

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

GUILHERME SUGUINOSHITA
MATHEUS PASINI FRANÇA

**BALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM DE MOTORES A
COMBUSTÃO POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
(TCC2 – Nº49)

CURITIBA
2017

GUILHERME SUGUINOSHITA
MATHEUS PASINI FRANÇA

**BALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM DE MOTORES A
COMBUSTÃO POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA**

Monografia do Projeto de Pesquisa apresentada à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso – TCC2 do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para aprovação na disciplina.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Magatão.

CURITIBA

2017

TERMO DE APROVAÇÃO

Por meio deste termo, aprovamos a Monografia do Projeto de Pesquisa “BALANCEAMENTO DE LINHA DE MONTAGEM DE MOTORES A COMBUSTÃO POR MEIO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA”, realizada pelos alunos Guilherme Suguinoshita e Matheus Pasini França, como requisito parcial para aprovação na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso - TCC2, do curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Prof. Dr. Leandro Magatão

DAMEC, UTFPR

Orientador

Prof. Dr. Paulo Antônio Reaes

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Prof. Dr. Walter Luís Mikos

DAMEC, UTFPR

Avaliador

Curitiba, 1º de dezembro de 2017.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho não seria possível sem a contribuição das incontáveis pessoas que nos auxiliaram no seu desenvolvimento, de forma direta ou indireta.

Agradecemos imensamente ao professor doutor Leandro Magatão pela disponibilidade, dedicação e primorosa condução como orientador deste trabalho de conclusão de curso.

Agradecemos a colegas e amigos, cujo apoio nos momentos positivos e negativos nos torna mais felizes e nos ajuda a encarar os desafios com menos seriedade.

Por fim, mas especialmente, agradecemos às nossas famílias, que nos apoiam desde as etapas iniciais das nossas vidas até este momento, sempre nos guiando em prol da busca por objetivos grandiosos, motivando-nos a alcançá-los.

*Had I been present at the Creation,
I would have given some useful hints
for the better ordering of the universe.*

Alfonso X of Castile, 1260.

RESUMO

SUGUINOSHITA, Guilherme; FRANÇA, Matheus Pasini. Balanceamento de linha de montagem de motores a combustão por meio de programação linear inteira mista. 2017. 95f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

Na busca pela excelência produtiva, almeja-se a eliminação de desperdícios como meio de aumentar a produtividade. O problema de balanceamento de linha consiste na distribuição equilibrada das tarefas necessárias para produzir um produto entre as estações de trabalho, reduzindo os desperdícios ao minimizar tempos ociosos de equipamentos e operadores e a necessidade de estoques. O objetivo deste trabalho é propor uma solução de balanceamento para um trecho da linha de montagem de motores a combustão de uma empresa automotiva na região metropolitana de Curitiba, por meio de um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM), buscando-se soluções que diminuam a ociosidade. Para tanto, foi realizada a caracterização do problema, identificando detalhes da linha de montagem e dos produtos processados por esta. Em seguida, realizou-se uma revisão bibliográfica abordando os principais conceitos referentes ao balanceamento de linha. Propôs-se uma metodologia de desenvolvimento que se dá em etapas sequenciais envolvendo: coleta de dados; agrupamento de tarefas; identificação de restrições; elaboração de diagramas de precedências; alimentação, resolução, adaptação e validação de um modelo matemático em PLIM; análise de resultados; e, finalmente, apresentação de uma proposta de balanceamento. No contexto dos resultados obtidos, inicialmente realizou-se uma avaliação com a aplicação da metodologia em um balanceamento de linha de modelo único, utilizando para isto os dados referentes ao modelo de motor de maior demanda. Com a verificação da metodologia proposta, procedeu-se a experimentos envolvendo o balanceamento de linha de modelo misto, considerando todos os modelos de motores produzidos. No contexto destes experimentos, fez-se uma análise dos termos necessários à função objetivo do modelo matemático de modo a serem obtidos resultados adequados em relação a indicadores de tempo de ciclo, ociosidades e índices de suavidade. Ressalta-se, ainda, que foi considerado o uso de um termo na função objetivo que dá relevância ao número de realocações de atividades entre a solução proposta e a alocação atual de tarefas na linha. Desta forma, busca-se uma solução otimizada que tente minorar as mudanças de configuração em relação à linha atualmente instalada. Os resultados destes estudos apontaram que há potenciais de ganho significativo no desempenho da linha, como a redução em 4,1% no tempo de ciclo, redução de 43,5% do tempo ocioso total e melhor nivelamento das atividades das estações e operadores, levando em consideração ações necessárias à implementação da solução sugerida. Os resultados obtidos evidenciam a possibilidade de uma implementação de relativo baixo custo e baixa complexidade, mas que contribui significativamente ao aprimoramento do balanceamento da linha.

Palavras-chave: Balanceamento de linha, Programação Linear Inteira Mista (PLIM), Otimização da manufatura.

ABSTRACT

SUGUINOSHITA, Guilherme; FRANÇA, Matheus Pasini. Combustion engines assembly line balancing using mixed-integer linear programming. 2017. 95f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

In the search for productive excellence, the elimination of wastes as a way to increase the productivity is aimed. The problem of line balancing consists in the balanced distribution of tasks needed to manufacture a product along the workstations, reducing wastes by minimizing idle times of equipment and operators and the need of stocks. The goal of this project is to propose a line balancing solution to a segment of a combustion engines' assembly line in an automotive company located in the metropolitan region of Curitiba, using a mathematical model in Mixed Integer Linear Programming (MILP), finding solutions that reduce idle time. To achieve so, a problem description was made, identifying details in the assembly line and its products. Afterward, a literature review involving the key definitions of line balancing was done. A methodology to achieve the goals of the project was then proposed. The development contains two steps involving: data collection; tasks grouping; restrictions identification; precedences diagram elaboration; feeding, solution, adaptation and validation of the mathematical model in MILP; results analysis; and, finally, presentation of a balancing proposal. In the context of results obtained, at a preliminary analysis, the methodology is applied on a single model line balancing problem, using the data of the model with greater demand. With the validation of the proposed methodology, the study proceeded with experiments involving a mixed-model line balancing, considering all models of engines produced. In the context of these experiments, an analysis of the terms needed for the mathematical model objective function was made, in order to acquire adequate results related to indicators of cycle time, idleness and smoothness indexes. The usage of a term in the global function, which gives relevance to the number of tasks relocated between the actual scenario and the proposed one, is also emphasized. Therefore, an optimized solution that aims less chances when compared to the present production line is pursued. The results of these studies have shown that there are significant potential gains in the line's performance, as a reduction of 4.1% in cycle time, reduction of 43.5% in the total idle time and better tasks levelling between operators and workstations, taking the actions required for the implementation of the proposed solution in consideration. The results obtained enhance the possibility of a relative low cost and low complexity implementation that contributes importantly to the line balancing improvement.

Keywords: Assembly Line Balancing (ALB), Mixed-Integer Linear Programming (MILP), Manufacturing optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – <i>Layout</i> da linha de montagem.	13
Figura 2 – Produção percentual de cada modelo de motor desde 2015.	13
Figura 3 – Tempos das estações na linha de montagem para os motores de maior demanda.	15
Figura 4 – Relação entre os arranjos físicos e a variedade, fluxo e volume de produção.	20
Figura 5 – Exemplos de balanceamento vertical e horizontal.	26
Figura 6 – Linhas de montagem modelo único, modelo misto e multi-modelo.	29
Figura 7 – Diagramas de precedência para um modelo A (a), modelo B (b) e o diagrama de precedências equivalente (c).	32
Figura 8 – Fluxograma da metodologia utilizada neste trabalho.	56
Figura 9 – Diagrama de precedências equivalente, com as tarefas dispostas de acordo com a alocação atual na linha de montagem.	65
Figura 10 – Balanceamento proposto utilizando nove estações de trabalho.	68
Figura 11 – Comparação entre o balanceamento atual e o balanceamento proposto para o modelo A.	69
Figura 12 – Diagrama de precedências equivalente, com as tarefas dispostas de acordo com o balanceamento proposto considerando linha de modelo único.	71
Figura 13 – Tempos das estações para os dois motores de maior demanda segundo o balanceamento de linha atual, destacando os tempos médios.	72
Figura 14 – Balanceamentos obtidos para diferentes funções objetivo.	73
Figura 15 – Indicadores obtidos para os balanceamentos utilizando diferentes funções objetivo.	74
Figura 16 – Balanceamentos obtidos com a adição do termo de restrição a mudança de tarefas na função objetivo, para diferentes fatores de ponderação Q	75
Figura 17 – Indicadores obtidos para diferentes valores do termo de restrição a mudança de tarefas (Q).	76
Figura 18 – Comparação entre o balanceamento atual (a) e o proposto neste trabalho (b).	77

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Indicadores obtidos para os casos ilustrados na Figura 5.....	27
Tabela 2 – Tipos de SALBP	36
Tabela 3 – Tabela de testes para a escolha da função objetivo.....	60
Tabela 4 – Indicadores do balanceamento de linha atual e proposto considerando modelo único.....	70
Tabela 5 – Indicadores do balanceamento de linha atual e proposto considerando modelo misto.....	77
Tabela 6 – Mudanças sugeridas pelo balanceamento proposto.	78

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificações de linha de montagem.....	28
---	----

LISTA DE SIGLAS

PLI	Programação Linear Inteira
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
WCM	<i>World Class Manufacturing</i>
BB	<i>Branch and Bound</i>
BBR	<i>Branch, Bound and Remember</i>

LISTA DE ACRÔNIMOS

DAMEC	Departamento Acadêmico de Engenharia Mecânica
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
SALBP	<i>Simple Assembly Line Balancing Problem</i>
ALBP	<i>Assembly Line Balancing Problem</i>
MALBP	<i>Mixed-model Assembly Line Balancing Problem</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	CONTEXTO DO TEMA	12
1.2	CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA	14
1.3	OBJETIVO GERAL.....	16
1.4	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	16
1.5	JUSTIFICATIVA.....	17
1.6	CONTEÚDO DO TRABALHO	18
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1	ARRANJO FÍSICO DE PRODUÇÃO	19
2.2	FUNDAMENTOS DE LINHAS DE MONTAGEM	21
2.2.1	Terminologia de análise de linhas de montagem	22
2.2.2	Indicadores de linhas de montagem.....	23
2.2.3	Classificação das linhas de montagem.....	27
2.3	BALANCEAMENTO DE LINHA	30
2.3.1	Diagrama de precedências	31
2.3.2	Abordagens do tempo de tarefa	33
2.3.3	Funções de avaliação (Funções objetivo)	34
2.3.4	Balanceamento de Linha de Montagem Simples (SALBP).....	35
2.3.5	Balanceamento de Linha de Montagem de Modelo Misto (MALBP)	37
2.4	OTIMIZAÇÃO APLICADA À PROBLEMAS DE ENGENHARIA	41
2.5	PROGRAMAÇÃO LINEAR	42
2.5.1	Definições e conceitos.....	43
2.5.2	Hipóteses da programação linear	43
2.5.3	Formulação e aplicações de um modelo linear	44
2.5.4	Programação Linear Inteira e Inteira Mista.....	46
2.6	MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO.....	47
2.6.1	Métodos exatos	48
2.6.2	Métodos heurísticos.....	51
2.6.3	Métodos meta-heurísticos	52
2.6.4	Comparação entre métodos de solução	54
3	METODOLOGIA	56
3.1	DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA.....	56
3.1.1	Definição do problema.....	57
3.1.2	Identificação de tarefas e coleta de dados	57
3.1.3	Identificação das restrições	57
3.1.4	Elaboração do diagrama de precedências	58
3.1.5	Modelo matemático	58
3.1.6	Análise da função objetivo.....	59
3.1.7	Análise dos resultados.....	62
3.1.8	Proposta de balanceamento	62

3.2	JUSTIFICATIVA DA METODOLOGIA	62
3.3	PRODUTOS DO PROJETO	63
4	RESULTADOS	64
4.1	DIAGRAMA DE PRECEDÊNCIAS	64
4.2	BALANCEAMENTO DE LINHA DE MODELO ÚNICO	67
4.2.1	Resultados para o mínimo teórico de estações	68
4.2.2	Configuração atual versus resultados do modelo	69
4.3	BALANCEAMENTO DE LINHA DE MODELO MISTO	72
4.3.1	Balanceamento atual	72
4.3.2	Análise da função objetivo	73
4.3.3	Adição do termo de restrição à mudança	75
4.4	PROPOSTA PRÁTICA DE BALANCEAMENTO	76
4.4.1	Análise de sensibilidade à variação de demanda	78
5	CONCLUSÕES	80
5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS	80
5.2	SUGESTÕES DE CONTINUIDADE	81
	REFERÊNCIAS	83
	APÊNDICE A – QUADRO DE TAREFAS	87
	APÊNDICE B – ALOCAÇÃO DAS TAREFAS PARA CADA SOLUÇÃO	91
	APÊNDICE C – SOLUÇÕES OBTIDAS NA ANÁLISE DA FUNÇÃO OBJETIVO ...	93
	APÊNDICE D – SOLUÇÕES OBTIDAS NA ANÁLISE DO TERMO DE RESTRIÇÃO À MUDANÇAS NA FUNÇÃO OBJETIVO	94

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um Projeto de Pesquisa relacionado ao balanceamento de linhas de montagem de modelo misto, mais especificamente, aplicado a uma linha de montagem de motores presente na região metropolitana de Curitiba.

Nesta seção introdutória serão abordadas as principais justificativas para o balanceamento de linha produtiva em estudo. Primeiramente, será apresentado o contexto do tema (seção 1.1), citando os produtos e características da linha de montagem.

Na sequência, será apresentada a caracterização do problema (seção 1.2), com o objetivo de ilustrar as atuais condições produtivas da indústria analisada, considerando dados de balanceamento, disposição física dos postos de trabalho e a demanda produtiva por produto.

Nas seções 1.3 e 1.4 são apresentados os objetivos gerais deste trabalho, sendo estes devidamente estratificados nas etapas de desenvolvimento do estudo.

Por fim, a seção 1.5 expõe a justificativa do desenvolvimento deste trabalho e a seção 1.6 apresenta a estrutura do conteúdo apresentado ao longo do documento.

1.1 CONTEXTO DO TEMA

O objeto de estudo deste trabalho é uma linha de produção de motores a combustão situada na região metropolitana de Curitiba, Brasil. Esta linha foi especificamente criada para a produção de motores há dezenove anos, e se divide em dois grandes grupos distintos em termos de operações: Usinagem e Montagem. A linha em estudo é um trecho que compõem a linha de montagem. Este trecho é composto atualmente por dez estações de trabalho, com nove operadores e tem um tempo atual de ciclo de **40 unidades de tempo¹ (ut)**.

O fluxo de produção ocorre da maneira ilustrada pela Figura 1: o motor chega na primeira estação em movimento e segue com velocidade contínua por uma esteira (*conveyor*) até a estação sete. Nas estações 1 a 6 o operador correspondente a cada estação monta os componentes no motor em movimento e, ao finalizar, retorna ao

¹ Neste trabalho, todos os dados relativos aos tempos da linha de montagem foram multiplicados por uma constante, adotando-se a medida de tempo como “unidades de tempo” ou “ut”.

início do posto. A estação sete se trata de uma operação automática. Entre as estações seis e sete, tem-se o espaço equivalente a duas estações, que tem a função de estoque intermediário (*buffer*). A partir da oitava estação, as estações são denominadas *stop stations*, ou seja, o motor para à frente do operador e, quando este finaliza as tarefas, o motor é liberado. Nas nove primeiras estações os operadores atuam no mesmo lado da linha. Na décima estação, o operador atua no lado oposto aos demais devido à disposição de um equipamento ali instalado.

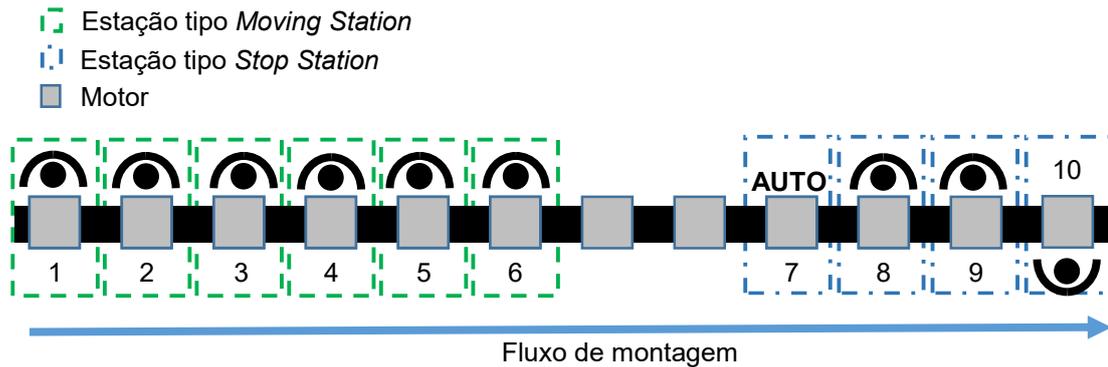


Figura 1 – Layout da linha de montagem.

Fonte: Autoria própria (2017).

A linha processa tipologias diferentes de motores, que se diferenciam por evoluções de projeto e também de acordo com a aplicação no veículo. Neste projeto, trabalha-se com duas delas que serão denominadas como Modelo A (ou Motor A) e Modelo B (ou Motor B). A produção destas duas tipologias começou em janeiro de 2015. As porcentagens da produção dedicadas a cada modelo de motor podem ser observadas na Figura 2.

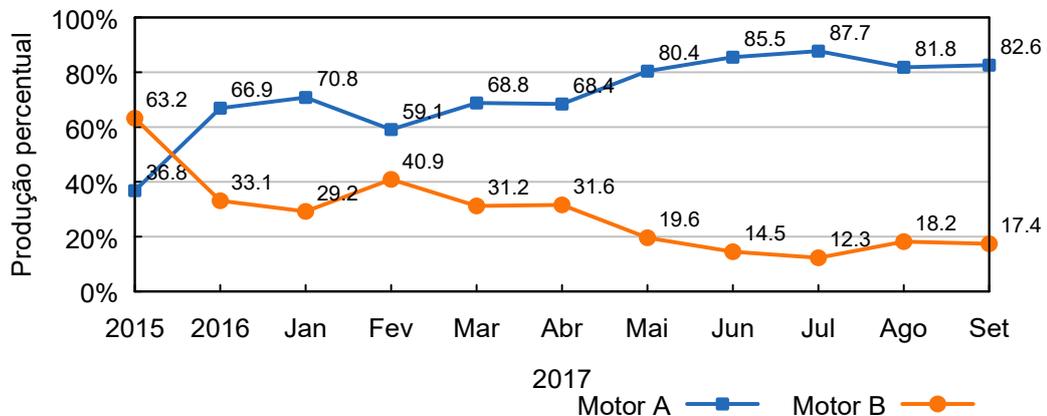


Figura 2 – Produção percentual de cada modelo de motor desde 2015.

Fonte: Autoria própria (2017).

Como pode ser verificado, a produção em 2015 do Motor A foi inferior à do Motor B, entretanto, em 2016, a quantidade produzida já superou a do Motor B. Sabendo que o Motor A veio ao mercado como componente de um produto novo da marca, é notável a relação do crescimento da demanda desta tipologia e a superação da sua demanda em relação à do Motor B, que supria a necessidade de um produto já antigo da marca.

Para o ano de 2017, a tendência continuou semelhante. No primeiro trimestre, a demanda do Motor A foi superior. Com base nestes dados, as análises realizadas *a posteriori* (Capítulo 4) priorizaram inicialmente o estudo do balanceamento de linha com base nas atividades e tempos do Motor A. Posteriormente seguiu-se a uma análise mais ampla, abrangendo os dois modelos de motores envolvidos na linha em análise.

1.2 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

A planta em estudo segue a metodologia WCM² em todo seu sistema produtivo. Visando sempre melhores classificações nesta metodologia, ocorreram nos últimos anos diversas implementações que buscaram a melhoria contínua nas linhas com foco na eliminação de desperdícios. O balanceamento da linha esteve sempre envolvido nessa prática, entretanto, a análise sempre se deu de maneira intuitiva. Ainda, o balanceamento se dá esporadicamente, usualmente vinculado à entrada de variações no processo provenientes de mudanças de produto.

A Figura 3 apresenta o balanceamento atual em cada estação de trabalho para os modelos A e B da linha em estudo.

² *World Class Manufacturing*, metodologia que visa a eficiência operacional e redução de desperdícios através de conceitos como pequenos lotes, manutenção preventiva total, zero defeitos, sinais visuais e controle estatístico de processo (SCHONBERGER, 2008).

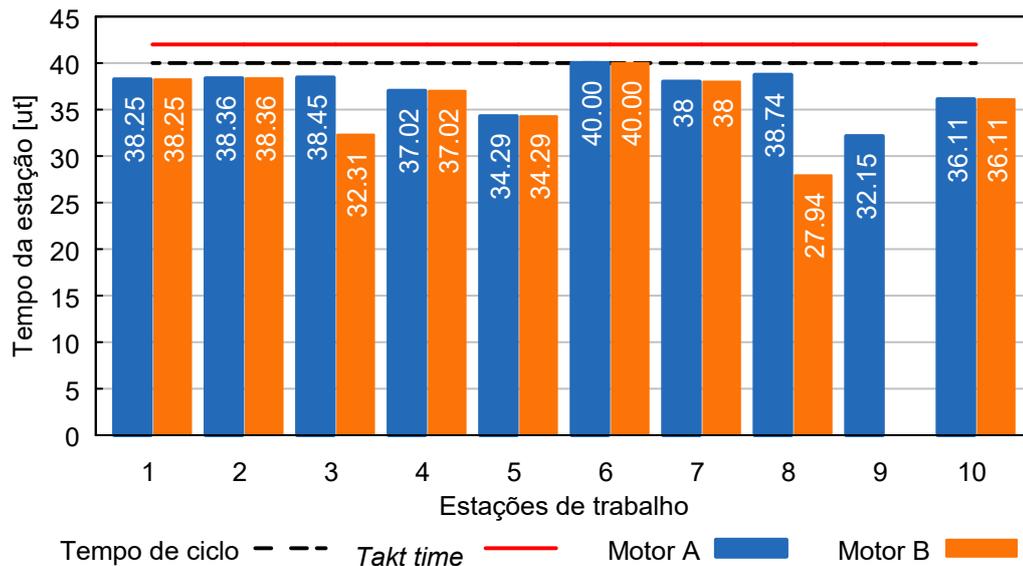


Figura 3 – Tempos das estações na linha de montagem para os motores de maior demanda.
Fonte: Autoria própria (2017).

Pela Figura 3 percebe-se que atualmente há um gargalo na estação 6, limitando o tempo de ciclo em 40 unidades de tempo. Há uma diferença de 2 ut entre o *takt time* (tempo limite para a produção atender à demanda) e o tempo de ciclo³. Esta diferença é planejada para compensar possíveis problemas de montagem, incertezas de processo, problemas logísticos, entre outros, permitindo a absorção destes inconvenientes e minimizando os impactos sobre a taxa de produção.

Ainda, percebe-se que há um desbalanceamento notável entre as estações de trabalho (e conseqüentemente entre os operadores). Em média, as estações possuem um tempo ocioso de 2,90 ut, chegando a 7,85 ut na estação 9 (equivalente a 19,6% do tempo de ciclo da linha).

Conforme observado, portanto, uma nova proposta de balanceamento de linha, especialmente utilizando uma metodologia que permita encontrar uma solução otimizada, possui potencial para gerar ganhos significativos de desempenho na linha analisada, reduzindo o tempo de ciclo e homogeneizando os tempos das estações, evitando a sobrecarga dos operadores.

³ No Capítulo 2 apresenta-se um maior detalhamento dos conceitos de *takt time* e tempo de ciclo.

1.3 OBJETIVO GERAL

O presente projeto tem como objetivo principal sugerir uma solução de balanceamento para um trecho da linha de montagem de motores a combustão de uma empresa automotiva na região metropolitana de Curitiba, por meio de uma metodologia que envolve um modelo matemático em Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Busca-se soluções que diminuam a ociosidade de estações de trabalho e trabalhadores.

