

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA INDUSTRIAL MECÂNICA

VINÍCIUS DE MELLO SERT

**ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO DE FLUIDO  
DE BINGHAM EM CONTRAÇÃO ABRUPTA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**CURITIBA**

**2011**

VINÍCIUS DE MELLO SERT

# **ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO DE FLUIDO DE BINGHAM EM CONTRAÇÃO ABRUPTA**

Monografia apresentada à disciplina Projeto Final II, do Curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Curitiba, como requisito parcial para aprovação.

Orientador: Prof. Admilson T. Franco, Dr.

**CURITIBA**

**2011**

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia de Projeto de Pesquisa “ESTUDO NUMÉRICO DO ESCOAMENTO DE FLUIDO DE BINGHAM EM CONTRAÇÃO ABRUPTA”, realizado pelo aluno VINÍCIUS DE MELLO SERT, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Industrial Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

---

**Orientador:** Prof. Admilson Teixeira Franco, Dr.  
DAMEC, UTFPR  
Orientador

---

**Orientador:** Prof. César Otaviano Ribeiro Negrão, PhD.  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

---

**Orientador:** Prof. Silvio Luiz de Mello Junqueira, Dr.  
DAMEC, UTFPR  
Avaliador

Curitiba, 15 de dezembro de 2011.

## **AGRADECIMENTOS**

Em primeiro lugar, aos meus pais que, durante toda minha vida, sempre incentivaram e nunca mediram esforços para investir na minha educação e formação profissional.

Aos meus tios, Fernando e Sirlei, que me apoiaram durante toda a graduação.

A minha namorada, Juliana, que esteve ao meu lado durante o período de realização do trabalho e muito ajudou, sendo compreensiva e companheira, me dando forças para conseguir terminar o projeto.

Aos professores do LACIT, que foram de fundamental importância na minha carreira acadêmica. Em especial ao professor Admilson, pela sua grande contribuição na minha formação pessoal e profissional.

A UTFPR e todo seu corpo docente, por proporcionar uma formação sólida e respeitável no mercado de trabalho.

Aos amigos e colegas da instituição, que compartilharam as dificuldades de toda a jornada acadêmica.

A Deus, pelas oportunidades que tive e soube aproveitar.

## RESUMO

SERT, Vinícius. **Estudo Numérico do escoamento de Fluido de Bingham Através de Contração Abrupta**. Monografica (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

Os fluidos não newtonianos estão presentes em diferentes setores industriais, destacando-se pela forte importância nas indústrias de polímeros, de alimentos, de produtos farmacêuticos e petrolífera. Para o estudo dessa classe de fluidos é necessário um modelo constitutivo de viscosidade diferenciado do newtoniano. No presente trabalho, utiliza-se o modelo de Fluido Newtoniano Generalizado – FNG – que é largamente difundido na comunidade científica. O objetivo do presente trabalho é o estudo numérico do escoamento de fluidos não newtonianos viscoplásticos em regime laminar através de contrações abruptas, de diferentes razões de contração. A geometria da contração abrupta, apesar de aparentemente simples, não permite uma solução analítica para o escoamento, o que faz as soluções numéricas imprescindíveis para o estudo. O programa a ser utilizado para as simulações é o PolyFlow. Como hipóteses do estudo, assume-se que o escoamento é incompressível, em regime laminar, isotérmico, com propriedades constantes e em regime permanente. Como resultados, serão apresentados campos de pressão, linhas de corrente, perfis de tensão, regiões que não apresentam cisalhamento, campos de velocidades além de gráficos com a queda de pressão adimensional em função dos parâmetros adimensionais Reynolds e Hedstrom. A partir das simulações, observou-se que a razão de contração não influencia nos padrões de escoamento para as regiões localizadas após a geometria. Além disso, a perda de carga também não depende da razão de aspecto.

**Palavras-chave:** Fluido viscoplástico, contração abrupta, simulação numérica, CFD, PolyFlow.

## ABSTRACT

SERT, Vinícius. **Estudo Numérico do escoamento de fluido de Bingham Através de Contração Abrupta**. Monografica (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

The non-Newtonian fluids are present in many different industrial sectors, where there is an special application in the polymers, food, pharmacy na oil industries. To study this kind of fluid, it must be used a viscosity model different to the one that we use for Newtonian fluids. In the present work, we use the model of the Generalized Newtonian Fluid – GNF – which is widely diffused in the scientific community. The aim of this work is the numerical study of the viscoplastic non Newtonian fluids laminar flow through abrupt contractions of different contractions rate. The geometry of an abrupt contraction, despite of being quite simple, does not allow an analytical solution for the flow, what makes the numerical simulations extremely necessary to the study. The software used in the simulations is Polyflow. As hypothesis for the study, we assume that the flow is incompressible, in laminar flow, isothermal, with constant properties and in steady state. As results, we will discuss the pressure fields, stream lines, regions with no shear-rate, velocity fields and the adimensional pressure loss as function of the adimensional parameters Reynolds and Hedstrom. By the simulations, we could observe that the contraction rate does not change the flows pattern after the change of diameter. Furthermore, the adimensional pressure loss is not a function of the contraction rate as well.

**Keywords:** Viscoplastic fluid, abrupt contraction, numerical simulation, CFD, PolyFlow.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 - Ilustração da localização da camada pré-sal (Fonte: Passeiweb, 2011). .....	19
Figura 1.2 - Representação dos equipamentos necessários para a perfuração de um poço de petróleo (Fonte: Word Press, 2011). .....	20
Figura 1.3 – Imagem de um sistema de perfuração com broca, sendo evidenciada uma região de contração (Fonte: Lesjöfors, 2011). .....	21
Figura 1.4 - Desenho de uma máquina de injeção de polímeros (Fonte: DN Salias, 2011). .....	22
Figura 1.5 - Geometria de uma contração. ....	23
Figura 2.1 - Tensões atuantes em um elemento diferencial cilíndrico. ....	29
Figura 3.1 - Geometria de uma contração com eixo de referência. ....	43
Figura 3.2 – Pontos considerados para cálculo da perda de carga. ....	47
Figura 4.1 - Geometria de uma contração discretizada. ....	49
Figura 5.1 - Malhas para $\beta=2$ , tendo a malha com 18000 nós na base. ....	55
Figura 5.2 - Perfis de velocidade axial, obtido com diferentes malhas, para o escoamento de $\beta=2$ , $Re=1000$ e $He=10^3$ . ....	56
Figura 5.3 - Perfis de velocidade axial ampliados, obtido com diferentes malhas, para escoamento de $\beta=2$ , $Re=1000$ e $He=10^3$ . ....	57
Figura 5.4 – Velocidade axial ao longo do eixo axial para $\beta=2$ , $Re=1000$ e $He=10^3$ . ....	58
Figura 5.5 - Linhas de Corrente para escoamento com $He=10^2$ , $Re= 2000$ e $\beta=4$ . ....	61
Figura 5.6 - Linhas de Corrente para escoamento com $He=10^5$ , $Re=2000$ e $\beta=4$ . ....	61
Figura 5.7 - Linhas de Corrente para o escoamento com $Re=100$ , $He=10^4$ e $\beta=8$ . ....	63

Figura 5.8 - Linhas de Corrente para o escoamento com $Re=2000$ , $He=10^4$ e $\beta=8$ .	63
Figura 5.9 - Linhas de Corrente para escoamento com $\beta=2$ , $Re=1000$ e $He=10^5$ .	65
Figura 5.10 - Linhas de Corrente para escoamento com $\beta=4$ , $Re=1000$ e $He=10^5$ .	65
Figura 5.11 - Linhas de Corrente para escoamento com $\beta=8$ , $Re=1000$ e $He=10^5$ .	65
Figura 5.12- Campo de velocidades para o escoamento de $\beta=32$ , $He=10^4$ e $Re=50$ .	67
Figura 5.13 - Campo de velocidades para o escoamento de $\beta=32$ , $He=10^4$ e $Re=1000$ .	67
Figura 5.14 - Campo de velocidades para o escoamento de $Re=1000$ , $\beta=4$ e $He=10^3$ .	68
Figura 5.15 - Campo de velocidades para o escoamento com $Re=1000$ , $\beta=4$ e $He=10^4$ .	68
Figura 5.16 - Perfis de velocidades axiais ao longo do eixo para escoamento de $Re=1000$ , $\beta=4$ e $He=10^3$ .	70
Figura 5.17 - Perfis de velocidades ao longo do eixo axial para escoamento de $Re=1000$ , $\beta=4$ e $He=10^4$ .	70
Figura 5.18 - Perfis de velocidades para Hedstrom $10^3$ e $10^4$ na posição ( $z^*$ ) -0,1.	71
Figura 5.19 - Perfis de velocidades para Hedstrom $10^3$ e $10^4$ na posição ( $z^*$ ) 0,1.	71
Figura 5.20 - Campo de velocidades do escoamento de $Re=2000$ , $He=10^5$ e $\beta=8$ .	73
Figura 5.21 - Campo de velocidades do escoamento com $Re=2000$ , $He=10^5$ e $\beta=32$ .	73
Figura 5.22 - Imagem dos perfis de velocidade escoamento de $Re=2000$ , $He=10^5$ e $\beta=8$ .	74

Figura 5.23 - Imagem dos perfis de velocidades do escoamento de $Re=2000$ , $He=10^5$ e $\beta=32$ .....	74
Figura 5.24 - Perfis de velocidades axiais para $\beta=8$ e $\beta=32$ na posição ( $z^*$ ) - 0,1.....	75
Figura 5.25 - Perfis de velocidades axiais para $\beta=8$ e $\beta=32$ na posição ( $z^*$ ) 0,1.....	75
Figura 5.26 - Campo de pressão para escoamento com $\beta=32$ , $He=10^4$ e $Re=50$ .....	77
Figura 5.27 - Campo de pressão para escoamento com $\beta=32$ , $He=10^4$ e $Re=500$ .....	77
Figura 5.28 - Campo de pressão para escoamento com $\beta=16$ , $Re=1000$ e $He=10^3$ .....	79
Figura 5.29 - Campo de pressão para escoamento com $\beta=16$ , $Re=1000$ e $He=10^5$ .....	79
Figura 5.30 - Campo de pressão para escoamento com $Re=100$ , $He=10^5$ e $\beta=4$ . ....	80
Figura 5.31 - Campo de pressão para escoamento $Re=100$ , $He=10^5$ e $\beta=16$ . ....	80
Figura 5.32 - Campo de pressão para escoamento com $Re=100$ , $He=10^5$ e $\beta=32$ . ....	80
Figura 5.33 – Região não cisalhada no escoamento com $\beta=4$ , $He=10^5$ e $Re=50$ .....	84
Figura 5.34 – Região não cisalhada no escoamento com $\beta=4$ , $He=10^5$ e $Re=500$ .....	84
Figura 5.35 – Região não cisalhada no escoamento com $\beta=4$ , $He=10^5$ e $Re=1000$ .....	84
Figura 5.36 – Região não cisalhada no escoamento com $\beta=2$ , $Re=100$ e $He=10^3$ .....	85
Figura 5.37 – Região não cisalhada do escoamento com $\beta=2$ , $Re=100$ e $He=10^4$ .....	85

Figura 5.38 - Região não cisalhada para escoamento com $Re=50$ , $He=10^5$ e $\beta=8$ . .....	87
Figura 5.39 - Região não cisalhada para escoamento com $Re=50$ , $He=10^5$ e $\beta=32$ . .....	87
Figura 5.40 - Região não cisalhada para escoamento com $Re=50$ , $He=10^5$ e $\beta=32$ , em maior escala. ....	87
Figura 5.41 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de $\beta=16$ , $He=10^4$ e $Re=50$ .....	89
Figura 5.42 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de $\beta=16$ , $He=10^4$ e $Re=500$ .....	89
Figura 5.43 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de $\beta=32$ , $Re=100$ e $He=10^3$ .....	91
Figura 5.44 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de Razão de aspecto 32, Reynolds 100 e Hedstrom $10^5$ .....	91
Figura 5.45 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento com $Re=100$ , $He=10^3$ e $\beta=8$ .....	92
Figura 5.46 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento com $Re=100$ , $He=10^3$ e $\beta=32$ .....	92
Figura 5.47 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para $He=10^3$ . .....	95
Figura 5.48 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para $He=10^4$ . .....	95
Figura 5.49 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para $He=10^5$ . .....	95
Figura 5.50 – Comparação dos resultados para $\beta=2$ e $He=10^2$ e $He=10^4$ ....	97
Figura 5.51 - Comparação dos resultados para $\beta=2$ e $He=10^3$ e $He=10^5$ .....	97
Figura 5.52 - Comparação dos resultados para $\beta=4$ e $He=10^2$ e $He=10^4$ .....	97
Figura 5.53 - Comparação dos resultados para $\beta=4$ e $He=10^3$ e $He=10^5$ .....	97
Figura 5.54 - Comparação dos resultados para $\beta=8$ e $He=10^2$ e $He=10^4$ .....	98

Figura 5.55 - Comparação dos resultados para $\beta=8$ e $He=10^3$ e $10^5$ .....	98
Figura 5.56 - Comparação dos resultados para $\beta=16$ e $He=10^2$ e $He=10^4$ ...	98
Figura 5.57 - Comparação dos resultados para $\beta=16$ e $He=10^3$ e $He=10^5$ ...	98
Figura 5.58 - Comparação dos resultados para $\beta=32$ e $He=10^2$ e $He=10^4$ ...	99
Figura 5.59 - Comparação dos resultados para $\beta=32$ e $He=10^3$ e $He=10^5$ ...	99
Figura 5.60 - Comparação dos resultados para $\beta=4$ e $\beta=16$ para $He=10^2$ e $He=10^5$ .....	100
Figura 5.61 - Perda de carga $K'$ em função de $Re$ para $\beta=2$ . ....	101
Figura 5.62 - Perda de carga $K'$ em função de $Re$ para $\beta=4$ . ....	102
Figura 5.63 - Perda de carga $K'$ em função de $Re$ para $\beta=8$ . ....	102
Figura 5.64 - Perda de carga $K'$ em função de $Re$ para $\beta=16$ . ....	102
Figura 5.65 - Perda de carga $K'$ em função de $Re$ para $\beta=32$ . ....	102
Figura 5.66 - Comparação da perda de carga para diferentes razões de contração.....	104

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores do coeficiente de perda e da correção de Couette em função do índice de potência – Adaptado de Boger, 1987 .....	39
Tabela 5.1 Valores considerados para as simulações .....	53
Tabela 5.2 - Números de Reynolds de Transição .....	54
Tabela 5.3 - Número de nós das malhas para as diferentes geometrias estudadas.	59
Tabela 5.4 - Imagens das regiões de recirculação .....	82
Tabela 5.5 - Correspondência entre os números de Reynolds .....	93
Tabela 5.6 - Tabelas com outros valores de Reynolds considerados para as comparações .....	94
Tabela 5.7 - Valores dos coeficientes das equações sugeridas para a determinação da perda de carga .....	105

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BG	Bingham
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> (Dinâmica dos Fluidos Computacional)
FNN	Fluido não newtoniano
HB	Herschel-Bulkley
LP	Lei de Potências
PIV	<i>Particle Image Velocimetry</i> (Velocimetria por Imagem de Partícula)

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\beta$	Razão de Contração [ - ]
$\nabla$	Operador vetorial nabla [ - ]
$\rho$	Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]
$v$	Vetor velocidade [m/s]
$t$	Tempo [s]
$p$	Pressão dinâmica [Pa]
$\tau$	Tensor de tensões [Pa]
$r$	Direção radial em coordenadas cilíndricas [m]
$\theta$	Direção angular em coordenada cilíndricas [rad]
$z$	Direção axial em coordenadas cilíndricas [m]
$i, j$	Índices de notação indicial [ - ]
$v_i$	Velocidade axial na direção $i$ [m/s]
$g_i$	Componente gravitacional na direção $i$ [m/s]
$\mu$	Viscosidade dinâmica [Pa.s]
$\tau_{ij}$	Tensão aplicada no plano $i$ e na direção $j$ [Pa]
$\dot{\gamma}$	Tensor taxa de deformação [1/s]
$\dot{\gamma}_{ij}$	Taxa de deformação no plano $i$ e na direção $j$ [1/s]
Re	Número de Reynolds [ - ]
$\bar{V}$	Velocidade média do escoamento [m/s]
$\delta A_i$	Diferencial de área de direção normal $i$ [m <sup>2</sup> ]
$\delta F_i$	Diferencial de força na direção normal $i$ [N]
$L$	Tensor gradiente de velocidade [1/s]
$\dot{\gamma}$	Taxa de deformação [1/s]

$\eta$	Viscosidade não newtoniana (viscosidade aparente) [Pa.s]
$k$	Índice de consistência para fluidos regidos por HB ou LP [Pa.s <sup>1/n</sup> ]
$n$	Índice de potência para fluidos regidos por HB ou LP [ - ]
$\tau_0$	Tensão limite de escoamento [Pa]
$\mu_0$	Viscosidade plástica para fluidos regidos por BG [Pa.s]
$Re_{BG}$	Número de Reynolds para fluidos regidos por BG [ - ]
$Re_{HB}$	Número de Reynolds para fluidos regidos por HB [ - ]
$f$	Fator de atrito de Fanning [ - ]
$\psi$	Parâmetro de correção para $Re_{HB}$ [ - ]
$\psi_1$	Componente do parâmetro de correção $\psi$ [ - ]
$\xi_0$	Raio adimensional da região não cisalhada [ - ]
$Re_{gHB}$	Reynolds generalizado para fluidos de HB [ - ]
$Re_g$	Número de Reynolds generalizado [ - ]
$He$	Número de Hedstrom para fluidos regidos por BG [ - ]
$He_{HB}$	Número de Hedstrom para fluidos regidos por HB [ - ]
$Bi$	Número de Bingham para fluidos regidos por BG [ - ]
$Bi_{HB}$	Número de Bingham para fluidos regidos por HB [ - ]
$K'$	Perda de carga adimensional
$\tau^*$	Tensão de escoamento adimensional [ - ]
$\alpha$	Correção do perfil de velocidade não uniforme na equação da energia mecânica [ - ]
$h_t$	Perda de carga total [ - ]
$h_{lm}$	Perdas de carga localizadas [ - ]
$K^*$	Perda de carga adimensional
$\Delta p_{contr}$	Queda de pressão devido à contração [Pa]

$\tau_w$	Tensão de cisalhamento na parede do tubo [Pa]
$S$	Parâmetro evolutivo interno do Polyflow [ - ]
$D$	Diâmetro do tubo maior [m]
$d$	Diâmetro do tubo menor [m]
$R$	Raio do tubo [m]

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
1.1	Contexto	19
1.1.1	O setor de Petróleo e Gás Natural	19
1.1.2	Outras aplicações	22
1.2	Oportunidade	23
1.3	Objetivos	23
1.4	Justificativa	24
1.5	Conteúdo do trabalho	25
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>27</b>
2.1	Mecânica dos Fluidos	27
2.1.1	Tensões	28
2.1.2	Taxa de deformação	30
2.2	Fluidos não Newtonianos	31
2.2.1	Fluido de Power Law (Lei de Potência)	31
2.2.2	Fluido de Bingham	32
2.2.3	Fluido Herschel-Bulkley	33
2.2.4	Parâmetros Adimensionais	34
2.3	Revisão da Literatura	37
<b>3</b>	<b>MODELAGEM MATEMÁTICA</b>	<b>43</b>
3.1	Geometria	43
3.2	Condições de Contorno	43
3.3	Hipóteses simplificadoras e equações simplificadas	44
3.4	Parâmetros adimensionais	45
3.5	Síntese do Capítulo	47
<b>4</b>	<b>Modelo numérico</b>	<b>48</b>
4.1	O programa PolyFlow	48
4.2	Elementos Finitos: conceitos básicos	49
4.3	Estratégia de solução numérica: o parâmetro evolutivo	50
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>53</b>
5.1	Parâmetros analisados	53
5.2	Avaliação dos Reynolds de transição	54
5.3	Teste de malha	54
5.3.1	Razão de contração 2	55
5.4	Linhas de Corrente	59
5.4.1	Influência do número de Hedstrom	59
5.4.2	Influência do número de Reynolds	62
5.4.3	Influência da Razão de Contração	63
5.5	Campos de Velocidades	66
5.5.1	Influência do número de Reynolds	66
5.5.2	Influência do número de Hedstrom	67

5.5.3	Influência da razão de contração	72
5.6	Campos de Pressão	76
5.6.1	Influência do número de Re	76
5.6.2	Influência do número de He	78
5.6.3	Influência da razão de contração	79
5.7	Caracterização da região de recirculação	81
5.8	Regiões não Cisalhadas	83
5.8.1	Influência número de Re	83
5.8.2	Influência do número de Hedstrom	85
5.8.3	Influência da Razão de Aspecto	86
5.9	Perfis de tensão de Cisalhamento	88
5.9.1	Influência do número de Reynolds	88
5.9.2	Influência do número de Hedstrom	90
5.9.3	Influência da Razão de Aspecto	91
5.10	Coeficiente de Perda de Carga	93
5.10.1	Comparação com dados de Vitorassi (2009)	93
5.10.2	Comparação dados Boger (1987)	96
5.10.3	Dados em função do Reynolds para todas as razões de contração	100
6	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>106</b>
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	107
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>108</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contexto

O objeto de estudo do presente trabalho – escoamento de fluidos não newtonianos através de contrações abruptas – possui aplicação em diversas áreas do conhecimento. O atual capítulo apresenta a primeira parte dedicada à descrição do contexto da indústria de petróleo e gás e, posteriormente, são mostradas outros ramos que possuem atividades ligadas ao estudo aqui apresentado.

### 1.1.1 O setor de Petróleo e Gás Natural

O desenvolvimento de fontes alternativas de energia está em grande evidência no cenário mundial devido à crescente busca da sustentabilidade. Porém, apesar dos grandes esforços concentrados nesta área, o setor de petróleo e gás natural ainda se mantém como a maior base energética da humanidade. Este cenário deve se manter ainda por algum tempo, visto que uma grande mudança na matriz energética não pode ocorrer rapidamente, por toda mudança estrutural que seria necessária (PETROBRAS, 2011).

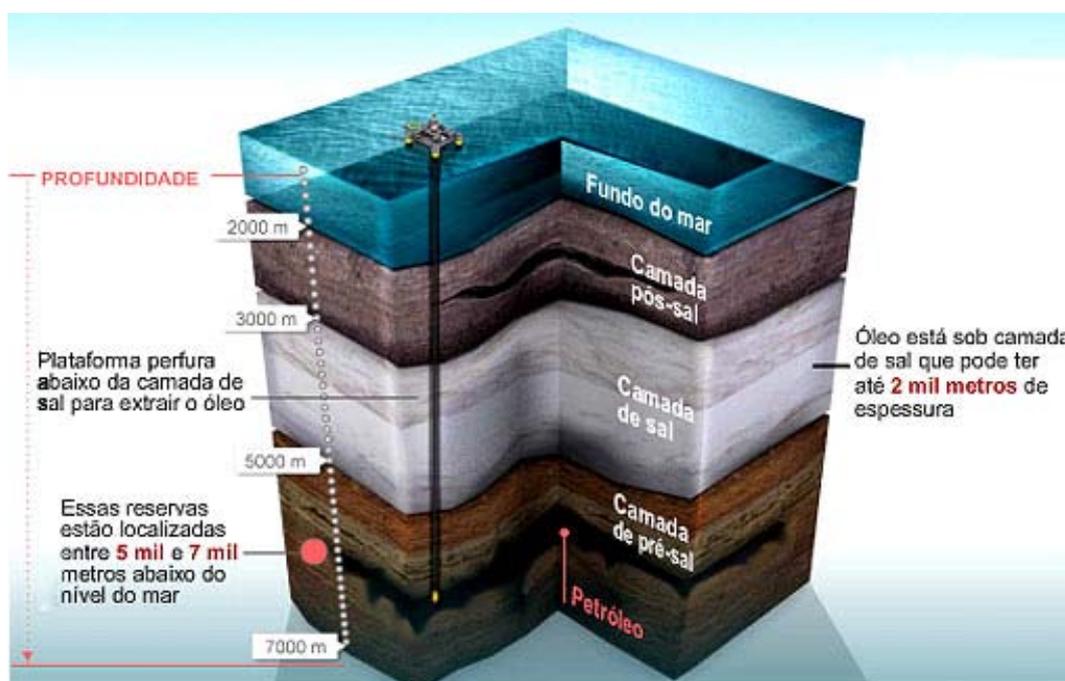


Figura 1.1 - Ilustração da localização da camada pré-sal (Fonte: Passeiweb, 2011).

No Brasil, a demanda por pesquisas no setor petrolífero aumentou consideravelmente após a descoberta de petróleo na camada do pré-sal, como ilustrado na Figura 1.1. Conforme a apresentado, o petróleo pode estar localizado em regiões a mais de 7 mil metros abaixo da superfície sendo, destes, apenas 2 mil metros de lâmina de água. Portanto, o poço a ser perfurado tem uma grande profundidade e os desafios tecnológicos inerentes ao processo são consideráveis.

Com o aquecimento da economia brasileira, a oferta de energia precisa atender à demanda. Como os custos da operação de perfuração de poços de petróleo são extremamente elevados, qualquer melhoramento no processo é importante para diminuir os custos envolvidos.

As perfurações dos poços de petróleo são feitas por sondas rotativas compostas de diversos componentes, como os tubos, a broca e o colar de perfuração - Figura 1.2. Tais componentes precisam ser acoplados uns aos outros, já que o acesso ao poço se dá apenas pelo espaço aberto pela broca.

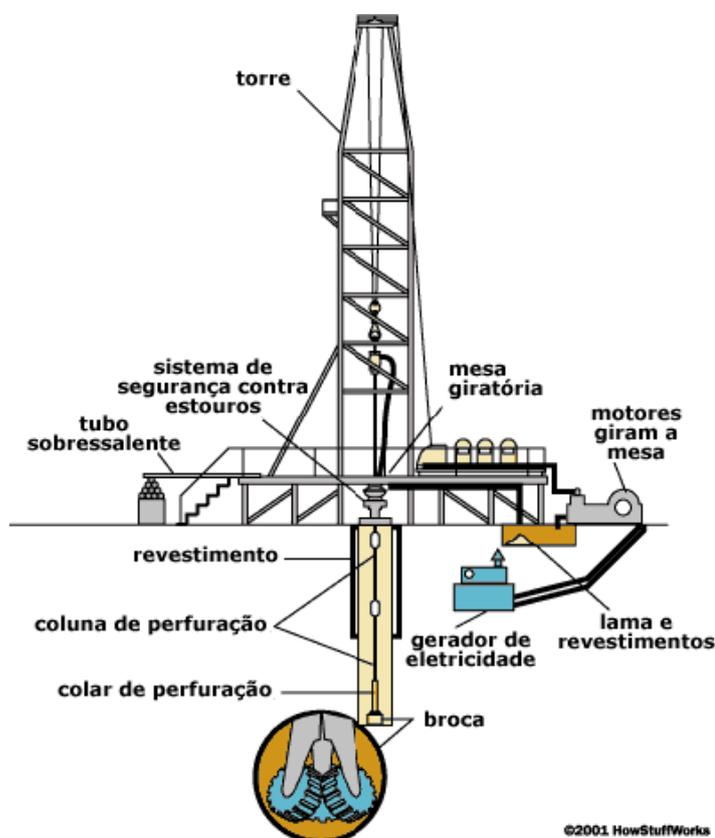
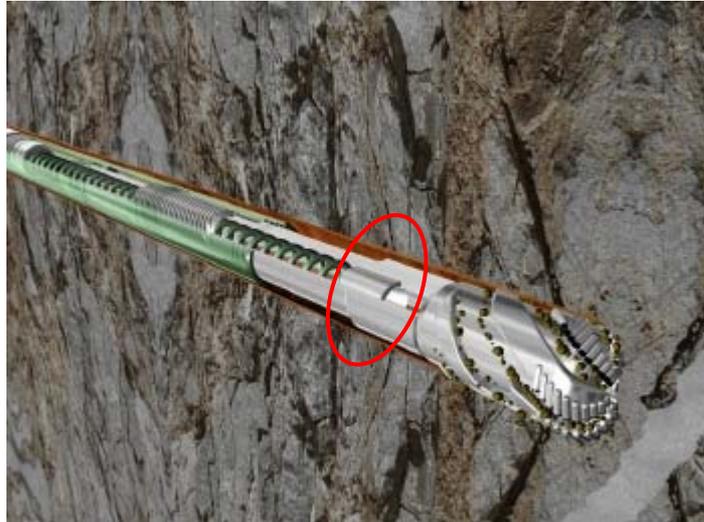


Figura 1.2 - Representação dos equipamentos necessários para a perfuração de um poço de petróleo (Fonte: Word Press, 2011).

O acoplamento dos componentes presentes na perfuração e a região por onde o fluido sai da broca de possuem regiões de redução da área da secção transversal, ou seja, contrações. Um exemplo deste tipo de geometria é apresentado na Figura 1.3.



**Figura 1.3 – Imagem de um sistema de perfuração com broca, sendo evidenciada uma região de contração (Fonte: Lesjöfors, 2011).**

Os fluidos de perfuração são imprescindíveis para a etapa de perfuração dos poços. Dentre as funções que estes fluidos precisam desempenhar, deve-se destacar o resfriamento da broca, o carregamento de cascalho e, ainda, auxílio para esmagar a rocha (THOMAS, 2001). Como o processo de perfuração é demorado, podendo durar dias, frequentemente precisa ser interrompido para manutenções e correções. Quando tal procedimento é feito, o fluido de perfuração precisa manter em suspensão os cascalhos que estão distribuídos ao longo da coluna de perfuração a fim de evitar sua sedimentação. Assim sendo, se não há circulação, a viscosidade do fluido precisa aumentar. Além disso, o fluido de perfuração precisa fornecer uma pressão grande o suficiente para evitar fluxo de petróleo e gás para o interior do poço, mas não pode exceder o limite da pressão da parede do poço, a partir da qual existe o deslocamento do fluido de perfuração para o interior do reservatório (THOMAS, 2001).

Para atender a todas estas demandas, o fluido utilizado exhibe comportamento não newtoniano. Na literatura, são propostos vários modelos matemáticos para

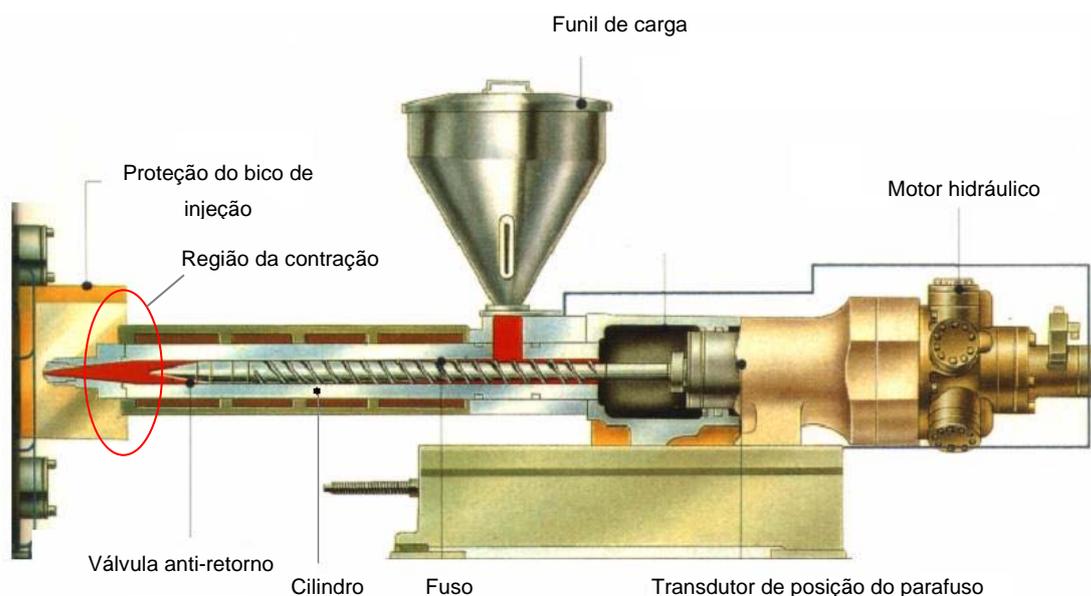
descrever o comportamento desta classe de materiais. Dentre eles, destacam-se os modelos viscoplásticos e viscoelásticos. Para que os fluidos de perfuração possuam tais propriedades, eles são constituídos de soluções poliméricas e aditivos sólidos (THOMAS, 2001).

Os modelos viscoplásticos são aqueles que apresentam uma viscosidade variando em função da taxa de cisalhamento e somente escoam quando submetidos a uma tensão superior a aquela que é denominada tensão limite de escoamento (BIRD, 1987).

### 1.1.2 Outras aplicações

O escoamento de fluidos não newtonianos também está presente em outras atividades além do setor de petróleo e gás natural. As matérias-primas das indústrias de polímeros e alimentícia podem ser consideradas como fluidos não newtonianos. Além disso, para a obtenção dos produtos finais, muitas vezes tais substâncias no estado pastoso precisam escoar através de contrações abruptas.

