

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CÂMPUS GUARAPUAVA
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA CIVIL

Luiz Guilherme Stimer

**ANÁLISE COMPARATIVA E NUMÉRICA DO
DIMENSIONAMENTO DE LAJES EM CONCRETO ARMADO
SOB O EFEITO DE PUNÇÃO**

Guarapuava
Novembro de 2018

LUIZ GUILHERME STIMER

**ANÁLISE COMPARATIVA E NUMÉRICA DO
DIMENSIONAMENTO DE LAJES EM CONCRETO ARMADO
SOB O EFEITO DE PUNÇÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à
Coordenação de Engenharia Civil da Universidade
Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Guarapuava,
como parte dos requisitos para obtenção do título de
Engenheiro Civil.

Orientador: Carlos Francisco Pecapedra Souza
Coorientador: Edson Florentino de Souza

Guarapuava
Novembro de 2018

LUIZ GUILHERME STIMER

**ANÁLISE COMPARATIVA E NUMÉRICA DO
DIMENSIONAMENTO DE LAJES EM CONCRETO ARMADO
SOB O EFEITO DE PUNÇÃO**

Este Trabalho de Diplomação foi julgado adequado como pré-requisito para a obtenção do título de ENGENHEIRO CIVIL e aprovado em sua forma final pelo Professor Petrônio Rodrigo Mello Montezuma Responsável pela disciplina Trabalho de Conclusão de Curso 2 da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Guarapuava, Novembro de 2018

BANCA EXAMINADORA

Prof. Carlos Francisco Pecapedra Souza (UTFPR) - Orientador/Presidente
Mestre em Engenharia Civil (Me.) pela Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Edson Florentino de Souza (UTFPR)
Mestre em Engenharia Civil (Me.) pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita
Filho

Prof. Dyorgge Alves Silva (UTFPR)
Mestre em Estruturas e Construção Civil (Me.) pela Universidade de Brasília

Dedico este trabalho a(opcional).

AGRADECIMENTOS

Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos
Agradecimentos.

Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos Agradecimentos
Agradecimentos

Agradecimentos Agradecimentos

“A engenharia é a arte de dirigir as grandes fontes de poder na natureza para o uso e conveniência do homem”

Thomas Tredgold

RESUMO

Para ter um melhor controle da qualidade, as normas foram criadas padronizando tanto produtos, medidas como processos executivos. Com um grande desenvolvimento na engenharia, se fez necessário o uso de normas, para garantir em todo processo a qualidade, segurança e confiabilidade. O concreto armado, um dos maiores produtos da construção civil, deve ser dimensionado de tal forma que toda sua estrutura traga ao usuário o conforto e segurança de seu uso. Cada país adota uma normatização própria, ou seja, cada região possui uma forma de dimensionamento de estruturas, neste trabalho serão estudados os dimensionamentos de lajes a punção em relação a norma brasileira ABNT NBR 6118 (2014) e a norma europeia EUROCODE 2 (2010), afim de realizar uma análise comparativa dos parâmetros usadas em ambas normas.

Palavras-chave: Punção. Laje Lisa. Concreto Armado.

SUMÁRIO

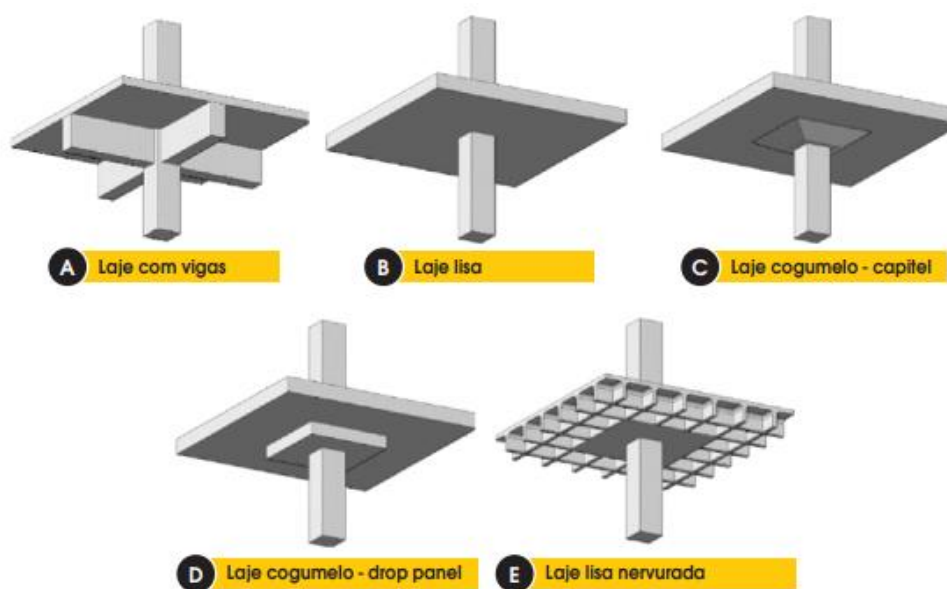
| | | |
|-------|--|----|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 3 |
| 1.1 | JUSTIFICATIVA..... | 5 |
| 1.2 | OBJETIVOS DO TRABALHO..... | 5 |
| 1.2.1 | Objetivo principal..... | 5 |
| 1.2.2 | Objetivos secundários..... | 6 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA..... | 7 |
| 2.1 | PUNÇÃO..... | 7 |
| 2.2 | Histórico..... | 7 |
| 2.2.1 | Pesquisas internacionais..... | 7 |
| 2.2.2 | Pesquisas no Brasil..... | 9 |
| 2.3 | LAJES SUJEITAS AO PUNÇONAMENTO..... | 11 |
| 2.4 | FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO..... | 13 |
| 2.4.1 | Espessura da Laje..... | 13 |
| 2.4.2 | Dimensão e Formato do Pilar..... | 14 |
| 2.4.3 | Resistência á Tração do Concreto..... | 14 |
| 2.4.4 | Relação Momento Fletor e Esforço Cortante..... | 14 |
| 2.4.5 | Taxa de Armadura de Flexão..... | 14 |
| 2.4.6 | Efeito Escala..... | 15 |
| 2.4.7 | Influência do Tipo de Carregamento..... | 15 |
| 2.4.8 | Armadura Contra Colapso Progressivo..... | 15 |
| 2.4.9 | Armadura de Punção..... | 16 |
| 2.5 | MECANISMO DE RUPTURA..... | 22 |
| 2.6 | MODELOS DE CÁLCULO..... | 25 |
| 2.6.1 | Modelos mecânicos..... | 25 |
| 2.6.2 | Método da superfície de controle..... | 26 |
| 2.6.3 | Modelo de cálculo das bielas e tirantes..... | 26 |
| 2.7 | DIMENSIONAMENTO SEGUNDO NBR 6118 (2014)..... | 27 |
| 2.7.1 | Cálculo das tensões resistentes..... | 28 |
| 2.7.2 | Cálculo das tensões solicitantes..... | 30 |
| 2.8 | DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EUROCODE 2..... | 40 |
| 2.8.1 | Cálculo das tensões solicitantes..... | 42 |
| 2.8.2 | Cálculo Das Tensões Resistentes..... | 43 |
| 3 | MATERIAIS E MÉTODOS..... | 46 |
| 3.1 | ESTRUTURA MODELO..... | 46 |
| 3.2 | ESFORÇOS SOLICITANTES..... | 46 |
| 3.3 | DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO..... | 46 |
| 3.4 | COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS..... | 46 |
| 4 | DISCUSSÕES E RESULTADOS..... | 47 |
| 4.1 | ESTUDO DE CASO..... | 47 |

| | | |
|---------|--|-----|
| 4.1.1 | APRESENTAÇÃO DA LAJE EM ESTUDO | 47 |
| 4.1.2 | CARGAS ATUANTES | 48 |
| 4.1.2.1 | Cargas Permanentes..... | 48 |
| 4.1.2.2 | Cargas Acidentais..... | 49 |
| 4.2 | MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES | 49 |
| 4.3 | REAÇÕES NOS APOIOS E MOMENTOS TRANSFERIDOS PARA OS PILARES | 54 |
| 4.3.1 | Reações Nos Apoios Conforme ABNT NBR 6118 (2014) | 55 |
| 4.3.2 | Reações Nos Apoios Conforme Eurocode 2 (2010) | 68 |
| 4.3.3 | Momentos Transferidos Aos Pilares Conforme A ABNT NBR 6118 (2014) | 82 |
| 4.3.4 | Momentos Transferidos Aos Pilares Conforme A Eurocode 2 (2010)..... | 89 |
| 4.4 | DADOS PARA VERIFICAÇÃO | 95 |
| 4.4.1 | Altura Útil..... | 95 |
| 4.4.2 | Armadura Negativa..... | 96 |
| 4.5 | VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO CONFORME ABNT NBR 6118 (2014) 101 | |
| 4.5.1 | Pilar Intermediário..... | 101 |
| 4.5.2 | Pilar De Borda..... | 107 |
| 4.5.3 | Pilar De Canto..... | 113 |
| 4.6 | VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO CONFORME EUROCODE 2 (2010).122 | |
| 4.6.1 | Pilar Intermediário..... | 122 |
| 4.6.2 | Pilar De Borda..... | 127 |
| 4.6.3 | Pilar De Canto..... | 132 |
| 4.7 | MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS | 137 |
| 4.8 | LEVANTAMENTO DOS CUSTOS DE MATERIAL..... | 141 |
| 5 | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 147 |
| 6 | REFERÊNCIAS | 148 |

1 INTRODUÇÃO

O sistema estrutural convencional no Brasil é composto por laje, viga e pilar, onde a força aplicada na laje é distribuída nas vigas e conseqüentemente para os pilares. Atualmente, vemos uma crescente utilização do sistema sem as vigas (Figura 1), onde essas ações da laje são diretamente distribuídas para os pilares. As principais vantagens dessa estrutura é a economia em fôrmas e agilidade na execução, além da mobilidade arquitetônica ser ampliada com a ausência das vigas.

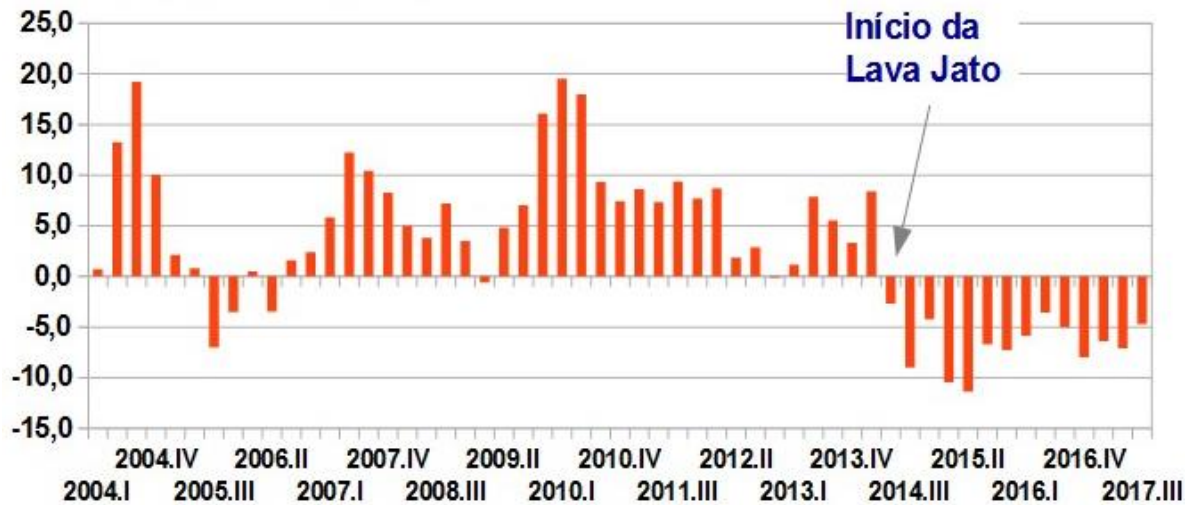
Figura 1 – Sistemas Construtivos de Lajes



(fonte: ABECE/ IBRACON, 2014)

Após a crise mundial de 2009, o Brasil começou a sentir as influências negativas em todos os setores da economia, e não foi diferente com a construção civil (Figura 2). Os cortes de gastos públicos, restrição de crédito, aumento de juros e até mesmo a Operação Lava Jato, colaboraram para a redução da rentabilidade do setor. Em meio a crise, as empresas necessitavam reduzir gastos, muitas engavetaram novos empreendimentos, diminuíram o quadro de funcionários, entre outras formas para manter seus lucros.

Figura 2 - Taxa de Crescimento na Indústria da Construção



(fonte: ROSÁRIO, 2017)

Portanto, durante esse período de recessão, as empresas foram forçadas a buscar formas de diminuir seus gastos e ampliar os lucros, mesmo com o mercado da construção civil em baixa. Uma dessas opções seria utilizar sistemas construtivos mais econômicos e mais ágeis para se manter nesse período mesmo com tantas adversidades. Uma dessas formas é com a utilização de sistemas estruturais que trouxessem vantagens como sistemas sem vigas.

