

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FILIPE CAVALLI

**EFEITO DA VARIAÇÃO DA TEMPERATURA NO REINÍCIO DO  
ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO  
(Tcc 2)

CURITIBA

2016

FILIPPE CAVALLI

## **EFEITO DA VARIAÇÃO DA TEMPERATURA NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO**

Proposta de Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 1 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD

CURITIBA

2016

## TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a monografia do Projeto de Pesquisa " EFEITO DA VARIÇÃO DA TEMPERATURA NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO ", realizado pelo aluno Filipe Cavalli, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Cezar O. R. Negrão, PhD

DAMEC - UTFPR

Orientador

Prof. Admilson Teixeira Franco, Dr

DAMEC - UTFPR

Avaliador

Prof. Eduardo Matos Germer, Dr

DAMEC - UTFPR

Avaliador

**A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso (ou Programa)**

Curitiba, 5 de julho de 2016.

## DEDICATÓRIA

Aos meus pais, Sérgio e Eliane, e ao meu irmão, Diogo, que sempre me apoiaram e nunca mediram esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida. Vocês me ensinaram que vale a pena lutar em prol da realização dos sonhos e sempre me incentivaram, encorajaram e apoiaram nos momentos difíceis.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu pai Sérgio, que me ensinou a ter compromisso com os estudos, sempre me motivou para que eu desse o meu melhor e me proveu de grandes oportunidades na vida.

A minha mãe Eliane, por ser um exemplo de dedicação e por sempre estar ao meu lado nos momentos mais difíceis, me incentivando a continuar.

Ao meu irmão Diogo, que é um exemplo de pessoa e de profissional, por ser um grande amigo em todos os momentos e por sempre me apoiar nos meus desafios.

Ao meu orientador, Cezar Negrão, pelos ensinamentos transmitidos, pelo incentivo constante, pela oportunidade, orientação e disposição.

Aos amigos e colegas do laboratório, pelo companheirismo e apoio na solução de diversos problemas.

À Universidade Tecnológica Federal do Paraná e seus professores por toda a estrutura e formação de qualidade proporcionada.

CAVALLI, Filipe. **EFEITO DA VARIAÇÃO DA TEMPERATURA NO REINÍCIO DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS DE PERFURAÇÃO**. 2016. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso 2) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2016.

## RESUMO

O reinício do escoamento do fluido de perfuração é um grande problema em águas profundas e em poços de grande extensão como os do pré-sal. Devido à estreita janela operacional (faixa de pressão de operação) em águas profundas e dependendo da geometria do poço e das propriedades do fluido de perfuração, picos de pressão significativos podem ocorrer comprometendo a estrutura do poço. Somado a isso, entre o fundo do poço e a superfície existe uma diferença de temperatura significativa e os efeitos dessa variação de temperatura podem alterar as propriedades reológicas do fluido e, por conseguinte, a variação da pressão no interior do poço. O que pode comprometer o controle de pressão durante o processo de perfuração, principalmente no reinício de circulação, onde as pressões de operação são mais rigorosas devido à quebra da fase gel. O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo matemático para simular o escoamento compressível, transitório e com transferência de calor, com o intuito de prever os perfis de pressão e temperatura ao longo do poço e os efeitos da variação da temperatura nas propriedades reológicas de fluidos de perfuração durante o reinício do escoamento. O modelo geométrico foi definido como um tubo vertical rígido, com área de seção transversal constante, e o fluido de perfuração é tratado como fluido não newtoniano de Bingham. O modelo é baseado nas equações de conservação da massa e quantidade de movimento, que são resolvidas pelo método das características, e conservação da energia, resolvida pelo método das diferenças finitas. As equações algébricas resultantes são, então, resolvidas iterativamente através de um algoritmo escrito em linguagem FORTRAN. O modelo só é capaz de simular escoamento de fluidos com baixíssimo coeficiente de expansão térmica e compressibilidade, em que a variação desses parâmetros não pode ser observada. Os efeitos dos parâmetros adimensionais  $\lambda$ ,  $Bi$  e  $\Phi$  são mais evidentes nas oscilações nos patamares dos picos das ondas de pressão e  $\lambda$ ,  $Bi$  tem maior efeito dissipativo, sendo que o aumento gradual de  $Bi$  eleva a pressão em regime permanente.

**Palavras-chave:** Perfuração de Poços de Petróleo, Reinício da Circulação, Fluido de Bingham, Transmissão de Pressão, Simulação Numérica, Escoamento Compressível e Transitório, Transferência de Calor.

CAVALLI, Filipe. **TEMPERATURE VARIATION EFFECT DURING THE START-UP OF DRILLING FLUIDS**. 2016. Monograph (Final Project) – Degree in Mechanical Engineering, Federal University of Technology – Paraná, Curitiba, 2016.

## ABSTRACT

The fluid flow start-up is a significant problem in deepwater and in long wells such as those of the Brazilian subsalt layers. Due to the narrow operating window (operating pressure range) in deepwater and depending on the wells geometry and fluid properties, significant pressure peaks may take place affecting the wellbore structure. Besides that, between the wellbore and the surface of the ocean there is a significant difference of temperature and the effects of this temperature variation can change the rheological properties of the fluid and, consequently, and the pressure variation in the wellbore. This can damage the pressure control during the drilling process, especially during the flow start-up, where operating pressures are higher because of the breaking of the gel phase. The objective of this study is develop a mathematical model to simulate the compressible and transitory flow, with heat transfer, in order to predict the profiles of pressure and temperature along the well and the variation temperature effects on the rheological properties of drilling fluids during the flow start-up. The geometrical model was defined as a rigid tube, with a constant cross section area, and the drilling fluid is treated as non-newtonian Bingham fluid. The model is based on the conservation equations of mass and momentum, which are solved by the method of characteristics, and conservation of energy, solved by the finite difference method. The resulting algebraic equations are solved iteratively through an algorithm written in FORTRAN computer language. The model is only able to simulate fluid flow with very low thermal expansion coefficient and compressibility, in which the variation of these parameters cannot be observed. The effects of the dimensionless parameters  $\lambda$ ,  $Bi$  and  $\Phi$  are more evident in the fluctuations in the levels of the peaks of pressure waves and  $\lambda$ ,  $Bi$  have more dissipative effect, and a gradual increase of  $Bi$  raises the pressure in steady state.

**Keywords:** Well Oil Drilling, Flow Start-up, Bingham Fluid, Pressure Transmission, Numerical Simulation, Transient Compressible Flow, Heat Transfer.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Registros de profundidade na exploração de poços marítimos. (Fonte: PETROBRAS, 2015) .....	5
Figura 1.2 – Esquema de uma plataforma de perfuração offshore. ....	6
Figura 1.3 – Janela operacional demonstrativa da pressão de poros e a de fratura, em lb/gal, da formação em função da profundidade da lâmina d'água, em metros .....	9
Figura 2.1 – Curvas do comportamento da tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento, para diferentes modelos de fluidos. (Adaptado de: DARLEY e GRAY, 1988) .....	13
Figura 3.1 – (a) Diagrama esquemático da circulação de fluido no poço e (b) secção transversal do tubo de perfuração e espaço anular. (Fonte: Autoria Própria) .....	27
Figura 3.2 – Perfil de escoamento de um fluido de Bingham num tubo de secção circular. (Adaptado de BIRD e FREDERICKSON, 1958) .....	35
Figura 3.3 – Variação da tensão de cisalhamento em equilíbrio com a taxa de cisalhamento, para testes realizados a 25°C. ....	39
Figura 3.4 – Variação com a temperatura: a) da tensão limite de escoamento e b) da viscosidade plástica.....	40
Figura 3.5 – Diagrama esquemático do perfil linear de temperatura, arbitrado para a parede interna da coluna de perfuração e para a condição inicial do fluido (autoria própria). ....	44
Figura 3.6 – Diagrama do balanço de forças de um volume de controle, contido no escoamento em um tubo (Adaptado de: CHHABRA E RICHARDSON, 1999). ....	48
Figura 4.1 - Malha axial e temporal que descreve o método das características. ....	53
Figura 4.2 – Acoplamento das malhas axial e temporal, para o método das características, em azul, e diferenças finitas, em verde. Em que as cores verde, vermelho, azul claro e amarelo representam as diferentes discretizações da equação da energia. ....	56



Figura 4.3 – Distribuição dos volumes da malha axial ao longo da coluna de perfuração. ....	61
Figura 4.4 – Comparação entre o método das características com a solução analítica durante a evolução temporal de pressão adimensional em $z^* = 0,5$ . ....	65
Figura 4.5 – Variação da pressão adimensional ao longo do tempo adimensional no fundo do poço para diferentes números de volumes, na condição de pressão constante, em $z^* = 0,1$ . ....	66
Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão para duas posições da tubulação ( $z^*=0,1$ e $z^*=0,9$ ) e comparação entre os casos de escoamento compressível isotérmico, ( $T=5^{\circ}\text{C}$ e $T=25^{\circ}\text{C}$ ), e não-isotérmico. ....	68
Figura 5.2 – Efeito do parâmetro $\lambda$ na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ ; $Bi = 0,2$ ; $\Phi = 0,2$ ; $\alpha^* = 1,0(10\text{E-}6)$ ; $\beta^* = 1,0(10\text{E-}6)$ . ....	70
Figura 5.3 – Efeito do número de Bingham, $Bi$ , na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ e $z^*=0,9$ ; $\lambda = 0,2$ ; $\Phi = 0,2$ ; $\alpha^* = 1,0(10\text{E-}6)$ ; $\beta^* = 1,0(10\text{E-}6)$ . ....	71
Figura 5.4 – Efeito do parâmetro $\Phi$ , na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ ; $Bi = 0,2$ ; $\Phi = 0,2$ ; $\alpha^* = 1,0(10\text{E-}6)$ ; $\beta^* = 1,0(10\text{E-}6)$ . ....	73
Figura 5.5 – Efeito do parâmetro $\alpha^*$ , na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ ; $\lambda = 0,2$ ; $Bi = 0,5$ ; $\Phi = 0,2$ ; $\beta^* = 1,0(10\text{E-}6)$ . ....	74
Figura 5.6 – Efeito do parâmetro $\beta^*$ , na evolução temporal da pressão em $z^* = 0,1$ ; $\lambda = 0,2$ ; $Bi = 0,5$ ; $\Phi = 0,2$ ; $\alpha^* = 1,0(10\text{E-}6)$ . ....	75

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Principais características dos modelos matemáticos revisados (1999 - 2011).....	23
Tabela 2.2 – Principais características dos modelos matemáticos revisados (1999 - 2011).....	24
Tabela 3.1 Informações dos testes experimentais.....	38
Tabela 3.2 Tensão limite de escoamento para o BR-MULL 117 a diferentes temperaturas.....	39
Tabela 3.3 - Condições de Contorno Hidrodinâmicas.....	43
Tabela 3.4 – Equações e parâmetros governantes .....	49
Tabela 4.1 – Equações solução do problema.....	61
Tabela 4.2 - Parâmetros utilizados na comparação de resultados.....	64
Tabela 5.1 - Parâmetros da perfuração do caso padrão.....	67

## NOMENCLATURA

### Símbolos Romanos:

$A_l$	Área lateral da tubulação	$[m^2]$
$A$	Área da seção transversal	$[m^2]$
$B^+, B^-$	Coefficientes das Linhas Características	$[-]$
$Bi$	Número de Bingham	$[-]$
$C^+, C^-$	Linhas Características	$[-]$
$C_1, C_2, C_3, C_4$	Coefficientes da equação de conservação da energia	$[-]$
$c$	Velocidade de propagação da onda de pressão	$[ms^{-1}]$
$C_p$	Calor específico à pressão constante	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$
$C_v$	Calor específico à volume constante	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$
$D$	Diâmetro do tubo	$[m]$
$e$	Energia interna específica	$[kJ/kg]$
$F^+, F^-$	Coefficientes das linhas características	$[-]$
$g_z$	Aceleração da gravidade na direção Z	$[ms^{-2}]$
$h$	Coefficiente de película na superfície interna da coluna de perfuração, diâmetro $D$	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
$K_1, K_2$	Constantes de integração	$[-]$
$k_f$	Condutividade térmica do fluido	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
$L$	Comprimento da tubulação	$[m]$
$Ma$	Número de Mach	$[-]$
$N$	Número total de células na direção axial	$[-]$
$Nu$	Número de Nusselt	$[-]$
$P$	Pressão	$[Pa]$
$P_B$	Pressão da bomba	$[Pa]$
$Pr$	Número de Prandtl	$[-]$
$Q$	Vazão volumétrica do fluido	$[m^3s^{-1}]$
$r$	Direção radial	$[m]$
$r_0$	Raio do núcleo não cisalhado (tubo)	$[m]$
$R$	Raio máximo da coluna	$[m]$
$Re$	Número de Reynolds	$[-]$

$T$	Temperatura média do fluido de perfuração	$[K]$
$T_w$	Temperatura na parede interna da tubulação	$[K]$
$T_{in}$	Temperatura de injeção do fluido de perfuração	$[K]$
$T_{out}$	Temperatura na saída da tubulação	$[K]$
$S_a$	Perímetro referente a $r_a$	$[m]$
$S_b$	Perímetro referente a $r_b$	$[m]$
$t$	Tempo	$[s]$
$V$	Velocidade do escoamento	$[ms^{-1}]$
$Z$	Direção axial	$[m]$

### Símbolos Gregos:

$\alpha$	Compressibilidade do fluido	$[Pa^{-1}]$
$\beta$	Coefficiente de expansão térmica do fluido	$[K]$
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento	$[s^{-1}]$
$\Delta P$	Diferença de pressão	$[Pa]$
$\Delta t$	Intervalo de tempo	$[s]$
$\Delta z$	Comprimento axial de cada célula	$[m]$
$\theta$	Direção angular	$[rad]$
$\eta$	Viscosidade dinâmica do fluido newtoniano	$[Pas]$
$\mu_p$	Viscosidade plástica do fluido de Bingham	$[Pas]$
$\varphi$	Inclinação do poço	$[rad]$
$\phi$	Constante	$[-]$
$\rho$	Massa específica do fluido	$[kg m^{-3}]$
$\bar{\rho}$	Massa específica média ao longo do fluido	$[kg m^{-3}]$
$\tau_y$	Tensão limite de escoamento	$[Pa]$
$\tau_w$	Tensão de cisalhamento na parede interna da coluna	$[Pa]$
$\chi$	Multiplicador	$[-]$

### Subscritos

0	Propriedade do fluido no estado inicial
<i>atm</i>	Denota uma propriedade na condição atmosférica

<i>B</i>	Relativo à Bomba
<i>i</i>	Índice referente à posição axial genérica
<i>in</i>	Referente à entrada da coluna
max	Relativo ao valor máximo da propriedade
<i>P</i>	Referente ao processo isobárico
<i>r</i>	Referente à direção radial
<i>RP</i>	Relativo à condição de regime permanente
sup	Referente à superfície de transferência de calor
<i>T</i>	Referente ao processo isotérmico
<i>W</i>	Referente à parede interna da tubulação
<i>Z</i>	Referente à direção axial
$\theta$	Referente à direção angular
$\infty$	Referente à temperatura no infinito

**Sobrescritos:**

<i>n</i>	Índice referente a uma posição temporal genérica
*	Propriedade adimensional
+	Referente à linha característica $C^+$
-	Referente à linha característica $C^-$

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	4
1.1	Cenário Atual da Perfuração de Poços de Petróleo	4
1.2	O Processo de Perfuração	5
1.3	Fluidos de Perfuração	7
1.4	Descrição de Problema	10
1.5	Objetivos	11
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	Conceitos Fundamentais	12
2.1.1	Fluidos Não Newtonianos	12
2.1.2	Escoamento Compressível	15
2.1.3	Coeficiente de Expansão Volumétrica	16
2.1.1	Coeficientes de Transferência de Calor	16
2.2	Estudos Anteriores	18
2.3	Síntese do Capítulo	21
3	MODELAGEM MATEMÁTICA	25
3.1	Formulação do Problema	25
3.2	Equações Governantes	27
3.2.1	Equação da Conservação de Massa	27
3.2.2	Equação da Conservação da Quantidade de Movimento	30
3.2.3	Equação da Conservação de Energia	31
3.2.4	Equação de Estado	33
3.3	Equações para Fechamento do Modelo	34
3.3.1	Avaliação da Tensão de Cisalhamento na Parede	34
3.3.2	Fluido de Bingham	35
3.3.3	Equações Empíricas do Fluido de Bingham	37
3.4	Adimensionalização das Equações	40
3.5	Condições Iniciais e de Contorno	42
3.5.1	Hidrodinâmicas	42
3.5.2	Térmicas	44
3.6	Parâmetros de Escoamento	45
	Número de Bingham	47
3.7	Síntese do Capítulo	49
4	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO	50

4.1	Discretização das Equações da Conservação da Massa e da Quantidade de Movimento	50
4.1.1	Método das Características	50
4.2	Discretização da Equação da Conservação da Energia	55
	Índices das Soluções Analíticas e Empíricas	60
4.3	Procedimento de Cálculo	62
4.4	Verificação do Modelo	64
4.5	Síntese do Capítulo	66
5	RESULTADOS	67
5.1	Escoamento com Pressão Constante	67
5.2	Efeitos dos Parâmetros	69
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
6.1	Conclusões	76
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	77
	REFERÊNCIAS	78

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Cenário Atual da Perfuração de Poços de Petróleo

A demanda contínua e crescente de energia de baixo custo e a disponibilidade de recursos de hidrocarbonetos colocam o petróleo ainda como uma importante fonte não renovável da matriz energética mundial para as próximas décadas, mantendo-o, como um recurso estratégico para o desenvolvimento de um país e a sua competitividade no mercado internacional.

Para suprir a demanda dessa fonte energética, o Brasil tem se dedicado à exploração de novas jazidas a fim de conquistar a sua autonomia na produção de petróleo. Trata-se de uma atividade estratégica da cadeia produtiva do petróleo composta por uma sequência complexa de etapas e de processos decisórios, envolvendo investimentos e riscos bastante elevados e de longa maturação na expectativa de descobertas de volumes de petróleo crescentes.

Diante da escassez de oferta de petróleo e gás natural nas áreas de produção convencionais, torna-se necessário o avanço para a exploração em águas cada vez mais profundas. Porém, o aumento da profundidade da lâmina d'água e da extensão do poço, impõe uma série de obstáculos às etapas de exploração, perfuração e produção. Desta forma, para que se torne possível e viável as explorações desses campos petrolíferos são necessários investimentos significativos em novas tecnologias que possibilitem um processo de perfuração adequado e com segurança. Nesse cenário, verifica-se que os gastos com a perfuração e completação de poços submarinos vão dominar os investimentos da indústria petrolífera mundial nos próximos anos (WESTWOOD, 2005).

Como já mencionado grandes distâncias representam uma característica diferenciadora da produção de petróleo offshore. Para produzir petróleo no mar é necessário superar lâminas de água cada vez mais profundas, que podem variar de algumas dezenas ou centenas de metros na extração em águas rasas a até mais de 2000 metros em águas ultra profundas (ver Figura 1.1). Além disso, a profundidade do poço desde a abertura inicial no solo marinho até o fundo do reservatório pode alcançar, com base nas tecnologias mais recentes, até pouco mais de 10.000 metros. (MORAIS, 2013).





**Figura 1.1 – Recordes de profundidade na exploração de poços marítimos. (Fonte: PETROBRAS, 2015)**

Contudo, mesmo com os grandes avanços tecnológicos alcançados no processo de perfuração, existe uma série de limitações que precisam ser sanadas para que o país possa suprir a demanda atual e atingir a autossuficiência na produção de petróleo. Para isso, deve-se investir em pesquisa visando o desenvolvimento tecnológico de diversas etapas do processo de perfuração, tornando acessíveis novos recursos petrolíferos a custos competitivos e com segurança.

## 1.2 O Processo de Perfuração

O processo de perfuração de um poço basicamente ocorre devido à ação de rotação e aplicação de força sobre uma broca disposta na extremidade de uma coluna de perfuração, formada pela união de vários tubos. A Figura 1.2 apresenta de forma esquemática os principais componentes de um processo de perfuração.

O controle da força sobre a broca, bem como a movimentação da coluna de perfuração, ocorre através de um sistema de cabos e polias, posicionados no alto da torre. A rotação da broca pode ocorrer de diferentes maneiras. Em poços verticais, é comum a utilização de um sistema localizado na superfície do poço, que proporciona a rotação tanto da coluna quanto da broca. Na perfuração de poços direcionais,

utilizam-se sistemas localizados no fundo do poço que aproveitam a circulação do fluido de perfuração para proporcionar a rotação da broca (THOMAS *et al.*, 2004).

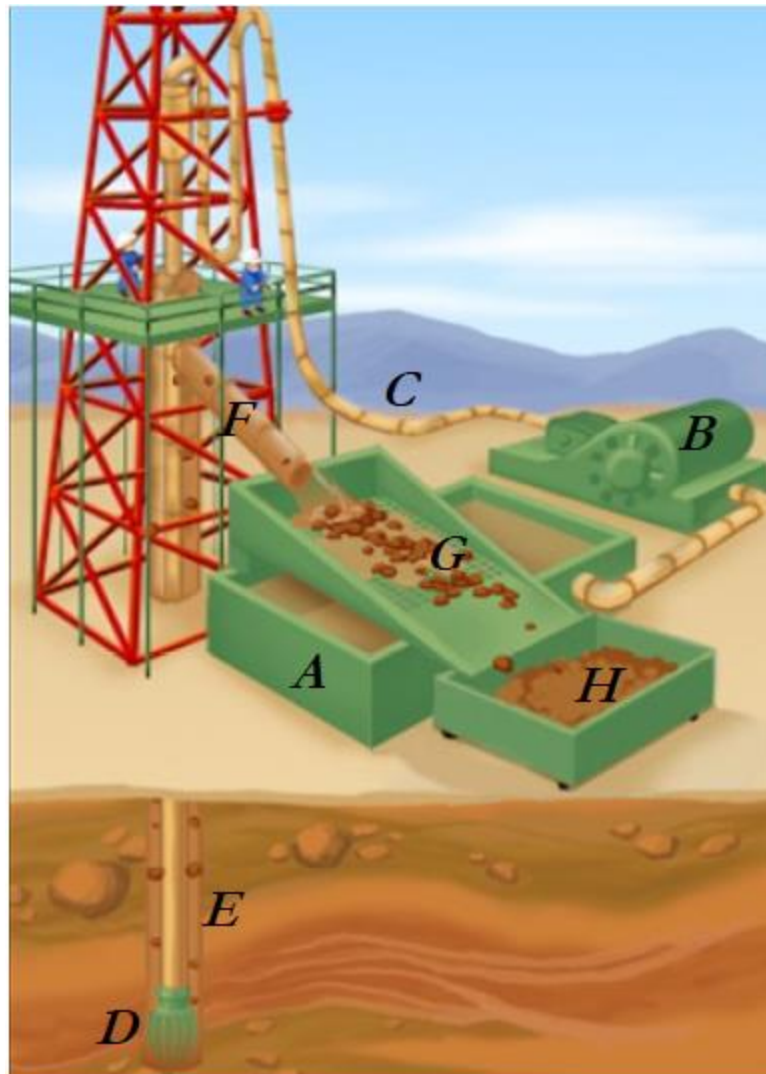


Figura 1.2 – Esquema de uma plataforma de perfuração offshore.

