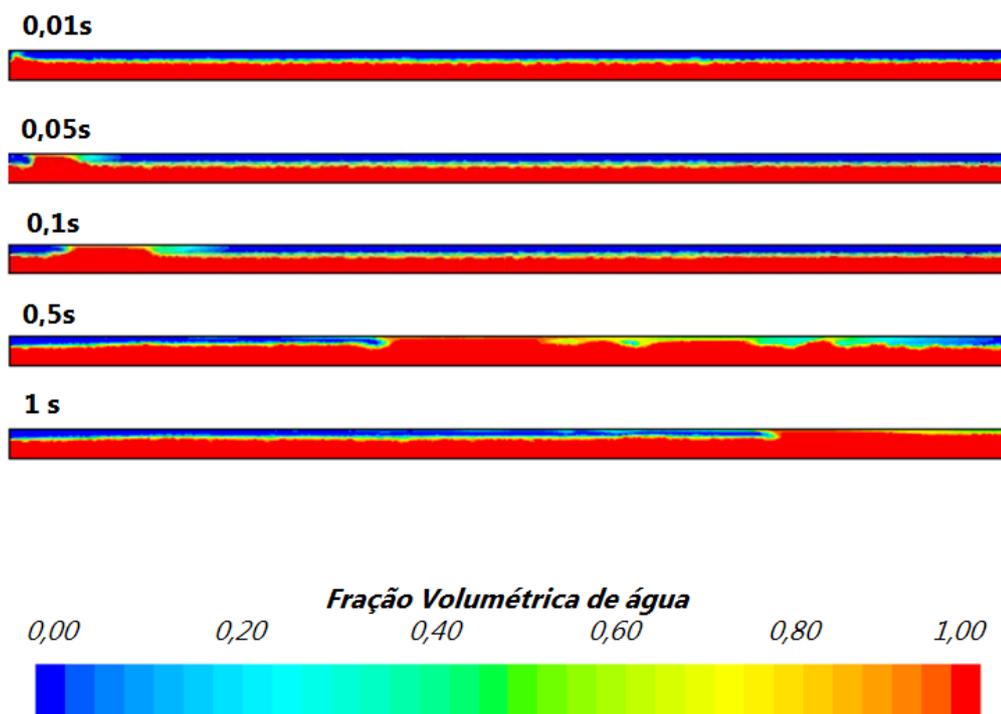
Utilizando o modelo de bolha, de Taitel e Barnea (1990), descrito no Apêndice A, a fração de líquido na entrada da tubulação e ao longo da tubulação foi determinada, conforme descrito no capítulo 3.

A Tabela 5.2 apresenta as configurações utilizadas nas simulações numéricas. As simulações foram realizadas para água e ar a temperatura ambiente e pressão na saída atmosférica (1bar)

Tabela 5.2 Configurações utilizadas nas simulações sem perturbação

Tempo de simulação [s]	Passo de tempo [s]	Número de iterações dentro de cada passo de tempo	Comprimento dos lados dos volumes diferenciais (mm)	j_L (m/s)		j_G (m/s)		h_L (m)	
				1	2	1	2	1	2
12	0,001	5	0,5	0,5	1	0,5	2	0,017	0,021

No início do escoamento, em ambos os casos, foi possível notar a formação de um pistão de líquido. Isso ocorreu devido à perturbação gerada pela variação de velocidades dos fluidos, que, originalmente, se encontravam em repouso. Isso pode ser visto na Figura 5.1, para o caso de $j_G=j_L=0,5$ m/s.

Figura 5.1 Iniciação do escoamento para $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s

Porém, após a passagem deste primeiro pistão, não houve, no escoamento, mais perturbações suficientes para gerar a formação de novos pistões. Isso pode ser visto na Figura 5.2, onde se observa uma tendência de bloqueio da seção transversal da tubulação, porém a

velocidade do gás não é alta o suficiente para proporcionar uma queda de pressão que cause o completo preenchimento, por líquido, desta área transversal do tubo.

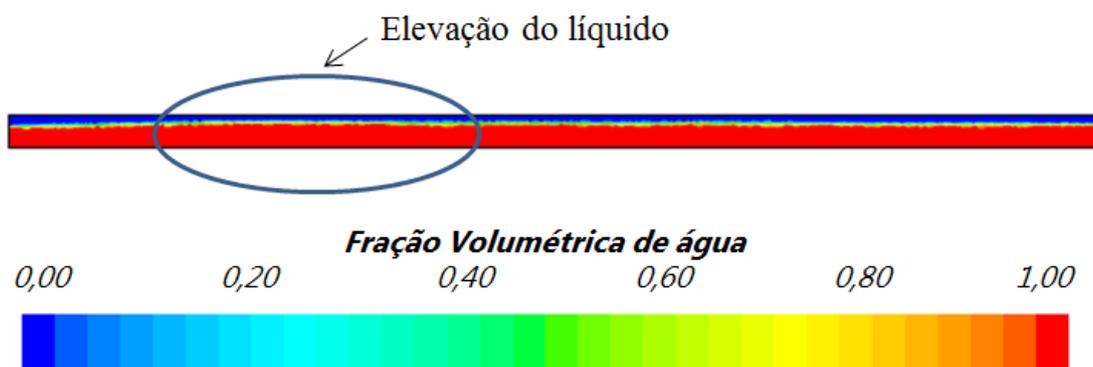


Figura 5.2 Escoamento com 5 s de simulação para $j_G=0,5\text{m/s}$ e $j_L=0,5\text{m/s}$

Utilizando velocidades superficiais mais elevadas, tanto de líquido quando de gás ($j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$), observou-se um comportamento semelhante no início do escoamento, como mostra a Figura 5.3. Porém, após a passagem do primeiro pistão, o escoamento manteve-se estratificado, conforme pode ser visto na Figura 5.4.