Em sistemas estruturais sem vigas, os pilares, atuam com grandes forças em pequenas áreas da laje, gerando elevadas tensões nessa região periférica, e pode resultar em rupturas por punção (Figura 3). Esse tipo de ruptura é súbita, sem avisos antecedentes, para que isso não ocorra deve-se garantir que ruína, caso ocorra, seja por flexão e não por punção.

Figura 3 – Ruína causada por punção (Edifício de Garagens em Wolverhampton, Inglaterra, em 1965)



Fonte: RABELLO (2010)

Hoje em dia algumas normas se destacam no âmbito nacional, sendo as mais importantes a ACI 318/14 (American Concrete Institute), BS 8110/1997 (British Standard), EC 2 2010 (Eurocode 2), e as que serão usadas nesse estudo, ABNT NBR 6118 (2014) (Associação Brasileira de Normas Técnicas - Normas Brasileiras) e CEB-FIP MC90 (Comité Euro-internacional do Betão – Fédération Internationale du béton) por usarem a mesma região crítica para o dimensionamento. A normatização é de grande importância pois regulamenta o procedimento, padronizando e implantando um padrão de qualidade, garantindo segurança ao projetista de que seu serviço segue padrões já estabelecidos.

1.1 JUSTIFICATIVA

Sistemas estruturais sem vigas são amplamente utilizados em estruturas de concreto, podendo ser citadas as lajes planas e lajes-cogumelos. Ambas, sofrem efeito de punção e devem ser analisadas e dimensionadas com armaduras suficientes para suprir os esforços solicitantes.

Conforme Chust (2009), esses sistemas oferecem muitas vantagens em sua concepção, algumas delas são: diminuição do tempo de execução, liberdade na alteração arquitetônica, simplificação da execução de fôrmas, facilidade na concretagem e entre outras.

Cada norma é produzida de acordo com a cultura técnica de sua região, portanto entre elas podem haver tanto convergências como divergências, mesmo ambas sendo eficazes em suas aplicações. A análise comparativa das normas brasileira e europeia busca avaliar quanto essas variações interferem nos resultados finais relacionadas aos diferentes parâmetros utilizados.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Os objetivos do trabalho estão classificados em principal e secundários e serão apresentados nos próximos itens.

1.2.1 Objetivo principal

Realizar um estudo comparativo entre os resultados obtidos pelas normas estudadas e avaliar qual possui o melhor desempenho em seu dimensionamento.

1.2.2 Objetivos secundários

Dentro do objetivo geral, destacam-se esses objetivos específicos:

- Apresentar os sistemas estruturais sem vigas;
- Conhecer os fatores que influenciam os efeitos da punção;
- Desenvolver os métodos de cálculo para dimensionamento da armadura de punção segundo as normas brasileira e europeia para pilares internos, de borda e de canto;
- Comparar os resultados obtidos nos diferentes métodos de cálculo utilizados;

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 PUNÇÃO

A punção, segundo NBR 6118 (2014), é considerada um Estado Limite Último. Cordovil (1997) descreve o efeito como uma ruptura transversal devido a grandes forças agindo em pequenas áreas, devido ao cisalhamento, pode ocorrer a perfuração da laje chegando a ruína da estrutura.

A ABECE/IBRACON (2015) reconhece o sistema estrutural sem vigas de grande vantagem, pela facilidade, economia e agilidade em sua execução. Porém em alguns casos, o apoio diretamente sobre os pilares pode tornar inviável o projeto, pois a punção pode resultar na separação completa da ligação laje-pilar de forma abrupta, e nos casos de pilares de borda e canto essa situação se agrava pela transferência de momentos. É importante a estrutura apresentar ductilidade, garantindo assim deformações significativas antes de atingir sua resistência última.

2.2 Histórico

Serão apresentados breves resumos de alguns estudos, internacionais e nacionais, sobre os efeitos da punção nas estruturas.

2.2.1 Pesquisas internacionais

Talbot (1913) foi o responsável pelos primeiros estudos sobre punção. Ele observou a ruína de 197 sapatas, as quais ensaiou sem a utilização de armadura de cisalhamento. Como resultado percebeu que a maioria das rupturas se dava de forma cônica com inclinação a 45°, características de ruína por punção.

Seguindo os mesmos estudos de Talbot em sapatas, Richart (1948) conseguiu concluir que a armadura de flexão também resiste aos efeitos da punção, ou seja, aumentando armadura de flexão, diminui as chances de ruptura por puncionamento.

Elstner e Hognestad (1956) passaram a estudar lajes, pois as sapatas estudadas até então, pela sua espessura não traziam resultados adequados do ponto de vista da punção. Em laboratório 39 lajes foram ensaiadas variando a taxa de armadura de flexão, a armadura de compressão, as

condições de apoio, as dimensão dos pilares, a resistência do concreto, a distribuição e a quantidade da armadura de cisalhamento. Concluindo que todos esses fatores, exceto a taxa de armadura de compressão que teve mínima influência, são importantes para a resistência ao puncionamento das lajes lisas.

Um modelo mecânico surgiu em 1960 com Kinnunen e Nylander (1960), tentando explicar o mecanismo de ruptura e prever a resistência última da ligação laje-pilar.

Com seus estudos Regan (1985) menciona três possíveis rupturas da ligação laje-pilar com armadura de punção, sendo elas, superfície junto à face do pilar, uma região transversal armada e uma região após a armadura de cisalhamento. As análises feitas por Regan (1985) afirmam que lajes sem armação para os efeitos do puncionamento possui uma superfície de ruptura com ângulo próximo a 25° ao plano da laje, iniciando-se na face do pilar. A armadura de cisalhamento adicionada a laje, colocada a uma distância que afete a mudança de inclinação dessa ruptura, resultará em uma maior contribuição do concreto na carga da ruptura, aproximando-se a inclinação de 45° , os resultados são significativos.

Shehata (1985) apresenta um modelo de cálculo para pilares internos, com armadura de punção e carregamentos simétricos. Em 1990, Shehata (1990) simplifica um modelo composto por bielas comprimidas e tirantes radiais. Este modelo é citado por Pinto (1993), referindo-se a bons resultados e de fácil aplicação, porém quando aplicado a concretos de alta resistência, esse modelo superestima os valores de carga para ruptura.

Seguindo os estudos, Gomes (1991) realizou ensaios em lajes de concreto armado com carregamento simétrico e analisou os efeitos da armadura de cisalhamento. Gomes (1991) concluiu a importância do posicionamento dessa armadura, conseguindo resultados satisfatórios com a disposição em dupla cruz com espaçamento não excedendo $0,5d$, sendo d a altura da laje.

Regan (1993) realiza novos ensaios, dessa vez com armadura de cisalhamento em forma de estrela entre a armadura de flexão, chamada do Riss Star. Um aumento de 65% até 69% na resistência à punção foi obtido em relação a uma laje similar, porém, sem essa armadura.

A importância do uso da armadura de cisalhamento junto a armadura de flexão é apresentado por Melo (1994) de modo a não ocorrer colapso progressivo, caso a ruptura laje-pilar ocorra.

Elgabry e Ghali (1996) apresentam um estudo sobre o uso de armadura de punção do tipo pino na ligação laje-pilar, a qual sofre momento fletor desbalanceado.

Hallgren (1996) utilizou de concreto de alto desempenho e barras dobradas como armadura de cisalhamento, com ângulos de 33° com base da laje. Foi observado que lajes com baixas taxas de armadura de flexão e armadura de cisalhamento obtiveram comportamento mais dúctil até alcançar a ruptura, resultando em um acréscimo de resistência de até 69%.

Shearband, armadura de cisalhamento composta por faixas maleáveis de aço tipo “fitas”, foi utilizada nos ensaios de Pilakoutas (2000), indicando o sistema de prática instalação, econômico, com ancoragem eficiente e boa ductibilidade em relação a outras formas de armadura de punção.

Alander (2000) se utilizou de outra opção de armadura de cisalhamento, denominada UFO, ela possui formato tronco cônico e é posicionado sobre o pilar. Foram ensaiadas 18 lajes de concreto separadas em 3 etapas, variando o diâmetro do UFO e a largura da laje em cada uma dessas etapas. Os resultados obtidos foram de, em média, 30% maiores que os determinados pela Eurocode 2 (2010).

2.2.2 Pesquisas no Brasil

Martinelli (1974), iniciou um projeto para estudos experimentais do comportamento de ligações laje-pilar em bordas e cantos de lajes-cogumelo. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Estrutura da Escola de Engenharia de São Carlos. Martinelli (1974) teve grande importância no estudo dos efeitos da punção, tanto em suas teses como também em orientação das dissertações de mestrado de Figueiredo Filho (1981), Takeya (1981), Libório (1985), Gonçalves (1986) e Modotte (1986) que também seguiram a mesma linha de pesquisa.

A partir de ensaios com lajes armadas com armadura de cisalhamento tipo pino, Fusco (1985) verificou que o efeito de pino da armadura de flexão e a resistência do agregado na superfície da ruptura tem grande influência na resistência da laje ao cisalhamento.

Melges (1995) propôs uma revisão ao texto base da NB-1/94 e as recomendações fornecidas pelo CEB-90 referente à punção. A divergência proposta refere-se a pilares de borda e canto, algumas dessas recomendações seriam a utilização de armadura ao longa da borda livre para

combater os esforços de torção, a ausência de situações de pilares internos submetidos a momento fletores em duas direções diferentes.

Ensaio com lajes lisas e armaduras de cisalhamento do tipo pino com chapas de ancoragem soldadas nas extremidades, foram feitos por Cordovil e Fusco (1995) e ao serem comparadas com lajes com armaduras de punção, observou aumento de, em média, 17% na resistência ao cisalhamento em lajes submetidas a carregamento simétrico, e de 54% para casos de carregamento excêntrico.

Zambrana Vargas (1997) realizou ensaios em pilares internos variando três parâmetros na ligação laje-pilar: uso ou não de fibras de aço no concreto, presença ou não de armadura de punção e a resistência do concreto à compressão. Resultados obtidos mostraram que uma determinada taxa de fibras, associada com uso de armadura de cisalhamento tipo pino, aumentam a resistência da ligação laje-pilar em relação ao efeito da punção. Além da resistência, as fibras tornam a ruptura mais dúctil, sendo mais observadas com utilizadas concretos de resistência mais convencionais.

Utilizando-se de concretos de alta resistência (variando entre 60 MPa e 69 MPa), Oliveira (1998) comparou a eficiência do uso de estribos convencionais e inclinados por meio de seus ensaios, observando significativa vantagem no uso inclinado dos estribos.

De maneira similar a Zambrana Vargas (1997), Musse (2004) ensaiou lajes com e sem presença de fibras de aço no concreto, além da armadura de cisalhamento tipo pino. Analisou que as rupturas das lajes tiveram comportamentos diferentes. Com a presença de fibras de aço a ruptura ocorreu na região com armadura transversal, diferentemente das lajes sem adição de fibras, em que a ruptura ocorria na região externa a armação. Foi observado também um aumento da carga de ruptura de até 75% nas lajes com armadura de punção combinado com adição de fibras de aço.

Carvalho (2004) ensaiou 9 lajes, protendidas com cabos não-aderentes, na região de pilares internos, afim de verificar os efeitos da armadura de punção comparando os resultados com as recomendações da NB1. Carvalho (2004) analisou os resultados obtidos e comparou com as estimativas da norma, as quais foram à favor da segurança em relação ao valor da resistência

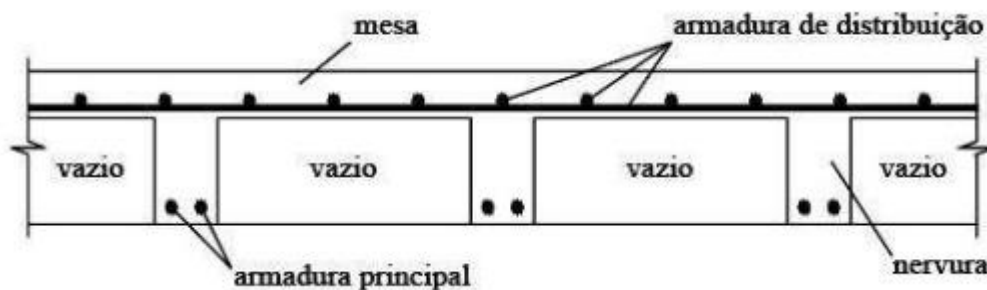
do puncionamento em todas lajes ensaiadas, porém apenas uma se aproximou do modo de ruptura estimado inicialmente.