Para que a perfuração ocorra, os cascalhos produzidos pela broca devem ser retirados do poço pelo fluido de perfuração. A Figura 1.2 ilustra parte do processo de perfuração. O fluido de perfuração é succionado dos tanques reservatórios (A) pela ação de bombas (B) e é injetado na coluna de perfuração (C) até passar através de orifícios localizados na broca (D). Os cascalhos originados na perfuração são transportados pelo fluido, através do espaço anular formado entre a parede da formação e a coluna (E) até a linha de retorno, ou linha flexível (F). Os cascalhos são então separados do fluido nas peneiras (G), para serem analisados e descartados (H). Em seguida, o fluido é submetido a um processo de filtragem e, caso necessário, sofre

uma correção de propriedades através da adição de agentes químicos. Após a análise e tratamento do fluido, ele é reaproveitado e volta para os tanques, reiniciando o ciclo.

O parágrafo anterior apresentou o processo de circulação de fluido de perfuração para um sistema onshore. O sistema offshore, em águas profundas, é semelhante ao sistema onshore, no qual a diferença mais significativa está na etapa (F). Em que as linhas flexíveis partem de um sistema de válvulas de controle de fluxo, chamado árvore de natal, instalado no fundo oceânico. As linhas flexíveis são os dutos empregados em todo sistema submarino de coleta e escoamento, que conduzem os fluidos produzidos pelo poço para as unidades de produção. Elas podem ser utilizadas para a interligação de uma unidade a outra, para a injeção ou o descarte de fluidos em reservatórios ou para a exportação da produção para terra. Em suas extremidades, possuem acessórios denominados conectores, ligando as árvores de natal molhadas a manifolds ou diretamente aos risers. O manifold é um conjunto de válvulas e acessórios que serve para direcionar a produção de vários poços para um duto coletor, o qual conduz a produção total para uma unidade de produção. Esse tipo de equipamento ajuda a reduzir o número de linhas (dutos) conectadas à plataforma, além de diminuir o comprimento total das linhas de poços usadas num sistema de produção. Os risers são os trechos suspensos das tubulações que interligam as linhas de produção submarinas, vindas de uma árvore de natal molhada ou de um manifold, às plataformas. Podem também ser utilizados para conduzir fluidos da superfície até o leito marinho.

### **1.3 Fluidos de Perfuração**

Os fluidos de perfuração são vistos de diferentes maneiras por diferentes autores. O Instituto Americano de Petróleo (American Petroleum Institute - API) considera fluido de perfuração qualquer fluido circulante capaz de tornar a operação de perfuração viável. Contudo, autores como Thomas et al. (2004) consideram os fluidos de perfuração como misturas complexas de sólidos, líquidos, produtos químicos e, por vezes, até de gases. Sendo que, do ponto de vista químico, eles podem assumir aspectos de suspensão, dispersão coloidal ou emulsão, dependendo do estado físico dos componentes. Do ponto de vista físico, os fluidos de perfuração assumem comportamentos de fluidos não newtonianos, ou seja, a relação entre a taxa de cisalhamento e a taxa de deformação não é constante (GUIMARÃES *et al*, 2007).

Entre as funções do fluido de perfuração estão: o controle das pressões no interior do poço, a sustentação de parte do peso da coluna através do empuxo, a remoção de cascalhos resultantes da perfuração, a refrigeração e a lubrificação da broca. Com relação ao controle das pressões no poço, existem dois problemas importantes a serem elencados. Um está associado a pressões excessivas exercidas pelo fluido, que podem fraturar a estrutura do poço e permitir que o fluido invada a formação, contaminando-a e danificando-a. E o outro associado a pressões insuficientes, abaixo da pressão de poros (pressão do fluido contido no meio poroso da formação), que podem permitir o influxo do fluido da formação para o interior do poço, provocando o chamado *kick*. Caso esse influxo não seja controlado a tempo, pode ocorrer um *blowout*, fluxo descontrolado de fluidos da formação para a superfície. Essa faixa entre pressão de fratura e a pressão de poros define a faixa (janela) operacional de pressão no poço durante a perfuração, Figura 1.4. À medida que a lâmina de água aumenta, ocorre o estreitamento dessa faixa de pressão. Visando manter a pressão dentro dessa janela operacional, normalmente, ajusta-se a massa específica do fluido de perfuração adicionando-se agentes químicos e controlando as vazões e pressões de bombeamento (SANTOS, 2006).

A perfuração de cada poço demanda características especiais ao fluido. Assim, vários tipos de fluido são empregados, sendo que na sua maioria apresentam comportamento não newtoniano. Uma classe importante de materiais não newtonianos são os fluidos viscoplásticos. Segundo Souza Mendes e Dutra (2004) fluidos viscoplásticos são materiais com elevada viscosidade quando submetidos a baixas taxas de deformação e baixa viscosidade, em altas taxas de deformação. Além dessa característica reológica dos fluidos, alguns também são tixotrópicos, isto é, suas propriedades variam com o tempo e com a condição do escoamento, adquirem um estado semi-rígido quando estão em repouso e voltam a adquirir um estado de fluidez quando estão novamente em movimento. Este fenômeno é conhecido como gelificação do fluido, e está relacionado à capacidade do fluido de manter os cascalhos em suspensão durante um período de parada do bombeamento. O reinício do escoamento, por sua vez, requer certos cuidados, pois a fratura do gel exige uma pressão muito maior que a usual de operação contínua e, dessa forma, pode ocorrer a fratura da estrutura do poço, ou a danificação da coluna de perfuração, prejudicando, ou até mesmo, inviabilizando a atividade de perfuração.

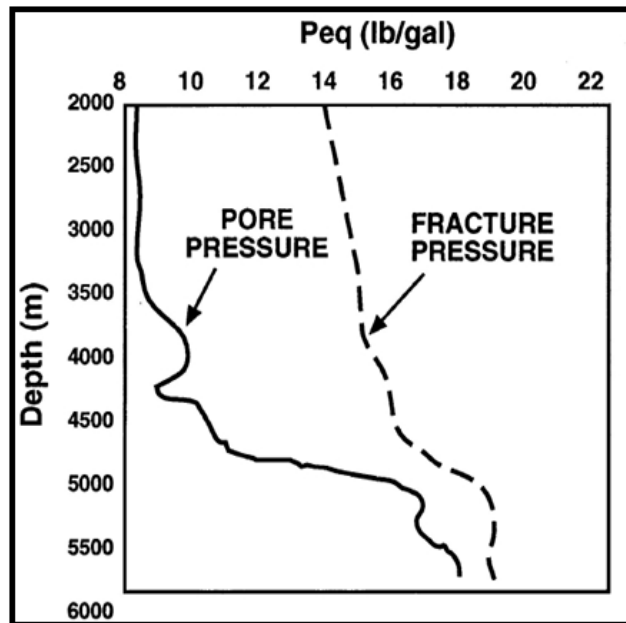


Figura 1.3 – Janela operacional demonstrativa da pressão de poros e a de fratura, em lb/gal, da formação em função da profundidade da lâmina d'água, em metros.

Como exposto anteriormente, sabe-se que as características dos fluidos de perfuração podem ser sensíveis à temperatura. Entre o fundo do poço e a superfície existe uma diferença de temperatura significativa, que varia de 25°C, na superfície, para 4°C, no solo oceânico, e a partir do solo oceânico, aumenta progressivamente podendo atingir temperaturas superiores a 100°C no fundo do poço, dependendo do comprimento do poço, segundo Galves (2013). Os efeitos dessa variação de temperatura podem alterar as propriedades do fluido, como a viscosidade e a massa específica. Para altas temperaturas, tem-se um fluido com menor viscosidade, e menor densidade e, para temperaturas menores, tem-se um fluido mais viscoso e com maior densidade. A variação dessas propriedades pode então, interferir no controle interno das pressões dentro do poço. E o que se observa no processo é que para altas temperaturas tem-se um pico de pressão inicial muito elevado, que pode facilmente ultrapassar a janela operacional, seguido de muita instabilidade ao longo da transitoriedade do processo. Enquanto que para baixas temperaturas, o pico de pressão inicial e as oscilações são amortecidos na transitoriedade do processo e a pressão se mantém dentro da faixa operacional.

Observa-se então que, para realizar o processo de perfuração de forma segura, é fundamental conhecer o comportamento do fluido, as perdas de carga envolvidas em todas as etapas do processo e a faixa de pressão em que está ocorrendo a

perfuração. Ou seja, é importante saber quais são os efeitos das condições de contorno nas propriedades dos fluidos de perfuração.

#### 1.4 Descrição de Problema

Durante a operação de perfuração de poços, é desejável manter o escoamento de fluido sem interrupção. Entretanto, períodos de parada são passíveis de acontecer, por exemplo, em virtude da retirada da coluna de perfuração, para realização da operação de revestimento, por questões de manutenção e segurança. O reinício do escoamento, por sua vez, requer certos cuidados, pois a propagação da pressão pode gerar uma pressão muito maior que a usual de operação contínua, devido a necessidade de quebra do gel, e dessa forma pode proporcionar a fratura da estrutura do poço, ou a danificação da coluna de perfuração, prejudicando, ou até mesmo, inviabilizando a atividade de perfuração (BJØRKEVOLL *et al.*, 2003 *apud* OLIVEIRA, 2011).

Devido as elevadas pressões envolvidas em águas profundas e a estreita janela operacional existente entre a pressão de poros e a de fratura da formação, Figura 1.4, verifica-se que é fundamental conhecer a maneira como ocorre a propagação de pressão durante o reinício da circulação do fluido de perfuração, como foi demonstrado no trabalho de Oliveira (2011). Contudo, a hipótese de um perfil de temperatura variável ao longo do tempo e os seus efeitos nas propriedades reológicas do fluido não foi contemplada, por Oliveira (2011). Desta forma, pouco se sabe sobre a importância da temperatura na transitoriedade do fenômeno de propagação de pressão. Uma maneira de avaliar os parâmetros de escoamento do fluido nessa nova condição é através da simulação numérica de escoamento por meio da modelagem matemática do problema.

Grande parte da complexidade envolvida na modelagem deve-se ao fato do fluido de perfuração ser compressível e viscoplástico e à transitoriedade do processo. Além disso, não há solução analítica para as equações envolvidas na modelagem do escoamento transitório, compressível de fluidos não-newtonianos em tubulações. O que torna necessário o uso de métodos numéricos adequados, para resolver as equações.

## 1.5 Objetivos

O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo matemático para simular o escoamento compressível, não-isotérmico e transitório que é característico do reinício da circulação de fluidos de perfuração. Neste primeiro trabalho, apenas o escoamento no interior da coluna de perfuração será contemplado.

Para isso, serão empregadas as equações da conservação da massa, quantidade de movimento e conservação da energia, que modelam o fenômeno do reinício do escoamento com transferência de calor. Essas equações serão discretizadas pelo método das características e o modelo numérico obtido será resolvido iterativamente por um algoritmo escrito em linguagem computacional FORTRAN.

Com base neste modelo, pretende-se analisar os efeitos da variação da temperatura nas pressões de reinício de escoamento.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Neste capítulo, são apresentados alguns conceitos e definições relevantes para a compreensão e desenvolvimento do modelo matemático, e também são discutidos alguns trabalhos relacionados ao tema, obtidos da literatura. Na seção 2.1 são apresentados os conceitos fundamentais sobre: fluidos não newtonianos, compressibilidade isotérmica e coeficiente de expansão térmica. A seção 2.2 traz uma revisão bibliográfica sobre o reinício de escoamento de fluidos de perfuração em poços.

### **2.1 Conceitos Fundamentais**

#### **2.1.1 Fluidos Não Newtonianos**

A viscosidade dos fluidos de trabalho comumente utilizados em problemas de engenharia independe da taxa de deformação. Estes fluidos, tal como a água, são ditos newtonianos. Na área de petróleo sabe-se que a viscosidade de muitos fluidos utilizados durante o processo de perfuração, completação, cimentação e até mesmo alguns óleos é dependente da taxa de deformação aplicada (DARLEY E GRAY, 1988). Os fluidos para os quais a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional à taxa de deformação são denominados não newtonianos.

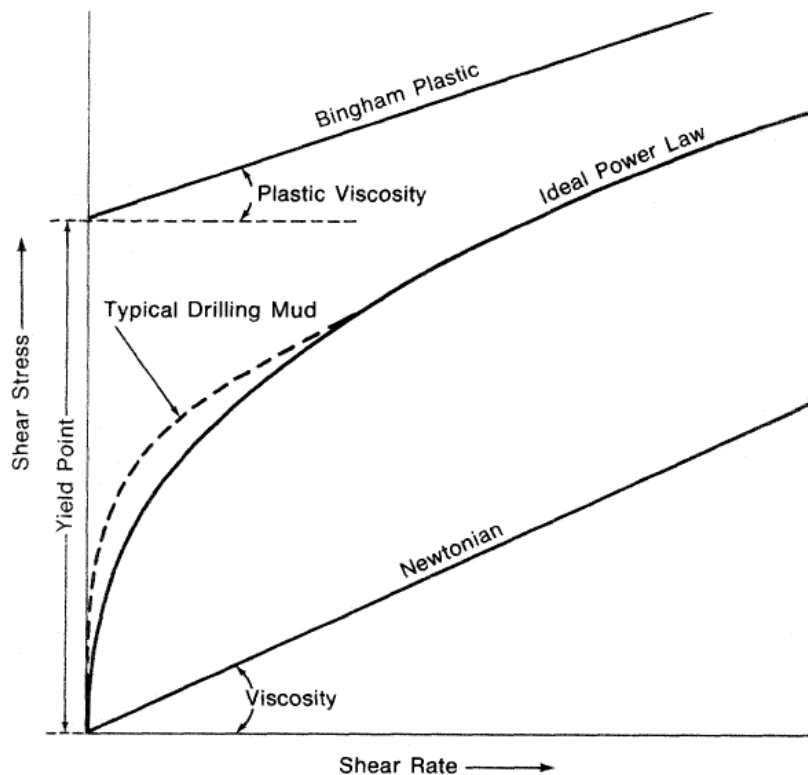
Há vários tipos de fluidos não newtonianos, que estão categorizados em três classes. Fluidos em que a tensão de cisalhamento depende somente da taxa de cisalhamento são denominados de independentes do tempo e puramente viscosos (inelásticos). Fluidos mais complexos em que a tensão de cisalhamento e/ou taxa de cisalhamento dependem, também, do tempo de duração do cisalhamento e do histórico da cinemática do fluido são definidos como dependentes do tempo. Substâncias que exibem características de fluidos ideais e sólidos elásticos e que apresentam recuperação elástica parcial, após deformação, são conhecidos como viscoelásticos (CHHABRA E RICHARDSON, 1999).

Os fluidos: plástico de Bingham, lei de potência e Herschel-Bulkley, são exemplos de modelos utilizados para representar o comportamento de fluidos não-



newtonianos independentes do tempo. Os fluidos dependentes do tempo, por sua vez, podem ser classificados em tixotrópicos e reopéticos (anti-tixotrópicos).

Muitos fluidos de perfuração não se comportam exatamente como nenhum desses modelos, mas podem ser representados com precisão suficiente, com propósitos práticos, por um ou mais deles. Os modelos de fluidos mais conhecidos podem ser observados na **figura 2.1**, que mostra curvas de tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento.



**Figura 2.1 – Curvas do comportamento da tensão de cisalhamento em função da taxa de cisalhamento, para diferentes modelos de fluidos. (Adaptado de: DARLEY e GRAY, 1988)**

A modelagem matemática de fluidos não newtonianos pode ser expressa, na sua forma mais simples, pelo modelo de fluido newtoniano generalizado, que consiste em uma derivação da relação entre tensão de cisalhamento e taxa de deformação proposta por Newton. Nesta formulação a viscosidade é considerada uma função da taxa de deformação (BIRD et al., 1987):

$$\tau_{rz} = \eta(\dot{\gamma}_{rz})\dot{\gamma}_{rz} \quad (2.1)$$

em que  $\tau_{rz}$  é a tensão de cisalhamento na direção axial e perpendicular a  $r$ ,  $\dot{\gamma}_{rz}$  é a taxa de cisalhamento nesta direção e  $\eta(\dot{\gamma}_{rz})$  é a viscosidade aparente do fluido, dependente da taxa de cisalhamento. A partir da Equação (2.1) pode-se derivar expressões para a viscosidade aparente dos fluidos de Lei de Potência, Bingham e Herschel-Bulkley. Os fluidos que apresentam tensão limite de escoamento são chamados de viscoplásticos. Esses modelos introduzem a característica de plasticidade ao material a partir de uma tensão mínima, chamada de tensão limite de escoamento  $\tau_y$ , abaixo do qual o fluido não escoa. Quando a tensão de cisalhamento é maior que  $\tau_y$ , o fluido passa a ter um comportamento puramente viscoso. Para os fluidos de Bingham este comportamento viscoso é linear, como ocorre com fluidos newtonianos (BOURGOYNE *et al*, 1991). A representação matemática do fluido de Bingham pode ser escrita por:

$$\tau_{rz} = \tau_y + \mu_p \dot{\gamma}_{rz} \quad \text{se } \tau_{rz} > \tau_y \quad (2.2)$$

$$\dot{\gamma}_{rz} = 0 \quad \text{se } -\tau_y \leq \tau_{rz} \leq \tau_y \quad (2.3)$$

$$\tau_{rz} = -\tau_y + \mu_p \dot{\gamma}_{rz} \quad \text{se } \tau_{rz} < -\tau_y \quad (2.4)$$

em que  $\mu_p$  é a viscosidade plástica do fluido e representa a inclinação da curva tensão versus taxa de deformação.

Na formulação do fluido de lei de Potência, a viscosidade aparente é uma função de potência da taxa de cisalhamento:

$$\eta = k \dot{\gamma}_{rz}^{n-1} \quad (2.5)$$

onde  $k$  é o índice de consistência do fluido e  $n$  é o índice de lei de potência. Para ( $n > 1$ ), a viscosidade aparente aumenta com a taxa de deformação, o que caracteriza um fluido dilatante, e para ( $n < 1$ ), a viscosidade aparente diminui com a taxa de deformação, o que caracteriza um fluido pseudoplástico.

O fluido de Herschel-Bulkley, assim como o fluido de Bingham, precisa de uma tensão inicial para começar a escoar. Entretanto, a partir do instante em que a tensão limite de escoamento é superada, a taxa de cisalhamento varia de acordo com o modelo da lei de potência:

$$\tau_{rz} = \tau_y + k\dot{\gamma}_{rz}^{n-1} \quad (2.6)$$

### 2.1.2 Escoamento Compressível

Segundo Anderson (1990), os escoamentos compressíveis são aqueles que possuem variações da massa específica devido à variação de pressão e temperatura. Deve-se observar que todos os escoamentos são compressíveis, contudo, para alguns fluidos, essa variação é tão pequena que pode ser desprezada, sendo denominados incompressíveis. O exemplo mais comum de escoamento compressível diz respeito ao escoamento de gases a alta pressão, enquanto que o escoamento de líquidos geralmente é tratado como incompressível (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2011).

Uma maneira de considerar o efeito da variação da massa específica com a pressão é através de uma grandeza denominada compressibilidade isotérmica do fluido. Esta propriedade é definida como a variação relativa do volume específico do fluido com a pressão, considerando a temperatura constante (Anderson, 1990):

$$\alpha = -\frac{1}{V} \left( \frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \quad (2.7)$$

em que  $\alpha$  é a compressibilidade,  $V$  é o volume específico do fluido,  $P$  é a pressão aplicada,  $T$  é a temperatura e  $\rho$  é a massa específica. Como o volume específico normalmente diminui com o aumento da pressão, o sinal negativo na Equação (2.7) é introduzido para garantir que  $\alpha$  será positivo.

A compressibilidade do fluido pode ser relacionada também com a velocidade de propagação da onda de pressão,  $c$  (ANDERSON, 1990), que é definido por:

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s} = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T} \quad (2.8)$$

para líquidos,  $c_p \cong c_v$ . Então, rearranjando a Equação (2.8) e substituindo na Equação (2.7), tem-se:

$$\alpha = \frac{1}{\rho c^2} \quad (2.9)$$

### 2.1.3 Coeficiente de Expansão Volumétrica

A massa específica dos fluidos também varia com a temperatura. Para qualificar esses efeitos, se faz necessário uma propriedade que representa a variação da massa específica do fluido com a temperatura a uma pressão constante. A propriedade que fornece essa informação é o coeficiente de expansão volumétrica,  $\beta$ , (ÇENGEL E CIMBALA, 2006):

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T}\right)_p \quad (2.10)$$

Neste caso, o sinal negativo é introduzido porque que a massa específica diminui com a temperatura.

### 2.1.1 Coeficientes de Transferência de Calor

#### 2.1.1.1 Coeficiente de Película

Para avaliar os efeitos da variação de temperatura decorrente da transferência de calor entre o meio externo (mar ou formação rochosa) e o fluido que escoar na tubulação será aplicada a lei de resfriamento de Newton (INCROPERA, 2008):

$$\dot{q} = hA_f(T_w - T_f) \quad (2.11)$$

em que  $h$  é o coeficiente de película,  $\dot{q}$  é a taxa de transferência de calor por convecção,  $A_l$  é a área da lateral da tubulação,  $T_w$  é a temperatura na parede interna da tubulação e  $T_f$  é a temperatura média do fluido num escoamento interno.

Este trabalho terá como condições de contorno térmicas a taxa de transferência de calor constante, assim como o perfil de temperatura ao longo da tubulação que não varia com o tempo. O escoamento está sujeito à convecção forçada e assume-se que as propriedades do fluido de perfuração variam com a temperatura.

O coeficiente de película será avaliado mediante o número de Nusselt, que é definido por:

$$Nu_D = \frac{hD}{k_f} \quad (2.12)$$

em que  $Nu_D$  é o número de Nusselt,  $k_f$  é a condutividade térmica do fluido e  $D$  é o diâmetro da tubulação. O número de Nusselt para escoamento em tubulações é determinado por correlações que dependem que dependem no número de Reynolds e do número de Prandtl,  $Nu = f(\text{Re}, \text{Pr})$ .

O número de Reynolds é definido por ( $\text{Re}_D = \rho VD/\mu$ ), onde  $\rho$  é a massa específica do fluido,  $V$  é a velocidade média e  $\mu$  a viscosidade do fluido. O número de Reynolds serve como critério para determinar a transição entre o regime de escoamento laminar e o turbulento. Escoamentos com número de Reynolds acima de  $10^4$  são considerados turbulentos, enquanto que menores do que 2300, são caracterizados como laminares.