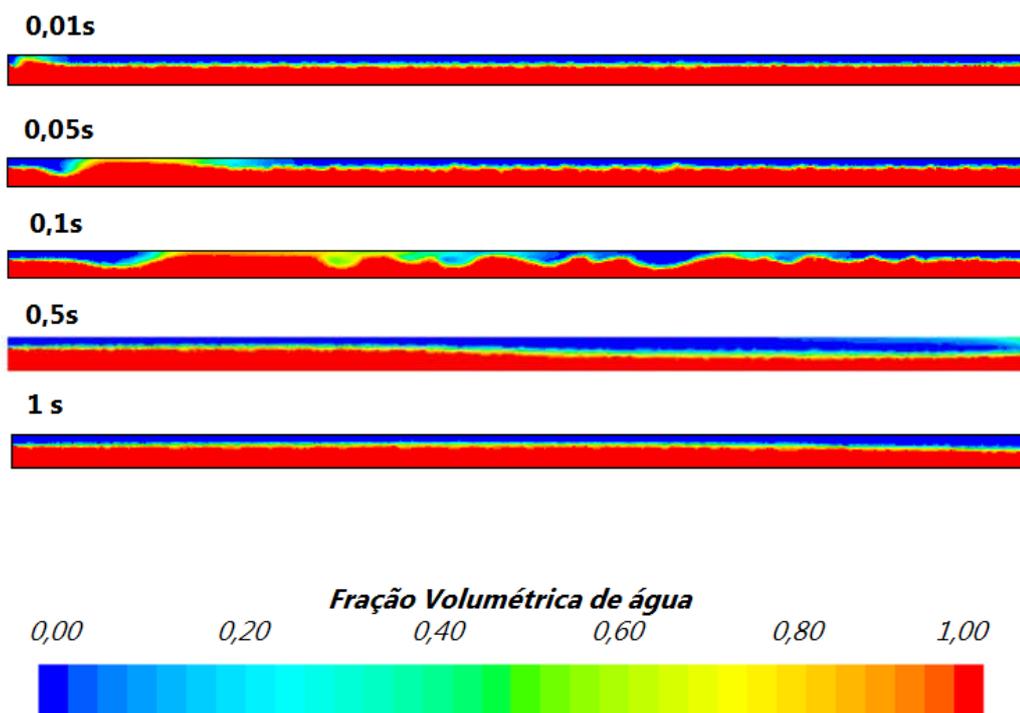


Figura 5.3 Iniciação do escoamento para $j_G=2\text{ m/s}$ e $j_L=1\text{ m/s}$

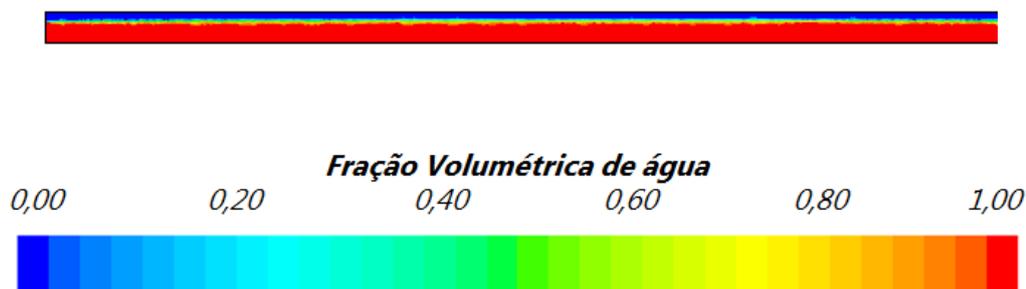


Figura 5.4 Escoamento com 2 s de simulação para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s

Assim, conclui-se que, para uma condição bidimensional sem introduzir perturbações no escoamento na entrada, não é possível a geração e manutenção de golfadas ao longo do escoamento. Isso ocorre devido a estabilização do escoamento após a passagem do primeiro pistão visto que as velocidades não foram suficientes para geração de instabilidades de Kelvin-Helmholtz.

5.1.2 Simulações com Perturbações no Escoamento

Nesta etapa do trabalho, foram realizadas simulações para três pares de velocidades superficiais, conforme pode ser visto na Tabela 5.3. Também, foi considerado o escoamento de água e ar na temperatura ambiente e pressão atmosférica na saída (1 bar).

Tabela 5.3 Pontos utilizados em simulações com perturbação no fluxo de entrada

Ponto	j_L (m/s)	j_G (m/s)
1	0.5	0.5
2	1	1
3	1	2

Cada um dos casos foi simulado até que a simulação atingisse estabilidade, ou seja, quando a variação entre frações de vazio das células unitárias fosse desprezível. A Figura 5.5 apresenta o gráfico deste parâmetro para a simulação com $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s. Nota-se que, após cerca de 7 s, as células unitárias passam a ter valores de fração de gás próximas, configurando assim a estabilização da simulação. Essa abordagem foi replicada para as outras simulações.

Fração de Vazio a 4,5 metros da entrada do duto

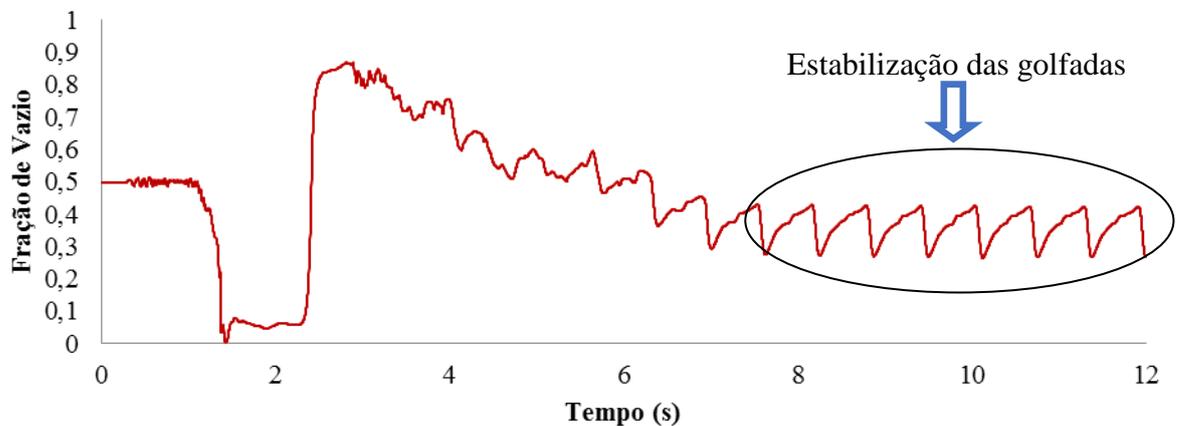


Figura 5.5 Estabilização das golfadas para o ponto 3

A Tabela 5.4 e Tabela 5.5 apresentam as configurações utilizadas nos testes desta subseção. Após o término das simulações, cada uma delas foi analisada focando a análise nos seguintes fatores: perturbação na entrada do duto e formação do escoamento em golfada. A seguir, cada uma destas variáveis de análise será descrita para os casos simulados.

Tabela 5.4 Configurações de simulação com condições de entrada com perturbação, parte A

Tempo de simulação (s)			Passo de tempo (s)	Número de iterações dentro de cada passo de tempo	Comprimento dos lados dos volumes diferenciais (mm)	Altura inicial de líquido na tubulação (mm)	j_L (m/s)			j_G (m/s)		
1	2	3					1	2	3	1	2	3
30	20	12	0,001	5	0,5	13	0,5	1	1	0,5	1	2

Tabela 5.5 Configurações de simulação com condições de entrada com perturbação, parte B

Altura de líquido no fluxo de entrada		
1	2	3
$y_0 + 0.25D \text{sen}\left(2\pi \frac{t}{0.25L}\right)$	$y_0 + 0.25D \text{sen}\left(4\pi \frac{t}{0.25L}\right)$	$y_0 + 0.25D \text{sen}\left(4\pi \frac{t}{0.25L}\right)$

5.1.2.1 Perturbação na entrada do tubo

Conforme apresenta a Tabela 5.4, a função da perturbação varia em função da velocidade da fase líquida. Assim, para os casos 2 e 3, tem-se a mesma função de variação. Entretanto, os diferentes valores da velocidade superficial do gás causaram impactos significativos nos resultados das simulações numéricas.

Os instantes iniciais da simulação realizada para $j_G=j_L=0,5$ m/s pode ser visto na Figura 5.6.

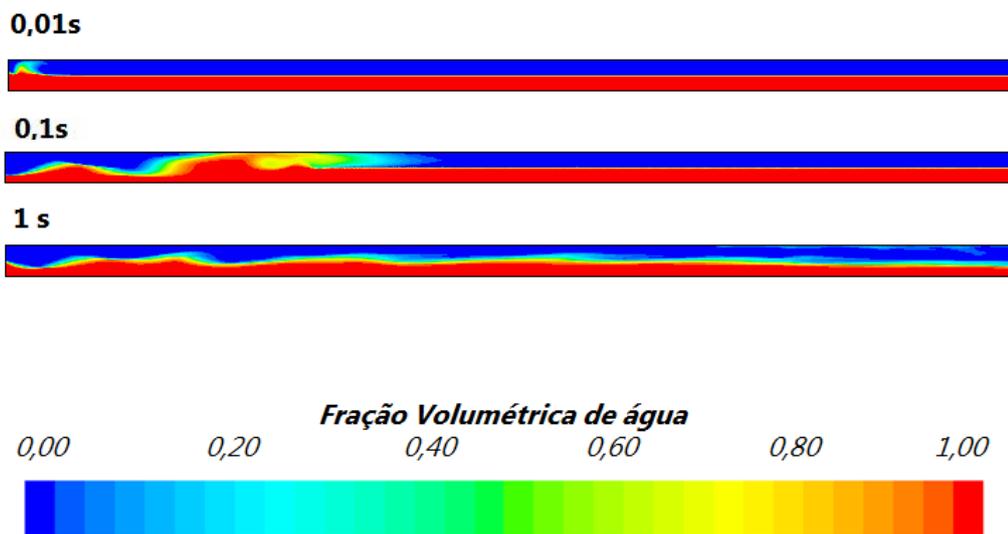


Figura 5.6 Iniciação do escoamento para $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s

Assim como nas simulações sem perturbação, no momento em que o sistema sai do estado de repouso (água e ar dentro da tubulação no instante $t=0$ s), com a injeção dos fluidos na tubulação, ocorre a formação de um pistão de líquido. Este se propaga ao longo da tubulação nos primeiros décimos de segundos de simulação. Entretanto, devido as baixas

velocidades, este pistão, com 1 s de simulação, se desfez. Ao contrário das simulações da subseção anterior, mesmo após a passagem deste pistão, ondas continuam sendo formadas no líquido, decorrentes da perturbação na entrada. Isso pode ser visto na Figura 5.7, que mostra o início da tubulação após 30 segundos de simulação.