Souza, Melo e Gomes (2009) estudaram a resistência última da ligação laje-pilar com algumas características distintas: regiões internas de lajes lisas, com um ou dois furos adjacentes ao pilar, com ou sem a transferência de momento fletor. Com essas delimitações, conseguiriam analisar resultados de fissuração, deslocamentos, deformações e resistências últimas. As dimensões dos furos, posicionamento do furo em relação aos lados de maior ou menor dimensão do pilar, taxa e distribuição da armadura de flexão e armadura de cisalhamento influenciam o comportamento e a carga para ruptura da laje.

2.3 LAJES SUJEITAS AO PUNÇONAMENTO

Na busca de alternativas de economia e novas tecnologias construtivas, um novo sistema estrutural começa a aparecer no âmbito da construção civil, a ausência de vigas na estrutura. Portanto, as lajes são apoiadas diretamente sobre os pilares, resultando em uma nova preocupação, a ruína por puncionamento, pela grande concentração de força em uma pequena área. Segundo a NBR 6118 (2014) as lajes nervuradas (Figura 4) têm como características, geralmente, um alívio no seu peso próprio, pois sua estrutura é executada utilizando cubas plásticas entre as nervuras. A capa de concreto superior (mesa) é a região responsável por resistir aos esforços de compressão, e as armaduras longitudinais presentes nas nervuras resistem aos esforços de tração.

Figura 4 – Detalhe laje nervurada

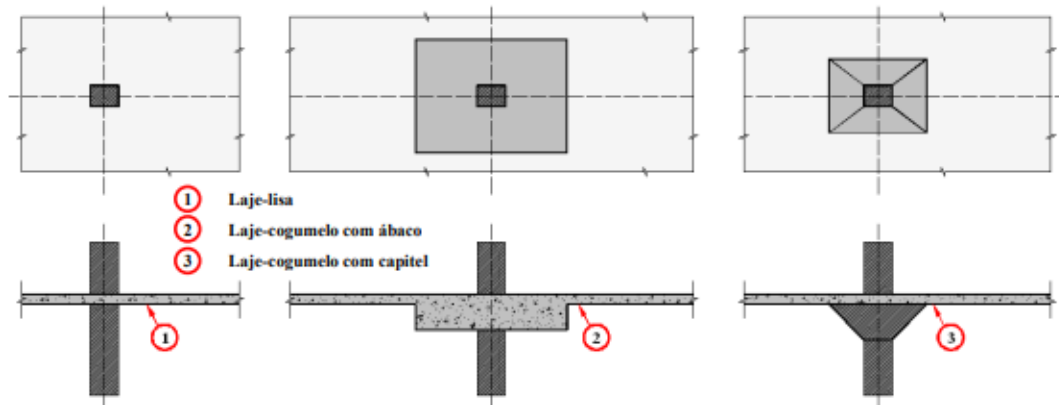


(fonte: RESTELLI, 2001)

Na região dos apoios, deve haver uma área maciça na laje para suportar os efeitos do puncionamento e momentos negativos presentes. As lajes-lisas são apoiada diretamente sobre

os pilares, sem outras alternativas como capitéis (aumento da seção superior do pilares) ou de ábacos (engrossamento da laje na região do pilar). Diferentemente das lajes-cogumelos, que tem a presença de capitéis, ábacos ou de ambos simultaneamente como representadas na Figura 5 (ABNT NBR 6118, 2014).

Figura 5 – Sistema de laje-lisa e laje-cogumelo (com ábaco e capitel)



(fonte:ALBUQUERQUE, 2009)

Segundo Melges (1995) a presença de capitéis e ábacos fazem a estrutura perder suas vantagens arquitetônicas, e para manter suas funções principais são substituídas pelas armaduras transversais de punção, cujo uso vem crescendo ao longo dos últimos anos.

A execução de estruturas sem vigas possui diversas vantagens construtivas, conforme Carvalho (2009) algumas delas são:

- Adaptabilidade do ambiente: permite alterações na arquitetura como disposição das paredes, pois não tem vigas, bem como a adaptação de espaços a outras finalidades;
- Simplificação das formas: a existência de um plano contínuo, sem recortes, implica em maior facilidade de execução, menor consumo de materiais e menor desperdício na montagem, cimbramentos e desforma;
- Simplificação das armaduras: sem as vigas o detalhamento é simples, diminuindo operações de corte, dobra e montagem, facilitando também a conferência destas;
- Simplificação da concretagem: maior facilidade de lançamento e adensamento, pois permite o acesso de vibradores, reduzindo a possibilidade de ocorrência de falhas;
- Redução da altura total do edifício, permitindo aumentar o número de pavimentos;

- Simplificação das instalações: dutos hidrossanitários podem passar rentes ao teto sem a necessidade de deixar furos nas vigas, reduzindo curvas desnecessárias, cortes e emendas, mão-de-obra e custos;
- Melhoria das condições ambientes: a ausência de vigas facilita a insolação e ventilação;
- Redução no tempo de execução: devido às simplificações apresentadas;
- Redução do custo do empreendimento: devido à redução na quantidade de concreto, armadura, formas e menores espessuras de revestimentos.

Entretanto, ainda conforme Carvalho (2009), esse sistema estrutural apresenta algumas desvantagens, algumas apresentadas a seguir:

- Punção nas lajes: a ruptura por puncionamento, que acontece com carga inferior à de flexão, ocorre de forma frágil, quase sem aviso prévio. Isto pode levar a estrutura à ruína por colapso progressivo;
- Deslocamento transversal das lajes: tem-se o aumento dos deslocamentos verticais (flechas) em relação às lajes convencionais com mesmos vãos. Este fato pode ser compensado com a inclusão de vigas nos bordos livres do edifício, regiões nas quais os deslocamentos são maiores;
- Estabilidade global do edifício: há diminuição da resistência a esforços horizontais, principalmente em prédios altos, pois a ausência de vigas não permite a formação de pórticos de contraventamento. Isto pode ser combatido com a associação de lajes a núcleos rígidos ou paredes estruturais.

2.4 FATORES QUE INFLUENCIAM NA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

De acordo com Rabello (2010) o comportamento não-linear do concreto aliado à presença de armadura gera a heterogeneidade de materiais e comportamento que agravam a indefinição do sistema. Os efeitos da punção sofrem influência de alguns fatores determinantes na resistência ao cisalhamento em lajes lisas, a seguir serão citados os mais importantes:

2.4.1 Espessura da Laje

Em relação a espessura da laje pode se optar por duas soluções, o aumento da espessura de toda laje ou apenas na região da ligação com o pilar. Ao aumentar altura útil de todo pano aumentam-se as tensões resistentes, porém tem-se um acréscimo nas ações permanente também, o que não resulta em um processo vantajoso. Já o uso dos capitéis, aumento da espessura apenas na região da ligação laje-pilar, aumenta a resistência ao cisalhamento, mas também apresenta

inconvenientes, pois perde um de suas vantagens que seria um teto liso, prejudicando no aspecto arquitetônico (RABELLO, 2010)

2.4.2 Dimensão e Formato do Pilar

Conforme estudos de Melges (2001), pilares retangulares onde a relação entre os lados passa de duas vezes ao serem comparados com pilares quadrados possuem a ruína mais abrupta, resultando em um cone de punção menor e resistências menores também, pois a força se concentra nos lados de menores dimensões.

Melges (2001) afirma que pilares retangulares chegam a ter 15% menos resistência em relação a pilares circulares com a mesma área, pois nesse caso não existe a concentração de forças na menor dimensão. Em relação ao posicionamento do pilar, os internos possuem mais resistência quando comparado a pilares locados nas bordas e cantos de laje, devido a área de resistência da ligação laje-pilar.

2.4.3 Resistência á Tração do Concreto

A resistência ao cisalhamento na ligação laje-pilar está relacionada a resistência à tração do concreto, qual algumas normas consideram proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. Porém, o aumento dessa resistência não garante um comportamento mais dúctil para a laje em relação a sua ruína. (RABELLO, 2010).

2.4.4 Relação Momento Fletor e Esforço Cortante

Segundo ensaios de Rabello (2010), a resistência à punção da ligação diminui quanto mais excêntrica for o carregamento qual a laje está submetida, pois a distância resultará em um momento e uma excentricidade maior, fatores que influenciam no levantamento das tensões atuantes.

2.4.5 Taxa de Armadura de Flexão

A influência da taxa de armadura de flexão se dá pela contribuição à resistência do efeito de pino decorrente após a fissuração da borda tracionada. Ensaios realizados por Melges (2001) mostram que taxas acima de 2% não agregam para a resistência á punção.

2.4.6 Efeito Escala

De acordo com Cordovil (1997) e seus ensaios, os resultados mostram que a partir de determinada altura útil sua influência na resistência deixa de ser significativa.

Esse efeito mostra a influência da altura útil em relação a resistência, cuja lajes com menores alturas úteis são mais resistentes. Esse fato ocorre com alturas maiores, pois o concreto se torna mais homogêneo, e a armadura de tração perde sua capacidade de impedir aberturas de fissuras em toda seção. O engrenamento dos agregados, condicionado a altura útil, permite o cruzamento das bielas de compressão pela região de concentração de fissuras. A não análise desse fator pode levar ao superdimensionamento das peças estruturais em função da resistência ao cisalhamento do concreto (CORDOVIL, 1997)

2.4.7 Influência do Tipo de Carregamento

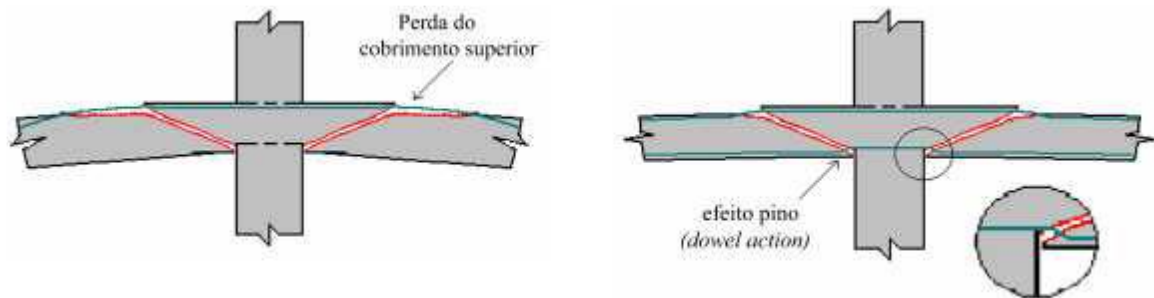
Conforme Rabello (2010), em cargas concentradas aplicadas diretamente nas lajes, a uma certa distância dos apoios, a resistência deixa de ser influenciada pela punção e passa a depender do engrenamento dos agregados, efeito de pino da armadura de flexão e da resistência do concreto á tração.

2.4.8 Armadura Contra Colapso Progressivo

Caso ocorra a ruína de um pilar, por exemplo, acarretaria em um aumento nas cargas dos pilares próximos e na excentricidade destas, desencadeando uma ruína de toda estrutura, caso os painéis caírem um por cima dos outros, o que é chamado de colapso progressivo. (LIMA, 2001)

Para não ocorrer essa situação, a armadura contra colapso progressivo (Figura 13) deve ser disposta na parte inferior da laje na região da ligação entre o pilar e a laje, resultando em uma maior ductilidade nessa ligação redistribuindo os esforços evitando a ruína de toda estrutura.

Figura 13 - Fase pós punção sem e com armadura contra colapso progressivo, respectivamente



(fonte: RABELLO, 2010)

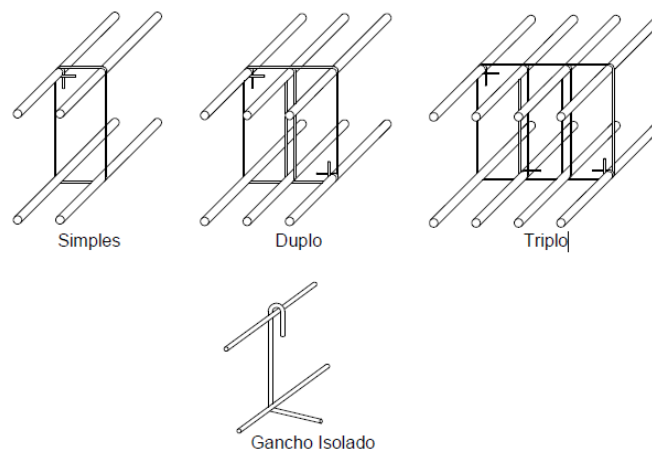
2.4.9 Armadura de Punção

O uso de armadura de punção aumenta a resistência na ligação e também, em alguns casos, melhora a ductilidade aumentando a capacidade de deformabilidade da região. A seguir estão descritas algumas armaduras de punção utilizadas:

2.4.9.1 Estribos

Existem muitas formas dos estribos serem dispostos, podem ser abertos, em forma de ganchos, fechados, entre outros. A Figura 14 mostra algumas associações dos estribos. Conforme Rabello (2010), estribos fechados não são totalmente efetivos em lajes delgadas, pois ocorre escorregamento da ancoragem, qual ocorre nas dobras dos estribos e ocasiona abertura de fissuras por causa da força cortante. Porém, se barras longitudinais tenham grandes bitolas, a ruína a punção ocorre antes do escorregamento dos estribos.