O segundo grupo adimensional é a razão entre a viscosidade cinemática (também conhecida como difusividade cinemática ou de “momentum” linear) e a difusividade térmica ( $\text{Pr} = c_p \mu / k_f$ ). No qual fluidos com altos valores de Pr difundem momentum melhor do que calor, enquanto fluidos com baixos Pr difundem calor melhor do que momentum. Exemplos desses dois casos são, respectivamente, óleos e metais líquidos.

## 2.2 Estudos Anteriores

Pesquisas sobre modelagem do reinício do escoamento em tubulações têm sido realizadas com o objetivo de compreender melhor este fenômeno e mapear o perfil de pressão ao longo do poço, durante o processo. A maioria dos trabalhos encontrados na literatura é voltada para o estudo do reinício da circulação de óleos parafínicos em tubulações, para o caso isotérmico a baixas temperaturas. Verifica-se que alguns modelos contemplam o fenômeno da gelificação, enquanto outros acabam desprezando este efeito devido à elevada complexidade envolvida na quebra do gel e reestruturação do fluido.

Nos trabalhos de Chang *et al.* (1999) foi desenvolvido um modelo matemático unidimensional do reinício do escoamento de petróleos parafínicos, onde a tensão de escoamento do material gelificado depende do histórico de cisalhamento e do histórico das propriedades reológicas. Um fluido gelificado é deslocado por um fluido não gelificado. O modelo reológico para a quebra do gel é uma adaptação do modelo de Bingham, com tensão limite de escoamento variável com o tempo. Os fluidos são considerados incompressíveis e as demais propriedades, independentes do tempo. A variação temporal da vazão e o tempo de remoção do gel são também avaliados.

Davidson *et al.* (2004) mostrou uma evolução em relação ao trabalho de Chang *et al.* (1999) ao incluir a compressibilidade do fluido gelificado. Entretanto, os termos de inércia não foram considerados na modelagem. Comparando esses modelos, observa-se um aumento da vazão final do fluido e uma redução no tempo de remoção do gel, devido à propagação da onda de pressão, cuja velocidade é admitida infinita no escoamento incompressível. A solução é obtida através da divisão do escoamento em segmentos e aplicando o método da bissecção.

Já Vinay *et al.* (2006) apresentaram um modelo bidimensional em regime transitório para simular o reinício do escoamento compressível de um óleo gelificado com comportamento de fluido de Bingham. As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento foram resolvidas através do método dos volumes finitos. Em um segundo trabalho, Vinay *et al.* (2007) apresentaram um modelo unidimensional e comparou com o seu modelo bidimensional, mostrando uma boa concordância entre os modelos e uma significativa redução do tempo de simulação.

Visando reduzir o tempo computacional, Wachs *et al.* (2009) desenvolveram um modelo que combina o modelo bidimensional com o unidimensional e o denominaram

de modelo 1,5D. Neste último trabalho, os autores ainda avaliaram os efeitos da compressibilidade e das características tixotrópicas do fluido no reinício do escoamento.

O trabalho de Rocha (2007) estuda o reinício da circulação de fluidos de perfuração para um escoamento unidimensional, compressível e transitório de um fluido de Bingham no interior de um tubo disposto na horizontal. Na modelagem, os termos não lineares da equação da quantidade de movimento e a da conservação da massa são desprezados. Os resultados obtidos se mostraram satisfatoriamente semelhantes aos resultados de Vinay *et al.* (2007) para baixas compressibilidades. Neste modelo considera-se que as propriedades do fluido que está sendo injetado na tubulação pela ação da bomba são iguais às propriedades do fluido gelificado que está sendo fraturado e expulso do interior da tubulação. Desta forma, o acompanhamento da interface entre os fluidos não é previsto por esse modelo.

O modelo de Oliveira *et al.* (2010), é semelhante ao anterior, entretanto este inclui os termos negligenciados por Rocha (2007). O modelo considera também os efeitos gravitacionais e foi desenvolvido com base no escoamento através de um espaço anular. Os resultados obtidos com este modelo são corroborados com outros da literatura para escoamento de fluido newtoniano e de Bingham e uma faixa de compressibilidade maior que a do modelo anterior. Outro fato interessante observado com este modelo é que os resultados para o escoamento de um fluido com tensão limite de escoamento variável com o tempo, utilizando a equação apresentada por Chang *et al.* (1999), são muito similares àqueles obtidos por Wachs *et al.* (2009), empregando outro modelo tixotrópico complexo.

Oliveira *et al.* (2013) apresenta um modelo matemático para simular a propagação de pressão que ocorre quando um fluido de perfuração é pressurizado dentro de uma geometria anular fechada. O modelo considera que o escoamento de fluido é unidimensional e fracamente compressível e o sistema é considerado isotérmico. O modelo proposto pode ser aplicado a ambos os fluidos newtonianos e Bingham. O efeito viscoso é considerado no modelo utilizando a abordagem do fator de atrito. Os valores de pressão são comparados com dados experimentais da literatura para um fluido newtoniano, no caso a água, e dois fluidos de perfuração. As magnitudes calculadas e frequências de oscilação mostraram razoável concordância para ambos os tipos de fluido. Em contraste com os fluidos newtonianos, a oscilação é dissipada mais rapidamente e a pressão não é completamente transmitida num

fluido de Bingham, por causa da tensão limite de escoamento. Verificou-se que a pressão deixa de se propagar assim que o gradiente de pressão no tubo é insuficiente para superar a tensão limite de escoamento do fluido.

Além dos estudos sobre propagação de pressão, há trabalhos que se dedicaram a analisar o comportamento da variação da temperatura no sistema, por meio da aplicação da equação da conservação de energia, que também será considerada neste trabalho. Miyasaki (2006), por exemplo, propõe um modelo capaz de avaliar a variação de temperatura num problema de transferência de calor conjugado (condução/convecção) transitório, para fluidos newtonianos e não newtonianos, no interior de uma tubulação que sofre abrupta mudança de temperatura. O estudo se baseou na análise de sensibilidade do sistema à variação de parâmetros como, a condutividade térmica, número de Peclet, Reynolds e Nusselt, para o qual foi observado uma maior mudança no comportamento da variação da temperatura. Porém, não foi analisado os efeitos da transferência de calor nas propriedades reológicas do fluido. As equações que regem o problema em estudo são as da conservação da massa, quantidade de movimento e conservação da energia, com algumas simplificações. O escoamento é considerado incompressível, plenamente desenvolvido, tanto hidrodinamicamente como termicamente e, portanto, a temperatura só varia axialmente para o fluido. Já na parte sólida, através das paredes interna e externa da tubulação, a condução térmica radial é relevante por ter sua espessura significativa. O modelo matemático/numérico é uma combinação do método das diferenças finitas, com formulação explícita, com uma solução analítica para os volumes finitos para o fluido. Observou-se que os números de Peclet e Nusselt influenciaram tanto no comportamento térmico da chegada da frente de calor como na difusão de calor e que o número de Nusselt causou uma mudança significativa no comportamento da variação de temperatura do fluido.

No trabalho de Machado *et al.* (2011), foi elaborado um modelo simplificado para estudar o processo de transferência de calor conjugada (convecção/difusão) em tubulações, com a proposta de uma solução híbrida analítico-numérica. O modelo assume transferência de calor na parede do tubo como bidimensional. A análise de escala das equações de balanço do modelo simplificado é realizada, e dois parâmetros adimensionais surgem como importantes ferramentas na previsão da difusão radial e longitudinal da parede do tubo. As previsões de análise de escala e a solução híbrida, analítico – numérica, do modelo simplificado, são validados por



comparação com a solução analítica existente e por comparação com resultados experimentais de escoamento turbulento, mostrando excelente concordância em ambos os casos. Contudo, assim como Miyasaki (2006), tem-se o mapeamento de temperatura na tubulação, mas não é estudado os efeitos da transferência de calor nas propriedades reológicas do fluido.

Diante do que foi exposto, propõe-se um estudo sobre os efeitos variação de temperatura nas propriedades reológicas dos fluidos de perfuração, por meio da análise da sensibilidade dos parâmetros do sistema em função das condições de contorno de pressão e temperatura. O estudo será uma continuidade dos trabalhos de Oliveira e os resultados obtidos serão comparados com os obtidos da literatura.

### **2.3 Síntese do Capítulo**

Apresentou-se neste capítulo, uma breve revisão bibliográfica com alguns trabalhos que tratam do reinício do escoamento de fluidos em tubulações. As Tabelas 2.1 e 2.2 mostram, de forma resumida, as características principais dos modelos matemáticos propostos nestes trabalhos.

Foram observados alguns modelos matemáticos que contemplam a propagação da pressão durante o reinício do escoamento de fluidos e a transferência de calor em tubulações, a fim de avaliar o comportamento da variação de temperatura no sistema. Entretanto, não foram encontrados estudos que avaliam o efeito da transferência de calor nas propriedades reológicas dos fluidos de perfuração no reinício de circulação.

Deste modo, a sequência do trabalho será conduzida de forma a desenvolver um modelo matemático que contemple as equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da conservação da energia, que modelam o escoamento. A fim de avaliar os efeitos da variação de temperatura nas propriedades reológicas dos fluidos de perfuração e, por conseguinte, no controle de pressão dentro do poço.

Tabela 2.1 – Principais características dos modelos matemáticos revisados (1999 - 2011).

Modelo	Objetivo	Configuração	Fluido	Limitações
Chang <i>et al.</i> (1999)		Tubo horizontal Modelo unidimensional	Incompressível Entrada: newtoniano Gelificado: propriedades reológicas dependente do tempo e da taxa.	Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento, e a compressibilidade do fluido.
David <i>et al.</i> (2004)		Tubo horizontal Modelo unidimensional	Compressível Entrada: Bingham Gelificado: Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo.	Despreza a inércia e transitoriedade do escoamento.
Miyasaki (2006)		Tubo horizontal Modelo bidimensional Transferência de calor conjugada	Incompressível Inicialmente plenamente desenvolvido. Fluido Newtoniano	A equação da conservação de energia simplificada. Temperatura varia apenas axialmente.
Vinay <i>et al.</i> (2006)		Tubo horizontal Modelo unidimensional	Compressível Bingham com propriedades constantes.	Não considera a variação da massa específica na direção radial. Demanda elevado tempo computacional.
Vinay <i>et al.</i> (2007)		Tubo horizontal Modelo unidimensional	Compressível Bingham com propriedades constantes.	Despreza-se o termo advectivo da Eq. da QM. Despreza os efeitos da quebra do gel.
Rocha (2007)		Tubo horizontal Modelo unidimensional	Compressível Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo.	Despreza a inércia do escoamento.

Tabela 2.2 – Principais características dos modelos matemáticos revisados (1999 - 2011).

Modelo	Objetivo	Configuração	Fluido	Limitações
<i>Wachs et al.</i> (2009)		Tubo horizontal Modelo misto entre o unidimensional e o bidimensional (1,5D).	Compressível Propriedades reológicas dependente do tempo e da taxa de cisalhamento.	Despreza a inércia do escoamento. Escoamento através de um tubo simples.
<i>Oliveira et al.</i> (2010)		Tubo ou Espaço anular com inclinação variável. Modelo unidimensional	Compressível Bingham com tensão limite de escoamento dependente do tempo.	Não contempla o escoamento através do tubo acoplado ao espaço anular. Modelo tixotrópico simplificado.
<i>Machado et al.</i> (2011)		Tubo horizontal Modelo bidimensional Transferência de calor conjugada	Newtoniano Isotérmico Plenamente Desenvolvido	Escoamento através de um tubo simples.

### 3 MODELAGEM MATEMÁTICA

Neste capítulo, o problema será formulado, seguindo as principais ideias obtidas com a revisão bibliográfica, visando o desenvolvimento de um modelo matemático para simular um escoamento compressível, transitório e com transferência de calor na direção radial, em uma geometria similar à de uma coluna de perfuração de um poço de prospecção de petróleo. As equações governantes do problema são deduzidas e as condições de contorno para a resolução das equações são apresentadas. As equações são então resolvidas pelo método das características.

#### 3.1 Formulação do Problema

A Figura 3.1 (a) mostra uma representação esquemática da circulação de fluido de perfuração do poço, no qual o fluido é bombeado para dentro da coluna de perfuração e, em seguida, retorna para a cabeça do poço, através do espaço anular. Na Figura 3.1 (b), tem-se a secção transversal do poço, que configura uma geometria anular concêntrica, em que  $D$  é o diâmetro interno da coluna de perfuração,  $D_1$  é o diâmetro externo da coluna de perfuração e  $D_2$  é o diâmetro interno do poço. As duas primeiras figuras servem apenas para mostrar a disposição da coluna de perfuração dentro do poço. Pois no problema será contemplado apenas o escoamento no interior da coluna de perfuração, como uma primeira etapa para o estudo do reinício de circulação de fluido para o caso não isotérmico.

O modelo geométrico é definido como um tubo na vertical, com área de secção transversal constante. Assume-se que a coluna de perfuração é um corpo perfeitamente rígido. Dessa forma, admite-se que ela não sofre nenhum tipo de deformação. As perdas de cargas localizadas nos acoplamentos ao longo da tubulação e a presença de cascalhos não serão consideradas na modelagem.

Como condição inicial será considerado que o fluido de perfuração se encontra parado e distribuído uniformemente no interior da coluna de perfuração. Para iniciar a circulação do fluido, uma bomba é acionada e começa a impulsionar, para o interior da tubulação, o fluido de perfuração. Assim, o fluido de perfuração presente no interior da tubulação começa a ser deslocado gradativamente. Considera-se nesse caso que a pressão manométrica na entrada da tubulação é mantida constante, devido a ação da bomba. Já na saída da tubulação considera-se que a pressão manométrica nessa

posição é nula. O processo também será analisado para a condição de contorno em que vazão na entrada da tubulação é mantida constante e a condição de contorno na saída da tubulação nula.

Ao longo da tubulação será definido um perfil de temperatura na parede da tubulação, o que acarretará uma mudança das propriedades, como massa específica e viscosidade, ponto a ponto. O caso não isotérmico será comparado com resultados para a condição de escoamento isotérmico. Como hipótese simplificadora, considera-se que o fluxo de calor ocorre apenas na direção da secção transversal da tubulação.

Pondera-se, em virtude da elevada viscosidade dos fluidos de perfuração e das baixas vazões empregadas no reinício da circulação que o escoamento é laminar. Se a taxa de variação das propriedades na direção normal  $(r, \theta)$  à linha do escoamento principal é desprezível comparado com a variação das propriedades na direção do escoamento principal, o escoamento pode ser então considerado unidimensional. Desta forma, utilizam-se valores médios para as propriedades na secção transversal no interior da tubulação. Admite-se que o fluido de perfuração se comporta como um fluido de Bingham, com compressibilidade em função da pressão e temperatura, e viscosidade plástica e tensão limite de escoamento como função apenas da temperatura. O tempo de repouso do fluido será considerado pequeno, portanto, a gelificação do fluido será desprezada.

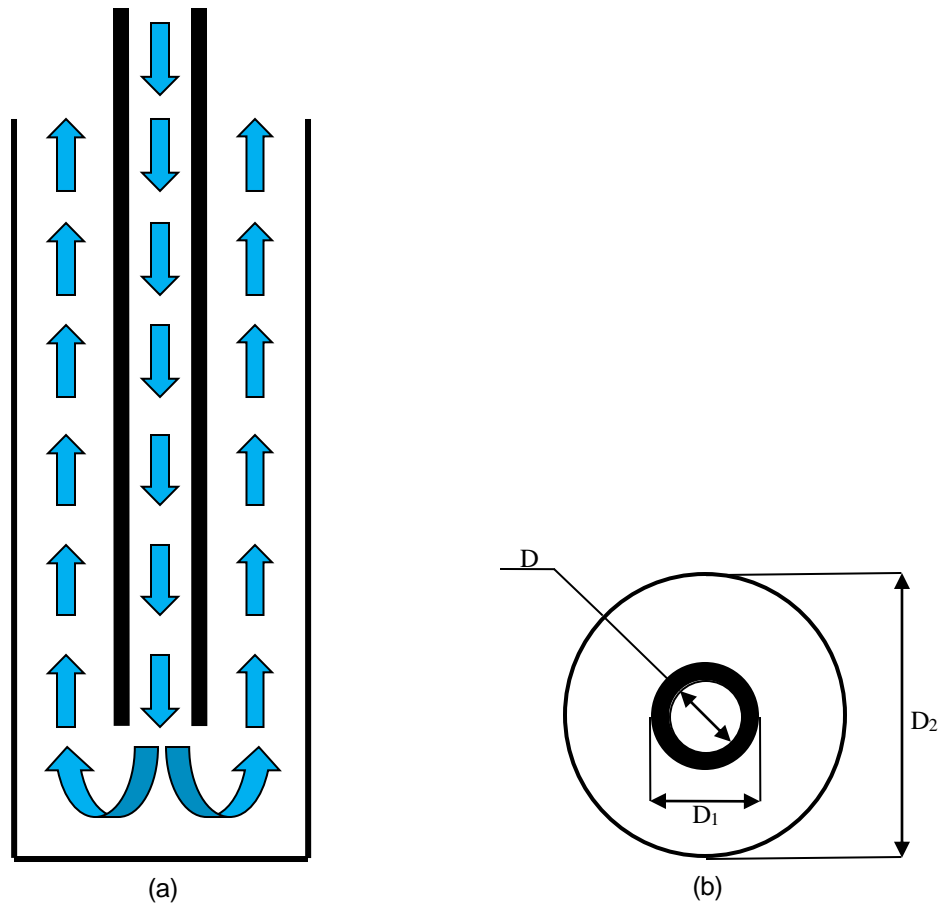


Figura 3.1 – (a) Diagrama esquemático da circulação de fluido no poço e (b) secção transversal do tubo de perfuração e espaço anular. (Fonte: Autoria Própria)

### 3.2 Equações Governantes

A modelagem do escoamento dos fluidos de perfuração será baseada nas equações governantes da conservação da massa, da quantidade de movimento e equação da conservação da energia.

#### 3.2.1 Equação da Conservação de Massa

O princípio da conservação da massa estabelece que a massa dentro de um volume de controle não pode ser criada nem destruída. O enunciado da conservação da massa, para volume de controle, pode ser escrito (FOX, 2011) por:

$$\left( \begin{array}{l} \text{Taxa líquida de fluxo} \\ \text{de massa através das} \\ \text{superfícies de controle} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{de massa dentro do} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right) = 0$$

Na forma diferencial, a equação da conservação da massa resulta em (ASTARITA, 1974):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1)$$

Adotando a hipótese de escoamento unidimensional na direção Z, a equação da conservação da massa assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V)}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

em que  $\rho$  e  $V$  são, respectivamente, valores médios da massa específica e da velocidade na seção transversal.

Expandindo o segundo termo do lado esquerdo da Equação (3.2), tem-se que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + V \frac{\partial \rho}{\partial z} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.3)$$

Ao analisar o trabalho de Oliveira *et al.* (2010), nota-se que quando a compressibilidade do fluido é relativamente pequena, tal como acontece com fluidos de perfuração, a variação da massa específica ao longo da direção axial pode ser desprezada,  $\partial \rho / \partial z \approx 0$ . Logo, a equação da conservação da massa pode ser reescrita:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.4)$$

Em grande parte dos trabalhos realizados até então, a massa específica é tratada como função apenas da pressão. Como o problema abordado estuda o efeito da transferência de calor nas propriedades do fluido, no presente trabalho essa

propriedade será analisada como uma função da pressão e da temperatura,  $\rho = \rho(P, T)$ .

Dessa forma, uma variação de massa específica pode ser expressa em termos dessas propriedades termodinâmicas, da seguinte forma:

$$d\rho = \left( \frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T dP + \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P dT \quad (3.5)$$

Substituindo as Equações (2.7) e (2.10) na Equação (3.5) e diferenciando a equação (3.5) em relação à  $t$ , tem-se:

$$\frac{d\rho}{dt} = \alpha\rho \frac{dP}{dt} - \beta\rho \frac{dT}{dt} \quad (3.6)$$

Combinando as Equações (3.6) e (3.4), obtém-se uma equação que inclui as propriedades termodinâmicas de compressibilidade e o coeficiente de expansão térmica do fluido ao problema:

$$\alpha\rho \frac{\partial P}{\partial t} - \beta\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.7)$$

Rearranjando a Equação (3.7), tem-se:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{\alpha} \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

Substituindo a Equação (2.9) na Equação (3.8), tem-se a seguinte equação:

$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c^2 \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (3.9)$$

Como a área da secção transversal da tubulação,  $A$ , é considerada constante, a Equação (3.9) pode ser reescrita em termos da vazão volumétrica  $Q$ :



$$\frac{\partial P}{\partial t} - \frac{\beta}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\rho c^2}{A} \frac{\partial Q}{\partial z} = 0 \quad (3.10)$$

### 3.2.2 Equação da Conservação da Quantidade de Movimento

A Segunda Lei de Newton prevê que a aplicação de uma força a um elemento dotado de massa provocará uma mudança no estado cinemático do elemento. A equação da quantidade de movimento é ferramenta que surge da aplicação da Segunda Lei Newton a um volume infinitesimal de fluido. A Segunda Lei de Newton é enunciada da seguinte maneira:

$$\left( \begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{da quantidade de} \\ \text{movimento dentro} \\ \text{do volume de controle} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{Fluxo líquido de} \\ \text{quantidades de movimento} \\ \text{através das fronteiras} \\ \text{do volume de controle} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Soma de forças sobre} \\ \text{o volume de controle} \end{array} \right)$$

Aplicando o balanço de quantidade de movimento em coordenadas cilíndricas, a um escoamento unidimensional, com difusão axial desprezada e considerando o escoamento simétrico ao longo da direção angular, obtém-se:

$$\frac{\partial(\rho V)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho VV)}{\partial z} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \left(\frac{4}{D}\right)\tau_w + \rho g_z \quad (3.11)$$

no qual  $\tau_w$  é a tensão de cisalhamento na parede interna da tubulação e  $D$  é o diâmetro da tubulação. Ao lado esquerdo da Equação (3.11) estão os componentes de variação de quantidade de movimento local e convectivo. Os termos do lado direito representam as forças de pressão, viscosas e gravitacional aplicadas ao fluido por unidade de volume, respectivamente.