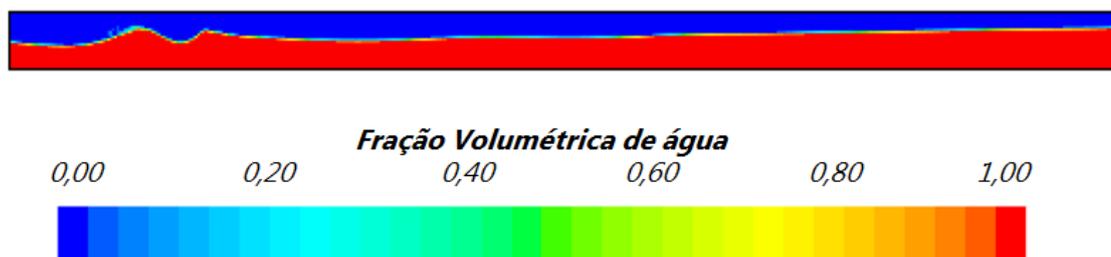


Figura 5.7 Início da tubulação após 30 s de simulação para $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s

Segundo Conte (2014), a configuração de $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s apresentam instabilidades de Kelvin-Helmholtz, o que justifica a formação de uma ondulação saliente e bem definida.

A Figura 5.8 apresenta a iniciação do escoamento para $j_G=1$ m/s e $j_L=1$ m/s, que apresentou comportamento semelhante ao caso anterior. Devido às velocidades mais altas, nota-se a formação e persistência do pistão de líquido após 1 segundo de simulação.

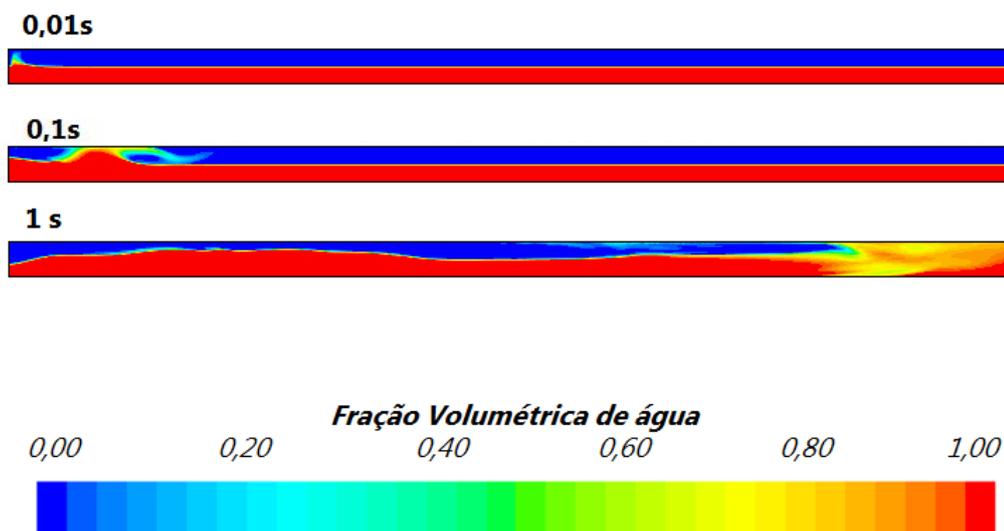


Figura 5.8 Iniciação do escoamento para $j_G=1$ m/s e $j_L=1$ m/s

Após 20 s de simulação, tempo em que as golfadas estabilizaram, o início da tubulação manteve a perturbação. Porém, este ponto não apresenta as mesmas instabilidades do caso descrito anteriormente. Assim, nota-se pouca ondulação na interface líquido-gás, decorrente apenas da variação senoidal da altura do líquido.



Figura 5.9 Início da tubulação após 20 s de simulação para $j_G=1$ m/s e $j_L=1$ m/s

Para o caso de $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s, o início do escoamento ocorreu de acordo com a Figura 5.10. Devido ao maior valor da velocidade superficial envolvido nesta simulação, é possível observar a formação do pistão de líquido em um tempo menor em relação aos casos 2 e 3. Isso ocorreu devido à alta velocidade relativas do gás em relação ao líquido, que provoca maior queda de pressão, o que causa o fechamento da tubulação pela água. Além disso, a interface líquido-gás não está tão bem definida. É provável que uma malha mais refinada gerasse maior precisão na formação da superfície livre do escoamento.

Devido às altas velocidades envolvidas, esta simulação se estabilizou com apenas 12 s. A Figura 5.11 apresenta a tubulação após este tempo. É possível perceber uma maior perturbação na interface em relação ao caso 2, novamente decorrente da velocidade de gás relativamente elevada. Apesar disso, mesmo com uma ondulação acentuada imediatamente no início no duto, a interface líquido-gás é suavizada a medida que percorre a tubulação.

5.1.2.2 Formação do escoamento em golfadas

Após a estabilização das simulações, a interface líquido-gás nas regiões centrais do tubo foram analisadas.

A Figura 5.12 mostra a interface líquido-gás para a simulação 1, com $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s. Nesta simulação, é possível notar claramente a distinção entre as estruturas bolha e pistão. Dentre os 3 casos simulados, esta foi a única condição que satisfazia o critério de instabilidade de Kelvin-Helmholz, e que gerou mais claramente o escoamento em golfadas.

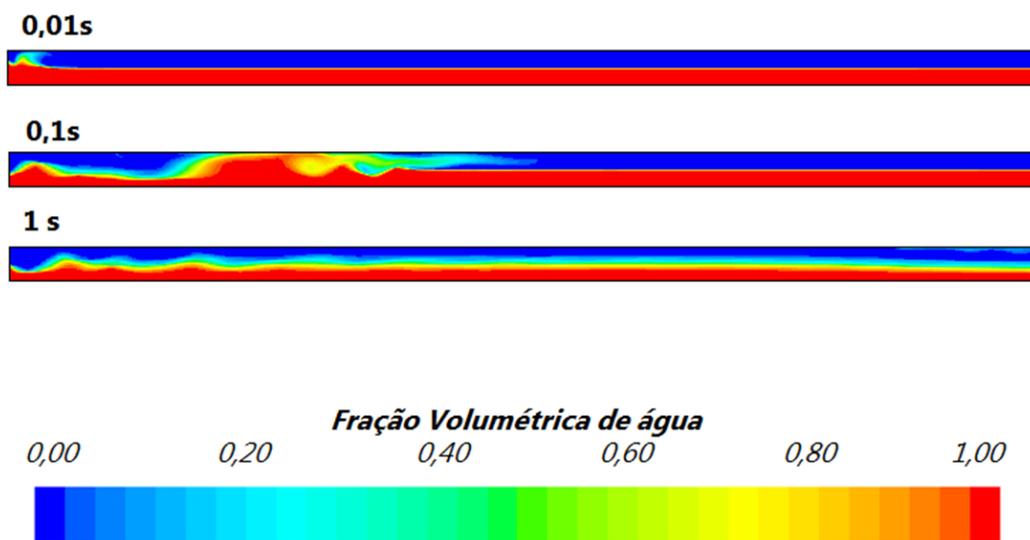


Figura 5.10 Início da tubulação da simulação para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s