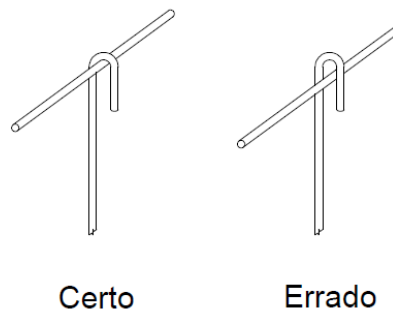
Figura 14 – Tipos de estribos



(fonte: RABELLO, 2010)

Já em casos de estribo no formato de ganchos, segundo ensaios realizados por Takeya (1981), em sua montagem deve garantir que não haja folgas entre o gancho e a parte superior da armadura de flexão (Figura 15), garantindo assim seu desempenho (considerado satisfatório nos ensaios realizados por Takeya), caso contrário a contribuição dos ganchos na resistência é comprometida.

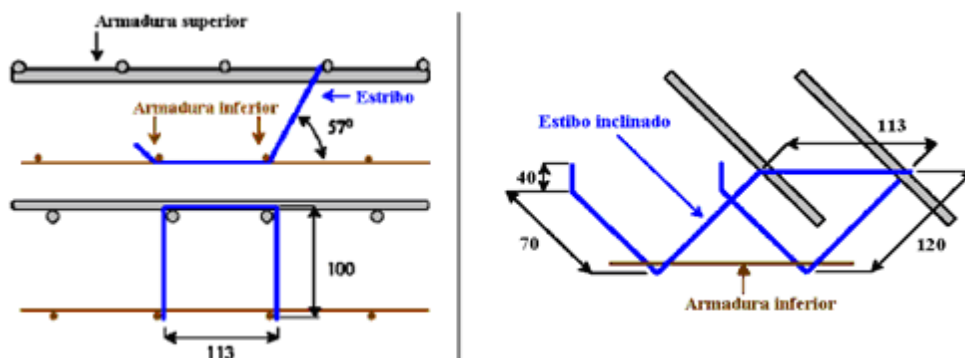
Figura 15 – Ancoragem correta do estribo tipo gancho



(fonte: ABECE/IBRACON, 2003)

Ainda em seus ensaios, utilizando concreto com resistência de 60 MPa, Takeya (1981) comprovou a grande eficiência dos estribos inclinados, dispostos conforme a Figura 16 nas ligações laje-pilar.

Figura 16 – Esquema de estribos inclinados



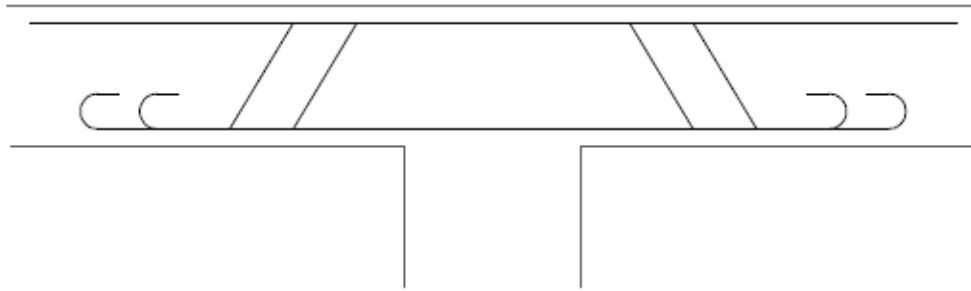
(fonte: TRAUTWEIN, 2006)

2.4.9.2 Barras dobradas

Melges (2001) analisou o uso de barras dobradas (Figura 17) em lajes carregadas simetricamente e concluiu que a resistência desta laje é aumentada com seu uso, porém não influenciando na ductilidade da ligação. Em contrapartida Takeya (1981) relata a problemática

da ancoragem dessas barras dobradas em lajes pouco espessas e também o uso inadequado em pilares de canto ou borda. Em seus estudos, Takeya também afirma que a ruína ocorre paralela a disposição das barras dobradas, ou seja, não apresenta o efeito costura entre as superfícies afetadas.

Figura 17 – Barras dobradas

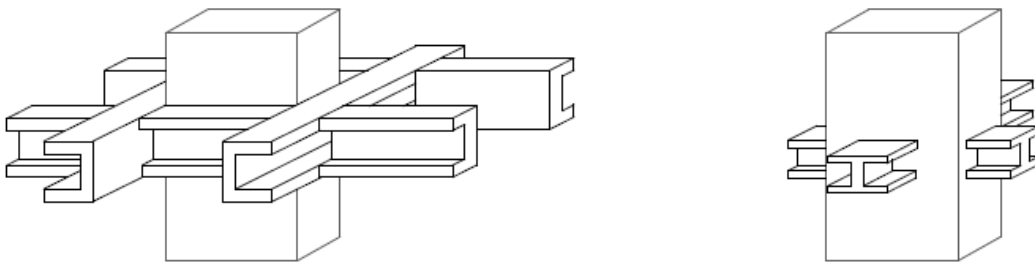


(fonte: TAKEYA, 1981)

2.4.9.3 *Shearheads*

Segundo Melges (2001), o uso deste tipo de armadura aumenta tanto a resistência da ligação quando a ductilidade da região laje-pilar. Esse reforço tem variedades em seus perfis, geralmente são tipo U posicionados na região adjacente ao pilar ou do tipo I atravessando a cabeça do pilar demonstrados na Figura 18.

Figura 18 - Shearheads (Perfil Metálico Tipo U, a esquerda, Perfil Metálico Tipo I, a direita)



(fonte: RABELLO, 2010)

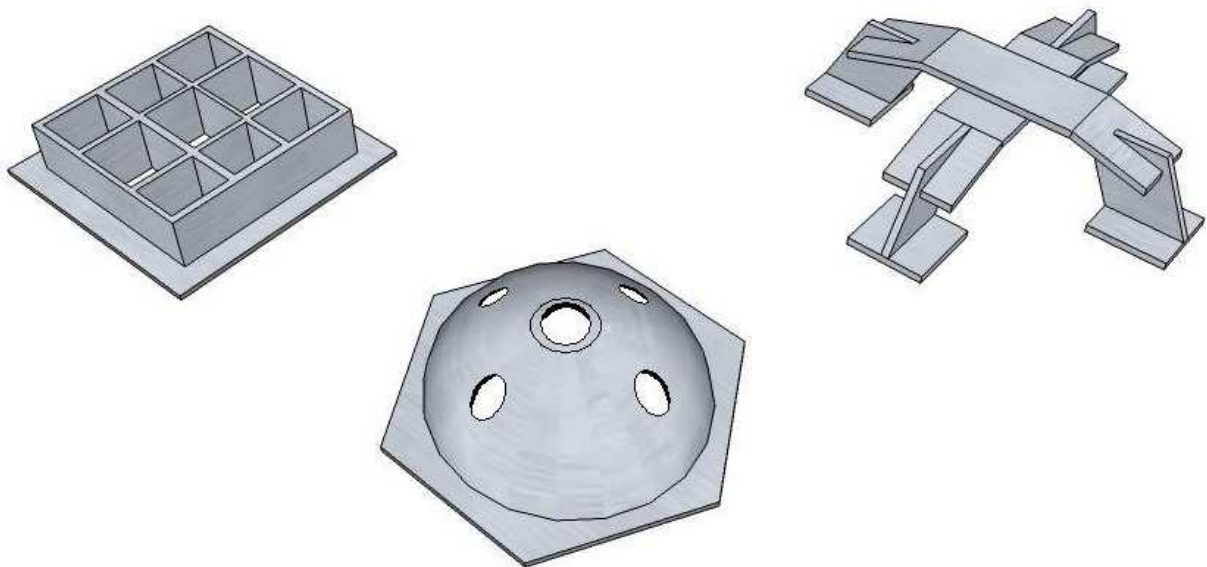
Shearheads foram ensaiados por Corley e Hawkins (1968), em lajes com pilares internos e carregamentos simétricos e observaram um aumento de 75% na resistência da ligação em relação a corpos de prova sem qualquer tipo de reforço. Já Libório (1985) concluiu através de

ensaios nas ligações laje-pilar interno, com cargas excêntricas, reforçadas com shearhead um aumento entre 40% a 70% na resistência.

Os pilares de canto utilizando shearheads foram ensaiados por Figueiredo Filho (1989), e observou uma carga de ruína menor quando comparados a modelos sem qualquer armadura transversal. Isso se dá pelo fato desses perfis metálicos serem pesados, além disso necessitam de soldas tornando o processo caro e geralmente, obstruem a passagem da armadura longitudinal do pilar na ligação.

Grelha, “UFO”, estudados por Alander (2000), e soldado em cruz são outras concepções de shearhead que podem ser observados na Figura 19.

Figura 19 – Exemplos de shearheads



(fonte: RABELLO, 2010)

2.4.9.4 Fibras

O intuito do uso de fibras (Figura 20) no concreto é melhorar o controle das aberturas de fissura e aumentar a ductilidade da ligação, não visando melhorar a resistência diretamente. (RABELLO, 2010)

A fibra é menos resistente quando comparada a armadura contínua, porém, em função do espaçamento reduzido entre fibras pode ser considerado superior pois sua atuação como obstáculo é maior. Já quando combinado, os efeitos de “costura” da armadura contínua e

melhora na aderência por causa das fibras, ambas tornam-se eficiente inibindo o surgimento de fissuras na ligação laje-pilar.

As fibras de aço podem ser de aço, polipropileno, vidro, fibras vegetais e cimento amianto, encontradas em feixes ou soltas. Suas dimensões variam em torno de 50 mm de comprimento e 0,5 mm de espessura, podendo ser retas, em forma de gancho ou também plissadas.

Figura 20 – exemplo de fibras de aço



(fonte: PORTAL DO CONCRETO, 2009)

Swamy e Ali (1982) ensaiaram pilares internos submetidos a carregamentos internos e observaram que o reforço com fibras teve um aumento na resistência em até 40% comparado a ligações sem armadura de punção. Conforme Trautwein (2006), o uso de concreto com fibras é menos eficiente que uma armadura de punção convencional, porém seu tempo de execução é significativamente menor a montagem e execução da armadura de laje, além de aumentar a ductilidade da região laje-pilar.

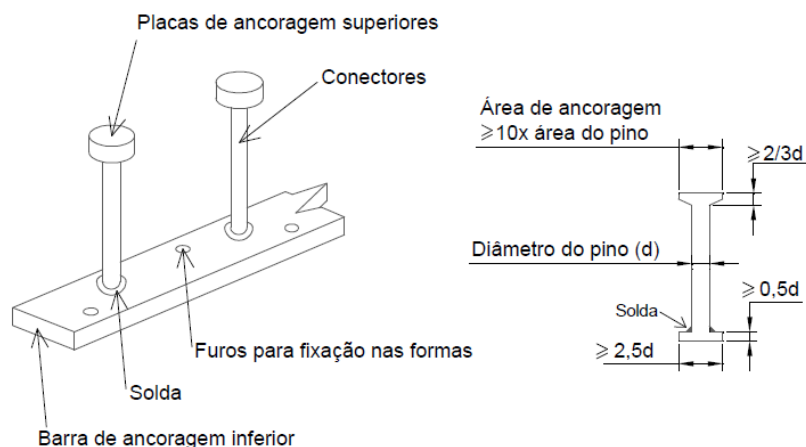
2.4.9.5 Conectores tipo pino

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), é recomendado o uso de conectores tipo pino (Figura 21) com extremidade alargada, e Figueiredo Filho (1989) descreve algumas vantagens como:

- Facilidade na instalação;
- Não interferem na disposição das armaduras dos pilares e de flexão das lajes;

- Possibilidade de ancoragem mecânica nas duas extremidades do pino, resultando na capacidade resistente total da armadura;
- Aumento na resistência e ductilidade da ligação;

Figura 21 – Detalhe dos conectores tipo pino



(fonte: ABECE/IBRACON, 2003)

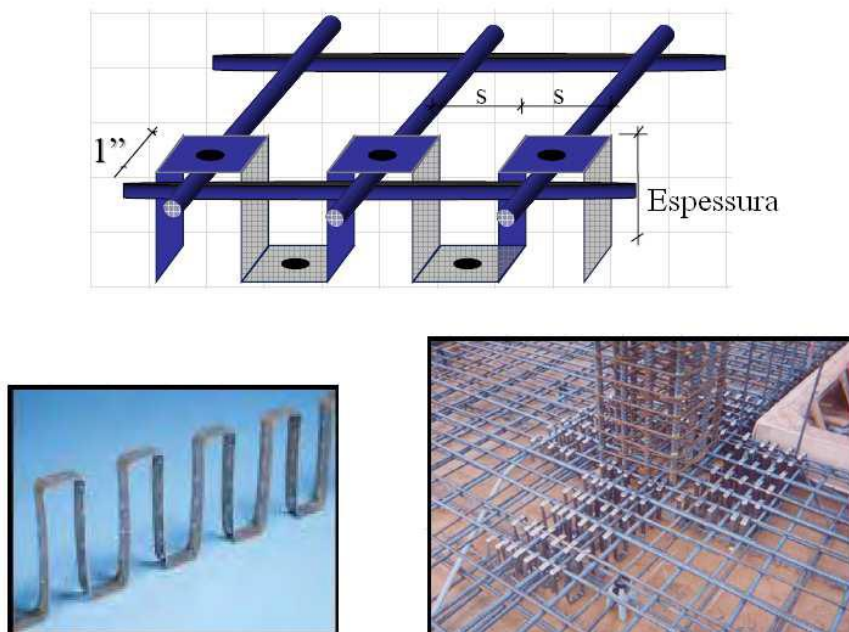
2.4.9.6 Segmentos de perfis metálicos

Segundo Figueiredo Filho (1989) este tipo de armadura é indicado em relação a sua boa ancoragem, porém não é recomendado quando se fala em produção e economia, portanto podem ser substituído pelo uso de conectores tipo pino.