Apresenta-se na Figura 1.4 uma máquina de injeção de polímeros. A matéria-prima é colocada no funil de carga, e o parafuso a leva até o molde. Durante o trajeto, o polímero em estado pastoso escoar através de uma contração, na região do bico de injeção.



**Figura 1.4 - Desenho de uma máquina de injeção de polímeros (Fonte: DN Salias, 2011).**

Até mesmo no corpo humano se encontra situações de escoamento de fluidos não newtonianos em contrações. O sangue é um fluido com características não newtonianas. Durante seu trajeto no coração, o sangue é bombeado através de contração.

## 1.2 Oportunidade

Durante a montagem de um sistema para perfurar poços de petróleo, é necessário que seja instalada uma bomba, que colocará o fluido de perfuração em circulação. Para o dimensionamento da bomba, é necessário que se conheça as perdas de carga que estarão presentes no processo. Alguns trabalhos já apresentam resultados nesta linha, mas os estudos são restritos a contrações de baixa razão de aspecto –  $D/d$ . O presente trabalho considera diversas razões de aspecto.

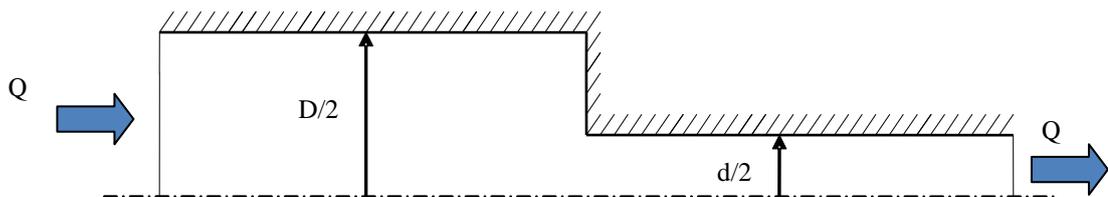


Figura 1.5 - Geometria de uma contração.

A Figura 1.5 representa a geometria de uma contração 2-D, modelo a ser utilizado nas simulações, sendo  $Q$  a vazão volumétrica. A razão de contração, ou de aspecto, é definida como a divisão do diâmetro anterior à contração pelo diâmetro posterior à contração, conforme a equação (1.1). Alguns autores preferem trabalhar com uma razão de raios, que gera o mesmo resultado.

$$\beta = \frac{D}{d} \quad (1.1)$$

## 1.3 Objetivos

O objetivo do presente trabalho é analisar as características do escoamento de fluidos viscoplásticos em contrações abruptas. Pretende-se obter os padrões do escoamento a partir de simulações numéricas, avaliando-se a influência dos fatores

cinemáticos, geométricos e reológicos representados, respectivamente, pelo número de Reynolds, razão de contração e número de Hedstrom.

Os números de Reynolds (para fluidos de Bingham) a serem analisados são: 10, 50, 100, 200, 500, 1000 e 2000. Os números de Hedstrom que serão considerados são:  $10^2$ ,  $10^3$ ,  $10^4$  e  $10^5$ . Os valores de Hedstrom  $10^2$  e  $10^3$  são considerados como equivalentes a escoamentos de fluidos newtonianos. As razões de contração que se pretende estudar são: 2, 4, 8, 16 e 32.

Busca-se, ainda, uma função para possibilitar o cálculo da perda de carga em função dos números de Reynolds e Hedstrom para cada relação de contração e, também, comparar os resultados dos padrões de escoamento com resultados de outros autores. Para as comparações, será necessário considerar outros padrões de escoamento, como explicado no tópico 5.1. As simulações numéricas serão realizadas no programa comercial PolyFlow.

#### **1.4 Justificativa**

No cenário econômico, a busca por novos reservatórios de petróleo está levando as empresas a procurar o mineral em lugares inimagináveis há poucos anos, especialmente no Brasil. A recente descoberta de imensas reservas na região do pré-sal estimulou as pesquisas na área de perfuração de poços. Como vultosas quantias monetárias estão envolvidas, a busca pelo aperfeiçoamento tecnológico é de grande importância, pois pode baixar o custo da operação.

Do ponto de vista acadêmico, a área de Dinâmica de Fluidos Computacional é uma das que mais exige uma sólida formação. Além de uma grande capacidade de análise gráfica, conceitos físicos e matemáticos são de fundamental importância. Os conhecimentos matemáticos são necessários para a resolução de equações diferenciais que regem o comportamento dos materiais. Os conceitos físicos, principalmente na área de Mecânica dos Fluidos e Termodinâmica, precisam ser bem compreendidos para que os resultados gerados possam ser corretamente avaliados. Conhecimentos de reologia de fluidos também são extremamente importantes, visto que essa é a ciência que aborda o comportamento dos materiais e, por consequência, dos fluidos não newtonianos.

Este trabalho dá continuidade ao projeto de iniciação científica realizada pelo estudante no LACIT (Laboratório de Ciências Térmicas), iniciado em 2008, onde existe um grupo de pesquisa especializado na área de fluidos não newtonianos. Dentre os trabalhos já realizados na área, pode-se citar Coradin (2007), Brondani (2007), Vitorassi (2009) e Oliveira (2010). Este contato proporciona a possibilidade de publicações de artigos científicos além de uma maior convivência com a área acadêmica.

Para as simulações numéricas será empregado o programa PolyFlow, utilizando-se a equação constitutiva de Bingham que já está implementada na biblioteca do programa. Dentre os autores citados no parágrafo anterior, apenas Oliveira (2010) se utilizou do PolyFlow.

### **1.5 Conteúdo do trabalho**

O presente trabalho encontra-se dividido em 7 capítulos. O primeiro deles refere-se à introdução, destinado a contextualizar o estudo que realizado, os objetivos a serem alcançados e a justificativa por que é importante e adequado ao aluno o estudo que está sendo realizado.

O segundo capítulo é destinado à fundamentação teórica. Nele são apresentados os principais conceitos e definições para a compreensão das análises realizadas. Além disso, foi feita uma breve descrição sobre outros trabalhos da área.

O capítulo 3 é referente à metodologia e à modelagem matemática. Neste capítulo são apresentados: como o trabalho foi feito, as etapas que devem ser seguidas para um estudo utilizando uma ferramenta de CFD e quais as considerações e hipóteses simplificadoras foram utilizadas.

O capítulo 4 é dedicado a apresentação do programa de CFD utilizado (PolyFlow). São discutidos os princípios básicos do funcionamento do programa, como o dos elementos finitos e a função evolutiva que é implementada na biblioteca do PolyFlow.

O capítulo 5 é dedicado a apresentação dos resultados obtidos e comparação com trabalhos de outros autores.

Por fim, no capítulo 6 são expressas as conclusões obtidas no projeto. Além disso, no Anexo A encontra-se o cronograma atualizado do projeto.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

No presente capítulo são apresentados conceitos e definições importantes para o desenvolvimento do trabalho. Será realizada uma revisão sobre temas relevantes de Mecânica dos Fluidos e Reologia, além da definição de parâmetros adimensionais que são largamente empregados na área. Também serão apresentados outros trabalhos presentes na literatura.

### 2.1 Mecânica dos Fluidos

Os conceitos de Mecânica dos Fluidos estão baseados na Mecânica do Contínuo. Com isso, busca-se estabelecer que, a princípio, o fluido é um meio contínuo. Embora em alguns casos tal afirmação não seja verdadeira, como em condições de ar rarefeito, ela é adequada para a grande maioria das análises de engenharia.

Segundo Fox e McDonald (2006), um fluido é definido como uma substância que se deforma continuamente sob a ação de uma tensão de cisalhamento, não importando qual sua intensidade.

Qualquer análise de problemas de Mecânica dos Fluidos começa com a definição das leis básicas que regem o comportamento dos fluidos, mesmo que de maneira indireta. As leis básicas são apresentadas por Fox e McDonald (2006) como segue:

- a) conservação da massa;
- b) segunda lei de Newton para o movimento;
- c) princípio da quantidade de movimento angular;
- d) primeira lei da termodinâmica;
- e) segunda lei da termodinâmica.

Nos escoamentos em que não há transferência de calor, a solução pode ser obtida utilizando-se somente as duas primeiras leis básicas. Segundo Fox e McDonald (2006), quando aplicadas a um volume de controle, as duas leis ficam descritas como nas equações (2.1) e (2.2).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{v} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{1}{\rho} (-\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}) = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (2.2)$$

Nas equações acima,  $\rho$  representa a massa específica do fluido,  $\mathbf{v}$  o vetor velocidade,  $\boldsymbol{\tau}$  o tensor de tensões do elemento fluido e  $p$  a pressão. O operador  $\nabla$ , em coordenadas cilíndricas, é apresentado na equação (2.3).

$$\nabla ( ) = \frac{\partial ( )}{\partial r} \hat{\mathbf{e}}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial ( )}{\partial \theta} \hat{\mathbf{e}}_\theta + \frac{\partial ( )}{\partial z} \hat{\mathbf{e}}_z \quad (2.3)$$

É preciso obter uma equação que correlacione as tensões aplicadas ao fluido com as taxas de deformação existentes, conhecida como equação constitutiva. Representa-se a tensão aplicada no plano  $i$  na direção  $j$  como  $\tau_{ij}$  e a taxa de deformação no plano  $i$  na direção  $j$  como  $\dot{\gamma}_{ij}$ . Para os fluidos newtonianos, tal relação é linear e a constante de proporcionalidade é a viscosidade dinâmica, conforme equação (2.4).

$$\tau_{ij} = \mu \dot{\gamma}_{ij} \quad (2.4)$$

Exemplos de fluidos newtonianos são a água e o ar. Para esse tipo de substância, considera-se que a viscosidade varia apenas com a temperatura. Porém, existe um grande número de substâncias que possuem uma viscosidade que varia não somente com a temperatura, mas também com a taxa de deformação, denominados fluidos não newtonianos.

Antes de serem definidos alguns modelos e equações constitutivas de fluidos não newtonianos, cabe definir alguns conceitos importantes para permitir um maior entendimento do assunto. Serão discutidos alguns aspectos básicos a respeito de tensões e taxa de deformação.

### 2.1.1 Tensões

Segundo Fox e McDonald (2006), forças de superfície agindo sobre uma partícula fluida geram tensões. O conceito é importante para entender como as forças, agindo sobre um material, são transmitidas por ele. Em sólidos as forças

causam deflexão. Em fluidos, as forças são causadoras, majoritariamente, de movimentos.

Uma força,  $\delta\vec{F}$ , agindo sobre um elemento de área,  $\delta\vec{A}$ , pode ser decomposta em duas componentes. Uma delas é chamada de tensão normal (2.5) e outra de tensão de cisalhamento (2.6) (FOX e MCDONALD, 2006).

$$\sigma_{ii} = \lim_{\delta A_i \rightarrow 0} \frac{\delta F_i}{\delta A_i} \quad (2.5)$$

$$\tau_{ij} = \lim_{\delta A_i \rightarrow 0} \frac{\delta F_j}{\delta A_i} \quad (2.6)$$

A partir de (2.5) e (2.6), pode-se chegar a um tensor de tensões que possui 9 componentes escalares. O tensor é apresentado na forma de uma matriz que é simétrica (2.7), ou seja,  $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ . Assim sendo, apenas 6 componentes são necessários para determinar o tensor. Alguns autores representam as tensões normais,  $\sigma_{ii}$ , como tensões cisalhantes de mesmo índice,  $\tau_{ii}$ , notação que será adotada a partir deste ponto. A Figura 2.1 mostra a representação dos componentes de tensão atuando em um elemento diferencial cilíndrico.

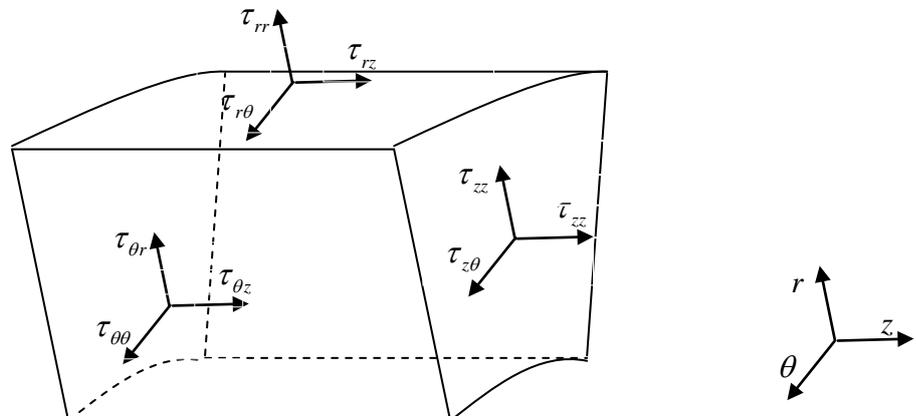
$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{rz} & \tau_{\theta z} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.7)$$


Figura 2.1 - Tensões atuantes em um elemento diferencial cilíndrico.

### 2.1.2 Taxa de deformação

Segundo a definição de um fluido, para qualquer tensão aplicada, existe uma deformação contínua. Para se determinar o tensor taxa de deformação ( $\dot{\gamma}_{ij}$ ) é necessário, primeiramente, definir o tensor gradiente de velocidade. Ao se aplicar o operador  $\nabla$ , dado por (2.3), ao vetor velocidade, (2.8), chega-se ao tensor gradiente de velocidades em coordenadas cilíndricas (2.9).

$$\mathbf{v} = v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta + v_z \hat{e}_z \quad (2.8)$$

$$\nabla \mathbf{v} = \begin{pmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} & \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Um tensor pode ser escrito em função do operador  $\nabla$ , de maneira mais compacta, como segue em (2.10). Assim sendo, é possível dividi-lo em dois outros tensores, tensor taxa de deformação (2.11) e tensor vorticidade (2.12) (TANNER, 2000).

$$\nabla \mathbf{v} = \frac{1}{2} [(\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) + (\nabla \mathbf{v} - \nabla \mathbf{v}^T)] \quad (2.10)$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T) \quad (2.11)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{v} - \nabla \mathbf{v}^T) \quad (2.12)$$

Ao se substituir (2.9) em (2.11), chega-se ao tensor taxa de deformação, apresentado em (2.13). O sinal + da matriz representa sua simetria.

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial v_r}{\partial r} & \left( \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) & \left( \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\ + & 2 \left( \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} \right) & \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ + & + & 2 \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

## 2.2 Fluidos não Newtonianos

Existe uma grande quantidade de modelos que buscam representar as características dos fluidos não newtonianos. Cada uma possui uma particularidade e tem sua devida importância.

Uma formulação relativamente simples dos fluidos não newtonianos é a dos fluidos newtonianos generalizados (FNG), que são redutíveis ao modelo de fluido newtoniano. Porém, sua simplicidade impede que eles sejam sensíveis a efeitos elásticos, que em alguns casos, são significativos. Para tais situações, os modelos viscoelásticos são utilizados.

Os FNG possuem uma formulação similar a dos newtonianos. O que os difere é a inserção de uma viscosidade não newtoniana, também chamada de viscosidade aparente, que é função da taxa de deformação (2.14).

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma} \quad (2.14)$$

A seguir são apresentadas algumas equações que descrevem o comportamento dos FNG. Busca-se apresentar as equações que mais estão presentes na literatura para trabalhos na área.

### 2.2.1 Fluido de Power Law (Lei de Potência)

Os fluidos regidos pela lei de potências necessitam de dois parâmetros para que sua viscosidade aparente possa ser calculada. Conforme a equação (2.15),  $k$  é o índice de consistência e  $n$  o índice de potência (BIRD, 1987).

$$\eta(\dot{\gamma}) = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.15)$$

Substituindo-se (2.15) em (2.14), chega-se à equação da Lei de Potência (LP), apresentada em (2.16) ou (2.17). Nos casos em que  $n=1$ , o parâmetro  $k$  se torna

igual ao parâmetro  $\mu$  da equação que rege o comportamento dos fluidos newtonianos (2.4).

$$\tau = k\dot{\gamma}^{n-1}\dot{\gamma} \quad (2.16)$$

$$\tau = k\dot{\gamma}^n \quad (2.17)$$

Se  $n < 1$ , a viscosidade aparente diminui com o aumento da taxa de cisalhamento (“shear-thinning”), caracterizando um fluido pseudoplástico. Para os casos em que  $n > 1$ , ocorre o fenômeno do “shear-thickening” (viscosidade aparente aumenta com o aumento da taxa de cisalhamento), que ocorre em fluidos denominados dilatantes (BIRD, 1987).

### 2.2.2 Fluido de Bingham

O fluido de Bingham – BG – apresenta a equação mais simples dentre os fluidos viscoplásticos. Com isso, os fluidos regidos pela equação de Bingham são caracterizados por dois comportamentos: a viscosidade e também a plasticidade.

A função para a determinação da viscosidade aparente para os fluidos de Bingham difere das até aqui apresentadas. Os fluidos de Bingham são caracterizados por apresentarem escoamento somente após uma tensão limite ser atingida. Segundo Barnes (1999), após ser atingida a tensão limite, o material muda sua estrutura. Assim sendo, para tensões abaixo da tensão limite de escoamento, o comportamento é o de um sólido e para tensões acima se tem o comportamento de um líquido.

A equação característica desta classe de fluidos é descrita por (2.18). A tensão limite de escoamento é representada por  $\tau_0$  e a constante de proporcionalidade  $\mu_0$  é a viscosidade plástica.

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & se \quad \tau \leq \tau_0 \\ \tau &= \tau_0 + \mu_0\dot{\gamma} & se \quad \tau > \tau_0 \end{aligned} \quad (2.18)$$

A viscosidade não newtoniana,  $\eta(\dot{\gamma})$ , atinge valores extremamente elevados para a região em que  $\tau_{ij} \leq \tau_0$ . Para a região em que há escoamento, ou seja, existe um comportamento fluido, pois a tensão limite de escoamento foi superada,  $\eta(\dot{\gamma})$

pode ser descrita como (2.19). O modelo fica equivalente ao newtoniano quando a tensão limite de escoamento,  $\tau_0$ , é nula e, assim, a viscosidade plástica se iguala à viscosidade dinâmica.

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_0 \quad (2.19)$$

O programa Polyflow possui a equação de Bingham para a viscosidade disponível em sua biblioteca. Porém, para ser mais estável computacionalmente, o modelo implementado é o da bi-viscosidade, apresentado em (2.20). Tal formulação possui duas equações para a viscosidade: uma para as regiões em que o cisalhamento é maior que o cisalhamento crítico ( $\dot{\gamma}_c$ ); e outra para as regiões em que o cisalhamento é menor que  $\dot{\gamma}_c$  (ANSYS, 2010).

$$\eta = \begin{cases} \mu_0 + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}, & \dot{\gamma} \geq \dot{\gamma}_c \\ \mu_0 + \tau_0 \frac{\left(2 - \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c}\right)}{\dot{\gamma}_c}, & \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \end{cases} \quad (2.20)$$

O cisalhamento crítico é um parâmetro numérico que auxilia na representação da viscosidade. Segundo Beverly *et al.* (1989), este valor deve ser calculado utilizando-se a equação apresentada, no ponto em que  $\eta = 1000\mu_0$ . Ele opera na faixa de valores onde a tensão de escoamento é atingida, ou seja, a partir do ponto onde se tem cisalhamento.

### 2.2.3 Fluido Herschel-Bulkley

O fluido de Herschel-Bulkley (HB) é uma combinação do fluido Power Law com o de Bingham. Portanto, o fluido só começa escoar a partir de uma tensão mínima (tensão limite de escoamento,  $\tau_0$ ) e, após este valor, a relação entre a tensão e a taxa de deformação não é mais linear.

Como no caso do fluido de Bingham, a função para a determinação da equação característica é descrita por duas equações (2.21). A tensão limite de

escoamento é representada por  $\tau_0$ , o parâmetro  $k$  representa o índice de consistência e  $n$  o índice de potência.

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= 0 & \text{se } \tau \leq \tau_0 \\ \tau &= \tau_0 + k\dot{\gamma}^n & \text{se } \tau > \tau_0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

A viscosidade não newtoniana, para valores de tensão abaixo da tensão limite de escoamento, é muito alta, como na equação de Bingham. Para valores acima desta tensão, a viscosidade aparente pode ser calculada como descrito em (2.22).

$$\eta(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.22)$$

A equação de HB retorna à de Bingham nos casos em que  $n=1$ . Nos casos em que  $\tau_0=0$ , retorna-se à equação de Power Law. Se as duas condições forem atendidas, o modelo retorna ao newtoniano.

## 2.2.4 Parâmetros Adimensionais

Para o entendimento dos estudos realizados na área, é necessário que seja feita a definição de alguns parâmetros adimensionais. Alguns são válidos apenas para fluidos não newtonianos. Já o caso do número de Reynolds é válido para newtonianos e não newtonianos, embora em equações diferenciadas.

### 2.2.4.1 Número de Reynolds

O número de Reynolds representa a razão entre os termos inerciais pelos termos viscosos do escoamento. Ele é definido para os fluidos newtonianos como (2.23). Na formulação mais utilizada para o número de Bingham, apenas troca-se  $\mu$  por  $\mu_0$ , conforme equação (2.24). Segundo Gratão (2006), para os fluidos de HB define-se por (2.25).

$$\text{Re} = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu} \quad (2.23)$$

$$\text{Re}_{BG} = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu_0} \quad (2.24)$$

$$\text{Re}_{HB} = \frac{\rho \bar{V}^{(2-n)} D^n}{k 8^{(n-1)}} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n \quad (2.25)$$

No presente trabalho, para questões de nomenclatura, considera-se  $\text{Re} = \text{Re}_{BG}$ . O número de Reynolds para os FNN será considerado, somente, quando descrito no texto.

Boger (1987) propôs uma definição do número de Reynolds, englobando os fluidos de HB, conhecida como Reynolds generalizado –  $\text{Re}_{gHB}$ . Na equação proposta é levado em consideração o parâmetro de correção  $\psi$ .

$$\text{Re}_{gHB} = \frac{\rho \bar{V}^{(2-n)} D^n}{k 8^{n-1}} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n \psi \quad (2.26)$$

$$\psi = (3n+1)^n (1-\xi_0)^{n+1} \psi_1 \quad (2.27)$$

O componente  $\psi_1$  da correlação é calculado conforme (2.28). Nas equações apresentadas,  $n$  é o índice de potência e  $\xi_0$  é a razão entre o raio da região não cisalhada ( $r_0$ ) e o raio do tubo ( $R$ ), que coincide com a correlação entre a tensão de cisalhamento do material ( $\tau_0$ ) e a tensão na parede do tubo ( $\tau_p$ ).

$$\psi_1 = \left[ \frac{(1-\xi_0)^2}{3n+1} + \frac{2\xi_0(1-\xi_0)}{2n+1} + \frac{\xi_0^2}{n+1} \right] \quad (2.28)$$

$$\xi_0 = \frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_p} \quad (2.29)$$

Nota-se que a definição do  $\text{Re}_{gHB}$  é feita para fluidos de HB. Porém, para os casos em que  $n=1$ , tal definição pode ser utilizada para os fluidos de Bingham (somente sendo necessário alterar o parâmetro  $k$  por  $\mu_0$ ) e a equação resultante é apresentada em (2.30). Quando o fluido considerado é de LP,  $\psi = 1$ . Se o fluido considerado é newtoniano, a definição recai sobre o número de Reynolds para newtoniano, alterando-se somente  $k$  por  $\mu$ .

$$\text{Re}_g = \frac{\rho \bar{V} D}{\mu_0} \left( \frac{4n}{3n+1} \right)^n \psi \quad (2.30)$$

Boger (1987) trabalhou em tal definição do  $Re_g$ , pois, utilizando-se tal correlação, o fator de atrito de Fanning pode ser calculado por uma equação que vale tanto para os fluidos newtonianos quanto para os não newtonianos – (2.31).

$$f = \frac{16}{Re_g} \quad (2.31)$$

Para um dado fluido incompressível, escoando por uma mesma região, o número de Reynolds é uma maneira de mensurar a vazão, já que é função da velocidade média. O regime do escoamento é laminar para valores de Reynolds menores que 2300 para a equação (2.23) – válida para fluidos newtonianos (FOX *et al.*, 2006). Para o fluido de HB, já foram propostos alguns valores, outras equações e até tabelas para estabelecer qual é o número de transição. Porém, ainda não existe um valor inteiramente aceito pela comunidade científica sobre esta questão. Para o fluido de Bingham, utiliza-se uma correlação que considera outro parâmetro adimensional, o número de Hedstrom. Esta correlação e o número de Hedstrom serão apresentados nos próximos tópicos.

#### 2.2.4.2 Número de Hedstrom

O número de Hedstrom é a razão entre os termos associados às deformações plásticas e os efeitos viscosos presentes no escoamento. Portanto, este parâmetro é válido apenas para os fluidos viscoplásticos, e é definido pela equação (2.32) para Bingham e (2.33) para HB (MALIN, 1988).

$$He = \frac{D^2 \rho \tau_0}{\mu_0^2} \quad (2.32)$$

$$He_{HB} = \frac{D^2 \rho \tau_0^{\left(\frac{2}{n}-1\right)}}{k^{\frac{2}{n}}} \quad (2.33)$$

#### 2.2.4.3 Número de Bingham

O número de Bingham é a razão entre os números de Hedstrom e Reynolds. Assim sendo, ele relaciona os termos associados às deformações plásticas e os termos inerciais do escoamento. Para os fluidos de Bingham ele é definido como (2.34) e para os fluidos HB é definido como (2.35).

$$Bi = \frac{\tau_0 D}{\mu_0 \bar{V}} \quad (2.34)$$

$$Bi_{HB} = \frac{\tau_0 \binom{2-n}{n} D^{(2-n)} 8^{(n-1)} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n}{k \binom{2-n}{n} \bar{V}^{(2-n)}} \quad (2.35)$$

#### 2.2.4.4 Determinação do número de Reynolds de transição para fluidos de Bingham

Para a determinação do número de Reynolds de transição, ou seja, a partir do qual o escoamento passa a ser turbulento, Chhabra *et al.* (1999) sugerem uma metodologia que considera o número de Hedstrom. Segundo o autor, o número de Reynolds de transição pode ser calculado pela equação (2.36).

$$Re_{BG} = \frac{1 - \frac{4}{3} \tau^* + \frac{\tau^{*4}}{3}}{8\tau^*} He \quad (2.36)$$

O parâmetro  $\tau^*$  é a tensão limite de escoamento do material dividida pela tensão da parede  $\tau^* = \tau_0 / \tau_w$ . Tal correlação é calculada pela equação (2.37), que coincide com  $\xi_0$ .

$$\frac{\tau^*}{(1 - \tau^*)^3} = \frac{He}{16800} \quad (2.37)$$

### 2.3 Revisão da Literatura

O grande número de trabalhos apresentados nos últimos 50 anos sobre escoamentos através de contrações mostra o interesse da comunidade científica pelo assunto. Boger (1987) afirmou que o escoamento de fluidos newtonianos em contrações “era um problema resolvido”. Porém, outros autores, como Sisavath *et al.* (2002) não pensam da mesma maneira, pois, segundo eles, os resultados experimentais obtidos não apresentam grande concordância entre si, assim como quando comparados com resultados analíticos e numéricos.

Duda e Vrentas (1973) publicaram o estudo de um escoamento de entrada de um fluido não newtoniano de um grande reservatório para um tubo circular. A análise foi realizada para escoamentos com baixos valores de Reynolds, isotérmico e em

regime permanente, considerando-se o fluido como incompressível regido pela equação de Power Law. O autor chegou a uma relação analítica para a determinação da queda de pressão e, também, a uma curva do comprimento de desenvolvimento em função do índice de potência  $n$ . É mostrado, ainda, um gráfico do comprimento de desenvolvimento pelo valor do número de Reynolds.

Kim *et al.* (1983) realizaram um estudo sobre a influência dos termos inerciais e de “shear-thinning” sobre o escoamento de um fluido inelástico através de uma contração abrupta. O modelo utilizado foi o de Carreau, no qual, para pequenos valores da taxa de cisalhamento, o fluido se comporta como um newtoniano e, para valores mais altos, como LP. A partir das simulações, chegou-se a conclusão que na linha de centro o desenvolvimento é independente do número de Reynolds para  $Re \leq 1$  e para razões de contração maiores ou iguais a 4. Observou-se que para maiores números de Reynolds do escoamento, maior é a necessidade de refino de malha na região próxima à parede, pelos maiores gradientes de velocidade presentes.

Um trabalho sobre o escoamento de fluidos newtonianos por contrações foi realizado por Durst e Loy (1985), em que os autores fizeram experimentos e compararam os resultados com simulações numéricas. A concordância dos resultados é muito boa. Foram avaliados os perfis de velocidades na região da contração, assim como a perda de carga adimensional. Porém, foi estudada somente uma razão de contração de 1,87.

Boger (1987) realizou um estudo sobre o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos, referenciando-se inúmeros trabalhos de outros autores. O autor afirma que o escoamento de fluidos newtonianos e não newtonianos através de contrações está resolvido, porém, sem citar modelos que consideram a tensão limite de escoamento. Para os fluidos newtonianos, o autor apresenta uma relação para o comprimento de desenvolvimento (CARTER, 1969 e DUDA e VENTRAS, 1973 apud BOGER, 1987), válida para razões de aspecto menores ou iguais a 2, e uma segunda para a perda de carga – ou queda de pressão adimensional – (KESTIN *et al.*, 1973 e CHRISTIANSEN *et al.*, 1972, apud BOGER, 1987), válida para razões de aspecto menores ou iguais a 4. A equação para o comprimento de desenvolvimento é diretamente proporcional ao Reynolds considerado, ou seja, quanto maior o

Reynolds, maior o comprimento necessário para que o escoamento seja completamente desenvolvido. Para fluidos não newtonianos escoando através de contrações com razão de contração maiores ou iguais a 4, Boger (1987) propõe uma correlação, apresentada na equação (2.38), para a determinação da queda de pressão adimensional. O estudo apresentado utilizou um fluido cujas propriedades são regidas pela LP. Na correlação (2.38),  $\Delta p$  é a queda de pressão;  $\tau_w$  a tensão de cisalhamento na parede do tubo de menor diâmetro;  $Re_g$  o número de Reynolds Generalizado – porém, reduzido para fluido regido pela LP;  $C'$  é o coeficiente de perda e  $n'_c$  a correção de Couette. Os dois últimos, são funções do índice de potência  $n$ , mostrados na

$$\frac{\Delta p}{2\tau_w} = (C'+1) \frac{Re_g}{32} + n'_c \quad (2.38)$$

**Tabela 2.1 - Valores do coeficiente de perda e da correção de Couette em função do índice de potência – Adaptado de Boger, 1987**

$n$	$C'$	$n'_c$
1,0	1,33	0,58
0,9	1,25	0,64
0,8	1,17	0,70
0,7	1,08	0,79
0,6	0,97	0,89
0,5	0,85	0,99
0,4	0,70	1,15

Abdali *et al.* (1992) publicaram resultados de simulações de um fluido de Bingham escoando por uma contração de razão 4:1. Observou-se que aumento na tensão de escoamento do material gera um aumento da perda de carga da contração.

Hammad e Vradis (1996) realizaram um estudo do escoamento de uma contração de razão 4, variando os números de Reynolds e a tensão de cisalhamento adimensional. O autor não utilizou o número de Hedstrom. A partir dos resultados obtidos, verificou-se que um aumento do número de Reynolds gera um rápido decréscimo na região de recirculação antes da contração. O autor também cita que estudos anteriores revelaram que a recirculação também diminui com o decréscimo

da razão de contração. Analisando-se os perfis de velocidade do escoamento, percebe-se que nem sempre a velocidade máxima está sobre a linha de centro, fato relacionado com um gradiente de pressão. Tal comportamento é observado tanto para regiões anteriores e também posteriores à contração.

Jay *et al.* (2001) publicaram um artigo onde estudam o escoamento de um fluido regido pela equação de Herschel-Bulkley com o programa comercial PolyFlow. A geometria axissimétrica é uma expansão de razão (divisão do raio anterior e posterior à expansão) 1:4. A partir das simulações, pode-se observar que ao diminuir-se o valor de  $n$ , o raio da região não deformada diminui drasticamente, assim como a região de recirculação na quina.

Ozalp *et al.* (2007) realizaram experimentos em uma contração de razão 4:1, com um fluido newtoniano (água). As medidas das velocidades foram feitas através da técnica PIV – “Particle Image Velocimetry” – na entrada do tubo de menor diâmetro. Uma investigação da velocidade axial revela as diferenças dos perfis de velocidade conforme se aproximam da contração. Quando distante da contração o perfil é côncavo. Ao se aproximar, observa-se um ponto de inflexão neste perfil. Além disso, observa-se que ao se aproximar do tubo de diâmetro menor, o fluido é acelerado no eixo axial e desacelerado nas regiões próximas à parede.