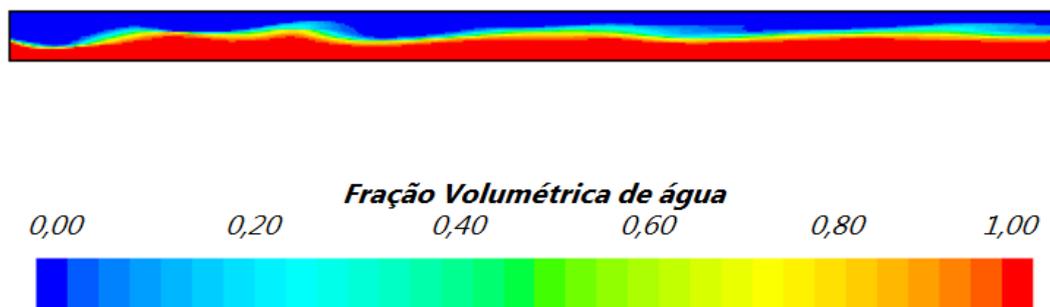


Figura 5.11 Início da tubulação após 12 s de simulação para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s

A Figura 5.13 apresenta o resultado obtido na simulação 2, com $j_G=1$ m/s e $j_L=1$ m/s. Nota-se uma tendência de preenchimento da seção transversal da tubulação pela água, porém resta entre o líquido e a parede um fino filme de gás.

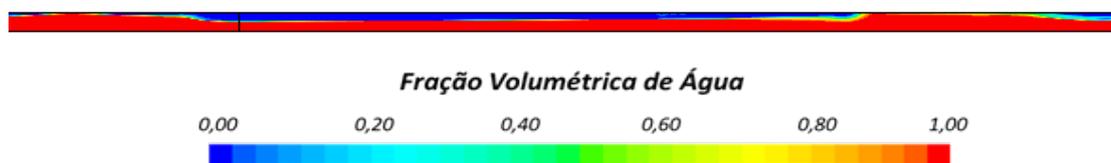


Figura 5.12 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=0,5$ m/s e $j_L=0,5$ m/s

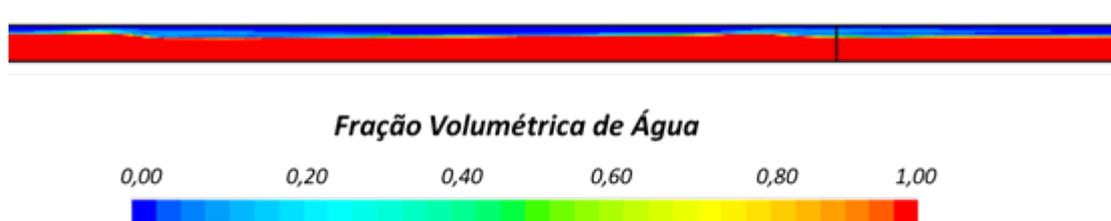


Figura 5.13 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=1$ m/s e $j_L=1$ m/s

Na Figura 5.14 é possível visualizar a interface líquido-gás para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s. O resultado foi bastante semelhante ao descrito anteriormente, com elevações na altura de líquido em determinados pontos, demonstrando uma propensão a formação do pistão de líquido.

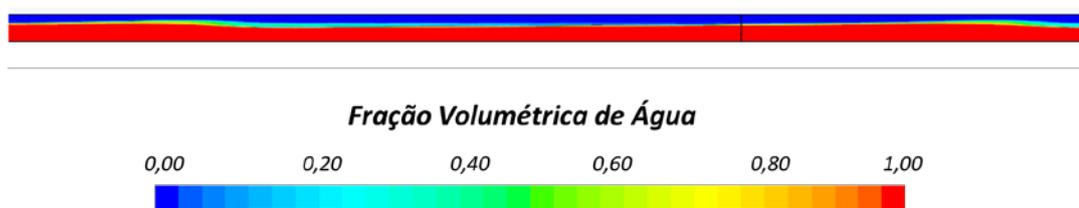


Figura 5.14 Interface líquido-gás na região central da tubulação para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s

5.2 Metodologia de processamento dos dados

Em cada uma das simulações, foram monitorados os valores da fração de vazio em diferentes pontos da tubulação, como pode ser visto na Figura 5.15.

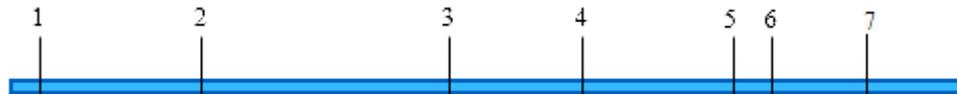


Figura 5.15 Representação gráfica das sondas utilizadas

A tabela mostra o posicionamento de cada sondas em função do diâmetro da tubulação.

Tabela 5.6 Pontos de monitoramento

Sondas	Diâmetros	Posição em relação à origem (m)
1	3,85	0,1
2	38,46	1,0
3	88,46	2,3
4	115,38	3,0
5	147,12	3,825
6	153,85	4,0
7	173,08	4,5

A partir dos dados coletados em cada uma das probes, foi realizado o processamento para a obtenção dos parâmetros característicos do escoamento em golfadas, descritos no capítulo 2. A seguir, será apresentada a metodologia para obtenção de cada um destes parâmetros.

Foram selecionados os dados obtidos para as duas últimas probes, visto que o escoamento estaria mais desenvolvido quando atingisse ambas.

5.2.1 Fator de corte e função binária

O primeiro passo para a obtenção dos parâmetros característicos do escoamento em golfadas é a determinação do Fator de Corte (FC). Este fator consiste em um valor de fração de vazio que a existência de um pistão de líquido ou de uma bolha alongada. Para valores de fração de vazio superiores a FC , tem-se a existência de bolhas alongadas. Caso contrário, a estrutura em questão se trata de um pistão de líquido. Neste trabalho, FC foi considerado igual a 30%. A Figura 5.17 exemplifica um gráfico de fração de vazio em função do tempo, no ponto em que j_G é igual a 2 m/s e j_L é igual a 1 m/s.

Depois de determinado o FC , é gerada uma função binária para cada uma das curvas da fração de vazio. Essa função binária FB pode ser vista na expressão abaixo.

$$FB = \begin{cases} 0 & \text{se } \alpha < FC \text{ (Pistão de Líquido)} \\ 1 & \text{se } \alpha \geq FC \text{ (Bolha Alongada)} \end{cases}$$

A Figura 5.17 mostra a fração binária aplicada aos valores de fração de vazio para o ponto de $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s.