2.4.9.7 Sistema shearhead

Composto por uma fina faixa metálica, de alta resistência e boa ductilidade, admite variadas formas e pode ser dobrada. Testada por Pilakoutas e Li (1997) esse sistema apresenta vantagem por simplificar o posicionamento na ligação. As faixas e furos, observadas na Figura 22, buscam melhorar a ancoragem, e por ser de pequena espessura, ela pode ser disposta em cima da armadura de flexão, não interferindo muito no cobrimento da laje.

Figura 22 – Exemplo de sistema shearhead

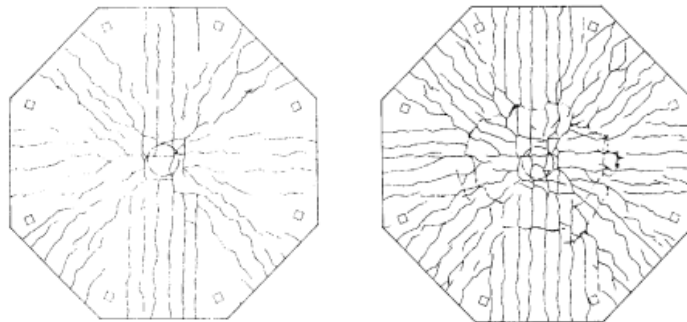


(fonte: PILAKOUTAS E LI, 1997)

2.5 MECANISMO DE RUPTURA

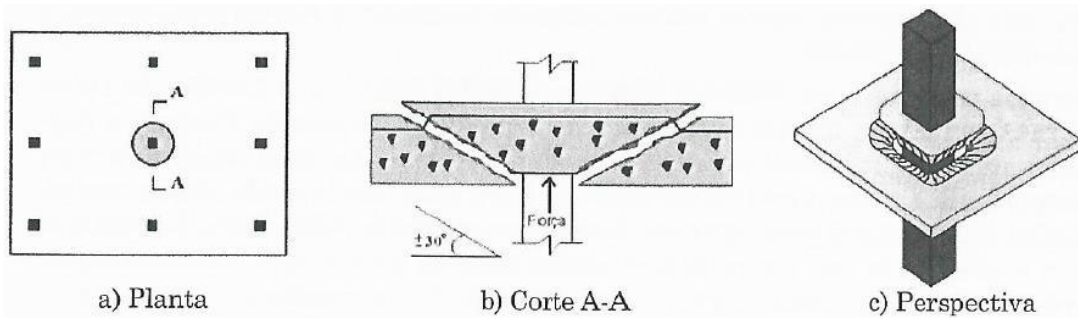
A superfície de ruptura (Figura 6) tem sua configuração alterada conforme o posicionamento do pilar em relação a laje e conforme o carregamento qual está submetido. Sheehata (1993) descreve o comportamento das lajes que sofrem efeito da punção em duas etapas. Primeiramente formam-se fissuras radiais, as quais tem seu início próximo ao centro das lajes estendendo-se até seu perímetro, dividindo a laje em segmentos radiais. Próximo ao momento da ruptura, surgem fissuras tangenciais na região afetada pelo efeito do cisalhamento, desenvolvendo superfície de ruptura em forma de cone com inclinações entre 30° a 55° conforme a (Figura 7).

Figura 6 – Mecanismos de ruptura, fissuras radiais (à esquerda) e fissuras tangenciais (à direita)



(fonte: RABELLO, 2010)

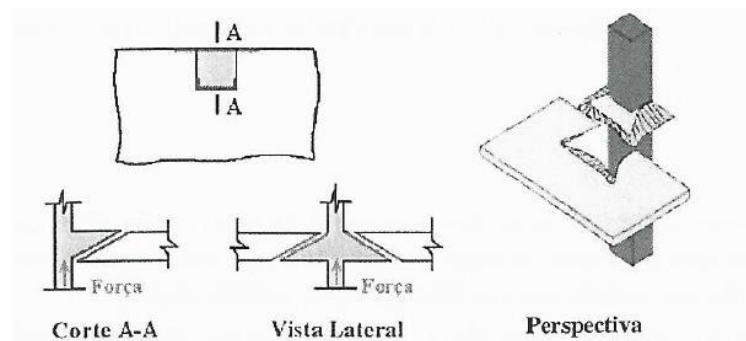
Figura 7 – Detalhamento da ruína pela punção



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

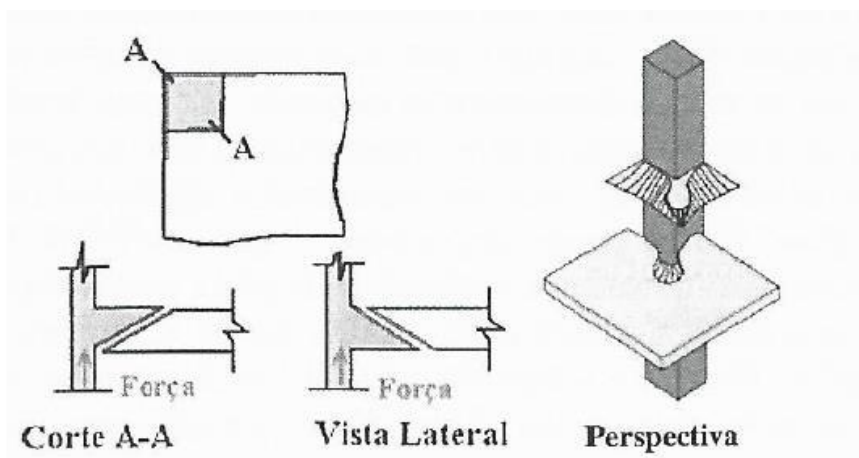
Conforme Carvalho (2009) em pilares de borda e canto as superfícies de ruptura são irregulares e sua análise é mais difícil, pois além da superfície ao redor ser assimétrica, flexão e torção também estão envolvidos. As Figuras 8 e 9 mostram essas possíveis superfícies de ruptura.

Figura 8 – Punção em pilares de borda



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

Figura 9 – Punção em pilares de canto

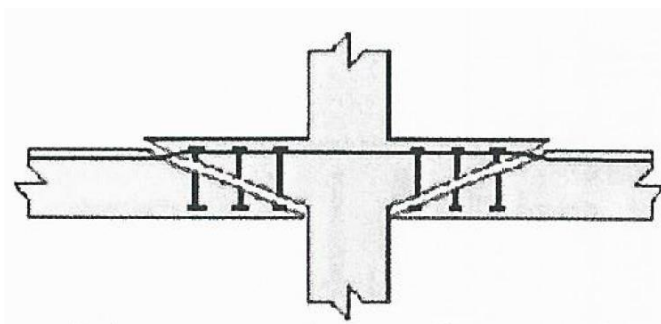


(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

A presença de armadura para punção pode alterar a superfície de ruptura. Segundo Carvalho (2009) existem três possibilidades de ruptura:

- A superfície atravessa a região armada (Figura 10).

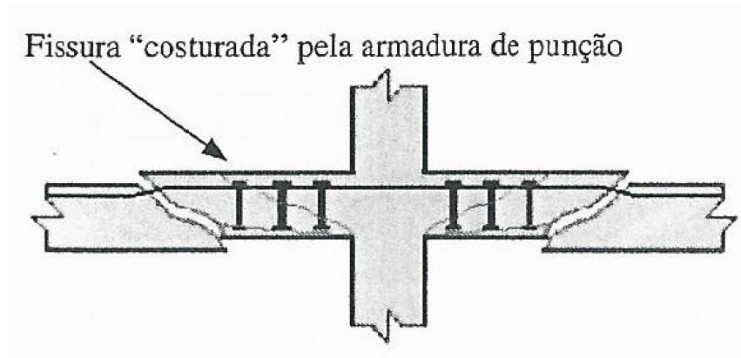
Figura 10 – Ruptura na região armada



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

- Pela grande quantidade de armadura na região próxima ao pilar, a superfície de ruína ocorre após a região armada (Figura 11).

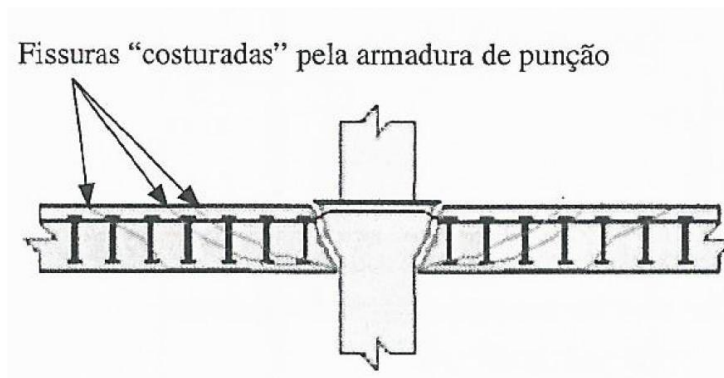
Figura 11 – Ruptura após a região armada



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

- E por fim, quando existe uma armadura suficiente para impedir a primeira possibilidade, a superfície de ruína ocorre entre a face do pilar e a primeira linha de armadura de cisalhamento (Figura 12).

Figura 12 – Ruptura na região adjacente a face do pilar



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

2.6 MODELOS DE CÁLCULO

Para a verificação da resistência da estrutura em relação ao punçonnemento existem muitos modelos utilizados mundialmente, a seguir serão descritos três desses modelos, os quais tem uma grande aceitação no âmbito da pesquisa.

2.6.1 Modelos mecânicos

Também chamados de modelos racionais, o modelo mecânico é um dos métodos utilizados para verificar a resistência das lajes à punção. A fundamentação desse modelo é baseada no comportamento da ligação aço e concreto. O equilíbrio das ações aplicadas e os esforços internos é o resultante da resistência dessa ligação (RABELLO, 2010).

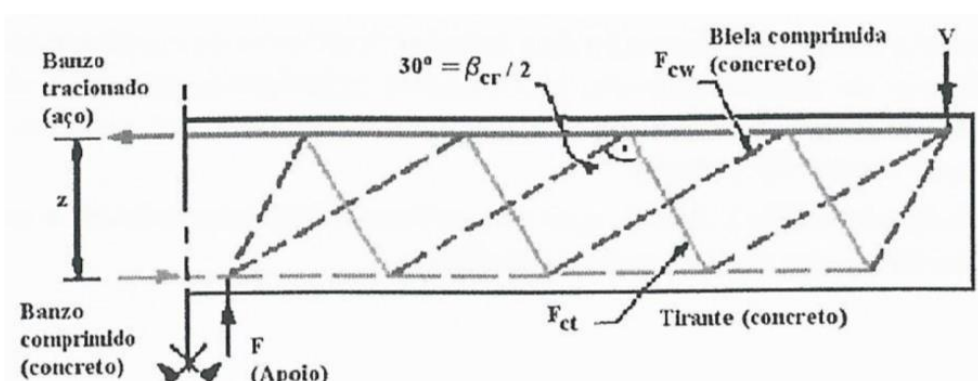
2.6.2 Método da superfície de controle

De acordo com Rabello (2010), esse método consiste em comparar os valores de esforços solicitantes utilizando parâmetros de resistência do concreto com os valores da tensão solicitante de punção na região de controle, perpendicular com a laje, em uma distância determinada da face do pilar. Sendo a tensão solicitante maior que o esforço resistente será necessário o uso de armadura de punção.