1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Para alcançar este objetivo geral, seguiu-se os seguintes objetivos específicos:

- a) Caracterizar detalhadamente o funcionamento da linha de produção em questão. Identificar as tarefas realizadas no processo de forma que possa ser evidenciada qualquer fonte de desperdício no aspecto do balanceamento da linha;
- b) Identificar as variações de produtos que a linha deve suportar e seus respectivos volumes, baseando-se na previsão e planejamento de produção;
- c) Definir detalhadamente a metodologia que será utilizada. Identificar as características, exigências, especificações, e limitações da Programação Linear Inteira Mista;
- d) Levantar conhecimentos mais aprofundados sobre o tema balanceamento de linhas de montagem, buscando informações sobre suas definições, especificações, limitações, variedades, recentes avanços na área e possíveis abordagens a serem seguidas em cada caso;
- e) Avaliar os pontos compatíveis entre a situação problema apresentada e o que pode ser obtido com a aplicação da metodologia centrada em PLIM;
- f) Implementar e resolver, por meio de ferramenta computacional, um modelo matemático em PLIM capaz de gerar soluções factíveis ao problema de balanceamento de linha de montagem, utilizando as restrições demandadas pela operação real do caso em estudo;

- g) Realizar estudos de caso que envolvam somente o modelo de mais elevada demanda, evidenciando os potenciais ganhos obtidos com o novo balanceamento;
- h) Realizar estudo de caso que avalie a viabilidade de diminuições no número de estações ou operadores presentes na linha e os impactos na produtividade;
- i) Realizar estudos de caso que envolvam os dois modelos produzidos (consideração de linha de modelo misto), evidenciando os potenciais ganhos obtidos com o novo balanceamento e eventuais limitações;
- j) Propor um novo e melhor balanceamento de linha, factível com a situação problema apresentada, buscando-se, ainda, uma solução que tente minorar as mudanças de configuração em relação à linha atualmente instalada.

1.5 JUSTIFICATIVA

A indústria, em seus diversos ramos, encontra-se em constante estado de aprimoramento das suas práticas. A concorrência entre indústrias do mesmo segmento é cada vez mais acirrada e o desenvolvimento de metodologias que permitam a melhoria produtiva, seja em termos de qualidade ou produtividade, é o que garante o destaque de uma empresa perante as demais.

Neste contexto encontra-se a indústria automobilística, que está entre os ramos de maior número de lançamentos de diferentes produtos, com uma frequência sempre crescente, além do surgimento constante de novidades tecnológicas.

Na busca pela excelência produtiva, almeja-se sempre a eliminação de desperdícios como meio de aumentar a produtividade. Segundo Ohno (1997), a busca por esta eliminação deve ser fundamentada em dois pontos:

1. O aumento da eficiência só faz sentido quando está associado à redução de custos. Para obter isso, tem-se que começar a produzir apenas aquilo que se necessita usando um mínimo de mão-de-obra;
2. Observe a eficiência de cada operador de cada linha. Observe então os operadores como um grupo e depois a eficiência de toda a fábrica. A eficiência deve ser melhorada em cada estágio e, ao mesmo tempo, para a fábrica como um todo. (OHNO, 1997, p. 38).

É, portanto, de grande valia propor um melhor balanceamento de linha com o uso de um modelo de programação matemática como ferramenta de aperfeiçoamento do processo produtivo em estudo. Almeja-se, assim, a redução de custos, diminuição da mão de obra direta e aumento da produtividade.

Adicionalmente, considera-se que este estudo é adequado para o desenvolvimento de um trabalho de conclusão do curso de engenharia mecânica, tanto em relação aos conhecimentos envolvidos quanto à carga de trabalho demandada dos alunos executantes, servindo ainda como fonte de aprendizado para estes.

1.6 CONTEÚDO DO TRABALHO

O presente trabalho é apresentado em cinco capítulos. Este capítulo inicial apresenta o tema, os objetivos e a justificativa deste estudo. O Capítulo 2 (Fundamentação Teórica) aborda os assuntos relevantes para o entendimento e desenvolvimento deste trabalho. São apresentados os temas de arranjos de produção, fundamentos de linhas de montagem e de balanceamento de linha, além dos conceitos e formulações básicas da otimização voltada à problemas de engenharia, programação linear e programação linear inteira mista, concluindo com os métodos de solução para problemas de balanceamento encontrados na literatura. O Capítulo 3 descreve a metodologia adotada neste trabalho, detalhando todas as etapas e hipóteses.

Os resultados da aplicação desta metodologia são discutidos no Capítulo 4, segmentado em quatro partes. Na Seção 4.1 é apresentado o diagrama de precedências desenvolvido. Em seguida (Seção 4.2) estão os resultados de estudos preliminares, simplificando o problema para um caso de linha de montagem de modelo simples, e logo após estão os resultados para o problema considerando uma linha de modelo misto (Seção 4.3). A Seção 4.4 detalha a proposta de balanceamento obtida ao fim das análises apresentadas nas seções anteriores, incluindo um levantamento das ações necessárias para implementá-la no chão de fábrica.

Por fim, o Capítulo 5 traz as conclusões deste Projeto de Pesquisa, tanto com respeito à metodologia quanto aos resultados obtidos, além de elencar trabalhos que podem ser tópicos de futuros desenvolvimentos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão abordados os conteúdos considerados relevantes para a compreensão e desenvolvimento deste trabalho. Em um primeiro momento (seção 2.1), são discutidos os diferentes arranjos físicos dos sistemas produtivos, dentre os quais estão as linhas de montagem.

Em seguida, na seção 2.2, são descritos alguns fundamentos das linhas de montagem, como terminologia, indicadores e classificação, e as diferentes características são discutidas. Na seção 2.3 são apresentados tópicos referentes ao balanceamento de linhas produtivas e as diferentes abordagens são identificadas.

Na seção 2.4 são apresentados os conceitos básicos da otimização aplicada à problemas de engenharia. Em seguida (seção 2.5) são apresentadas as definições, hipóteses e formulações da programação linear, concluindo com os princípios da programação linear inteira mista, ferramenta utilizada neste trabalho.

Por fim, na seção 2.6, descreve-se um panorama dos métodos de solução de problemas de otimização, com foco aos métodos aplicados a problemas de balanceamento de linha encontrados na literatura.

2.1 ARRANJO FÍSICO DE PRODUÇÃO

O arranjo físico de uma atividade produtiva é definido por Slack, Chambers e Johnston (2009) como a localização física dos recursos de transformação (instalações, máquinas, equipamentos e operadores), e determina o modo como os recursos transformados fluem ao longo do processo produtivo.

Em geral, os arranjos físicos são distintos em quatro grupos (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009; PEINADO; GRAEML, 2007):

- a) Arranjo fixo, de posição fixa ou posicional;
- b) Arranjo por processo;
- c) Arranjo celular;
- d) Arranjo por produto ou em linha.

No arranjo fixo, o recurso transformado permanece estacionário, enquanto os equipamentos, máquinas e pessoas deslocam-se até o recurso para processamento. Este arranjo é comum quando o produto é demasiado grande ou delicado para ser movimentado (e.g.: navios, estaleiros, obras de construção civil).

O arranjo por processo é caracterizado pelo agrupamento de processos com características ou necessidades similares. É um arranjo conveniente quando há processos que exigem instalações auxiliares especiais (e.g., sistemas de exaustão de fumaça, isolamento de ruídos). É comum que os padrões de fluxo dos produtos se tornem complexos, pois cada produto percorrerá um roteiro diferente ao ser processado.

No arranjo físico celular os recursos transformadores são dispostos em células, nas quais diferentes recursos necessários para uma etapa do processamento do produto são agrupados. Dentro de cada célula, as estações podem ser organizadas em um arranjo por processo ou produto (PEINADO; GRAEML, 2007).

O arranjo físico por produto, por sua vez, dispõe os recursos produtivos inteiramente de acordo com a melhor conveniência do produto processado. Assim, cada processo está arranjado fisicamente seguindo o roteiro de atividades requerido pelo produto. Segundo Slack, Chambers e Johnston (2009, p. 166), “o fluxo de produtos, informações ou clientes é muito claro e previsível no arranjo físico por produto, o que faz dele um arranjo relativamente fácil de controlar”. Este é o arranjo físico presente nas linhas de montagem, as quais compõem o escopo deste trabalho, e suas características serão discutidas com maior profundidade nas seções a seguir.

A Figura 4 ilustra como os diferentes arranjos físicos se relacionam com a variedade, fluxo e volume de produção (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009).

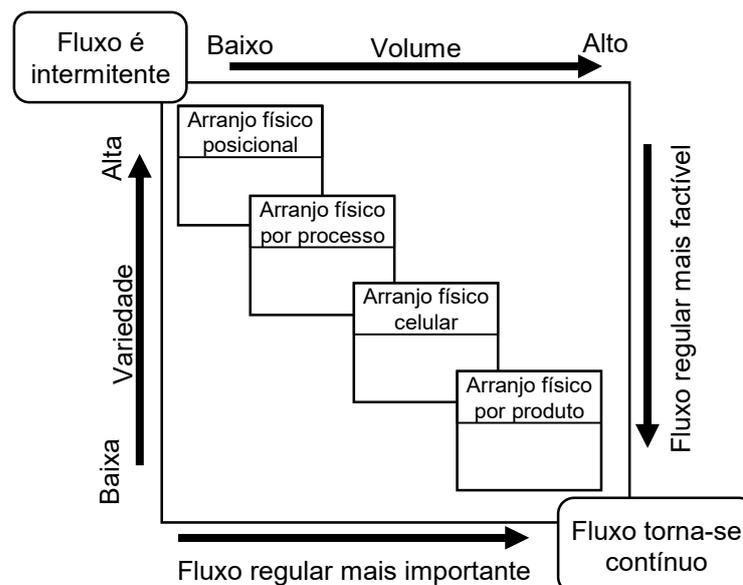


Figura 4 – Relação entre os arranjos físicos e a variedade, fluxo e volume de produção.

Fonte: Adaptado de Slack, Chambers e Johnston (2009).

2.2 FUNDAMENTOS DE LINHAS DE MONTAGEM

Uma linha de montagem é um sistema de produção onde as estações de processamento são alinhadas em série, orientadas pelo fluxo do produto (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007). Os produtos passam pelas estações sequencialmente conforme percorrem a linha, usualmente movimentados por esteiras ou equipamentos semelhantes (*conveyors*). Segundo Scholl e Becker (2006), uma linha de montagem consiste de uma quantidade de estações de trabalho dispostas ao longo de uma esteira por onde os produtos passam consecutivamente. Em cada estação um conjunto de tarefas é executado. A primeira linha de montagem foi idealizada por Henry Ford, em 1939 (PEINADO; GRAEML, 2007).

Uma linha de montagem, sendo um arranjo físico por produto, possui algumas vantagens em relação a outros arranjos produtivos, dentre as quais destacam-se (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009; PEINADO; GRAEML, 2007):

- Possibilidade de grande produtividade para produção em massa, devido à especialização das estações de trabalho, contribuindo para um baixo custo unitário em grandes volumes de produção;
- Carga de máquina e fluxo de material relativamente constantes ao longo da linha, facilitando o balanceamento da produção;
- Maior controle da produtividade, uma vez que a velocidade do trabalho com o arranjo em linha é mais fácil de ser controlada, principalmente quando empregam-se linhas motorizadas e esteiras.

Por outro lado, o arranjo das linhas de montagem também possui desvantagens, dentre elas:

- Alto investimento em máquinas e instalações, devido à especialização e grau de automação tipicamente elevados;
- Pode ter baixa flexibilidade quanto ao *mix* de produtos, e tem tempo de resposta relativamente longo para mudanças de volume de produção;
- Menos robusto contra interrupções e subordinação aos gargalos, devido ao encadeamento das operações em linha;
- Trabalho pode ser repetitivo e monótono para os operadores, contribuindo para o aumento do absenteísmo e até mesmo afastamentos por ordem médica decorrentes dos esforços repetitivos ou baixa ergonomia das tarefas.

2.2.1 Terminologia de análise de linhas de montagem

Para melhor compreensão deste trabalho, faz-se necessário o entendimento de alguns termos relativos às linhas de montagem:

- **Tarefa:** tarefas são unidades indivisíveis de trabalho (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007) ou, segundo Krajewski, Ritzman e Malhotra (2009), são as menores unidades de trabalho que podem ser executadas independentemente;
- **Tempo de tarefa:** é o tempo necessário para a realização de uma tarefa;
- **Precedência entre tarefas:** relação que define a sequência na qual as tarefas devem ser executadas;
- **Estação ou posto de trabalho:** localização física onde um conjunto de tarefas é executado por um operador ou máquina (GAITHER; FRAZIER, 2005);
- **Tempo de uma estação:** somatório dos tempos das tarefas executadas na estação de trabalho;
- **Operador:** indivíduo que realiza tarefas nas estações de trabalho;
- **Tempo de ciclo:** tempo entre duas entradas consecutivas de produto nas estações de trabalho (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007); Rao (1971) e Gaither e Frazier (2005) definem o tempo de ciclo de uma linha de montagem como o tempo entre duas saídas consecutivas de produto ao fim da linha;
- **Takt time:** taxa de produção de uma linha necessária para atender à demanda do cliente, em unidades de tempo por unidade produzida (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009), segundo a equação (1):

$$tt = \frac{1}{r} \quad (1)$$

Onde: tt é o *takt time*, em unidade de tempo por unidade produzida;

r é a taxa de produção exigida pela demanda, em unidades de produto por intervalo de tempo.

2.2.2 Indicadores de linhas de montagem

Há alguns indicadores de desempenho de linhas de montagem relevantes para a compreensão dos assuntos deste trabalho, os quais serão descritos a seguir.

Pode-se obter o número mínimo de estações de trabalho necessárias para atender ao *takt time* através da equação (2), a seguir (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009):

$$K_{\min} = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{tt} \quad (2)$$

Onde: K_{\min} representa o número mínimo de estações de trabalho necessárias;

t_i é o tempo necessário para execução da *i-ésima* tarefa, em unidades de tempo;

i indica a tarefa, tal que $i = 1, \dots, N$;

N é o número de tarefas.

No entanto, em situações reais o número de estações deve ser um valor inteiro, portanto o número mínimo de estações obtido pela equação (2) deve ser arredondado para o próximo valor inteiro mais alto. Gaither e Frazier (2005) definem o grau de **utilização** (porcentagem de tempo que a linha de produção trabalha) como indicado pela equação (3):

$$Utilização(\%) = \frac{K_{\min}}{K} \cdot 100 \quad (3)$$

Onde: K representa o número real de estações de trabalho na linha.

A eficiência da linha é calculada pela razão entre o somatório dos tempos das tarefas e o tempo total do produto na linha (resultante do produto do tempo de ciclo com o número de estações). O cálculo é representado pela equação (4) a seguir (BECKER; SCHOLL, 2006):

$$Eficiência(\%) = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{K \cdot C} \cdot 100 \quad (4)$$

Onde: C é o tempo de ciclo, em unidades de tempo.

Pode-se substituir tempo de ciclo pelo *takt time* na equação (4), obtendo assim a eficiência em relação ao *takt time*.

A ociosidade ou tempo ocioso (*idle time*) é o tempo no qual uma estação (ou operador) está ociosa, devido à diferença entre o tempo de ciclo e o tempo da estação (THOMOPOULOS, 1967; EREL; SARIN, 1998), dada pela equação (5):

$$Ociosidade_j = C - S_j \quad \forall j = 1, \dots, K \quad (5)$$

Onde: j identifica a estação de trabalho;

S_j é o tempo total de trabalho da estação j , em unidades de tempo;

K é o número de estações de trabalho.

Uma medida usual é a **ociosidade total** da linha (ou tempo ocioso total), obtida somando os tempos ociosos de todas as estações da linha (EREL; SARIN, 1998; KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009), como mostra a equação (6):

$$Ociosidade\ total = K.C - \sum_{i=1}^N t_i \quad (6)$$

Gerhardt (2005) expõe mais dois indicadores para avaliar as soluções de balanceamento de linha: o Atraso de Balanceamento e o Índice de Suavidade.

O **atraso de balanceamento** (*balance delay*) fornece um percentual do tempo ocioso total da linha em relação ao tempo total gasto pelo produto para percorrer toda a linha de montagem (KILBRIDGE; WESTER⁴, 1961 apud EREL; SARIN, 1998), e é calculado conforme a equação (7):

$$Atraso\ de\ balanceamento = \frac{K.C - \sum_{i=1}^N t_i}{K.C} \cdot 100 \quad (7)$$

Esta é uma medida que indica a ineficiência da linha devido à alocação imperfeita de tarefas às estações, que por sua vez resulta em um tempo improdutivo (RAO, 1971; FARNES; PEREIRA, 2006). Assim, em um cenário ideal seria obtido um atraso de balanceamento igual a zero, indicando que todas as estações de trabalho recebem a mesma carga de trabalho (DESSOUKY; ADIGA; PARK, 1995). Rao (1971) aponta que, na prática, os operadores com menos tarefas não irão permanecer imóveis aguardando o fim de cada ciclo, mas irão realizar as tarefas em tempos progressivamente mais lentos.

⁴ KILBRIDGE, M. D., WESTER, L. The balance delay problem. **Management Science**, v. 8, p. 69-84, 1961.

Por outro lado, o **índice de suavidade** (*smoothing index*) fornece a variação entre os tempos totais de trabalho de cada estação de trabalho e o tempo total máximo obtido entre as estações (MOODIE; YOUNG⁵, 1965 apud RAO, 1971; ROSENBLATT; CARLSON⁶, 1985 apud EREL; SARIN, 1998), calculado pela equação (8):

$$\text{Índice de suavidade} = \sqrt{\sum_{j=1}^K (S_{\max} - S_j)^2} \quad (8)$$

Onde: S_{\max} é o maior tempo total de operação entre as estações, em unidades de tempo. Becker e Scholl (2006) citam a equação (8) considerando S_{\max} equivalente ao tempo de ciclo C . Quanto menor a variação dos tempos entre as estações, menor o índice de suavidade, indicando um balanceamento mais eficiente (GERHARDT, 2005). Ignall⁷ (1965 apud RAO, 1971) observa que o objetivo de minimizar o tempo ocioso deve ter preferência sobre a minimização do índice de suavidade, pois possui maior impacto sobre os custos.

Quando se trata de uma linha de montagem de modelo misto, se torna pertinente avaliar a diferença de tempo que as estações de trabalho apresentam quando processam modelos diferentes de produto. Com este intuito, é adotado um indicador chamado neste trabalho por **índice de suavidade horizontal**. Para a formulação de tal índice, é considerada a função apresentada por Merengo, Nava e Pozzetti (1999), descrita na equação (9).

$$\text{Índice de suavidade horizontal} = \sum_{j=1}^K \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m \left(S_{jk} - \sum_{w=1}^m S_{jw} \cdot \alpha_w \right)^2}{\sum_{k=1}^m S_{jk} \cdot \alpha_k}} \quad (9)$$

Onde: S_{jk} é o tempo total da estação j para o modelo k ;

α_k é a demanda parcial do modelo k ;

k e w indicam o modelo, tal que $k = 1, \dots, m$ e $w = 1, \dots, m$;

m é o número de modelos produzidos.

⁵ MOODIE, C. L.; YOUNG, H. H. A heuristic method of assembly line balancing for assumptions of constant or variable work element times. **The Journal of Industrial Engineering**, v. 16, p. 23-29, 1965.

⁶ ROSENBLATT, M. J., CALRSON, R. C. Designing a production line to maximize profit. **IIE Transacions**, v. 17, p. 117-121, 1985.

⁷ IGNALL, E. J. A review of assembly line balancing. **Journal of Industrial Engineering**, v. 16, p. 244-254, 1965.

O índice de suavidade horizontal tem valor nulo quando os tempos de processamento de cada estação são idênticos para todos os modelos produzidos.

A título de exemplificação, a Figura 5 ilustra graficamente os resultados (idealizados) obtidos quando se realizam balanceamentos vertical, horizontal ou ambos simultaneamente. Ressalta-se que no **balanceamento vertical** objetiva-se equilibrar as cargas de trabalho entre as estações de uma linha; já o **balanceamento horizontal** objetiva equilibrar as cargas de trabalho de uma estação para os diferentes produtos que esta processa. Adota-se neste exemplo uma linha com seis estações de trabalho que processa dois produtos diferentes e que, na situação original (Figura 5a) possui desnivelamentos nos tempos das estações. Nota-se que ao realizar o balanceamento vertical (Figura 5b), homogeneiza-se os tempos de trabalho entre as estações, porém cada estação pode apresentar tempos diferentes para produtos diferentes. Já no balanceamento horizontal (Figura 5c) homogeneiza-se os tempos das estações para diferentes produtos, porém não necessariamente nivela-se os tempos de trabalho entre as estações. Já a Figura 5d mostra um caso ideal, onde realiza-se o balanceamento vertical e horizontal de forma perfeita, isto é, todas as estações de trabalho possuem o mesmo tempo de execução, para todos os produtos que a linha processa.

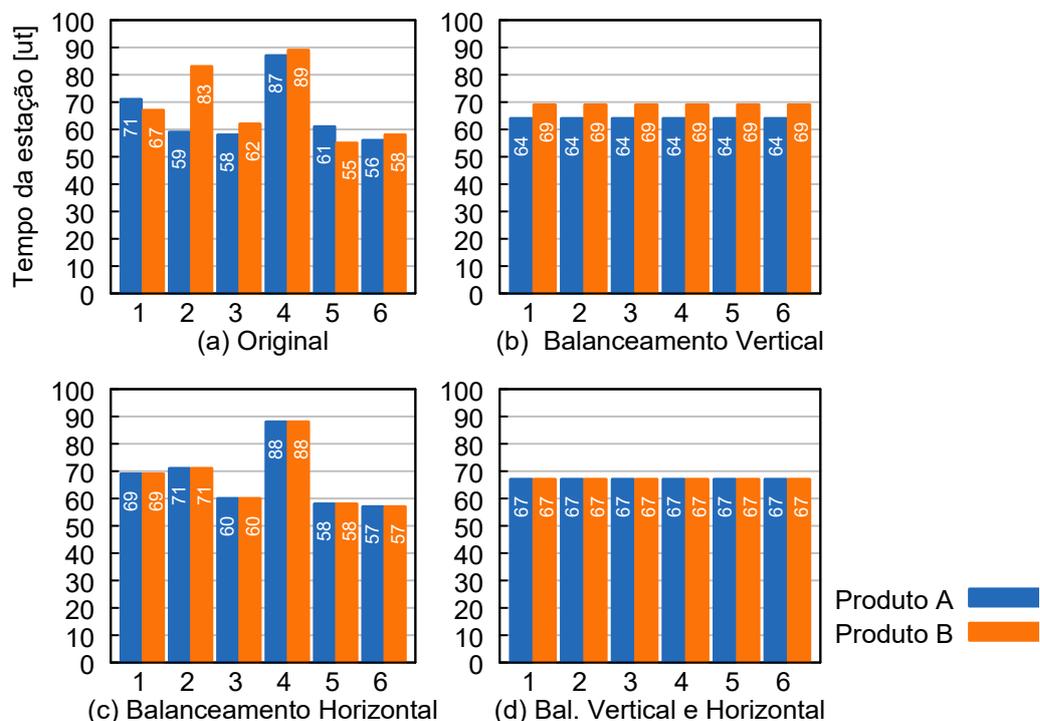


Figura 5 – Exemplos de balanceamento vertical e horizontal.

Fonte: Autoria própria (2017).

Ressalta-se que as situações apresentadas na Figura 5 são idealizadas com a finalidade de ilustrar os conceitos de balanceamento vertical e horizontal. Em casos práticos, devido a fatores como a indivisibilidade de tarefas e diferenças de atividades entre produtos, o balanceamento não será totalmente perfeito.

Quanto aos indicadores da linha de montagem, supondo, por exemplo, que cada produto é processado em volumes iguais, ou seja, cada um possui uma demanda produtiva de 50%, pode-se calcular o índice de suavidade e o índice de suavidade horizontal, como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Indicadores obtidos para os casos ilustrados na Figura 5.

Balanceamento	(a)		(b)		(c)		(d)	
	Original		Balanceamento Vertical		Balanceamento Horizontal		Bal. Vertical e Horizontal	
Produto	A	B	A	B	A	B	A	B
Índice de suavidade [ut]	59,3	58,0	0	0	57,4	57,4	0	0
Índice de suavidade horizontal	0,032		0,015		0		0	
Tempo de ciclo [ut]	89		69		88		67	

Fonte: Autoria própria (2017).

Observa-se que o índice de suavidade apresentou valor nulo para os casos em que foi realizado o balanceamento vertical, ao passo que o índice de suavidade horizontal apresentou valor nulo para os casos em que realizou-se o balanceamento horizontal. Ainda, observa-se que ambos indicadores são nulos no último caso, o qual também apresentou o menor tempo de ciclo.

2.2.3 Classificação das linhas de montagem

Os sistemas de linha de montagem são classificados de diversas maneiras na literatura (SCHOLL; BECKER, 2006; BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007; BATTAÏA; DOLGUI, 2013). O Quadro 1 apresenta a classificação proposta por Saif et al. (2014), a qual considera características da linha (*layout*, produtos e fluxo) e também algumas características referentes ao balanceamento (tempo de tarefa, função objetivo e abordagem do modelo).

Quadro 1 - Classificações de linha de montagem

Layout	Linha reta (em série)
	Linhas em paralelo
	Linha em U
	Linhas com dois lados
Produtos	Modelo único
	Modelo misto
	Multi-modelo
Fluxo da linha	Linha de passo contínuo (<i>paced</i>)
	Linha de passo sincronizado (<i>un-paced synchronous</i>)
	Linha de passo não sincronizado (<i>un-paced asynchronous</i>)
Tempo de tarefa	Tempo fixo (determinístico)
	Tempo variável
	Tempo estocástico
Função objetivo	Objetivo único
	Multi-objetivo
Abordagem do balanceamento	Linha de Montagem Simples (SALBP)
	Linha de Montagem Generalizada (ALBP)

Fonte: SAIF et al. (2014).