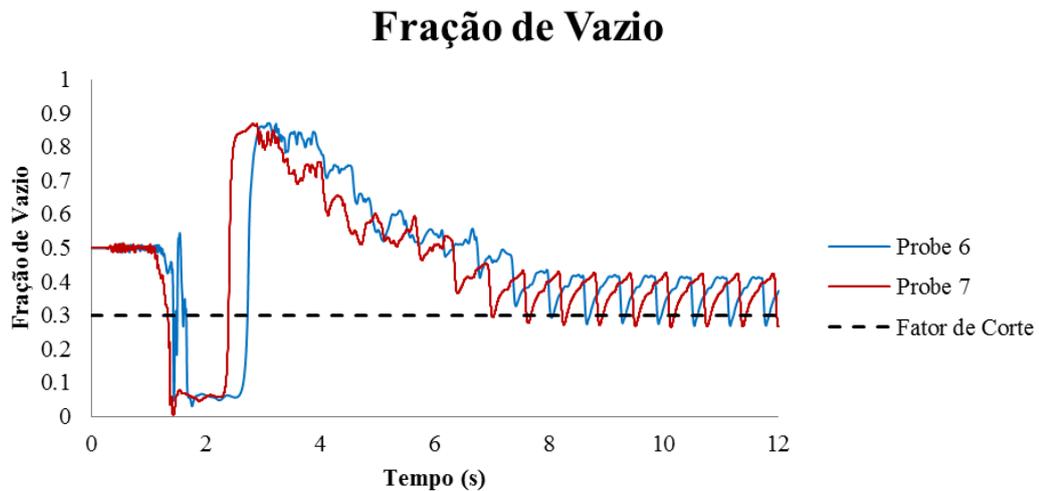


Figura 5.16 Gráfico da fração de vazio em função do tempo para $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s, a 4 e 4,5 m da entrada da tubulação.

Após a aplicação da função binária, alguns dados importantes podem ser extraídos do gráfico. Esses parâmetros serão descritos a seguir.

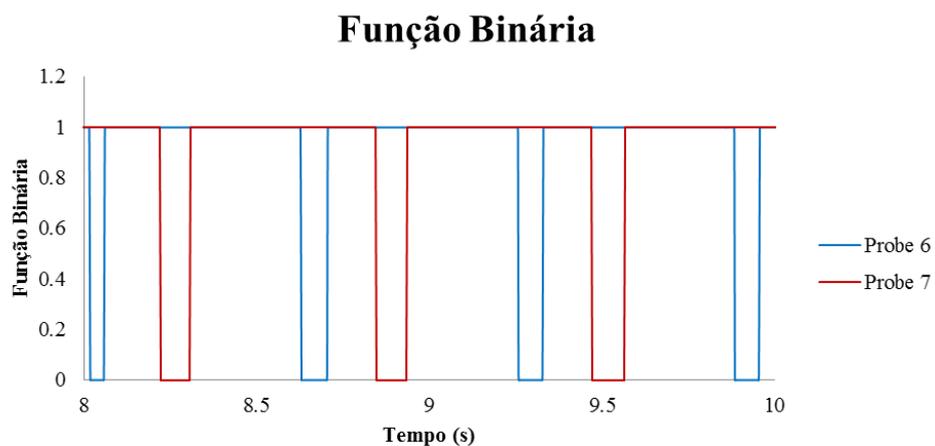


Figura 5.17 Função binária em função do tempo, para o ponto de $j_G=2$ m/s e $j_L=1$ m/s

5.2.2 Tempo de passagem de pistão de líquido e de bolha alongada

Os tempos de passagem de pistão de líquido (T_S) e de bolha alongada (T_B) consistem no intervalo de tempo em que cada uma das respectivas estruturas atravessa uma determinada probe. A Figura 5.18 mostra uma representação gráfica de cada um destes parâmetros.

Além disso, existem outros dois intervalos de tempo importantes para as próximas análises: o intervalo de tempo entre frentes de bolha (Δt_B) e entre frentes de pistões (Δt_S). Estes dois parâmetros também estão representados na Figura 5.18.

5.2.3 Fração de gás na região da bolha alongada

Visto que a variável monitorada consistiu na fração de vazio em determinadas probes na tubulação, a obtenção da fração de gás na região da bolha torna-se simples. Para uma bolha alongada, este parâmetro pode ser calculado através da média aritmética entre as frações de vazio em regiões onde existe essa estrutura característica.

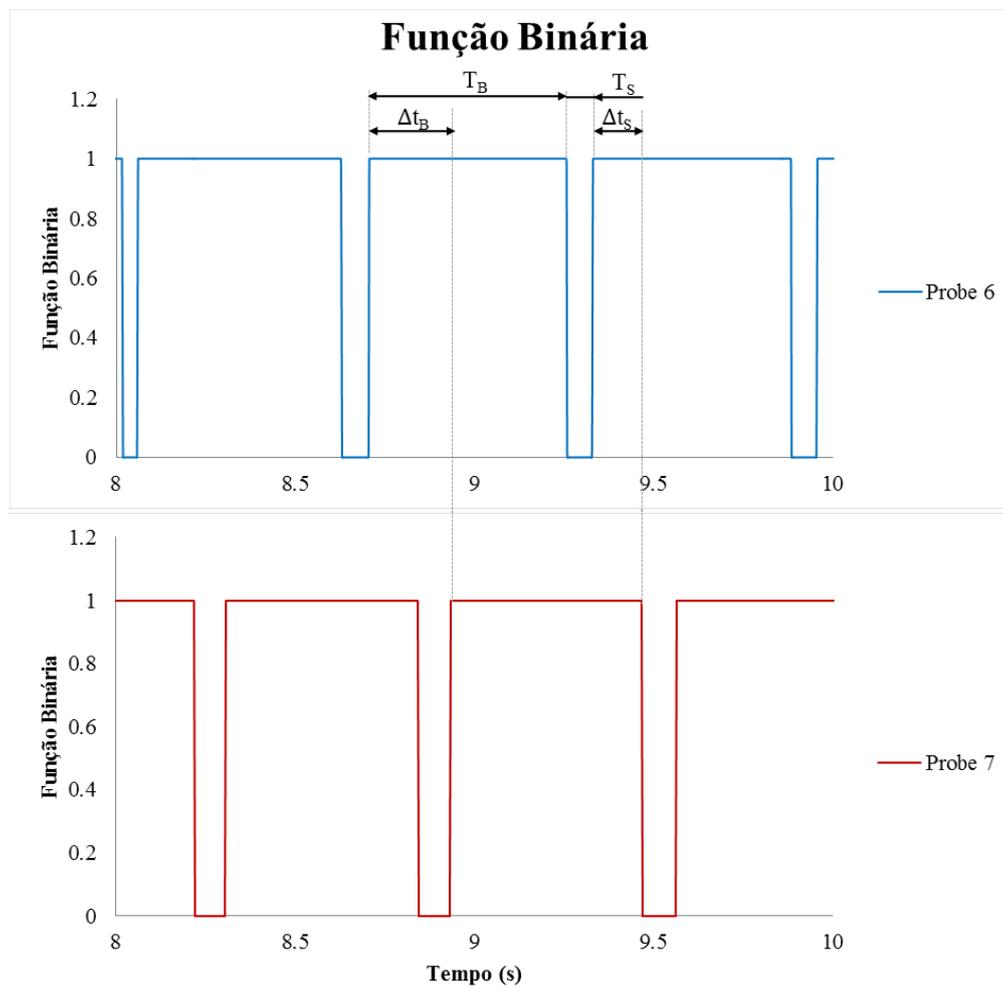


Figura 5.18 Representação gráfica dos tempos de passagem do pistão de líquido e da bolha alongada

5.2.4 Velocidade de translação da bolha alongada

Para a obtenção da velocidade da bolha alongada, sabe-se que os valores da fração de gás superiores a 0,3 representam a bolha alongada. Assim, o tempo entre os picos das curvas da Figura 5.18 representa o tempo que o nariz da bolha demorou para percorrer a distância entre cada uma das probes, neste caso, 0,5 m. Assim, a velocidade de translação da bolha alongada poderá ser estimada através da equação (5.1).

$$V_{TB} = \frac{0,5}{\Delta t_B} \quad (5.1)$$

5.2.5 Comprimento da bolha alongada

Uma aproximação para a obtenção do comprimento da bolha alongada pode ser feita através da velocidade de translação da bolha alongada. O comprimento de uma bolha alongada é, então, estimado multiplicando este intervalo de tempo pela velocidade de translação da bolha alongada, como pode ser visto na equação (5.2).