2.6.3 Modelo de cálculo das bielas e tirantes

Esse modelo, segundo ABECE/IBRACON (2015), relaciona o comportamento da laje como uma estrutura composta por barras comprimidas e tracionadas, ligadas por nós entre si. A parte comprimida, as bielas, representam as áreas a serem resistidas pelo concreto, já os tirantes, região tracionada, será resistida pela armadura. A Figura 23 apresentada abaixo, mostra que nos casos das lajes, as regiões de tração também podem ser resistidas pelo concreto.

Figura 23 – Esquemas de bielas e tirantes para uma laje



(fonte: ABECE/IBRACON, 2015)

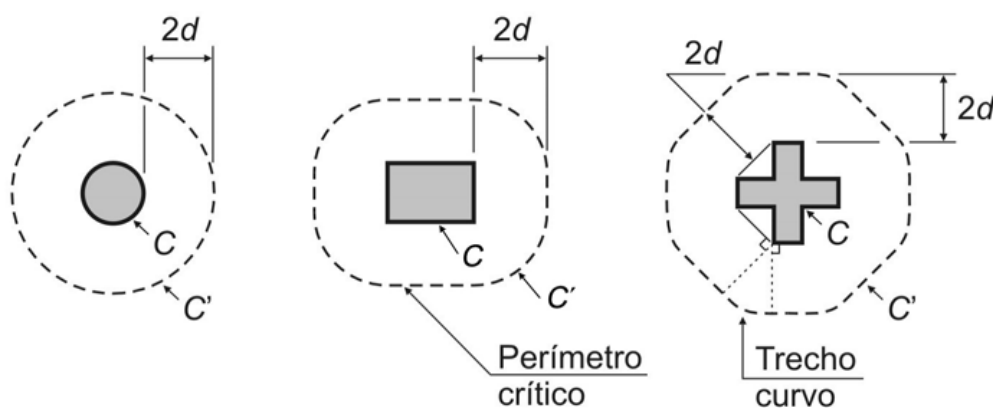
Para que não ocorra o colapso da estrutura em virtude da punção, deve ser verificado o esmagamento da biela que está relacionada a resistência à compressão do concreto e a ruína do tirante tracionado, cuja corresponde a resistência à tração do concreto. Para simplificar cálculos, compara-se tensões de cisalhamento com parâmetros de resistência (ABECE/IBRACON, 2015).

2.7 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO NBR 6118 (2014)

A ABNT NBR 6118 (2014) propõe o modelo de cálculo de verificação de duas ou mais superfícies críticas (Figura 24), determinadas na região onde a força concentrada é atuante. A primeira região, denominada contorno C é localizada na face do pilar. Em relação a tensão de cisalhamento é verificada a resistência de compressão diagonal do concreto. Localizada a uma distância de $2d$ (d sendo a altura útil da laje em estudo) a segunda região crítica, chamada contorno C' , é verificada sua resistência à punção associada à resistência à tração diagonal.

Após essas verificações iniciais deve ser analisada a necessidade ou não de reforço na armadura transversal, caso seja incluída a armadura, deve ser analisada uma terceira região crítica, denominada contorno C'' , qual se estende em um comprimento de $2d$ a partir da última linha de reforço na armadura transversal.

Figura 24 – Perímetros críticos em pilares internos



(fonte: ABNT NBR, 2014)

Recomendado pela Norma Brasileira ABNT NBR 6118 (2014) cada região de contorno deve ser adotada uma força cortante solicitante distinta. A seguir o roteiro para a verificação será apresentado conforme a norma brasileira, respeitando as indicações da norma tanto para pilares intermediários como para pilares de borda e canto.

2.7.1 Cálculo das tensões resistentes

2.7.1.1 Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica C

Nas lajes submetidas a punção, com ou sem armadura, a verificação da tensão resistente do contorno C é feita pela Equação 1:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (\text{Equação 1})$$

Onde:

f_{cd} = resistência de cálculo do concreto à compressão

Utilizando f_{ck} (resistência características do concreto à compressão) em MPa, encontramos o valor de α_v pela Equação 2.

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad \text{Equação 2}$$

Onde:

f_{ck} = resistência característica do concreto à compressão

2.7.1.2 Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção

Para a superfície crítica C', utiliza-se a Equação 3 para encontrar a tensão resistente em elementos sem a presença de armadura de punção.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (\text{Equação 3})$$

A taxa geométrica de armadura de flexão aderente (ρ) é dada pela Equação 4, apresentada a seguir:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (\text{Equação 4})$$

Onde:

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados;
- no caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que $3d$.

E a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico estudo, é calculada pela Equação 5, utilizando altura em centímetros.

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{Equação 5})$$

Sendo:

d_x e d_y é as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

2.7.1.3 Tensão resistente na superfície crítica C' em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção

No caso de elementos com a presença de armadura, utiliza-se a Equação 6 para cálculo da tensão resistente na superfície C'.

$$\tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen}(\alpha)}{u \cdot d} \quad (\text{Equação 6})$$

Onde:

A_{sw} a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C'

f_{ywd} a resistência de cálculo da armadura de punção, em Mpa;

α a inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

s_r o espaçamento radial entre linhas de conectores (não maior que 0,75d);

u o perímetro crítico do contorno C', que varia de acordo com a posição do pilar

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção (limitando-se a 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos)

2.7.2 Cálculo das tensões solicitantes

Para os cálculos das tensões solicitantes deve ser analisada as condições em que cada pilar se encontra.

2.7.2.1 Pilar interno, com carregamento simétrico

Quando o efeito do carregamento é considerado simétrico, temos o valor da tensão solicitante calculado pela Equação 7.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (\text{Equação 7})$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do perímetro do contorno crítico, da área de aplicação da força e deste distante 2d do plano da laje;

u é o perímetro do contorno crítico;

u.d é a área da superfície crítica;

Fsd é a força ou a reação concentrada de cálculo;

2.7.2.2 Pilar interno, efeito de momento

A presença de transferência de momento além da força vertical altera a verificação em relação ao pilar interno com carregamento simétrico. Utilizando a Equação 8 encontra-se a tensão resistente para esse caso.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (\text{Equação 8})$$

Onde:

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 .

Os valores indicados para o coeficiente K estão na tabela a seguir:

Quadro 1 – Valores para coeficiente K

| | | | | |
|-------|------|------|------|------|
| C1/C2 | 0,5 | 1,0 | 2,0 | 3,0 |
| K | 0,45 | 0,60 | 0,70 | 0,80 |

(fonte: ABNT NBR 6118, 2014)

Sendo:

C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

Em caso de pilares internos circulares deve adotar-se o valor de $K = 0,60$.

O módulo de resistência plástica, W_p é calculado conforme as seguintes condições, pois depende da seção do perímetro crítico:

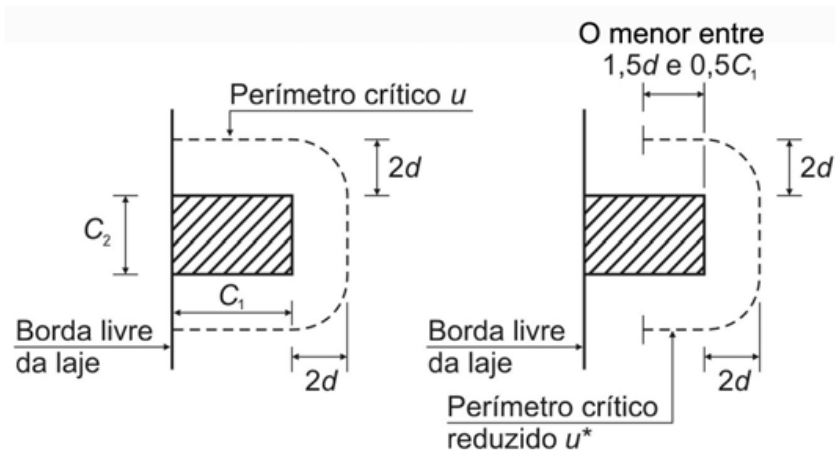
- Pilar retangular (Equação 9)

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C_1 \quad (\text{Equação 9})$$

2.7.2.3 Pilar de borda

A verificação para os pilares de borda é dividido conforme as condições que está solicitado:

Figura 26 – Perímetros críticos para pilares de borda



(fonte: ABNT NBR 6118, 2014)

- Pilar de borda quando não agir momento no plano paralelo à borda livre Equação 10.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} \quad (\text{Equação 10})$$

Onde:

F_{sd} é a reação de apoio;

u^* é o perímetro crítico reduzido;

W_{p1} é o módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre, calculada para o perímetro u ;

K_1 é o coeficiente do Quadro 1, já mostrado aqui, de acordo com C_1 e C_2 mostrados na FIGURA 26.

M_{sd1} o momento transmitido pela laje ao pilar de borda, no plano perpendicular à borda livre, definido pela Equação 11:

$$M_{sd1} = (M_{sd} - M_{sd}^*) \geq 0 \quad (\text{Equação 11})$$

Onde:

M_{sd} é o momento de cálculo no plano perpendicular à borda livre;

M_{sd}^* é o momento de cálculo resultante da excentricidade do perímetro crítico reduzido u^* em relação ao centro do pilar (Equação 12);

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^* \quad (\text{Equação 12})$$

Onde:

e^* é a excentricidade do perímetro crítico;

Para o pilar de borda os perímetros críticos são calculados conforme as equações seguir:

$$a \leq \begin{cases} 0,5 \cdot C1 \\ 1,5 \cdot d \end{cases} \quad (\text{Equação 13})$$

Perímetro C, na face do pilar (Equação 14):

$$u_0^* = 2a + C2 \quad (\text{Equação 14})$$

Perímetro C' (Equação 15), distante 2d da face do pilar:

$$u_1^* = 2a + C2 + 2 \cdot \pi \cdot 2d \quad (\text{Equação 15})$$

Perímetro C'' (Equação 16), a uma distância p da face do pilar:

$$u_2^* = 2a + C2 + 2 \cdot \pi \cdot 2d + \pi \cdot p \quad (\text{Equação 16})$$

Onde:

p é a distância da face do pilar até a última linha de conectores (armadura transversal).

Para cálculo do momento resultante do perímetro crítico reduzido, deve ser calculado anteriormente a excentricidade (Equação 17 e 18) para contorno C' e (Equação 19 e 20), conforme indicado a seguir.

Contorno C':

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C1 \cdot C2}{2} + 2 \cdot C2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C1}{2 \cdot a + C2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad (\text{Equação 17})$$

$$e_{c'} = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + C1 \cdot C2 + 2 \cdot C2 \cdot d + 2\pi \cdot d \cdot C1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot C1 + C2 + 2 \cdot \pi \cdot d} \quad (\text{Equação 18})$$

Contorno C''

$$e^* = \frac{C_1 \cdot a - a^2 + \frac{C_1 \cdot C_2}{2} + 2 \cdot C_2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C_1 + C_2 \cdot p + 8 \cdot d \cdot p + \frac{\pi \cdot p \cdot C_1}{2} + 2 \cdot p^2}{2 \cdot a + C_2 + 2 \cdot \pi \cdot d + \pi \cdot p} \quad (\text{Equação 19})$$

$$e_{c''} = \frac{C_1^2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d) \cdot \left(C_1 + 2 \cdot \left(\frac{p + 2 \cdot d}{\pi} \right) \right) + C_2 \cdot (C_1 + p + 2 \cdot d)}{2 \cdot C_1 + C_2 + \pi \cdot (p + 2 \cdot d)} \quad (\text{Equação 20})$$

W_{p1} é o módulo de resistência plástica na direção perpendicular à borda livre, calculado em relação ao centro geométrico crítico

Contorno C'

Se $e_{c'} \leq C_1$ (Equação 21)

$$W_{P1} = 2 \cdot e_{c'}^2 \quad (\text{Equação 21})$$

Se $C_1 \leq e_{c'} \leq C_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ (Equação 22)

$$W_{P1} = 2 \cdot C_1 \cdot \left(e_{c'} - \frac{C_1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(C_1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + C_2 \cdot (C_1 + 2 \cdot d - e_{c'}) \quad (\text{Equação 22})$$

Se $e_{c'} > C_1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$ (Equação 23)

$$W_{P1} = 2.C1.\left(e_c - \frac{C1}{2}\right) + 2.\pi.d.\left(e_{c'} - C1 - \frac{4.d}{\pi}\right) + C2.(C1 + 2.d - e_{c'}) \quad (\text{Equação 23})$$

Contorno C''

Se $e_{c''} \leq C1$ (Equação 24)

$$W_{P1} = 2.e_{c''}^2 \quad (\text{Equação 24})$$

Se $C1 \leq e_{c'} \leq C1 + 2.\frac{(p+2.d)}{\pi}$ (Equação 25)

$$W_{P1} = 2.C1.\left(e_{c''} - \frac{C1}{2}\right) + \pi.(p + 2.d).d.\left(C1 + \frac{2.(p + 2d)}{\pi} - e_{c''}\right) + C2.(C1 + p + 2.d - e_{c'}) \quad (\text{Equação 25})$$