O caso estudado por Naccache e Barbosa (2007) é o de uma expansão seguida de uma contração com uma geometria bi-dimensional, em escoamento laminar e regime permanente. O modelo reológico considerado para o estudo numérico é o dos fluidos newtonianos generalizados, proposto por Souza Mendes e Dutra (2004). Com os resultados obtidos observam-se três regiões que não apresentam cisalhamento. A primeira é a região não deformada no centro do tubo. Na parte de maior diâmetro, entre a expansão e a contração, aparecem as outras duas regiões. Com o aumento do índice de potência, obtém-se uma maior região não deformada.

Vitorassi (2009) realizou o estudo sobre o escoamento de fluidos regidos pela equação de HB através de contrações abruptas. Foram avaliados diferentes números de Reynolds, Hedstrom e do parâmetro  $n$ . Foram avaliados os perfis de

velocidades e apresentadas as quedas de pressão adimensionais para cada caso. Porém os resultados são restritos para a razão de contração igual a quatro,  $\beta = 4$ .

Kfuri *et al.* (2011) utilizaram o programa PolyFlow para investigar duas regiões: a de desenvolvimento do escoamento; e da contração de uma geometria com  $\beta = 4$ . Foram estudados dois tipos fluidos, regidos por duas diferentes equações: Bingham e LP. Os autores analisaram a influência dos parâmetros  $\tau_0$ , tensão de cisalhamento, e  $n$ , o índice de potência, para a determinação das perdas de carga para as duas regiões estudadas. A influência dos dois parâmetros também foi considerada para a caracterização das regiões de recirculação na quina da contração. Para a determinação da perda de carga, Kfuri *et al.* (2011), primeiramente, definiram o parâmetro  $\alpha$ , utilizado na equação da conservação da energia mecânica – equação (2.39). Em (2.39),  $p$  representa a pressão,  $\bar{V}$  a velocidade média do escoamento,  $g$  a aceleração da gravidade e  $z$  a posição na direção da gravidade. O fator apresentado corrige a equação da energia mecânica considerando a não uniformidade do perfil de velocidades, e é definido por (2.40). O autor considerou, ainda, que como as avaliações são feitas nos perfis completamente desenvolvidos antes e após a contração,  $\alpha_1 = \alpha_2$ .

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{\bar{V}_1^2}{2} + gz_1 = \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{\bar{V}_2^2}{2} + gz_2 + h_l \quad (2.39)$$

$$\alpha = \frac{1}{\bar{V}^3 A} \int_A V^3 dA \quad (2.40)$$

A perda de carga total ( $h_l$ ), presente em (2.39), pode ser subdividida nas perdas de carga devido ao atrito na região de escoamento completamente desenvolvido em tubos de seção constante (2.41) e, também, por perdas localizadas (2.42).

$$h_l = f \frac{L}{D} \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (2.41)$$

$$f = \frac{64}{\text{Re}}$$

$$h_{lm} = K^* \frac{\bar{V}^2}{2} \quad (2.42)$$

Ao se aplicar as equações (2.41) e (2.42) para as condições da contração, a queda de pressão adimensional proposta por Kfuri *et al.* (2011) –  $K^*$  – é obtida, conforme a equação (2.43). Na equação,  $L$  representa a distância entre os pontos que estão em seu índice. Os pontos são: A para um ponto anterior a contração com o escoamento completamente desenvolvido; B para um ponto exatamente na região da contração e C para um ponto após a contração com escoamento completamente desenvolvido..

$$K^* = \frac{p_1 - p_2}{\rho \frac{V_2^2}{2}} + \alpha \left( \frac{1}{\beta^2} - 1 \right) - \frac{64}{\text{Re}_2} \frac{L_{BC}}{d} \left( \frac{L_{AB}}{L_{BC}} \frac{1}{\beta^6} + 1 \right) \quad (2.43)$$

Dessa forma percebe-se que existem poucos trabalhos que investigam a perda de carga e os padrões de escoamento para fluidos viscoplásticos através de contrações. Os trabalhos que existem são sobre contrações de pequenas razões de aspecto. Este trabalho pretende analisar um maior número de razões de contração, utilizando o programa PolyFlow, que é uma ferramenta robusta para o estudo do escoamento dos fluidos não newtonianos. O fluido considerado para os estudos é regido pela equação de Bingham.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo é descrita a modelagem matemática adotada para a solução do problema do escoamento através da contração. Tanto a geometria da contração quanto as condições de contorno são apresentadas e comentadas. Por fim, as hipóteses simplificadoras são descritas.

#### 3.1 Geometria

A geometria considerada para as simulações consiste de um tubo circular de diâmetro  $D$ , que é a primeira região pela qual o fluido escoa, seguida de uma região em que o diâmetro diminui abruptamente, que caracteriza a contração. Após a contração, o duto de diâmetro reduzido,  $d$ , segue até o final do domínio.

Para a solução numérica, foi utilizada uma geometria em duas dimensões para representar o problema, conforme Figura 3.1. Na região da contração considera-se localizado a origem de um sistema de coordenadas, utilizado nas discussões do trabalho, salvo quando especificada localização diferente. Para que esta geometria represente a situação estudada, é necessário que se estabeleça com atenção as condições de contorno, melhor explicado no próximo tópico.

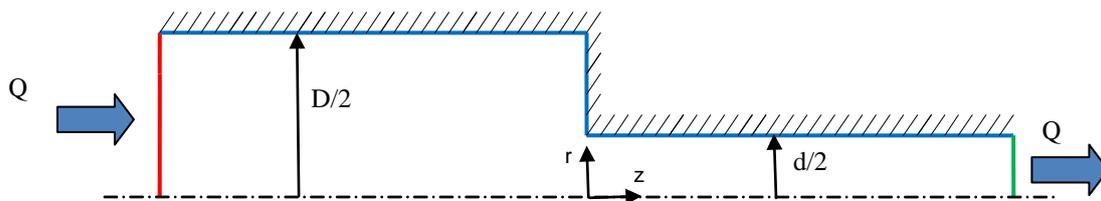


Figura 3.1 - Geometria de uma contração com eixo de referência.

#### 3.2 Condições de Contorno

Para as simulações, as seguintes condições de contorno foram utilizadas:

- Condição de não deslizamento nas paredes – velocidades nulas nas paredes. As regiões em que esta condição é aplicada estão representadas na Figura 3.1 pelas linhas de cor azul;

$$v_z = v_r = 0 \quad \text{em} \quad r = \frac{D}{2} \quad \text{e} \quad z < 0 \quad (3.1)$$

$$v_z = v_r = 0 \quad \text{em} \quad \frac{D}{2} \leq r \leq \frac{d}{2} \quad \text{e} \quad z = 0 \quad (3.2)$$

$$v_z = v_r = 0 \quad \text{em} \quad r = \frac{d}{2} \quad \text{e} \quad z < 0 \quad (3.3)$$

- b) Condição de entrada: perfil de velocidades completamente desenvolvido para fluido regido pela equação de Bingham. Colocando-se uma vazão na entrada, a biblioteca do PolyFlow calcula analiticamente o perfil completamente desenvolvido. Na Figura 3.1 a região para qual esta condição está aplicada, é representada por uma linha na cor vermelha;
- c) Condição de saída: considerada uma pressão nula na saída. Deve-se atentar para que o comprimento do tubo após a contração seja grande o suficiente para que, nesta região, o perfil de velocidades seja completamente desenvolvido, o que deve ser averiguado nos testes de malha. A região para qual esta condição é aplicada está representada na cor verde na Figura 3.1;
- d) Eixo de simetria. Esta condição permite que a geometria em 2 dimensões represente satisfatoriamente o escoamento que ocorre em uma geometria de 3 dimensões considerando que as derivadas na direção  $\theta$  sejam nulas. Na Figura 3.1 tal região é representada pela linha traço-ponto na cor preta.

### 3.3 Hipóteses simplificadoras e equações simplificadas

As equações envolvidas na solução deste problema possuem vários parâmetros que exigem muita capacidade computacional para a solução. Para contornar tais inconvenientes, algumas simplificações são aplicadas à formulação matemática, porém, estas considerações devem ser coerentes para que a solução encontrada ainda represente bem o caso estudado. São elas:

- a) Escoamento em regime permanente (propriedades não variam ao passar do tempo);

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

- b) Escoamento em regime laminar;
- c) Escoamento incompressível ( $\rho$  é constante);
- d) Escoamento com geometria bidimensional;

$$\frac{\partial(\quad)}{\partial\theta} = v_\theta = \tau_{r\theta} = \tau_{\theta\theta} = \tau_{\theta z} = 0 \quad (3.5)$$

- e) Escoamento isotérmico;

$$\nabla T = 0$$

- f) Efeitos gravitacionais desprezados.

$$g_\theta = g_r = g_z = 0 \quad (3.6)$$

Após aplicar tais condições de contorno na equação da conservação da massa e quantidade de movimento, equações (2.1) e (2.2), são obtidas as versões simplificadas destas equações. A equação da conservação da quantidade de movimento na direção  $\theta$  se anula. As equações utilizadas ficam, portanto, como o mostrado nas equações (3.7), (3.8) e (3.9).

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rr}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{rz}) \quad (3.8)$$

$$\rho \left( v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z}(\tau_{zz}) \quad (3.9)$$

Juntamente com a equação de Bingham para a viscosidade, dada pela equação (2.19), as equações (3.7), (3.8) e (3.9) são as equações que regem o comportamento do fluido no problema estudado.

### 3.4 Parâmetros adimensionais

As análises dos resultados obtidos são apresentadas de forma adimensional. A seguir são definidos e comentados os parâmetros adimensionais utilizados.

A posição radial será apresentada dividida pela metade do valor do diâmetro do tubo no local da análise, conforme equações (3.10) e (3.11). Considera-se  $R^*$  para

o tubo de maior diâmetro e  $r^*$  para o tubo de menor diâmetro. Na região da contração ( $z = 0$ ), considera-se  $r^*$ .

$$R^* = \frac{R}{D/2} \quad (3.10)$$

$$r^* = \frac{r}{d/2} \quad (3.11)$$

A posição axial na forma adimensional é obtida pela divisão da posição pelo diâmetro do tubo menor, conforme (3.12). Como o sistema de referência utilizado possui a origem localizada no centro da contração, conforme Figura 3.1, um valor negativo para a posição axial significa uma região anterior à contração e um número positivo uma posição posterior. A velocidade é avaliada de forma adimensional pela razão da velocidade no ponto, dividida pela velocidade média do tubo em questão, vide equação (3.13).

$$z^* = \frac{z}{d} \quad (3.12)$$

$$V^* = \frac{v}{\bar{V}} \quad (3.13)$$

A queda de pressão ao longo da geometria (entre os pontos A e C da Figura 3.2) é adimensionalizada de modo a se obter a perda de carga. Para a obtenção deste parâmetro, inicialmente precisa-se obter a queda de pressão devido à contração - equação (3.14). Para tal, é necessário subtrair a variação da pressão na entrada e na saída da geometria (pontos A e C) pela soma de duas quedas de pressão: a queda de pressão de um escoamento completamente desenvolvido do mesmo fluido, ao longo de todo o comprimento do tubo de maior diâmetro (entre pontos A e B); e a queda de pressão do mesmo fluido, ao longo de todo o tubo de menor diâmetro (entre pontos B e C). Após a determinação da queda de pressão da contração, a perda de carga é adimensionalizada dividindo-a pela tensão na parede do tubo de menor diâmetro – equação (3.15) (BOGER, 1987).

$$\Delta P_{contr} = (p_A - p_C) - \Delta P_{CD(A-B)} - \Delta P_{CD(B-C)} \quad (3.14)$$

$$K' = \frac{\Delta P_{contr}}{2\tau_w} \quad (3.15)$$

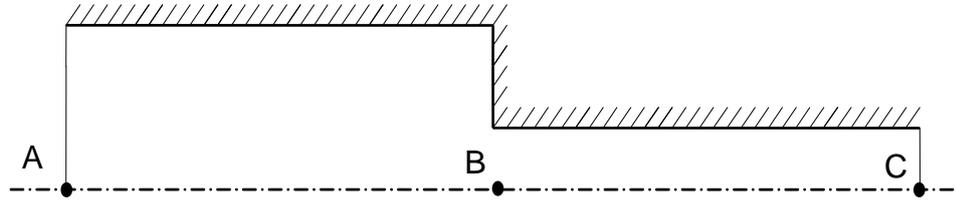


Figura 3.2 – Pontos considerados para cálculo da perda de carga.

### 3.5 Síntese do Capítulo

No presente capítulo apresentou-se os principais tópicos referentes a modelagem matemática do problema estudado. Foi apresentada a geometria, evidenciando as regiões das condições de contorno. Na seqüência, discutiram-se as hipóteses simplificadoras, explicando-se o porquê tais condições foram consideradas. Por fim, os parâmetros adimensionais necessários para a análise do problema foram apresentados.

A metodologia aplicada segue as seguintes etapas: teste de malha, simulações, tratamento dos dados e análise dos resultados. O estudo considera escoamentos de fluidos regidos pela equação de Bingham. O cronograma do projeto está disponível no Anexo A do presente trabalho.

## 4 MODELO NUMÉRICO

O presente capítulo é reservado para descrever a modelagem numérica do problema a ser resolvido. Primeiramente discute-se sobre o programa utilizado para as simulações, o PolyFlow. Na sequência, são introduzidos alguns elementos básicos sobre o método dos elementos finitos, que o programa utiliza para a solução do problema. Por fim, serão apresentados alguns parâmetros utilizados para se atingir a convergência nas simulações.

### 4.1 O programa PolyFlow

Para se avaliar problemas de engenharia pode-se adotar duas diferentes metodologias: teórica ou experimental. Para os casos envolvendo as ciências térmicas e mecânica dos fluidos, as análises teóricas envolvem soluções de equações diferenciais para se chegar a um resultado analítico. Para uma solução experimental, pode-se utilizar a metodologia clássica, com bancadas, sensores e equipamentos experimentais ou a metodologia computacional numérica, que é amplamente difundida.

A metodologia analítica pode ser utilizada restritamente para casos de geometrias e processos simples e quando não se encontra não linearidades nas equações diferenciais. Portanto, para os casos em que alguma destas condições não é atendida, é necessário adotar uma metodologia experimental.

Os experimentos clássicos são, geralmente, muito onerosos e os resultados podem ser influenciados por inúmeros fatores, que dificultam a utilização de tal metodologia. Porém, com o avanço da informática, a solução numérica surgiu como uma opção que gera bons resultados, com um custo menor.

No presente trabalho são encontradas duas situações que impossibilitam uma solução analítica: a geometria estudada no atual trabalho não possui solução analítica; e, como a taxa de cisalhamento é dependente da viscosidade, existe uma não linearidade. Portanto, optou-se por utilizar a metodologia numérica, através do programa PolyFlow. Este é um programa de CFD – “Computational Fluid Dynamics” – baseado no método dos elementos finitos. Tal ferramenta computacional é

conhecida por possuir uma biblioteca com numerosos modelos de fluidos não newtonianos.

As análises utilizando a técnica de CFD precisam passar por três etapas básicas, em ordem: pré-processamento, processamento e pós-processamento. Na primeira etapa, é definida a geometria, as malhas e os parâmetros reológicos que serão avaliados. Na segunda etapa, realiza-se a simulação numérica, obtendo a solução do problema. A terceira e última etapa consiste no tratamento dos resultados e respectiva análise.

## 4.2 Elementos Finitos: conceitos básicos

Para uma melhor compreensão das etapas realizadas no trabalho, é necessário definir alguns conceitos básicos sobre os elementos finitos, método utilizado pelo PolyFlow para resolver o problema. De acordo com Lewis *et al.* (2004), pode-se resumir a aplicação do método de elementos finitos nos 4 passos descritos a seguir.

### 1) Discretização do domínio

Nesta etapa, a região que se pretende estudar precisa ser dividida em elementos, na forma de polígonos. Na Figura 4.1 é apresentado um exemplo de uma geometria de uma contração, em duas dimensões, discretizada. No exemplo, são apresentados somente elementos quadriláteros, mas podem existir elementos com forma de outros polígonos. Além disso, os elementos podem ser todos do mesmo tamanho (malha regular) ou não (malha não uniforme). As malhas não uniformes são utilizadas em casos onde existe uma região do domínio onde os gradientes presentes precisam de menores elementos para a resolução adequada. Porém, se fosse utilizado todo o domínio do mesmo tamanho, a malha seria demasiadamente refinada. No método utilizado pelo programa, as equações diferenciais são resolvidas para encontrar os valores das grandezas físicas na posição dos nós dos elementos.

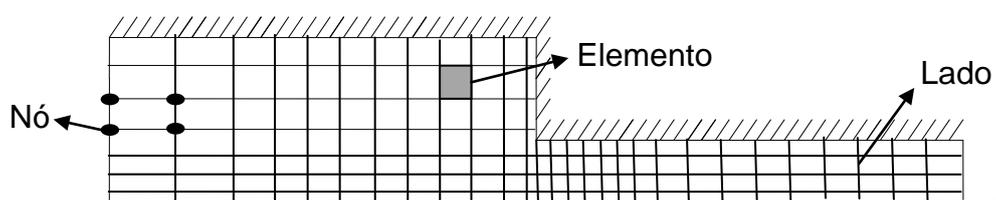


Figura 4.1 - Geometria de uma contração discretizada.

## 2) Seleção da função de interpolação

A função de interpolação aproxima a solução de uma variável. Por esta função, busca-se obter uma relação entre as equações diferenciais e cada elemento do domínio, para que os campos sejam determinados de maneira contínua e não discreta a partir das condições de contorno. A aproximação linear considera uma função de primeiro grau para se obter a relação e a aproximação quadrática considera uma função do segundo grau. Outras funções podem ser utilizadas para a aproximação, inclusive, funções polinomiais de grau maior que dois. As funções polinomiais são largamente utilizadas pela sua facilidade de derivação e integração.

## 3) Formulação dos elementos e do domínio

Após a definição das formas das funções de interpolação, é necessário definir as equações que precisam ser resolvidas em cada nó, para se chegar ao resultado das variáveis desejadas. Porém, as equações de cada nó não podem ser resolvidas separadamente dos demais elementos vizinhos. A solução das equações para cada ponto depende dos dados que se tem ao redor dele, seja em elementos vizinhos, seja nas condições de contorno (para elementos localizados nas fronteiras).

Para a solução destas equações, são utilizadas matrizes das equações que representam o domínio. Estes sistemas de matrizes são resolvidos por iterações, relacionando as funções de interpolação com as equações diferenciais. Existem vários métodos possíveis para a resolução destes sistemas de matrizes. Os métodos presentes no PolyFlow são: Método de ordem zero (Euler explícito), Euler implícito, Galerkin e Crank-Nicolson. Maiores informações sobre estes métodos podem ser encontrados no trabalho de Lewis *et al.* (2004).

## 4) Resolução do sistema

Após a definição dos parâmetros descritos nos itens anteriores, resta resolver as equações para se obter a solução procurada. A solução das matrizes é feita internamente no programa e usuários têm acesso a esta etapa da resolução.

### **4.3 Estratégia de solução numérica: o parâmetro evolutivo**

Devido a não linearidade presente no escoamento estudado, a convergência da solução numérica é um tanto difícil de ser obtida, mesmo para computadores

modernos fazendo milhares de iterações. Para contornar este problema, o PolyFlow dá a opção de se utilizar um esquema de solução alternativo, chamado de evolutivo, para uma ou mais variáveis. Tal esquema é similar às soluções para problemas em regime transiente. Porém, ao invés das variáveis mudarem de valor em função do tempo, elas variam em função do parâmetro evolutivo, identificado no programa pela variável  $S$ . Geralmente este parâmetro inicialmente vale zero e, ao final da simulação, vale 1.

A variação de  $S$  acontece para que inicialmente seja resolvido um problema mais simples e, conforme o valor de  $S$  é incrementado, a solução acaba se tornando mais próxima da solução desejada até que o valor de  $S$  seja 1 e os valores encontrados resultam na solução final. Com esta metodologia, a variável que apresenta não linearidade e dificulta a simulação, inicialmente, é desconsiderada. Para que isto ocorra, internamente o programa multiplica o valor desta variável por  $S$  (que inicialmente vale zero) e, conforme o valor de  $S$  aumenta, a simulação chega mais próxima ao que se deseja estudar. No final, quando  $S$  vale 1, têm-se o resultado da simulação para o caso desejado, como aparece no algoritmo colocado abaixo. O programa é responsável por controlar o incremento, garantindo que o valor final de  $S$  seja 1.

$$S = 0$$

*Enquanto  $S \leq 1$ , faça*

$$| \text{Variável Utilizada} = \text{Variável} \times S$$

*| Aguarda convergência da simulação com Variável Utilizada*

$$| S = S + \text{Incremento}$$

Como exemplo, no estudo dos fluidos viscoplásticos de Bingham, pode-se colocar a tensão limite de escoamento como variável evolutiva. Assim, como inicialmente o programa resolve as equações com  $\tau_0$  nulo, tem-se um escoamento de fluido newtoniano, que apresenta uma convergência mais simples. Após a convergência deste caso, o valor de  $S$  é incrementado, chegando a uma solução mais próxima da final. Por fim, quando o valor de  $S$  atinge 1, o programa irá resolver as equações para o valor de  $\tau_0$  desejado, tendo passado por outros resultados que não são aproveitados, e a solução final é encontrada.

Este é um procedimento comum em CFD. Para alguns casos, o programa só consegue atingir a convergência quando tal metodologia é adotada. É possível trabalhar com mais de uma variável evolutiva e que, podem possuir incrementos diferentes entre si. Maiores informações sobre o método evolutivo podem ser encontrados em Ansys (2010).

## 5 RESULTADOS

O presente capítulo é dedicado à apresentação dos resultados obtidos. Os parâmetros considerados são discutidos. Na seqüência são mostrados os testes de malhas realizados. Por fim são mostrados os resultados e as respectivas análises.

### 5.1 Parâmetros analisados

A escolha dos parâmetros analisados foi feita com base em trabalhos de outros autores, como Vitorassi (2009) e Boger *et al.* (1987). Considera-se um fluido cuja viscosidade é regida pela equação de Bingham. Assim, escolheu-se trabalhar com os valores para número de Reynolds e Hedstrom apresentados na Tabela 5.1. Para a razão de contração, a grande maioria dos trabalhos investiga apenas o valor de  $\beta = 4$ . Portanto, para a comparação, é necessário analisar este mesmo caso. Porém, também estão sendo estudadas outras razões de contração, que também seguem especificadas na Tabela 5.1. O número de simulações feitas é calculado multiplicando-se o quantidade de números de Reynolds considerados (5 diferentes valores), a quantidade de números de Hedstrom (4 diferentes valores) e a quantidade de razões de contração (5 diferentes valores), gerando 125 simulações.

**Tabela 5.1 Valores considerados para as simulações**

Reynolds ( $Re_{BG}$ )	Hedstrom	$\beta$
10	$10^2$	2
100	$10^3$	4
500	$10^4$	8
1000	$10^5$	16
2000	-	32

A faixa de valores do número de Hedstrom permite avaliar fluidos com diferentes características reológicas. A variação no número de Reynolds permite analisar as diferentes condições encontradas em diferentes vazões, com efeitos inerciais distintos. A variação na razão de aspecto permite conhecer o comportamento dos fluidos escoando através de diferentes geometrias. Os valores de Reynolds e Hedstrom apresentados em todo o trabalho são calculados com base no tubo de menor diâmetro.

Além disso, para possibilitar a comparação com os resultados de outros autores, foram feitas outras simulações, todas para  $\beta = 4$ . Para  $He = 10^4$ , foi necessário estudar o número de Reynolds ( $Re$ ) de 3300. Para o número de Hedstrom  $10^5$  avaliou-se os seguintes valores de  $Re$ : 4000, 6000 e 6815.

## 5.2 Avaliação dos Reynolds de transição

Para assegurar que a hipótese simplificadora de que o estudo é feito para o regime laminar, é necessário assegurar que os números de Reynolds considerados encontram-se em tal condição de escoamento. Esta avaliação é feita conforme metodologia apresentada por Chhabra *et al.* (1999), descrita no item 2.2.4.4 Determinação do número de Reynolds de transição para fluidos de Bingham.

Conforme descrito na metodologia mencionada, o  $Re$  de transição é determinado em função do número de Hedstrom do escoamento. Assim, os valores do Reynolds de transição são apresentados na Tabela 5.2 para cada  $He$  considerado. Com isso, podemos assegurar que todas as simulações consideradas estão no regime laminar.

**Tabela 5.2 - Números de Reynolds de Transição**

$He$	$Re_{BG}$ de transição
$10^2$	2121
$10^3$	2290
$10^4$	3329
$10^5$	6816

## 5.3 Teste de malha

Antes de serem inicializadas as simulações, foi necessário definir a malha a ser utilizada. Esta malha deve ser refinada o suficiente para apresentar bons resultados, porém, se apresentar elementos demasiadamente pequenos, o tempo computacional aumenta muito, inviabilizando o projeto. Para escolher tal malha, foram feitas simulações com os mesmos parâmetros do escoamento, alterando somente o número de elementos das malhas. Cada razão de contração exige uma malha diferente.

### 5.3.1 Razão de contração 2

Para a razão de contração 2 foram consideradas 4 malhas para o teste, que seguem apresentadas na seqüência. A Malha 1 possui 3000 nós; a Malha 2, 7500 nós; a Malha 3, 18000 nós; e a Malha 4, 48000 nós. As malhas possuem refino na região próxima à contração e às paredes.

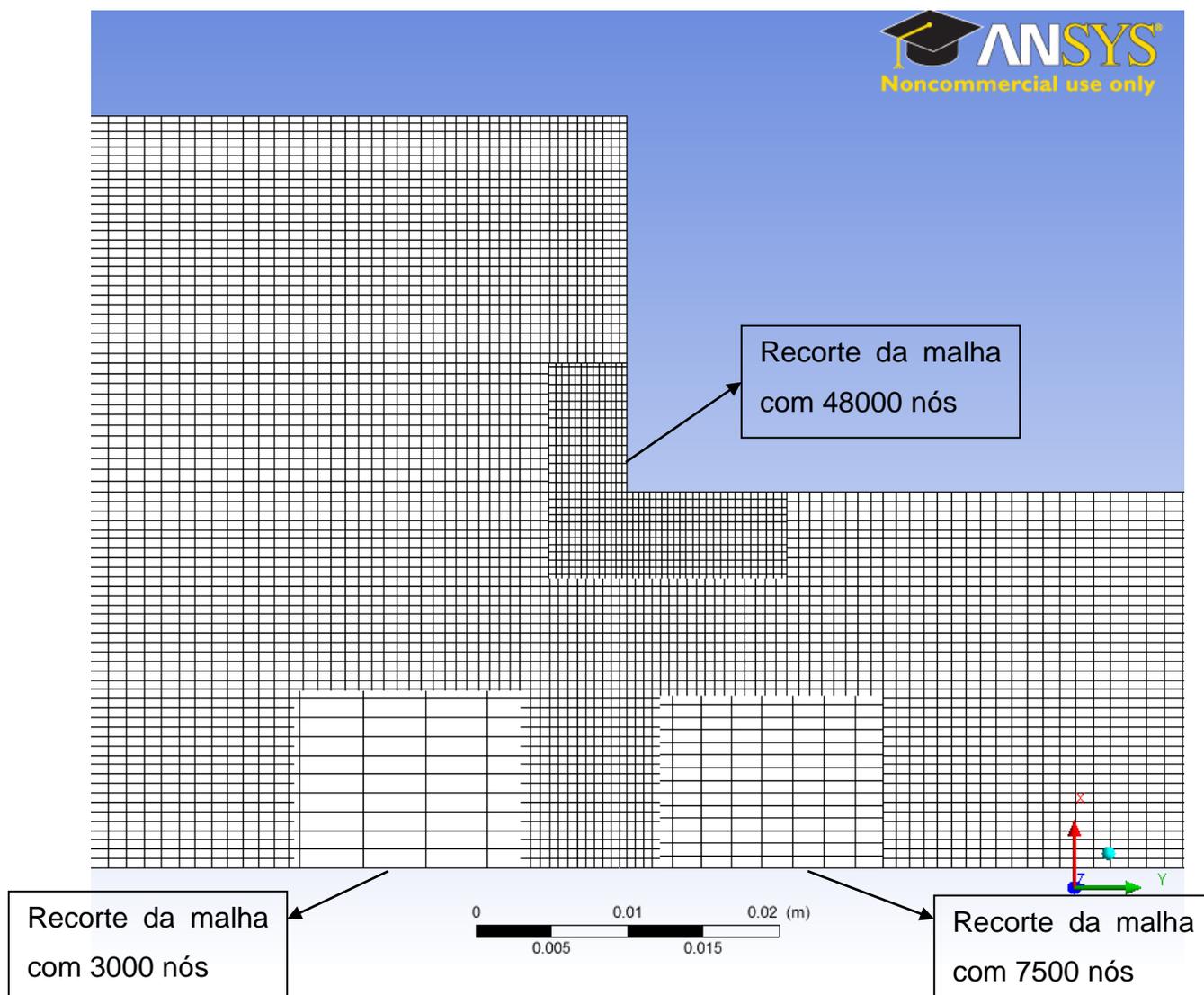
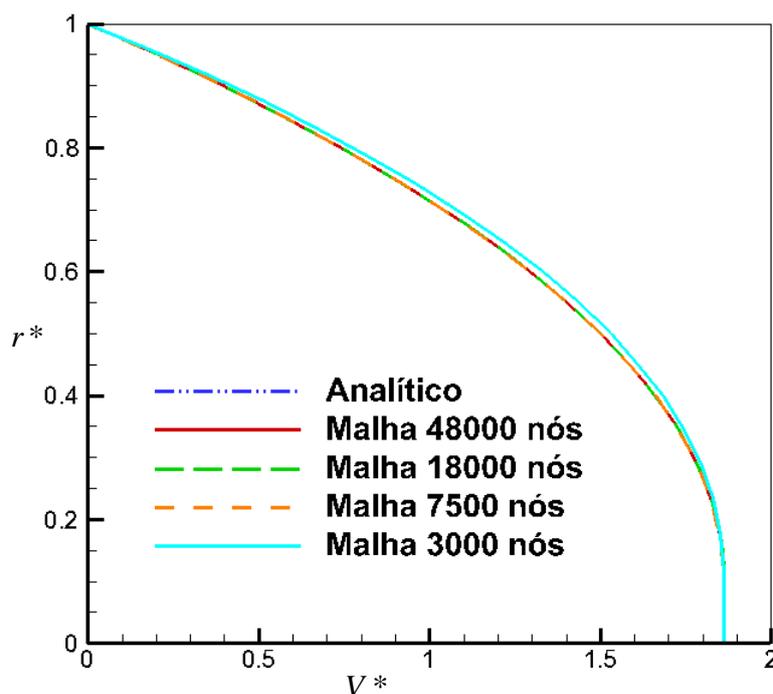


Figura 5.1 - Malhas para  $\beta=2$ , tendo a malha com 18000 nós na base.

Na Figura 5.1 apresenta-se as malhas para a razão de aspecto 2. A malha com 18000 nós é a que aparece na base da figura. As outras malhas são colocadas como recortes, para evidenciar as diferenças entre as malhas.

Para comparar as diferentes malhas, inicialmente foi pensado em se avaliar os perfis de velocidade completamente desenvolvidos. Porém, como o programa PolyFlow apresenta ótimos resultados para os perfis completamente desenvolvidos, essa análise não gera conclusões satisfatórias. Coloca-se um exemplo, na Figura 5.2 e sua imagem com escala ampliada na Figura 5.3.

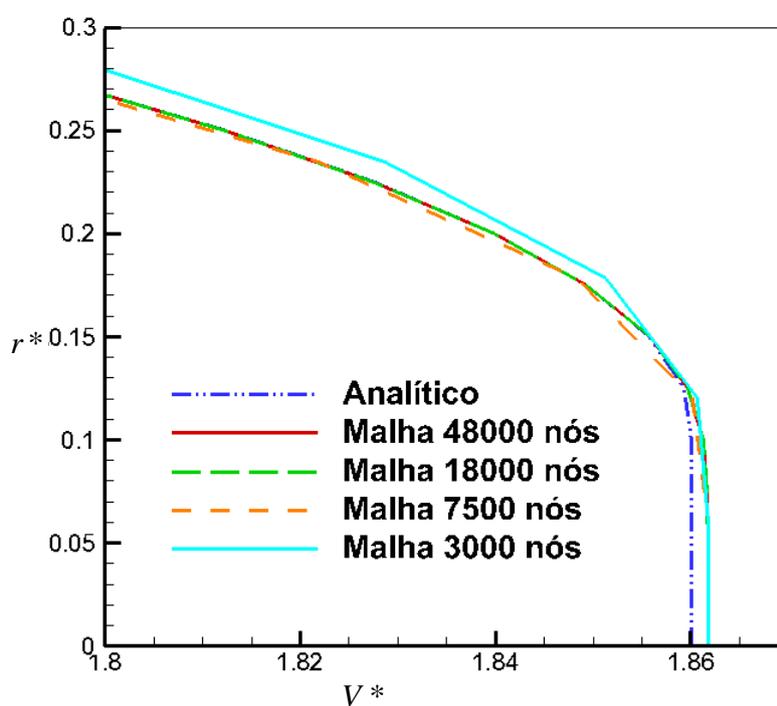
O escoamento mostrado na Figura 5.2 e na Figura 5.3 possui números de Reynolds 1000 e Hedstrom  $10^3$ . O perfil foi retirado de uma região com o escoamento completamente desenvolvido após a contração. Coloca-se os resultados obtidos com as 4 malhas e, também a solução analítica. Percebe-se que os perfis são muito parecidos, sendo até difícil diferenciar as simulações da solução analítica.