$$L_B = V_{TB} T_B \quad (5.2)$$

5.2.6 Velocidade do pistão de líquido

Análogo à metodologia para obtenção da velocidade de translação da bolha alongada, a obtenção da velocidade do pistão de líquido utiliza o tempo Δt_B entre os vales das curvas da Figura 5.18. Assim, este parâmetro é calculado através da equação (5.3).

$$V_s = \frac{0,5}{\Delta t_s} \quad (5.3)$$

5.2.7 Comprimento do pistão de líquido

Semelhante ao método utilizado para a obtenção do comprimento da bolha alongada, este parâmetro é calculado, para um pistão, a partir da multiplicação entre a velocidade do pistão de líquido e o intervalo de tempo em que a fração de vazio é inferior a 0,3. Assim, esse valor pode ser obtido utilizando a equação (5.4).

$$L_S = V_S T_S \quad (5.4)$$

5.2.8 Frequência de células unitárias

Visto que cada vale no gráfico de fração de líquido representa uma bolha alongada e que cada célula unitária contém uma bolha alongada, a frequência de células unitárias foi obtida através do número de picos das curvas da função binária contidos em um determinado intervalo de tempo. Esse parâmetro pode ser, então, calculado através da equação (5.5).

$$f = \frac{n_{picos}}{\Delta t} \quad (5.5)$$

5.2.9 Resultado dos parâmetros característicos

Aplicando a metodologia descrita acima para cada uma das células unitárias então, foram obtidos os parâmetros médios, que podem ser vistos na Tabela 5.7

Tabela 5.7 Resultados dos parâmetros característicos para as simulações

	T_B (s)	T_S (s)	Δt_S (s)	Δt_B (s)	V_{TB} (m/s)	L_B (m)	V_S (m/s)	L_S (m)	f (1/s)	R_{GB}
Ponto 1	0,38	0,81	0,62	0,54	0,93	0,76	0,80	0,31	0,53	0,35
Ponto 2	0,54	0,05	0,89	0,84	0,60	0,32	0,56	0,03	2,33	0,32
Ponto 3	0,55	0,07	0,21	0,23	2,14	1,17	2,34	0,17	1,62	0,64

6 CONCLUSÕES

Através da análise de trabalhos científicos prévios, foi possível estabelecer uma metodologia para a simulação da iniciação do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas. Além disso, o conhecimento da modelagem matemática utilizada pelo programa comercial Star-CCM+ auxiliou na escolha dos modelos a serem utilizados na simulação. Os modelos selecionados foram o modelo VOF para a determinação da interface de líquido-gás que ocorre entre a região da bolha alongada, do filme de líquido e do pistão de líquido e o modelo SST para a simulação da turbulência envolvida no processo de formação do escoamento bifásico de líquido-gás em golfadas.

Após a realização das simulações, algumas informações foram concluídas:

- a) Simulações de escoamentos bifásicos em golfadas são extremamente custosas computacionalmente, o que exige computadores com elevada capacidade de processamento que permita obter resultados próximos da realidade;
- b) A malha utilizada neste trabalho foi limitada pela capacidade do hardware do computador usado. Assim, mais análises devem ser realizadas para a obtenção da malha ideal para a simulação da geração das golfadas em dutos horizontais.
- c) Em simulações bidimensionais, que não tem a influência das paredes laterais no escoamento (largura infinita), não foi possível a geração das golfadas sem a introdução de uma perturbação externa.
- d) A introdução de perturbações senoidais auxilia na geração de golfadas em geometrias bidimensionais e de comprimento relativamente pequeno. Em condições em que há instabilidades de Kelvin-Helmholtz o escoamento em golfadas torna-se bastante evidente.
- e) A metodologia desenvolvida deve ser testada em outros cenários. Por exemplo variando o comprimento, diâmetro e inclinação da tubulação e fluidos envolvidos no escoamento, de modo a se ter um modelo/metodologia universal.
- f) Sugere-se um estudo do escoamento 3D em tubulações de seção circular. Cenário para as quais existem dados experimentais para a validação dos resultados numéricos. Porém, este estudo requer computadores com maior capacidade dos que existem no NUEM-UTFPR.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AN Kolmogorov (1942) "Equations of motion of an incompressible turbulent fluid"; Izv Akad Nauk SSSR Ser Phys VI No 1-2, p56

ANDREUSSI, P.; BENDIKSEN, K. An investigation of void fraction in liquid slugs for horizontal and inclined gas—liquid pipe flow. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 15, n. 6, p. 937-946, 1989.

ANTUNES, M. M. ; COZIN, C. ; BARBUTO, F. A. A. ; MORALES, R.E.M. ; RODRIGUES, H. T. . ANALISYS OF SLUG FREQUENCY CORRELATIONS FOR TWO-PHASE GAS-LIQUID HORIZONTAL SLUG FLOW. In: Proceedings of the ASME 2014 4th Joint US-European Fluids Engineering Division Summer Meeting and 12th International Conference on Nanochannels, Microchannels, and Minichannels - FEDSM2014, 2014, Chicago, Illinois, USA. Anais do Evento, 2014.

ANTUNES, M. M. ; COZIN, C. ; BARBUTO, F. A. A. ; MORALES, R.E.M. ; RODRIGUES, H. T. . Análise de correlações para o cálculo de comprimentos de pistões de líquido em escoamentos bifásicos em golfadas. In: Rio Oil & Gas Expo And Conference 2014, Rio de Janeiro - RJ, Brasil. Anais do Rio Oil & Gas, 2014.

BARNEA, D.; TAITEL, Y. A model for slug length distribution in gas-liquid slug flow. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 19, n. 5, p. 829-838, 1993.

BARNEA, Dvora; BRAUNER, Neima. Holdup of the liquid slug in two phase intermittent flow. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 11, n. 1, p. 43-49, 1985.

BENDIKSEN, K., 1984, "An Experimental Investigation of the Motion of Long Bubbles in Inclined Tubes". *International Journal of Multiphase Flow*, 10(4), 467-483.

BENDIKSEN, Kjell H. An experimental investigation of the motion of long bubbles in inclined tubes. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 10, n. 4, p. 467-483, 1984.

BENDIKSEN, Kjell H. et al. The dynamic two-fluid model OLGA: Theory and application. *SPE production engineering*, v. 6, n. 02, p. 171-180, 1991.

BENJAMIN, T. Brooke. Gravity currents and related phenomena. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 31, n. 02, p. 209-248, 1968.

Boussinesq, J. (19877), "Essai sur la théorie des eaux courantes", Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Sciences 23 (1): 1-680

CD-ADAPCO. User Guide of STAR-CCM+. 2015.

COOK, M.; BEHNIA, M. Bubble motion during inclined intermittent flow. *International journal of heat and fluid flow*, v. 22, n. 5, p. 543-551, 2001.

DE HENAU, V.; RAITHBY, G. D. A transient two-fluid model for the simulation of slug flow in pipelines—I. Theory. *International journal of multiphase flow*, v. 21, n. 3, p. 335-349, 1995.

FABRE, Jean. Gas-liquid slug flow. Springer Vienna, 2003.

FACCINI, José LH; DE SAMPAIO, P. A. B.; SU, Jian. Assessment of intermittent two-phase flow using a high-speed visualization technique. In: *Proceedings of 2007 International Nuclear Atlantic Conference (INAC2007)*, Santos, Brazil. 2007.

FRANK, T. "Numerical simulation of slug flow regime for an air-water two-phase flow in horizontal pipes". *The 11th International Topical Meeting on Nuclear Reactor Thermal-Hydraulics*. 2005.

GHORAI, Subhashini; NIGAM, K. D. P. CFD modeling of flow profiles and interfacial phenomena in two-phase flow in pipes. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, v. 45, n. 1, p. 55-65, 2006.