Se $e_{c'} > C1 + 2.\frac{(p+2.d)}{\pi}$ (Equação 26)

$$W_{P1} = 2.C1.\left(e_{c''} - \frac{C1}{2}\right) + \pi.(p + 2d).\left(e_{c''} - C1 - \frac{4.2.(p + 2d).d}{\pi}\right) + C2.(C1 + p + 2.d - e_{c''}) \quad (\text{Equação 26})$$

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre. O valor para cada contorno crítico pode ser obtido de acordo com os cálculos a seguir:

Contorno C' (Equação 27)

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C1.C2 + 4.C1.d + 8.d^2 + \pi.d.C2 \quad (\text{Equação 27})$$

Contorno C'' (Equação 28)

$$W_{p2} = \frac{C_2^2}{4} + C1.C2 + 4.C1.d + 8.d^2 + \pi.d.C2 + 2.C1.p + \frac{\pi.p.C2}{2} + 2.p^2 \quad (\text{Equação 28})$$

- Pilar de borda quando agir momento no plano paralelo à borda livre (Equação 29)

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d} \quad (\text{Equação 29})$$

Onde:

M_{sd2} é o momento de cálculo no plano paralelo à borda livre;

W_{p2} é o módulo de resistência plástica na direção paralela à borda livre, calculado pelo perímetro u ;

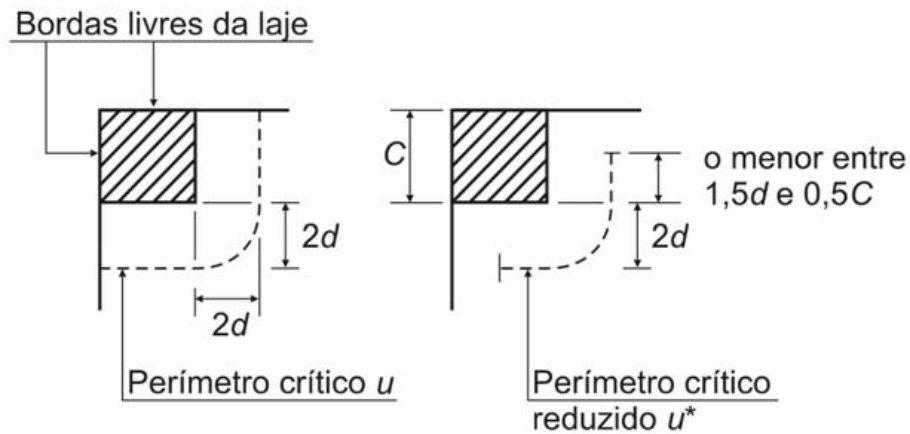
O Quadro 1 traz os valores para K_2 , substituindo C_1/C_2 por $C_2/2C_1$, onde C_1 e C_2 estão estabelecidos pela Figura 26.

2.7.2.4 Pilar de canto

Para esse caso, deve ser analisada cada borda livre separadamente, adotando o momento atuante cujo plano é perpendicular à borda livre. O valor de K , também estabelecido pelo QUADRO 1,

calculado pela proporção $C1/C2$, sendo $C1$ e $C2$ os lados dos pilares, respectivamente, perpendicular e paralelo à borda livre em estudo. O perímetro crítico para essa condição de pilar é demonstrado na Figura 27 e calculado conforme as equações abaixo.

Figura 27 – Perímetros críticos para pilares de canto



(fonte: ABNT NBR 6118, 2014)

$$a1 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot C1 \\ 1,5 \cdot d \end{cases} \text{ e } a2 \leq \begin{cases} 0,5 \cdot C2 \\ 1,5 \cdot d \end{cases} \quad (\text{Equação 30})$$

Perímetro C (Equação 31), na face do pilar:

$$u_0^* = a1 + a2 \quad (\text{Equação 31})$$

Perímetro C' (Equação 32), distante $2d$ da face do pilar:

$$u_1^* = a1 + a2 + \pi \cdot 2d \quad (\text{Equação 32})$$

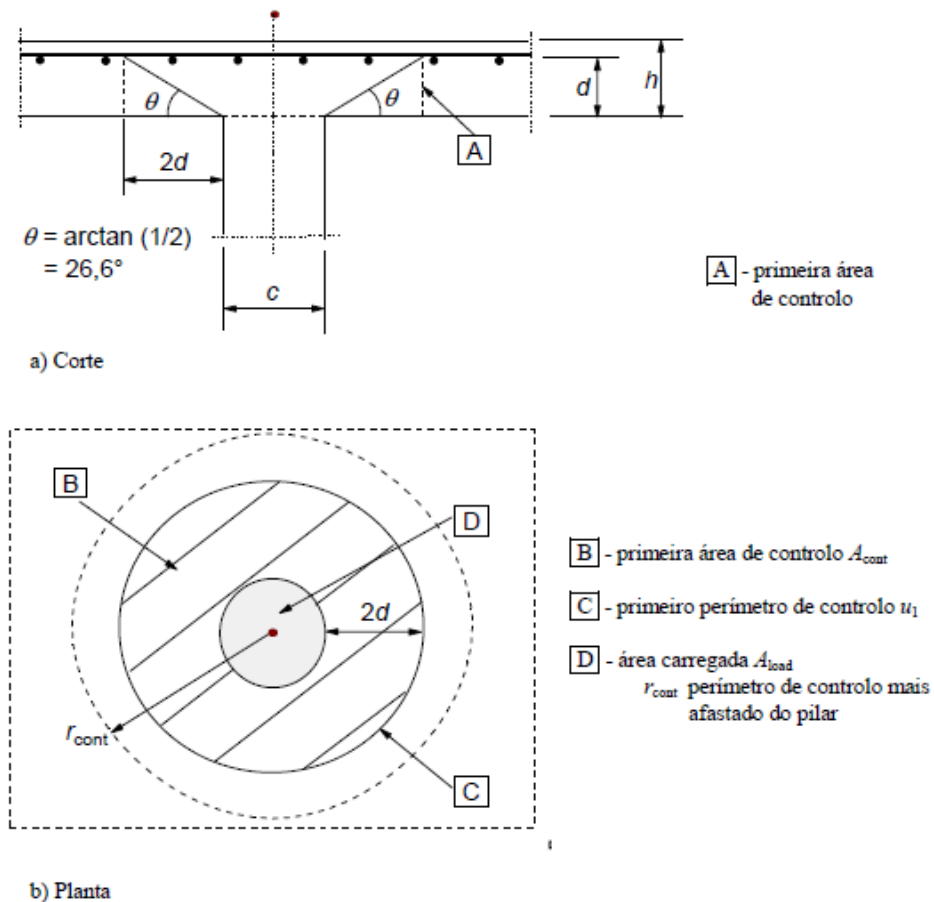
Perímetro C'' (Equação 33), a uma distância p da face do pilar:

$$u_2^* = a_1 + a_2 + \pi \cdot 2d + \pi \cdot p \quad (\text{Equação 33})$$

2.8 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EUROCODE 2

De maneira semelhante a ABNT NBR 6118 (2014), a EUROCODE 2 (2010) segue o modelo de verificação da resistência de punção na face do pilar, região crítica denominada contorno u_0 e no perímetro de controle u_1 que podem ser observados na Figura 28. Caso a armadura de punção seja necessária, uma nova região deve ser analisada e verificada, o contorno u_2 .

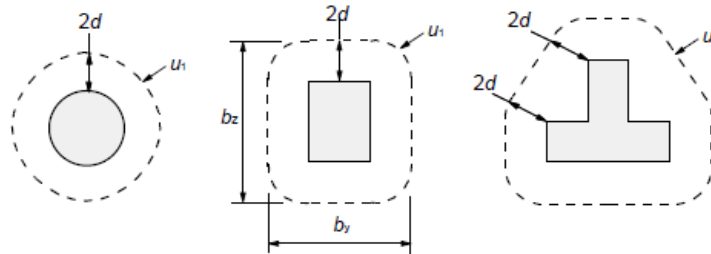
Figura 28 – Modelo de verificação para perfuração por cisalhamento no estado limite último



(fonte: EUROCODE 2, 2010)

A delimitação da região crítica u_1 se estende até $2d$ a partir da face do pilar, ou seja, da área carregada (Figura 29).

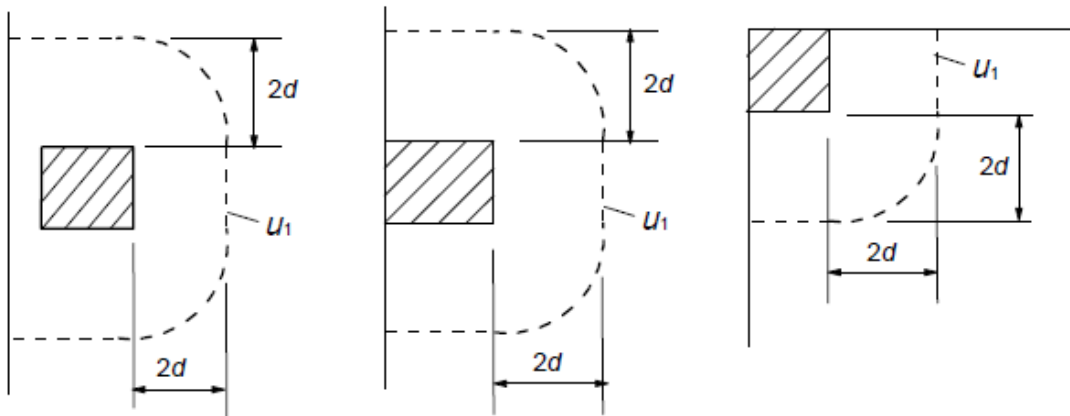
Figura 29 – Perímetros de controle básico típicos em torno das áreas carregadas



(fonte: EUROCODE 2, 2010)

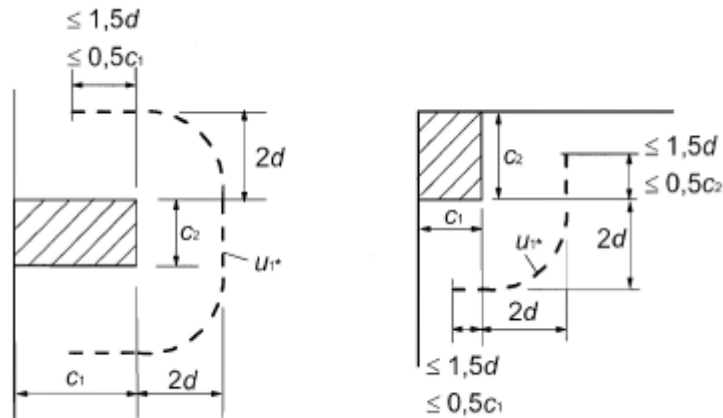
Para os casos de pilares de borda e canto, ocorre a redução das regiões críticas, como também o arredondamento dos cantos, indicados na Figura 30.

Figura 30 – Perímetros de controle básico para áreas carregadas próximas ou na borda ou canto



(fonte: EUROCODE 2, 2010)

Em casos que a excentricidade da força aplicada seja direcionada para o interior da laje, os perímetros dos pilares de borda e canto podem ser reduzidos conforme a Figura 31.

Figura 31 – Redução do perímetro de controle básico (u_1^*)

(fonte: EUROCODE 2, 2010)

2.8.1 Cálculo das tensões solicitantes

Para o cálculo da tensão solicitante na seção de controle, onde existe excentricidade na região do carregamento, deve ser avaliado pela Equação 34.