Expandindo-se a Equação (3.11) e substituindo a equação de conservação da massa, tem-se:

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial(V)}{\partial z} \right) = - \frac{\partial P}{\partial z} + \left( \frac{4}{D} \right) \tau_w + \rho g_z \quad (3.12)$$

O efeito da variação da massa específica no termo gravitacional é pequeno para baixas compressibilidades conforme demonstrado por Oliveira *et al.* (2010). Portanto, a fim de simplificar a equação é conveniente desprezar o efeito gravitacional na solução do problema. Desta forma, a pressão envolvida no problema expressa somente o diferencial de pressão a que o fluido é submetido durante o reinício do escoamento. O efeito do termo  $\rho V \partial V / \partial z$ , também foi analisado por Oliveira *et al.* (2010), e foi observado novamente que para fluidos com baixa compressibilidade este termo pode ser negligenciado. Assim, a Equação (3.12) toma a seguinte forma:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \left( \frac{4}{D} \right) \tau_w = 0 \quad (3.13)$$

Escrevendo a equação em termos da vazão volumétrica  $Q$ , a Equação (3.13) assume a seguinte forma:

$$\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\rho}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \left( \frac{4}{D} \right) \tau_w = 0 \quad (3.14)$$

### 3.2.3 Equação da Conservação de Energia

O princípio da conservação da energia enuncia que:

$$\left( \begin{array}{l} \text{Taxa de variação} \\ \text{de energia dentro do} \\ \text{volume de controle} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{l} \text{Fluxo líquido de} \\ \text{energia através das} \\ \text{fronteiras da superfície} \\ \text{de controle} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{l} \text{Taxa de calor transferido} \\ \text{nas fronteiras do volume} \\ \text{de controle} \end{array} \right) - \left( \begin{array}{l} \text{Fluxo líquido de} \\ \text{trabalho que sai do} \\ \text{volume de controle} \\ \text{para a vizinhança} \end{array} \right) + (\text{Fontes e sumidouros de energia})$$

A equação da conservação da energia na sua forma diferencial é dada por (BEJAN, 2003):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} e) = \nabla \cdot (\vec{q}'' - W) + q''' \quad (3.15)$$

sendo  $e$  a energia interna específica,  $\vec{V}$ , o vetor velocidade,  $\vec{q}''$ , o vetor fluxo de calor,  $q'''$  é a taxa de calor transferido devido a fontes ou sumidouros térmicos de calor e  $W$  é o fluxo de trabalho que cruza as fronteiras dos sistema.

A partir da Equação (3.15), aplicam-se as hipóteses de escoamento unidimensional, compressível e considera-se que não haverá geração de calor interna e realização de trabalho. Considera-se que a energia que atravessa as fronteiras do volume de controle na direção do escoamento, transportada pelo fluido, é igual a taxa de transferência de calor por convecção. No qual o calor é dissipado na direção radial, perpendicular ao escoamento do fluido, e atravessa a parede da tubulação para a vizinhança. Dessa forma, a Equação (3.15) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial(\rho e)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho V e)}{\partial z} = \frac{\dot{q}}{A} \quad (3.16)$$

em que o vetor velocidade foi substituído por uma velocidade média na secção transversal do escoamento.

Aplicando-se a relação entre variação de energia interna e variação de temperatura,  $\Delta e = c_v \Delta T$ , em que  $c_v$  é o calor específico à vazão constante, e substituindo-se a lei de resfriamento de Newton no lado direito da Equação (3.16), tem-se:

$$\frac{\partial(\rho c_v T)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho c_v V T)}{\partial z} = \frac{hS}{A_f} (T_w - T) \quad (3.17)$$

onde  $S$  é o perímetro da tubulação,  $A_l$ , é a área lateral da coluna de perfuração,  $h$ , o coeficiente de transferência de calor por convecção,  $T_w$ , é a temperatura na parede da tubulação e  $T$  é a temperatura média do fluido de perfuração.

Para sem obter a forma final da equação da conservação da energia, aplica-se a definição de velocidade média ( $v = Q/A$ ) e considera-se o calor específico constante. Rearranjando a Equação (3.17), tem-se:

$$\frac{\partial(\rho T)}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial(\rho Q T)}{\partial z} = \frac{4h}{c_v D} (T_w - T) \quad (3.18)$$

No lado direito da Equação (3.18), o gradiente de temperatura multiplicado pelo coeficiente de película,  $h$ , representa a taxa de transferência de calor, na direção radial, que é transmitido do fluido para a parede da tubulação.

### 3.2.4 Equação de Estado

A partir da equação de estado, Equação (3.6), considerando-se a compressibilidade e o coeficiente de expansão térmica constante dentro das faixa de pressão e temperatura de interesse, realiza-se a integração desde um estado de referência até um estado qualquer:

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \alpha \int_{P_0}^P dP - \beta \int_{T_0}^T dT \quad (3.19)$$

Onde  $\rho_0$ ,  $P_0$  e  $T_0$  são a massa específica, a pressão e a temperatura, respectivamente, definidas num estado de referência. Como resultado da integral, tem-se uma expressão para o cálculo da massa específica:

$$\rho = \rho_0 e^{\alpha(P-P_0) - \beta(T-T_0)} \quad (3.20)$$

O estado de referência foi avaliado na extremidade superior do poço, onde ( $P_0 = 0$ ) e ( $T_0 = 278,15K$ ). De forma que a pressão avaliada para o cálculo da massa

específica é a pressão manométrica e a temperatura é o valor mínimo da faixa de temperatura estudada, que será melhor apresentada nas seções 3.3.3 e 3.5.2. A massa específica de referência é avaliada como a massa específica nas condições iniciais de escoamento, quando o fluido ainda está em repouso ( $\rho_0 = 1.150 \text{ kg/m}^3$ ). Dessa forma, a Equação (3.20) pode ser escrita como:

$$\rho = \rho_0 e^{\alpha P - \beta(T - 273,15)} \quad (3.21)$$

### 3.3 Equações para Fechamento do Modelo

#### 3.3.1 Avaliação da Tensão de Cisalhamento na Parede

Devido à razão entre o diâmetro e o comprimento da tubulação, ( $D/L$ ), ser muito pequena, a pressão pode ser considerada constante ao longo de uma mesma seção transversal (NEGRÃO e OLIVEIRA, 2014). Uma alternativa utilizada é desprezar o termo de inércia do balanço de quantidade de movimento, de tal maneira que às forças de cisalhamento se igualem às forças de pressão em qualquer seção transversal, em qualquer instante de tempo. Dessa forma, tem-se que:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) = - \frac{\partial P}{\partial z} = \phi \quad (3.22)$$

Integrando a Equação (3.22) em  $r$ , tem-se:

$$\tau_{rz} = \frac{\phi r}{2} + \frac{K_1}{r} \quad (3.23)$$

em que  $K_1$  é uma constante de integração que depende das condições de contorno.

Para o escoamento no interior da coluna  $K_1$  deve ser igual a zero para evitar uma indeterminação, quando  $r$  tende a zero. Então, substituindo-se a condição de contorno ( $\tau_{rz}(r=R) = \tau_w$ ) na Equação (3.23), determina-se a constante  $\phi$ :

$$\phi = \frac{2\tau_w}{R} \quad (3.24)$$

Substituindo a Equação (3.24) na Equação (3.23), obtém-se uma relação linear que representa o perfil de tensão de cisalhamento num tubo de secção circular:

$$\tau_{rz} = \tau_w \left( \frac{r}{R} \right) \quad (3.25)$$

### 3.3.2 Fluido de Bingham

A equação constitutiva para um fluido de Bingham em uma tubulação circular pode ser escrita por:

$$\tau_{rz} = \mu_p \frac{\partial V}{\partial r} - \tau_y \quad (3.26)$$

Sabe-se que, devido à tensão limite de escoamento, existe um núcleo não deformado numa região  $r \leq r_0$  do interior da coluna, onde  $r_0$  é o raio deste núcleo, como mostra a Figura 3.2.

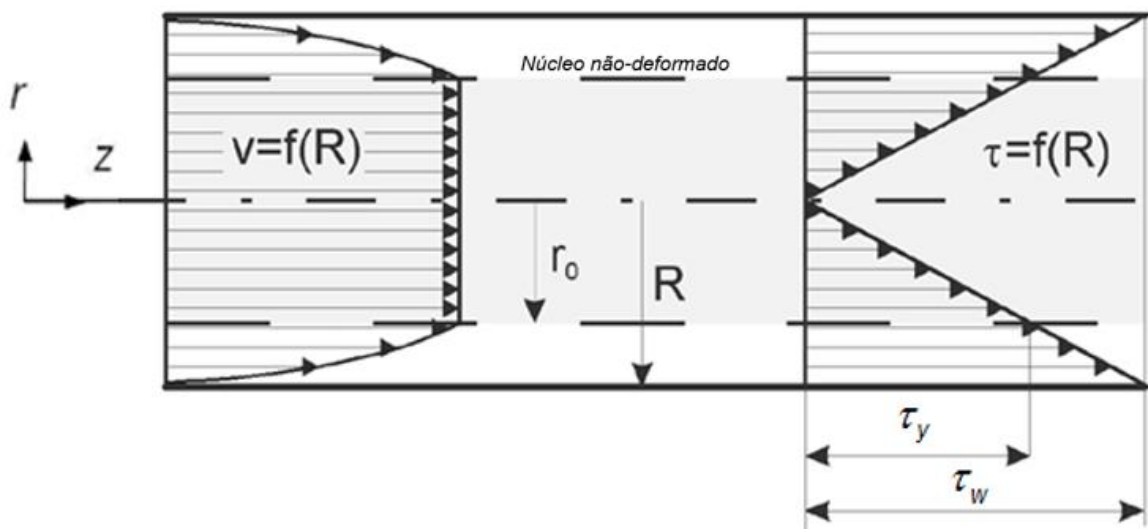


Figura 3.2 – Perfil de escoamento de um fluido de Bingham num tubo de secção circular. (Adaptado de BIRD e FREDERICKSON, 1958)

Para  $r > r_0$ , a tensão aplicada é superior à tensão limite de escoamento, e para,  $r = r_0$ , a taxa de deformação é nula e a tensão,  $\tau_{rz}$ , iguala-se à  $-\tau_y$ . Sendo assim, para a determinação de  $r_0$ , a Equação (3.25) pode ser escrita como:

$$-\tau_y = -\tau_w \frac{r_0}{R} \rightarrow r_0 = R \frac{\tau_y}{\tau_w} \quad (3.27)$$

Para  $r > r_0$ , substituindo-se a Equação (3.26) na Equação (3.25) e integrando a velocidade em relação ao raio, obtém-se:

$$\mu_p \frac{\partial V}{\partial r} - \tau_y = -\tau_w \frac{r}{R} \quad (3.28)$$

$$V(r) = -\frac{1}{\mu_p} \left( \frac{\tau_w}{2} \frac{r^2}{R} - \tau_y r \right) + K_2 \quad (3.29)$$

Substituindo-se a condição de contorno ( $V(r=R)=0$ ) na Equação (3.29), obtém-se o valor da constante  $K_2$ :

$$K_2 = \frac{1}{\mu_p} \left( \tau_w \frac{R}{2} - \tau_y R \right) \quad (3.30)$$

Substituindo o valor de  $K_2$  na Equação (3.29), o perfil de velocidade no interior da coluna resulta em:

$$V(r) = \frac{\tau_w}{2R\mu_p} (R^2 - r^2) + \frac{\tau_y}{\mu_p} (r - R) \quad (3.31)$$

Com a velocidade, Equação (3.31), e a definição do raio do núcleo não cisalhado  $r_c$ , é possível determinar a velocidade do núcleo:

$$V_{n\u00facleo} = V(r_0) = \frac{\tau_w}{2R\mu_p}(R^2 - r_0^2) + \frac{\tau_y}{\mu_p}(r_0 - R) \quad (3.32)$$

O c\u00e1lculo da vaz\u00e3o na coluna de perfura\u00e7\u00e3o \u00e9 a soma da integra\u00e7\u00e3o do perfil de velocidade na sec\u00e7\u00e3o transversal em  $r$ , Equa\u00e7\u00e3o (3.31), do eixo axial at\u00e9 o raio do n\u00facleo  $r_0$  e da integra\u00e7\u00e3o da velocidade de  $r_0$  a  $R$ :

$$Q = \int_0^R V(r)2\pi r dr = \int_0^{r_0} V(r_0)2\pi r dr + \int_{r_0}^R V(r)2\pi r dr \quad (3.33)$$

que resulta em:

$$Q = \frac{\pi(R)^3}{\mu_p} \left( \frac{\tau_w}{4} - \frac{\tau_y}{3} + \frac{1}{12} \frac{\tau_y^4}{\tau_w^3} \right) \quad (3.34)$$

A partir da Equa\u00e7\u00e3o (3.34), pode-se obter uma equa\u00e7\u00e3o para vaz\u00e3o de fluido newtoniano fazendo o valor da tens\u00e3o limite de escoamento,  $\tau_y$ , igual a zero. Assim tem-se:

$$Q = \tau_w \frac{\pi R^3}{4 \eta} \quad (3.35)$$

### 3.3.3 Equa\u00e7\u00f5es Emp\u00edricas do Fluido de Bingham

Para representar o escoamento de um fluido de perfura\u00e7\u00e3o, como visto na se\u00e7\u00e3o 2.1.1, considera-se que o fluido comporta-se como um fluido de Bingham, como descrito pela Equa\u00e7\u00e3o (2.2). Para definir os valores de tens\u00e3o limite de escoamento  $\tau_y$  e viscosidade pl\u00e1stica  $\mu_p$  como fun\u00e7\u00e3o da temperatura, foram aplicadas duas equa\u00e7\u00f5es emp\u00edricas obtidas no laborat\u00f3rio de reologia do CERNN, para o fluido BR-MUL 117.

A tens\u00e3o de cisalhamento para o fluido BR-MUL 117 foi avaliada para tr\u00eas temperaturas (5\u00b0C, 15\u00b0C e 25\u00b0C), a partir da realiza\u00e7\u00e3o de testes reol\u00f3gicos a



diferentes taxas de cisalhamento. A tensão de cisalhamento média foi analisada após as amostras serem submetidas a um pré-cisalhamento e entrarem em equilíbrio (regime permanente), conforme informações apresentadas na Tabela 3.1.

**Tabela 3.1 Informações dos testes experimentais.**

Reômetro	Haake Mars III
Sensor	Placa-placa: P35 Ti L – jateado
Material testado	BR-MUL 117
Pré-cisalhamento	$\dot{\gamma}=1,000 \text{ s}^{-1}$ . (Duração 60 s)
Temperaturas	5°C; 15°C; 25°C.
Teste Patamar de taxa de cisalhamento (CR) (Duração 30 min.)	$\dot{\gamma}=5,0 \text{ s}^{-1}$ . $\dot{\gamma}=10,0 \text{ s}^{-1}$ . $\dot{\gamma}=20,0 \text{ s}^{-1}$ . $\dot{\gamma}=30,0 \text{ s}^{-1}$ . $\dot{\gamma}=40,0 \text{ s}^{-1}$ . $\dot{\gamma}=50,0 \text{ s}^{-1}$ .

A tensão limite de escoamento  $\tau_y$  e a viscosidade plástica  $\mu_p$  foram determinadas a partir do ajuste de uma reta aos valores de tensão de cisalhamento em equilíbrio para cada patamar de taxa de cisalhamento ( $\dot{\gamma} = \text{const.}$ ), obtendo-se os valores apresentados na Tabela 3.2. Sendo  $\tau_y$  o coeficiente linear e  $\mu_p$  o coeficiente angular da reta ajustada, como demonstrado na Figura 3.3 para os testes realizados a 25°C.

Por fim, foram propostos dois ajustes para determinar a variação de  $\tau_y$  e de  $\mu_p$  com a temperatura, conforme apresentado na Figura 3.4, obtendo-se:

$$\tau_y = -0,075T + 7,6917 \quad (3.36)$$

$$\mu_p = -1,81T + 104,42 \quad (3.37)$$

Tabela 3.2 Tensão limite de escoamento para o BR-MULL 117 a diferentes temperaturas.

Temperatura	Taxa de Cisalhamento (s <sup>-1</sup> )	Tensão de Cisalhamento Média (Pa)	Tensão Limite de Escoamento (Pa)	Viscosidade Plástica (mPa.s)	R <sup>2</sup>
5°C	5	7,6	7,4	95,1	0,988
	10	8,4			
	20	9,3			
	30	10,5			
	40	11,2			
	50	11,9			
15°C	5	6,6	6,4	77,8	0,994
	10	7,2			
	20	8,1			
	30	8,8			
	40	9,5			
	50	10,2			
25°C	5	6,1	5,9	58,9	0,997
	10	6,6			
	20	7,1			
	30	7,7			
	40	8,2			
	50	8,8			

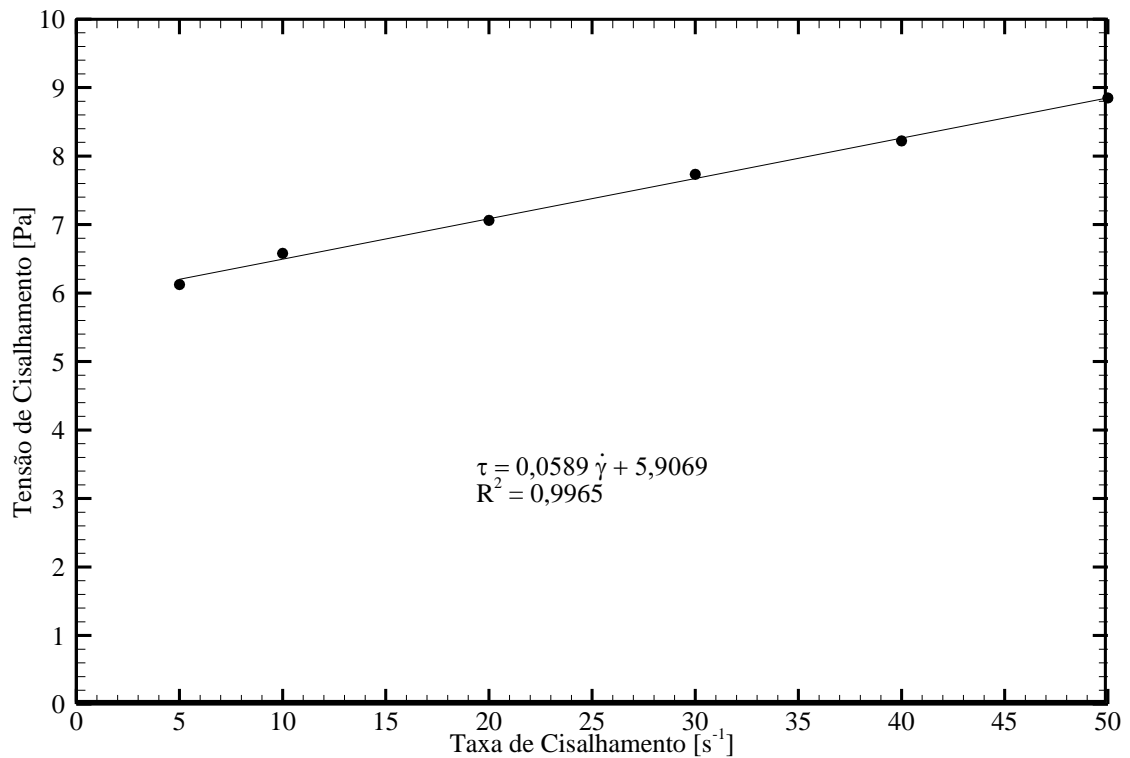
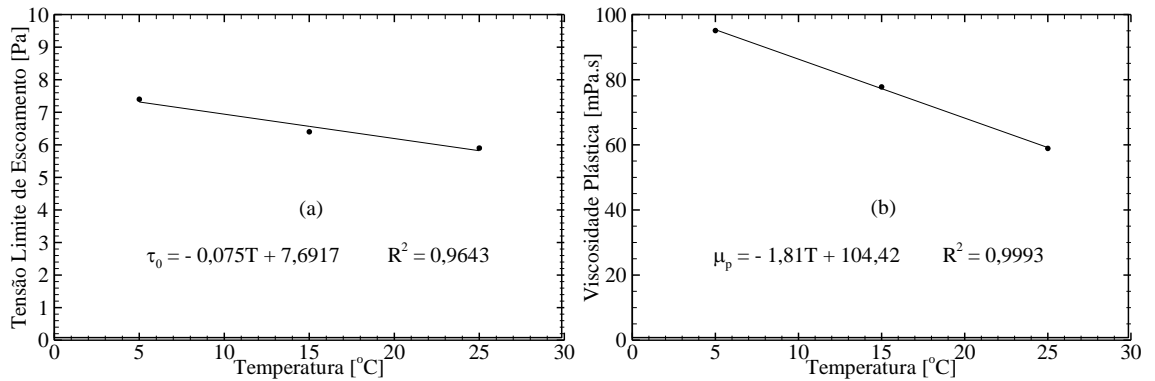


Figura 3.3 – Variação da tensão de cisalhamento em equilíbrio com a taxa de cisalhamento, para testes realizados a 25°C.



**Figura 3.4 – Variação com a temperatura: a) da tensão limite de escoamento e b) da viscosidade plástica.**

Nota-se, a partir dos valores experimentais, que o coeficiente de determinação  $R^2$  das curvas de tensão por taxa de cisalhamento estão muito próximos de um para todas as temperaturas testadas. Além disso, os ajustes propostos para cálculo da variação da tensão limite de escoamento e da viscosidade plástica com a temperatura também apresentam coeficiente de determinação muito próximos da unidade. Com isso, valida-se o método proposto para determinação das propriedades do material testado.

### 3.4 Adimensionalização das Equações

A identificação de parâmetros adimensionais permite diminuir o número de variáveis que necessitam ser estudadas no fenômeno físico. Outras vantagens da técnica da adimensionalização é a diminuição de instabilidades numéricas, fato que permite a utilização de sub-relaxações menores e diminui o tempo computacional para a solução (MUNIZ, 1995 *apud* FEDEVJCYK, 2010).

Os valores de referência, utilizados na adimensionalização são: o comprimento total da tubulação  $L$ , o tempo necessário para a onda de pressão percorrer a tubulação ( $L/c$ ), a massa específica à pressão de referência  $\rho_0$ , uma pressão e uma vazão de referência,  $P_R$  e  $Q_R$ , respectivamente, que dependem das condições de contorno adotadas. Desta forma, tem-se:

$$P^* = \frac{P}{P_R}, \quad Q^* = \frac{Q}{Q_R}, \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho_0}, \quad \tau_w^* = \tau_w \left( \frac{4L}{P_R D} \right), \quad z^* = \frac{z}{L}, \quad t^* = t \frac{c}{L} \quad (3.38)$$

A temperatura adimensional  $\theta$  é calculada como segue:

$$\theta = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad (3.39)$$

Sendo  $T_{\min}$  uma temperatura mínima e  $T_{\max}$  uma temperatura máxima, definidas pelas condições de contorno de temperatura do sistema.