GREGORY, G. A. & SCOTT D. S., 1969, "Correlation of Liquid Slug Velocity and frequency in horizontal cocurrent gas-liquid slug flow". *Aiche Journal*, Pp. 933-935

HILL, T. J., & WOOD, D. G., 1994, "Slug Flow: Occurrence, Consequences, And Prediction". *Society Of Petroleum Engineers*, Pp. 53-62.

HIRT, C. W., NICHOLS, B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. Los Alamos Scientific Laboratory, Los Alamos, New Mexico. *Journal of computational physics* (1981)

ISHII, Mamoru. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. *NASA STI/Recon Technical Report A*, v. 75, p. 29657, 1975.

ISSA, R. I.; KEMPF, M. H. W. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *International journal of multiphase flow*, v. 29, n. 1, p. 69-95, 2003.

JONES, W. P., and Launder, B. E. (1972), "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 15, 1972, pp. 301-314.

JU Brackbill, DBKothe and C.Zemach, "Continuum method for modeling surface tension", *Journal of computational physics*. 100,pp.335-354, 1992.

LUN, I.; CALAY, R. K.; HOLDO, A. E. Modelling two-phase flows using CFD. *Applied Energy*, v. 53, n. 3, p. 299-314, 1996.

MANDHANE, J. M.; GREGORY, G. A.; AZIZ, K. A flow pattern map for gas—liquid flow in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 1, n. 4, p. 537-553, 1974.

MENTER, F. R., "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications," *AIAA Journal*, Vol. 32, No. 8, August 1994, pp. 1598-1605.

MILNE-THOMSON, L. M. *Theoretical Hydromechanics*. Courier Corporation, 1960.

MOISSIS, R.; GRIFFITH, P. Entrance effects in a two-phase slug flow. *Journal of Heat Transfer*, v. 84, n. 1, p. 29-38, 1962.

MORALES, R. E. M., de Azevedo, H. S., Machado, J. F. B. *Modelagem de turbulência*. Curitiba, PR, 2007

NETTO, JR Fagundes; FABRE, J.; PERESSON, L. Shape of long bubbles in horizontal slug flow. *International Journal of multiphase flow*, v. 25, n. 6, p. 1129-1160, 1999.

NETTO, JR Fagundes; FABRE, J.; PERESSON, L. Shape of long bubbles in horizontal slug flow. *International Journal of multiphase flow*, v. 25, n. 6, p. 1129-1160, 1999.

NIECKELE, A. "Modelos de Turbulência". http://mecflu2.usuarios.rdc.puc-rio.br/Turbulencia_Mec2355/10-Turbulencia%E2%80%93932014-Modelos_de_Turbulencia.pdf

NOLETO, L. G. (2006). Estudo Numérico do escoamento turbulento em modelos florestais. Dissertação de mestrado, publicação DM-103 – A/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 96p.

NYDAL, O. J.; BANERJEE, S. Object oriented dynamic simulation of slug flow. In: Proceedings of the 2 nd Int. Conf. Multiphase Flow, Kyoto. 1995.

OMGBA-ESSAMA, C. et al. Adaptive Grid Refinement for Transient Two-Phase Flows. In: AMIF-ESF Workshop, Computing Methods for Two-phase Flows, Centre Paul Langevin, Aussois (Savoie) France. 2000. p. 12-14.

ORELL, Aluf. Experimental validation of a simple model for gas–liquid slug flow in horizontal pipes. Chemical engineering science, v. 60, n. 5, p. 1371-1381, 2005.

PARVAREH, A. et al. Experimental and CFD study on the effect of jet position on reactant dispersion performance. International Communications in Heat and Mass Transfer, v. 36, n. 10, p. 1096-1102, 2009.

PAUCHON, C. L. et al. TACITE: A transient tool for multiphase pipeline and well simulation. In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition. Society of Petroleum Engineers, 1994.

Reynolds O An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and the law of resistance in parallel channels. Proc. R. Soc. 35, 1883.

RODRIGUES, HENDY TISSERANT. Simulação numérica do escoamento bifásico gás-líquido no padrão de golfadas utilizando um modelo lagrangeano de seguimento de pistões. Curitiba: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 192p. Dissertação de mestrado, 2009.

SHOHAM, O. , 2006, “Mechanistic Modeling of Gas-Liquid Two-phase Flow In Pipes” Society of Petroleum Engineers, Richardson, TX, 396p.

Taitel, Y., Barnea, D. 1990. Two phase slug flow, In Advances in Heat Transfer (edited by Harnett, J.P. and Irvine, T.F. Jr), v. 20, pp. 83-132.

TAITEL, Yehuda; BARNEA, Dvora. Two-phase slug flow. *Adv. Heat Transfer*, v. 20, p. 83-132, 1990. FERNANDES, R. C.; SEMIAT, R.; DUKLER, A. E. Hydrodynamic model for gas-liquid slug flow in vertical tubes. *AIChE Journal*, v. 29, n. 6, p. 981-989, 1983.

TAITEL, Yemada; DUKLER, A. E. A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near horizontal gas-liquid flow. *AIChE Journal*, v. 22, n. 1, p. 47-55, 1976.

UJANG, P. M. et al. Prediction of the translational velocity of liquid slugs in gas-liquid slug flow using computational fluid dynamics. *Multiphase Science and Technology*, v. 20, n. 1, 2008.

WALLIS, Graham B. One-dimensional two-phase flow. New York: McGraw-Hill, 1969.

Wilcox, David C (1998). "Turbulence Modeling for CFD". Second edition. Anaheim: DCW Industries, 1998. pp. 174.

ZABARAS, G. J., 2000, "Prediction Of Slug Frequency For Gas/Liquid Flows". *Spe Journal*, Pp. 252-258.

ZHENG, G.; BRILL, J. P.; TAITEL, Y. Slug flow behavior in a hilly terrain pipeline. *International journal of multiphase flow*, v. 20, n. 1, p. 63-79, 1994.

APÊNDICE A – MODELO DE BOLHA DE TAITEL E BARNEA (1990)

As equações governantes do modelo de bolha desenvolvido por Taitel e Barnea (1990) são encontradas a partir de balanço de massa e quantidade de movimento, levando em conta a geometria da bolha alongada. Para dedução do modelo matemático são consideradas as

seguintes hipóteses: escoamento unidimensional, isotérmico e estacionário, líquido incompressível e gás compressível, as forças atuantes na região da bolha alongada (força da gravidade, força hidrostática, força de atrito), e ausência de mudança de fase. A equação final obtida é dada por:

$$\frac{\partial h_{LB}}{\partial z} = \frac{\frac{\tau_L S_L}{A_L} - \frac{\tau_G S_G}{A_G} - \tau_i S_i \left(\frac{1}{A_G} + \frac{1}{A_L} \right) + (\rho_L - \rho_G) g \sin \theta}{(\rho_L - \rho_G) g \cos \theta - \frac{\rho_L V_{LB}^2}{R_{LB}} \frac{dR_{LB}}{dh_{LB}} - \frac{\rho_G V_{GB}^2}{(1 - R_{LB})} \frac{dR_{LB}}{dh_{LB}}} \quad (A.1)$$

Onde τ_L , τ_G e τ_i são as tensões de cisalhamento no líquido, no gás e na interface entre eles, respectivamente; S_L , S_G e S_i são perímetros molhados pelo líquido, pelo gás e pela interface entre eles, respectivamente; A_L e A_G são área do líquido e do gás, respectivamente; ρ_L e ρ_G são as massas específicas de líquido e gás, respectivamente; R_{LB} é a fração de líquido na região da bolha alongada; V_{LB} é a velocidade do líquido na região da bolha; V_{GB} é a velocidade do gás na região da bolha e h_{LB} é a altura do filme de líquido na região da bolha alongada.

A Equação (A.1) relaciona a altura do filme de líquido em torno da bolha alongada em função do comprimento desta.