O *layout* em linha reta é o mais tradicional, onde os produtos percorrem sucessivamente as estações posicionadas em série. Nestas linhas, o tempo de ciclo é ditado pela estação gargalo (estação que demanda maior tempo para a execução de suas tarefas). Linhas paralelas são utilizadas para dividir a demanda entre estações. Usualmente as operações que requerem maior tempo de processamento são executadas simultaneamente por mais de uma estação em paralelo, ajudando a reduzir o tempo de ciclo da linha. Nas linhas em U o produto passa pela mesma estação ou operador mais de uma vez ao percorrer a linha. Este arranjo busca otimizar a utilização das estações e operadores, reduzindo tempo ocioso e eliminando a necessidade de duplicar estações. Nas linhas com dois lados (*two-sided*) mais de um operador ou equipamento atuam simultaneamente na mesma estação (SAIF et al., 2014), *layout* comum quando os produtos processados são pesados ou grandes (e.g.: automóveis, máquinas agrícolas).

Quanto à variedade de produtos, as linhas de montagem podem ser divididas em três grupos (BECKER; SCHOLL, 2006; BATAÏA; DOLGUI, 2013): linhas de modelo único, modelo misto e multi-modelo (Figura 6).

- **Linhas de modelo único:** um único produto é produzido na linha. As tarefas necessárias para execução do produto são distribuídas entre estações de trabalho e não se alteram entre os ciclos de produção.
- **Linhas de modelo misto:** diversos modelos são produzidos simultaneamente. A existência de variantes de um modelo base também é uma realidade observável. Os processos para produção de cada modelo são similares, diferindo apenas pelas variações de atributos e itens opcionais existentes entre os modelos. Assim, cada estação de trabalho possui um conjunto de tarefas específico para cada modelo produzido.
- **Linhas multi-modelo:** produtos diferentes são produzidos na mesma linha, porém em lotes separados. Neste tipo de linha há tempos de *set-up* consideráveis entre o processamento dos lotes. Em tese, a linha deve ser rebalanceada de acordo com o lote produzido.

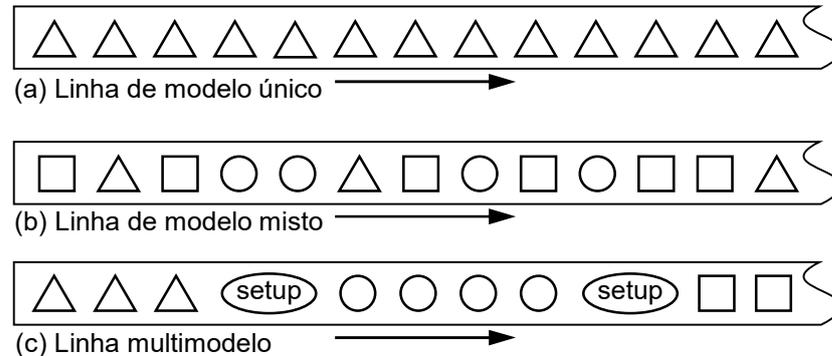


Figura 6 – Linhas de montagem modelo único, modelo misto e multi-modelo.

Fonte: Adaptado de Becker e Scholl (2006).

Em uma linha de passo contínuo (*paced lines*, SCHOLL⁸, 1999 apud MEIRA, 2015) todas as estações possuem tempos de execução similares, e a movimentação dos produtos em cada estação é simultânea. Usualmente um sistema mecânico (e.g.: esteira) movimenta as peças progressivamente através dos postos de trabalho. Cada posto é delimitado por um comprimento (passo da linha) no qual o

⁸ SCHOLL, Armim. **Balancing and sequencing of assembly lines**. 2. ed. New York: Heidelberg: Physica. 1999.

operador se desloca junto com a peça executando as tarefas da sua estação e ao concluí-las retorna ao ponto inicial, fechando o ciclo do posto.

Linhas que não possuem passo contínuo (*un-paced lines*) podem possuir duas variantes: passo sincronizado e passo não sincronizado. Em ambas, o produto só é transferido de uma estação depois que todas as tarefas da estação são concluídas. Nas linhas de passo sincronizado (*un-paced synchronous lines*) há um avanço sincronizado, ou seja, a transferência de produtos entre as estações é simultânea para todas as estações e é liberada apenas após todos os postos concluírem suas tarefas. Nas linhas de passo não sincronizado (*un-paced asynchronous lines*) cada estação pode ter tempos de ciclo diferentes, correspondentes ao tempo de execução de suas tarefas. Neste caso, a diferença de tempos de ciclo entre estações adjacentes pode acarretar em esperas, seja para movimentar o produto adiante ou para receber o produto da estação anterior. Para minimizar este inconveniente é comum o uso de *buffers* de produtos semi-acabados entre estações, atuando como estoques temporários e minimizando os efeitos dos desbalanceamentos na linha. Askin e Standridge⁹ (1993 apud MEIRA, 2015) destacam que é desejável que as estações com tempos de execução maiores sejam alocadas nos primeiros postos da linha.

Os tópicos do Quadro 1 referentes ao balanceamento de linha (tempo de tarefa, função objetivo e abordagens) serão discutidos na próxima seção (2.3).

2.3 BALANCEAMENTO DE LINHA

Devido ao alto grau de automação, linhas de montagem estão associadas a uma parcela considerável dos investimentos em um sistema produtivo. Portanto, a configuração (e reconfiguração) de uma linha de montagem é de crítica importância durante a implementação de um sistema produtivo eficiente (BOYSEN, FLIEDNER; SCHOLL, 2007). O planejamento de uma linha de montagem envolve todas as tarefas e decisões relacionadas aos equipamentos e arranjo das estações de trabalho para um determinado processo produtivo, antes mesmo da linha em si ser implementada. Isto inclui a determinação da capacidade do sistema (tempo

⁹ ASKIN, Ronald G.; STANDRIDGE, Charles R. **Modeling and analysis of manufacturing systems**. West Sussex: John Wiley & Sons Inc, 1993.

de ciclo, número de estações e equipamentos) bem como a alocação das tarefas nas estações e sequenciamento das atividades.

O problema de balanceamento de linha é definido de várias formas equivalentes e complementares pela literatura. Segundo Gaither e Frazier (2005):

O balanceamento de linha é a análise de linhas de produção que divide igualmente o trabalho a ser feito entre estações de trabalho, a fim de que o número de estações de trabalho necessário na linha de produção seja minimizado. (GAITHER; FRAZIER, 2005, p. 209).

Dessouky, Adiga e Park (1995) definem o objetivo do balanceamento de linha como sendo a minimização dos tempos ociosos totais das estações de trabalho, resultantes da distribuição desigual de tarefas. Ainda, ressalta que minimizar os tempos ociosos tende a homogeneizar a distribuição de tarefas entre as estações e operadores, além de maximizar o fluxo e minimizar os níveis de estoque.

A decisão de alocar de maneira otimizada as tarefas entre as estações de trabalho, tendo um objetivo especificado (e.g. minimizar o tempo de ciclo ou tempos ociosos) é definida como um problema de balanceamento de linha, ou ALBP (*Assembly Line Balancing Problem*, SCHOLL; BECKER, 2006).

A manufatura ou montagem de um produto requer que um conjunto de tarefas sejam executadas. Cada tarefa exige um tempo para ser executada, além de equipamentos e mão-de-obra específicos. Ainda, devido a restrições tecnológicas ou operacionais, as tarefas são inter-relacionadas por condições de precedência, não podendo ser executadas em ordem aleatória. Desta forma, um ALBP consiste de três elementos básicos: um diagrama de precedências contendo todas as tarefas, as estações de trabalho que compõe a linha e um objetivo a ser otimizado (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007).

2.3.1 Diagrama de precedências

Battaia e Dolgui (2013) citam algumas restrições a serem consideradas na alocação de tarefas às estações.

Restrições de ocorrência garantem que todas as tarefas são executadas. Restrições de zona (ou restrições de zoneamento) garantem que um grupo de tarefas sejam executadas na mesma estação, ou, por outro lado, que certas tarefas não sejam alocadas juntas na mesma estação. Restrições de sincronismo alocam tarefas iguais a estações paralelas. Restrições posicionais forçam que certas tarefas sejam

alocadas em estações específicas. Restrições de distância impõe um intervalo (em estações ou tempo) entre a execução de duas tarefas.

Já as relações de precedência são aquelas que estabelecem quais tarefas devem preceder a execução de outras, i. e. determinam a sequência na qual as tarefas devem ser executadas. As relações de precedência são indicadas na forma de uma matriz ou de um diagrama de precedências (BATTAÏA; DOLGUI, 2013).

Um diagrama de precedências contém nós para cada tarefa e setas ou arcos que indicam as relações de precedência (Figura 7). Ainda, os nós e arcos podem possuir pesos representando o tempo de tarefa, alternativas de processamento ou restrições de zona, por exemplo (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007). Um exemplo de construção de um diagrama de precedências a partir do descritivo do problema e interdependências entre tarefas é descrito por Slack, Chambers e Johnston (2009).

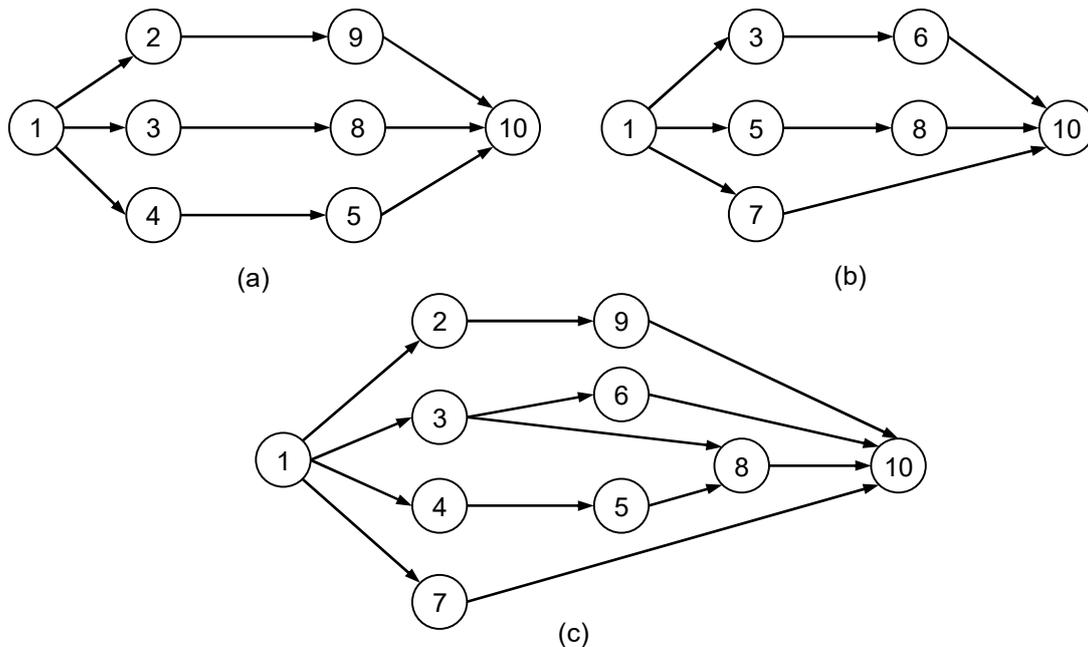


Figura 7 – Diagramas de precedência para um modelo A (a), modelo B (b) e o diagrama de precedências equivalente (c).

Fonte: Adaptado de Gokcen e Erel (1998).

Um diagrama de precedências considera todas as tarefas requeridas para a produção de um determinado produto. Thomopoulos (1970) introduziu o conceito de diagrama de precedência equivalente para abordar problemas de balanceamento de linhas de modelo misto, abordagem que foi posteriormente adotada em diversos outros casos disponíveis na literatura (cf. RAO, 1971; EREL; GOKCEN, 1999; MERENGO; NAVA; POZZETTI, 1999; SIMARIA; VILARINHO, 2004;

GERHARDT; FOGLIATTO; CORTIMIGLIA, 2007). A Figura 7 exemplifica a construção de um diagrama equivalente, onde as relações de precedência de dois modelos variantes de um produto são agrupadas em um único diagrama.

No diagrama de precedências equivalente, consideram-se todas as tarefas de todos os modelos. Tarefas comuns a modelos diferentes recebem tempos de execução diferentes, podendo receber tempo nulo quando a tarefa é ausente em determinado modelo.

2.3.2 Abordagens do tempo de tarefa

As características do tempo de tarefa podem levar o problema de balanceamento de linha para duas abordagens: determinística e estocástica.

Em uma abordagem determinística, assume-se que os tempos das tarefas são parâmetros fixos e não se alteram conforme as operações são executadas. Esta hipótese simplifica o problema de balanceamento, o qual pode ser descrito como: dado um número de tarefas com seus respectivos tempos de realização e suas relações de precedência, alocam-se as tarefas em uma sequência ordenada de estações de forma que as precedências são satisfeitas e alguma medida de desempenho é otimizada (EREL; SARIN, 1998).

Quando a variação nos tempos de tarefa de uma linha são pequenos (e.g.: tarefas executadas por robôs ou máquinas com desempenho relativamente constante e tarefas simples), os tempos podem ser considerados como determinísticos (JOHNSON¹⁰, 1983 apud SAIF et al., 2014; MEIRA, 2015).

A abordagem estocástica, por outro lado, trata o tempo de execução das tarefas seguindo uma distribuição de probabilidade (tipicamente uma distribuição normal modificada; EREL; SARIN, 1998). Adotando tempos estocásticos, as tarefas de uma estação de trabalho podem estar eventualmente incompletas devido a duas situações: a tarefa não é concluída dentro do tempo de ciclo; ou a tarefa é atrasada por uma tarefa precedente incompleta. A identificação de tarefas incompletas podem ser associadas a custos de retrabalho, parada de linha ou modelagem de estoques intermediários (GERHARDT, 2005; SAIF et al., 2014). Nota-se que reduzir o tempo de ciclo ou o número de estações tende a aumentar a quantidade de tarefas incompletas.

¹⁰ JOHNSON, R. V. A branch and bound algorithm for assembly line balancing problems with formulation irregularities. **Management Science**, v. 29, n. 11, p. 1309-1324, 1983.

Consequentemente, a elaboração e avaliação de soluções possíveis para problemas estocásticos se torna relativamente mais complexa e dispendiosa do que na abordagem determinística, devido à dificuldade de se desenvolver algoritmos de otimização eficientes (SAIF et al., 2014).

Em casos reais, o tempo de tarefa pode variar por motivos adversos. Há, por exemplo, o efeito da aprendizagem do operador, que reduz o tempo da tarefa conforme o operador obtém experiência (CHAKRAVARTY¹¹, 1988 apud SAIF et al., 2014). Nestes casos o tempo de tarefa pode ser considerado como uma variável que depende da taxa de aprendizagem dos operadores. Meira (2015) destaca esta e outras possibilidades de comportamento dinâmico da variação dos tempos, como o efeito de sucessivas melhorias no processo. Outras situações em que o tempo de tarefa torna-se variável incluem paradas de máquina, fadiga de operadores, oscilações de desempenho, defeitos na matéria prima, instabilidades de operações manuais (SHIN¹², 1990 apud SAIF et al., 2014).

2.3.3 Funções de avaliação (Funções objetivo)

Os objetivos mais comuns no contexto de balanceamento de linhas são a minimização do tempo ocioso total para um dado tempo de ciclo (balanceamento Tipo I, conforme detalhado na seção 2.3.4) ou a minimização do tempo e ciclo para um dado número de estações (balanceamento Tipo II; EREL; SARIN, 1998). Muitos modelos buscam a minimização do número de estações para um dado tempo de ciclo, que por sua vez é equivalente ao Tipo I.

A partir da equação (6), o objetivo de minimizar o tempo ocioso total, por exemplo, pode ser expressado pela equação (10):

$$\min z = K.C - \sum_{i=1}^N t_i \quad (10)$$

Como os tempos das tarefas são uma constante, a função objetivo em (10) pode ser simplificada a reduzir K (número de estações de trabalho) para um dado

¹¹ CHAKRAVARTY, A. K. Line balancing with task learning effects. **IIE Transactions**, v. 20, n. 2, p. 186-193, 1988.

¹² SHIN, D. An efficient heuristic for solving stochastic assembly line balancing problems. **Computers & Industrial Engineering**, v. 18, n. 3, p. 285-295, 1990.

tempo de ciclo C (balanceamento Tipo I), ou minimizar C , dado um K (balanceamento Tipo II).

As linhas de montagem podem ser otimizadas tendo em vista uma ou mais funções objetivo. Dentre as funções mais comuns, encontram-se:

- Minimização do tempo de ciclo;
- Minimização do número de estações;
- Minimização da diferença de tempo entre estações ou operadores;
- Minimização do índice de suavidade;
- Minimização de tarefas incompletas;
- Minimização do custo de implementação;
- Maximização da eficiência do sistema.

Em casos reais, é desejável que dois ou mais destes objetivos sejam alcançados simultaneamente. No entanto, na maioria das linhas de montagem estes objetivos são conflitantes em partes, e as soluções multi-objetivo geralmente são acompanhadas de algum *trade off* entre os diferentes objetivos (SAIF et al., 2014).

Problemas de balanceamento de linha de modelo misto, por exemplo, podem se utilizar de objetivos de balanceamento horizontal e vertical como objetivos secundários (MERENGO; NAVA; POZZETTI, 1999), conforme será discutido adiante na seção 2.3.5.

2.3.4 Balanceamento de Linha de Montagem Simples (SALBP)

Boysen, Fliedner e Scholl (2007) caracterizam a principal decisão em um caso de balanceamento, em sua versão mais simples, como um problema de balanceamento de linha de montagem simples, ou SALBP (*Simple Assembly Line Balancing Problem*).

Os problemas de SALBP são casos especiais de ALBP, porém com hipóteses mais restritivas, listadas a seguir (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007):

- a. Produção em massa de um produto homogêneo.
- b. Todas as tarefas são executadas de um modo pré-determinado.
- c. Linha de montagem sincronizada com um tempo de ciclo comum a todas as estações.
- d. Linha em série, sem estações em paralelo.
- e. Sequência de tarefas sujeita a restrições de precedência.

- f. Tempo de tarefas determinísticos (sem variação entre ciclos).
- g. Nenhuma restrição na alocação de tarefas além das restrições de precedência.
- h. Uma tarefa não pode ser dividida entre duas ou mais estações.
- i. Todas as estações são igualmente equipadas (equipamentos e mão-de-obra).

Um SALBP assume que o tempo de ciclo é o mesmo para todas as estações de trabalho, ou seja, todas as estações são sincronizadas. Desta forma, a duração das tarefas executadas em uma estação de trabalho nunca pode exceder o tempo de ciclo; no entanto, as tarefas podem ser executadas em um tempo menor, restando um tempo ocioso em que nenhuma ação ocorre até que o tempo de ciclo seja atingido (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007). Para uma linha garantir maior produtividade, o balanceamento deve resultar no menor tempo ocioso possível.

Boysen, Fliedner e Scholl (2007) destacam que quase todas estas hipóteses são relaxadas ou modificadas em diversos trabalhos encontrados na literatura, no intuito de aproximar os modelos estudados das situações reais. Mesmo com suas hipóteses simplificadoras, os SALPB têm se mostrado capazes de representar os principais aspectos de um problema mais amplo de ALBP.

De acordo com a função objetivo, os SALBP podem ser classificados em quatro tipos (SCHOLL¹³, 1999 apud BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007), os quais estão reunidos na Tabela 2 (BECKER; SCHOLL, 2006).

Tabela 2 – Tipos de SALBP

	Tempo de ciclo	
	Dado	Minimizar
Número de estações		
Dado	SALBP-F	SALBP-2
Minimizar	SALBP-1	SALBP-E

Fonte: Adaptado de Becker e Scholl (2006).

Problemas classificados como SALBP-1 possuem como função objetivo minimizar o somatório dos tempos ociosos das estações e minimizar o número de estações. Quando o número de estações é dado, ao minimizar o tempo de ciclo

¹³ SCHOLL, Armim. **Balancing and sequencing of assembly lines**. 2. ed. New York: Heidelberg: Physica. 1999.

(SALPB-2), garante-se um somatório de valor mínimo para o tempo ocioso envolvido em todas as estações. Porém, quando o número de estações e o tempo de ciclo podem ser alterados (minimizados), configura-se um problema do tipo SALBP-E, no qual a eficiência da linha é maximizada. Por fim, quando tanto o número de estações quanto o tempo de ciclo são dados, o problema de determinar um balanceamento de linha viável (do inglês, *feasible*) é chamado de SALBP-F (BOYSEN; FLIEDNER; SCHOLL, 2007).

2.3.5 Balanceamento de Linha de Montagem de Modelo Misto (MALBP)

Como identificado na seção 2.2.3, nos problemas de linhas de montagem de modelo misto (*Mixed-model Assembly Line Balancing Problem* - MALBP) os produtos podem variar quanto ao tamanho, cor, materiais ou acessórios, porém a maior parte das tarefas tendem a ser comuns ou muito similares entre os modelos.

Em síntese, o problema de balanceamento de uma linha de montagem de modelo-misto pode ser definido como: dado um número de modelos produzidos, as tarefas associadas a cada modelo, seus tempos de execução e as relações de precedência entre as tarefas de cada modelo, o problema consiste em alocar as tarefas a uma sequência de estações de forma que as relações de precedência sejam respeitadas e algum parâmetro de desempenho seja otimizado (EREL; GOKCEN, 1999). A seguir são apresentadas algumas abordagens de MALBP encontradas na literatura.

Thomopoulos (1967) descreve um procedimento onde adapta técnicas de balanceamento de linha simples para linhas de modelo misto. Tal método considera todo o sequenciamento de um turno de produção, distribuindo as tarefas entre os operadores tendo o tempo de um turno de trabalho como referência, ao invés do tempo de ciclo, obtendo tempos de tarefa médios. O autor ressalta que é desejável que as tarefas sejam as mesmas para cada operador, para todos os modelos, aumentando a eficiência da linha.

Posteriormente, visando suavizar a variação da carga de trabalho entre as estações de trabalho, Thomopoulos (1970) propõe a minimização da diferença entre o tempo de ciclo médio de cada produto e seu tempo em cada estação. Isto tende a uniformizar a carga de trabalho entre as estações para todos os modelos.

Rao (1971) utilizou-se do método *shortest route* (“caminho mais curto”) para resolver problemas de balanceamento, também utilizando o tempo de um turno de trabalho como critério de balanceamento de linhas de modelo-misto.

Gocken e Erel (1997, 1998) e Erel e Gocken (1999) apresentam métodos de otimização para o MALBP. A abordagem combina os diagramas em um equivalente, considera os tempos de ciclo e os tempos das tarefas de cada modelo.

Gokcen e Erel (1997) apresentam um modelo de programação por objetivos onde também se utilizam de um diagrama de precedências equivalente, e adotam três objetivos para o modelo de balanceamento. O primeiro objetivo (prioritário) é a minimização do número de estações, seguido da minimização do tempo de ciclo e por último o atendimento das restrições de zona (tarefas que podem ou não estar juntas na mesma estação). Posteriormente, Gokcen e Erel (1998) propõem um modelo de programação binária capaz de resolver modelos com até 40 tarefas, com algumas limitações quanto às restrições possíveis. Erel e Gokcel (1999) apresentam uma formulação do tipo *shortest route*, também visando a solução de problemas de balanceamento de linhas de modelo misto.

Conforme já discutido, em linhas de modelo misto cada estação possui cargas de trabalho diferentes para cada modelo processado. E isto, dependendo do sequenciamento da produção, pode fazer com que o operador não conclua suas tarefas dentro do tempo de ciclo estabelecido, gerando tarefas incompletas (as quais requerem retrabalho ou parada de linha, aumentando os custos de produção). Tendo como objetivo minimizar o número de tarefas incompletas, Merengo, Nava e Pozzetti (1999) introduzem os conceitos de balanceamento horizontal e vertical.

Como descrito na seção 2.2.2, o **balanceamento vertical** objetiva equilibrar as cargas de trabalho entre as estações de uma linha para um dado produto. Já o **balanceamento horizontal** objetiva equilibrar as cargas de trabalho de uma estação para os diferentes produtos que esta processa. Um bom balanceamento horizontal viabiliza um sequenciamento de produção mais flexível, adequando-se a maiores variações da demanda.