A compressibilidade,  $\alpha^*$ , e o coeficiente de expansão térmica,  $\beta^*$ , adimensionais são então definidos da seguinte forma:

$$\alpha^* = \frac{P_R}{\rho_0 c^2} = P_R \alpha \quad (3.40)$$

$$\beta^* = \beta(T_{\max} - T_{\min}) \quad (3.41)$$

Escrevendo as equações de conservação da massa, Equação (3.10), da quantidade de movimento, Equação (3.14), da energia, Equação (3.18), de estado, Equação (3.20), e as equações de vazão para os fluidos de Bingham e newtoniano, Equações (3.34) e (3.35), em função dos parâmetros adimensionais tem-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + \left( \frac{Ma}{\alpha^*} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \left( \frac{Ma}{\alpha^*} \right) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \tau_w^* = 0 \quad (3.43)$$

$$\frac{\partial(\rho^* \theta)}{\partial t^*} + Ma \frac{\partial(\rho^* Q^* \theta)}{\partial z^*} = \left( \frac{4 Ma Nu}{\delta Re Pr} \right) (\theta_w - \theta) \quad (3.44)$$

$$\rho^* = e^{\alpha^* P^* - \beta^* (\theta - 1)} \quad (3.45)$$

$$Q^* = \tau_w^* - \left(\frac{4}{3}\right)Bi + \frac{1}{3} \frac{(Bi)^4}{(\tau_w^*)^3} \quad (3.46)$$

O número de Bingham,  $Bi$ , na Equação (3.46), será deduzido na seção 3.6.1. As definições do número de Reynolds característico do escoamento,  $Re$ , do número de Mach local,  $Ma$ , e da razão de aspecto,  $\delta$ , são:

$$Re = \frac{\rho_0 Q_R D}{\mu_p A}, \quad Ma = \frac{Q_R}{Ac}, \quad \delta = \frac{D}{L} \quad (3.47)$$

### 3.5 Condições Iniciais e de Contorno

#### 3.5.1 Hidrodinâmicas

Como condição inicial considera-se que o fluido de perfuração, sem cascalhos, encontra-se em repouso ( $Q(z, t=0) = 0$ ) e distribuído uniformemente por todo o domínio. Para iniciar a circulação, uma bomba é acionada e impulsiona o fluido pelo interior do tubo. Assim, o fluido de perfuração presente no interior do tubo e do espaço anular começa a ser deslocado gradativamente. Devido à compressibilidade do fluido, a propagação da onda de pressão ocorre com velocidade finita. Desta forma, uma mudança na condição de contorno na entrada da tubulação demanda certo tempo até que esta condição seja percebida ao longo de toda a tubulação.

As condições de contorno analisadas no presente trabalho são mostradas na Tabela 3.3, em que após o acionamento da bomba em  $t = 0$  a pressão manométrica na entrada da tubulação é mantida constante e igual a  $P_B$ , a pressão da bomba, e a pressão no final da tubulação é nula.

Estas condições de contorno devem ser utilizadas para determinar os parâmetros de referência,  $P_R$  e  $Q_R$ , comentados na Seção 3.4. No qual a pressão de

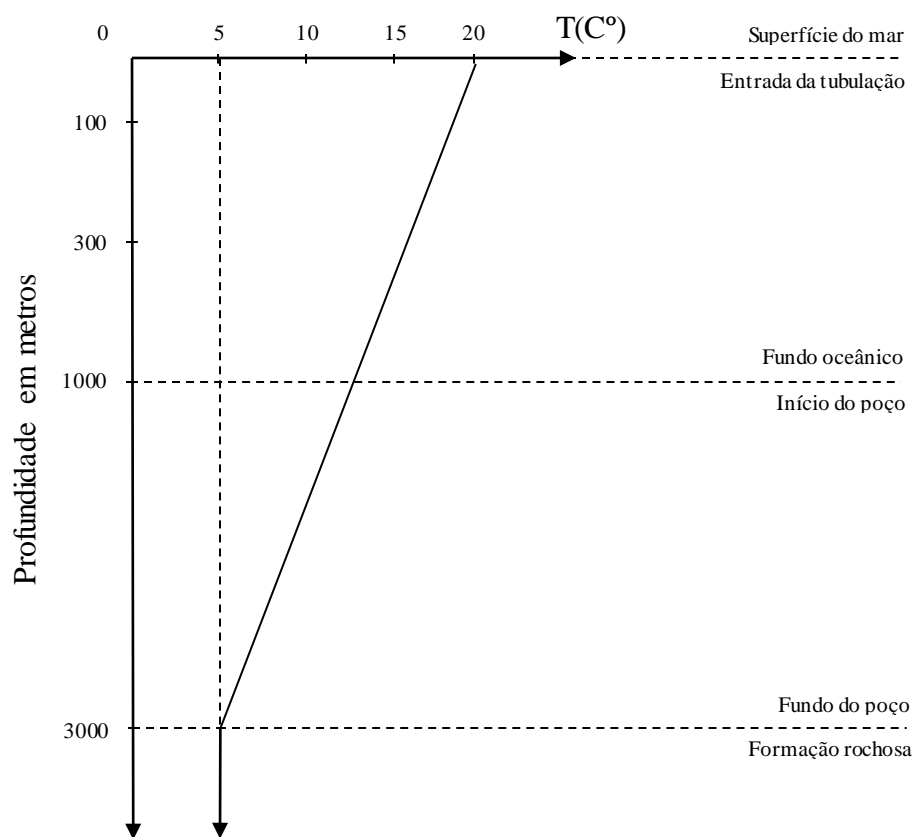
referência é tomada como a pressão da bomba ( $P_R = P_B$ ), e a vazão de referência acaba sendo uma função da pressão de referência ( $Q_R = f(P_B)$ ).

**Tabela 3.3 - Condições de Contorno Hidrodinâmicas.**

	Entrada	Saída
Condição 1: (Pressão Constante)	$P(z=0,t) = P_B$ $P^*(z^*=0,t^*) = 1$	$P(z=L,t) = 0$ $P^*(z^*=1,t^*) = 0$

### 3.5.2 Térmicas

Quando o fluido encontra-se em repouso ( $Q(z, t = 0) = 0$ ), considera-se que o seu perfil de temperatura está inicialmente em equilíbrio térmico com o perfil de temperatura do poço. Admite-se que o perfil de temperatura vertical na parede interna do poço seja idêntico ao perfil de temperatura externo ao poço, que abrange desde a superfície da água, passando pelo fundo oceânico até o fundo do poço. Sendo o perfil de temperatura vertical definido na Figura 3.5.



**Figura 3.5 – Diagrama esquemático do perfil linear de temperatura, arbitrado para a parede interna da coluna de perfuração e para a condição inicial do fluido (autoria própria).**

A Figura 3.5 descreve o perfil linear de temperatura, arbitrado na faixa de  $5^{\circ}\text{C}$  a  $20^{\circ}\text{C}$ , na parede interna da tubulação e para o fluido inicialmente em repouso.

Logo após o reinício da circulação, o fluido entra na coluna de perfuração a uma temperatura de injeção ( $T_{in} = 25^{\circ}\text{C}$ ). Formando um gradiente de temperatura entre o fluido que escoar no interior da coluna de perfuração e a parede interna da tubulação.

O que promove o fluxo de calor através da tubulação e, com isso, a variação do perfil de temperatura do fluido, até que o sistema atinja o equilíbrio térmico novamente.

### 3.6 Parâmetros de Escoamento

Como foi explicado na seção 3.5, deve-se determinar a vazão de referência em função da pressão de referência ( $Q_R = f(P_B)$ ), para o caso de pressão conhecida na entrada da tubulação. Nessa condição, admite-se que a vazão de referência  $Q_R$  é a vazão volumétrica obtida para o escoamento de fluido Newtoniano em regime permanente. Dessa forma, a Equação (3.14), em regime permanente, pode ser escrita por:

$$-\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{4\tau_w}{D} \quad (3.48)$$

O gradiente de pressão pode ser escrito como função da queda de pressão ( $\Delta P$ ) ao longo de um comprimento  $L$ , em que ( $\partial P/\partial z = -\Delta P/L$ ). E substituindo-se a equação para vazão de fluido newtoniano, Equação (3.35), na Equação (3.48), obtém-se a seguinte expressão para a queda de pressão total, em função da vazão de referência, num escoamento em uma tubulação de seção circular:

$$\Delta P = \frac{32Q_R\mu_p L}{AD^2} \quad (3.49)$$

Como mostrado na Tabela 3.3, a condição de contorno impõe que a pressão na saída da tubulação seja nula. Com isso, pode-se relacionar a queda de pressão com a pressão proporcionada pela bomba ( $\Delta P = P_B$ ). Desse modo, a vazão da referência pode ser expressa rearranjando-se a Equação (3.49):

$$Q_R = \frac{P_B AD^2}{32\mu_p L} \quad (3.50)$$



Tendo-se determinado a vazão de referência em função da pressão, pode-se escrever o número de Mach:

$$Ma = \frac{Q_R}{Ac} = \left( \frac{Q_R}{Ac} \frac{P_B AD^2}{Ac 32 \mu_p L} \right)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{\alpha^* Re \delta}{32} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.51)$$

Em que:

$$Re \delta = \frac{\rho Q_R D^2}{\mu_p AL} \quad (3.52)$$

Com base na vazão de referência, definida na Equação (3.50), é possível escrever os parâmetros adimensionais das Equações (3.42) e (3.43) como:

$$\frac{Ma}{\alpha^*} = \left( \frac{1}{P_B \alpha} \right) \left( \frac{Q_R}{Ac} \right) = \left( \frac{\rho c^2}{P_B} \right) \left( \frac{P_B AD^2}{Ac 32 \mu_p L} \right) = \lambda \quad (3.53)$$

Sendo que  $\lambda$  é dado por:

$$\lambda = \left( \frac{Re \delta}{\alpha^* 32 \zeta} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\rho c D^2}{32 \mu_p L} \quad (3.54)$$

Substituindo a Equação (3.53) nas Equações (3.42), (3.43) e (3.44), obtêm-se:

$$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \tau_w^* = 0 \quad (3.56)$$

$$\frac{\partial(\rho^* \theta)}{\partial t^*} + (\alpha^* \lambda) \frac{\partial(\rho^* Q^* \theta)}{\partial z^*} = \Phi(\theta_w - \theta) \quad (3.57)$$

Em que  $\Phi$  é definido como:

$$\Phi = \frac{4 Ma Nu}{\delta Re Pr} = \frac{1 Nu}{8\lambda Pr} = \frac{4hL}{\rho c D C_p} \quad (3.58)$$

Os parâmetros obtidos nas Equações (3.55), (3.56) e (3.57), foram deduzidos de forma a preservar o parâmetro  $\lambda$ , analisado no trabalho de Oliveira (2011), para posterior comparação dos resultados na simulação do caso isotérmico e validação do mode lo.

### Número de Bingham

A característica não newtoniana do fluido de perfuração é incorporada ao modelo através do número de Bingham. Para que o escoamento do fluido ocorra, é necessário que o gradiente de pressão proporcionado pela bomba consiga vencer a tensão limite de escoamento ao longo de toda a tubulação. Fazendo um balanço de forças em um volume de controle que compreende as paredes internas da tubulação, no qual a força normal à área da secção transversal se iguala à força de cisalhamento nas paredes da tubulação, pode-se encontrar a mínima diferença de pressão necessária para superar a tensão limite de escoamento. A Figura 3.4 mostra um diagrama com as forças atuantes no volume de controle:

$$\Delta P A = \tau_w A_l \quad (3.59)$$

$$\Delta P \left( \frac{\pi D^2}{4} \right) = \tau_w \pi D L \quad (3.60)$$

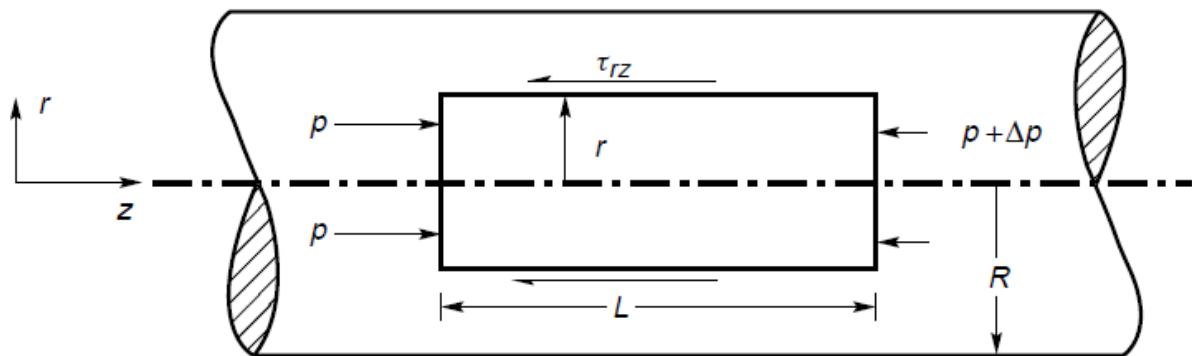


Figura 3.6 – Diagrama do balanço de forças de um volume de controle, contido no escoamento em um tubo (Adaptado de: CHHABRA E RICHARDSON, 1999).

Para se determinar a diferença de pressão mínima,  $\Delta P_{\min}$ , faz-se  $\tau_w = \tau_y$ . Obtém-se então que:

$$\Delta P_{\min} = \frac{4\tau_y L}{D} \quad (3.61)$$

O número de Bingham é definido como a razão entre a mínima diferença de pressão necessária para iniciar o escoamento e a diferença de pressão máxima, proporcionada pela bomba ( $\Delta P = P_B$ ), escrito como:

$$Bi = \frac{\Delta P_{\min}}{\Delta P_T} = \frac{4\tau_y L}{P_B D} \quad (3.62)$$

sendo o número de Bingham,  $Bi$ , o parâmetro que caracteriza o escoamento do fluido, para a condição de pressão conhecida na entrada da tubulação. Baseado nesta definição, se  $Bi \geq 1$ , a pressão  $P_B$  é insuficiente para iniciar o escoamento.

Dessa forma, para a condição de contorno de pressão constante na entrada da tubulação, verifica-se que  $\lambda$ ,  $Bi$ ,  $\Phi$ ,  $\alpha^*$  e  $\beta^*$  são os parâmetros característicos do problema.

### 3.7 Síntese do Capítulo

Neste capítulo foi apresentada a modelagem matemática do sistema, que compreende a coluna de perfuração. Às equações governantes foram aplicadas as hipóteses simplificadoras necessárias para viabilizar a solução do problema, resultando nas Equações (3.10), (3.14) e (3.18). Após as simplificações, as equações diferenciais parciais foram adimensionalizadas, a fim de se reduzir a quantidade de parâmetros a serem analisados.

As equações de conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia, Equações (3.55), (3.56) e (3.57), respectivamente, e a equação de estado, Equação (3.45), formam um sistema de equações onde a pressão, a velocidade, a temperatura e a massa específica são as incógnitas. Os modelos analíticos dos perfis de velocidade foram deduzidos e as equações constitutivas de viscosidade e tensão limite de escoamento, obtidas experimentalmente, foram apresentadas. De forma que essas equações serão utilizadas para calcular iterativamente os valores de vazão e tensão de cisalhamento na parede da tubulação. A Tabela 3.4 apresenta as equações governantes adimensionais finais.

Tabela 3.4 – Equações e parâmetros governantes

Equações Governantes	Parâmetros
$\frac{\partial P^*}{\partial t^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} = 0$ $\frac{\partial P^*}{\partial z^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \tau_w^* = 0$ $\frac{\partial(\rho^* \theta)}{\partial t^*} + (\alpha^* \lambda) \frac{\partial(\rho^* Q^* \theta)}{\partial z^*} = \Phi(\theta_w - \theta)$ $\rho^* = e^{\alpha^* P^* - \beta^*(\theta - 1)}$ $Q^* = \tau_w^* - \left( \frac{4}{3} \right) Bi + \frac{1}{3} \frac{(Bi)^4}{(\tau_w^*)^3}$	$\lambda = \left( \frac{Re \delta}{\alpha^* 32 \zeta} \right)^2 = \frac{\rho c D^2}{32 \mu_p L};$ $Bi = \frac{\Delta P_{\min}}{\Delta P_T} = \frac{4 \tau_y L}{P_B D};$ $\Phi = \frac{4 Ma Nu}{\delta Re Pr} = \frac{1 Nu}{8 \lambda Pr} = \frac{4 h L}{\rho c D c_p}$ $\alpha^* = \frac{P_R}{\rho_0 c^2} = P_R \alpha$ $\beta^* = \beta (T_{\max} - T_{\min})$ $P_R = \frac{32 Q_{in} \mu_p L}{A D^2}$ $Q_R = \frac{P_B A D^2}{32 \mu_p L}$

## 4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Neste capítulo do trabalho é apresentado a discretização e a solução das equações apresentadas na modelagem matemática do problema, descritas no capítulo 3. A primeira etapa consiste na solução numérica das equações (3.55) e (3.56) pelo Método das Características (WYLIE *et al*, 1993). Na segunda etapa será realizada a solução numérica da equação (3.57) pelo método das diferenças finitas, que vai incrementar o efeito da variação da temperatura ao longo do tempo no problema. Dessa forma, ter-se-á a discretização de duas malhas: uma malha retangular para resolver valores de pressão e vazão ao longo do espaço e do tempo, e uma malha de energia que fornece valores de temperatura no espaço e no tempo.

Apresenta-se, também, a verificação do modelo matemático através da comparação dos resultados com a solução analítica para o escoamento de fluido newtoniano em um tubo de seção circular constante, submetido à condição de contorno de pressão constante na entrada da tubulação e pressão nula na saída, apresentadas na secção 3.5.1. Em seguida, verifica-se o escoamento de fluido de Bingham na geometria do problema. Analisa-se nesta etapa o critério de convergência e a sensibilidade da malha.

### 4.1 Discretização das Equações da Conservação da Massa e da Quantidade de Movimento

#### 4.1.1 Método das Características

As equações da conservação da massa, Equação (3.55), e da quantidade de movimento, Equação (3.56), formam um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas, tendo como incógnitas a pressão e a vazão e como variáveis independentes a posição e o tempo. Para a solução do problema será aplicado o método das características, o qual consiste na simplificação das equações diferenciais parciais em uma família equações diferenciais ordinárias. As equações resultantes são integradas pelo método das diferenças finitas (WILYE *et al.*, 1993).

A primeira etapa do processo consiste em combinar linearmente as equações (3.55) e (3.56) usando o multiplicador  $\chi$  :

$$\left[ \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \tau_w^* \right] + \chi \left[ \frac{\partial P^*}{\partial t^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \right] = 0 \quad (4.1)$$

Rearranjando os termos, a Equação (4.1) pode ser escrita na forma:

$$\chi \left[ \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \frac{1}{\chi} \frac{\partial P^*}{\partial z^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} \right] + (\lambda) \left[ \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \chi \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \right] + \tau_w^* = 0 \quad (4.2)$$

Sabendo-se que  $P^* = P^*(z^*, t^*)$  e  $Q^* = Q^*(z^*, t^*)$ , é possível aplicar a definição de derivadas totais para pressão e velocidade:

$$\frac{dP^*}{dt^*} = \frac{\partial P^*}{\partial t^*} + \frac{\partial P^*}{\partial z^*} \frac{dz^*}{dt^*} \quad (4.3)$$

$$\frac{dQ^*}{dt^*} = \frac{\partial Q^*}{\partial t^*} + \frac{\partial Q^*}{\partial z^*} \frac{dz^*}{dt^*} \quad (4.4)$$

Comparando as Equações (4.2), (4.3) e (4.4) deduz-se que:

$$\frac{dz^*}{dt^*} = \frac{1}{\chi} = \chi \quad (4.5)$$

Resolvendo a Equação (4.5) para o multiplicador  $\chi$ :

$$\chi = \pm 1 \quad \text{e} \quad \frac{dz^*}{dt^*} = \pm 1 \quad (4.6)$$

Aplicando-se as definições (4.3), (4.4) e (4.6), a equação (4.2) pode ser reescrita em termos de suas derivadas totais:

$$\pm \left[ \frac{dP^*}{dt^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} \right] + (\lambda) \frac{dQ^*}{dt^*} + \tau_w^* = 0 \quad (4.7)$$

A partir das Equações (4.6) e (4.7) são determinados dois pares de equações, os quais definem as linhas características  $C^+$  e  $C^-$ :

$$C^+ : \begin{cases} \frac{dP^*}{dt^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dt^*} + \tau_w^* = 0 \\ dz^* = dt^* \end{cases} \quad (4.8)$$

$$C^- : \begin{cases} -\frac{dP^*}{dt^*} + \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dt^*} + \tau_w^* = 0 \\ dz^* = -dt^* \end{cases} \quad (4.9)$$

Como a tubulação está sendo discretizada ao longo do seu comprimento, é preciso substituir as derivadas no tempo por derivadas na distância. Para isso deve-se multiplicar as Equações (4.8) e (4.9) por  $(dt^*/dz^*)$ :

$$C^+ : \frac{dP^*}{dt^*} \frac{dt^*}{dz^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} \frac{dt^*}{dz^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dt^*} \frac{dt^*}{dz^*} + \tau_w^* \frac{dt^*}{dz^*} = 0 \quad (4.10)$$

$$C^- : -\frac{dP^*}{dt^*} \frac{dt^*}{dz^*} + \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} \frac{dt^*}{dz^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dt^*} \frac{dt^*}{dz^*} + \tau_w^* \frac{dt^*}{dz^*} = 0 \quad (4.11)$$

Rearranjando a Equação e lembrando que  $(dt/dz) = \pm 1$ , obtém-se (ESCREVER DE OUTRA FORMA):

$$C^+ : \frac{dP^*}{dz^*} - \left( \frac{\beta^*}{\alpha^*} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dz^*} + \tau_w^* = 0 \quad (4.12)$$

$$C^- : -\frac{dP^*}{dz^*} - \left(\frac{\beta^*}{\alpha^*}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t^*} + (\lambda) \frac{dQ^*}{dz^*} - \tau_w^* = 0 \quad (4.13)$$

Com as equações governantes convertidas em equações diferenciais totais, integram-se estas equações ao longo das linhas características  $C^+$  e  $C^-$  dentro de um intervalo  $dt$ . Conhecendo-se a vazão e a pressão em todo o domínio, em um instante inicial  $t=0$ , é possível determinar estas variáveis em um instante de tempo futuro. Utiliza-se uma malha uniforme, com um número par de células em cada região do domínio, em que cada célula possui um comprimento adimensional  $\Delta z^* = 1/N$ . A Figura 4.1 ilustra uma malha empregada para solução em um tubo. A integração da Equação (4.6) indica que a malha espacial e temporal devem manter a relação  $\Delta z^* = \Delta t^*$ .