**Figura 5.2 - Perfis de velocidade axial, obtido com diferentes malhas, para o escoamento de  $\beta=2$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .**

Portanto, para avaliar as diferentes malhas testadas foi preciso fazer uma comparação diferente, pois, apesar da região do escoamento completamente desenvolvido não apresentar dependência significativa das malhas, o escoamento

na região da contração, que não está completamente desenvolvido, apresenta. Para conseguir perceber estas diferenças, utilizou-se um gráfico das velocidades do escoamento sobre a linha axial do domínio pelo valor da coordenadas axiais, na região da contração – Figura 5.4. Os valores da velocidade são adimensionalizados pela velocidade média do escoamento do tubo de maior diâmetro para todos os pontos. A contração encontra-se na posição  $z = 10$  do gráfico.



**Figura 5.3 - Perfis de velocidade axial ampliados, obtido com diferentes malhas, para escoamento de  $\beta=2$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .**

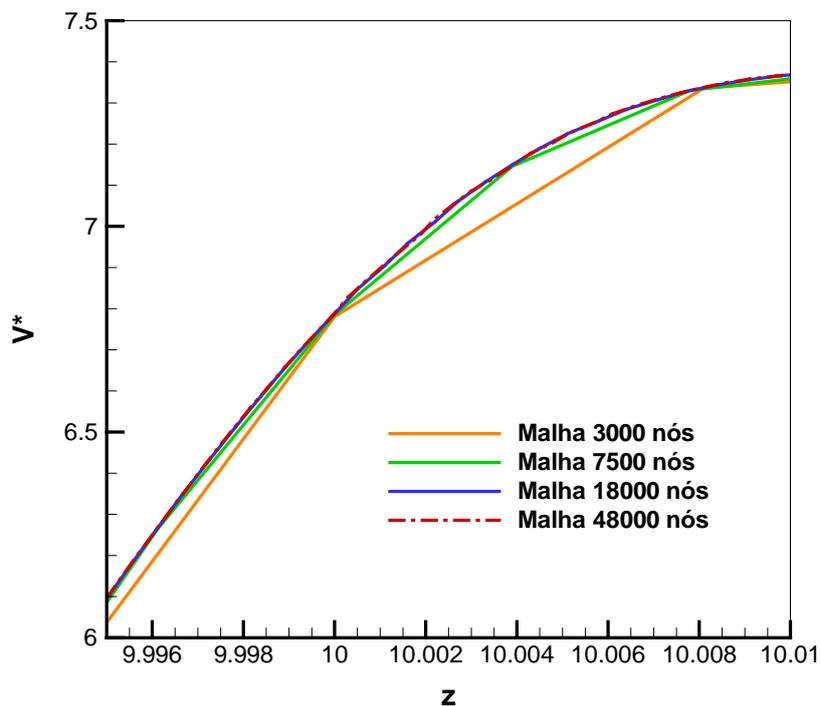


Figura 5.4 – Velocidade axial ao longo do eixo axial para  $\beta=2$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .

Percebe-se que as Malhas 3 e 4, que são as mais refinadas (com maior número de nós), foram sensíveis a condições que as outras duas não foram, apresentando perfis de velocidade distintos. Esta maior sensibilidade ocorreu, pois as Malhas 1 e 2 não possuem elementos pequenos o suficientes para resolver os gradientes de velocidade e pressão de maneira adequada. Já as duas malhas mais refinadas, possuem elementos refinados o suficiente. Como a Malha 3 já resolve os gradientes de maneira satisfatória, ela foi a escolhida para as simulações.

As imagens das malhas, assim como os gráficos utilizados para as seleções das mesmas são apresentados no Apêndice B do presente documento. Porém, na Tabela 5.3 são colocados os números de nós das malhas selecionadas para as simulações. Nota-se que o número de nós aumenta conforme é aumentada a razão de aspecto da geometria.

**Tabela 5.3 - Número de nós das malhas para as diferentes geometrias estudadas**

$\beta$	Número de nós
2	18000
4	22500
8	27000
16	30850
32	38600

## 5.4 Linhas de Corrente

Neste tópico serão apresentadas as linhas de corrente de alguns escoamentos. O objetivo do tópico é avaliar a influência dos números de Hedstrom, Reynolds e da razão de contração no escoamento. Para fazer tal avaliação serão apresentados diferentes resultados, alterando-se um parâmetro por vez. As linhas são apresentadas coloridas, sendo que as regiões com linhas azuis indicam as menores velocidades, e as maiores são para as regiões com as linhas em vermelho. Para todas as imagens mostradas coloridas no presente trabalho, as regiões em azul representam os menores valores e as em vermelho, são os maiores valores envolvidos. Nas cores de transição, as linhas em verde são mais próximas ao azul, e as em amarelo são mais próximas do vermelho.

### 5.4.1 Influência do número de Hedstrom

A fim de avaliar a influência do número de Hedstrom, serão apresentadas as linhas de corrente para dois escoamentos com os mesmos valores do número de Reynolds e razão de contração. Tais valores são, respectivamente, 2000 e 4. Os valores dos números de Hedstrom que serão utilizados para a comparação são  $10^2$  e  $10^5$ .

Na Figura 5.5 são apresentadas as linhas de corrente para o escoamento com número de Reynolds 2000, número de Hedstrom  $10^2$  e razão de contração 4. Observa-se que, neste escoamento, na região logo após a contração ( $z^* > 0$ ), existe uma região de recirculação do fluido, evidenciando a presença da “vena contracta”.

A “vena contracta” é a região de menor área por onde um escoamento passa. Geralmente se localiza após alguma restrição e ocorre por conta dos efeitos viscosos e inerciais presentes no escoamento (FOX e MCDONALD, 2006).

No caso apresentado na Figura 5.5, o número de Reynolds indica que as forças inerciais presentes são mais representativas que as forças viscosas. Para contornar o obstáculo da contração, o fluido precisa alterar sua trajetória. Mas, como a inércia é alta, o fluido não consegue contornar perfeitamente a geometria e o escoamento descola da parede na entrada da contração. Assim, o fluxo principal, logo após passar pela contração, não fica em contato com a parede. Já a porção que fica entre o escoamento principal e a parede, entra em movimento circular, devido aos efeitos viscosos.

Na Figura 5.6 são apresentadas as linhas de corrente de um escoamento similar ao apresentado na Figura 5.5. O que diferencia os dois casos é apenas o número de Hedstrom, que de  $10^2$  passou para  $10^5$ . Portanto, neste segundo caso, as forças devido à plasticidade que estão presentes são mais representativas.

Na Figura 5.6, também se observa que o escoamento principal não consegue contornar perfeitamente a geometria. O fluido passa por uma área menor que o diâmetro do tubo menor, logo após a contração. Porém, não é observada uma região de recirculação. Este comportamento é típico dos fluidos viscoplásticos já que, a tensão que atua no fluido entre o fluxo principal e a parede não é maior que a tensão limite de escoamento ( $\tau_0$ ).

Além disso, ao se observar as linhas de corrente na região anterior à contração ( $z^* < 0$ ), percebe-se uma diferença em suas curvaturas. As linhas de corrente para o menor número de Hedstrom fazem curvas mais acentuadas antes de atingir a contração do que as presentes no caso de  $He = 10^5$ . Tal comportamento também é explicado pelo fluido ser viscoplástico. Quanto maior o número de Hedstrom, maior será a região na quina da contração que não apresentará escoamento – região não cisalhada, o que direciona o escoamento para o tubo de menor diâmetro.

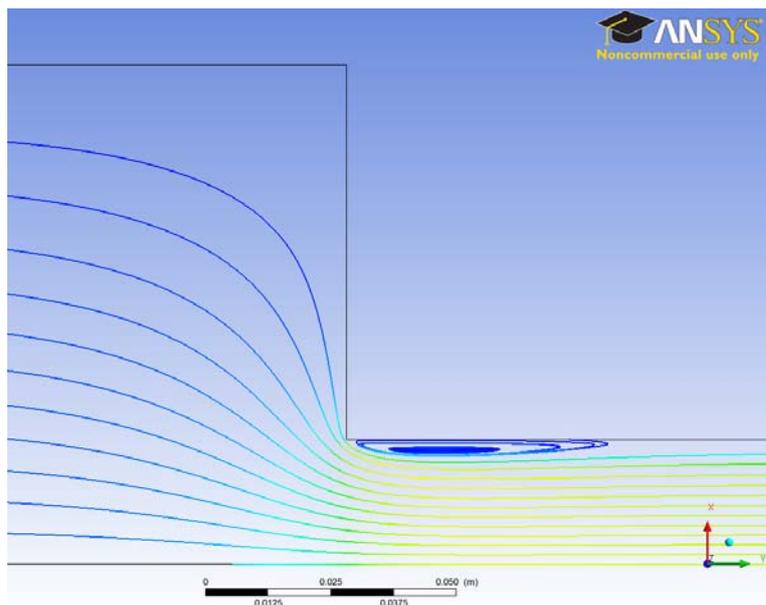


Figura 5.5 - Linhas de Corrente para escoamento com  $He=10^2$ ,  $Re= 2000$  e  $\beta=4$ .

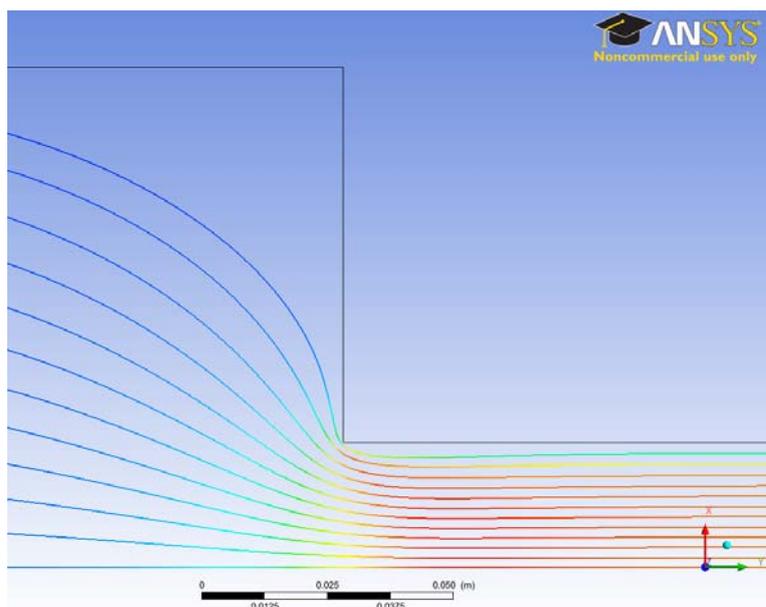


Figura 5.6 - Linhas de Corrente para escoamento com  $He=10^5$ ,  $Re=2000$  e  $\beta=4$ .

#### 5.4.2 Influência do número de Reynolds

Para avaliar a influência do número de Reynolds no escoamento, serão apresentadas as linhas de corrente que caracterizam dois diferentes casos, onde é alterado apenas o valor de  $Re$ . O valor de Hedstrom considerado é  $10^4$  e  $\beta = 8$ .

Na Figura 5.7 são apresentados os resultados com os parâmetros Hedstrom e  $\beta$  já mencionados e, com número de Reynolds 100. Neste caso, a inércia do escoamento é baixa e, como se pode observar, o escoamento principal entra no tubo de diâmetro menor já em contato com a parede.

O escoamento apresentado na Figura 5.8 possui número de Reynolds 2000. Neste caso, observa-se novamente uma região de recirculação logo após a contração. Como as forças inerciais são mais representativas que no apresentado na Figura 5.7, o fluido não contorna a geometria, o que gera o aparecimento da “vena contracta”. Apesar do número de Hedstrom ser alto ( $10^4$ ), as tensões devido a viscosidade são altas o suficiente para colocar o fluido em circulação.

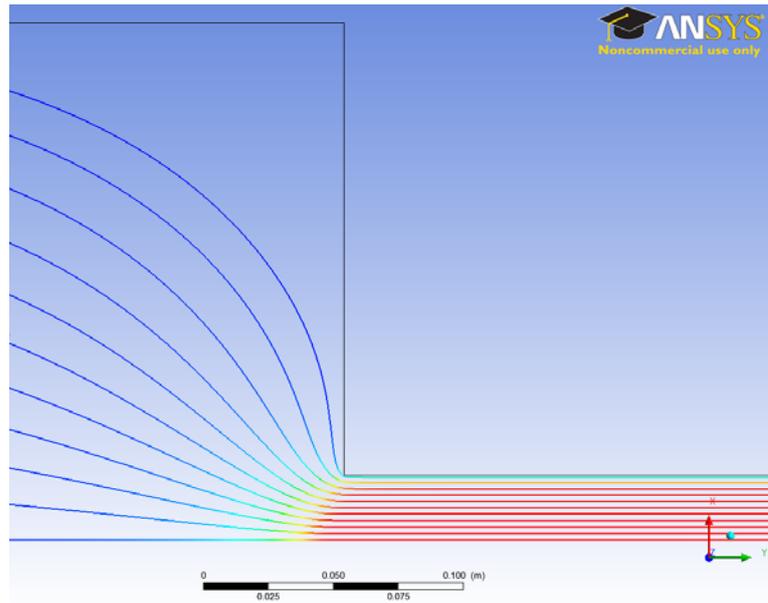


Figura 5.7 - Linhas de Corrente para o escoamento com  $Re=100$ ,  $He=10^4$  e  $\beta=8$ .

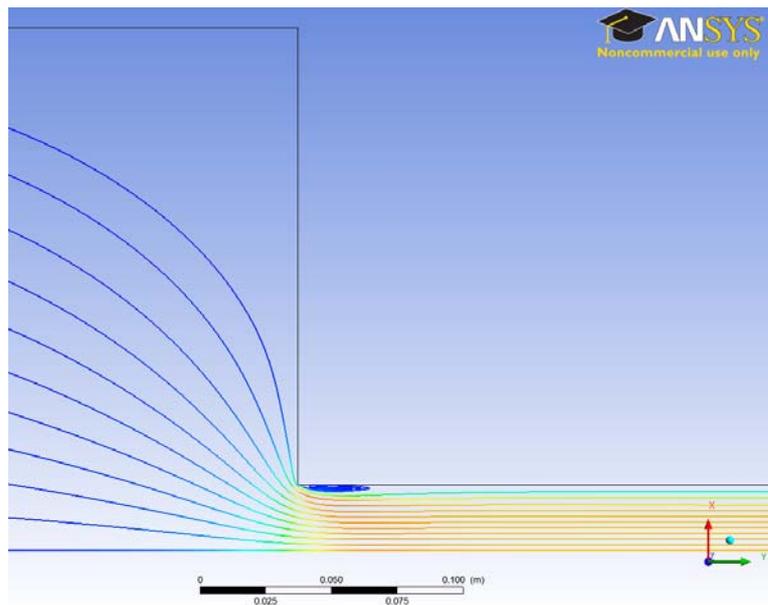


Figura 5.8 - Linhas de Corrente para o escoamento com  $Re=2000$ ,  $He=10^4$  e  $\beta=8$ .

#### 5.4.3 Influência da Razão de Contração

A fim de avaliar a influência da razão de contração no padrão escoamento, serão apresentadas as linhas de corrente que caracterizam três diferentes casos, onde é alterado apenas o valor de  $\beta$ . O valor de Hedstrom considerado é  $10^5$  e o número de Reynolds 1000.

Na Figura 5.9 são apresentadas as linhas de corrente para o escoamento com geometria de razão de aspecto 2, na Figura 5.10 a razão de aspecto é 4 e na Figura 5.11 a razão de aspecto é 8.

Observa-se que nas regiões em que  $z^* > 0$ , os padrões de escoamento são similares para os 3 casos. Não é observada uma região de recirculação. Na região mais próxima ao centro do tubo, observa-se uma região de pico de velocidades, evidenciada pela cor vermelha. Portanto, pode-se afirmar que a razão de contração pouco influencia no padrão de escoamento na região após o obstáculo.

Nas regiões em que  $z^* < 0$ , as linhas de corrente apresentam diferenças. Pelas escalas presentes nas figuras, percebe-se que a Figura 5.9 é a mais ampliada e a Figura 5.11 é a menos ampliada. Assim sendo, pode-se perceber as linhas de corrente começam a ser aceleradas em regiões mais distantes da contração, quanto maior é a razão de contração.

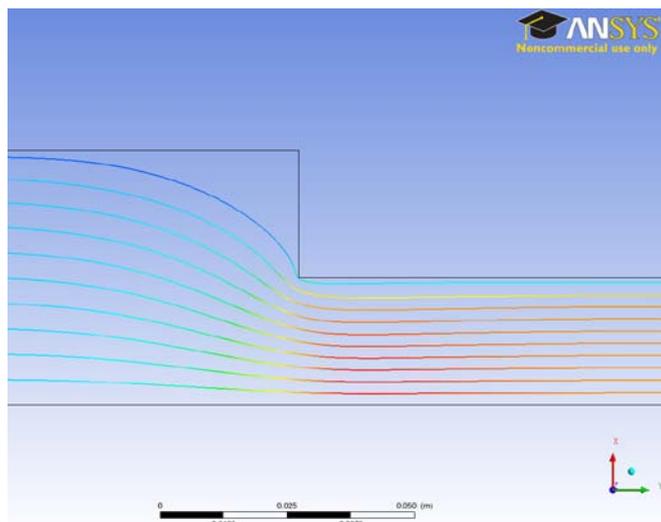


Figura 5.9 - Linhas de Corrente para escoamento com  $\beta=2$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^5$ .

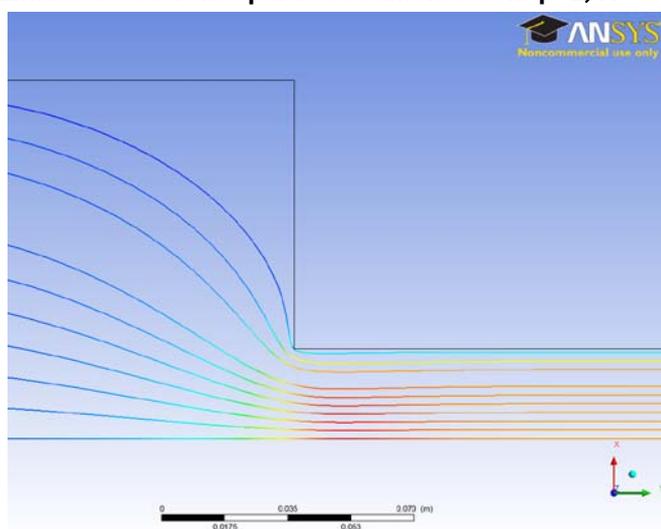


Figura 5.10 - Linhas de Corrente para escoamento com  $\beta=4$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^5$ .

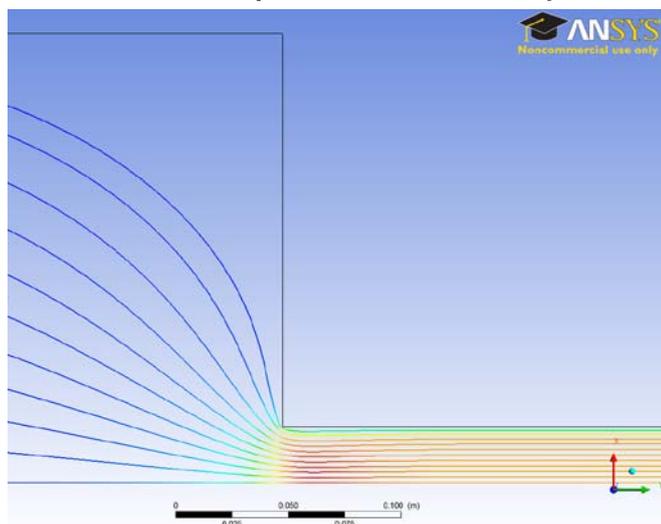


Figura 5.11 - Linhas de Corrente para escoamento com  $\beta=8$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^5$ .

## 5.5 Campos de Velocidades

No presente t3pico s3o apresentados os campos de velocidades de algumas simula33es realizadas. O intuito 3 avaliar a influ3ncia de cada um dos par3metros considerados. Para isso, a compara33o 3 feita alterando-se apenas um par3metro do escoamento a cada avalia33o.

### 5.5.1 Influ3ncia do n3mero de Reynolds

Para avaliar a influ3ncia do n3mero de Reynolds nos campos de velocidades, s3o considerados dois escoamentos, com mesma raz3o de contra33o e n3mero de Hedstrom. Apenas o n3mero de Reynolds 3 modificado. Para a compara33o,  $\beta = 32$  e  $He = 10^4$ .

A Figura 5.12 mostra o campo de velocidades para o escoamento de n3mero de Reynolds 50, al3m dos valores dos outros par3metros j3 descritos. O caso apresentado na Figura 5.13 difere apenas no n3mero de Reynolds, que 3 1000.

Para o campo apresentado na Figura 5.12, a in3rcia do escoamento 3 muito baixa. Com isso, j3 na regi3o da contra33o ( $z^* = 0$ ) 3 poss3vel encontrar pontos com a velocidade m3xima (evidenciado pela colora33o vermelha). Al3m disso, observa-se uma pequena mudan3a no padr3o de escoamento, indicando que logo ap3s a contra33o, j3 se encontra um escoamento completamente desenvolvido. Na Figura 5.13, os termos inerciais s3o mais relevantes. Como apresentado na imagem, os valores de velocidades encontrados na regi3o da contra33o n3o apresentam pontos de velocidade m3xima. A colora33o do campo de velocidades varia conforme nos distanciamos da contra33o (para valores de  $z^* > 0$ ), indicando que o perfil completamente desenvolvido 3 atingido em uma regi3o mais distante do ponto de mudan3a de di3metro. O comportamento observado est3 de acordo com o trabalho de Duda e Vrentas (1973), onde 3 descrito que o espa3o necess3rio para o desenvolvimento de um escoamento 3 diretamente proporcional ao Reynolds envolvido.

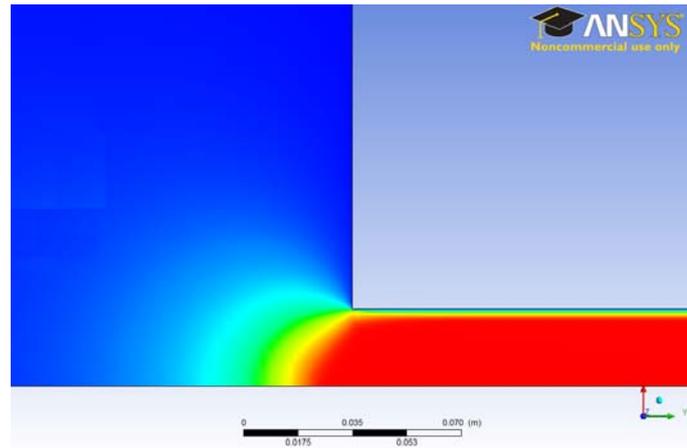


Figura 5.12- Campo de velocidades para o escoamento de  $\beta=32$ ,  $He=10^4$  e  $Re=50$ .

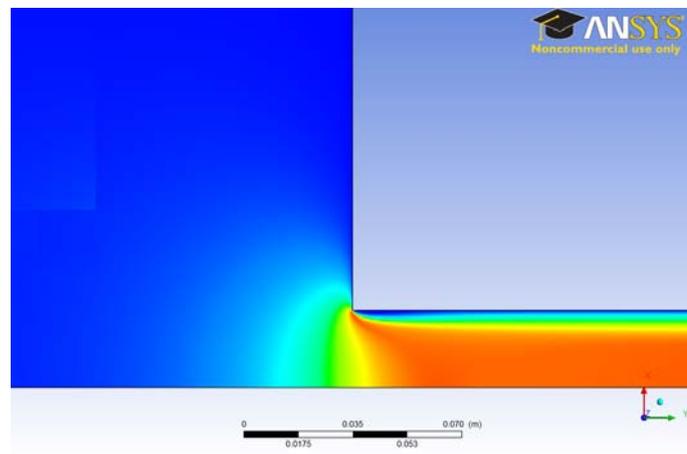


Figura 5.13 - Campo de velocidades para o escoamento de  $\beta=32$ ,  $He=10^4$  e  $Re=1000$ .

### 5.5.2 Influência do número de Hedstrom

Para avaliar a influência do número de Hedstrom, considerou-se dois escoamentos, ambos com Reynolds 1000 e razão de contração 4. Os dois números de Hedstrom considerados são  $10^3$  e  $10^4$ .

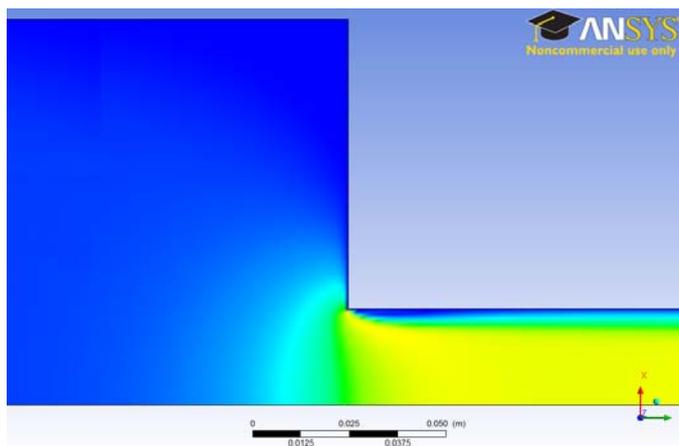


Figura 5.14 - Campo de velocidades para o escoamento de  $Re=1000$ ,  $\beta=4$  e  $He=10^3$ .

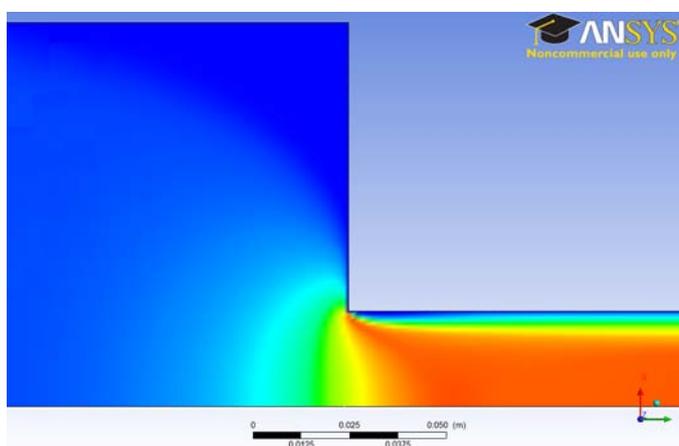


Figura 5.15 - Campo de velocidades para o escoamento com  $Re=1000$ ,  $\beta=4$  e  $He=10^4$ .

Na Figura 5.14 é apresentada a imagem para o escoamento com Hedstrom  $10^3$  e na Figura 5.15 o caso de Hedstrom  $10^4$ . Percebe-se que as colorações são diferentes, e mesmo os limites de velocidades considerados não são iguais. Porém, para facilitar a percepção da influência do parâmetro relacionado às forças plásticas, são mostrados diferentes perfis de velocidades ao longo da geometria na Figura 5.16 e na Figura 5.17.

Na Figura 5.16 são mostrados os perfis de velocidade para  $He = 10^3$  e na Figura 5.17 para  $He = 10^4$ . As cinco distribuições de velocidades mostradas em cada figura situam-se nas seguintes posições  $z^*$ : -1; -0,1; 0; 0,1 e 1 – o desenho encontra-se fora de proporção, é meramente ilustrativo. As linhas em vermelho representam o eixo onde a velocidade vale zero. A escala colocada acima dos perfis representa a velocidade axial adimensionalizada, obtida dividindo-se os valores das velocidades nos pontos pela velocidade média do escoamento no tubo de menor diâmetro. Assim sendo, observa-se no caso do menor número de Reynolds uma região de velocidades negativas, caracterizando uma recirculação. Para evidenciar as diferenças entre os perfis dos dois escoamentos, na seqüência do trabalho são apresentados a comparação de dois perfis, um situado em  $z^* = -0,1$  e outro em  $z^* = 0,1$ .

Na Figura 5.18 são ilustrados os perfis para os dois escoamentos considerados na posição  $z^* = -0,1$ . Nota-se que existem diferença nos perfis nas regiões de  $r^*$  entre 0,4 e 0,7 e, também, na região próxima ao centro do tubo, onde encontram-se as velocidades máximas. Entretanto, nos dois casos, observa-se que os perfis já estão sendo direcionados para escoar no tubo de menor diâmetro.

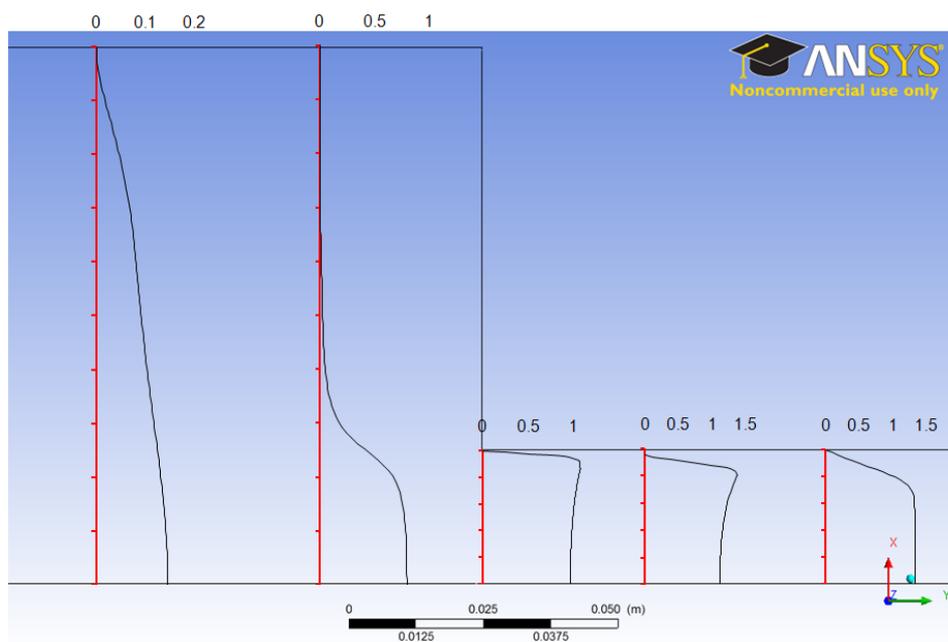


Figura 5.16 - Perfis de velocidades axiais ao longo do eixo para escoamento de  $Re=1000$ ,  $\beta=4$  e  $He=10^3$ .

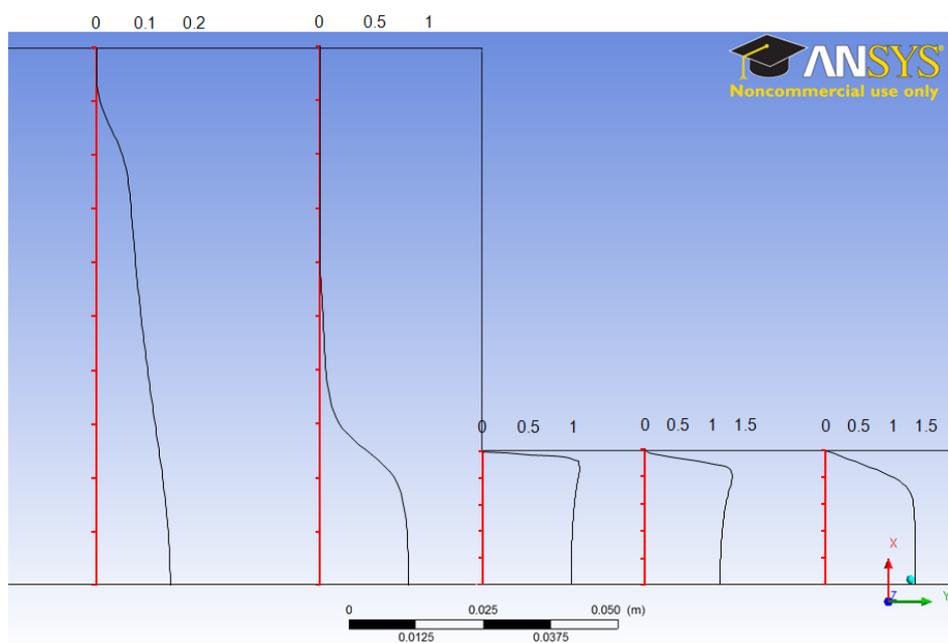


Figura 5.17 - Perfis de velocidades ao longo do eixo axial para escoamento de  $Re=1000$ ,  $\beta=4$  e  $He=10^4$ .