A partir de um modelo de balanceamento de linha de modelo simples, Simaria (2001) propõe um modelo para o balanceamento de linha de modelo misto. Neste, entre outras hipóteses, pressupõe-se que tarefas comuns a vários modelos devem ser realizadas pela mesma estação, obrigatoriamente, porém podendo ter tempos de

execução diferentes. Também é permitida a duplicação de estações quando o tempo de execução de uma tarefa excede um percentual pré-definido do tempo de ciclo para ao menos um dos modelos processados. É aplicada uma função objetivo composta por três termos: o primeiro (e dominante) minimiza o número de postos de trabalho, o segundo busca o balanceamento vertical e o terceiro busca o balanceamento horizontal.

Simaria e Vilarinho (2004) utilizaram o modelo proposto por Simaria (2001) como ponto de partida. São adotados tempos equivalentes para avaliar as soluções, os quais são obtidos pela ponderação com a demanda de cada modelo. A função objetivo adotada foi dividida em dois termos, sendo o principal responsável por minimizar o tempo de ciclo e o segundo termo responsável pelo balanceamento horizontal.

Becker e Scholl (2006) realizaram um levantamento na literatura dos problemas e abordagens de balanceamentos de linha. Neste levantamento, denominam os problemas de balanceamentos de linhas de modelo misto como MALBP, classificando-os de forma análoga aos SALBP (Tabela 2). Os MALBP partem das mesmas hipóteses dos SALBP, com a adição de tempos de tarefas diferentes para modelos diferentes, a combinação dos diagramas de precedência individuais em um diagrama equivalente, e a consideração da proporção da produção de cada modelo de produto.

Ainda, Becker e Scholl (2006) distinguem duas abordagens ao modelar e resolver um MALBP. A primeira consiste em reduzir o problema para um SALBP, adotando algumas simplificações, como considerar o tempo de tarefa como a média dos tempos de cada modelo, ponderados pela produção percentual em relação à produção total. A segunda abordagem se refere ao uso de balanceamento horizontal, usualmente adicionando objetivos secundários ao modelo (um exemplo é a proposta de Thomopoulos (1970) citada anteriormente). Decker¹⁴ (1993 apud BECKER; SCHOLL, 2006) propõe a minimização do máximo desvio entre o tempo de execução total de uma estação (para qualquer modelo) e o tempo total médio das estações.

¹⁴ DECKER, M. Capacity smoothing and sequencing for mixed-model lines. **International Journal of Production Economics**, v. 30–31, p. 31–42, 1993.

Domschke¹⁵ (1996 apud BECKER; SCHOLL, 2006) propõe a minimização do somatório de violações do tempo de ciclo, para todas as estações e modelos.

Um modelo de programação linear inteira mista que considera tanto o balanceamento quanto o sequenciamento de produtos em linhas de modelo-misto é proposto por Ozturk et al. (2013). No entanto, o autor menciona que o modelo linear inteiro misto proposto é computacionalmente ineficiente para problemas de larga escala. Visando contornar este problema, um modelo de programação com restrições (*constraint programming*) é proposto, obtendo resultados adequados para problemas de grande escala com maior agilidade que os demais métodos disponíveis.

Sikora, Lopes e Magatão (2017) propõe um modelo para solução de ALBP por meio de programação linear inteira mista. Este modelo permite que operadores se desloquem pela linha realizando tarefas em mais de uma estação por ciclo (similar ao problema do caixeiro viajante ou *traveling salesman problem*), conferindo maior flexibilidade à alocação de tarefas. Desta forma, aloca-se tarefas não somente a estações, mas também há uma associação aos operadores que as realizam, operadores estes que podem se mover entre diferentes estações. O modelo desenvolvido prevê restrições de tarefas (tanto a estações quanto a operadores), tarefas que exigem mais de um operador para ser executada, tarefas automáticas e semi-automáticas, variação no tempo de tarefa entre estações (devido à diferença de desempenho). Dentre as simplificações, há a possibilidade de realizar o balanceamento de linhas de modelo-misto, sendo que a média dos tempos de tarefa para cada modelo é adotada, e o problema é então modelado como um balanceamento de linha de modelo único. O modelo desenvolvido foi submetido a diversos testes envolvendo diversos conjuntos de dados extraídos de casos reais diversificados, similares aos casos apresentados por Leal (2013), Mibach e Campos (2013), Noso e Pelegrini (2014), além de estudos de benchmark com dados adaptados de Scholl¹⁶ (1999 apud SIKORA; LOPES; MAGATÃO, 2017) e Otto, Otto e Scholl (2013).

¹⁵ DOMSCHKE, W.; KLEIN, R.; SCHOLL, A. Antizipative Leistungsabstimmung bei moderner Variantenfließfertigung. *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, v. 66, p. 1465–1490, 1996.

¹⁶ SCHOLL, Armim. *Balancing and sequencing of assembly lines*. 2. ed. New York: Heidelberg: Physica. 1999.

2.4 OTIMIZAÇÃO APLICADA À PROBLEMAS DE ENGENHARIA

Em problemas de engenharia, a otimização busca obter o melhor resultado possível dentro de dadas circunstâncias, seja minimizando o custo necessário ou maximizando os benefícios esperados (RAO, 2009). Rothlauf (2011) destaca que os problemas de otimização combinatória (como é o caso dos ALBP) são usualmente relacionados à alocação eficiente de recursos limitados de forma a atender os objetivos desejados.

A formulação de um problema de otimização em engenharia pode ser descrita nas seguintes etapas (ARORA, 2017):

- i) **Descrever o problema:** declarar os objetivos gerais e requisitos de projeto a serem atendidos;
- ii) **Realizar investigação preliminar e coleta de dados:** coletar propriedades do sistema, requisitos de performance, limitações de recursos, custos e também levantar os procedimentos e ferramentas de análise;
- iii) **Identificar variáveis de decisão:** também chamadas de variáveis de otimização, são as variáveis livres para escolha do projetista e que geram as diferentes soluções;
- iv) **Definir o critério de otimização:** estabelecer uma função escalar capaz de avaliar a performance das soluções viáveis;
- v) **Estabelecer as restrições:** identificar as restrições e limitações do problema e descrevê-las através de formulações matemáticas.

Arora (2017) apresenta uma formulação genérica de um modelo de otimização, o qual é descrito como: encontrar um vetor de variáveis de decisão $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ que minimize a função

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (11)$$

sujeita a m restrições de inequidade

$$g_i(\mathbf{x}) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0, \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (12)$$

e sujeita a p restrições de igualdade

$$h_j(\mathbf{x}) = h_j(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad \forall j = 1, 2, \dots, p \quad (13)$$

O autor ressalta que esta formulação genérica pode sofrer alterações em cada caso, devido à presença de variáveis contínuas ou discretas, aos problemas serem formulados com ou sem restrições, apresentarem funções lineares ou não-lineares, presença de objetivo único ou multi-objetivo, otimização apresentar caráter determinístico ou probabilístico.

Nota-se que modelos matemáticos descrevem a realidade extraindo as relações mais relevantes de um problema, formulando-o através de símbolos e expressões matemáticas. Sendo assim, na construção de um modelo sempre haverá aspectos da realidade que serão negligenciados ou idealizados (ROTHLAUF, 2011).

Ainda, a formulação matemática do problema de otimização pode ser programada de diversas maneiras, como por exemplo (RAO, 2009):

- a) Programação Linear (seção 2.5);
- b) Programação Não-Linear;
- c) Programação Geométrica;
- d) Programação Quadrática;
- e) Programação Inteira;
- f) Programação Estocástica (Probabilística).

2.5 PROGRAMAÇÃO LINEAR

Bradley, Hax e Magnanti (1977) definem programação linear (PL) como a maximização ou minimização de uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições lineares. Puccini (1975) estabelece que:

Os problemas de programação linear referem-se à distribuição eficiente de recursos limitados entre atividades competitivas, com a finalidade de atender a um determinado objetivo, por exemplo, maximização de lucros ou minimização de custos. (PUCCINI, 1975, p. 38).

Assim, é uma ferramenta matemática que permite encontrar as soluções ótimas para um determinado tipo de problema, onde busca-se alocar recursos da melhor maneira possível (ANDRADE, 2004).

2.5.1 Definições e conceitos

A seguir serão descritos alguns conceitos referentes à programação linear:

- **Função objetivo:** função linear que se deseja otimizar, seja minimizando-a ou maximizando-a (PUCCINI, 1975);
- **Variáveis de decisão:** são as variáveis incógnitas (x_1, x_2, \dots, x_n) a serem determinadas pela solução do modelo (LISBOA, 2002), ou, ainda, representam as escolhas que o tomador de decisão pode controlar (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009);
- **Parâmetro (coeficiente ou constante dada):** valor que o tomador de decisão não pode controlar, e não sofre alteração com a solução do modelo (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009).
- **Restrições:** relações que devem ser atendidas pelas variáveis, expressas na forma de um conjunto de equações ou inequações lineares (PUCCINI, 1975). Destacam-se duas situações:
 - i. Restrições de não negatividade: restrições que impedem que variáveis assumam valores negativos;
 - ii. Restrições do problema: restrições específicas do problema que as variáveis devem atender (e.g. demanda mínima, fluxo máximo);
- **Solução viável (ou região viável):** conjunto delimitado pelas restrições, que representa todas as combinações admissíveis de variáveis de decisão (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009);
- **Solução ótima:** solução viável que fornece o valor mais favorável da função objetivo (PUCCINI, 1975).

2.5.2 Hipóteses da programação linear

Os modelos de programação linear apresentam duas hipóteses cruciais pelo caráter limitativo em relação à modelagem de problemas reais (WAGNER, 1986; ANDRADE, 2004):

- i. Divisibilidade: o lucro é estritamente proporcional ao nível de produção; isto implica que cada atividade é capaz de expansão ou redução proporcional contínua, inclusive podendo assumir valores fracionários.

- ii. Aditividade: o efeito total das variáveis é igual à soma dos efeitos individuais de cada variável.

Segundo Wagner (1986), estas duas suposições são equivalentes a declarar que o modelo pode ser formulado em termos de relações lineares. Ainda, ressalta que em situações reais estas hipóteses podem valer apenas como aproximações, porém suficientemente aceitáveis para a utilização da abordagem linear em grande parte dos problemas encontrados.

Em uma interpretação diferente, Puccini (1975) estratifica os efeitos da “divisibilidade”, denotando-a de forma separada, sendo:

- a) Proporcionalidade: hipótese de que o lucro é proporcional aos níveis de produção, sendo o lucro unitário o coeficiente de proporcionalidade. Ou seja, o lucro unitário independe dos níveis de produção, não considerando a economia de escala observada nos problemas reais. Para atenuar os efeitos desta aproximação, pode-se considerar intervalos de produção em que a proporcionalidade é verificada satisfatoriamente.
- b) Divisibilidade: hipótese de que os recursos podem assumir valores fracionários.

Além disso, Puccini (1975) reitera a hipótese de que os modelos de programação linear são determinísticos (certeza), i. e. todos os parâmetros são constantes conhecidas. Em situações práticas, estes parâmetros (e.g. custo unitário) podem oscilar, alterando (ou não) a solução ótima sugerida pelo modelo.

2.5.3 Formulação e aplicações de um modelo linear

Como descrito anteriormente, programação linear consiste na maximização ou minimização de uma função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições lineares (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977). Esta definição pode ser expressa como (PUCCINI, 1975):

$$\begin{aligned}
 \max z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \\
 \text{s.a.: } &a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
 &a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2 \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 &a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m \\
 &x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Onde: z é a função objetivo;

x_1, x_2, \dots, x_n são as variáveis de decisão;

c_j, a_{ij} e b_i , considerando $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$, são parâmetros conhecidos.

Esta formulação pode ser sintetizada na forma (GOLDBARG; LUNA, 2005):

$$\begin{aligned} \max \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{aligned} \tag{15}$$

Em uma possível interpretação, por exemplo, poderia-se assumir que as variáveis de decisão (x_1, x_2, \dots, x_n) representam as quantidades produzidas de n produtos diferentes de um sistema produtivo, e o vetor b representa os m recursos disponíveis. Se a matriz A representa a quantidade de recursos requerida para cada produto, e c representa o lucro unitário de cada produto vendido, o modelo buscará quais quantidades de cada produto deverá ser produzida de modo que o lucro total z seja maximizado.

A solução do modelo linear pode resultar em três situações distintas (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977):

- i. O modelo é inviável, i.e. não há variáveis de decisão que satisfaçam todas as restrições simultaneamente;
- ii. O modelo obtém uma solução irrestrita, i.e. o modelo permite que a função objetivo aumente ou decaia indefinidamente sem que nenhuma restrição seja violada;
- iii. Caso mais comum, em que o modelo possui ao menos uma solução ótima finita, podendo ter múltiplas soluções ótimas.

Dentre os algoritmos de solução de modelos lineares, o mais comum é o algoritmo *Simplex* (WILLIAMS, 2013). Arora (2017) descreve a ideia básica do algoritmo:

(O teorema básico da programação linear) garante que uma das soluções básicas viáveis é uma solução ótima para o problema de programação linear. A ideia básica do método *simplex* é progredir de uma solução básica viável para outra de modo que a função objetivo decresça continuamente até que se alcance o seu valor mínimo. O método nunca calcula soluções básicas inviáveis. O procedimento de eliminação de Gauss-Jordan é utilizado sistematicamente para encontrar as soluções básicas viáveis do sistema de equações lineares $Ax = b$ até que a solução ótima é alcançada. (ARORA, 2017, p. 321, tradução nossa)

Puccini (1975) reforça que, desde que exista uma solução ótima, o método conseguirá obtê-la. Rao (2009) aponta que dentre os métodos já desenvolvidos para a solução de problemas de programação linear, o método *Simplex* continua sendo o mais eficiente e popular. O *Simplex*, no entanto, só é capaz de fornecer soluções para problemas lineares com variáveis contínuas. Contudo, este algoritmo é comumente incorporado a métodos de otimização discreta para auxiliar a solucionar problemas com variáveis não contínuas.

2.5.4 Programação Linear Inteira e Inteira Mista

Como discutido anteriormente, os modelos de programação linear admitem que variáveis assumam valores fracionários. No entanto, em algumas situações práticas não é viável implementar soluções fracionárias. Nestes casos, utiliza-se da programação linear inteira (PLI), restringindo todas as variáveis de decisão a valores inteiros. Ainda, tem-se a programação linear inteira mista (PLIM), na qual apenas algumas das variáveis são restritas a valores inteiros (BRADLEY; HAX; MAGNANTI, 1977; WILLIAMS, 2013).

Uma formulação genérica de PLIM é dada por Magatão (2005):

$$\begin{aligned}
 & \min \sum_{j \in J} c_j x_j + \sum_{i \in I} c_i y_i \\
 & s.t. \sum_{j \in J} a_{kj} x_j + \sum_{i \in I} a_{ki} y_i \{ \rho \} b_k \quad \forall k \in K \\
 & \quad x_j \geq 0 \quad \forall j \in J \\
 & \quad y_i \geq 0 \quad \forall i \in I
 \end{aligned} \tag{16}$$

Onde: x_j representa as variáveis de decisão contínuas;

y_i representa as variáveis de decisão inteiras;

c_i e c_j representam os coeficientes de custo;

a_{kj} representa os coeficientes das restrições das variáveis contínuas;

a_{ki} representa os coeficientes das restrições das variáveis inteiras;

b_k representa as restrições de recursos;

J é o conjunto de variáveis contínuas, I é o conjunto de variáveis inteiras, K é o conjunto de restrições;

ρ é uma notação para as relações matemáticas (e.g. $\leq, \geq, =$).

Embora versáteis, Williams (2013) aponta que, matematicamente, modelos de programação linear inteira (mista) envolvem uma quantidade consideravelmente maior de cálculos para sua solução quando comparados a modelos lineares genéricos de tamanho similar. Dentre os métodos mais bem-sucedidos na solução de tais modelos, o autor destaca os métodos *branch-and-bound*, utilizados juntamente com o algoritmo *Simplex*¹⁷. Mais detalhes sobre os métodos de solução de problemas de otimização (incluindo modelos em PLIM) são apresentados na seção 2.6 a seguir.

2.6 MÉTODOS DE SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

As técnicas de solução dependem fortemente das características do problema de otimização. Métodos clássicos, por exemplo, são empregados quando o problema apresenta funções contínuas e diferenciáveis (RAO, 2009). São métodos analíticos que se baseiam no cálculo diferencial para a localização dos pontos ótimos.

Há situações, porém, em que a função objetivo ou as restrições não são definidas explicitamente em função das variáveis de decisão, ou são demasiado complexas para serem manipuladas pelas técnicas de cálculo diferencial. Nestes casos, métodos numéricos são convenientes, onde primeiro encontra-se valores da função objetivo para mais de uma combinação de variáveis de decisão para, então, obter conclusões sobre a otimalidade da solução (RAO, 2009).

A solução mais simples para problemas de otimização com variáveis discretas é a enumeração de todas as combinações possíveis e a seleção da melhor opção (enumeração completa). Todavia, o número de combinações a ser analisado aumenta rapidamente com o aumento do número de variáveis e a enumeração de todas as possibilidades pode facilmente se tornar inviável. Sendo assim, os métodos de solução envolvendo problemas de otimização combinatória buscam reduzir a lista de combinações analisadas durante a busca através de diversas estratégias (ARORA, 2017). Dentre outras características, tais métodos podem ser classificados como sendo **exatos**, **heurísticos** ou **meta-heurísticos** (ROTHLAUF, 2011; SIKORA, 2017).

¹⁷ O problema de PLI ou PLIM é resolvido como um PL ao relaxar as condições de integralidade. Caso a solução obtida possua valores inteiros para as variáveis, o problema é considerado resolvido; caso contrário, é feita uma busca por *branch-and-bound* (Williams, 2013).

As seções 2.6.1, 2.6.2 e 2.6.3 apresentam os princípios básicos destas três abordagens e principais algoritmos, destacando os métodos aplicados à SALBP encontrados na literatura (c.f. BECKER; SCHOLL, 2006; BATAÍIA; DOLGUI, 2013; SIKORA, 2017). Segundo Becker e Scholl (2006), embora ALBP exijam outros métodos de solução, a maioria dos algoritmos são baseados na solução de SALBP.

2.6.1 Métodos exatos

Métodos exatos (ou determinísticos) possuem garantia de que o mínimo global da função de avaliação pode ser encontrado em um número finito de iterações (ARORA, 2017). Porém, dependendo do problema, estes métodos podem requerer uma quantidade grande de iterações para provar a otimalidade das soluções, exigindo maior esforço computacional quando comparado com métodos heurísticos. Dentre os métodos exatos mais comuns estão o *branch-and-bound* (BB), *cutting planes* e programação dinâmica.

A busca por *branch-and-bound* se utiliza dos conceitos de *branching*, *bounding* e *fathoming*. Em linhas gerais, na operação de *branching* há a geração de novas soluções a partir de um nó de busca; na operação de *fathoming*, determina-se o fim da expansão de determinados nós ao identificar a impossibilidade de obter soluções viáveis que sejam melhores que a melhor solução atual; na operação de *bounding*, determina-se o novo limite superior para a função objetivo a cada iteração, estabelecendo limites para a busca (ARORA, 2017, p. 624).

A programação dinâmica é voltada a problemas que podem ser subdivididos em estágios. Este método representa um problema de n variáveis como uma sequência de n problemas de variável única que são resolvidos sucessivamente (usualmente de solução mais simples que o problema original). Embora seja capaz de solucionar problemas diversos (com variáveis discretas e funções não-convexas, não contínuas e não diferenciáveis), a grande desvantagem observada na programação dinâmica é o chamado mal da dimensionalidade, impedindo sua aplicação direta em problemas de larga escala (RAO, 2009).

2.6.1.1 Métodos exatos aplicados a SALBP

Battaia e Dolgui (2013) diferenciam duas abordagens para a solução de problemas de balanceamento de linha. A primeira é definir um modelo matemático adequado e solucioná-lo por meio de *solvers*¹⁸ genéricos, ajustando os parâmetros do *solver* para obter a solução da forma mais rápida possível (e.g.: IBM ILOG Cplex, IBM ILOG Solver, Dash Xpress MP, LINGO, GAMS, Gurobi, GLPK, LP Solve). São exemplos encontrados na literatura: programas inteiro-mistos solucionados por métodos *branch-and-bound* ou *cutting planes*, programas não lineares, *fuzzy goal* e *chance-constrained* (BATTÁIA; DOLGUI, 2013).

Entretanto, este tipo de *solver* é desenvolvido buscando solucionar uma grande variedade de problemas, e sua eficiência¹⁹ pode não ser suficiente para resolver certos problemas de balanceamento, seja devido à suas dimensões ou características particulares (BATTÁIA; DOLGUI, 2013). Em virtude disto, métodos exatos dedicados à solução de SALBP têm sido desenvolvidos.

A maioria dos estudos relacionados à solução de SALBP se concentram na solução de SALBP-1. As soluções para SALBP-2 e SALBP-E usualmente são obtidas por métodos de busca baseados na solução de subproblemas SALBP-F resolvidos pelos métodos originalmente aplicados a SALBP-1 (SCHOLL; BECKER, 2006).

Quanto à implementação dos métodos exatos dedicados a problemas SALBP, pode-se distinguir duas estratégias de construção (SCHOLL; BECKER, 2006; SIKORA, 2017):

- a) *Station-oriented assignment*: alocam-se tarefas à primeira estação até que atinja sua capacidade máxima, para então alocar as tarefas restantes à segunda estação, e assim por diante.
- b) *Task-oriented assignment*: a cada passo seleciona-se uma tarefa e aloca-se à primeira estação que pode comportá-la (respeitando relações de precedência).

Ainda, destacam-se duas técnicas de redução do esforço de enumeração das soluções (SCHOLL; BECKER, 2006). Regras de dominância comparam soluções parciais na tentativa de encontrar relações de dominância que permitam eliminar

¹⁸ Softwares comerciais voltados à solução de problemas de otimização diversos.

¹⁹ A eficiência de um método exato é usualmente mensurada pelo tempo computacional requerido para encontrar a solução ótima.

soluções parciais sem a necessidade de explicitamente avaliar as soluções completas que derivam delas. Regras de redução tentam modificar os dados do problema (tempos de tarefa ou relações de precedência) de tal modo que o número de soluções viáveis seja reduzido ou as fronteiras do espaço de busca sejam estreitadas.

Dentre os métodos exatos dedicados, os mais comuns são métodos *branch-and-bound* e de programação dinâmica. Na literatura encontra-se métodos de programação dinâmica utilizando as duas estratégias de construção citadas. Na estratégia *station-oriented*, por exemplo, o processo de solução é dividido em estados que correspondem às estações e a solução ótima é procurada estado a estado, recursivamente.

Os métodos *branch-and-bound* estão entre os mais propostos na literatura para a solução de SALBP-1 (SCHOLL; BECKER, 2006). Além de se diversificarem quanto à estratégia de construção, também se diferenciam quanto à estratégia de busca (e.g.: *depth-first search*, *minimal lower bound*).

Analisando os pontos fortes dos métodos *branch-and-bound*, Scholl e Klein (1997) apresentam o algoritmo SALOME, o qual utiliza-se de estratégias como a implementação de *lower-bounds* locais, *branching* bidirecional e regras de dominância.

Sewel e Jacobson (2012) apresentam um método exato denominado *branch-bound-and-remember* (BBR). Se trata de um método híbrido que se utiliza da metodologia *branch-and-bound* para eliminar subproblemas incapazes de gerar soluções melhores que a melhor solução encontrada, enquanto a programação dinâmica se utiliza de uma memória para eliminar estados redundantes. O BBR foi o primeiro algoritmo capaz de encontrar todas as soluções ótimas dos casos de SALBP apresentados por Scholl (1993) para comparação de diferentes abordagens (*dataset* dedicado a SALBP). Ainda, Morrison, Sewel e Jacobson (2014) apresentam uma extensão deste BBR. Aplicando o novo algoritmo aos problemas apresentados por Otto, Otto e Scholl (2013)²⁰, os autores obtiveram a solução ótima de 1172 dentre 1359 problemas que antes não possuíam solução ótima na literatura, além de encontrar soluções melhores em outros 184 problemas.

²⁰ Otto, Otto e Scholl (2013) apresentam dados de 6825 problemas SALPB, de tamanhos pequenos (20 tarefas) a muito grandes (1000 tarefas), obtidos através de um algoritmo que incorpora diversas características observadas em problemas de balanceamento reais.

2.6.2 Métodos heurísticos

Os métodos exatos usualmente se tornam ineficientes ou inviáveis para problemas cujo esforço para solução cresce exponencialmente com o tamanho do problema. Nesse contexto, os métodos heurísticos foram desenvolvidos buscando obter soluções próximas da ótima em tempos reduzidos (ROTHLAUF, 2011).

Os métodos heurísticos de otimização exploram conhecimentos específicos do problema (usualmente conhecimentos empíricos) na tentativa de encontrar a solução ótima, sem oferecer, no entanto, garantias de otimalidade. Assim, não se objetiva obter a solução ótima em si, mas obter um procedimento ótimo de solução. Para desenvolver uma heurística eficiente deve-se ter conhecimento sobre a estrutura do problema a ser resolvido e uma ideia de como discernir soluções de alta e baixa qualidade (KUEHN; HAMBURGER²¹, 1963 apud ROTHLAUF, 2011).