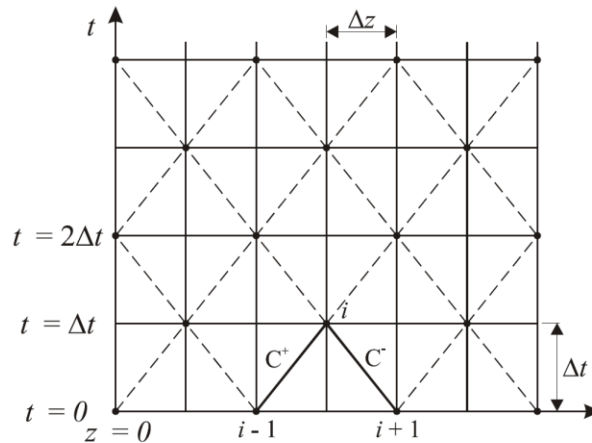


Figura 4.1 - Malha axial e temporal que descreve o método das características.

A integração da Equação (4.12), entre os pontos  $i-1$  e  $i$ , resulta na seguinte equação:

$$C^+ : \begin{cases} P_i^{*n+1} = P_{i-1}^{*n} + \frac{\beta^*}{\alpha^*} \left( \theta_{i-1}^n - \frac{\theta_{i-2}^{n-1} + \theta_i^{n-1}}{2} \right) \Delta z^* \\ -(\lambda) (Q_i^{*n+1} - Q_{i-1}^{*n}) - \frac{\Delta z^*}{2} (\tau_{w,i}^{*n+1} + \tau_{w,i-1}^{*n}) \end{cases} \quad (4.14)$$



onde o segundo termo à direita da Equação (4.14) está associado à diferença de temperatura entre o ponto desejado, no instante de tempo atual, e a média dos valores de temperatura adjacentes, no instante anterior, pois os pontos de temperatura a serem calculados são definidos pelo método das diferenças finitas aplicado à equação de energia, que será mostrado na secção 4.2.

Procedendo de maneira semelhante para a equação característica  $C^-$ , ou seja, integrando a Equação (4.13) entre as posições  $i+1$  e  $i$  chega-se em:

$$C^- : \begin{cases} P_i^{*n+1} = P_{i+1}^{*n} + \frac{\beta^*}{\alpha^*} \left( \theta_{i+1}^n - \frac{\theta_i^{n-1} + \theta_{i+2}^{n-1}}{2} \right) \Delta Z^* \\ -(\lambda)(Q_{i+1}^{*n} - Q_i^{*n+1}) + \frac{\Delta Z^*}{2} (\tau_{w,i}^{*n+1} + \tau_{w,i+1}^{*n}) \end{cases} \quad (4.15)$$

Note que as incógnitas das Equações (4.14) e (4.15) são  $P_i^{n+1}$  e  $Q_i^{n+1}$ . Os valores nas posições  $i-1$  e  $i+1$  já são conhecidos. Isolando-se o termo  $P_i^{n+1}$ , as equações citadas anteriormente podem ser reescritas da seguinte forma:

$$C^+ : P_i^{*n+1} = F^+ - (\lambda)Q_i^{*n+1} - \left( \frac{\Delta Z^*}{2} \right) \tau_{w,i}^{*n+1} \quad (4.16)$$

$$C^- : P_i^{*n+1} = F^- + (\lambda)Q_i^{*n+1} + \left( \frac{\Delta Z^*}{2} \right) \tau_{w,i}^{*n+1} \quad (4.17)$$

nas quais os coeficiente  $F^+$  e  $F^-$  são dados por:

$$F^+ = P_{i-1}^{*n} + \frac{\beta^*}{\alpha^*} \left( \theta_{i-1}^n - \frac{\theta_{i-2}^{n-1} + \theta_i^{n-1}}{2} \right) \Delta Z^* + (\lambda)Q_{i-1}^{*n} - \left( \frac{\Delta Z^*}{2} \right) \tau_{w,i-1}^{*n} \quad (4.18)$$

$$F^- = P_{i+1}^{*n} + \frac{\beta^*}{\alpha^*} \left( \theta_{i+1}^n - \frac{\theta_i^{n-1} + \theta_{i+2}^{n-1}}{2} \right) \Delta Z^* - (\lambda)Q_{i+1}^{*n} + \left( \frac{\Delta Z^*}{2} \right) \tau_{w,i+1}^{*n} \quad (4.19)$$

Resolvendo o sistema de equações formado pelas Equações (4.16) e (4.17), obtém-se as equações finais para o cálculo da pressão e vazão volumétrica como função dos valores de pressão e vazão no instante de tempo anterior. Então, somando-se as duas equações, tem-se:

$$P_i^{*n+1} = \frac{F^+ + F^-}{2} \quad (4.20)$$

E igualando-se as Equações (4.16) e (4.17), tem-se:

$$Q_i^{*n+1} = \left( \frac{1}{2\rho^* \lambda} \right) (F^+ - F^- - \tau_{w,i}^{*n+1} \Delta Z^*) \quad (4.21)$$

Uma vez que a tensão de cisalhamento  $\tau_{w,i}^*$  depende da vazão  $Q_i^*$  para ser calculada no instante de tempo futuro, esses dois valores serão calculados iterativamente pelo método das secantes.

## 4.2 Discretização da Equação da Conservação da Energia

A equação da conservação da energia, Equação (3.57), será discretizada pelo método das diferenças finitas. Sendo que a malha para esta equação, Figura 4.2, será coincidente com a malha obtida pelo método das características, Figura 4.1. As equações solução do problema estão referenciadas na Figura 4.2, onde: a) a cor azul escuro representa as equações do método das características, curvas  $C^+$  e  $C^-$ ; b) as cores verde, vermelho, azul claro e amarelo, representam as equações de conservação de energia ( $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  e  $E_4$ ), respectivamente.



A Equação (4.22) é válida para os pontos a partir de ( $i = 3$ ) até o ponto a jusante, do instante de tempo ( $t = 2\Delta t$ ) até o instante final. Para o cálculo da temperatura em ( $i = 3$ ), por exemplo, são usados os valores dos pontos ( $i = 3$ ), no instante ( $t = 0$ ), e ( $i = 1$ ), no instante ( $t = 2\Delta t$ ), como indicado pelas linhas verdes e pela denominação ( $E_1$ ), na Figura 4.2.

Colocando em fator comum os termos do ponto desejado e do ponto adjacente, e separando-se os pontos da parede da tubulação, nos instantes de tempo atual e futuro, obtém-se:

$$\begin{aligned} \theta_i^{n+2} \left[ \rho_i^{*n+2} \left( \frac{1}{\Delta t^*} + \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta Z^*} \right) Q_i^{*n+2} \right) + \Phi \right] - \theta_i^n \left( \frac{\rho_i^{*n}}{\Delta t^*} \right) \\ - \theta_{i-2}^{n+2} \left[ \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta Z^*} \right) (\rho^* Q^*)_{i-2}^{n+2} - \Phi \right] = \Phi (\theta_{w,i}^{n+2} + \theta_{w,i-2}^{n+2}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Rearranjando a Equação (4.23), tem-se:

$$\theta_i^{n+2} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-2}^{n+2} + C_4}{C_1} \quad (4.24)$$

Em que:

$$C_1 = \rho_i^{*n+2} \left( \frac{1}{\Delta t^*} + \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta Z^*} \right) Q_i^{*n+2} \right) + \Phi \quad (4.25)$$

$$C_2 = \frac{\rho_i^{*n}}{\Delta t^*} \quad (4.26)$$

$$C_3 = \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta Z^*} \right) (\rho^* Q^*)_{i-2}^{n+2} - \Phi \quad (4.27)$$

$$C_4 = \Phi(\theta_{w,i}^{n+2} + \theta_{w,i-2}^{n+2}) \quad (4.28)$$

Para o cálculo da temperatura nos pontos pares, no instante de tempo ( $t = \Delta t$ ), a Equação (3.57) será discretizada em relação a  $\Delta t^*$  e  $2\Delta z^*$ . E o valor atualizado será obtido mediante os valores nos instantes de tempo ( $t = 0$ ) e ( $t = \Delta t$ ). Tomando como exemplo o ponto ( $i = 4$ ), a temperatura é calculada usando-se os valores dos pontos ( $i = 4$ ), no instante ( $t = 0$ ), e ( $i = 2$ ), no instante ( $t = \Delta t$ ), como indicado pelas linhas vermelhas e pela denominação ( $E_2$ ), na Figura 4.2.

$$\theta_i^{n+1} = \frac{C_2\theta_i^n + C_3\theta_{i-2}^{n+1} + C_4}{C_1} \quad (4.29)$$

No qual:

$$C_1 = \rho_i^{*n+1} \left( \frac{2}{\Delta t^*} + \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta z^*} \right) Q_i^{*n+1} \right) + \Phi \quad (4.30)$$

$$C_2 = \frac{2\rho_i^{*n}}{\Delta t^*} \quad (4.31)$$

$$C_3 = \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta z^*} \right) (\rho^* Q^*)_{i-2}^{n+1} - \Phi \quad (4.32)$$

$$C_4 = \Phi(\theta_{w,i}^{n+1} + \theta_{w,i-2}^{n+1}) \quad (4.33)$$

No ponto ( $i = 2$ ), a partir do instante de tempo ( $t = 3\Delta t$ ), a Equação (3.57) é discretizada em relação a  $2\Delta t^*$  e  $\Delta z^*$ . Dessa forma, quando a temperatura é calculada nesse ponto, são usados os pontos ( $i = 1$ ), no instante ( $t = 3\Delta t$ ), e ( $i = 2$ ), no instante ( $t = \Delta t$ ), como indicado pelas linhas azuis e pela denominação ( $E_3$ ), na Figura 4.2.

$$\theta_i^{n+2} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-1}^{n+2} + C_4}{C_1} \quad (4.34)$$

No qual:

$$C_1 = \rho_i^{*n+2} \left( \frac{1}{\Delta t^*} + \left( \frac{2\alpha^* \lambda}{\Delta z^*} \right) Q_i^{*n+2} \right) + \Phi \quad (4.35)$$

$$C_2 = \frac{\rho_i^{*n}}{\Delta t^*} \quad (4.36)$$

$$C_3 = \left( \frac{2\alpha^* \lambda}{\Delta z^*} \right) (\rho^* Q^*)_{i-1}^{n+2} - \Phi \quad (4.37)$$

$$C_4 = \Phi (\theta_{w,i}^{n+2} + \theta_{w,i-1}^{n+2}) \quad (4.38)$$

Para o ponto ( $i=2$ ) no instante ( $t = \Delta t$ ), a Equação (3.57) foi discretizada em relação a  $\Delta t^*$  e  $\Delta z^*$ . A temperatura é calculada usando-se os pontos ( $i=1$ ), no instante ( $t = \Delta t$ ), e ( $i=2$ ), no instante ( $t=0$ ), como indicado pelas linhas amarelas e pela denominação ( $E_4$ ), na Figura 4.2.

$$\theta_i^{n+1} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-1}^{n+1} + C_4}{C_1} \quad (4.39)$$

No qual:

$$C_1 = 2\rho_i^{*n+1} \left( \frac{1}{\Delta t^*} + \left( \frac{\alpha^* \lambda}{\Delta z^*} \right) Q_i^{*n+1} \right) + \Phi \quad (4.40)$$

$$C_2 = \frac{2\rho_i^{*n}}{\Delta t^*} \quad (4.41)$$

$$C_3 = \left( \frac{2\alpha^* \lambda}{\Delta Z^*} \right) (\rho^* Q^*)_{i-1}^{n+1} - \Phi \quad (4.42)$$

$$C_4 = \Phi (\theta_{w,i}^{n+1} + \theta_{w,i-1}^{n+1}) \quad (4.43)$$

As Equações (4.24), (4.29), (4.34) e (4.39), contemplam todos os pontos da malha da solução para a equação da conservação de energia, que está perfeitamente acoplada à malha da solução obtida pelo método das características.

### Índices das Soluções Analíticas e Empíricas

A indexação das soluções analíticas, Equações (3.20) e (3.34), e empíricas, Equações (3.36) e (3.37), indica de que forma as mesmas serão acopladas ao modelo numérico. Desse modo, obtém-se:

$$\rho_i^{n+1} = \rho_0 e^{\alpha_i^n (P_i^{n+1} - P_0) - \beta_i^n (T_i^n - T_0)} \quad (4.44)$$

$$Q_i^{n+1} = \frac{\pi (R)^3}{\mu_{p,i}^n} \left( \frac{\tau_{w,i}^{n+1}}{4} - \frac{\tau_{y,i}^n}{3} + \frac{1}{12} \frac{(\tau_{y,i}^n)^4}{(\tau_{w,i}^{n+1})^3} \right) \quad (4.45)$$

$$\tau_{y,i}^{n+1} = -0,075(T_i^{n+1}) + 7,6917 \quad (4.46)$$

$$\mu_{p,i}^{n+1} = -1,81(T_i^{n+1}) + 104,42 \quad (4.47)$$

Este trabalho contempla a modelagem matemática e solução numérica para a simulação do escoamento de fluidos de perfuração newtoniano e não-newtoniano numa coluna de perfuração (tubo orientado verticalmente), para as hipóteses de escoamento compressível e não-isotérmico. Para o qual, as análises serão realizadas para as três condições de contorno apresentadas na seção 3.5. A Figura 4.3, apresenta a distribuição dos volumes da malha axial e as principais equações do modelo desenvolvido são apresentadas na Tabela 4.1.

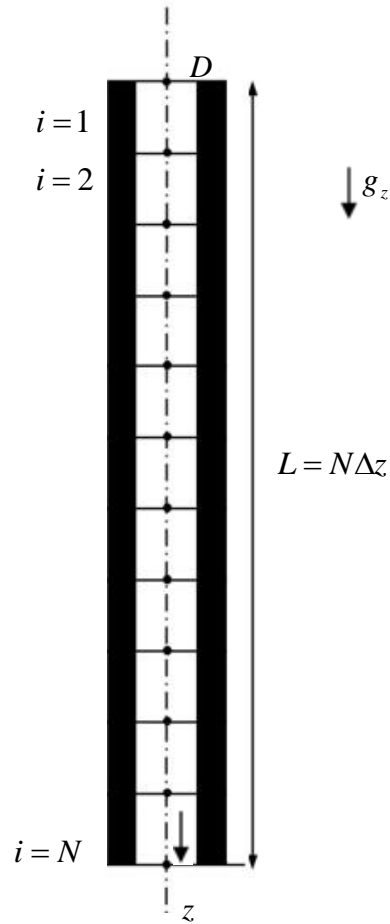


Figura 4.3 – Distribuição dos volumes da malha axial ao longo da coluna de perfuração.

Tabela 4.1 – Equações solução do problema.

Numeração	Equações
(4.16)	$C^+ : P_i^{*n+1} = F^+ - (\rho^* \lambda) Q_i^{*n+1} - \left( \frac{2\Delta z^*}{\delta} \right) \tau_{w,i}^{*n+1}$
(4.17)	$C^- : P_i^{*n+1} = F^- + (\rho^* \lambda) Q_i^{*n+1} + \left( \frac{2\Delta z^*}{\delta} \right) \tau_{w,i}^{*n+1}$
(4.24)	$\theta_i^{n+2} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-2}^{n+2} + C_4}{C_1}$
(4.29)	$\theta_i^{n+2} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-1}^{n+2} + C_4}{C_1}$
(4.34)	$\theta_i^{n+2} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-1}^{n+2} + C_4}{C_1}$
(4.39)	$\theta_i^{n+1} = \frac{C_2 \theta_i^n + C_3 \theta_{i-1}^{n+1} + C_4}{C_1}$
(3.20)	$\rho_i^{n+1} = \rho_0 e^{\alpha_i^n (P_i^{n+1} - P_0) - \beta_i^n (T_i^n - T_0)}$



(3.34)	$Q_i^{n+1} = \frac{\pi(R)^3}{\mu_{p,i}^n} \left( \frac{\tau_{w,i}^{n+1}}{4} - \frac{\tau_{y,i}^n}{3} + \frac{1}{12} \frac{(\tau_{y,i}^n)^4}{(\tau_{w,i}^{n+1})^3} \right)$
(3.36)	$\tau_{y,i}^{n+1} = -0,075(T_i^{n+1}) + 7,6917$
(3.37)	$\mu_{p,i}^{n+1} = -1,81(T_i^{n+1}) + 104,42$

### 4.3 Procedimento de Cálculo

Uma vez obtidas as equações solução do problema, Tabela 4.1, desenvolveu-se um algoritmo para implementar a solução. Desse modo, a obtenção dos campos de vazão, pressão, temperatura e demais variáveis ao longo do domínio do problema é realizada através de um software em linguagem computacional FORTRAN. A seguir, é mostrada a sequência lógica do programa para descrever o procedimento de cálculo:

1. Inicialmente, lê-se os dados de entrada, como as dimensões do poço, os parâmetros do fluido de perfuração, o tempo de simulação e os parâmetros iniciais do problema ( $\lambda$ ,  $Bi$ ,  $\Phi$ ,  $\alpha^*$  e  $\beta^*$ ). Nesta etapa também devem ser lidos qual condição de contorno será utilizada no problema, o número total de células da tubulação ( $N$ ) e o tempo máximo para a realização da simulação ( $t_{\max}^*$ ). Com base no tempo máximo, calcula-se o número máximo de instantes de tempo ( $k$ ). Em que a cada iteração avança-se dois passos de tempo,  $k_{\max} = (t_{\max}^*/2\Delta t^*) + 1$ ;
2. Conforme estabelecido nas condições iniciais, fazem-se os campos iniciais de pressão e de vazão iguais a zero, em ( $t^* = 0$ ) e ( $k = 1$ );
3. Calcula-se a pressão e a vazão nas fronteiras pares da malha da tubulação através das Equações (4.20) e (4.21), respectivamente. A pressão e a vazão calculadas neste estágio correspondem a uma etapa intermediária,  $t^* = (2k - 1)\Delta t$ . Após isso calculam-se os novos valores de massa específica, temperatura (no mesmo looping de tempo), Equações (3.21) e (4.24) respectivamente, e, por sua vez, as novas propriedades do fluido de perfuração: viscosidade, tensão limite de escoamento, compressibilidade,

coeficiente de expansão volumétrica e coeficiente de película. As equações aplicadas aos fluidos Newtoniano e Binghamiano diferem para o cálculo da vazão (pelo fato de o fluido Newtoniano não possuir tensão limite de escoamento) e viscosidade. Caso o fluido seja Newtoniano a aplicação das equações já soluciona o problema. Entretanto, se o fluido é de Bingham, uma vez que a tensão de cisalhamento na parede,  $\tau_{w,i}^*$ , depende da vazão,  $Q_i^*$ , o processo é realizado iterativamente. Como estimativa inicial, utiliza-se a vazão obtida para o escoamento de fluido Newtoniano e obtém-se o valor da tensão de cisalhamento na parede. Com esse valor, calcula-se uma nova vazão para Bingham. Este processo se repete enquanto o resíduo ( $\text{Res}(i) = |Q_i^{*n+1} - Q_i^{*n}|$ ) for superior ao resíduo máximo  $\text{Res}_{\text{max}}$  ou de o número máximo de iterações  $n_{\text{max}}$  for atingido;

4. Com os campos de pressão, vazão, temperatura e as demais variáveis determinadas em toda a malha de entrada passa-se para a determinação desses campos no próximo passo de tempo ( $t^* = 2k\Delta t^*$ ). O processo é semelhante ao realizado no passo anterior, com a diferença de que o cálculo ocorre nas células ímpares, começando pela fronteira ( $i = 3$ ) e indo até a fronteira ( $N - 1$ );
5. Passa-se para a determinação das variáveis nos contornos. Este passo depende da condição de contorno que é imposta ao problema. Para a fronteira à esquerda, ( $i = 1$ ), conhecendo-se uma das incógnitas, pressão ou vazão, é possível determinar a outra, através da linha característica ( $C^-$ ), Equação (4.17), uma vez que os valores de pressão e vazão no passo de tempo anterior, em ( $i = 2$ ) são conhecidos. Para a fronteira da direita, ( $i = N + 1$ ), o procedimento é similar ao longo da linha característica ( $C^+$ );
6. Armazenam-se então os campos de pressão, vazão, temperatura e demais variáveis no instante de tempo atual, ( $t^* = 2k\Delta t^*$ );
7. Verifica-se se o tempo máximo estipulado foi alcançado, caso positivo, encerra-

se o problema, caso negativo, avança-se uma iteração e retoma-se o passo 3.

#### 4.4 Verificação do Modelo

##### 4.4.1 Comparação com a Solução Analítica para Fluido Newtoniano

Para o escoamento de fluidos newtonianos em um tubo de seção circular constante, sob a condição de contorno de pressão constante na entrada e pressão nula na saída, as soluções analíticas para determinação dos campos de pressão e vazão são conhecidas (OLIVEIRA, 2011), respectivamente por:

$$P^*(z^*, t^*) = (1 - z^*) - 2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}} \sum_{l=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\Omega_l} \sin \Omega_l z^* \left( \cos \omega_l t^* + \frac{1}{2\lambda \omega_l} \sin \omega_l t^* \right) \right] \quad (4.48)$$

$$Q^*(z^*, t^*) = \frac{2e^{-\frac{t^*}{2\lambda}}}{\lambda} \sum_{l=1}^{\infty} \left( \frac{1}{\omega_l} \cos \Omega_l z^* \sin \omega_l t^* \right) + \left( 1 - e^{-\frac{t^*}{\lambda}} \right) \quad (4.49)$$

sendo  $\Omega_l = l\pi$ ,  $\omega_l^2 = \Omega_l^2 - 1/4\lambda^2$ , e  $l$  um número inteiro. A validade destas soluções ocorre quando  $\lambda \geq 1/2\pi \approx 0,16$ .

Visando comparar os resultados do presente modelo com a solução analítica para o caso isotérmico, adotou-se os parâmetros da Tabela 4.2.

**Tabela 4.2 - Parâmetros utilizados na comparação de resultados.**

$\lambda$	$Bi$	$\Phi$	$\alpha^*$	$\beta^*$	$N$
1	0	0	$1,0(10^{-6})$	0	1000

Inicialmente, o fluido encontra-se em repouso preenchendo todo o espaço no interior do tubo e com condição de contorno de pressão de 0,1 na entrada do tubo. A pressão manométrica na saída do tubo é nula. A Figura 4.4 apresenta a comparação entre o resultado da solução analítica e o resultado do modelo atual, em que a solução numérica é validada pela boa proximidade com a curva da solução analítica. Pelo fato de a solução analítica admitir infinitos pontos, observa-se que a curva é mais

suavizada nas extremidades em comparação com a solução numérica, como mostra a ampliação na Figura 4.4.