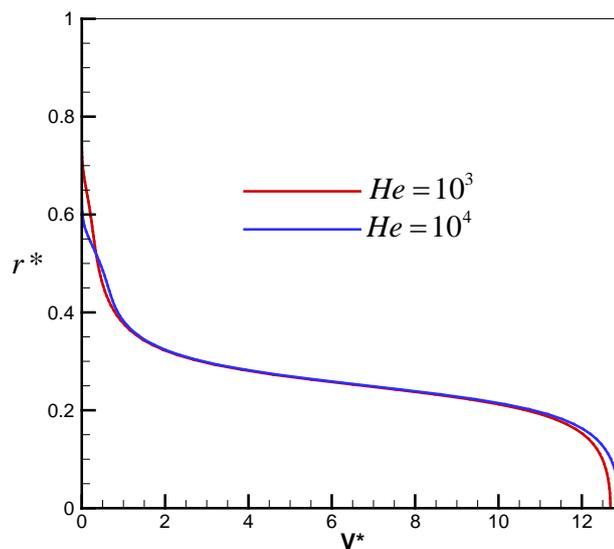


Figura 5.18 - Perfis de velocidades para Hedstrom  $10^3$  e  $10^4$  na posição ( $z^*$ ) -0,1.

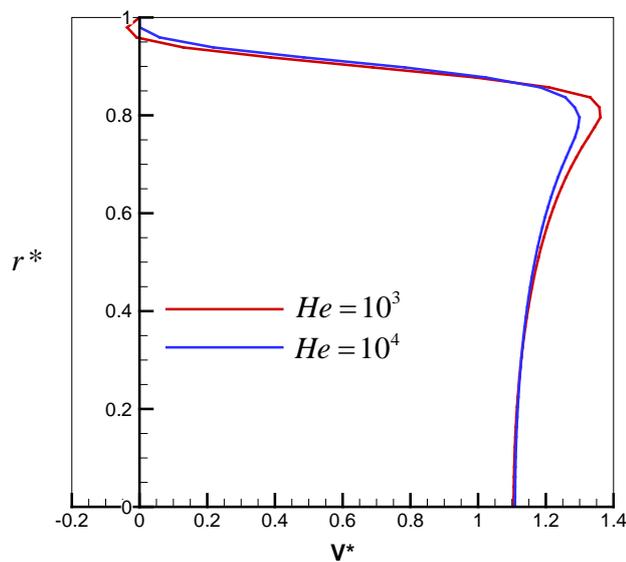


Figura 5.19 - Perfis de velocidades para Hedstrom  $10^3$  e  $10^4$  na posição ( $z^*$ ) 0,1.

Na Figura 5.19, onde a posição é  $z^*=0,1$ , é possível observar uma grande diferença na região do escoamento próximo à parede. Para o caso do menor número de Hedstrom considerado, observa-se claramente uma área de velocidades negativas, que indica a presença de uma recirculação. Já para o fluido com maior

Hedstrom, tal região não está presente. Encontra-se em tal posição uma área com velocidades muito baixas e mesmo uma área com velocidades nulas, indicando que o fluido não foi cisalhado. Tal comportamento é explicado pois as tensões de cisalhamento presentes no ponto considerado, são menores que a tensão de escoamento do material.

### 5.5.3 Influência da razão de contração

A fim de avaliar a influência da razão de aspecto no campo de velocidades, considerou-se dois diferentes escoamentos, com número de Reynolds 2000 e Hedstrom  $10^5$ , variando-se apenas a geometria do domínio. As duas razões de aspecto considerados são 8 e 32.

A Figura 5.20 mostra o campo de velocidades para o escoamento através da geometria de razão de aspecto 8 e a Figura 5.21 para a razão de aspecto 32. Nas duas figuras são colocadas imagens aproximadas da região da contração, para facilitar a visualização da área de interesse. Nota-se que os campos possuem configurações muito parecidas para os pontos em que  $z^* \geq 0$ . Para a região anterior à contração, percebe-se que os padrões possuem diferenças. Para poder avaliar melhor o comportamento do fluido, os perfis de velocidade ao longo da geometria e a comparação de dois destes perfis situados nas mesmas posições nas imagens são apresentados na seqüência.

As imagens da Figura 5.22 são referentes aos perfis da geometria com  $\beta = 8$  e a Figura 5.23 com  $\beta = 32$ . Nos dois casos são apresentados cinco perfis de velocidades, nas seguintes posições  $z^*$ : -1; -0,1; 0; 0,1 e 1. As posições em que os perfis são colocados na figura estão fora de escala, e são qualitativos e não quantitativos – porém, os perfis seguem a ordem em que aparecem no escoamento. As linhas em vermelho são referentes ao eixo que indica velocidades nulas. Nota-se que, novamente, os perfis observados possuem comportamento muito semelhante. A fim de melhor comparar os perfis, são plotados os gráficos para dois pontos nos dois escoamentos, apresentados nas imagens subseqüentes.

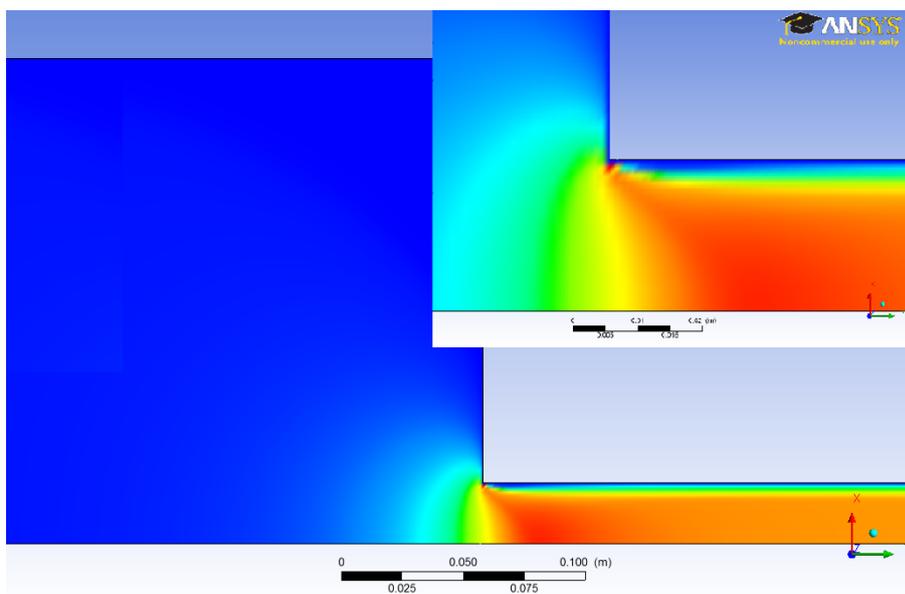


Figura 5.20 - Campo de velocidades do escoamento de  $Re=2000$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=8$ .

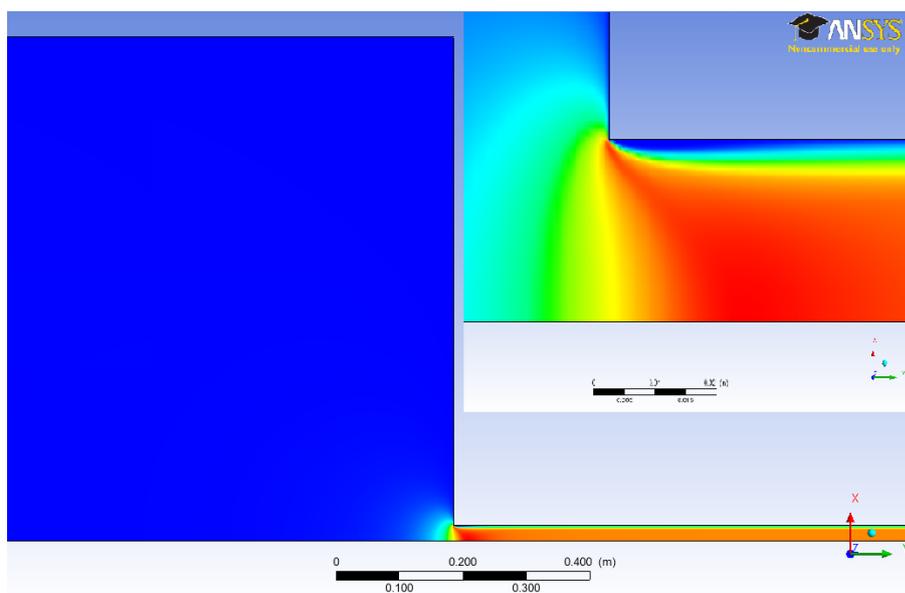


Figura 5.21 - Campo de velocidades do escoamento com  $Re=2000$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=32$ .

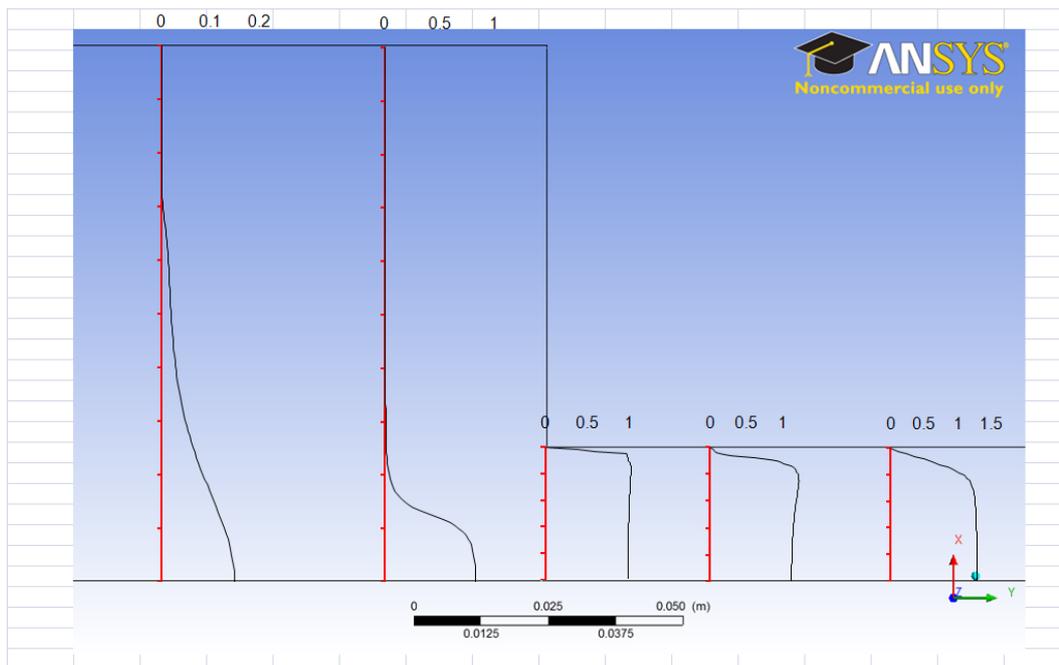


Figura 5.22 - Imagem dos perfis de velocidade escoamento de  $Re=2000$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=8$ .

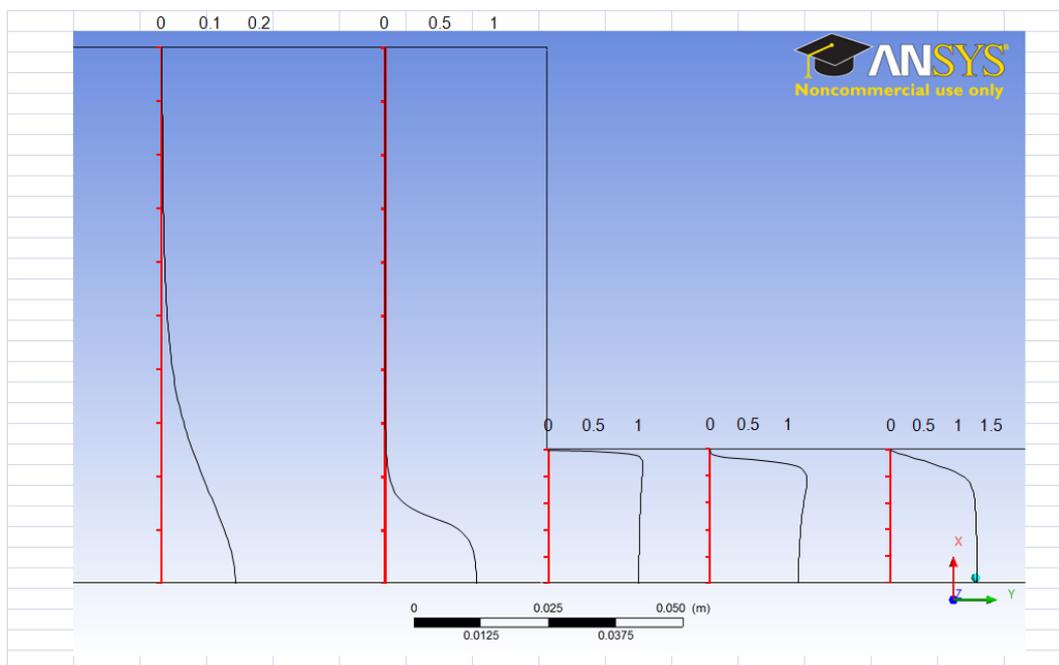


Figura 5.23 - Imagem dos perfis de velocidades do escoamento de  $Re=2000$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=32$ .

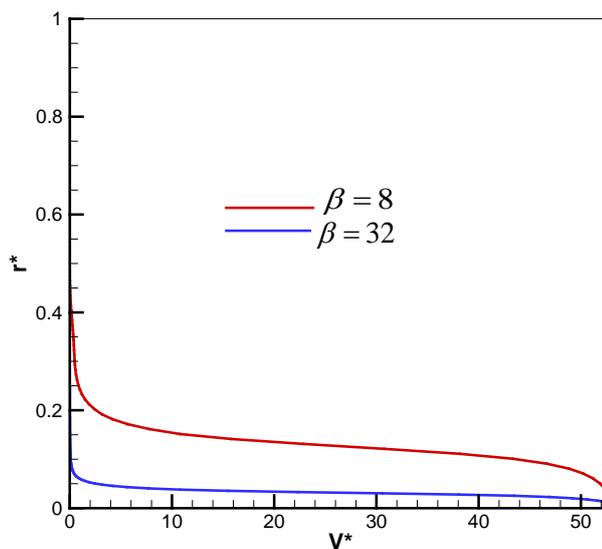


Figura 5.24 - Perfis de velocidades axiais para  $\beta=8$  e  $\beta=32$  na posição ( $z^*$ ) -0,1.

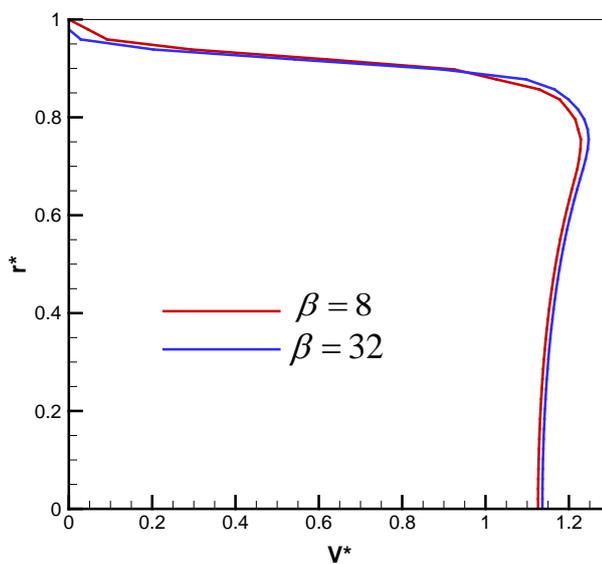


Figura 5.25 - Perfis de velocidades axiais para  $\beta=8$  e  $\beta=32$  na posição ( $z^*$ ) 0,1.

O gráfico da Figura 5.24 apresenta os perfis para os dois casos considerados na posição  $z^* = -0,1$  e a Figura 5.25 em  $z^* = 0,1$ . Os valores dos raios foram adimensionalizados conforme o diâmetro do tubo pelo qual o fluido escoava. As velocidades médias, pela velocidade média do escoamento, exceto para o caso de

$\beta = 32$  em  $z^* = -0,1$ , onde as velocidades foram adimensionalizadas segundo a velocidade média da menor razão de contração considerada, a fim de facilitar a comparação dos valores. Por esta razão, não é correto pensar que as vazões apresentadas nas duas curvas são diferentes.

Na Figura 5.24 ( $z^* = -0,1$ ) nota-se as curvas distintas, devido à diferença nos raios, ou seja, como o raio anterior à diminuição de diâmetros é maior para  $\beta = 32$ , o fluido precisa alterar mais sua trajetória para conseguir contornar o obstáculo da contração. Já na Figura 5.25 ( $z^* = 0,1$ ), os dois perfis são muito similares, indicando que o comportamento do escoamento antes do obstáculo pouco (ou nada) influencia nas condições do escoamento para a região de  $z^* > 0$ .

## 5.6 Campos de Pressão

No presente item do trabalho são apresentados os padrões dos campos de pressão de alguns dos escoamentos considerados no trabalho. Como a geometria considerada é bem maior que apenas a região da contração, a total distribuição da coloração referente à pressão apresentada nas figuras não seria a melhor maneira de visualizar os campos na região de interesse. Para possibilitar uma avaliação da variação de pressão adimensional na região em que o diâmetro da geometria é alterado, utilizou-se o mesmo conceito da perda de carga,  $K'$  - o  $\Delta p$  de um dos escoamentos considerados foi dividido pelo dobro do valor da tensão na parede do tubo de menor diâmetro, gerando um número adimensional, com o qual foi calculado o  $\Delta p$  do segundo caso utilizado para a análise.

### 5.6.1 Influência do número de Re

Neste tópico é avaliada a influência do número de Reynolds nos padrões de campo de pressão obtidos. Para isso, foram considerados dois escoamentos com  $\beta = 32$  e  $He = 10^4$ , alterando-se apenas os valores do número de Reynolds.

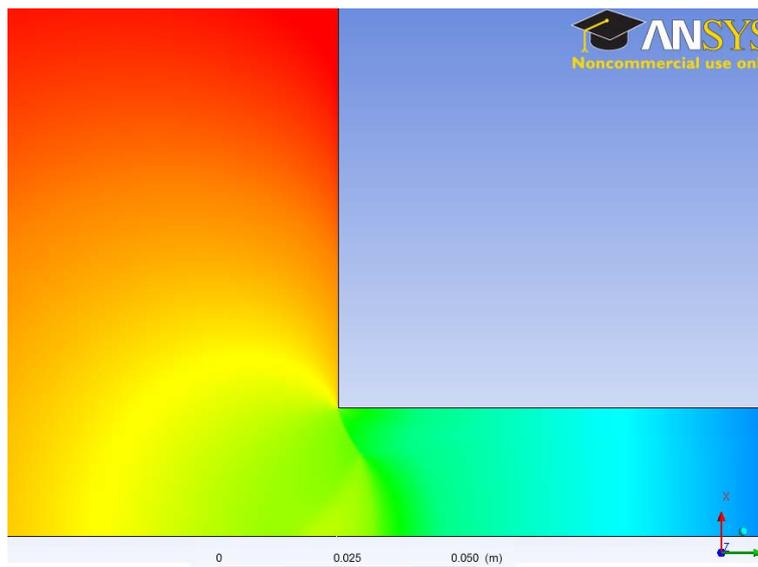


Figura 5.26 - Campo de pressão para escoamento com  $\beta=32$ ,  $He=10^4$  e  $Re=50$ .

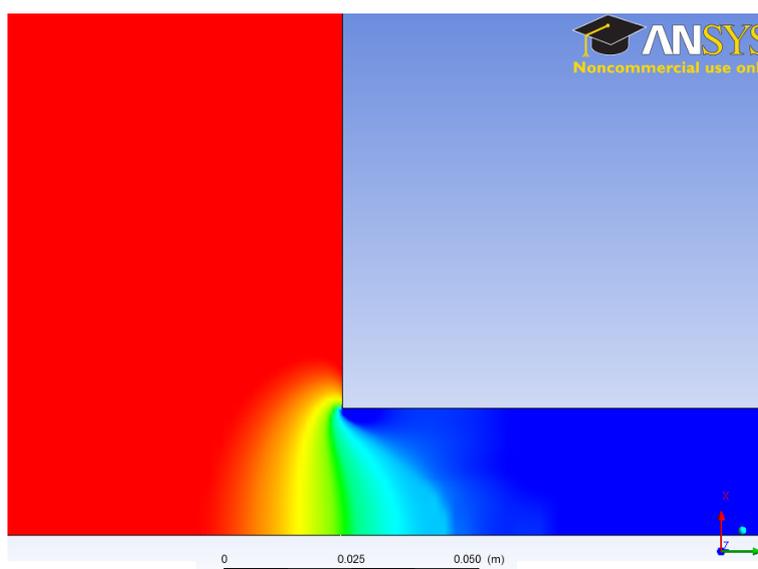


Figura 5.27 - Campo de pressão para escoamento com  $\beta=32$ ,  $He=10^4$  e  $Re=500$ .

Na Figura 5.26 é apresentado o campo de pressão para o caso com Reynolds 50 e na Figura 5.27, o escoamento considerado possui  $Re = 500$  - as duas imagens estão na mesma escala. Observa-se que, para o caso do menor número de Reynolds, a queda de pressão é distribuída por um espaço maior do domínio. Na imagem referente ao Reynolds 500, para o  $\Delta p$  considerado, a distribuição de pressão é localizada na região da contração – efeito que será considerado na avaliação da perda de carga. Tal comportamento está dentro do esperado, já que o

número de Reynolds é um indicativo da vazão e, quanto maior é a vazão, maior é a variação de pressão associada.

### 5.6.2 Influência do número de $He$

Para a avaliação da influência do número de Hedstrom foram considerados dois escoamentos em uma geometria com razão de aspecto 16 e Reynolds 1000. Os dois valores de  $He$  considerados são:  $10^3$  e  $10^5$ .

A Figura 5.28 mostra o campo de pressão para  $He = 10^3$  e a Figura 5.29 para  $He = 10^5$ . Nota-se que, para o caso do menor número de Hedstrom, os limites da variação de pressão considerados são atingidos na região contração. Já para o escoamento com o Hedstrom  $10^5$ , a distribuição de pressão para o mesmo  $K'$  se dá por um espaço maior do domínio, ou seja, a queda de pressão é mais suave. Com isso, pode-se afirmar que quanto maiores são os termos relacionados à plasticidade do material, menor é a queda de pressão associada à ultrapassagem do obstáculo.

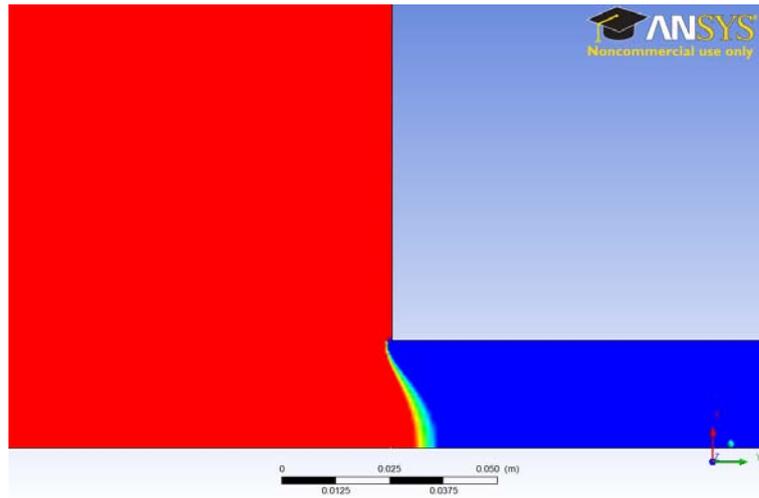


Figura 5.28 - Campo de pressão para escoamento com  $\beta=16$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .

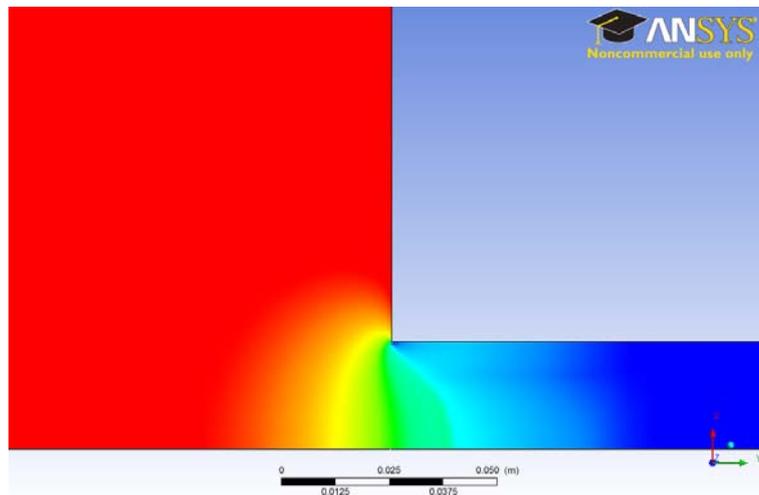


Figura 5.29 - Campo de pressão para escoamento com  $\beta=16$ ,  $Re=1000$  e  $He=10^5$ .

### 5.6.3 Influência da razão de contração

Para a avaliação a influência da razão de aspecto na distribuição de pressões ao longo da contração, considerou-se três escoamentos com número de Reynolds 100 e Hedstrom  $10^5$ , alterando-se apenas os valores de  $\beta$ : 4, 16 e 32.

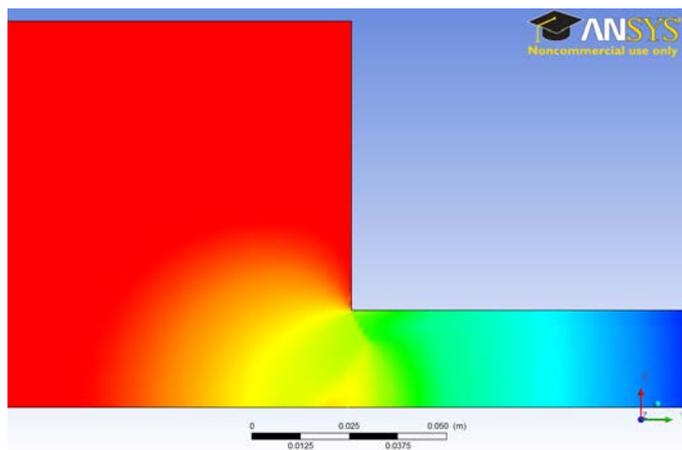


Figura 5.30 - Campo de pressão para escoamento com  $Re=100$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=4$ .

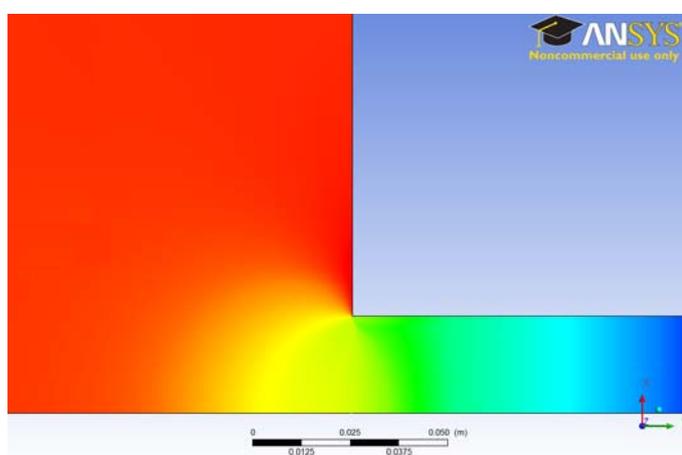


Figura 5.31 - Campo de pressão para escoamento  $Re=100$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=16$ .

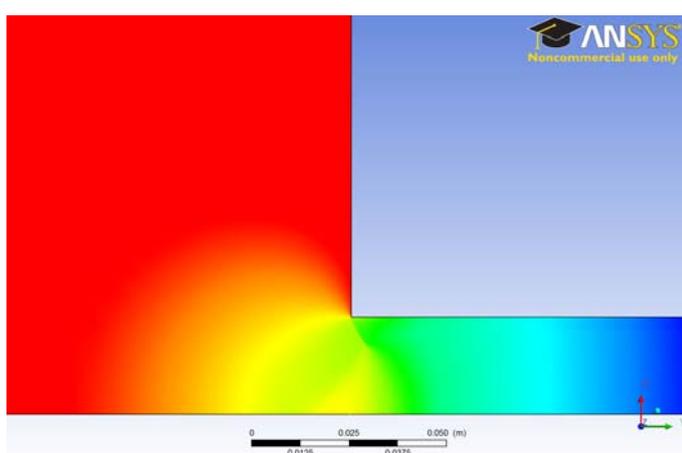


Figura 5.32 - Campo de pressão para escoamento com  $Re=100$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=32$ .

A Figura 5.30 mostra a distribuição de pressão para a geometria de  $\beta = 4$ , a Figura 5.31 para  $\beta = 16$  e a Figura 5.32 para  $\beta = 32$ . Nota-se que as distribuições de pressão são similares para as regiões a partir da redução do diâmetro. Com isso, pode-se afirmar que a razão de aspecto não influencia no campo de pressão no tubo de menor diâmetro. Observou-se, no entanto, que o valor de  $\beta$  influencia de maneira significativa a distribuição de pressão nas regiões anteriores à contração.

### 5.7 Caracterização da região de recirculação

O presente tópico é dedicado à apresentação das regiões de recirculação. Alguns autores, como Boger (1987) citam regiões de recirculação nas quinas anteriores a contração. Porém, as simulações realizadas foram sensíveis somente a recirculações na região posterior à contração.

As imagens representando tal comportamento do fluido são mostradas na Tabela 5.4. Nas linhas são colocados os números de Hedstrom considerados e nas colunas os respectivos Reynolds. O menor número de Reynolds no qual se pôde observar esta região foi de 1000.

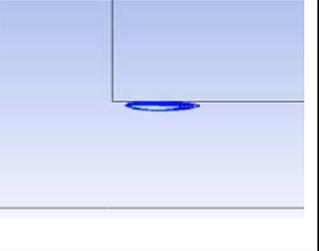
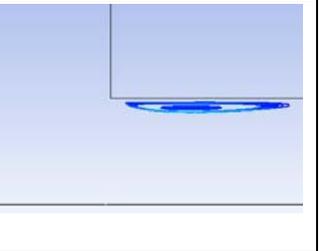
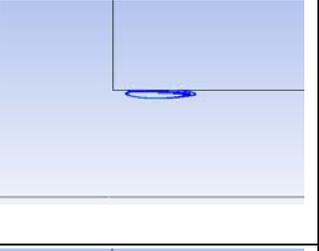
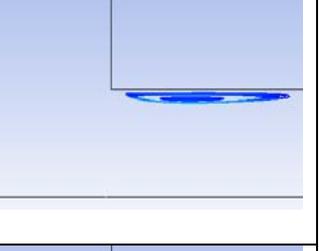
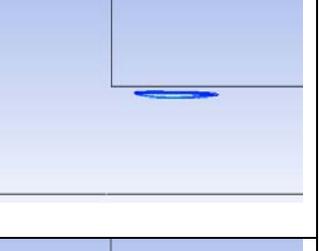
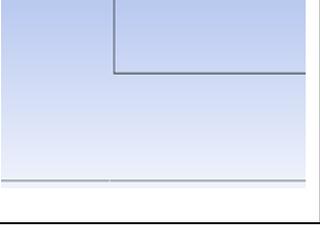
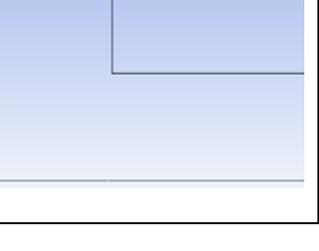
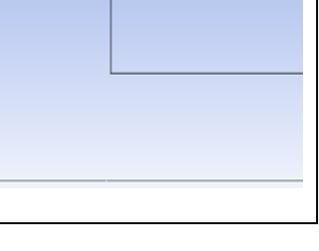
Analisando-se as figuras apresentadas, observa-se que, para o mesmo Hedstrom, a recirculação aparece ao se aumentar o número de Reynolds. Além disso, após tal comportamento aparecer, quanto maior é o valor do parâmetro relacionado às forças inerciais, maior é o tamanho da região de recirculação.

Para avaliar a influência de Hedstrom, deve-se considerar o mesmo Reynolds. Para valores de Reynolds menores ou iguais a 500 não foram percebidas recirculações, e é por isso que o menor Reynolds apresentado é 500. Para Reynolds 1000, foram capturadas recirculações para os seguintes valores de Hedstrom:  $10^2$  e  $10^3$ . Já quando o valor de Reynolds é 2000, observou-se regiões com escoamento em sentido diferente do escoamento preferencial para Hedstrom igual a  $10^2$ ,  $10^3$  e  $10^4$ .