Nestes métodos, observa-se uma troca entre eficiência e abrangência de aplicação. Quanto mais específico o problema, heurísticas mais específicas podem ser implementadas, aumentando a eficiência do método para a solução daquele problema particular. No entanto, o mesmo método pode falhar para problemas similares com estruturas um pouco diferentes (ROTHLAUF, 2011).

Há duas estratégias principais na elaboração dos métodos heurísticos (ROTHLAUF, 2011):

- a) Construção (*construction heuristics*): a solução é construída passo a passo, onde a cada iteração uma porção da solução é mantida fixa. Em geral, fixa-se uma variável de decisão a cada iteração até obter-se uma solução completa.
- b) Melhoria (*improvement heuristics*): inicia-se com uma solução completa e iterativamente tenta-se obter melhorias na solução. Usualmente, executam-se apenas melhorias a cada iteração (não permitindo diversificações ou deterioração temporária da solução, como nas meta-heurísticas) e o processo é interrompido quando uma solução ótima local é atingida (quando todas as soluções vizinhas fornecem um valor pior para a função objetivo).

²¹ KUEHN, A. A.; HAMBURGER, M. J. A heuristic program for locating warehouses. **Management Science**, v. 9, n. 9, p. 643–666, 1963.

Como os métodos heurísticos são específicos a cada problema, apenas problemas representativos podem ser dados como exemplos.

2.6.2.1 Métodos heurísticos aplicados a SALBP

Os métodos heurísticos aplicados à SALBP encontrados na literatura se utilizam majoritariamente de estratégias construtivas baseadas em regras de prioridade (como tempo de tarefa ou número de precedentes - SCHOLL; BECKER, 2006). Dentro dessa estratégia, observam-se dois procedimentos diferentes, *station-oriented* e *task-oriented*, como encontrado nos métodos exatos.

Battaia e Dolgui (2013) distinguem duas classes de métodos heurísticos aplicados a SALBP. Nas heurísticas de passe único, apenas uma iteração é executada para alocar as tarefas às estações através de um algoritmo guloso (*greedy*) ou regra de prioridade. Desta forma o tempo de solução se torna pequeno mesmo para problemas de larga escala. Já em heurísticas de múltiplos passes há uma certa aleatoriedade nos algoritmos que permite a geração de soluções diferentes a cada passe; a melhor solução obtida dentre os passes executados é selecionada.

Outros métodos heurísticos encontrados consistem de métodos enumerativos incompletos, isto é, se baseiam em métodos exatos, porém com espaço de busca limitado por regras heurísticas. Bautista e Pereira (2009), por exemplo, se utilizaram de diversas regras heurísticas para reduzir o espaço de busca de um algoritmo de programação dinâmica. Com isto, obtiveram um algoritmo capaz de encontrar a solução ótima de 267 dos 269 casos SALBP-1 estudados, em tempo de solução significativamente inferior quando comparado à métodos exatos como SALOME (SCHOLL; KLEIN, 1997).

Scholl e Becker (2006) e Battaia e Dolgui (2013) relatam que métodos exatos podem ser utilizados como métodos heurísticos quando se utilizam regras heurísticas para guiar a busca ou mesmo quando um tempo limite é imposto antes que seja provada a otimalidade da solução (enumeração truncada).

2.6.3 Métodos meta-heurísticos

Rothlauf (2011) define meta-heurísticas (ou heurísticas modernas) como extensões das heurísticas de melhoria que, durante o processo de busca, se utilizam de fases de intensificação e diversificação:

- a) Na fase de intensificação busca-se melhorar a qualidade das soluções com base na função objetivo;
- b) Na fase de diversificação usualmente ignora-se o valor da função objetivo e sistematicamente modifica-se a solução existente de modo a explorar novas áreas do espaço de busca, aceitando temporariamente soluções (completas ou parciais) que são inferiores à solução atual.

A funcionalidade das meta-heurísticas é similar à das heurísticas convencionais, porém são mais flexíveis, podendo ser aplicadas a uma gama mais abrangente de problemas (ROTHLAUF, 2011). É comum a incorporação de padrões observados em outros domínios da ciência, como biologia, natureza ou princípios físicos. São exemplos de meta-heurísticas: algoritmos genéticos, busca Tabu, *simulated annealing*, enxame de partículas, colônia de formigas e métodos baseados em redes neurais (RAO, 2009).

Nos algoritmos genéticos, há uma população de soluções, as quais são avaliadas de acordo com uma função objetivo. Operadores genéticos (reprodução, recombinação e mutação) geram novas soluções com propriedades similares às atuais. Soluções mais promissoras são selecionadas com maior frequência para reprodução (ROTHLAUF, 2011). Desta forma, a cada iteração as gerações sucessivamente possuem maior probabilidade de conterem soluções mais próximas da ótima (ARORA, 2017).

Os algoritmos de *simulated annealing* se baseiam no processo de recozimento dos aços. Gera-se aleatoriamente um conjunto de soluções na vizinhança da melhor solução encontrada até o momento. Destas soluções, aquela que apresentar valor para a função objetivo menor que a melhor solução é considerada a nova melhor solução; aquelas soluções cuja função objetivo é maior são aceitas ou rejeitadas com base na distribuição de Bolzman-Gibbs (ARORA, 2017).

A otimização por colônia de formigas (*ant colony optimization*) é inspirada no comportamento das formigas durante a busca por alimentos. No início, as formigas partem do formigueiro aleatoriamente; caso encontrem alimento, retornam pelo mesmo caminho deixando uma trilha de feromônios. Isto aumenta a probabilidade de outras formigas seguirem o mesmo caminho ao invés de seguirem rotas aleatórias, reforçando as rotas bem-sucedidas a cada formiga que passa. Ainda, os feromônios evaporam com o tempo. Para caminhos curtos, haverá mais reforços de feromônio;

para caminhos longos, menos. Assim, com o tempo as formigas seguirão os caminhos mais curtos. No caso do algoritmo, são providenciadas formulações para o depósito de feromônios, a sua densidade em cada caminho e taxa de evaporação (ARORA, 2017).

2.6.3.1 Métodos meta-heurísticos aplicados a SALBP

Battaia e Dolgui (2013), em levantamento de estudos relacionados à solução de problemas de balanceamento de linha, dividem os estudos encontrados em três classes:

- a) Métodos de vizinhança: busca Tabu, GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), simulated annealing;
- b) Abordagens evolutivas: métodos evolutivos diferenciais, algoritmos imperativos competitivos, algoritmos genéticos;
- c) Inteligência de enxame (*swarm intelligence*): otimização por enxame de partículas, algoritmos de abelhas, colônia de formigas.

Os autores destacam que os métodos mais recorrentes são os algoritmos genéticos, seguidos de *simulated annealing* e colônia de formigas. Uma discussão sobre as principais características de cada método é apresentada por Scholl e Becker (2006).

Dolgui, Ereemeev e Guschinskaya (2010) apontam a tendência de surgirem mais estudos relacionados à ALBP utilizando *matheuristics* - a interação de meta-heurísticas e métodos exatos.

2.6.4 Comparação entre métodos de solução

Comparações entre métodos de solução de SALPB são apresentados por Baybars (1986), Becker e Scholl (2006), Battaia e Dolgui (2013) e Sikora (2017).

Pape (2015) compara vários algoritmos heurísticos e exatos aplicados a SALBP encontrados na literatura anteriores a 2011. O autor verifica que os algoritmos mais eficientes são métodos BB dedicados e programação dinâmica. Ainda, destaca a ineficiência dos métodos meta-heurísticos analisados. O algoritmo BBR apresentado por Morrison, Sewel e Jacobson (2014), discutido na seção 2.6.1.1, é exemplo do

potencial dos métodos exatos em resolver problemas de balanceamento de forma eficiente.

Sikora (2017), com base em um estudo bibliográfico, observa que os procedimentos BB se mostram os mais adequados para resolver problemas de balanceamento de linha, destacando que os métodos exatos enumerativos incompletos usualmente mostram desempenho superior aos métodos heurísticos e meta-heurísticos.

Conforme apresentado, o presente capítulo abordou elementos relevantes ao entendimento do problema abordado neste trabalho de conclusão de curso. A seguir, no Capítulo 3, detalha-se a metodologia proposta para obtenção do balanceamento otimizado da linha de montagem de motores a combustão em análise.

3 METODOLOGIA

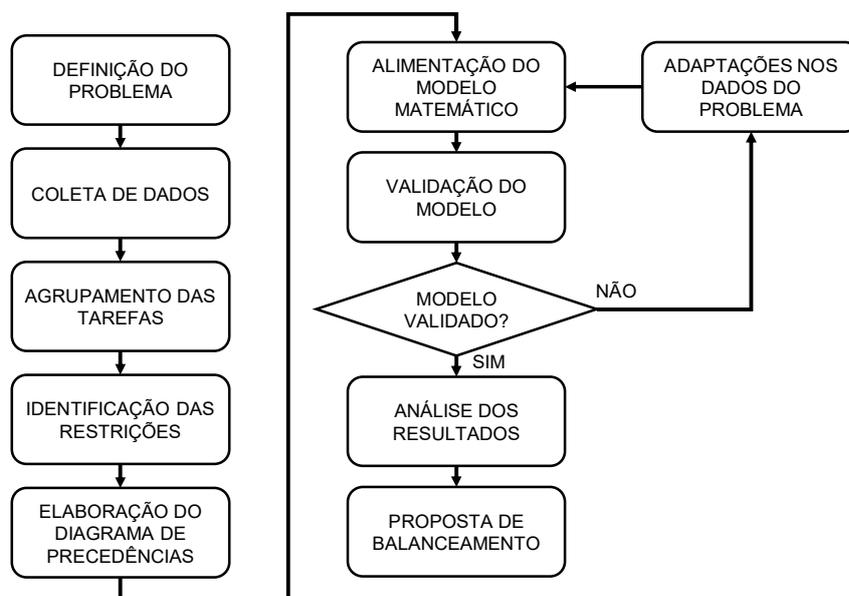
Nesta seção é apresentada a metodologia adotada neste trabalho. Conforme descrito na seção 1.4, o desenvolvimento é realizado em duas etapas.

Em um primeiro momento, realiza-se o balanceamento da linha de montagem considerando a produção de um modelo único, simplificando o problema. Com este estudo pode-se fazer algumas considerações preliminares sobre a linha, como estabelecer o número de estações requerido, validar a metodologia utilizada e investigar os potenciais ganhos com o balanceamento da linha. Adotou-se para esta análise o modelo de motor com maior demanda, conforme detalhado no Capítulo 1, especificamente na Figura 2. Este também é o modelo com maior tempo de ciclo no arranjo atual.

Em um segundo momento, é realizado o balanceamento de linha de modelo misto, considerando as informações referentes a ambos modelos de motores processados pela linha analisada, incluindo as demandas relativas a cada um. Nesta etapa, análises acerca da função objetivo são realizadas, permitindo a comparação de diferentes soluções.

3.1 DESCRIÇÃO DA METODOLOGIA

A metodologia utilizada no desenvolvimento deste trabalho é representada na Figura 8, cujas etapas são detalhadas a seguir.



**Figura 8 – Fluxograma da metodologia utilizada neste trabalho.
Fonte: Autoria própria (2017).**

3.1.1 Definição do problema

Na definição do problema são estabelecidas as hipóteses de representação e ficam caracterizados os objetivos a serem atingidos com a formulação proposta. Para o estudo deste caso, a definição e a caracterização da situação problema são apresentadas no Capítulo 1. As hipóteses são detalhadas nas seções a seguir.

3.1.2 Identificação de tarefas e coleta de dados

Para estudos de balanceamento de linha, tarefas que possuem vínculos entre si e são executadas necessariamente em sequência, numa mesma estação de trabalho, são agrupadas como um único bloco de tarefas (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTA, 2009).

As características das tarefas e tempos correspondentes foram fornecidas pela empresa na qual a linha de montagem em estudo está situada. As informações foram passadas no formato de tabelas com a estratificação das atividades da linha, cujos tempos foram obtidos com base em cronoanálise, fazendo uso de uma metodologia interna e de uso exclusivo da empresa. Estas ferramentas, métodos e metodologias foram desenvolvidos e aprimorados durante anos, desde o início da produção nesta linha, para análises de balanceamento.

Todos os dados foram validados pelo engenheiro líder de produção responsável pela linha. Assim, os dados temporais utilizados como parâmetros do modelo matemático são, de fato, representativos da prática operacional relativa às execuções das tarefas.

3.1.3 Identificação das restrições

Uma vez identificados os grupos de tarefas, levanta-se as limitações que restringem a realocação destas em outras estações de trabalho. Neste caso, as tarefas foram divididas em três grupos: Tarefas Livres, Tarefas Com Posição Fixa e Tarefas Automáticas. Fatores como disposição física, abastecimento logístico e sequência de montagem são exemplos de limitações consideradas.

3.1.4 Elaboração do diagrama de precedências

Para a elaboração do diagrama segue-se a metodologia indicada na seção 2.3.1. Primeiramente, faz-se o diagrama para um modelo de motor somente. Cada tarefa é representada por uma circunferência, identificada pelo seu respectivo número na sequência de montagem. Tais tarefas são definidas pela identificação das atividades, conforme explicitado no item 3.1.2. As precedências entre tarefas são identificadas por setas.

Após a conclusão do diagrama para o primeiro modelo de motor, faz-se para o segundo, seguindo a mesma metodologia.

Finalmente, junta-se os dois diagramas no diagrama de precedências equivalente, conforme também indicado na seção 2.3.1.

3.1.5 Modelo matemático

O modelo matemático utilizado é uma customização do modelo em programação linear inteira mista apresentado por Sikora, Lopes e Magatão (2017). O modelo apresentado pelos referidos autores adota tempos determinísticos e possui uma função objetivo que envolve somente um termo (a minimização do tempo de ciclo) e 42 grupos de restrições, considerando-se as restrições auxiliares de pré-processamento.

O estudo envolveu uma linha de modelo misto e os tempos das tarefas foram calculados como sendo a média dos tempos de cada motor, ponderada pela demanda parcial de cada um. Desta forma, resolve-se o problema de balanceamento de modelo misto de maneira semelhante a um problema de modelo único.

O modelo matemático utilizado inclui algumas hipóteses, sendo que as principais estão listadas abaixo:

- C1) Cada tarefa deve ser alocada em alguma estação;
- C2) As restrições de precedências entre tarefas devem ser respeitadas;
- C3) O tempo de ciclo é dado pela estação com maior tempo de execução;
- C4) O tempo de uma estação é dado pelo somatório dos tempos das tarefas alocadas naquela estação;
- C5) Cada tarefa deve ser executada por algum operador, exceto quando são tarefas automáticas;

- C6) Cada operador deve ser alocado em alguma estação;
- C7) Apenas um operador pode ser alocado em cada estação, exceto em casos de tarefas comuns, ou seja, tarefas que demandam mais de um operador para serem executadas;
- C8) Restrições de máxima distância entre tarefas devem ser atendidas;
- C9) O tempo de ciclo de cada modelo não pode exceder um tempo limite pré-estabelecido;
- C10) Tarefas dadas como incompatíveis não devem ser alocadas na mesma estação.

Para a implementação e resolução computacionais do modelo utilizou-se o ambiente de modelagem e otimização IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio*. Após gerado o modelo matemático, no referido ambiente acionam-se, por exemplo, algoritmos de resolução de problemas de otimização inteiro-mistos, o método Simplex e métodos de busca em árvore (e.g., *branch-and-bound*). Dentro da metodologia criada, estabeleceu-se que o método de busca deve prosseguir até que seja provada a otimalidade da solução, ou até que um tempo limite de duas horas seja atingido²².

3.1.6 Análise da função objetivo

Estas análises são realizadas apenas para o problema de balanceamento de linha de modelo misto. Num primeiro momento, são analisados três termos distintos como candidatos para a formulação da função objetivo.

O primeiro termo consiste na minimização do tempo de ciclo ponderado (CT), ou seja, aquele obtido considerando os tempos das tarefas ponderados pelas demandas parciais. Pode ser calculado pela equação (17) a seguir:

$$CT = \sum_{k=1}^m CT_k \cdot \alpha_k \quad (17)$$

Onde: CT_k é o tempo de ciclo para o modelo k ;

α_k é a demanda produtiva parcial do modelo k ;

m é o número de modelos que a linha processa.

²² Considera-se que a otimalidade foi alcançada quando a solução apresenta um *gap* de integralidade inferior a 0,01%, ou seja, a solução alcançada está a, no máximo, 0,01% da solução ótima.

O segundo termo ($MaxDifS$) consiste na minimização da máxima diferença de tempo entre as estações e o tempo médio, como mostrado na equação (18), considerando os tempos ponderados das tarefas.

$$MaxDifS = \max \left(\left\| S_j - \frac{\sum_{j=1}^K S_j}{K} \right\|, \forall j = 1, \dots, K \right) \quad (18)$$

Onde: S_j é o tempo é o tempo ponderado da estação j ;

K é o número de estações na linha.

Por fim, o terceiro termo consiste na minimização do tempo de ciclo máximo dentre os modelos ($MaxCT$), ou seja, o maior tempo de ciclo entre os modelos de motor produzidos (sem ponderação dos tempos pela demanda), como mostrado na equação (19).

$$MaxCT = \max(CT_k, \forall k = 1, \dots, m) \quad (19)$$

Para analisar os efeitos de cada termo na solução final e auxiliar na busca pela melhor opção de função objetivo são feitos testes com diferentes formulações, conforme a Tabela 3.

Tabela 3 – Tabela de testes para a escolha da função objetivo

Teste	Função objetivo
(a)	$\min f(x) = CT$
(b)	$\min f(x) = MaxDifS$
(c)	$\min f(x) = MaxCT$
(d)	$\min f(x) = CT + MaxDifS$
(e)	$\min f(x) = MaxCT + MaxDifS$

Fonte: Autoria própria (2017).

Observa-se que os termos CT e $MaxCT$, conforme ilustrado no Capítulo 1, Figura 3, possuem valores em torno de 40 ut (tempo de ciclo atual). Estima-se, a partir das análises preliminares (mostradas adiante, Figura 11), que o termo $MaxDifS$ possui valor em torno de 0,85 ut. Portanto, $MaxDifS$ difere dos dois outros termos por duas ordens de grandeza. Sendo assim, nas funções (d) e (e) os termos CT e $MaxCT$ têm

dominância sobre $MaxDifS$. Em outras palavras, a redução de CT ou $MaxCT$ tem maior influência na função objetivo do que a redução de $MaxDifS$. De fato, neste estudo almeja-se priorizar a redução do tempo de ciclo, sendo o nivelamento da carga de trabalho entre estações e modelos um objetivo secundário. Nas análises preliminares deste trabalho, considerando a linha de montagem sendo de modelo único, considera-se apenas a função (d) para avaliar as soluções.

A partir dos resultados obtidos em cada teste, escolhe-se a função objetivo que apresenta os melhores resultados, com base nos seguintes indicadores de desempenho: tempo de ciclo, ociosidade total, índice de suavidade e índice de suavidade horizontal. O cálculo destes indicadores é apresentado na seção 2.2.2.

Almeja-se o menor tempo de ciclo possível, bem como a minimização da ociosidade e dos índices de suavidade (sendo iguais a zero em uma situação ideal, onde todas as estações apresentam os mesmos tempos de execução para quaisquer modelos produzidos).

Ressalta-se que a linha de montagem estudada já se encontra instalada e em funcionamento. Portanto, em um segundo momento, com a função objetivo definida, é adicionado mais um termo referente à minimização do número de mudanças na linha em relação à situação atualmente instalada, conforme a equação (20):

$$\min f(x) + Q \cdot qteMudancas \quad (20)$$

Onde: $f(x)$ é a função definida anteriormente (Tabela 3);

$qteMudancas$ é a quantidade de tarefas da solução que foram realocadas em relação ao balanceamento atual;

Q é um fator de ponderação.

O fator Q é modificado entre valores de zero a um, e as soluções resultantes foram analisadas. Quando Q é zero, o número de mudanças não é levado em consideração. Quando o valor de Q não é nulo, o número de mudanças tem um impacto negativo na função objetivo. Logo, quanto maior o valor de Q , maior é o impacto do número de mudanças na função objetivo. Em outras palavras, pode-se dizer que o modelo se torna mais “rígido” (resistente) a efetuar mudanças em relação à configuração atual da linha.

3.1.7 Análise dos resultados

Os resultados obtidos pelo modelo foram avaliados junto ao engenheiro líder da linha a fim de avaliar a coerência das mudanças propostas. Caso uma restrição previamente não identificada tenha sido detectada na proposta resultante, ou haja a necessidade de inserir uma nova restrição, deve-se estabelecê-la e alimentar novamente o modelo.

Com base nos novos tempos das estações de trabalho, são calculados indicadores comparativos entre a solução proposta e a configuração atual, conforme indicado na seção 2.2.2.

3.1.8 Proposta de balanceamento

Depois de validados os resultados, a proposta de balanceamento é apresentada como resultado deste trabalho.

3.2 JUSTIFICATIVA DA METODOLOGIA

Diversos estudos disponíveis na literatura utilizam a programação linear inteira mista para a solução de problemas de balanceamento, conforme apresentado nas seções 2.3. e 2.6. A metodologia adotada foi baseada em trabalhos de conclusão de curso que utilizaram e aprimoraram modelos de programação linear inteira mista (cf. DONNINI, 2009; MIBACH; CAMPOS, 2013; LEAL, 2013; NOSO; PELEGRINI, 2014; SANTANA; BATISTA, 2014). Tais estudos verificaram ganhos potenciais significativos por meio das soluções de balanceamento obtidas. Ainda, Sikora, Lopes e Magatão (2017) demonstram que o modelo matemático desenvolvido pelos autores (adaptado neste trabalho) é capaz de representar satisfatoriamente casos de balanceamento de linha variados.

A metodologia empregada atualmente na empresa analisada depende da experiência e capacidade do engenheiro líder da linha em alocar as tarefas intuitivamente. A metodologia adotada neste trabalho, no entanto, permite explorar potenciais ganhos propondo soluções ótimas que usualmente não são triviais de serem obtidas intuitivamente. Por fim, a metodologia proposta possui tempo de execução considerado viável para a implementação neste projeto.

3.3 PRODUTOS DO PROJETO

O produto deste trabalho é uma proposta otimizada para a alocação de tarefas na linha de montagem de motores de uma indústria da região metropolitana de Curitiba. Esta proposta otimizada é obtida a partir da resolução do problema de balanceamento de linha de modelo misto por meio de um modelo de programação linear inteira mista.

O Capítulo 4 a seguir apresenta os principais resultados obtidos com a metodologia proposta.

4 RESULTADOS

Neste capítulo apresenta-se e analisa-se os resultados oriundos da metodologia proposta, em particular, da solução do modelo matemático para balanceamento de linhas em programação linear inteira mista.

Os resultados computacionais foram obtidos com o uso do ambiente de modelagem e resolução computacional IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.6.3. Utilizou-se um computador com processador Core i5-4210U (2.40 GHz) e 8 GB de memória RAM. O tempo de execução máximo do modelo foi estabelecido como 120 minutos.

Inicialmente, os principais parâmetros necessários aos estudos de caso e o diagrama de precedências equivalente para os motores A e B são descritos na seção 4.1. Para fins de estruturação do documento, os dados numéricos coletados (identificação, descrição operacional detalhada e tempos das tarefas) estão compilados no Apêndice A.

Na sequência, os resultados obtidos com o balanceamento de linha considerando-se um modelo único (motor Modelo A) são avaliados na seção 4.2. Alguns cálculos preliminares são realizados na seção 4.2.1, evidenciando a possibilidade de utilizar nove estações. Após análise detalhada, tal condição operacional é descartada. As alocações de tarefas propostas pela solução dos modelos estão dispostas no Apêndice B. Na seção 4.2.2, uma proposta de balanceamento considerando apenas o Modelo A é discutida, apontando a possibilidade de melhorias em relação ao balanceamento atual.

Posteriormente, seção 4.3, um estudo de modelo misto é realizado, incluindo uma análise das diversas funções objetivo propostas no presente trabalho. O Apêndice C e o Apêndice D detalham as soluções numéricas obtidas nas análises realizadas para se estabelecer a função objetivo do caso em estudo. Por fim, a seção 4.4 apresenta detalhes da proposta de balanceamento, incluindo uma discussão das ações necessárias para implementação da proposta no chão de fábrica.

4.1 DIAGRAMA DE PRECEDÊNCIAS

O diagrama de precedências equivalente, o qual inclui as tarefas dos dois modelos em análise, está representado na Figura 9.