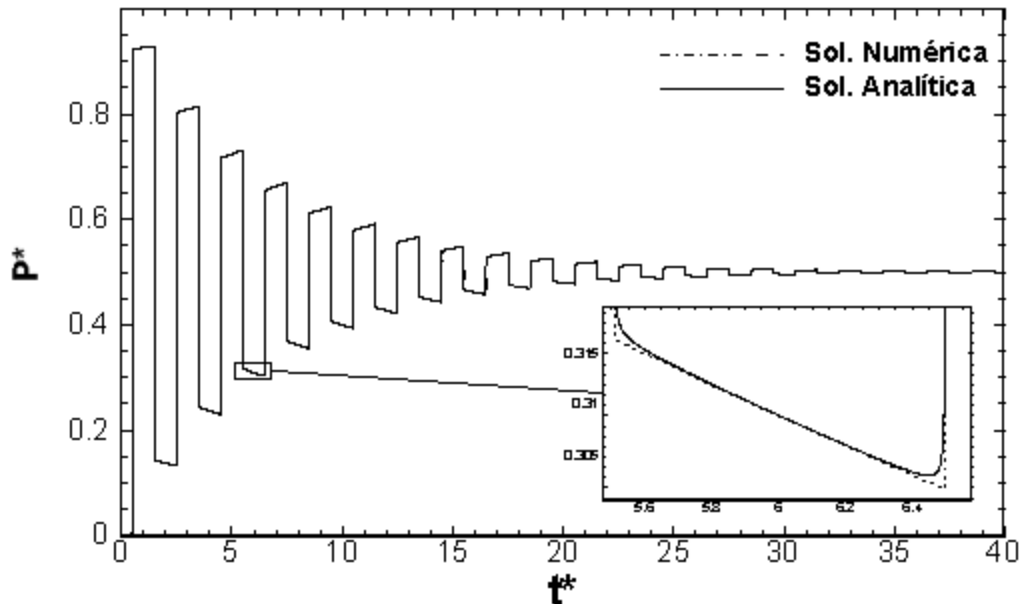


Figura 4.4 – Comparação entre o método das características com a solução analítica durante a evolução temporal de pressão adimensional em  $z^* = 0,5$ .

#### 4.4.2 Análise de Sensibilidade da Malha

Para a análise de sensibilidade da malha, realizou-se a mesma simulação variando apenas o número de células na direção axial. Os parâmetros do fluido são apresentados no Capítulo 5, sendo o objetivo desta seção analisar somente o efeito do refinamento da malha.

Na análise da malha axial, foram utilizados os seguintes números de células: 500, 1000 e 3000. A Figura 4.5 apresenta a variação da pressão ao longo do tempo na tubulação para as quatro malhas axiais definidas, na condição de pressão conhecida na entrada. Nota-se que, para a obtenção da evolução temporal da pressão, o número de volumes para os métodos utilizados, método das características e diferenças finitas, deve ser razoavelmente elevado, pois o modelo não admite uma discretização inferior a 3000 pontos. A partir desse valor, o número de volumes passa a interferir minimamente.

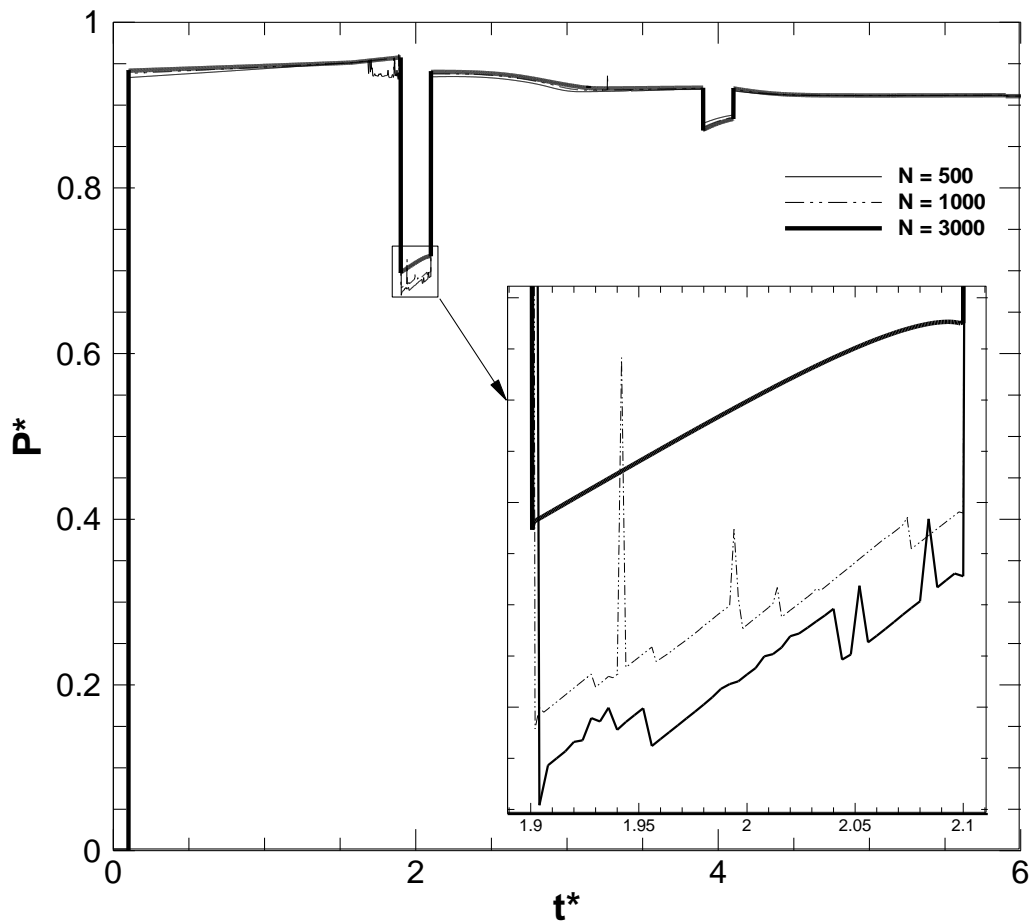


Figura 4.5 – Variação da pressão adimensional ao longo do tempo adimensional no fundo do poço para diferentes números de volumes, na condição de pressão constante, em  $z^* = 0,1$ .

#### 4.5 Síntese do Capítulo

Neste capítulo, foram apresentadas as discretizações das equações do problema e a posterior aplicação do método das características para a solução das equações de conservação da massa e quantidade de movimento, e a aplicação do método das diferenças finitas para a solução da equação da energia, de forma acoplada com o método das características. Então, foi realizada a verificação do modelo numérico com a solução analítica do escoamento para fluido newtoniano. Por fim, foi feita a análise de sensibilidade da malha, para os casos de pressão e vazão conhecidos na entrada da tubulação e pressão nula na saída, a fim de se obter uma maior confiabilidade em relação aos dados gerados pelo modelo numérico.

## 5 RESULTADOS

### 5.1 Escoamento com Pressão Constante

Com o objetivo de analisar a propagação de pressão durante o reinício de escoamento de fluido de perfuração e os efeitos dos parâmetros adimensionais do problema, determinou-se um caso padrão com parâmetros da geometria e do fluido definidos. A partir deste caso, foram analisados os efeitos de determinados parâmetros e comparou-se os resultados entre um fluido de Bingham e um fluido Newtoniano. A Tabela 5.1 apresenta os valores de cada parâmetro.

**Tabela 5.1 - Parâmetros da perfuração do caso padrão.**

Parâmetro	Valor	Unidade
Velocidade de propagação da onda de pressão, $c$	1000	$[m.s^{-1}]$
Temperatura mínima, $T_{min}$	5,00	$[^{\circ}C]$
Temperatura máxima, $T_{max}$	20,00	$[^{\circ}C]$
Temperatura de injeção do fluido, $T_{in}$	25,00	$[^{\circ}C]$
Compressibilidade adimensional, $\alpha^*$	$1,0(10^{-6})$	$[-]$
Coefficiente de expansão térmica adimensional, $\beta^*$	$1,0(10^{-6})$	$[-]$
Diâmetro da tubulação, $D$	0,5	$[m]$
Comprimento da tubulação, $L$	3000	$[m]$
Área da tubulação, $A$	0,1963	$[m^2]$
Número de Bingham, $Bi$	0,8975	$[-]$
Parâmetro $\Phi$	0,1428	$[-]$
Parâmetro $\lambda$	0,8975	$[-]$

Para a análise de sensibilidade dos parâmetros adimensionais sob à condição de contorno de pressão constante na entrada da tubulação e nula na saída, foi utilizado o caso padrão apresentado na Tabela 5.1.

Quando acionada a bomba de circulação, assume-se que a pressão na entrada da tubulação atinge seu valor máximo e mantém-se. Portanto, a variação de pressão ao longo da tubulação depende da propagação da onda de pressão. A Figura 5.1 apresenta a evolução temporal da pressão, durante o regime transiente da

recirculação, em dois pontos da tubulação ( $z^*=0,1$  e  $z^*=0,9$ ), comparando os casos isotérmico e não-isotérmico.

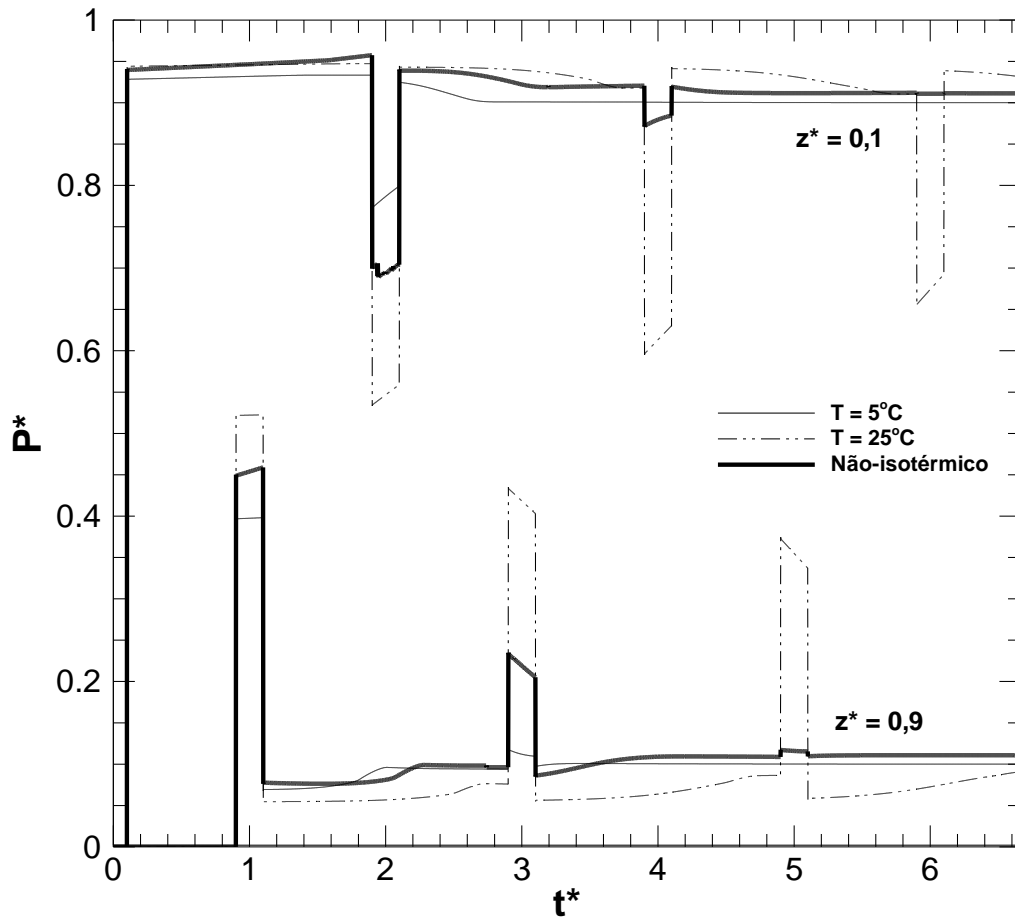


Figura 5.1 – Evolução temporal da pressão para duas posições da tubulação ( $z^*=0,1$  e  $z^*=0,9$ ) e comparação entre os casos de escoamento compressível isotérmico, ( $T=5^\circ\text{C}$  e  $T=25^\circ\text{C}$ ), e não-isotérmico.

Nota-se, na Figura 5.1, oscilações na pressão devido à propagação e reflexão da onda de pressão. Isso se deve ao fato de que as ondas de pressão, ao se propagarem, sofrem reflexão quando se deparam com as extremidades da tubulação. E quando uma onda em sentido ao final da tubulação encontra uma onda refletida, ocorre uma interferência construtiva, que acarreta num pico de pressão. Após a interferência, as ondas continuam se propagando, sem que energia tenha sido dissipada devido à interferência.

Em cada posição mostrada no gráfico, as hipóteses para avaliar o efeito da temperatura geraram resultados diferentes. Para o caso isotérmico a  $25^\circ\text{C}$  houve uma

maior oscilação de pressão, que advém da redução da viscosidade do fluido a essa temperatura. Desse modo, a energia dissipada no deslocamento da onda de pressão é a menor em relação aos outros casos. Para as hipóteses isotérmica com temperatura fixada a 5°C houve uma maior dissipação de energia, devido a menor temperatura e, com isso, um aumento na viscosidade do fluido. Dessa forma, as oscilações da propagação de onda ficaram muito mais amortecidas.

As três hipóteses simuladas também diferem na forma dos patamares dos picos de pressão, em que a 25°C o patamar possui uma maior curvatura, mostrando que a pressão não é constante como se costuma observar no caso isotérmico. Para o caso a 5°C o patamar também não possui pressão constante, contudo, isso se manifesta no início da interferência entre ondas e, a ao longo do patamar, a pressão passa a se tornar constante. Já o caso não isotérmico permaneceu em uma faixa intermediária aos outros dois casos.

## 5.2 Efeitos dos Parâmetros

A partir dos parâmetros estabelecidos na Tabela 5.1, outros casos foram simulados a fim de se realizar a análise dos efeitos dos parâmetros adimensionais do problema:  $\lambda$ ,  $Bi$ ,  $\Phi$ ,  $\alpha^*$  e  $\beta^*$ .

### 5.2.1 Efeito do Parâmetro $\lambda$

O parâmetro  $\lambda = (\rho c D^2) / (32 \mu_p L)$  representa o efeito relativo entre a propagação da onda de pressão e a dissipação viscosa. Note que  $\lambda = (\rho c D / \mu_p) (D/L) (1/32)$  pode ser entendido como uma relação entre o número de Reynolds (em termos da velocidade da onda) multiplicado pela razão de aspecto. Aumentando o comprimento da tubulação, bem como a viscosidade do fluido, obtém-se menores valores de  $\lambda$ , o que proporciona uma dissipação mais rápida da onda de pressão. Fluidos com maior massa específica ou que permitam maiores velocidades de propagação (menor compressibilidade), escoando em tubulações de maiores diâmetros dissipam mais lentamente a onda de pressão, possuindo maiores valores de  $\lambda$ .

Analisando o efeito de  $\lambda$  na evolução temporal dos campos de pressão, Figura 5.2, observa-se que para pequenos valores deste parâmetro ocorre uma maior



dissipação das ondas de pressão, em que para  $\lambda = 0,2$  os picos de pressão sofrem maior dissipação ao longo do escoamento. Contudo, nota-se uma maior oscilação de pressão no patamar dos picos de pressão, apresentando uma instabilidade ao final do pico, como pode ser observado na ampliação na Figura 5.2. Para  $\lambda = 0,5$  e  $\lambda = 1,0$ , a oscilação no patamar dos picos de pressão reduz gradualmente e a dissipação de pressão é menor, apresentando picos de pressão mais elevados para  $\lambda = 1,0$ .

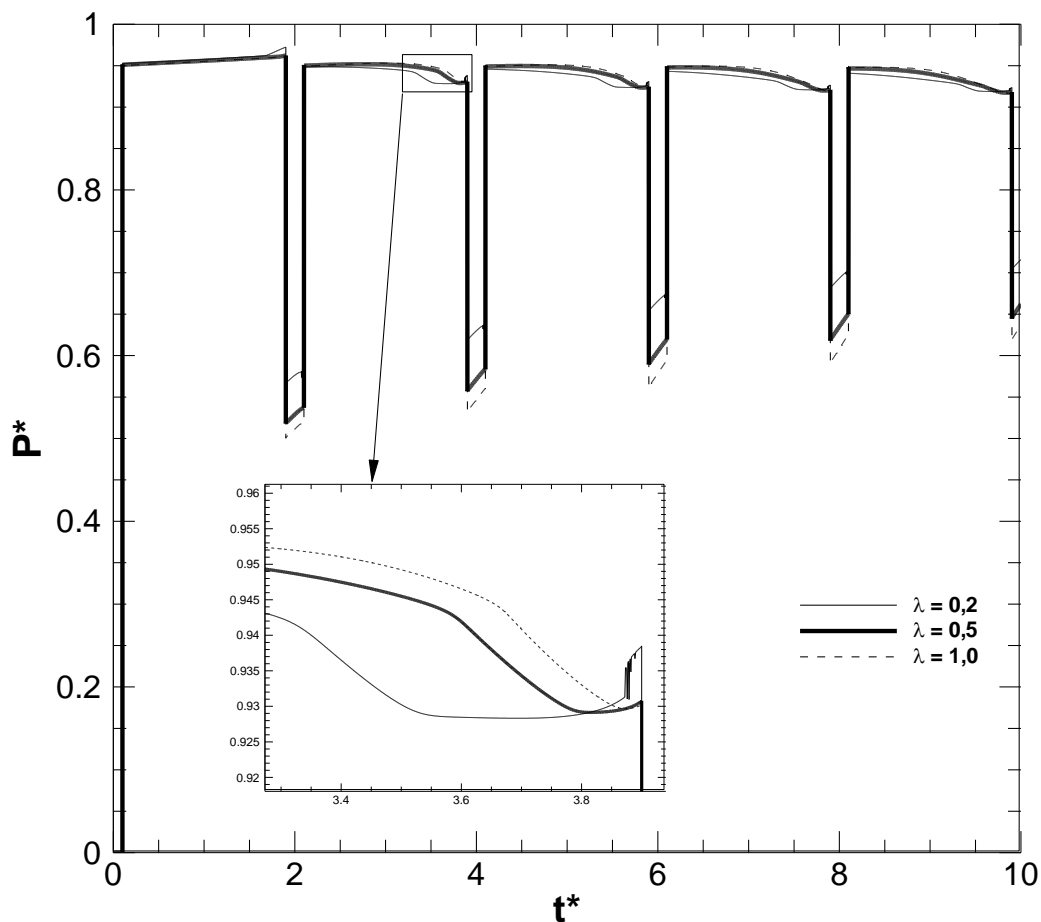


Figura 5.2 – Efeito do parâmetro  $\lambda$  na evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$ ;  $Bi = 0,2$ ;  $\Phi = 0,2$ ;  $\alpha^* = 1,0(10E-6)$ ;  $\beta^* = 1,0(10E-6)$ .

### 5.2.2 Efeito do Número de Bingham, $Bi$

A característica não newtoniana do fluido de perfuração é incorporada ao modelo através do número de Bingham, que fornece uma medida da viscoplasticidade do fluido na formação e localização de zonas de estagnação dentro da tubulação. Ele é

definido como a razão entre a mínima diferença de pressão necessária para iniciar o escoamento e a diferença de pressão máxima, proporcionada pela bomba.

A Figura 5.3, apresenta o efeito do número de Bingham na evolução temporal da pressão, durante um escoamento em regime transiente, compressível e não-isotérmico. Percebe-se que, com o aumento do número de Bingham, ocorre o amortecimento dos picos de pressão, onde uma pequena variação deste parâmetro promove uma significativa redução da transitoriedade do processo. O valor do número de Bingham caracteriza o escoamento, em que, para um número de Bingham igual a zero, o efeito da tensão limite de escoamento não é evidente e tem-se um fluido Newtoniano.

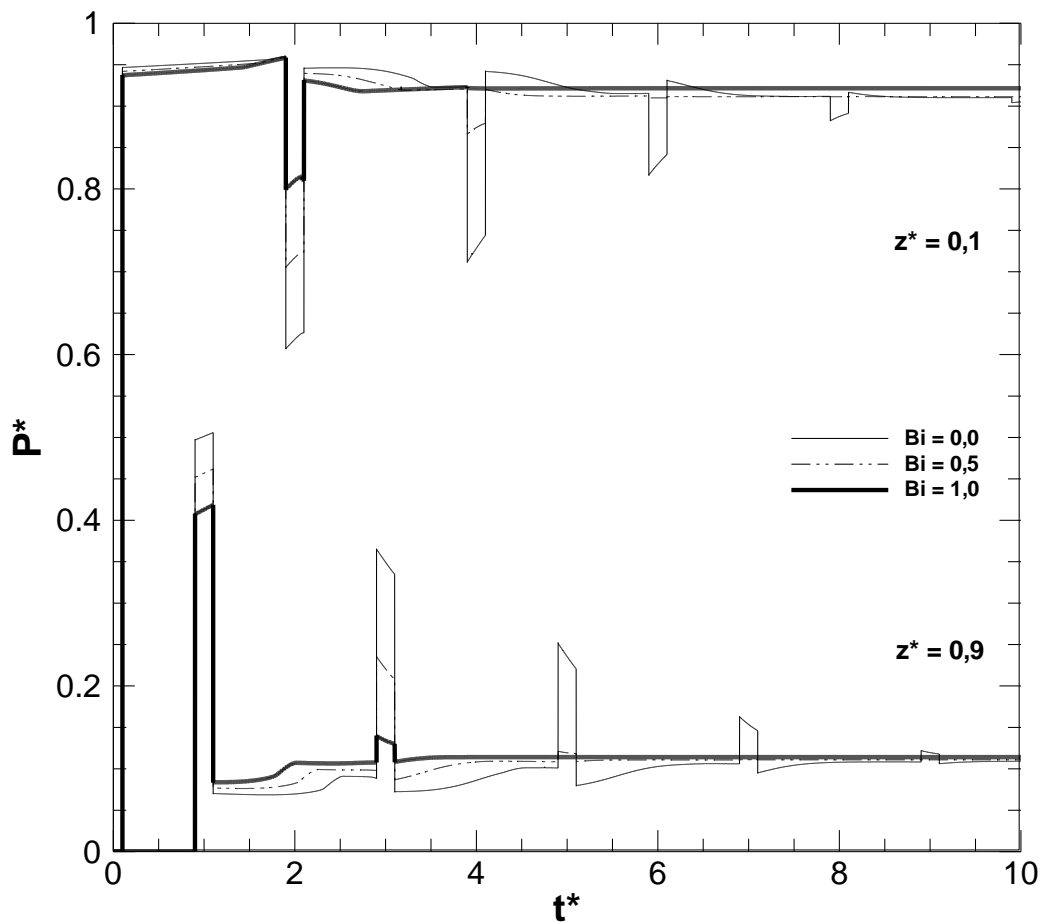


Figura 5.3 – Efeito do número de Bingham,  $Bi$ , na evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$  e  $z^* = 0,9$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $\Phi = 0,2$ ;  $\alpha^* = 1,0(10E-6)$ ;  $\beta^* = 1,0(10E-6)$ .