Portanto, percebe-se que, para que a recirculação apareça é necessário um valor mínimo do número de Reynolds, que fica entre 500 e 1000. É necessário que os termos inerciais possuam uma influência considerável para que o comportamento em questão esteja presente. Além disso, quanto maior é o valor do número de

Hedstrom envolvido, maior é o valor de Reynolds associado para que o escoamento apresente recirculação. Como as velocidades envolvidas na recirculação são baixas, os termos plásticos associados a Hedstrom dificultam que este escoamento ocorra. Muitas vezes, estas regiões podem mesmo ficar sem cisalhamento (velocidade nula), pois a tensão a que o fluido está submetido é menor que sua tensão limite de escoamento.

**Tabela 5.4 - Imagens das regiões de recirculação – resultados obtidos nas simulações com  $\beta=4$**

		Reynolds		
		500	1000	2000
He	$10^2$			
	$10^3$			
	$10^4$			
	$10^5$			

## 5.8 Regiões não Cisalhadas

No presente tópico são discutidos os resultados obtidos referentes às regiões que não apresentam regiões com cisalhamento, ou seja, as regiões para onde a tensão gerada é abaixo da tensão limite de escoamento do material -  $\tau_0$ . As regiões que não apresentam cisalhamento são mostradas na cor preta nas figuras.

### 5.8.1 Influência número de Re

Para avaliar as influências do número de Reynolds nos campos de cisalhamento presente nos escoamentos considerados, foram avaliadas três situações para a razão de contração 4 e número de Hedstrom  $10^5$ . Os diferentes valores do número de Reynolds considerados são: 50, 500 e 1000.

A Figura 5.33 mostra a imagem do caso em que o valor de Reynolds é 50, na Figura 5.34 Reynolds é 500 e na Figura 5.35 Reynolds é 1000. Nota-se a grande diferença nos três casos, tanto na região anterior quanto na região posterior à contração.

Na região em que  $z^* < 0$ , quanto menor é o parâmetro referente às forças inerciais, maior é a região sem cisalhamento na quina da geometria. Além disso, quanto maior é Reynolds, maior é a distância entre a região sem cisalhamento no centro do tubo e a diminuição do diâmetro do domínio. Tal comportamento indica que, quanto maiores são os termos inerciais, o ponto a partir do qual o padrão de escoamento é alterado para conseguir fluir pela da contração é mais distante da geometria em questão.

Para as posições de  $z^* > 0$ , nos casos com os menores valores de Reynolds, a região sem cisalhamento sofre poucas alterações após passar pela contração. Já para os maiores valores, o campo de cisalhamento passa por várias alterações após passar pela diminuição de diâmetro, o que indica que, quanto maior é a vazão (e, por consequência, os termos inerciais), maior é a distância é necessária para que o escoamento seja completamente desenvolvido

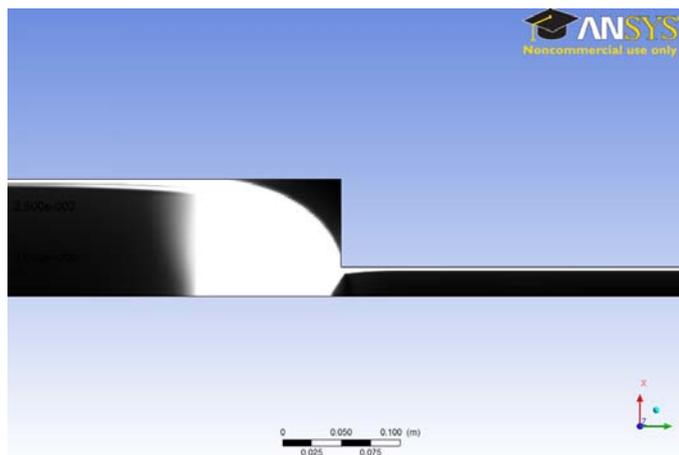


Figura 5.33 – Região não cisalhada no escoamento com  $\beta=4$ ,  $He=10^5$  e  $Re=50$ .

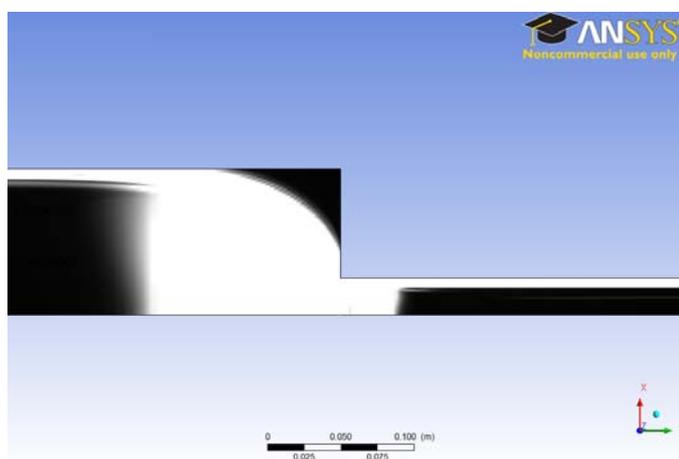


Figura 5.34 – Região não cisalhada no escoamento com  $\beta=4$ ,  $He=10^5$  e  $Re=500$ .

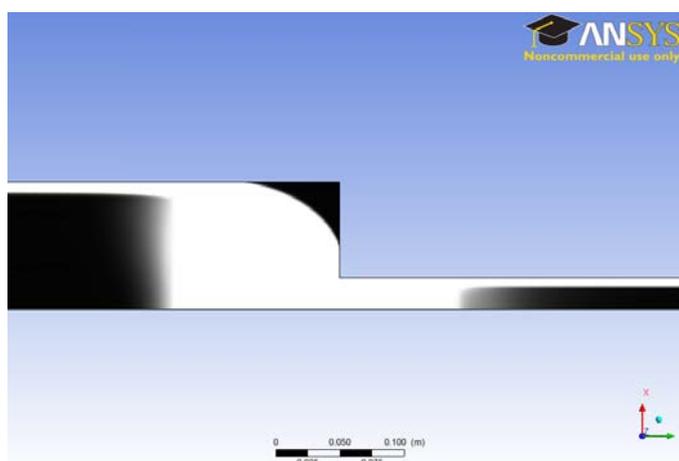


Figura 5.35 – Região não cisalhada no escoamento com  $\beta=4$ ,  $He=10^5$  e  $Re=1000$ .

### 5.8.2 Influência do número de Hedstrom

Para avaliar a influência do número de Hedstrom nos campos de cisalhamento, foram considerados dois escoamentos com número de Reynolds 100 na geometria de razão de aspecto 2. Os valores de Hedstrom considerados são:  $10^3$  e  $10^4$ .

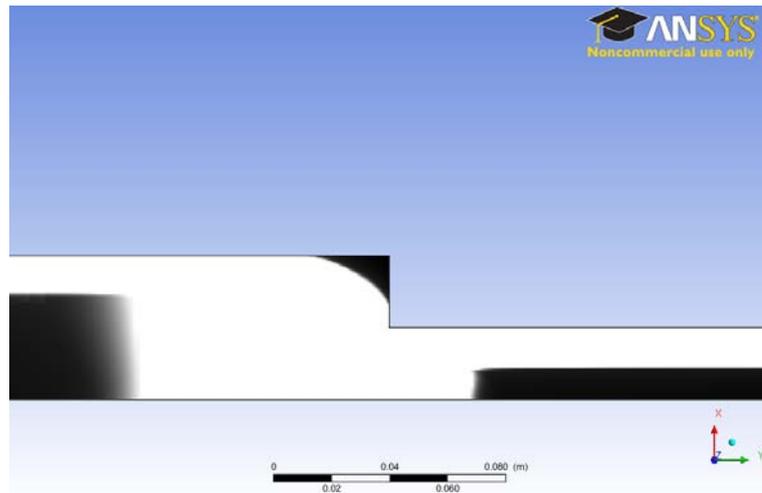


Figura 5.36 – Região não cisalhada no escoamento com  $\beta=2$ ,  $Re=100$  e  $He=10^3$ .

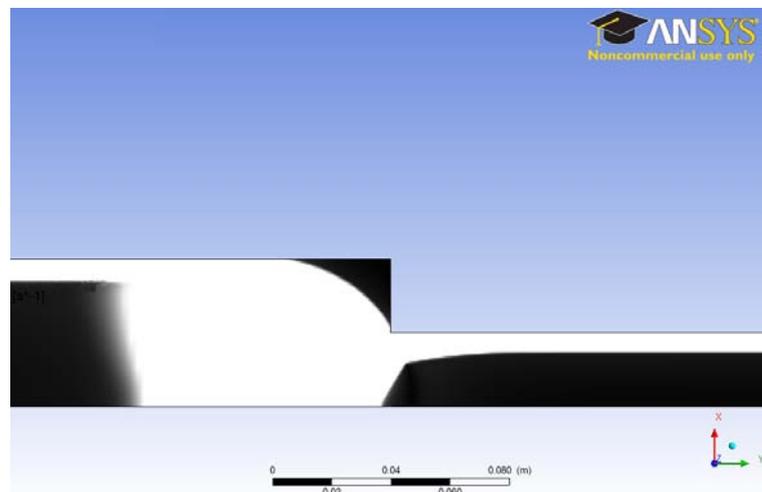


Figura 5.37 – Região não cisalhada do escoamento com  $\beta=2$ ,  $Re=100$  e  $He=10^4$ .

Na Figura 5.36 é mostrado o campo de cisalhamento para o caso em que Hedstrom vale  $10^3$  e na Figura 5.37 o escoamento com número de Hedstrom  $10^4$ . Nota-se um aumento da região sem cisalhamento na quina anterior à contração (para  $z^* < 0$ ) conforme o parâmetro relacionado à plasticidade é aumentado,

confirmando a análise feita no item relacionado às linhas de corrente. Além disso, para o maior Hedstrom considerado, são observados pontos sem cisalhamento no centro do tubo antes mesmo do fluido ter passado pela contração. Tais comportamentos estão relacionados com a tensão de cisalhamento do material, visto que, para que haja escoamento no maior Hedstrom, a tensão precisa ser maior que  $\tau_0$ . Portanto, as regiões que aparecem em azul escuro na Figura 5.37 e não apresentam tal coloração na Figura 5.36, são pontos que possuíam uma tensão acima de  $\tau_0$  para Hedstrom  $10^3$ , porém, abaixo da tensão limite de escoamento para o maior Hedstrom considerado.

A mudança do valor da tensão limite de escoamento também altera o desenvolvimento do escoamento. Observa-se que, para Hedstrom  $10^4$ , não são percebidas grandes alterações no campo de cisalhamento para os pontos com  $z^* > 0$ . Os termos plásticos característicos do fluido agem de uma maneira a diminuir o espaço necessário para o desenvolvimento do escoamento.

### 5.8.3 Influência da Razão de Aspecto

A fim de avaliara influência da razão de contração no padrão da região sem cisalhamento, foram considerados dois escoamentos com número de Reynolds 50 e Hedstrom  $10^5$ . Considerou-se duas geometrias:  $\beta = 8$  e  $\beta = 32$ .

Na Figura 5.38 é mostrada a imagem do escoamento para o caso em que  $\beta = 8$  e nas imagens da Figura 5.39 e da Figura 5.40 para  $\beta = 32$ . Observa-se que os padrões da região sem cisalhamento são os mesmos para os pontos  $z^* \geq 0$ . Mesmo para área imediatamente anterior à contração já é percebida uma região sem cisalhamento no centro do tubo. Portanto, pode-se afirmar que a razão de contração não altera a região sem cisalhamento para pontos posteriores à contração.

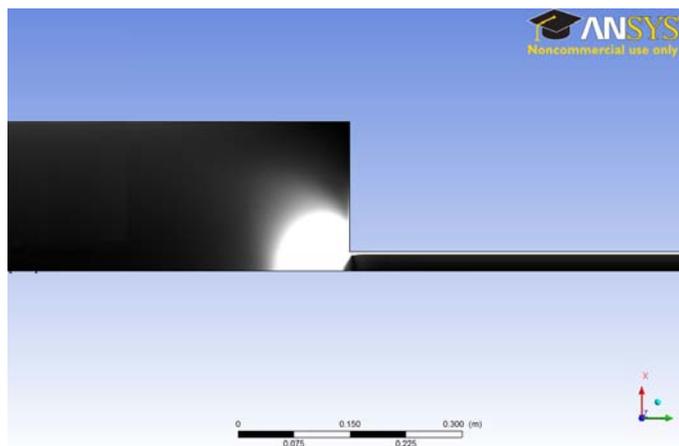


Figura 5.38 - Região não cisalhada para escoamento com  $Re=50$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=8$ .

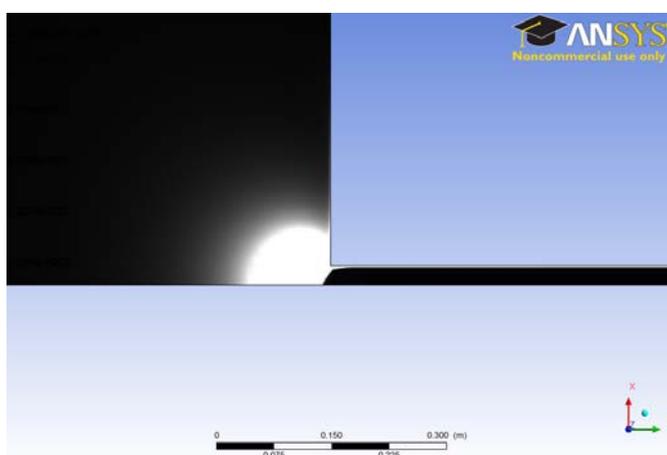


Figura 5.39 - Região não cisalhada para escoamento com  $Re=50$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=32$ .

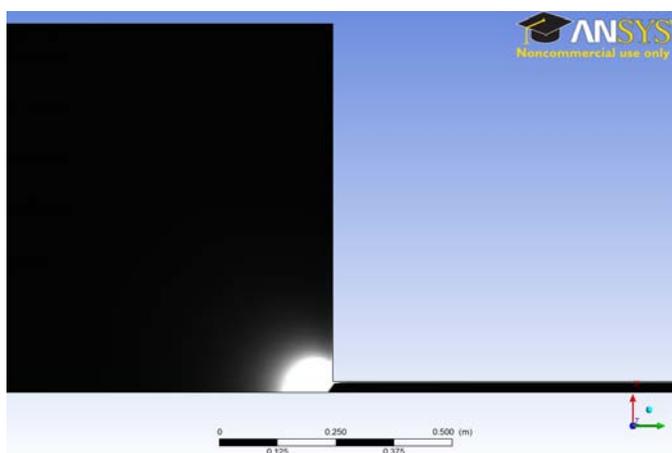


Figura 5.40 - Região não cisalhada para escoamento com  $Re=50$ ,  $He=10^5$  e  $\beta=32$ , em maior escala.

## 5.9 Perfis de tensão de Cisalhamento

No presente tópico são apresentados os perfis de tensão de cisalhamento em diferentes posições ao longo do eixo axial. As influências do número de Reynolds, Hedstrom e da razão de aspecto são avaliadas. Para cada escoamento apresentado, são plotadas cinco curvas, uma para cada uma das seguintes posições  $z^*$ : -1; -0,1; 0; 0,1 e 1. Os perfis são apresentados em figuras de contração, na ordem em que aparecem no escoamento. Porém, para facilitar a visualização, as posições e as razões de aspecto estão fora de escala. Nos perfis apresentados, a linha vermelha que aparece representa o eixo para a tensão nula. Na parte superior aos perfis, coloca-se uma escala, que é um número adimensional, obtido com a divisão do valor da tensão de cisalhamento no ponto pela tensão de cisalhamento na parede do tubo de menor diâmetro.

### 5.9.1 Influência do número de Reynolds

A fim de avaliar a influência do número de Reynolds nos perfis de tensão de cisalhamento, foram considerados dois escoamentos com  $\beta = 16$  e  $He = 10^4$ . Os números de Reynolds considerados para a comparação são: 50 e 500.

Na Figura 5.41 são apresentados os perfis para Reynolds 50 e na Figura 5.42 para Reynolds 500. Para os pontos em que  $z^* < 0$  percebe-se que os perfis são praticamente constantes, indicando que as tensões envolvidas no escoamento são muito baixas, ficando no valor da tensão limite de escoamento. Já para os pontos em que  $z^* \geq 0$ , observa-se que para o escoamento com Reynolds 500 existe uma maior variação nos perfis de tensão de cisalhamento, evidenciando que existem várias regiões com a tensão acima da tensão limite de cisalhamento, o que indica que as tensões de cisalhamento envolvidas no escoamento são maiores. Essas tensões maiores são consequência das maiores velocidades envolvidas no escoamento com o maior Reynolds, o que gera os maiores gradientes na região da parede, devido à condição de não deslizamento na parede.

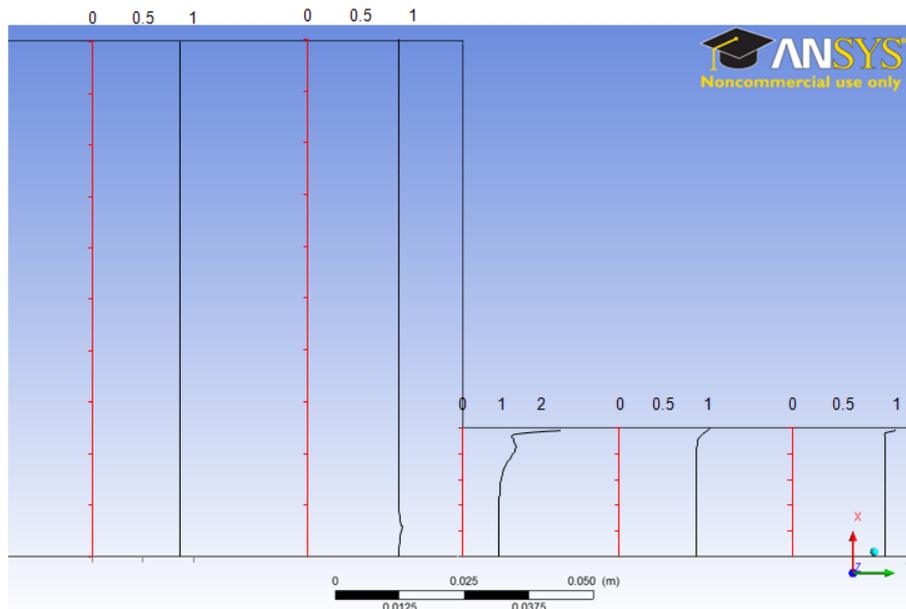


Figura 5.41 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de  $\beta=16$ ,  $He=10^4$  e  $Re=50$ .

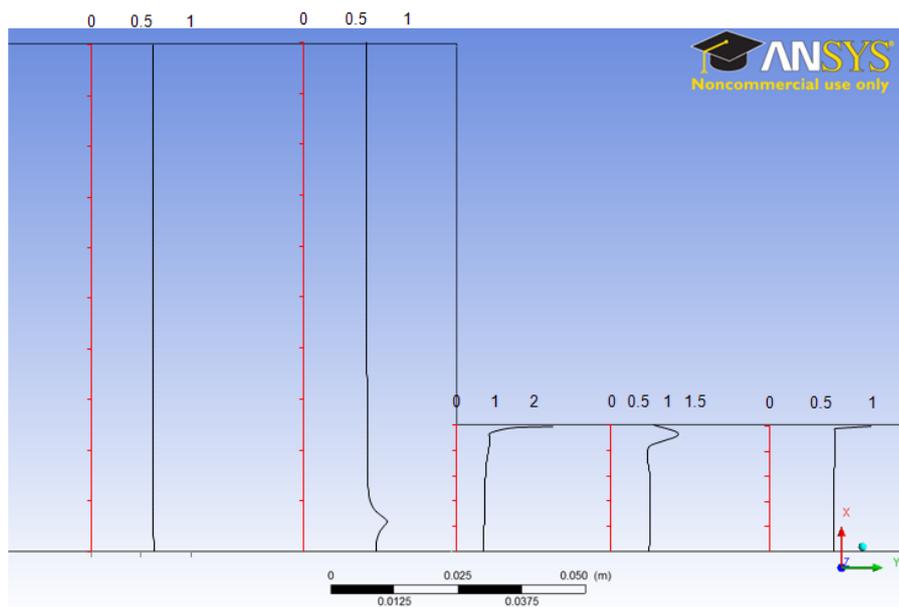


Figura 5.42 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de  $\beta=16$ ,  $He=10^4$  e  $Re=500$ .

Para o ponto  $z^*=1$ , o escoamento encontra-se próximo do completamente desenvolvido. Com isso, a região que apresenta cisalhamento e, conseqüentemente variação na tensão (que é função da taxa de cisalhamento), fica concentrada em pontos mais próximos à parede para o menor número de Reynolds envolvido.

Nota-se que os perfis de tensão na região central do tubo – na qual não há escoamento – todo o fluido fica submetido a sua tensão de escoamento ( $\tau_0$ ), evidenciado pelo patamar de tensão encontrado.

### 5.9.2 Influência do número de Hedstrom

Para avaliar a influência do número de Hedstrom nos perfis de tensão de cisalhamento são considerados dois escoamentos com razão de aspecto 32 e Reynolds 100. Os dois valores de Hedstrom considerados são:  $10^3$  e  $10^5$ .

Na Figura 5.43 apresenta-se o caso para Hedstrom  $10^3$  e na Figura 5.44 para Hedstrom  $10^5$ . Percebe-se que no escoamento com o maior valor de Hedstrom considerado todos os perfis são praticamente constantes, devido à alta tensão limite de escoamento do fluido. Já para o caso em que Hedstrom  $10^3$  observa-se variações nos perfis de tensão de cisalhamento, principalmente nas regiões próximas à parede após a contração, já que são nestas áreas que os maiores gradientes de velocidades são encontrados.

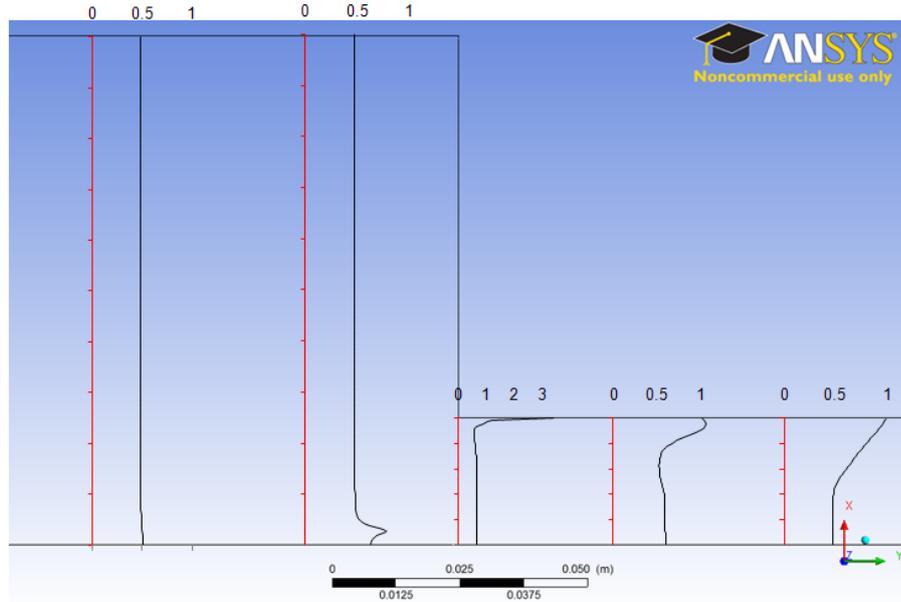


Figura 5.43 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de  $\beta=32$ ,  $Re=100$  e  $He=10^3$ .

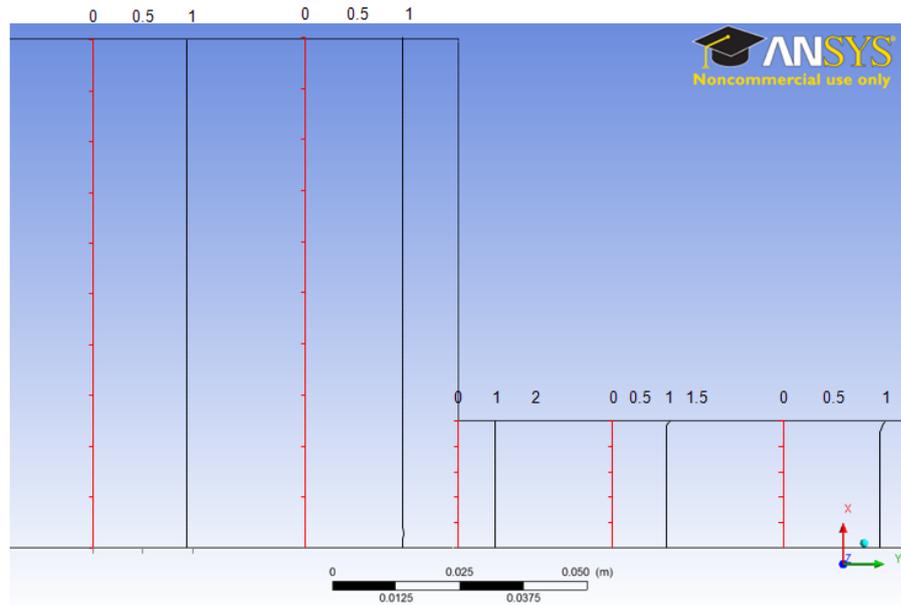


Figura 5.44 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento de Razão de aspecto 32, Reynolds 100 e Hedstrom  $10^5$ .

### 5.9.3 Influência da Razão de Aspecto

Para avaliar a influência da razão de contração, foram considerados dois escoamentos com os mesmos valores para os números de Hedstrom e Reynolds, variando-se apenas a razão de contração. O Reynolds considerado é de 100 e o Hedstrom  $10^3$ . As duas razões de aspecto avaliadas são 8 e 32.

Na Figura 5.45 são apresentados os perfis para  $\beta = 8$  e na Figura 5.46 para  $\beta = 32$ . Os perfis considerados nos pontos  $z^* < 0$  são diferentes. Para a maior razão de aspecto, os perfis de tensões aparecem concentrados em uma região mais próxima ao centro do tubo, indicando que o escoamento está sendo direcionado para o tubo de menor diâmetro. Para os pontos  $z^* \geq 0$ , os perfis de tensão não apresentam diferenças significativas.

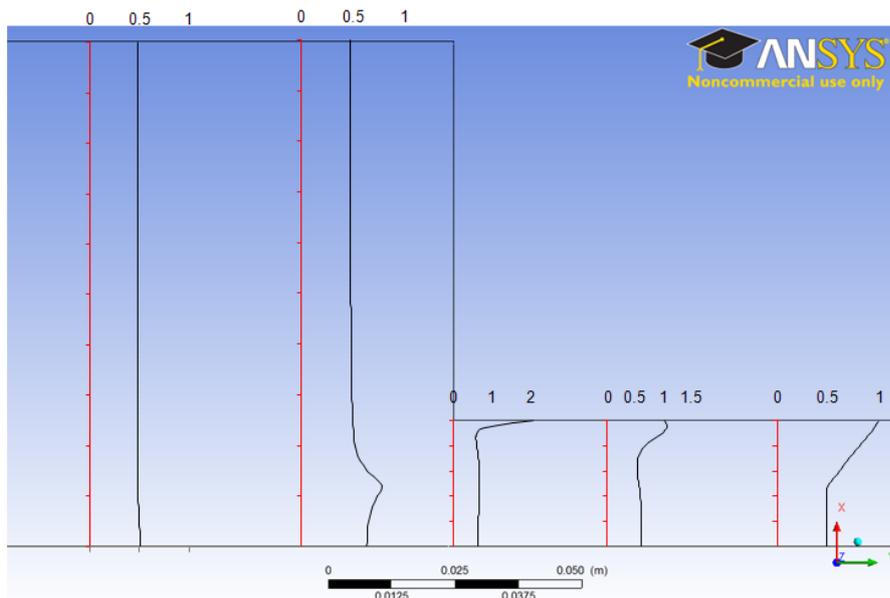


Figura 5.45 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento com  $Re=100$ ,  $He=10^3$  e  $\beta=8$ .

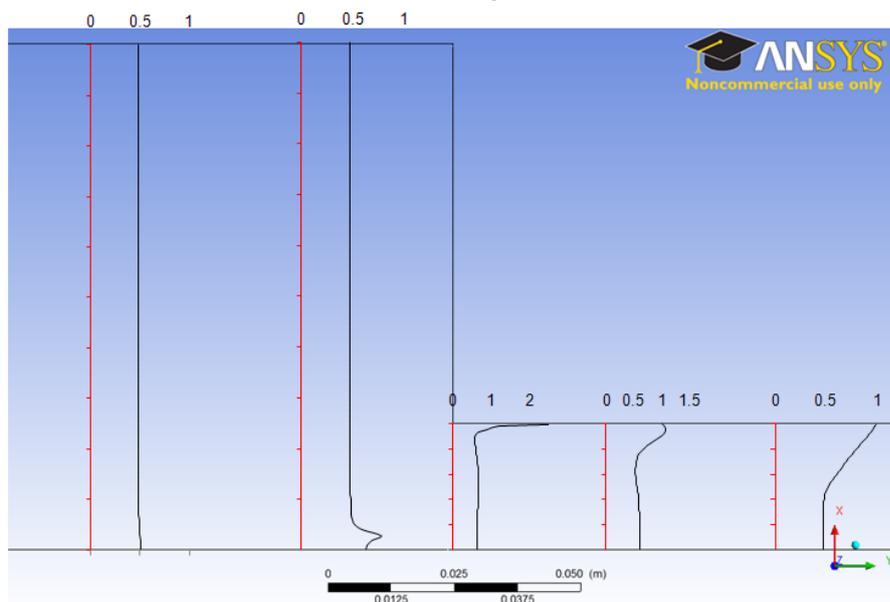


Figura 5.46 - Perfis de tensão ao longo das posições axiais para o escoamento com  $Re=100$ ,  $He=10^3$  e  $\beta=32$ .

## 5.10 Coeficiente de Perda de Carga

No presente item são apresentados os resultados para as perdas de carga adimensionais. Inicialmente os resultados obtidos são comparados com os resultados de dois outros autores – Vitorassi (2009) e Boger (1987). Na seqüência, os resultados obtidos são apresentados em função do número de Reynolds –  $Re$ .

### 5.10.1 Comparação com dados de Vitorassi (2009)

Para possibilitar a comparação dos dados obtidos no presente trabalho com o estudo de Vitorassi (2009), é necessário utilizar a definição do número de Reynolds Generalizado –  $Re_g$ . Com isso, é necessário que se faça uma conversão do número de Reynolds utilizado como parâmetro nas simulações –  $Re$  para  $Re_g$ . Porém, como tal definição considera as forças plásticas presentes no escoamento (através de  $\xi_0$ ), o Reynolds Generalizado precisa ser vinculado, também, ao Hedstrom considerado. Na Tabela 5.5 são apresentados os valores e suas respectivas correspondências.

**Tabela 5.5 - Correspondência entre os números de Reynolds**

$He$	$Re$	$Re_g$	$He$	$Re$	$Re_g$
$10^2$	10	3,9	$10^3$	10	0,7
	50	37,6		50	12,3
	100	85,6		100	38,2
	500	483,8		500	375,4
	1000	983,6		1000	857,2
	2000	1983,5		2000	1846,2
$10^4$	10	0,1	$10^5$	10	0,01
	50	1,8		50	0,2
	100	6,5		100	0,8
	500	120,6		500	17,3
	1000	381,5		1000	64,7
	2000	1095,9		2000	235,1

Com isso, observa-se que para os maiores valores de Hedstrom considerados, os números de Reynolds Generalizados estão muito pequenos. Para tornar melhor

as comparações, foram realizadas novas simulações para os parâmetros descritos na Tabela 5.6. Além disso, são apresentadas somente as perdas de carga para os  $Re$  a partir de 100, pois os valores mais baixos deste parâmetro possuem um valor correspondente de  $Re_g$  muito pequenos.

**Tabela 5.6 - Tabelas com outros valores de Reynolds considerados para as comparações**

$He$	$10^4$	$10^5$	$10^5$	$10^5$
$Re$	3300	4000	6000	6815
$Re_g$	1689,6	753,5	1446,8	1772,6

No trabalho realizado por Vitorassi (2009), foi considerado apenas uma razão de contração – 4. Além disso, os valores de Hedstrom utilizados não correspondem exatamente com os utilizados no presente trabalho. Por final, o autor utilizou o modelo de HB. Portanto, para a comparação dos resultados, considera-se o caso de Vitorassi (2009) em que  $n=1$  – pois modelo de HB fica equivalente à BG. Para a razão de contração considera-se apenas  $\beta=4$ . Os valores do número de Hedstrom que podem ser comparados são:  $10^2$ ,  $10^3$  e  $10^4$ . As comparações são apresentadas na Figura 5.47, na Figura 5.48 e na Figura 5.49.