Para a solução do Modelo de Bolha são necessários dados de entrada, equações de fechamento para a velocidade da bolha alongada, para a frequência da célula unitária, para as tensões cisalhantes e relações geométricas entre as estruturas que compõem a célula unitária. Os dados de entrada para o Modelo de Bolha são: as velocidades superficiais do líquido e do gás, a frequência célula unitária e as propriedades físicas dos fluidos, densidade e viscosidade.

A velocidade da bolha alongada pode ser calculada através da Equação (A.2):

$$V_{TB} = c_0 J + c_\infty \sqrt{gD} \quad (A.2)$$

Na literatura, a determinação dos coeficientes c_0 e c_∞ mais aceita foi proposta por Bendiksen (1984). Na Tabela A.1 são apresentados os coeficientes de Bendiksen (1984) para o cálculo da velocidade da bolha alongada:

Tabela A.1 Coeficientes para o cálculo da velocidade da bolha alongada

<i>Re</i>	<i>Fr</i>	<i>c₀</i>	<i>c_∞</i>
<i>Re_j ≥ 2000</i>	<i>Fr_j ≥ 3,5</i>	1,2	$\frac{0,345}{(1 + 3805 / Eo^{3,06})^{0,58}} \text{sen}(\theta)$
	<i>Fr_j < 3,5</i>	$1 + 0,2 \text{sen}^2(\theta)$	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Bo^{0,56}}\right) \cos(\theta) + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Bo^{3,06})^{0,58}}$
<i>Re_j < 2000</i>		2,0	$\left(0,542 - \frac{1,76}{Bo^{0,56}}\right) \cos(\theta) + \frac{0,345}{(1 + 3805 / Bo^{3,06})^{0,58}}$

Na Tabela A.2 são apresentadas as relações para determinar os números de Bond, *Bo*, Froude, *Fr_j* e Reynolds, *Re_j*. O número de Bond representa a relação entre as forças gravitacionais e a tensão superficial de líquido, o número de Froude representa a relação entre as forças de inércia e gravitacionais e o número de Reynolds representa a relação entre as forças inerciais e viscosas.

Para o cálculo da frequência de passagem da célula unitária pode-se utilizar várias correlações existentes na literatura. Algumas destas podem ser vistas no capítulo 2 deste trabalho.

Tabela A.2 Números Adimensionais

Número de Bond	Número de Froude	Número de Reynolds
$Bo = \frac{(\rho_L - \rho_G) g'}{\sigma}$	$Fr_j = \frac{j}{\sqrt{gD}}$	$Re_j = \frac{\rho_L j D}{\mu_L}$

Os parâmetros geométricos necessários ao Modelo de Bolha para escoamento horizontal e as expressões para o cálculo das tensões cisalhantes são apresentados na Tab. 3 e na Tab. 4, respectivamente. Maiores detalhes encontram-se em Shoham (2006).

Tabela A.3 Parâmetros geométricos para o Modelo de Bolha horizontal

Descrição	Expressão
-----------	-----------

Perímetro molhado do líquido	$S_L = \frac{\theta D}{2}$
Perímetro molhado de gás	$S_G = (2\pi - \theta) \frac{D}{2}$
Perímetro Molhado da interface	$S_i = D \text{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right)$
Área do líquido	$A_L = \frac{D^2}{8} (\theta - \text{sen}\theta)$
Área do gás	$A_G = \frac{D^2}{8} (2\pi - \theta + \text{sen}\theta)$
Fração do líquido	$R_{LB} = \frac{\theta - \text{sen}\theta}{2\pi}$
Variação da fração de líquido	$\frac{\partial R_{LB}}{\partial h_{LB}} = \frac{4 \text{sen} \left(\frac{\theta}{2} \right)}{\pi D}$

Para a implantação numérica do modelo de bolha foi utilizado o modelo apresentado por Parra (2013). A sequência de integração numérica da Equação (A1) é apresentada na Fig 3. A fim de resumir a metodologia apresentada no trabalho de Parra (2013), apresenta-se um algoritmo para o cálculo do comprimento da bolha e da fração de gás na região da bolha alongada.

- Assumir um valor de h_{LB} inicial $h_{LB}(z = 0) = 0,99D$.
- Calcular todos os parâmetros necessários para o cálculo do lado direito da Equação (A1). Calcular a derivada de dh_{LB}/dz .
- Se $dh_{LB}/dz < 0$, assume-se outro valor da altura do filme inicial, $h_{LB}(z = 0) = 0,95D - \Delta h_{LB}$, com $\Delta h_{LB} = 0,0001D$, e repetem-se os passos a) b) e c). Caso contrário, calcula-se a nova posição de z , $\Delta z = \Delta h_{LB} / (dh_{LB}/dz)$, sendo $\Delta z = z_{n+1} - z_n$.

Tabela A.4 Tensão de cisalhamento e fator de atrito

Descrição	Expressão
Tensão de Cisalhamento para o gás	$\tau_G = 0$

Tensão de Cisalhamento para o
líquido

$$\tau_L = \frac{f_L \rho_L U_{LB} |U_{LB}|}{2}$$

Tensão de Cisalhamento para a
interface

$$\tau_I = \frac{f_I \rho_G (U_{GB} - U_{LB}) |U_{GB} - U_{LB}|}{2}$$

Atrito na interface

$$f_i = 0,014$$

Regime Laminar: $f_k = 16 \cdot \text{Re}_k^{-1}$

Regime Turbulento :

Atrito para o líquido e o gás

$$f_k = 0,001375 \cdot \left\{ 1 + \left[\frac{2 \cdot 10^4 \cdot \varepsilon}{D_{hk}} + \frac{10^6}{\text{Re}_k} \right]^{1/3} \right\}$$

- d) Se $\Delta h_{LB} / (dh_{LB}/dz) \leq \Delta Z_{\max}$ então considera-se o incremento da altura do filme Δh_f como constante. O incremento do comprimento Δz é assumido como variável e calculado como $\Delta z = \Delta h_{LB} / (dh_{LB}/dz)$. Caso contrário o incremento do comprimento é constante e igual ao seu máximo, $\Delta z = \Delta z_{\max}$. O incremento da altura do filme é variável e determinado pela relação $\Delta h_{LB} = \Delta z_{\max} / (dh_{LB}/dz)$.
- e) Calcular a integral de \bar{R}_G , com a equação (A.3). Avalia-se a Equação (A.4). Se a Equação (A.4) for satisfeita, a posição $z = L_B$. Caso contrário, continuar integrando a equação. Repetem-se os passos a) a e).

$$R_{LB} = \frac{1}{L_B} \int_0^{L_B} R_G dz \quad (\text{A.3})$$

$$j_L = U_{LS} - \frac{V_{TB}}{L_B + L_S} \int_0^{L_B} R_G dz \quad (\text{A.4})$$

Nessas equações, U_{LS} é a velocidade do pistão de líquido e U_T é a velocidade de translação da bolha alongada.

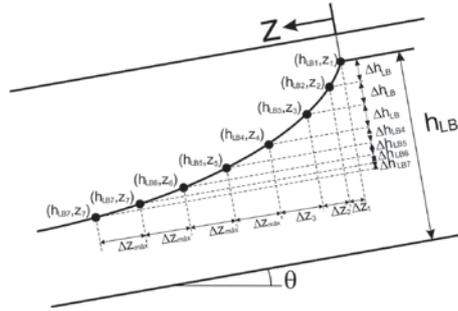


Figura A.1 Sequência da integração do modelo de bolha (Parra, 2013)

Ao final da solução numérica do Modelo de Bolha, obtém-se a fração de gás na região da bolha R_{GB} e o comprimento da bolha alongada L_B . Utilizando a Equação (A.5) determina-se o comprimento do pistão de líquido L_S .

$$L_S = \frac{V_{TB}}{f} - L_B \quad (\text{A.5})$$