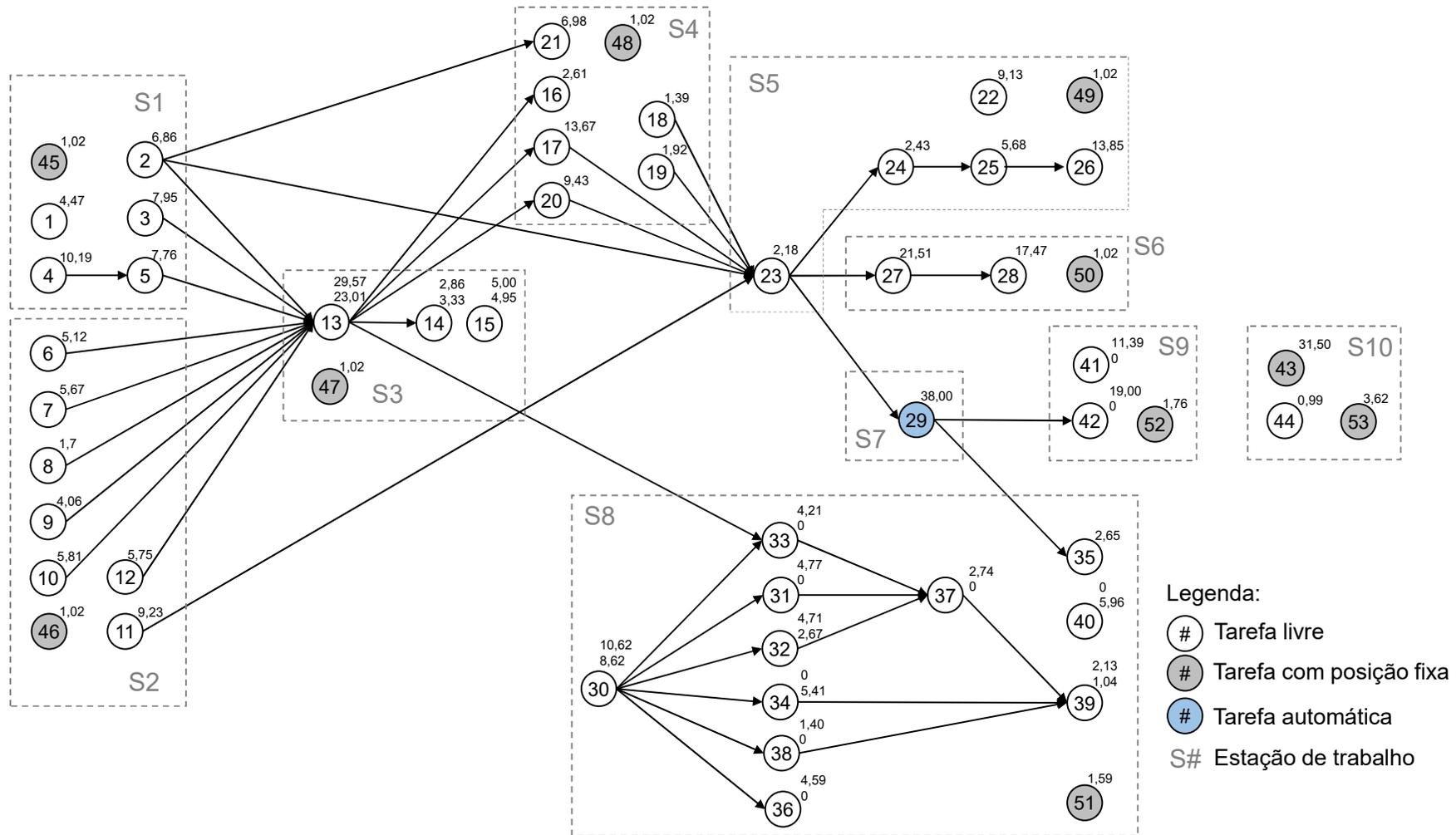


Figura 9 – Diagrama de precedências equivalente, com as tarefas dispostas de acordo com a alocação atual na linha de montagem.
 Fonte: Autoria própria (2017).

Nesta figura, apresentam-se as tarefas livres para serem movimentadas entre estações de trabalho (em branco), tarefas com posições fixas a estações de trabalho (em cinza escuro), tarefas automáticas (em azul). Também, delimita-se por meio de linhas tracejadas (em cinza) a atual disposição das tarefas a estações de trabalho. Os tempos de execução para cada modelo (em unidades de tempo, ut) estão no canto superior direito de cada tarefa (tempo do motor A acima, do motor B, abaixo). No caso de tempos coincidentes para ambos motores, somente um valor numérico é apresentado. Para estabelecer as condições de precedência, foram considerados fatores que afetam diretamente a sequência de montagem dos componentes na linha (e.g., parafusos, tampões, chicote elétrico, mangueiras, tubos). Estes fatores são: sequência de montagem dos componentes no motor, tarefas automáticas, tarefas semi-automáticas, giro do motor e posição do operador em relação ao *conveyor*. As tarefas semi-automáticas são aquelas em que uma interferência manual é necessária antes ou após a execução de uma parte automatizada. As tarefas automáticas são aquelas sem interferência manual de qualquer tipo.

Quanto à sequência de tarefas, observou-se a impossibilidade de montagem de determinados componentes antes de outros. Por exemplo, a tarefa 13 (montagem do coletor de admissão) precisa ser precedida pela tarefa 10, que se trata da montagem do suporte do coletor. Por outro lado, há ainda outras atividades que devem preceder a montagem do coletor, pois envolvem a instalação de componentes entre o motor e o coletor, não podendo ser instalados após o coletor ter sido montado.

O giro do motor, tarefa 23, é uma das principais restrições da linha. Este giro é realizado com o intuito de garantir o acesso do operador ao lado mais viável do motor para a montagem de componentes. Ou seja, um grupo de componentes é montado na lateral esquerda do motor e outro na lateral direita. Como neste trecho da linha todos os operadores ficam do mesmo lado (oposto ao abastecimento logístico nos *racks*²³), o giro do motor é indispensável.

A atividade 30 compreende instalação do chicote elétrico no motor. Este chicote possui diversas conexões que são montadas individualmente na sequência da linha de montagem. No trecho da linha em estudo, as atividades 31, 32, 33, 34, 36, 37, 38 e 39 são precedidas pela atividade 30, pois se tratam destas conexões.

²³ Prateleiras de abastecimento de peças à linha de montagem.

A tarefa 43 possui uma limitação na disposição física dos equipamentos, por questões de espaço e de abastecimento logístico. A tarefa deve ser realizada na região externa da linha, pois se trata de uma tarefa de prensagem de uma polia e o espaço que a prensa ocupa exige que o operador fique nesta posição. Nesta estação, não há abastecimento por *racks*, o que torna a tarefa viável com esta disposição. Apesar de ser possível a alocação desta atividade em outra estação de trabalho, desde que permaneça do mesmo lado da linha, esta mudança tem um custo elevado associado à realocação da prensa. Portanto, a tarefa 43 foi considerada como fixa na estação atual.

As tarefas 45 a 53 se referem ao retorno dos operadores ao ponto de início das suas estações de trabalho (no caso das *moving stations*, Figura 1) ou ao tempo necessário para a liberação do motor à estação seguinte (no caso das *stop stations*). Como estas ações são inerentes à cada estação, foram consideradas como tarefas fixas.

Além das restrições de precedência, foi levada em consideração uma restrição de posição para a tarefa 29. Esta tarefa fica na estação 7 e se trata de uma operação completamente automática. Nela ocorre o teste de estanqueidade da galeria de óleo e outros testes relacionados à vedação do motor. Não existe nenhuma interação do operador com a máquina, exceto em condições de reprovação do motor.

Algumas tarefas (1, 5, 7, 11, 12, 13, 17, 21, 22, 26, 27 e 28) envolvem o uso de parafusadeiras pneumáticas. O sistema de ar pressurizado pode alimentar diversos pontos da linha produtiva, portanto não foram consideradas restrições de equipamentos para estas tarefas. O mesmo ocorre com a tarefa 16, onde é realizada a leitura do código de barras do coletor de admissão. O sistema de aquisição dos dados e alimentação pode facilmente ser realocado na linha.

Todas as demais atividades envolvem trabalhos manuais, com componentes de montagem simples (encaixes, conexões, ajustes de *layout* e posicionamentos) sem restrições de posição, isto é, com a possibilidade de alocação livre.

4.2 BALANCEAMENTO DE LINHA DE MODELO ÚNICO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos considerando uma linha de montagem de modelo único, considerando apenas o motor de maior demanda (motor A).

4.2.1 Resultados para o mínimo teórico de estações

Como ponto de partida, foi calculado o número mínimo de estações necessárias na linha de montagem analisada por meio da Equação (2). Obteve-se um número mínimo de 8,8 estações, indicando que nove estações são, teoricamente, suficientes para atender ao *takt time* de 42 unidades de tempo. Realizou-se, então, o balanceamento da linha com apenas nove estações (uma a menos que a situação atual) para verificar a praticabilidade deste cenário (Figura 10). O modelo matemático implementado apresentou 3826 variáveis (3805 binárias) e 10088 restrições.

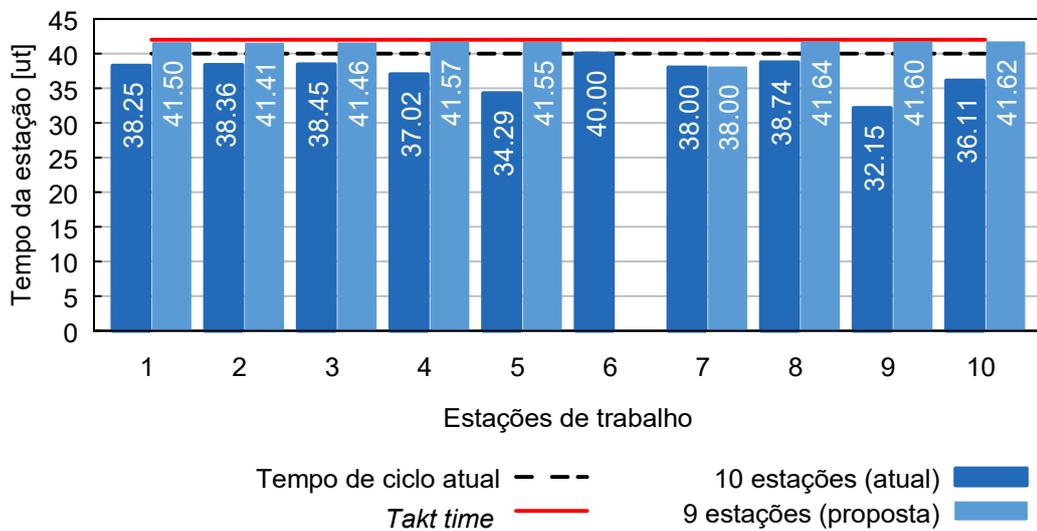


Figura 10 – Balanceamento proposto utilizando nove estações de trabalho.

Fonte: Autoria própria (2017).

Nota-se que é possível alocar as tarefas em apenas nove estações obtendo um tempo de ciclo inferior ao *takt time* (estação 8 é a mais carregada, com 41,64 ut). Ainda, obteve-se um balanceamento relativamente eficiente (atraso de balanceamento de 1,1%) e com cargas de trabalho bem distribuídas (índice de suavidade de 3,60 ut), apresentando indicadores melhores que os atuais (Tabela 4). Porém, são notáveis a elevada utilização da linha (98,2%) e a proximidade do tempo de ciclo de 41,64 ut com o *takt time*.

Esta condição limita drasticamente a capacidade da linha de absorver variações de desempenho, como oscilações nos tempos de execução das tarefas (visto que a maioria das tarefas é realizada manualmente pelos operadores), variações no desempenho dos equipamentos, falhas de operação. Num cenário hipotético, como exemplo ilustrativo, um aumento inferior a 2% nos tempos de tarefas

já seria suficiente para saturar a utilização teórica da linha em 100%. Desta forma, por uma razão estratégica, sugere-se o uso de um número de estações superior a nove. Em particular, a seção 4.2.2 a seguir detalha resultados para o uso de uma configuração com dez estações de trabalho. A configuração com nove estações poderia ser viável no caso de um *takt time* mais elevado, condição praticada em, por exemplo, períodos de baixa produção.

4.2.2 Configuração atual versus resultados do modelo

A implementação do problema de balanceamento de modelo único resultou em um modelo matemático com 4780 variáveis (4757 binárias) e 12734 restrições. O resultado obtido foi validado pelo especialista da linha, mostrando-se viável. A Figura 11 mostra os tempos das estações para o balanceamento proposto em comparação com o balanceamento atual da linha.

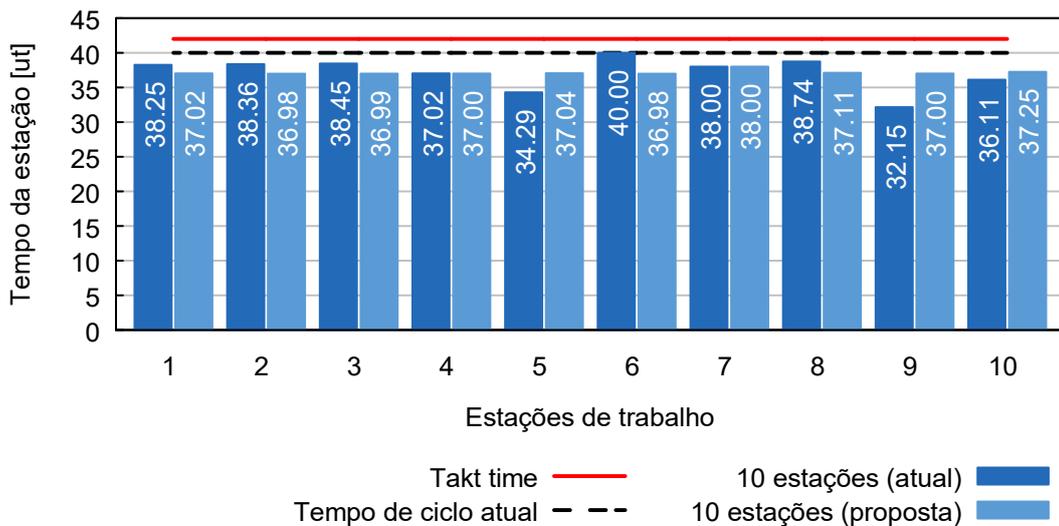


Figura 11 – Comparação entre o balanceamento atual e o balanceamento proposto para o modelo A.

Fonte: Autoria própria (2017).

A estação gargalo, que atualmente é a estação 6 (com 40ut), passa a ser a estação 7 (operação automática, com 38ut). Um comparativo dos indicadores para as duas situações é apresentado na Tabela 4.

Com a redução do tempo de ciclo, houve um aumento da eficiência da linha. A distribuição mais homogênea de tarefas na solução proposta (visível na Figura 11) contribuiu para a redução da ociosidade. A diminuição no atraso de balanceamento indica uma menor ociosidade devido a imperfeições na alocação de tarefas, e a

diminuição no índice de suavidade reflete a menor variação de tempo entre as estações de trabalho.

A utilização da linha mantém-se em 88,4%. Levando em consideração fatores como a confiabilidade da linha e variabilidade dos tempos de tarefa, este valor é considerado adequado pelo planejamento estratégico da empresa.

Tabela 4 – Indicadores do balanceamento de linha atual e proposto considerando modelo único.

	Atual	Proposta
Eficiência	92,8%	97,7%
Ociosidade total (ut)	28,63	8,61
Atraso de balanceamento	7,2%	2,3%
Índice de suavidade (ut)	11,49	2,88

Fonte: Autoria própria (2017).

A Figura 12 ilustra o diagrama de precedências similar ao da Figura 9, porém com as tarefas dispostas de acordo com o balanceamento proposto. Nota-se que as restrições tanto de precedência quanto de posição (tarefas fixas) foram respeitadas pelo modelo matemático. A análise da tabela apresentada no Apêndice B permite evidenciar que o modelo matemático sugeriu a realocação de 35 tarefas de um total de 53.

Não foi observada a prova da otimalidade das soluções (o tempo de busca limite estipulado foi atingido). No entanto, as soluções foram obtidas com um gap de integralidade inferior a 0,11%, considerado adequado para que as soluções sejam muito próximas da ótima teórica.

Os resultados preliminares obtidos pela metodologia proposta indicam a possibilidade de obtenção de ganhos significativos para o balanceamento da linha em análise (Tabela 4), respeitando-se condições operacionais do sistema. A seção 4.3 a seguir traz os resultados obtidos considerando o balanceamento de modelo misto.

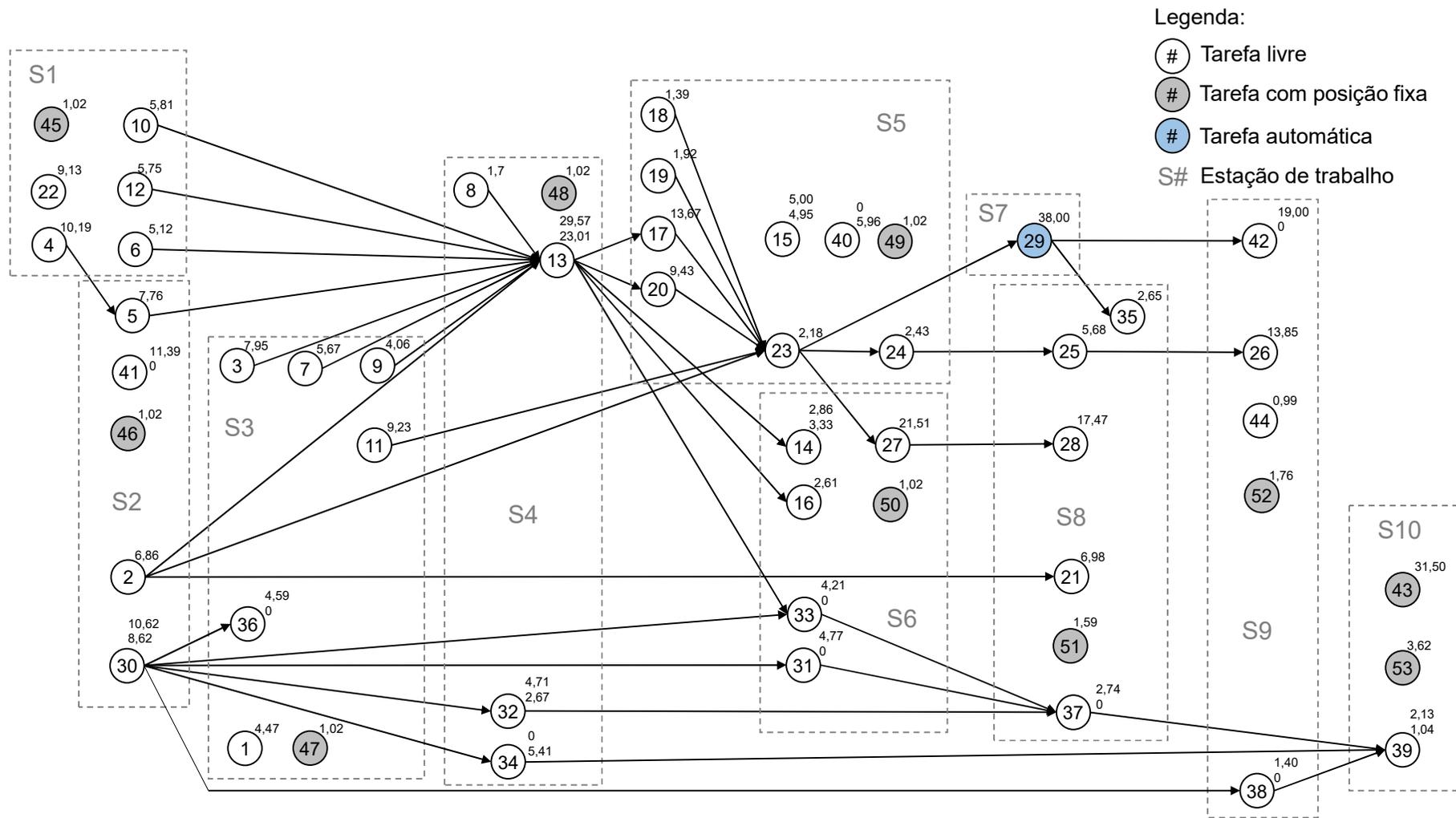


Figura 12 – Diagrama de precedências equivalente, com as tarefas dispostas de acordo com o balanceamento proposto considerando linha de modelo único.

Fonte: Autoria própria (2017).

4.3 BALANCEAMENTO DE LINHA DE MODELO MISTO

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos considerando uma linha de montagem de modelo misto. Na seção 4.3.1 é apresentado o balanceamento atual para os dois motores de maior demanda, destacando os tempos médios considerados no modelo matemático, situação que é adotada como referência na comparação dos resultados. Na seção 4.3.2 são apresentados os resultados da análise da função objetivo, avaliando os termos *CT*, *MaxDifS* e *MaxCT*, conforme detalhado na seção 3.1.6. Na seção 4.3.3 são discutidos os resultados com a adição do termo de restrição a mudanças na função objetivo (*qteMudancas*), termo também explicado na seção 3.1.6. A implementação do problema de balanceamento de modelo misto resultou em um modelo matemático com 4780 variáveis (4757 binárias) e 12752 restrições. A alocação de tarefas proposta pela solução deste modelo está disposta no Apêndice B.

4.3.1 Balanceamento atual

A Figura 13 mostra os tempos das estações para cada motor segundo o balanceamento atual. As barras do gráfico indicam o tempo de montagem de cada motor, enquanto a linha preta representa os tempos médios ponderados pela produção parcial de cada motor. Com base no histórico de produção da linha, apresentado na seção 1.1, a demanda produtiva foi estipulada como sendo 80% voltada ao motor A e 20% ao motor B.

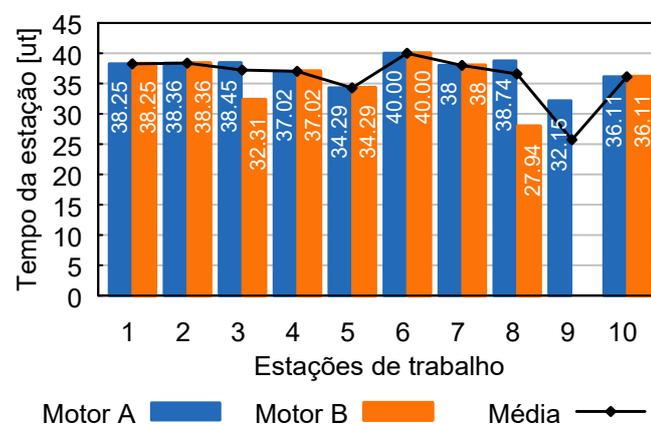


Figura 13 – Tempos das estações para os dois motores de maior demanda segundo o balanceamento de linha atual, destacando os tempos médios.

Fonte: Autoria própria (2017).

Observa-se na Figura 13 que os tempos do motor A têm dominância sobre os tempos do motor B no cálculo dos tempos médios.

4.3.2 Análise da função objetivo

A Figura 14 mostra os balanceamentos obtidos com as diferentes funções objetivo, conforme Tabela 3 da seção 3.1.6. A Figura 15 mostra os indicadores de desempenho para cada solução em comparação com o balanceamento atual. Os dados detalhados referentes a estas análises seguem no Apêndice C.

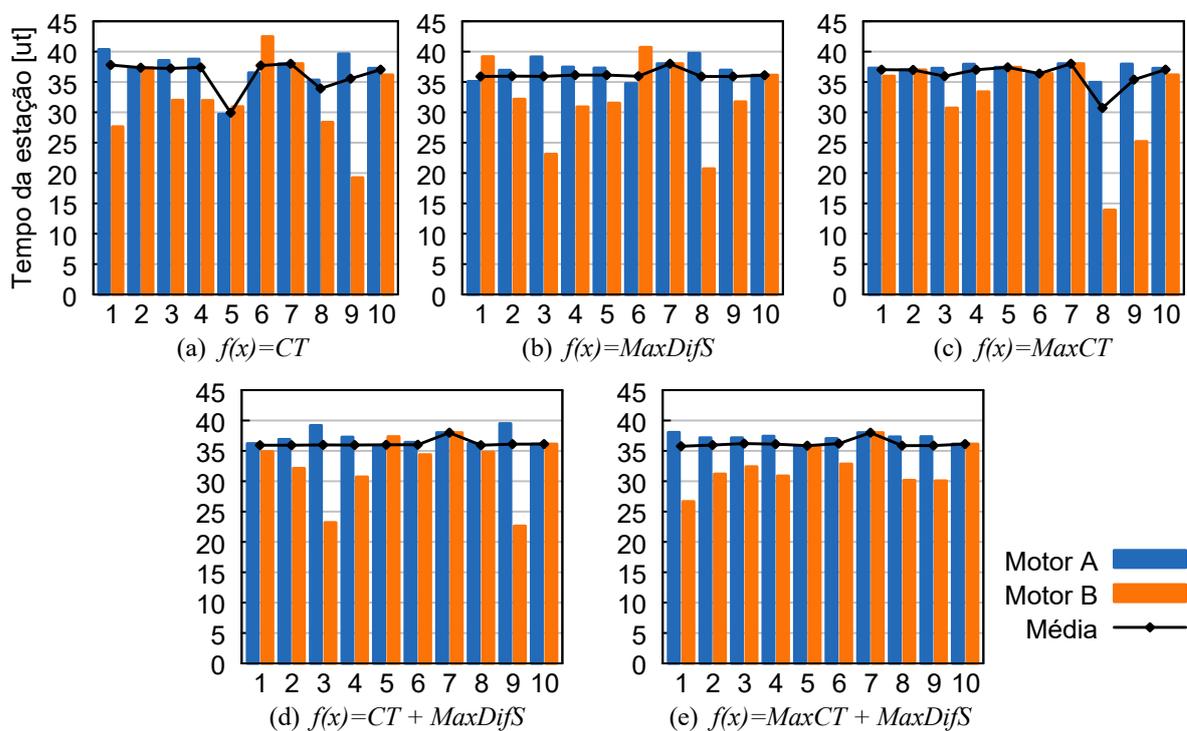


Figura 14 – Balanceamentos obtidos para diferentes funções objetivo.