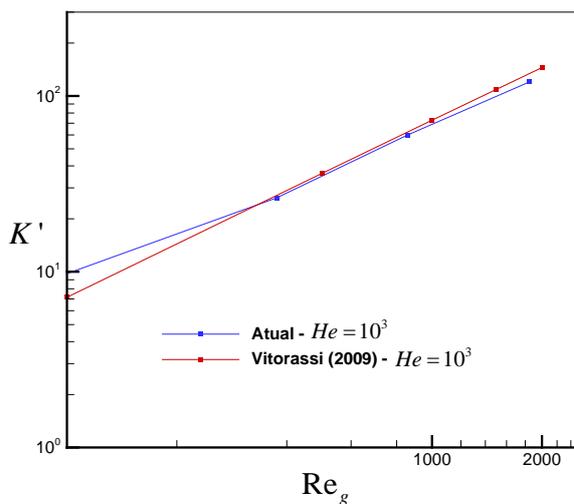


Figura 5.47 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para  $He=10^3$ .

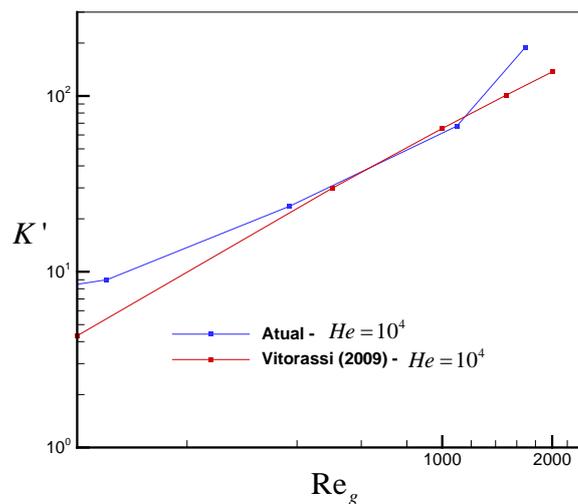


Figura 5.48 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para  $He=10^4$ .

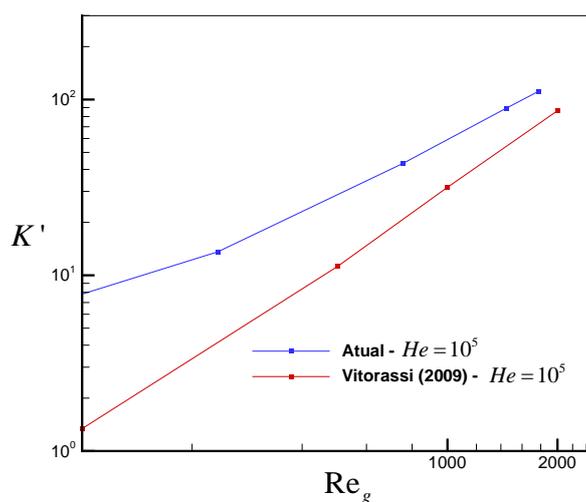


Figura 5.49 - Comparação dos resultados de perda de carga com Vitorassi (2009) para  $He=10^5$ .

A Figura 5.47 mostra a comparação dos resultados para Hedstrom  $10^3$ , a Figura 5.48 para  $10^4$  e a Figura 5.49 para  $10^5$ . Todos os gráficos são apresentados na forma  $\log \times \log$ , contendo no eixo das abscissas os valores de  $Re_g$  e nas ordenadas o valor de  $K'$ . Nota-se uma boa concordância dos resultados para o menor valor de Hedstrom avaliado. Para o caso em que  $He = 10^4$ , percebe-se uma divergência dos valores para os dois valores considerados como limite de  $Re = 100$  e 3300. Para o maior valor de  $He$  comparado, os valores encontrados apresentam

diferenças. Porém, observa-se que as duas retas apresentam tendência para convergir para maiores valores de  $Re_g$ . A análise do comportamento dos gráficos é similar a que será apresentada no tópico 5.10.3.

### 5.10.2 Comparação dados Boger (1987)

No presente item são apresentados os gráficos comparando os resultados obtidos no presente trabalho com os resultados obtidos por Boger (1987). Para possibilitar a análise, os números de Reynolds considerados no presente trabalho precisam ser convertidos para  $Re_g$ , assim como no item anterior. Os dados aqui apresentados consideram todas as simulações feitas, já que a equação proposta por Boger (1987) é em função do Reynolds Generalizado. Segundo o autor, a equação é válida para geometrias com  $\beta \geq 4$ . Porém, os resultados foram comparados para todas as razões de contração. Além disso, as simulações que inicialmente não estavam previstas e que foram feitas para a comparação com os dados de Vitorassi (2009) também são consideradas para o atual item. Assim sendo, no presente item são apresentados os resultados de todas as simulações realizadas.

Os gráficos comparativos entre os resultados obtidos no presente trabalho e os sugeridos por Boger (1987) são apresentados a partir da Figura 5.50 até a Figura 5.59. A fim de facilitar a compreensão, cada razão de contração possui dois gráficos, cada gráfico com dois valores para o número de Hedstrom. Como a proposição de Boger (1987) é uma solução através de uma equação contínua, seus resultados são plotados como curvas. Os valores obtidos no presente estudo são apresentados como pontos.

Em todos os gráficos observa-se que para valores de  $Re_g$  até aproximadamente 10, os valores de  $K'$  ficam com um valor praticamente constante de aproximadamente 1. Para esta faixa de valores, os termos plásticos presentes no escoamento são mais significativas que os inerciais. Para valores de Reynolds Generalizados maiores, quanto maior é seu valor, maior é a perda de carga associada. Além disso, como  $Re_g$  considera a plasticidade presente, o número Hedstrom pouco influencia no valor da perda de carga. Somente a definição de Reynolds proposta por Boger (1987) é suficiente para a determinação de  $K'$ .

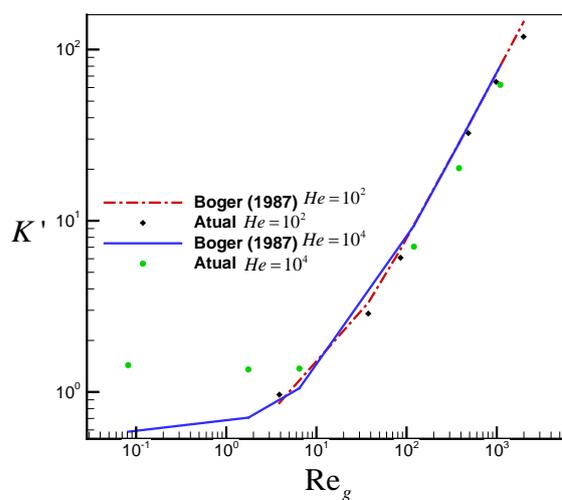


Figura 5.50 – Comparação dos resultados para  $\beta=2$  e  $He=10^2$  e  $He=10^4$ .

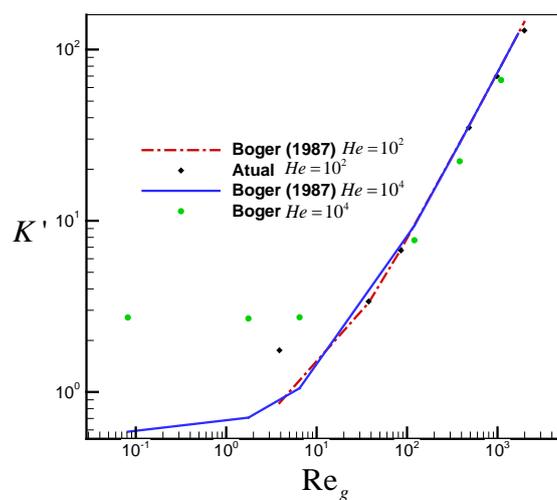


Figura 5.52 - Comparação dos resultados para  $\beta=4$  e  $He=10^2$  e  $He=10^4$ .

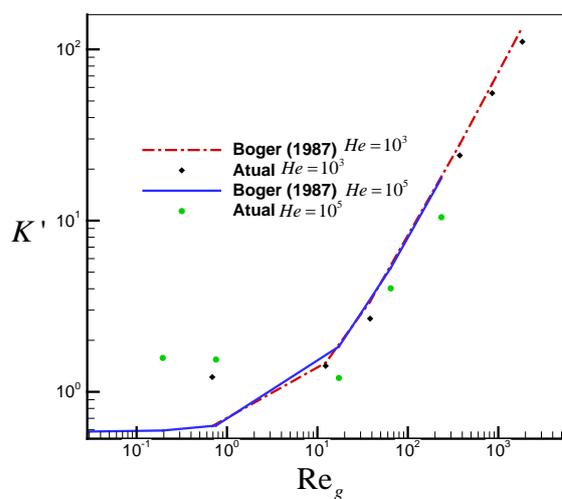


Figura 5.51 - Comparação dos resultados para  $\beta=2$  e  $He=10^3$  e  $He=10^5$ .

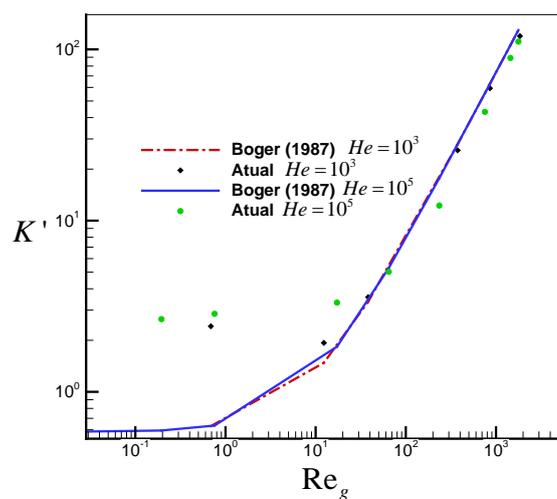


Figura 5.53 - Comparação dos resultados para  $\beta=4$  e  $He=10^3$  e  $He=10^5$ .

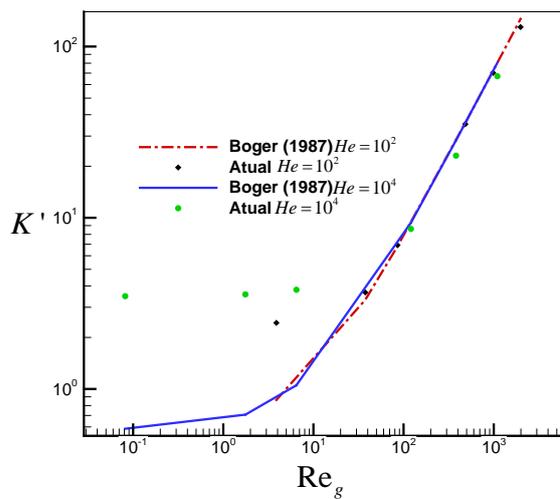


Figura 5.54 - Comparação dos resultados para  $\beta=8$  e  $He=10^2$  e  $He=10^4$ .

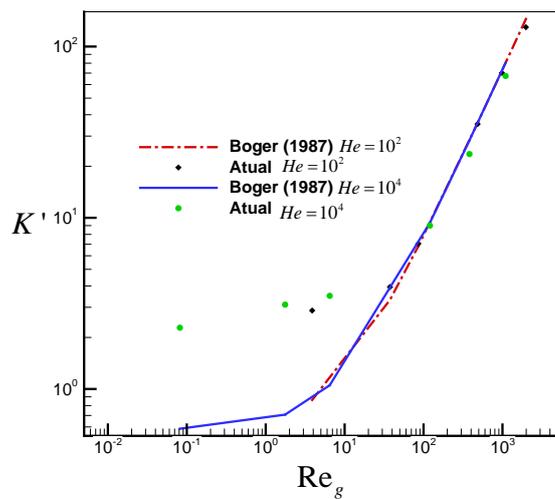


Figura 5.56 - Comparação dos resultados para  $\beta=16$  e  $He=10^2$  e  $He=10^4$ .

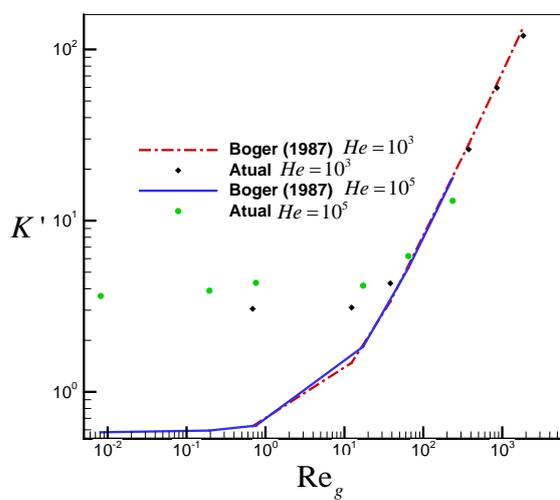


Figura 5.55 - Comparação dos resultados para  $\beta=8$  e  $He=10^3$  e  $He=10^5$ .

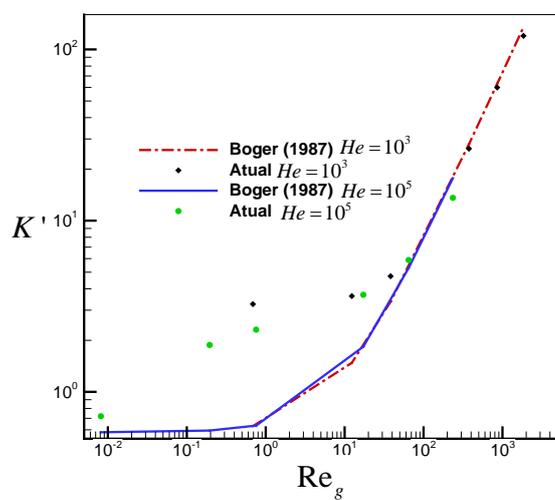


Figura 5.57 - Comparação dos resultados para  $\beta=16$  e  $He=10^3$  e  $He=10^5$ .

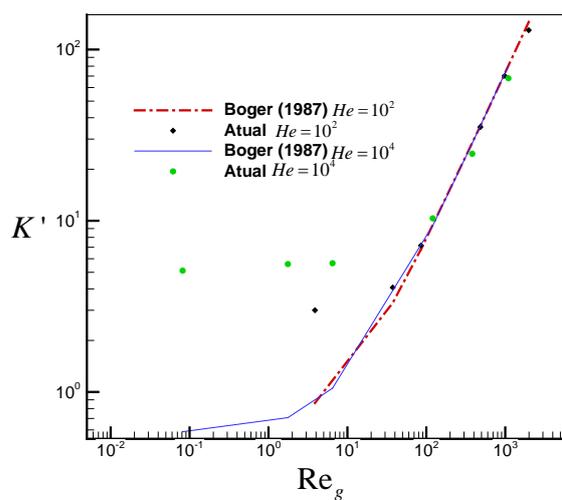


Figura 5.58 - Comparação dos resultados para  $\beta=32$  e  $He=10^2$  e  $He=10^4$ .

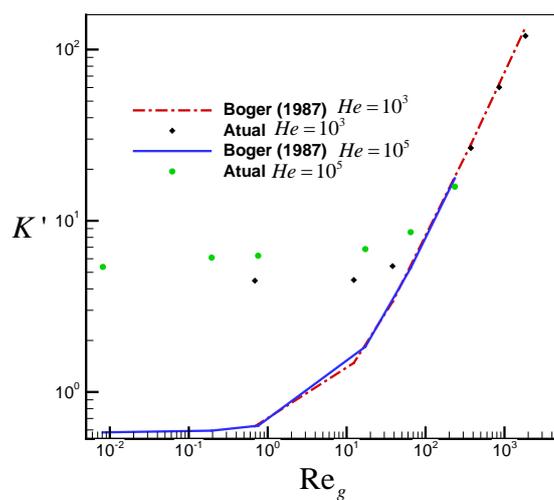


Figura 5.59 - Comparação dos resultados para  $\beta=32$  e  $He=10^3$  e  $He=10^5$ .

A equação proposta por Boger (1987) é uma só para todas as perdas de carga. Os resultados já mostrados confirmam que a razão de aspecto pouco influencia nos resultados, e houve convergência nos valores mesmo para o caso em que a razão de contração é 2. Para ilustrar melhor, na Figura 5.60 é mostrada a comparação dos resultados obtidos para  $K'$  nas razões de contração 4 e 16, para os números de Hedstrom  $10^2$  e  $10^5$  em função de  $Re_g$ . Observa-se que, como sugerido por Boger (1987), a razão de aspecto não influencia na determinação da perda de carga.

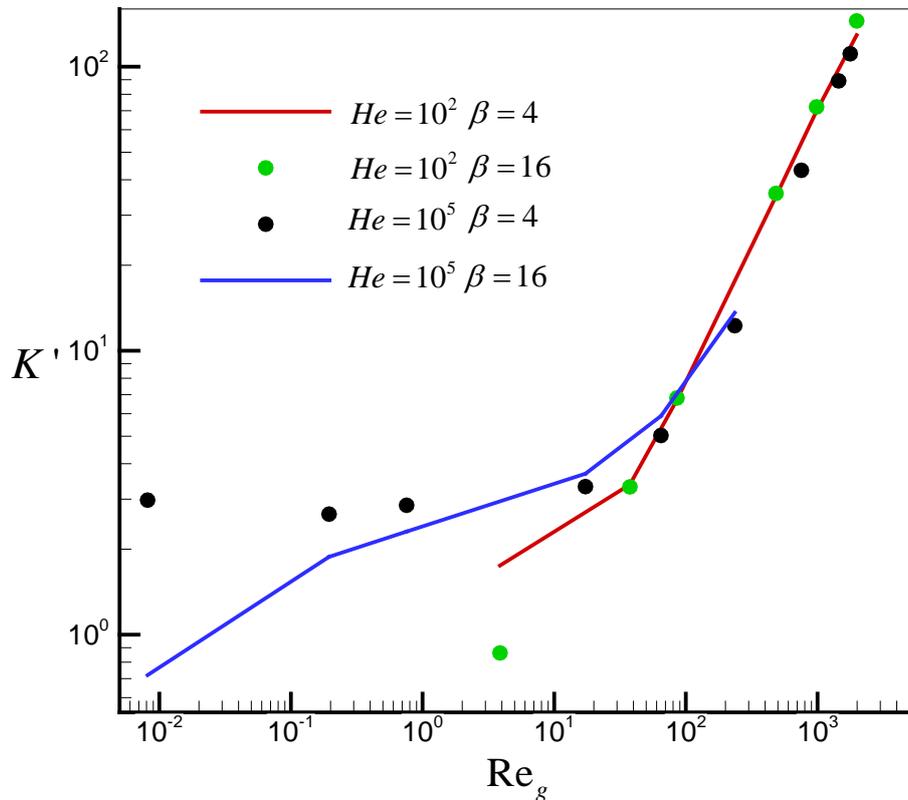


Figura 5.60 - Comparação dos resultados para  $\beta=4$  e  $\beta=16$  para  $He=10^2$  e  $He=10^5$ .

### 5.10.3 Dados em função do Reynolds para todas as razões de contração

Neste tópico serão apresentados os resultados para a perda de carga ( $K'$ ) para as razões de contração 2, 4, 8, 16 e 32. A metodologia para o cálculo de tal parâmetro adimensional encontra-se descrita no item 3.4 do presente trabalho.

Os parâmetros  $K'$  são apresentados em gráficos como função do número de Reynolds para fluidos de Bingham,  $Re$ . Cada gráfico é relativo a uma razão de contração, todos apresentados na forma  $\log \times \log$ . Em cada gráfico foram plotadas 4 curvas, cada uma para um diferente número de Hedstrom.

A vantagem da apresentação do coeficiente  $K'$  em função de  $Re$  é a facilidade do cálculo. Os parâmetros necessários para o cálculo do número de Reynolds para fluidos de Bingham são em função da velocidade média (ou vazão) e das propriedades do fluido utilizado. Além disso, para a análise, considera-se o número

de Hedstrom, que também é facilmente obtido. Pela metodologia empregada por Boger (1987) é necessário a utilização de ferramentas numéricas para fazer interpolações para obter o número de Reynolds Generalizado e alguns dados precisam ser consultados em tabela para o cálculo  $K'$ . A metodologia proposta no presente tópico é simplificada, o que a viabiliza para utilizações práticas de Engenharia.

Na Figura 5.61 são apresentados os resultados para  $\beta = 2$ . Percebe-se que, quando se analisa somente um número de Hedstrom (cada linha do gráfico), a perda de carga aumenta com o aumento do número de Reynolds, para os valores maiores que 100. A análise dos menores valores de  $Re$  será apresentada na seqüência. Para se analisar a influência do número de Hedstrom, basta traçar retas paralelas ao eixo das ordenadas para avaliar diferentes valores de  $K'$  para o mesmo Reynolds. Percebe-se que um aumento do número de Hedstrom gera uma diminuição de  $K'$  para os escoamentos com os maiores números de Reynolds. Para os casos em que os termos inerciais são menos significativos, a influência é a oposta, o que será discutido nas próximas linhas.

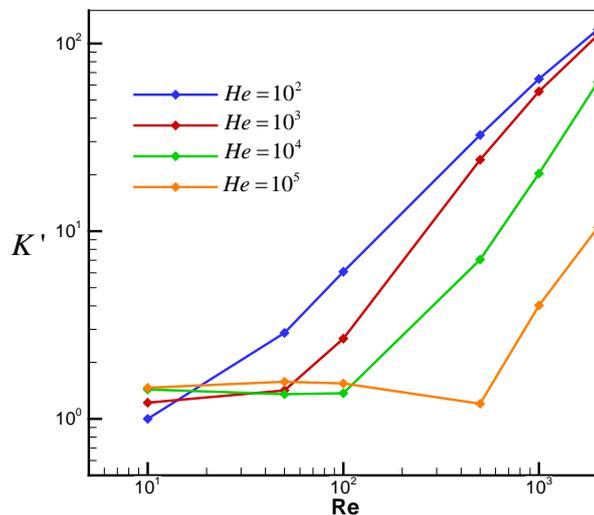


Figura 5.61 - Perda de carga  $K'$  em função de  $Re$  para  $\beta=2$ .

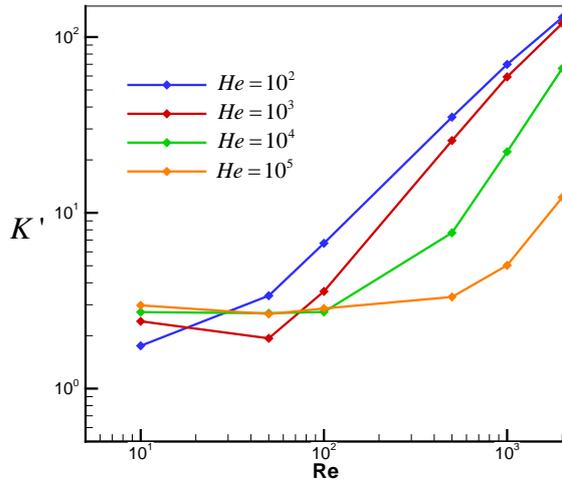


Figura 5.62 - Perda de carga  $K'$  em função de  $Re$  para  $\beta=4$ .

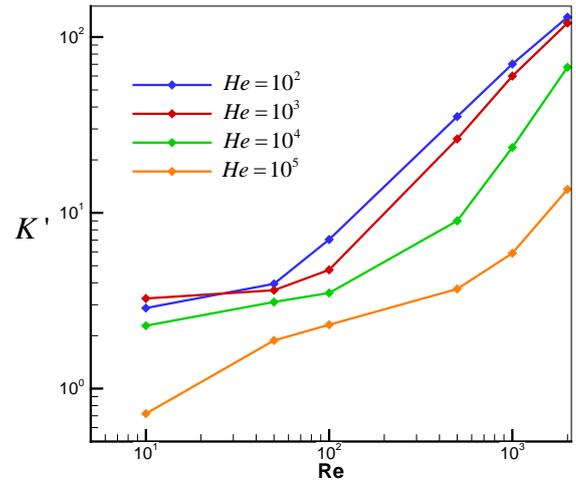


Figura 5.64 - Perda de carga  $K'$  em função de  $Re$  para  $\beta=16$ .

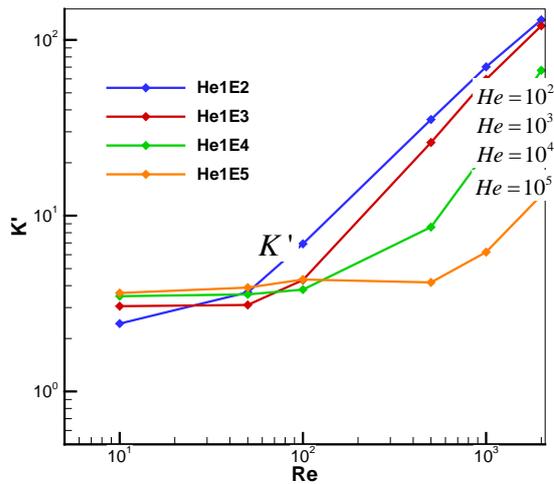


Figura 5.63 - Perda de carga  $K'$  em função de  $Re$  para  $\beta=8$ .

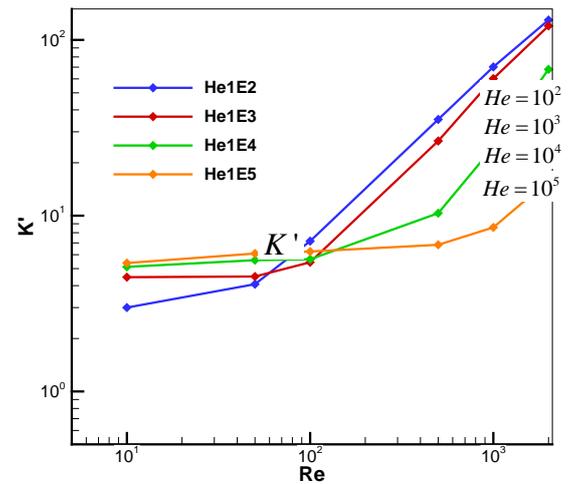


Figura 5.65 - Perda de carga  $K'$  em função de  $Re$  para  $\beta=32$ .

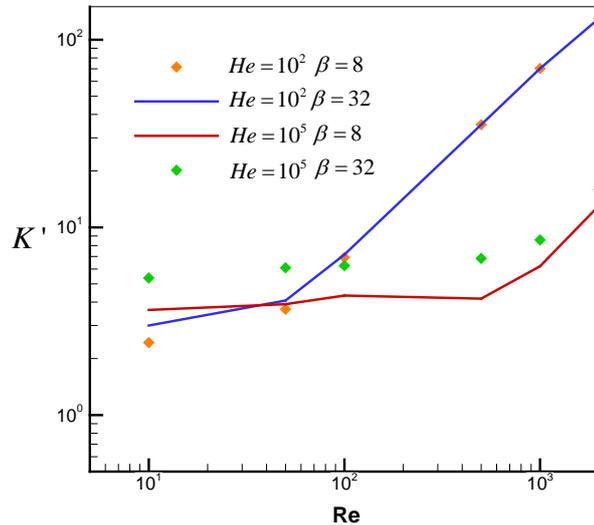
Da Figura 5.62 até a Figura 5.65 são apresentados os resultados obtidos considerando-se as razões de aspecto 4, 8, 16 e 32. Percebe-se as mesmas influências dos números de Hedstrom e de Reynolds: um aumento de Reynolds gera um aumento da perda de carga para valores maiores que 100 e um aumento de Hedstrom gera uma diminuição de  $K'$ .

A influência do número de Reynolds na perda de carga para valores maiores que 100 precisa ser avaliada separadamente. Quanto maior o número de Reynolds, maiores são as velocidades envolvidas e, por consequência, maior é a inércia do escoamento. Ao passar pela contração, o fluido precisa alterar sua velocidade. Inicialmente sua direção e sentido são alterados (para se adequar ao tubo de diâmetro menor). Além disso, pela conservação da massa, a velocidade do fluido precisa aumentar (quando a mesma vazão passa a escoar por um tubo de diâmetro menor, a velocidade média do escoamento aumenta). Assim sendo, quanto maior é o  $Re$ , mais energia precisa ser despendida para acelerar o escoamento. Porém, nos casos em que o Reynolds é menor que 100, os valores de  $K'$  são aproximadamente constantes em um mesmo patamar. Nestes casos, os termos plásticos presentes são mais relevantes que os termos inerciais e, portanto, quanto maior é a influência dos termos plásticos (maiores números de Hedstrom), maior a perda de carga associada.

A compreensão da influência do número de Hedstrom no coeficiente de perda de carga é embasada no que já foi discutido no item 5.4.1 do presente trabalho. Quanto maior é o valor do número de Hedstrom, maior é a região sem cisalhamento na quina na região da contração. Com isso, o escoamento é direcionado a partir de uma região mais distante da contração para o tubo de menor diâmetro, gerando uma menor perda de carga adimensional. Tal análise é válida para os casos com Reynolds maior que 100. Porém, quando a inércia do escoamento é baixa, o fenômeno é o oposto: as maiores perdas de carga estão relacionadas com os maiores valores de Reynolds. Em tais condições, como a inércia do escoamento é muito baixa, apesar das linhas de corrente serem direcionadas para o tubo de menor diâmetro, o que mais influencia são as forças plásticas. O esforço necessário para alterar a velocidade do fluido vai atuar majoritariamente nos parâmetros plásticos e não nos viscosos – portanto nos maiores números de Hedstrom.

Para avaliar a influência da razão de aspecto, na Figura 5.66 são apresentados os resultados para dois valores de razão de contração, 8 e 32, para dois valores de Reynolds,  $10^2$  e  $10^5$ . Observa-se que os valores da razão de aspecto pouco influenciam na determinação do coeficiente de perda de carga. Os maiores desvios encontrados são para os menores valores de  $K'$ , onde a magnitude dos valores é

muito pequena e, assim sendo, uma pequena dispersão dos valores gera resultados divergentes.



**Figura 5.66 - Comparação da perda de carga para diferentes razões de contração.**

Considerando que a influência da razão de contração é desprezível, para cada valor de Hedstrom é proposta uma equação para a determinação da perda de carga em função do número de Reynolds. As equações propostas são conforme escrito em (4.1), e foram obtidas numericamente pelos valores já apresentados nos gráficos.

$$K' = a Re^2 + b Re + c \quad (4.1)$$

São apresentados, também, os valores de  $R^2$ . O  $R^2$  é um coeficiente estatístico que calcula se a equação proposta é adequada aos dados utilizados para sua obtenção. Seus valores variam entre 0 e 1, e quanto mais próxima de 1, melhor é a correlação. Com base neste parâmetro, observou-se que para os valores de Hedstrom  $10^2$  e  $10^3$ , uma função linear é a que melhor se adéqua aos dados obtidos. Porém, para  $He$  igual a  $10^4$  e  $10^5$ , o maior valor de  $R^2$  encontrado foi para funções quadráticas. A Tabela 5.7 mostra os valores dos coeficientes obtidos considerando-se as simulações para a geometria de razão de diâmetros 16, mas são válidos para todas as razões de aspecto. Nota-se que os coeficientes  $R^2$  possuem valores muito

próximos de 1, o que assegura que os valores obtidos com as equações sugeridas possuem uma boa concordância com os das simulações.

**Tabela 5.7 - Valores dos coeficientes das equações sugeridas para a determinação da perda de carga**

Hedstrom	a	b	c	R <sup>2</sup>
10 <sup>2</sup>	-	6,47 · 10 <sup>-2</sup>	2,09	0,999
10 <sup>3</sup>	-	5,93 · 10 <sup>-2</sup>	7,44 · 10 <sup>-1</sup>	0,997
10 <sup>4</sup>	1,26 · 10 <sup>-5</sup>	6,43 · 10 <sup>-3</sup>	4,93	1
10 <sup>5</sup>	2,12 · 10 <sup>-6</sup>	7,35 · 10 <sup>-4</sup>	5,85	0,995

A limitação do emprego das equações sugeridas na Tabela 5.7 é para os menores números de Reynolds utilizando-se as equações lineares, pois tal formulação não é sensível aos valores aproximadamente constantes de  $K'$ . Porém, apesar dos desvios percentuais para estes valores poderem ser consideráveis, as perdas de carga envolvidas nestes casos são as menores e, o desvio inerente ao método vai gerar um pequeno erro de valor absoluto de  $K'$ .

## 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho descreve o estudo que realizado sobre o escoamento de fluidos viscoplásticos através de contração abrupta. Os padrões de escoamento foram caracterizados em função dos números de Hedstrom e Reynolds e, também, da razão de aspecto da geometria.

Nas linhas de corrente, campos de velocidades, regiões de recirculação e sem cisalhamento, observa-se a influência dos termos plásticos e viscosos considerados no estudo. Quanto maiores são os termos inerciais, maior é a tendência de se observar uma região de recirculação pois, nestes casos, o fluido não contorna perfeitamente a geometria da contração. Porém, se os termos plásticos envolvidos forem representativos, não é evidenciada uma região com recirculação, mas sim uma região sem cisalhamento.