Para a hipótese isotérmica, à medida que o número de Bingham se aproxima de 1,0, a pressão na entrada da tubulação reduz até a pressão mínima de escoamento e tem-se então um regime transitório totalmente amortecido e vazão nula. Para o escoamento não-isotérmico, mostrado na Figura 5.3, a curva para Bingham igual a 1,0 mostra um pico de pressão inicial. Isso se deve ao efeito da temperatura nas propriedades do fluido, que faz com que as características do fluido não sejam homogêneas ao longo da tubulação.

### 5.2.3 Efeito do Parâmetro, $\Phi$

O parâmetro  $\Phi$  está associado à taxa de transmissão de calor ao longo das paredes da tubulação, decorrente de uma diferença de temperatura estabelecida entre a parede interna do tubo e a temperatura média do fluido, sendo este parâmetro fortemente dependente das propriedades do fluido e do material da tubulação. Este parâmetro pode ser entendido como uma relação entre as propriedades de escoamento e as propriedades termodinâmicas do fluido  $\Phi = (Ma/Re)(Nu/Pr)(4/\delta)$ . O propósito do emprego deste parâmetro é verificar se a transferência de calor durante o processo interfere sensivelmente nas propriedades reológicas do fluido de perfuração.

A Figura 5.4 mostra o efeito do parâmetro  $\Phi$ , na evolução temporal da pressão na entrada da tubulação. E observa-se que este parâmetro não atua no sentido de dissipar as ondas de pressão e tem uma interferência mínima no patamar dos picos de pressão, gerando apenas uma instabilidade na extremidade de saída do patamar de cada pico.

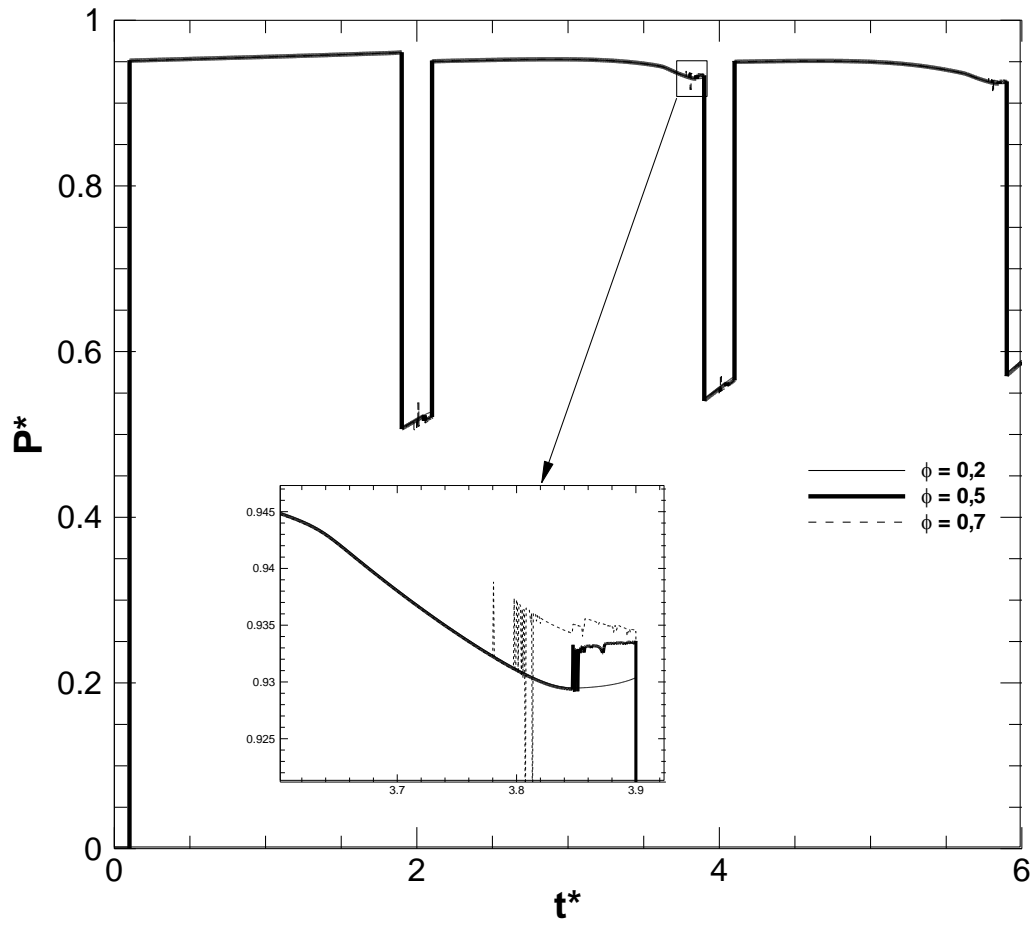


Figura 5.4 – Efeito do parâmetro  $\Phi$ , na evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$ ;  $Bi = 0,2$ ;  $\Phi = 0,2$ ;  $\alpha^* = 1,0(10E-6)$ ;  $\beta^* = 1,0(10E-6)$ .

### 5.2.4 Efeito da Compressibilidade Adimensional, $\alpha^*$

O presente modelo só é capaz de simular escoamento de fluidos com baixíssima compressibilidade. Devido a isso, os efeitos da variação da compressibilidade adimensional não são evidentes, como mostra a Figura 5.5, e as curvas são idênticas.

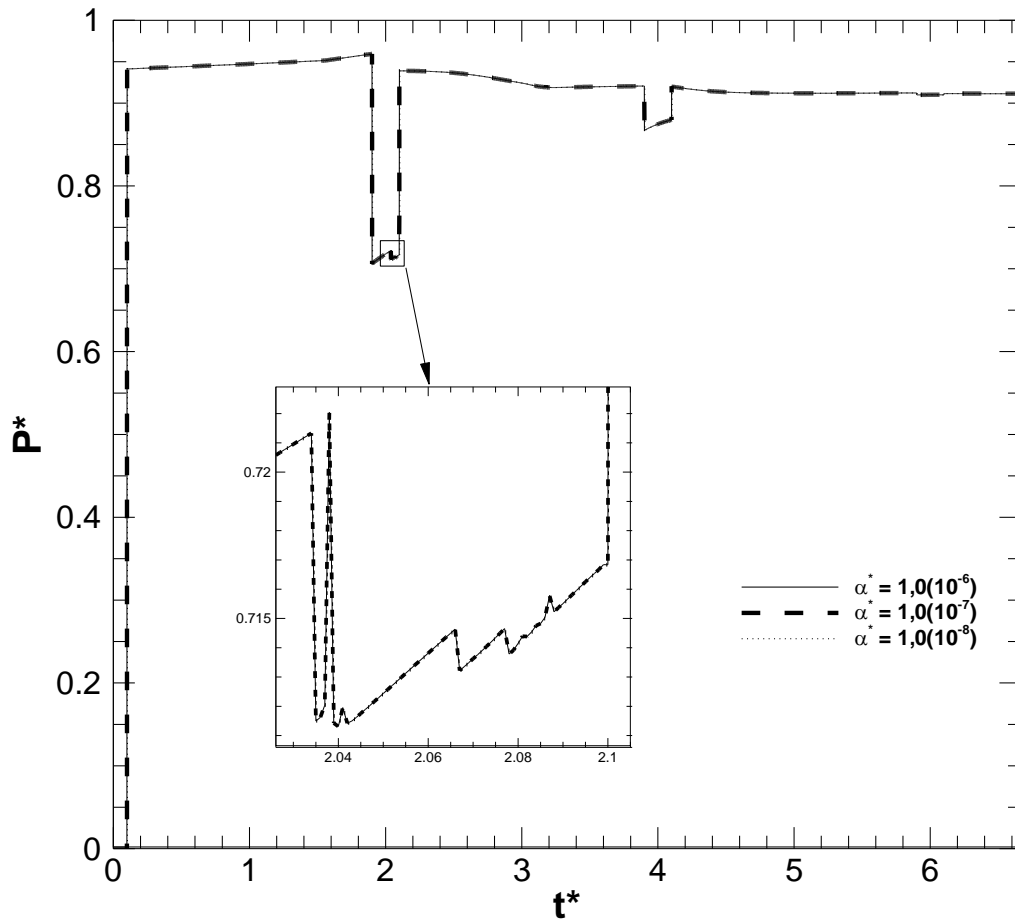


Figura 5.5 – Efeito do parâmetro  $\alpha^*$ , na evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $Bi = 0,5$ ;  $\Phi = 0,2$ ;  $\beta^* = 1,0(10E-6)$ .

### 5.2.5 Efeito da Coeficiente de Expansão Térmica Adimensional, $\beta$

Assim como para a compressibilidade do fluido, o modelo admite apenas fluidos com baixíssimo coeficiente de expansão térmica adimensional. Dessa forma, os efeitos da variação desse parâmetro não são evidentes, como mostra a Figura 5.6, e as curvas também são idênticas.

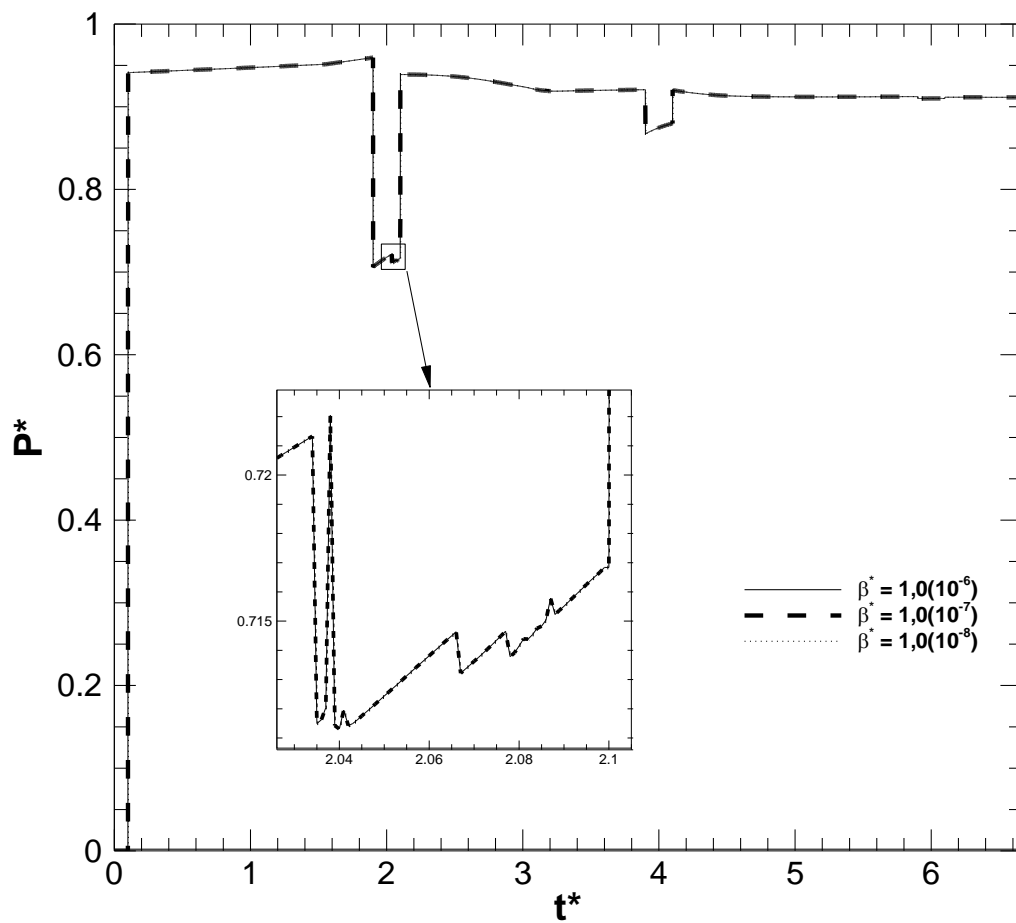


Figura 5.6 – Efeito do parâmetro  $\beta^*$ , na evolução temporal da pressão em  $z^* = 0,1$ ;  $\lambda = 0,2$ ;  $Bi = 0,5$ ;  $\Phi = 0,2$ ;  $\alpha^* = 1,0(10E-6)$ .

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

### 6.1 Conclusões

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo matemático para simular o escoamento compressível e transitório característico do reinício da circulação de fluidos de perfuração não gelificados em uma coluna de perfuração, para o caso não isotérmico. Este modelo permite o estudo da propagação da pressão durante o reinício do escoamento de fluidos de perfuração e a avaliação das propriedades do fluido na transitoriedade do processo e no controle interno de pressão. Fluidos de perfuração são tratados como fluidos não newtonianos de Bingham e os efeitos viscosos são considerados através de uma tensão de cisalhamento média, para cada volume, na parede da tubulação.

Com o propósito de diminuir o número de variáveis influentes no problema, realizou-se uma parametrização das equações. Foram definidos como parâmetros governantes do problema:  $\lambda$ , que representa o efeito relativo entre a propagação da onda de pressão e a dissipação viscosa, o número de Bingham,  $Bi$ , o parâmetro associado a transferência de calor na tubulação,  $\Phi$ , a compressibilidade adimensional  $\alpha^*$  e o coeficiente de expansão térmica adimensional  $\beta^*$ .

A verificação do modelo numérico foi realizada através da comparação da solução analítica para um fluido newtoniano para a condição de pressão constante na entrada da tubulação e pressão nula na saída. O modelo apresentou ótima concordância com a solução analítica para a evolução temporal da pressão.

Com o modelo verificado, realizou-se um estudo mais detalhado para um caso padrão apresentado na Tabela 5.1. A partir deste caso foram analisadas as influências dos parâmetros adimensionais deduzidos no trabalho: o parâmetro  $\lambda$ , o número de Bingham,  $Bi$ , e o parâmetro associado a transferência de calor na tubulação,  $\Phi$ .

Diante do que foi observado, pode-se concluir que:

- A pressão em regime permanente é independente de  $\lambda$ , do número de Bingham e do parâmetro  $\Phi$ , contudo apresentou uma pequena elevação com o aumento do número de Bingham;

- Ocorre maior dissipação da onda de pressão a medida que se aumenta o número de Bingham;
- A intensidade dos picos de pressão está relacionada ao fenômeno de superposição das ondas de pressão que são refletidas nas extremidades da tubulação;
- A medida que se aumenta o valor do parâmetro  $\lambda$ , aumenta-se também a massa específica e, assim, o fluido torna-se mais estruturado, permitindo uma maior transmissão das ondas de pressão ao longo da tubulação, com um aumento dos patamares dos picos de pressão.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

O modelo apresentado possui muitas limitações que devem resolvidas. Para os trabalhos futuros sugere-se:

- Resolver as equações governantes da continuidade, conservação da quantidade de movimento e conservação da energia pelo método das características somente. A fim de evitar adaptações no modelo, devido ao acoplamento das malhas, que geram inconsistência na obtenção dos dados;
- Modelar o processo e função da massa específica ao invés da pressão. Dessa forma, os efeitos da transferência de calor nas propriedades reológicas do fluido de perfuração seriam mais evidentes.
- Como o modelo do presente trabalho resultou num fluido muito fracamente compressível é interessante adaptar o modelo para que seja mais compressível e, assim, observar os efeitos da compressibilidade adimensional e do coeficiente de expansão térmica adimensional.
- Modelagem bidimensional do problema, com transferência de calor conjugada;
- Incorporação dos efeitos da gelificação e da quebra de gel durante o reinício de escoamento.



## REFERÊNCIAS

ANDERSON, J.D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 5<sup>a</sup> ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 2011.

ANDERSON, J.D. **Modern Compressible Flow: With Historical Perspective**. 2<sup>a</sup> ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 1990.

API – American Petroleum Institute. **Recommended Practice 13D: Rheology and hydraulics of oil-well drilling fluid**. Estados Unidos: API copyright office, 2009.

ASSAD, L. P. F.; DECCO, H. T.; LANDAU, L.; MANO, M. F.; TORRES Jr., A. R. **Noções Básicas de Modelagem Hidrodinâmica Computacional e de Dispersão de Poluentes**. 1<sup>a</sup> ed. Rio de Janeiro: COPPE, 2009.

ASTARITA, G.; MARRUCCI, G. **Principles of Non-Newtonian Fluid Mechanics**. UK: McGraw-Hill, 1974.

BEJAN, A.; KRAUS, A. D. **Heat Transfer Handbook**. John Wiley & Sons, Inc. New Jersey/USA, 2003.

BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. **Dynamics of Polymeric Liquids - Fluid Dynamics**. 2<sup>a</sup> ed. Estados Unidos: John Wiley e Sons, v. 1, 1987.

BOURGOYNE Jr., A. A.; CHENEVERT, M. E.; MILLHEIM, K. K.; YOUNG Jr., F. S. **Applied Drilling Engineering**. Estados Unidos: Society of Petroleum Engineers, v. 2, 1991.

CHANG, C.; RØNNINGSEN, H.; NGUYEN, Q. **Isothermal Start-up of Pipeline Transporting Waxy Crude Oil**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 87, pp. 127-154, 1999.

ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications**. New York: McGraw-Hill, 2006.

CHHABRA, R. P.; RICHARDSON, J. R. **Non-Newtonian Flow in the Process Industries: Fundamentals and Engineering Applications**. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999.

DARLEY, H. C. H.; GRAY, G. R. **Composition and Properties of Drilling and Completion Fluids**, 5ª ed. Estados Unidos: Gulf Professional Publishing - Butterworth-Heinemann, 1988.

DAVIDSON, M. R.; CHANG, C.; RØNNINGSEN, H. P.; NGUYEN, Q. D. **A Model for Restart of a Pipeline with Compressible Gelled Waxy Crude Oil**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 123, pp. 269-280, 2004.

FEDEVJCYK, J. V. **Inclusão da Variação e Secções de um Poço/Coluna de Perfuração na Modelagem do Problema Transitório de SURGE & SWAB**: Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2010.

FERNANDO, T. A.; KIMURA, H. F.; NEGRÃO; C. O. R.; ROSSI, L. F. S. **SUB-PROJETO III – Avaliação de Pressões Geradas no Movimento de Subida e Descida da Coluna de Perfuração – SURGE & SWAB**. Relatório Final das atividades desenvolvidas durante o período de 01/12/2005 até 30/11/2007. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

FONTENOT, J. E.; CLARK, R. K. **An Improved Method for Calculating Swab and Surge Pressures and Circulating Pressures in a Drilling Well**. SPE Drilling Engineering, v. 14, pp 451-462, 1974.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 6ª ed. John Wiley & Sons. Estados Unidos. 2011.

GALVES, L. V. **Impacto da Solubilidade de Gás na Detecção de Kicks em Fluidos de Perfuração de Base N-Parafina**: Monografia do Projeto Final de Curso. Rio de Janeiro, Brasil: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2013.

GUIMARÃES, I. B.; ROSSI, L. F. S. **Estudo dos Constituintes dos Fluidos de Perfuração: Proposta de uma Formulação Otimizada e Ambientalmente Correta.** 4ª PDPETRO: Campinas, SP, 2007.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L.; ADRIENNE, L. S. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa.** 6ªed. Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 2008.

MACHADO, J. F. B.; NEGRÃO, C. O. R.; JUNQUEIRA, S. L. M.; MORALES, R. E. M.; LAGE, J. L. **A Simplified Model with a Hybrid Analytical-Numerical Solution for Predicting the Unsteady Conjugate Heat Transfer Process in Pipelines.** Numerical Heat Transfer, Part. B: Fundamentals, v. 60, pp. 18-33, 2011.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.** 2ª ed. Rio de Janeiro: LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 2010.

MIYASAKI, L. I. **Estudo do Problema Transitório Conjugado de Transferência de Calor em Tubulações com Variação Abrupta de Temperatura:** Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2006.

MORAIS, J. M. **Petróleo em águas profundas: Uma história tecnológica da Petrobras na exploração e produção offshore.** Brasília: Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada – Ipea, 2013.

NEGRÃO, C. O. R. OLIVEIRA, G. M. **The Effect Flow Compressibility Start-up of Waxy Crude Oils.** Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. In press, 2014.

OLIVEIRA, G. M. **Reinício da Circulação de Fluidos de Perfuração em Espaços Anulares Horizontais:** Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2008.

OLIVEIRA, G. M.; ROCHA, L. L. V.; NEGRÃO, C. O. R.; FRANCO, A. T. **Numerical Simulation of the Start-up of Bingham Fluid Flows in Pipelines**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 165, pp. 1114-1128, 2010.

OLIVEIRA, G. M. **Modelagem da Propagação de Pressão no Reinício de Escoamento de Fluidos de Perfuração não Gelificados**: Dissertação do Projeto Final do Curso de Mestrado em Engenharia. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2011.

OLIVEIRA, G. M. **Modeling Validation and Pressure Propagation in Drilling Fluids Pumped Into a Closed Well**. Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 103, pp. 61-71, 2013.

PETROBRAS. **Petróleo Brasileiro S. A.** Disponível em: <petrobras.com.br> Acesso em: 5 de janeiro de 2013.

ROCHA, L. L. V. **Modelagem do Reinício do Escoamento de Fluidos de Perfuração em Tubulações**: Monografia do Projeto Final de Curso. Curitiba, Brasil: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2007.

ROSA, E. S. **Forma diferencial das equações de conservação e transporte**. Apostila disponível em: <www.fem.unicamp.br/~im450/Textos.../aula-1/INTREQ3-w6.doc>. Acessado em: 23 de março de 2015.

SANTOS, O. L. A. **Segurança de Poço em Lâminas de Água Ultra-Profundas**. I Encontro Nacional de Hidráulica de Poços. Agosto de 2006. Disponível em: <http://enahpe.ucl.br/arq/otto.pdf>. Acessado em: 15 março de 2015.

SOUZA MENDES, P. R.; DUTRA, E. S. S. **A Viscosity Function for Viscoplastic Liquids**. Annual transactions of the Nordic Rheology Society, v. 12, pp. 183-188, 2004.

THOMAS, J. E, *et al.* **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2. ed. Brasil: Editora Interciência, 2004.

VINAY, G.; WACHS, A.; AGASSANT, J. F. **Numerical Simulation of Weakly Compressible Bingham Flows: The Restart of Pipeline Flows of Waxy Crude Oils.**

Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 136, pp. 93-105, 2006.

VINAY, G.; WACHS, A.; FRIGAARD, I. **Start-up Transients and Efficient Computation of Isothermal Waxy Crude Oil Flows.**

Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 143, pp. 141-156, 2007.

WACHS, A.; VINAY, G.; FRIGAARD, I. **A 1.5D Numerical Model for the Startup of Weakly Compressible Flow of a Viscoplastic and Thixotropic Fluid in Pipelines.**

Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 159, pp. 81-94, 2009.

WESTWOOD, J. **Corrida para as Águas Profundas.** In: Revista Brasil Energia. Ministério da Ciência e Tecnologia, Edição 67, 2005. Disponível em: <<http://www.dep.fem.unicamp.br/boletim/BE67/artigo.htm>>. Acesso em: 25 agosto de 2007.

WHITE, F. M. **Fluid Mechanics.** 7<sup>a</sup> ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, 2003.

WYLIE, E. B.; STREETER, V. L. **Fluid Transients.** New York: Mc Grall-Hill, 1993.