O eixo das abcissas representa as estações de trabalho.

Fonte: Autoria própria (2017).

Na Figura 14a, o tempo de ciclo médio caiu de 40 ut para 38 ut (limitado pela estação 7). Entretanto, analisando o tempo de cada modelo individualmente, percebe-se que este tempo foi extrapolado em algumas estações. Isto é indesejável por ser um obstáculo para o sequenciamento da produção, porém pode ser aceito dentro de certos limites, a critério do planejamento de produção. Além disso, nota-se um evidente desnivelamento na distribuição das tarefas entre os postos de trabalho.

Por outro lado, na Figura 14b, percebe-se um bom nivelamento entre as estações, considerando o tempo médio. Como consequência deste nivelamento, o

tempo de ciclo médio também foi reduzido. Porém, semelhantemente ao caso da Figura 14a, algumas estações extrapolaram o tempo de ciclo médio quando se analisam os modelos individualmente.

O balanceamento apresentado na Figura 14c apresenta um tempo e ciclo de 38 ut para ambos os motores, contribuindo para a redução da ociosidade e, indiretamente, para a melhoria dos índices de suavidade (Figura 15). Observa-se, no entanto, que há possibilidades de melhoria no balanceamento entre as estações, especialmente nas três últimas.

A Figura 14d e Figura 14e mostram balanceamentos que combinam os termos de minimização do tempo de ciclo (CT e $MaxCT$) com o termo de balanceamento vertical ($MaxDifS$). Quando se analisa os tempos médios, ambos apresentam resultados similares entre si, e indicadores melhores que as opções anteriores (Figura 15). Porém, na Figura 14e percebe-se uma melhoria nos balanceamentos vertical e horizontal quando cada modelo é analisado separadamente (Figura 15).

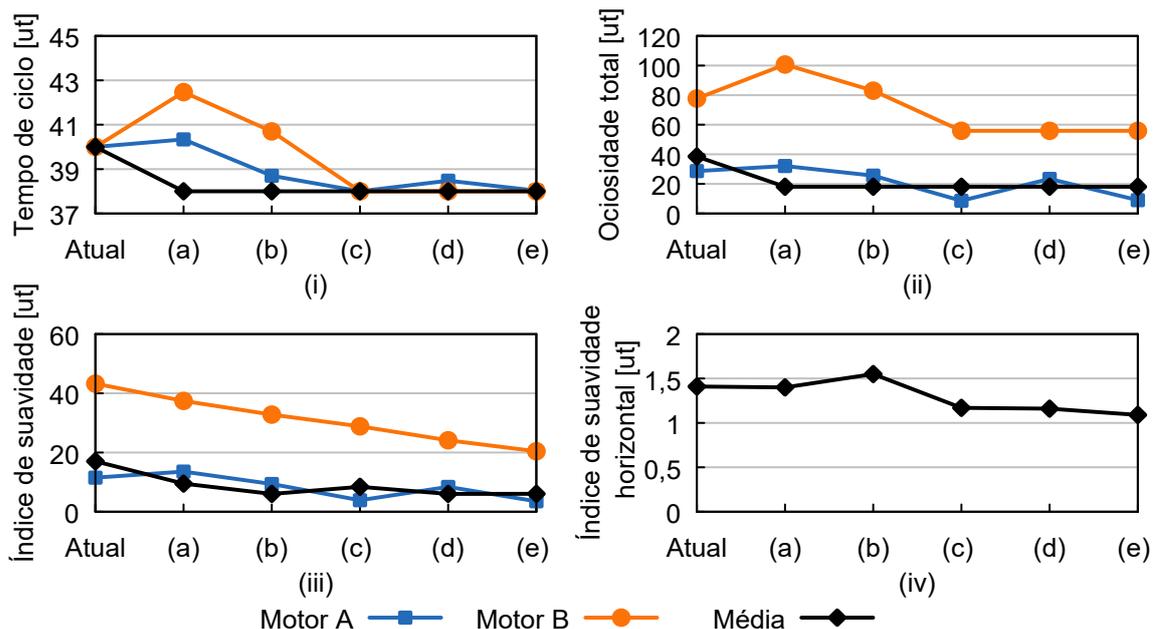


Figura 15 – Indicadores obtidos para os balanceamentos utilizando diferentes funções objetivo.

Fonte: Autoria própria (2017).

Portanto, como conclusão destas análises, a função objetivo (e), $\min f(x) = MaxCT + MaxDifS$ (vide Tabela 3), foi adotada para dar prosseguimento a este estudo.

4.3.3 Adição do termo de restrição à mudança

A Figura 16 mostra os balanceamentos obtidos com a adição do termo $qteMudancas$ na função objetivo, para diferentes fatores de ponderação Q (equação (20) na seção 3.1.6). A Figura 17 mostra os indicadores de desempenho para cada solução em comparação com o balanceamento atual. Os dados detalhados referentes a estas análises seguem no Apêndice D.

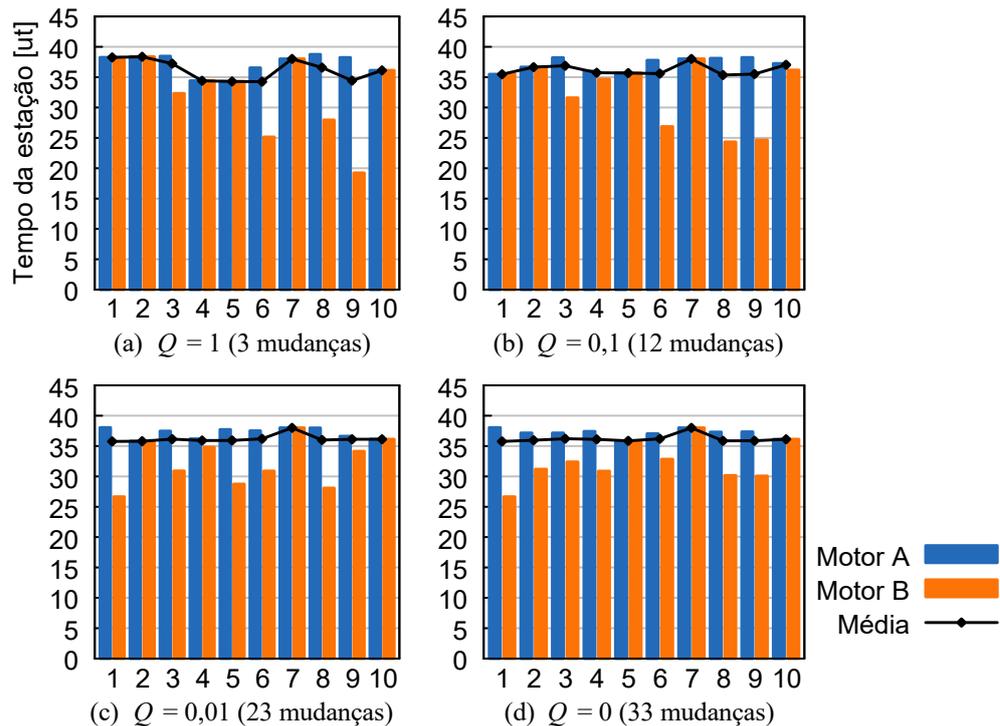


Figura 16 – Balanceamentos obtidos com a adição do termo de restrição a mudança de tarefas na função objetivo, para diferentes fatores de ponderação Q .

O eixo das abcissas representa as estações de trabalho.

Fonte: Autoria própria (2017).

Como esperado, quanto maior o valor de Q , menos mudanças foram realizadas em relação ao balanceamento atual. Em contrapartida, quanto menor o valor de Q , mais tarefas são realocadas e melhor a qualidade do balanceamento, como observa-se pela melhoria dos indicadores na Figura 17.

Ressalta-se, entretanto, que esta relação não é linear. No caso da Figura 16d, por exemplo, realizaram-se dez mudanças a mais quando comparado ao caso da Figura 16c, porém sem ganhos significativos no balanceamento.

Por outro lado, no caso da Figura 16a realocou-se apenas três tarefas e obteve-se uma redução no tempo de ciclo médio de 4,1%, além da melhoria nos demais indicadores.

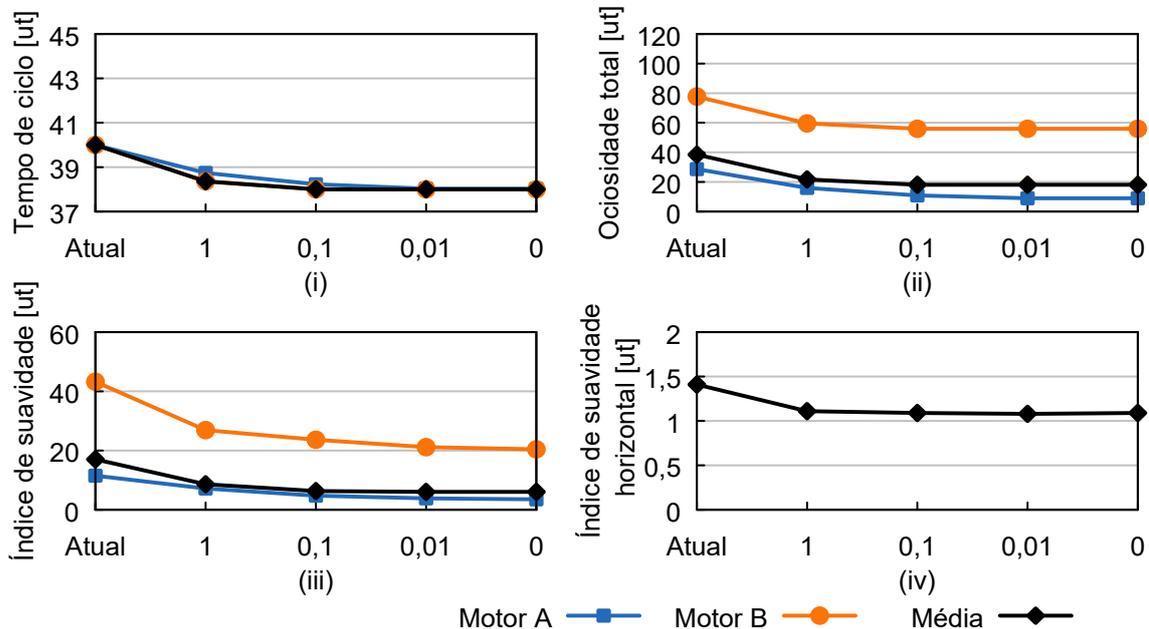


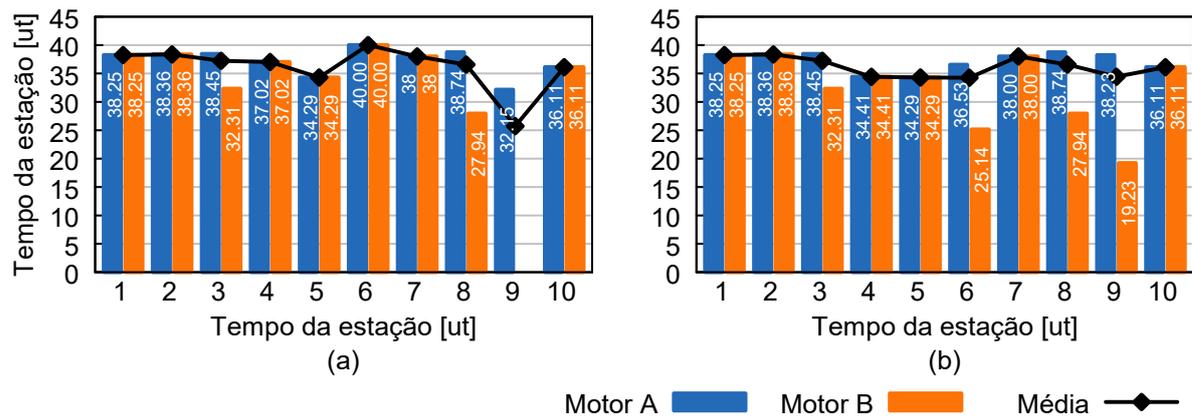
Figura 17 – Indicadores obtidos para diferentes valores do termo de restrição a mudança de tarefas (Q).

Fonte: Autoria própria (2017).

No cenário industrial, o custo relativo ao rearranjo de tarefas na linha está vinculado à quantidade de mudanças necessárias. Sendo assim, em geral, busca-se aquelas soluções que proporcionem os maiores benefícios para a produção com o mínimo de mudanças na linha e, portanto, menores custos. Tendo isto em vista, a solução obtida pelo caso onde $Q = 1$ torna-se atrativa e, na seção a seguir, é discutida com maior profundidade.

4.4 PROPOSTA PRÁTICA DE BALANCEAMENTO

A Figura 18 mostra uma comparação entre o balanceamento atual e o proposto neste trabalho. A Tabela 5 mostra os indicadores de desempenho das duas configurações.



**Figura 18 – Comparação entre o balanceamento atual (a) e o proposto neste trabalho (b).
Fonte: Autoria própria (2017).**

Como discutido na seção 4.3.3 e destacado na Tabela 5, o balanceamento proposto possui menor tempo de ciclo para ambos modelos de motor, além de um melhor balanceamento de tarefas, tanto entre estações quanto entre modelos.

Tabela 5 – Indicadores do balanceamento de linha atual e proposto considerando modelo misto.

	Atual	Proposta
Tempo de ciclo (ut)	40,00	38,36
Eficiência	90,4%	94,3%
Ociosidade total (ut)	38,47	21,72
Atraso de balanceamento	9,6%	5,7%
Índice de suavidade (ut)	17,03	8,62
Índice de suavidade horizontal (ut)	1,41	1,11

Fonte: Autoria própria (2017).

No balanceamento proposto apenas três tarefas são realocadas, conforme a Tabela 6. Em consulta com o engenheiro de processos responsável pela linha de montagem em estudo, levantou-se as ações necessárias para realizar tais mudanças, considerando-se: mão-de-obra especializada, materiais e logística. As ações necessárias também estão detalhadas na Tabela 6, bem como os investimentos estimados.

Tabela 6 – Mudanças sugeridas pelo balanceamento proposto.

Tarefa	Descrição	Estação atual	Estação proposta	Ações	Investimento estimado (R\$)
16	Leitura do código de barras do coletor	4	6	i. Realocar leitor de código de barras e <i>hardware</i> ; ii. Programação de lógica do CLP para nova estação.	275,55
28	Torquear oito prisioneiros	6	9	i. Realocar parafusadeira; ii. Adequação às linhas pneumáticas; iii. <i>Interlock</i> de CLP com a linha; iv. Alteração na flexibilidade da linha; v. Realocação de <i>flow-racks</i> de abastecimento dos parafusos.	300,60
41	Pré-instalar baricêntrico e parafusos no motor	9	6	i. Realocar parafusadeira; ii. Adequação às linhas pneumáticas; iii. <i>Interlock</i> de CLP com a linha; iv. Alteração na flexibilidade da linha; v. Realocação de <i>flow-racks</i> de abastecimento dos parafusos.	300,60

Fonte: Autoria própria (2017).

Com isto, estima-se um investimento total de R\$ 876,65 para a realização do rebalanceamento proposto. A redução de 4,1% do tempo de ciclo possibilitaria o aumento da produção em 4,3%. Considerando o grande volume produtivo, este investimento teria um retorno financeiro em curto prazo.

4.4.1 Análise de sensibilidade à variação de demanda

De modo complementar ao desenvolvido, fez-se um breve estudo para verificar a sensibilidade desta solução proposta à variação de demanda, visto que esta sofre alterações a cada mês em função do planejamento de produção. Esta variação é evidenciada por meio da Figura 2 presente no Capítulo 1.

Quando maior a demanda do motor A, por exemplo, a solução do problema de balanceamento dará mais prioridade ao balanceamento deste motor em detrimento do balanceamento do motor B. Sendo assim, além da produção com proporções 80-20 (80% voltada ao motor A e 20% ao motor B), realizou-se novas execuções do modelo matemático considerando proporções de 75-25 e 85-15.

Todavia, como resultado, não foi observada modificação na solução apresentada na seção 4.4 quando a demanda foi estabelecida nas proporções de

75-25 e 85-15. Assim, considerou-se que a solução proposta é estável dentro das faixas de variação de demanda avaliadas: 75-25, 80-20 e 85-15. Ressalta-se que a avaliação de sensibilidade executada está alinhada às projeções realizadas pelo setor fabril em que uma dominância da demanda do motor A em relação ao B é a tendência projetada.

Assim sendo, dados os resultados apresentados com a metodologia de solução para um problema de balanceamento de linha de modelo misto, o Capítulo 5 a seguir apresenta as considerações finais do trabalho, elencando, adicionalmente, direções para futuros aprimoramentos.

5 CONCLUSÕES

Neste capítulo são apresentadas as considerações finais e sugestões de continuidade para este Projeto de Pesquisa.

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente Projeto de Pesquisa avaliou-se a possibilidade de otimização no balanceamento de uma linha de montagem de motores a combustão de uma empresa automotiva localizada na região metropolitana de Curitiba. Nesta linha realiza-se a montagem de modelos distintos de motores em um regime produtivo que caracteriza uma linha de modelo misto. No Capítulo 1 detalhou-se a situação problema, caracterizando a linha de montagem e os produtos processados no sistema produtivo adotado para estudo de caso. Foram identificadas potenciais melhorias no cenário observado, entre elas a redução dos tempos ociosos e homogeneização das cargas de trabalho entre as estações e operadores da linha em estudo.

No Capítulo 2 realizou-se um levantamento dos principais assuntos relevantes para o desenvolvimento deste trabalho, incluindo uma investigação das diversas abordagens de balanceamento de linha presentes da literatura até o momento, especialmente problemas de balanceamento de linhas de modelo misto.

Tendo como base os estudos analisados durante a fundamentação teórica, no Capítulo 3 propõe-se uma metodologia de balanceamento de linhas de modelo misto que utiliza um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista adaptado de Sikora, Lopes e Magatão (2017). A referida metodologia, sumarizada na Figura 8 do Capítulo 3, envolve etapas de coleta de dados, identificação de restrições do problema, elaboração de diagramas de precedência, todos elementos que são parâmetros de entrada essenciais para a alimentação do modelo matemático em PLIM. Destaca-se, ainda, as etapas de validação de resultados e adaptações do modelo para, após verificação da aderência das respostas a condições operacionais, seguir-se à análise de resultados obtidos. A etapa final é destinada a propor um balanceamento otimizado, o qual tem por base critérios centrados na resolução de um modelo matemático via uma abordagem exata.

No Capítulo 4 aplica-se a metodologia aos dados coletados a partir da análise do cenário em estudo. Ressalta-se o esforço realizado no intuito de serem obtidos

dados e condições representativos do cenário estudado, conforme sumarizado no diagrama de precedências ilustrado na Figura 9 do Capítulo 4. Em uma análise preliminar (seção 4.2), aplicou-se a metodologia considerando-se um problema de balanceamento de linha de modelo único (no caso, o de maior demanda no contexto em estudo), verificando-se que a metodologia proposta é capaz de gerar resultados válidos para serem implementados na linha. Nesta avaliação preliminar, o modelo matemático se mostrou adequado para representar o caso estudado, respeitando as hipóteses de representatividade do problema estabelecidas.

Em análises posteriores (seções 4.3 e 4.4), considera-se uma linha de modelo misto. Pôde-se, então, verificar a influência dos termos da função objetivo nas soluções obtidas, permitindo a escolha da alternativa de função que conduziu a melhores resultados de tempo de ciclo, ociosidade e nivelamento das atividades. Além disso, considerando a minimização de realocações de tarefas em relação ao balanceamento atual, obteve-se soluções com bons resultados, mesmo com poucas mudanças. Esta solução minimalista em relação às mudanças se mostrou como sendo viável para a implementação prática a baixo custo de um balanceamento otimizado, conforme detalhado na seção 4.4.

Ressalta-se, ainda, que foi avaliada a estabilidade da solução sugerida perante flutuações de demanda dos produtos envolvidos, conforme detalhado na seção 4.4.1, concluindo-se em prol da estabilidade da solução proposta.

Desta forma, propõe-se, ao fim deste Projeto de Pesquisa, um rebalanceamento da linha em estudo com a realocação de apenas três tarefas em relação ao balanceamento atual. Com essa proposta, obtém-se uma redução de 4,1% do tempo de ciclo da linha, possibilitando um aumento de 4,3% no volume de produção com investimentos necessários relativamente baixos (valor inferior a R\$ 1000,00, conforme Tabela 6).

Tais resultados corroboram com a consolidação do uso da programação matemática em problemáticas reais de balanceamento de linhas produtivas, trazendo ganhos significativos na busca pela eficiência.

5.2 SUGESTÕES DE CONTINUIDADE

O Projeto de Pesquisa apresentado tem possibilidades de continuidade para o desenvolvimento de trabalhos futuros, como, por exemplo:

- Analisar ponderações intermediárias do termo *qteMudancas* e avaliar o investimento necessário para cada solução, bem como seus respectivos retornos ao sistema produtivo, a exemplo do ilustrado na Figura 17 do Capítulo 4;
- Avaliar a possibilidade de adotar balanceamentos com mais realocações, porém com implementação em etapas, conforme procedimento apresentado por Sikora (2017);
- Com a possível mudança da estação gargalo na linha de montagem em estudo (após execução do rebalanceamento proposto), sugere-se aplicar a metodologia deste trabalho também em outros trechos críticos da linha;
- Em paralelo com o estudo de balanceamento, sugere-se realizar a análise de possíveis reduções nos tempos das tarefas, como por exemplo por meio de automatizações (parciais ou completas), melhorias de abastecimento e ergonomia, treinamento dos operadores;
- Sugerir para diferentes empresas do setor com linhas de montagem (de modelo misto) o uso da metodologia apresentada neste trabalho como ferramenta de melhoria contínua no processo. Ressaltar que a atualização periódica dos tempos das tarefas e as mudanças de *mix* produtivos ensejam que soluções de balanceamento otimizadas sejam avaliadas de modo concomitante.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, E. L. de. **Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões**. 3. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2004. 384 p.
- ARORA, J. S. **Introduction to optimum design**. 4. ed. Iowa: Elsevier, 2017. 968 p.
- BATTAÏA, O.; DOLGUI, A. A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches. **International Journal of Production Economics**, v. 142, n. 2, p. 259-277, 2013.
- BAUTISTA, J.; PEREIRA, J. A dynamic programming based heuristic for the assembly line balancing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 194, n. 3, p. 787-794, 2009.
- BAYBARS, I. A survey of exact algorithms for the simple assembly line balancing problem. **Management science**, v. 32, n. 8, p. 909-932, 1986.
- BECKER, C.; SCHOLL, A. A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 3, p. 694-715, 2006.
- BOYSEN, N.; FLIEDNER, M.; SCHOLL, A. A classification of assembly line balancing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 183, n. 2, p. 674-693, 2007.
- BRADLEY, S. P.; HAX, A. C.; MAGNANTI, T. L. **Applied mathematical programming**. Boston: Addison-Wesley, 1977.
- DESSOUKY, M. M.; ADIGA, S.; PARK, K. Design and scheduling of flexible assembly lines for printed circuit boards. **International Journal of Production Research**, v. 33, n. 3, p. 757-775, 1995.
- DOLGUI, A.; EREMEEV, A.; GUSCHINSKAYA, O. MIP-based GRASP and genetic algorithm for balancing transfer lines. In: Maniezzo, V.; Stutzle, T.; Voss, S. *Matheuristics: hybridizing metaheuristics and mathematical programming*. **Annals of Information Systems**, v. 10, Springer, 2010. p. 189-208.
- DONNINI, N. **Estudo de otimização por meio de modelos matemáticos para uma linha de montagem de bancos de automóveis**. 2009. 107 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- EREL, E.; GOKCEN, H. Shortest-route formulation of mixed-model assembly line balancing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 116, n. 1, p. 194-204, 1999.
- EREL, E.; SARIN, S. C. A survey of the assembly line balancing procedures. **Production Planning & Control**, v. 9, n. 5, p. 414-434, 1998.