Sobre os campos de pressão, observa-se que para os menores valores de Reynolds, a queda de pressão é distribuída sobre um espaço maior do domínio. Já o quanto menor o número de Hedstrom, mais concentrada na região da contração é a queda da pressão, devido ao direcionamento do escoamento pelas regiões não cisalhadas discutido no corpo do texto. Notou-se, ainda, que a razão de aspecto influencia somente no padrão do escoamento para regiões anteriores à contração.

Os resultados obtidos para a perda de carga foram comparados com os estudos de outros autores, e se mostraram satisfatórios. As análises de  $K'$  indicam que os números de Reynolds e Hedstrom possuem efeitos opostos na perda de carga. Enquanto um aumento em Reynolds provoca um aumento na perda de carga  $K'$ , quanto maior o valor de Hedstrom, menor é  $K'$  para valores de Reynolds maiores que 100. Para valores menores, o efeito é o oposto. A razão de contração pouco influencia na determinação da perda de carga adimensional, conforme sugerido por Boger (1987). Além disso, foram sugeridas funções para a determinação da perda de carga, em função dos números de Reynolds e de Hedstrom, que são facilmente determinados e podem ser utilizados para aplicações em Engenharia.

## 6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros na mesma linha de pesquisa, seguem as seguintes sugestões:

- a) Confirmação dos atuais dados com testes experimentais;
- b) Caracterizar o escoamento de fluidos viscoplásticos em escoamento no regime turbulento;
- c) Caracterizar o escoamento com velocidade angular na parede externa do tubo;
- d) Estudo de contrações abruptas de fluidos viscoplásticos através de geometrias anulares;
- e) Simular o escoamento tridimensional para validar a simplificação de axissimetria utilizada.

## REFERÊNCIAS

ABDALI, S.S.; MITSOULIS, E.; MARKATOS, N.C. **Entry and Exit Flows of Bingham Fluids**. Journal of Rheology, v.36(2), 1992, pp. 389-407.

ANSYS. **POLYFLOW: For Computacional Fluid Dynamics Analysis**. Disponível em: <<http://fluent.com/software/PolyFlow/visco.htm>>. Acesso em fevereiro de 2010.

BARNES, H.A. **The Yield Stress – a Review – Everything Flows?** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v.81, 1999, pp. 133-178.

BEVERLY, C.R.; TANNER, R.I. **Numerical Analysis of Extrudate Swell in Viscoelastic Materials with Yield Stress** Journal of Rheology, v.33, 1989.

BIRD, R.B.; ARMSTRONG, R.C.; HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids**. 2ª ed., v.1, Editora John Wiley & Sons, 1987.

BOGER, D. V. **Viscoelastic Flows Through Contractions**. Ann. Rev. Fluid Mech., 19, 1987. pp. 157-82.

BOURGOYNE, A.T.Jr.; MILLHEIM, K.K.; CHENEVERT, M.E.; YOUNG, F.S.Jr. **Applied Drilling Engineering**. Vol. 2, 1986.

BRONDANI, W.M. **Simulação Numérica do escoamento de fluido viscoelástico através de um tubo anular concêntrico**. Monografia (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

CARTER, T.R. **Laminar Flow From a Reservoir Up To and Through a Tube Entrance Region**. Tese de *PhD*, The University of Utah, Salt Lake City, 1969.

CHRISTIANSEN, E.A.; KELSEY, S.J.; CARTER, T.R. **Laminar Tube Flow Through an Abrupt Contraction**. AIChE Journal, v. 18, 1972. pp. 372-380.

CORADIN, H. T. **Simulação Numérica do escoamento de um Fluido Viscoelástico Através de uma Contração Brusca**. Monografia final de curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, Paraná, Brasil, 2007.

DN Salias. **Conventional Processing: Twin Screw Extruder and Injection molding**. Disponível em: <<http://cvnaturplas.dnsalias.com/natural-materials/polymers-and-composites-biodegradables/conventional>>. Último acesso em 01 de outubro de 2011.

DUDA, J.L.; VRENTAS, J.S. **Entrance Flows of Non-Newtonian Fluids**. Transactions of The Society of Rheology, v. 17, 1973. pp. 89-108.

DURST, F.; LOY, T. **Investigation of Laminar Flow in a Pipe with a Sudden Contraction of Cross Sectional Area**. Computers & Fluids, v. 13, 1985, pp.15-36.

ENGINEERING TOOL BOX. **Orifice, Nozzle and Venturi Flow Rate Meters**. Disponível em: <[http://www.engineeringtoolbox.com/orifice-nozzle-venturi-d\\_590.html](http://www.engineeringtoolbox.com/orifice-nozzle-venturi-d_590.html)> Acesso em junho de 2011.

LESJOFORS. **High Performance Springs Secure Advanced Oil Drilling**. Disponível em: <[http://www.lesjoforsab.com/news/news\\_detail.asp?nyhetsid=84&sprakid=2](http://www.lesjoforsab.com/news/news_detail.asp?nyhetsid=84&sprakid=2)> Acesso em novembro de 2011.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6ª ed., LTC, Rio de Janeiro, 2006.

GRATÃO, Ana Carolina Amaral. **Termofluidodinâmica de Sucos de Frutas Pseudoplásticos em Dutos Cilíndricos e Ânulos Concêntricos**. Tese (Doutorado em Engenharia de Alimentos), Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

HAMMAD, K.J.; VRADIS, G.C. **Creeping Flow of a Bingham Plastic Through Axisymmetric Sudden Contractions with Viscous Dissipation**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v.39, 1996, pp. 1555-1567.

JAY, P.; MAGNIN, A.; PIAU, J.M. **Viscoplastic Fluid Flow Through a Sudden Axisymmetric Expansion**. AIChE Journal, v. 47, 2001. pp. 2155-2166.

KESTIN, J.; SOKOLOV, M.; WAKEHAM, W. **Theory of Capillary Viscometers**. Applied Scientific Research, v. 27, 1973. pp. 241-264.

KFURI, S.L.D.; SILVA, J.Q.; SOARES, E.J.; THOMPSON, R.L. **Friction Losses for Power-Law and Viscoplastic Materials in an Entrance of a Tube and an Abrupt Contraction**. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 76, 2011. pp. 224-235.

KIM-E, M.E.; BROWN, R.A.; ARMSTRONG, R.C. **The Roles of Inertia and Shear-Thinning in Flow of an Inelastic Liquid Through an Axisymmetric Sudden Contraction**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 13, 1983. pp. 341-363.

MALIN, M.R. **Turbulent Pipe Flow of Herschel-Bulkley Fluids**. Int. Comm. Heat Mass Transfer, v. 25, 1998, pp. 321-330.

MENDES, P.R. DE S.; DUTRA, E.S.S. **A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids**. Annual Transactions of The Nordic Rheology Society, v. 12, 2004. pp. 183-188.

NACCACHE, M.F.; BARBOSA, R.F.. **Creeping Flow of Viscoplastic Materials Through a Planar Expansion Followed by a Contraction**. Mechanics Research Communications, v.34, 2007, pp. 423-431.

NTSEC. **Heartbeat**. Disponível em: < [http://activity.ntsec.gov.tw/lifeworld/english/content/body\\_cc7.html](http://activity.ntsec.gov.tw/lifeworld/english/content/body_cc7.html) >. Último acesso em 01 de outubro de 2011.

OLIVEIRA, W.R. **Simulação Numérica do escoamento de fluido viscoelástico em contração abrupta**. Monografia (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

OZALP, C.; PINARBASI, A.; FAKILAR, M.S.; SAHIN, B. **PIV Measurements of Flow Through a Sudden Contraction**. Flow Measurement and Instrumentation, v. 18, 2007. pp. 121-128.

PETROBRAS. **Energia e Tecnologia**. Disponível em: <<http://www.petrobras.com.br/>> Acesso em 16 de abril de 2011.

PASSEIWEB. **Saiba Mais**. Disponível em: <[http://www.passeiweb.com/saiba\\_mais/atualidades/1252441608](http://www.passeiweb.com/saiba_mais/atualidades/1252441608)> Acesso em 23 de março de 2011.

SISAVATH, S.; JING, X.; PAIN, C.; ZIMMERMAN, R.W. **Creeping Flow Through an Axissymmetric Sudden Contraction or Expansion**. Journal of Fluids Engineering, v.124, pp. 273-279.

TANNER, R. I. **Engineering Rheology**. 2ª ed. Oxford: Oxford University Press, 2000.

THOMAS, J.E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 6ª ed. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 2001.

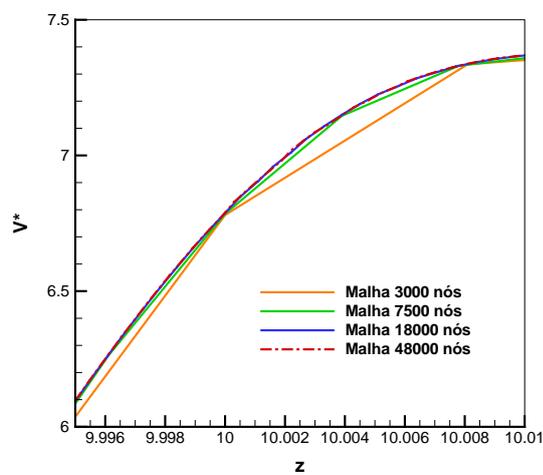
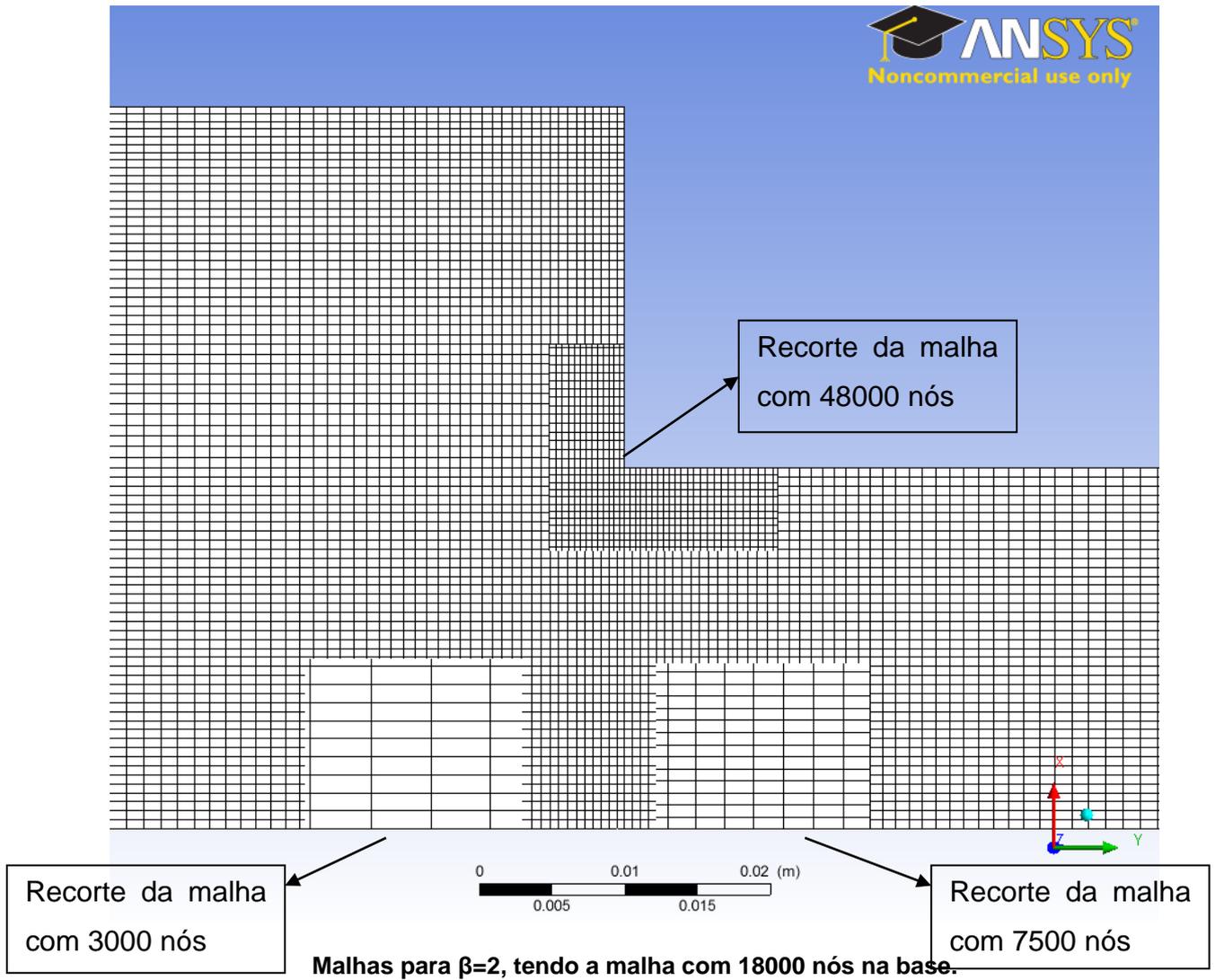
VITORASSI, P.H. **Simulação Numérica do escoamento de Fluido Viscoplastico Através de Contração Abrupta**. Monografia (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

WORD PRESS. **Geopolítica do Petróleo**. Disponível em <<http://geopoliticado-petroleo.wordpress.com/2010/07/28/empresa-brasileira-desenvolve-broca-de-diamante-para-pre-sal-utilizando-tecnologia-aeroespacial/broca-perfuratriz-perfuracao-poco-petroleo/>> Acesso em 01 de outubro de 2011.

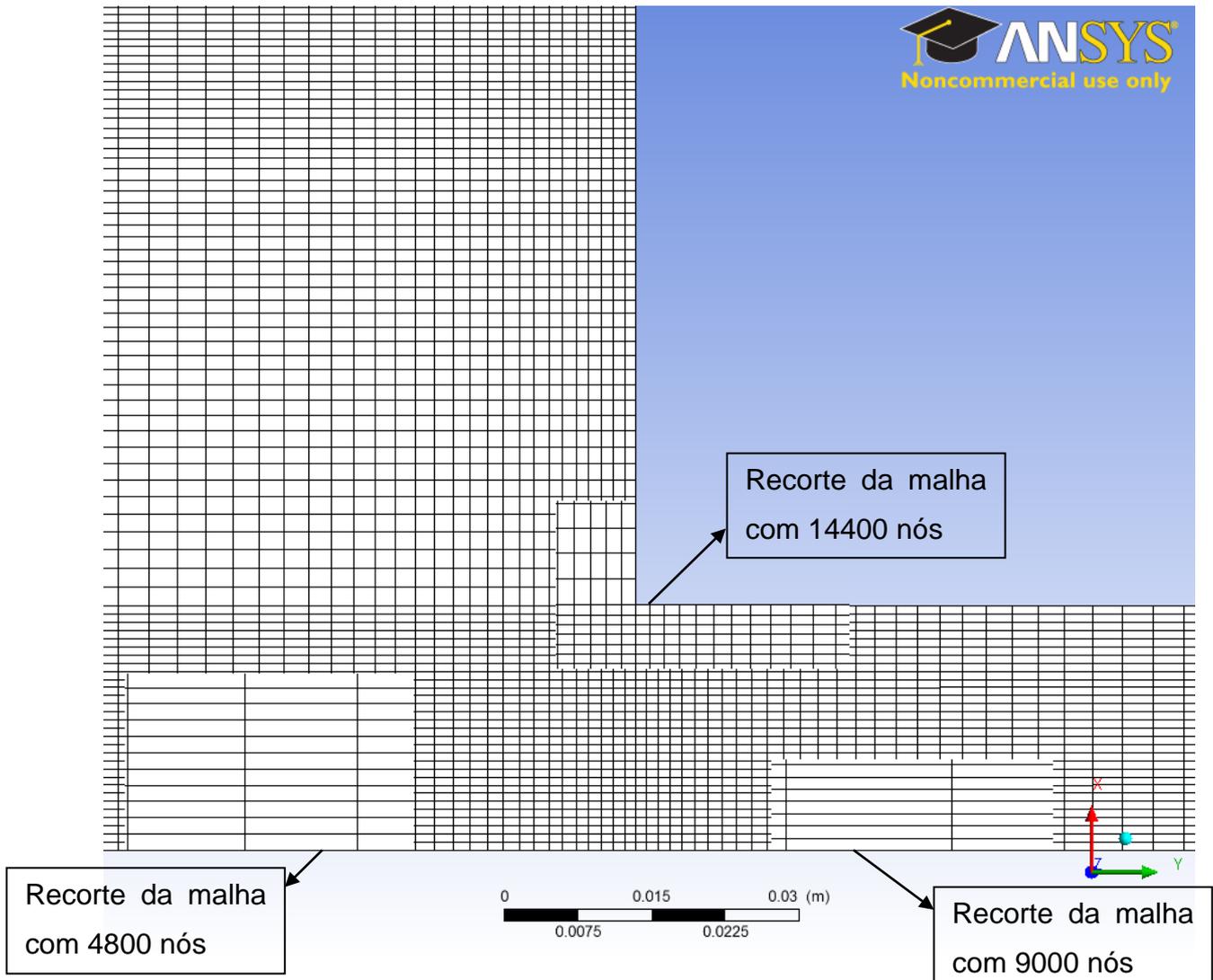
YOU, Z.; HUILGOL, R.; MITSOULIS, E. **Application of the Lambert Function to Steady Shearing Flows of the Papanastasiou Model**. Int. Journal of Eng. Sci., v.46, 2008. pp. 799-808.



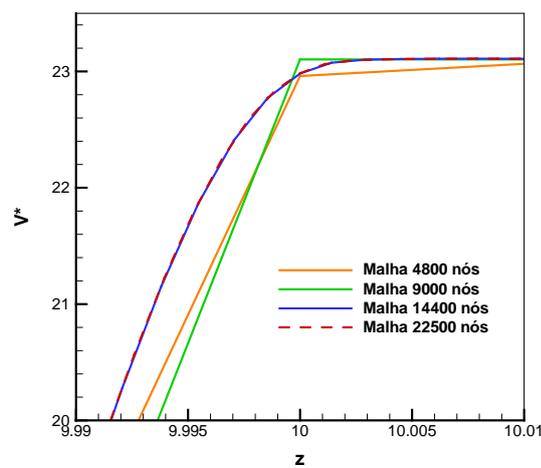
APENCICE B – FIGURAS DAS MALHAS



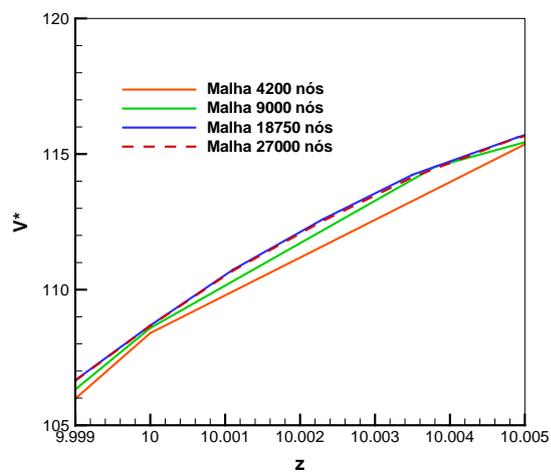
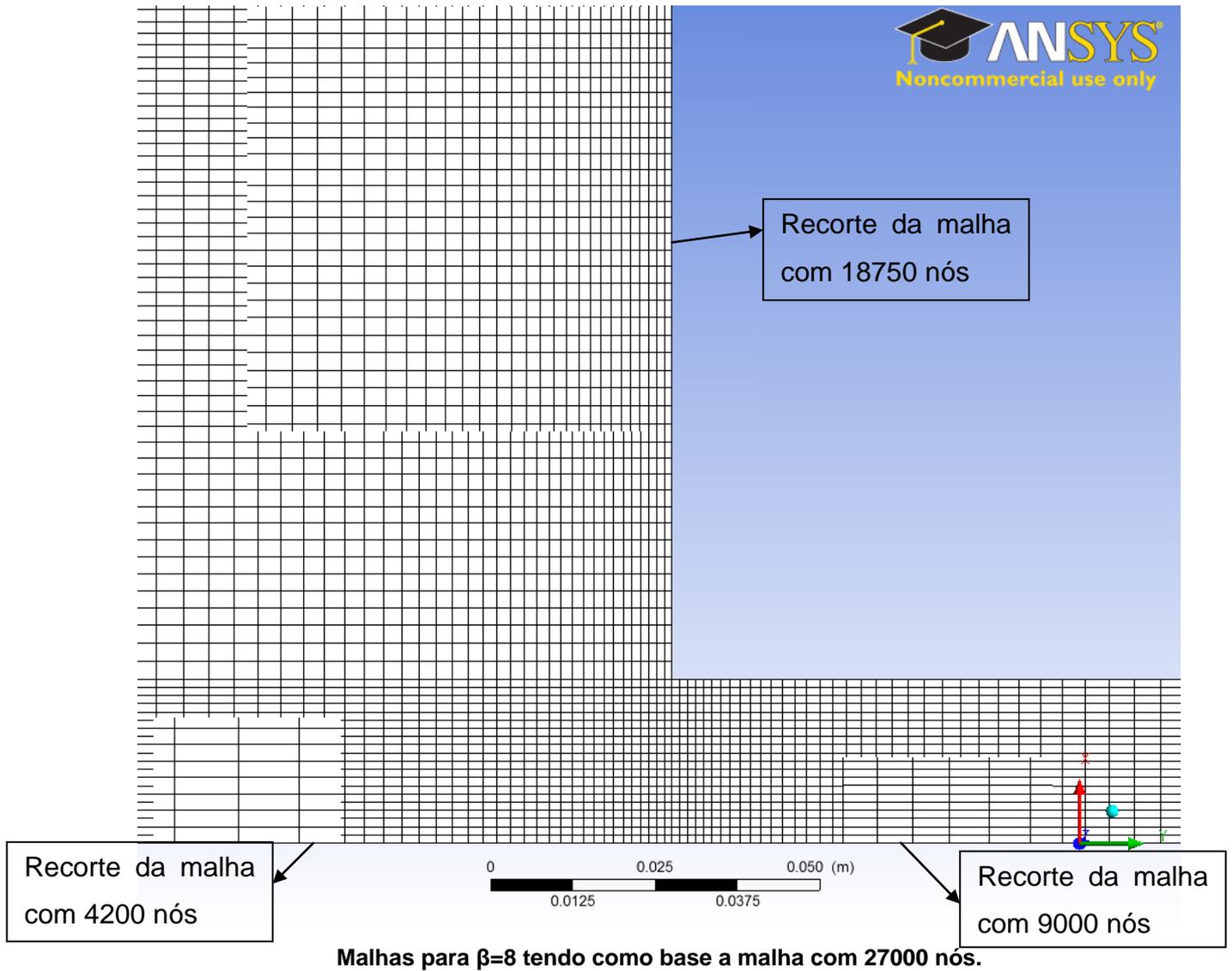
Resultados para o teste de malha para a geometria com  $\beta=2$ , considerando um escoamento com  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .



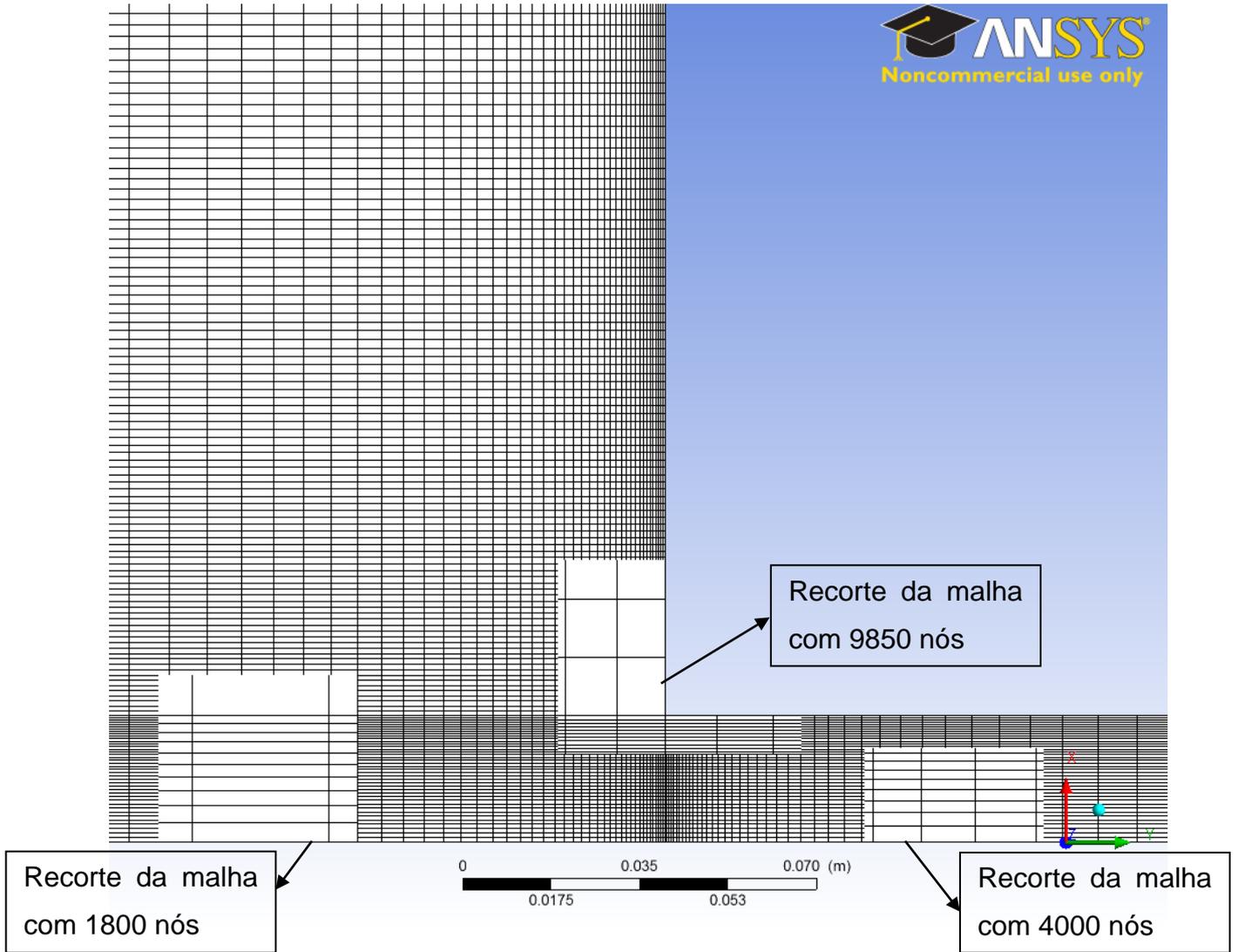
Malhas para  $\beta=4$  tendo a malha com 22500 nós como base.



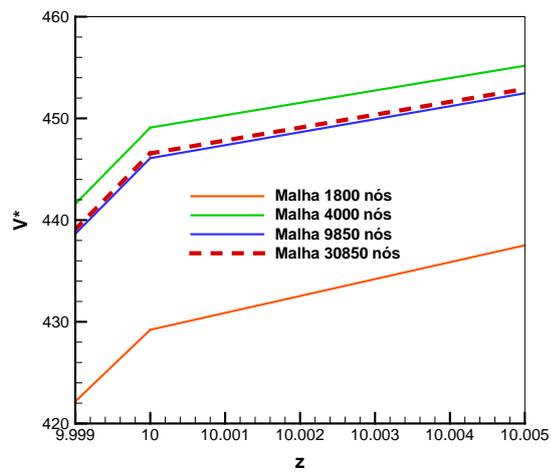
Resultados para o teste de malha para a geometria com  $\beta=4$ , considerando um escoamento com  $Re=1000$  e  $He=10^4$ .



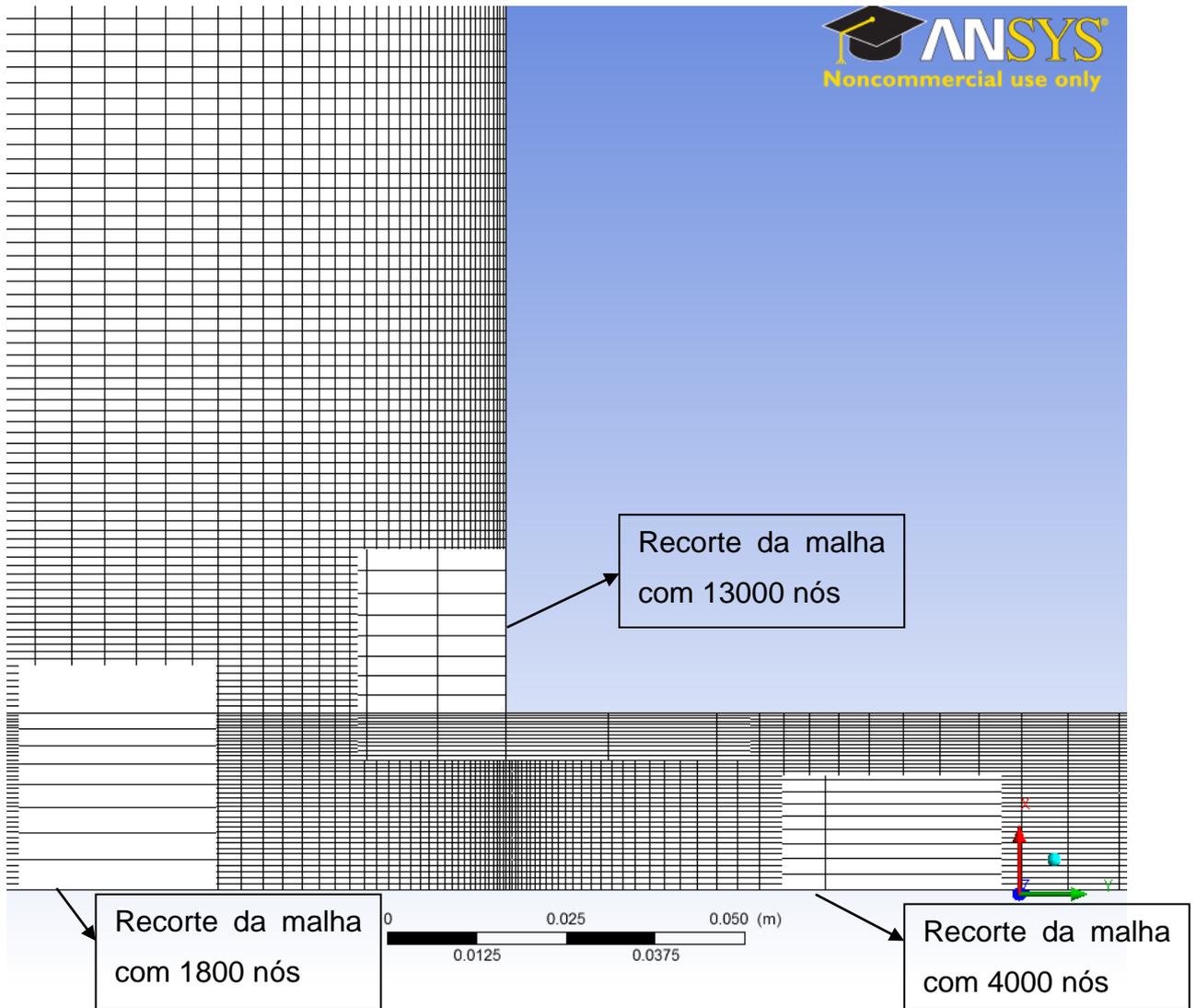
Resultados para o teste de malha para a geometria com  $\beta=8$ , considerando um escoamento com  $Re=1000$  e  $He=10^3$ .



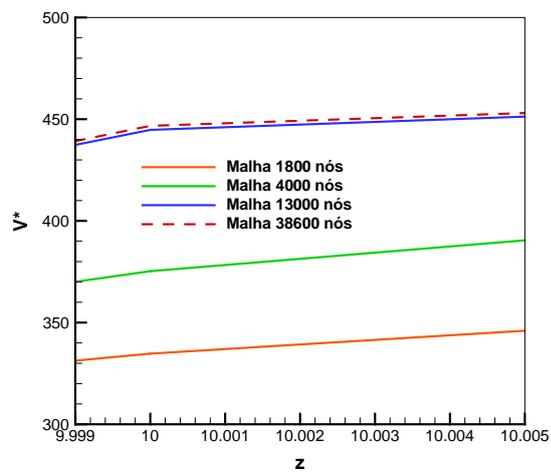
Malhas para a geometria de  $\beta=16$ , tendo a malha com 30850 nós na base.



Resultados para o teste de malha para a geometria com  $\beta=16$ , considerando um escoamento com  $Re=2000$  e  $He=10^2$ .



Malhas consideradas para geometria com  $\beta=32$ , tendo a malha com 38600 nós na base.



Resultados para o teste de malha para a geometria com  $\beta=32$ , considerando um escoamento com  $Re=2000$  e  $He=10^2$ .