- FARNES, V. C. F.; PEREIRA, N. A. Balanceamento de linha de montagem com uso de heurística e simulação: estudo de caso na linha branca. **Anais do XIII SIMPEP**, Bauru, 2006.
- GAITHER, N.; FRAZIER, G. **Administração da produção e operações**. 8. ed. São Paulo: Pioneira, 2005.
- GERHARDT, M. P. **Sistemática para aplicação de procedimentos de balanceamento em linhas de montagem multi-modelos**. 2005. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.
- GERHARDT, M. P.; FOGLIATTO, F. S.; CORTIMIGLIA, M. N. Metodologia para o balanceamento de linhas de montagem multi-modelo em ambientes de customização em massa. **Gestão e Produção**. São Carlos, v. 14, n. 2, p. 267-279, 2007.
- GOKCEN, H.; EREL, E. A goal programming approach to mixed-model assembly line balancing problem. **International Journal of Production Economics**, v. 48, n. 2, p. 177-185, 1997.
- GOKCEN, H.; EREL, E. Binary integer formulation for mixed-model assembly line balancing problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 34, n. 2, p. 451-461, 1998.
- GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos**. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.
- KRAJEWSKI, L. J.; RITZMAN, L. P.; MALHOTRA, M. K. **Administração de produção e operações**. 8. ed. São Paulo: Prentice-Hall, 2009.
- LEAL, C. A. **Balanceamento de linhas de montagem por meio de modelos de programação linear inteira mista**: estudos em indústria automotiva. 2013. 166 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2013.
- MAGATÃO, L. **Mixed integer linear programming and constraint logic programming**: Towards a unified modeling framework. 2005. 188 f. Tese (Doutorado) – Graduate School in Electrical Engineering and Industrial Computer Science, Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná, Curitiba, 2005.
- MEIRA, M. S. **Otimização de produção de uma linha de montagem mista na indústria automotiva por meio de programação matemática**. 2015. 147 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- MERENGO, C.; NAVA, F.; POZZETTI, A. Balancing and sequencing manual mixed-model assembly lines. **International Journal of Production Research**, v. 37, n. 12, p. 2835-2860, 1999.

- MIBACH, F. A. R.; CAMPOS, L. A. M. **Balanceamento de uma linha de usinagem numa empresa de autopeças de Curitiba**. 2013. 53 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013.
- MORRISON, D.R.; SEWELL, E.C.; JACOBSON, S.H. An application of the branch, bound, and remember algorithm to a new simple assembly line balancing dataset. **European Journal of Operational Research**, v. 236, n. 2, p.403-409, 2014.
- NOSO, F. T.; PELEGRINI, F. T. **Otimização do balanceamento de uma linha de montagem de caixas de transmissão utilizando modelos matemáticos**. 2014. 84 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.
- OHNO, T. **O Sistema Toyota de Produção: além da produção em larga escala**. São Paulo: Bookman, 1997. 147 p.
- OTTO, A.; OTTO, C.; SCHOLL, A. Systematic data generation and test design for solution algorithms on the example of SALBPGen for assembly line balancing. **European Journal of Operational Research**, v. 228, n. 1, p. 33-45, 2013.
- OZTURK, C.; TUNALI, S.; HNIC, B.; ORNEK, M. A. Balancing and scheduling of flexible mixed model assembly lines. **Constraints**, v. 18, n. 3, p. 434-469, 2013.
- PAPE, T. Heuristics and lower bounds for the simple assembly line balancing problem type 1: Overview, computational tests and improvements. **European Journal of Operational Research**, v. 240, n. 1, p.32-42, 2015.
- PEINADO, J.; GRAEML, A. R. **Administração da produção: Operações industriais e de serviços**. Curitiba: Unicenp, 2007. 750 p.
- PUCCINI, A. L. **Introdução à Programação Linear**. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, 1975. (Série Aplicações de Computadores).
- RAO, D. N. **Single and mixed-model assembly line balancing methods for both deterministic and normally distributed work element times**. 1971. 240 f. Tese (Mestrado em Engenharia Industrial) – Oregon State University, Corvallis, 1971.
- RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and practice**. 4. Ed. John Wiley & Sons, Inc. 2009.
- ROTHLAUF, F. **Design of modern heuristics: principles and application**. Springer Science & Business Media, 2011.
- SAIF, U.; GUAN, Z.; WANG, B.; MIRZA, J.; HUANG, S. A survey on assembly lines and its types. **Frontiers of Mechanical Engineering**, v. 9, n. 2, p. 95-105, 2014.
- SANTANA, C. A.; BATISTA, L. S. **Balanceamento de uma linha de instalação de caixas de transmissão por meio de modelo de programação linear inteira mista**. 2014. 88 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso de Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

SCHOLL, A. **Data of Assembly Line Balancing Problems**, Technical report, Darmstadt Technical University, 1993.

SCHOLL, A., BECKER, C. State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing. **European Journal of Operations Research**, v. 168, p. 666–693, 2006.

SCHOLL, A., KLEIN, R. SALOME: A bidirectional branch-and-bound procedure for assembly line balancing. **INFORMS journal on Computing**, v. 9, n. 4, p.319-334, 1997.

SCHONBERGER, R. J. **World Class Manufacturing**. 1. ed. New York, The Free Press, 2008. 256 p

SEWELL, E. C.; Jacobson S. H. A branch, bound, and remember algorithm for the simple assembly line balancing problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 24, n. 3, p. 433-442, 2012.

SIKORA, C. G. S. **Scheduling projects in operating systems: an application on assembly line balancing**. 2017. 180 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e Informática Industrial, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

SIKORA, C. G. S.; LOPES, T. C.; MAGATÃO, L. Traveling worker assembly line (re)balancing problem: Model, reduction techniques, and real case studies. **European Journal of Operational Research**, v. 259, n. 3, p. 949-971, 2017.

SIMARIA, A. S. A. **Uma metodologia para o balanceamento de linhas de montagem**. 2001. 103 f. Dissertação (Mestrado) – Escola de Gestão do Porto, Matosinhos, 2001.

SIMARIA, A. S.; VILARINHO, P. M. A genetic algorithm based approach to the mixed-model assembly line balancing problem of type II. **Computers & Industrial Engineering**, v. 47, n. 4, p. 391-407, 2004.

SLACK, N.; CHAMBERS, S.; JOHNSTON, R. **Administração da produção**. 3. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2009. 703 p.

THOMOPOULOS, N. T. Line balancing-sequencing for mixed-model assembly. **Management Science**, v. 14, n. 2, p. B-59-B-75, 1967.

_____. Mixed model line balancing with smoothed station assignments. **Management Science**, v. 16, n. 9, p. 593-603, 1970.

WAGNER, H. M. **Pesquisa Operacional**. 2. ed. São Paulo: Prentice Hall do Brasil, 1986.

WILLIAMS, H. P. **Model building in mathematical programming**. 5. ed. West Sussex: John Wiley & Sons Ltd, 2013. 432 p.

APÊNDICE A – QUADRO DE TAREFAS

(continua)

Tarefa	Precedente(s) tarefa(s)	Tempo [ut]		Descrição	Atividades
		Motor A	Motor B		
1		4,47	4,47	Instalar tampão da termostática	Pegar tampão da termostática; Instalar tampão da termostática; Descartar embalagem do tampão.
2	13, 21, 23	6,86	6,86	Pré-instalar <i>staffa</i>	Pegar parafuso e <i>staffa</i> (suporte) cabeçote; Descartar embalagem do parafuso e <i>staffa</i> ; Pré-instalar <i>staffa</i> .
3	13	7,95	7,95	Instalar tubo de retorno	Pegar alicate; Pegar tubo de retorno; Descartar embalagem do tubo de retorno; Instalar tubo de retorno; Devolver alicate.
4	5, 13	10,19	10,19	Pré-instalar sensor de detonação e parafuso na termostática	Pegar sensor de detonação e <i>moleta</i> (mola) e parafusos; Descartar embalagem sensor de detonação; Pré-instalar sensor de detonação e parafuso na termostática.
5	13	7,76	7,76	Torquear sensor de detonação	Pegar parafusadeira; Torquear sensor de detonação; Devolver parafusadeira.
6	13	5,12	5,12	Pré-instalar parafuso na <i>staffa</i> e na válvula termostática	Pegar <i>staffa</i> e parafuso; Descartar embalagem da <i>staffa</i> e parafuso; Pré-instalar parafuso na <i>staffa</i> e na válvula termostática; Devolver pneumática.
7	13	5,67	5,67	Torquear <i>staffa</i> do sensor de detonação	Pegar parafusadeira; Torquear <i>staffa</i> do sensor de detonação; Devolver parafusadeira.
8	13	1,7	1,7	Posicionar <i>moleta</i> na <i>staffa</i>	Posicionar <i>moleta</i> na <i>staffa</i> .
9	13, 40	4,06	4,06	Instalar tubo da vareta	Pegar tubo da vareta de óleo; Descartar embalagem do tubo da vareta; Instalar tubo da vareta.
10	13	5,81	5,81	Pré-montar <i>staffa</i> do suporte do coletor	Pegar <i>staffa</i> do suporte do coletor e um parafuso; Descartar embalagem da <i>staffa</i> e parafuso; Pré-montar <i>staffa</i> do suporte do coletor.

(continua)

Tarefa	Precedente(s) tarefa(s)	Tempo [ut]		Descrição	Atividades
		Motor A	Motor B		
11	23	9,23	9,23	Torquear t-27	Pegar parafuso t-27; Descartar embalagem do parafuso; Pegar parafusadeira; Torquear t-27; Devolver parafusadeira.
12	13	5,75	5,75	Torquear <i>staffa</i> de sustentação do coletor	Pegar parafusadeira; Torquear <i>staffa</i> de sustentação do coletor; Devolver parafusadeira.
13	14, 16, 17, 20, 33, 37, 39	29,57	23,01	Posicionar coletor de admissão e pré-instalar os parafusos	Pegar 5 parafusos; Descartar embalagem do parafuso; Posicionar coletor de admissão; Pegar pneumática; Pré-instalar os parafusos; Devolver pneumática.
14		2,86	3,33	Posicionar cabo sensor de detonação	Posicionar cabo sensor de detonação.
15		5	4,95	Posicionar tampões da termostática	Pegar tampões da termostática; Posicionar tampões da termostática; Descartar embalagem dos tampões.
16		2,61	2,61	Realizar leitura do código de barras	Pegar leitor do código de barras; Realizar leitura.
17	23	13,67	13,67	Torquear coletor admissão	Pegar parafusadeira; Torquear coletor admissão; Devolver parafusadeira.
18	23	1,39	1,39	Descartar proteção da borboleta do coletor admissão	Descartar proteção da borboleta do coletor admissão.
19	23	1,92	1,92	Retirar tampão da galeria de combustível	Retirar tampão da galeria de combustível.
20	23	9,43	9,43	Instalar mangueira PCV (ventilação positiva do cárter)	Pegar mangueira PCV; Descartar embalagem da mangueira PCV; Lubrificar mangueira; Instalar mangueira PCV.
21		6,98	6,98	Torquear <i>staffa</i> do cabeçote	Pegar parafusadeira; Torquear <i>staffa</i> do cabeçote; Devolver parafusadeira.
22		9,13	9,13	Torquear válvula termostática	Pegar parafusadeira; Torquear válvula termostática; Devolver parafusadeira.
23	24, 27, 29, 40	2,18	2,18	Realizar giro do motor	Realizar giro do motor.
24	25	2,43	2,43	Retirar haste e descartá-la	Retirar haste e descartá-la.
25	26	5,68	5,68	Lubrificar e pré-instalar capa do AFO (adaptador do filtro de óleo)	Pegar capa do AFO; Descartar embalagem da capa do AFO; Lubrificar e pré-instalar capa do AFO.
26		13,85	13,85	Torquear capa do AFO	Pegar parafusadeira; Torquear capa do AFO; Devolver parafusadeira.

(continua)

Tarefa	Precedente(s) tarefa(s)	Tempo [ut]		Descrição	Atividades
		Motor A	Motor B		
27	28	21,51	21,51	Pré-instalar 8 prisioneiros	Pegar 8 prisioneiros; Descartar embalagem do prisioneiro; Pegar pneumática; Pré-instalar 8 prisioneiros; Devolver pneumática.
28		17,47	17,47	Torquear 8 prisioneiros	Pegar parafusadeira; Torquear 8 prisioneiros; Devolver parafusadeira
29	35,42	38	38	Operação automática	Operação automática.
30	31, 32, 33, 34, 36, 37, 38	9,95	8,62	Desenrolar chicote e passar centralina por baixo da mangueira	Pegar chicote; Descartar embalagem do chicote; Realizar leitura do código de barras; Desenrolar chicote; Passar centralina por baixo da mangueira.
31	37, 39	4,77	0	Conectar bicos 3 e 4	Conectar bicos 3 e 4.
32	37,39	4,71	2,67	Encaixar presilha na galeria de combustível	Encaixar presilha na galeria de combustível.
33	37,39	4,21	0	Conectar bobinas 3 e 4	Conectar bobinas 3 e 4.
34	39	0,00	5,41	Conectar 4 bicos injetores	Conectar 4 bicos injetores.
35		2,65	2,65	Conectar tampão da galeria de combustível	Conectar tampão da galeria de combustível.
36		4,59	0	Conectar presilha no prisioneiro da tampa de válvulas	Conectar presilha no prisioneiro da tampa de válvulas.
37	39	2,74	0	Passar cabo de detonação entre coletor	Passar cabo de detonação entre coletor.
38	39	1,4	0	Conectar conector do cânister	Conectar conector do cânister.
39		2,13	1,04	Ajustar <i>layout</i>	Ajustar <i>layout</i> .
40		0,00	5,96	Verificar nível de óleo	Verificar nível de óleo.
41		11,39	0	Pré-instalar baricêntrico e parafusos no motor	Pegar baricêntrico; Pré-instalar baricêntrico e parafusos no motor; Descarte da embalagem do baricêntrico.
42		19	0	Torquear os parafusos do baricêntrico	Pegar parafusadeira; Torquear os parafusos do baricêntrico; Devolver parafusadeira.

(conclusão)

Tarefa	Precedente(s) tarefa(s)	Tempo [ut]		Descrição	Atividades
		Motor A	Motor B		
43		31,5	31,5	Prensagem da polia <i>damp</i> er (polia do virabrequim)	Pegar polia <i>damp</i> er e parafuso; Descartar embalagem da polia e parafuso; Esperar prensagem <i>damp</i> er; Pré-instalar polia e parafuso; Liberar carro prensa; Prensagem da polia; Pegar parafusadeira; Torquear parafuso polia <i>damp</i> er e realizar limpeza do AFO.
44		0,99	0,99	Retirar etiquetas da bomba d'água	Retirar etiquetas da bomba d'água.
45		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
46		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
47		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
48		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
49		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
50		1,02	1,02	Retorno ao início da estação	Retorno ao início da estação.
51		1,59	1,59	Liberar motor para a estação seguinte	Liberar motor para a estação seguinte.
52		1,76	1,76	Liberar motor para a estação seguinte	Liberar motor para a estação seguinte.
53		3,62	3,62	Realizar inspeção, e liberar motor para a estação seguinte.	Realizar inspeção, e liberar motor para a estação seguinte.

APÊNDICE B – ALOCAÇÃO DAS TAREFAS PARA CADA SOLUÇÃO

(continua)

Estação	Tarefas alocadas						
	Atual	Modelo Único $\min f(x) = CT + MaxDifS$		Modelo misto $\min f(x) = MaxCT + MaxDifS + Q.qteMudancas$			
		10 estações	9 estações	$Q = 1$	$Q = 0,1$	$Q = 0,01$	$Q = 0$
1	1	4	3	1	2	4	4
	2	6	7	2	3	5	5
	3	10	8	3	4	12	12
	4	12	9	4	5	19	19
	5	22	11	5	8	41	41
	45	45	19	45	45	45	45
			30				
			45				
2	6	2	2	6	6	1	2
	7	5	4	7	7	3	7
	8	30	5	8	9	6	9
	9	34	10	9	10	7	15
	10	41	15	10	11	8	30
	11	46	31	11	12	9	36
	12		46	12	46	10	46
	46			46		46	
3	13	1	6	13	13	2	3
	14	3	12	14	15	13	10
	15	7	13	15	16	47	11
	47	9	47	47	47		18
		11					21
		36					31
	47					47	
4	16	8	1	17	17	11	6
	17	13	17	18	19	15	8
	18	32	18	19	20	16	13
	19	48	20	20	30	18	48
	20		21	21	48	21	
	21		23	48		30	
	48		24			48	
		48					
5	22	15	22	22	18	17	16
	23	17	25	23	22	20	17
	24	18	27	24	23	23	20
	25	19	33	25	24	24	22
	26	20	34	26	25	31	49
	49	23	49	49	26	33	
		24			49	49	
		40					
	49						
6	27	14		16	14	25	23
	28	16		27	27	27	24
	50	27		41	41	32	25
		31		50	44	36	27
		33			50	50	33
	50					50	
7	29	29	29	29	29	29	29

(conclusão)

Estação	Tarefas alocadas						
	Atual	Modelo Único <i>min CT + MaxDifS</i>		Modelo misto <i>min MaxCT + MaxDifS + Q.qteMudancas</i>			
		10 estações	9 estações	$Q = 1$	$Q = 0,1$	$Q = 0,01$	$Q = 0$
8	30	21	16	30	1	14	14
	31	25	26	31	21	22	26
	32	28	36	32	31	34	34
	33	35	42	33	32	35	40
	34	37	50	34	33	37	42
	35	51		35	35	40	51
	36			36	36	42	
	37			37	37	51	
	38			38	38		
	39			39	40		
	40			40	51		
51			51				
9	41	26	28	28	28	26	1
	42	38	32	42	34	28	28
	52	42	37	52	42	38	32
		44	38		52	39	35
		52	39			52	37
			40				38
			41				39
		51				52	
10	43	39	14	43	39	43	43
	44	43	35	44	43	44	44
	53	53	43	53	53	53	53
			44				
		52					

Legenda:

 Tarefa realocada em relação ao balanceamento atual

APÊNDICE C – SOLUÇÕES OBTIDAS NA ANÁLISE DA FUNÇÃO OBJETIVO

Função objetivo	Atual			(a) $f(x) = CT$			(b) $f(x) = MaxDifS$		
	A	B	Média	A	B	Média	A	B	Média
Modelo									
Estação 1	38,25	38,25	38,25	40,34	27,62	37,80	35,08	39,16	35,90
Estação 2	38,36	38,36	38,36	37,35	37,35	37,35	36,92	32,15	35,97
Estação 3	38,45	32,31	37,23	38,54	31,98	37,23	39,13	23,10	35,93
Estação 4	37,02	37,02	37,02	38,76	31,95	37,40	37,45	30,89	36,14
Estação 5	34,29	34,29	34,29	29,68	30,92	29,93	37,29	31,51	36,14
Estação 6	40,00	40,00	40,00	36,51	42,47	37,71	34,74	40,70	35,94
Estação 7	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00
Estação 8	38,74	27,94	36,58	35,31	28,36	33,92	39,70	20,70	35,90
Estação 9	32,15	0,00	25,72	39,63	19,23	35,55	36,95	31,72	35,90
Estação 10	36,11	36,11	36,11	37,25	36,16	37,03	36,11	36,11	36,11
Tempo de ciclo (ut)	40,00	40,00	40,00	40,34	42,47	38,00	39,70	40,70	38,00
Eficiência	92,8%	80,6%	90,4%	92,1%	76,3%	95,2%	93,6%	79,6%	95,2%
Ociosidade total (ut)	28,66	77,74	38,47	32,06	100,68	18,08	25,57	82,98	18,08
Atraso de balanceamento	7,2%	19,4%	9,6%	7,9%	23,7%	4,8%	6,4%	20,4%	4,8%
Índice de Suavidade (ut)	11,50	43,26	17,03	13,56	37,42	9,50	9,37	32,79	6,03
Índice de Suavidade Horizontal (ut)			1,41			1,40			1,55

Função objetivo	(c) $f(x) = MaxCT$			(d) $f(x) = CT + MaxDifS$			(e) $f(x) = MaxCT + MaxDifS$		
	A	B	Média	A	B	Média	A	B	Média
Modelo									
Estação 1	37,28	35,95	37,02	36,19	34,86	35,93	38,03	26,64	35,76
Estação 2	36,98	36,98	36,98	36,88	32,11	35,93	37,15	31,18	35,96
Estação 3	37,26	30,70	35,95	39,17	23,19	35,98	37,15	32,38	36,20
Estação 4	37,92	33,37	37,01	37,26	30,70	35,95	37,41	30,85	36,10
Estação 5	37,42	37,42	37,42	35,66	37,33	36,00	35,86	35,86	35,86
Estação 6	36,38	36,38	36,38	36,40	34,36	36,00	37,03	32,82	36,19
Estação 7	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00
Estação 8	34,93	13,89	30,72	36,22	34,77	35,93	37,30	30,14	35,86
Estação 9	37,95	25,19	35,39	39,48	22,61	36,10	37,33	30,06	35,87
Estação 10	37,25	36,16	37,03	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11
Tempo de ciclo (ut)	38,00	38,00	38,00	39,48	38,00	38,00	38,03	38,00	38,00
Eficiência	97,7%	85,3%	95,2%	94,1%	85,3%	95,2%	97,6%	85,3%	95,2%
Ociosidade total (ut)	8,61	55,94	18,08	23,37	55,94	18,08	8,96	55,94	18,08
Atraso de balanceamento	2,3%	14,7%	4,8%	5,9%	14,7%	4,8%	2,4%	14,7%	4,8%
Índice de Suavidade (ut)	3,88	28,84	8,42	8,40	24,12	6,03	3,52	20,44	6,04
Índice de Suavidade Horizontal (ut)			1,17			1,16			1,09

**APÊNDICE D – SOLUÇÕES OBTIDAS NA ANÁLISE DO TERMO DE RESTRIÇÃO
À MUDANÇAS NA FUNÇÃO OBJETIVO**

Valor de Q <i>qteMudancas</i> Modelo	Atual			$Q = 1$			$Q = 0,1$		
	A	B	Média	A	B	Média	A	B	Média
Estação 1	38,25	38,25	38,25	38,25	38,25	38,25	35,48	35,48	35,48
Estação 2	38,36	38,36	38,36	38,36	38,36	38,36	36,66	36,66	36,66
Estação 3	38,45	32,31	37,23	38,45	32,31	37,23	38,20	31,59	36,88
Estação 4	37,02	37,02	37,02	34,41	34,41	34,41	35,99	34,66	35,73
Estação 5	34,29	34,29	34,29	34,29	34,29	34,29	35,68	35,68	35,68
Estação 6	40,00	40,00	40,00	36,53	25,14	34,26	37,77	26,85	35,59
Estação 7	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00
Estação 8	38,74	27,94	36,58	38,74	27,94	36,58	38,11	24,32	35,35
Estação 9	32,15	0,00	25,72	38,23	19,23	34,43	38,23	24,64	35,51
Estação 10	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11	37,25	36,16	37,03
Tempo de ciclo (ut)	40,00	40,00	40,00	38,74	38,36	38,36	38,23	38,00	38,00
Eficiência	92,8%	80,6%	90,4%	95,9%	84,5%	94,3%	97,2%	85,3%	95,2%
Ociosidade total (ut)	28,66	77,74	38,47	15,97	59,58	21,72	10,87	55,94	18,08
Atraso de balanceamento	7,2%	19,4%	9,6%	4,1%	15,5%	5,7%	2,8%	14,7%	4,8%
Índice de Suavidade (ut)	11,50	43,26	17,03	7,17	26,90	8,62	4,75	23,64	6,31
Índice de Suavidade Horizontal (ut)			1,41			1,11			1,09

Valor de Q <i>qteMudancas</i> Modelo	$Q = 0,01$			$Q = 0$		
	A	B	Média	A	B	Média
Estação 1	38,03	26,64	35,76	38,03	26,64	35,76
Estação 2	35,80	35,80	35,80	37,15	31,18	35,96
Estação 3	37,45	30,89	36,14	37,15	32,38	36,20
Estação 4	36,18	34,80	35,91	37,41	30,85	36,10
Estação 5	37,71	28,73	35,92	35,86	35,86	35,86
Estação 6	37,51	30,88	36,19	37,03	32,82	36,19
Estação 7	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00	38,00
Estação 8	37,97	28,07	35,99	37,30	30,14	35,86
Estação 9	36,61	34,12	36,11	37,33	30,06	35,87
Estação 10	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11	36,11
Tempo de ciclo (ut)	38,03	38,00	38,00	38,03	38,00	38,00
Eficiência	97,6%	85,3%	95,2%	97,6%	85,3%	95,2%
Ociosidade total (ut)	8,96	55,94	18,08	8,96	55,94	18,08
Atraso de balanceamento	2,4%	14,7%	4,8%	2,4%	14,7%	4,8%
Índice de Suavidade (ut)	3,85	21,17	6,04	3,52	20,44	6,04
Índice de Suavidade Horizontal (ut)			1,08			1,09