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \quad (\text{Equação 34})$$

Onde temos:

d sendo a altura útil da laje, dada pela Equação 35;

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (\text{Equação 35})$$

Sendo:

d_x e d_y são as alturas úteis nos dois eixos ortogonais;

u_1 o perímetro da seção básica;

β é um coeficiente que depende da geometria e posicionamento do pilar e são calculados pelas equações seguintes:

- Pilar Interno (Equação 36)

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left[\frac{e_1}{(C2 + 4 \cdot d)}\right]^2 + \left[\frac{e_2}{(C1 + 4 \cdot d)}\right]^2} \quad (\text{Equação 36})$$

- Pilar de Borda (Equação 37)

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} + k \cdot \frac{u_1}{W_{p1}} e_{par} \quad (\text{Equação 37})$$

- Pilar de Canto (Equação 38)

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} \quad (\text{Equação 38})$$

2.8.2 Cálculo Das Tensões Resistentes

De acordo com a EUROCODE 02 (2010) a verificação para ligações sem uso de armadura de punção é dada pela Equação 39:

$$V_{Rd,c} = \frac{1,8}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,1 \cdot \sigma_{cp} \quad (\text{Equação 39})$$

$$\geq (0,035 \cdot k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} + 0,15 \cdot \sigma_{cp})$$

Onde:

γ_c é o peso específico do concreto armado;

f_{ck} em MPa;

σ_{cp} é a tensão de compressão do concreto devido esforço normal;

ρ_y e ρ_z referem-se à armadura de tração nas duas direções da laje, utilizadas para cálculo da taxa ρ_1 pela Equação 40, adotando um valor médio para uma largura de laje igual a largura do pilar acrescido de $3d$ para cada lado;

$$\rho = \sqrt{\rho_{1y} \cdot \rho_{1z}} \leq 0,02 \quad (\text{Equação 40})$$

$$k \leq \begin{cases} 1 + \sqrt{\frac{d}{20}} \\ 2 \end{cases} \quad (\text{Equação 41})$$

Já para lajes com a presença de armadura de punção, a verificação é realizada pela Equação 42:

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \cdot V_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (\text{Equação 42})$$

Sendo:

A_{sw} é a área da seção da armadura transversal na seção em estudo;

s_r é o espaçamento radial da armadura de punção;

α é o ângulo de inclinação da armadura de punção em relação ao eixo da laje;

$f_{ywd,ef}$ é a tensão resistente efetiva de cálculo da armadura de punção, em MPa, que pode ser encontrada pela Equação 43:

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 \cdot d \leq f_{ywd} \quad (\text{Equação 43})$$

Em seguida, deve ser determinado um perímetro para qual não é necessário mais o uso de armadura à punção, calculada pela Equação 44.

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} \cdot d} \quad (\text{Equação 44})$$

A tensão resistente na face do pilar (Equação 45), que é considerada uma das regiões críticas a serem verificadas, recomendada pela EUROCODE 2 (2010).

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd} \quad (\text{Equação 45})$$

Onde:

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto à compressão;

v é o fator de resistência característica do concreto ao cortante reduzido (Equação 46)

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (\text{Equação 46})$$

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 ESTRUTURA MODELO

Para estudo das ações de punção em lajes será criada uma estrutura modelo, que será composta por 9 pilares, dispostos em 3 colunas e 3 linhas, onde a laje irá ser apoiada diretamente sobre eles. Cada pilar terá dimensão de 30 cm x 60 cm e a espessura da laje será alterada para estudar a influência do efeito escala, citado na seção 2.5.6.

3.2 ESFORÇOS SOLICITANTES

O Método dos Pórticos Equivalentes foi escolhido para levantamento das reações e momentos atuantes na estrutura, qual consciente em dividir o pano de laje em pórticos lineares, e estudados individualmente, cada um com sua respectiva faixa de influência. Para obtenção desses valores será utilizado o sistema computacional *FTOOL* e seguido de sua distribuição em faixas, conforme indicado pelas normas estudadas, com seus valores de percentual para cada região.

3.3 DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO

Com todos valores necessário para o dimensionamento, reações e momentos atuantes, será realizado um roteiro de cálculos para a verificação de cada pilar em relação ao funcionamento na ligação laje-pilar, e se necessário a escolha de uma armadura transversal para suportar as tensões solicitantes. Este roteiro será realizado para um pilar interno, um pilar de borda e um pilar de canto, seguindo as normativas brasileiras e europeias, calculadas através de planilhas eletrônicas.

3.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Após os cálculos das tensões solicitantes e resistentes para cada situação estudada, será verificada a relação entre os dois dimensionamentos, observando fatores relevantes em cada situação e concluindo qual dos dimensionamentos teriam melhor custo-benefício.

4 DISCUSSÕES E RESULTADOS

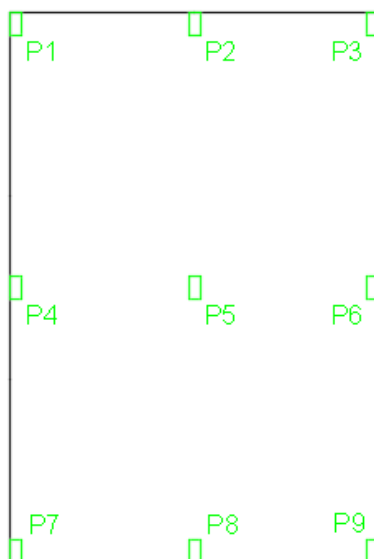
4.1 ESTUDO DE CASO

4.1.1 APRESENTAÇÃO DA LAJE EM ESTUDO

Para realizar o dimensionamento e análise proposta neste estudo, foi idealizado uma estrutura hipotética, sem a presença de vigas, para que se obtenha um efeito de punção para estudo. Portanto, a estrutura possui as seguintes características:

- 1) Pano de laje maciça em toda sua área, medindo 10,00m x 15,00m, apoiada diretamente sobre 9 pilares retangulares de dimensões 0,30m x 0,60m, dispostos em 3 linhas e 3 colunas, conforme apresentado na Figura 32;
- 2) Espessura da laje será variada entre os valores de 15cm, 20cm, 25cm e 30cm;
- 3) Os pilares terão 3,00m de comprimento
- 4) Concreto C25;
- 5) Aço CA-50;

Figura 32 – Planta Baixa da Estrutura Modelo para Estudo



(fonte: AUTOR, 2018)

4.1.2 CARGAS ATUANTES

4.1.2.1 Cargas Permanentes

Para considerações de estudos foram adotadas as cargas atuantes sob o pano de laje que estão apresentadas nas tabelas a seguir conforme a altura da laje adotada.

Quadro 2 – Cargas Permanentes Características (h = 15cm)

| Origem | Carga (kN/m ²) |
|--|----------------------------|
| Peso Próprio da laje (25 kN/m ³) | 3,75 |
| Contra piso | 0,60 |
| Porcelanato | 0,20 |
| Total | 5,80 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 3 – Cargas Permanentes Características (h = 20cm)

| Origem | Carga (kN/m ²) |
|--|----------------------------|
| Peso Próprio da laje (25 kN/m ³) | 5,00 |
| Contra piso | 0,60 |
| Porcelanato | 0,20 |
| Total | 5,80 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 4 – Cargas Permanentes Características (h = 25cm)

| Origem | Carga (kN/m ²) |
|--|----------------------------|
| Peso Próprio da laje (25 kN/m ³) | 6,25 |
| Contra piso | 0,60 |
| Porcelanato | 0,20 |
| Total | 7,05 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 5 – Cargas Permanentes Características (h = 30 cm)

| Origem | Carga (kN/m ²) |
|--|----------------------------|
| Peso Próprio da laje (25 kN/m ³) | 7,50 |
| Contra piso | 0,60 |
| Porcelanato | 0,20 |
| Total | 8,30 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.1.2.2 Cargas Acidentais

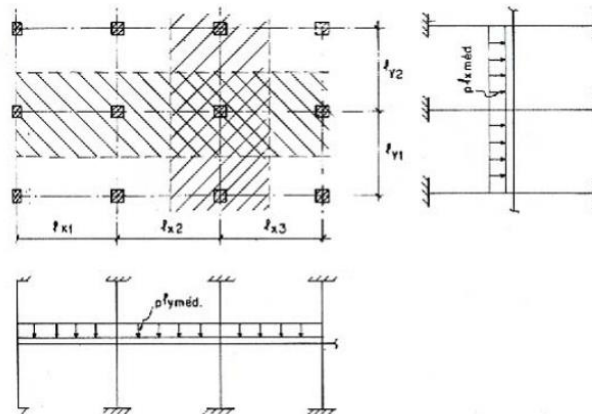
Considerando a estrutura com finalidade de uso residencial, conforme as normas que serão utilizadas para este estudo, a carga acidental adotada será de 2,0 kN/m².

4.2 MÉTODO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

O Método dos Pórticos Equivalentes ou Pórticos Múltiplos é recomendado tanto pela Norma Brasileira como pela Norma Europeia para uso no dimensionamento das lajes lisas, quando os pilares estão dispostos de forma ortogonal e possuam semelhança entre os vãos, o que ocorre na estrutura modelo deste trabalho.

De acordo com Souza e Cunha (1998), esse método consiste em supor uma divisão na estrutura, em cada direção, eixo x e eixo y, em uma série de pórticos formado por colunas e barras que terão a área limitada pelo meio do vão entre os pilares, conforme a Figura 33. Cada pórtico é calculado de forma independente resultando na obtenção dos momentos positivos e negativos nas faixas adotadas.

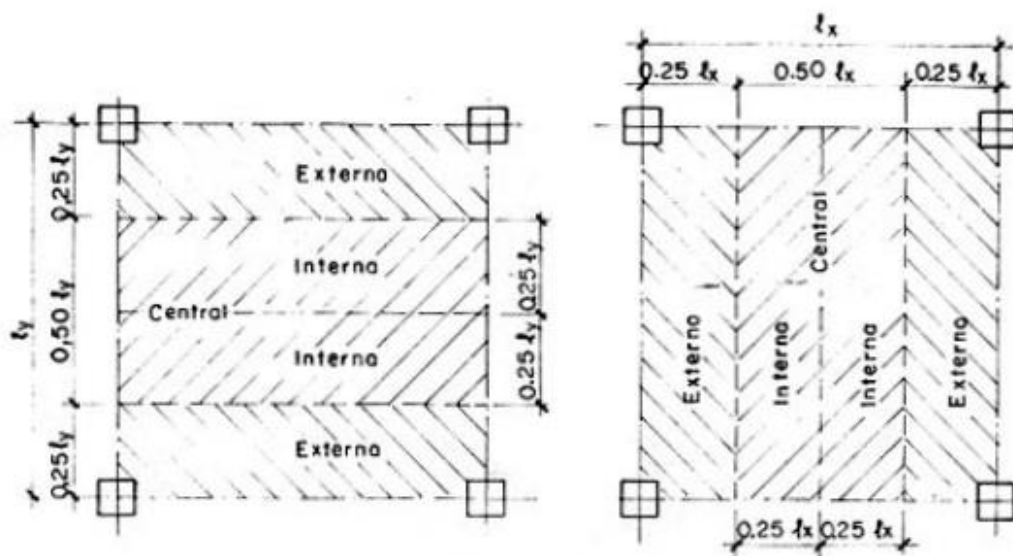
Figura 33 – Pórticos Equivalentes



(fonte: Souza e Cunha, 1998)

No dimensionamento da ABNT NBR 6118 (2014) e da EUROCODE (2010) esses momentos levantados pelos pórticos equivalentes são distribuídos em quatro faixas (Figura 34), igualmente distribuídas, a partir de um coeficiente de percentual, e esses valores são:

Figura 34 – Faixas de distribuição para MPE



(fonte: Souza e Cunha, 1998)

- ABNT NBR (2014):

45% dos momentos positivos para duas faixas internas;

27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;

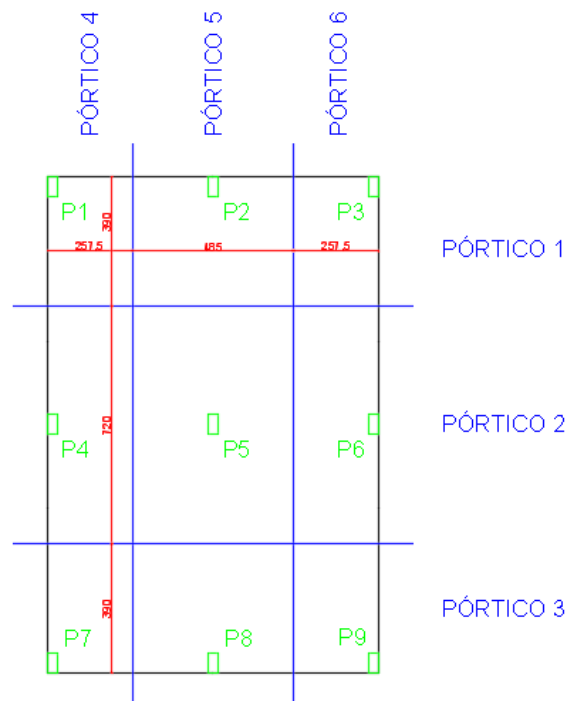
25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas

- EURODE 2 (2010):

45% dos momentos positivos para duas faixas internas;
 27,5% dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
 25% dos momentos negativos para as duas faixas internas;
 37,5% dos momentos negativos para cada uma das faixas externas

A partir desses dados, a estrutura foi dividida em pórticos múltiplos para cálculo dos esforços atuantes na estrutura.

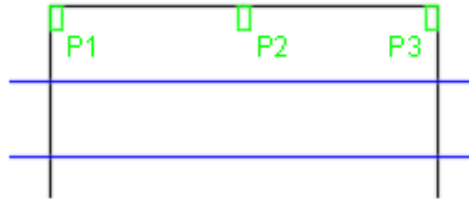
Figura 35 – Divisão da Estrutura em Pórticos Equivalentes



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 1, como é de extremidade, foi dividido em duas faixas, sendo cada uma de 1,95m.

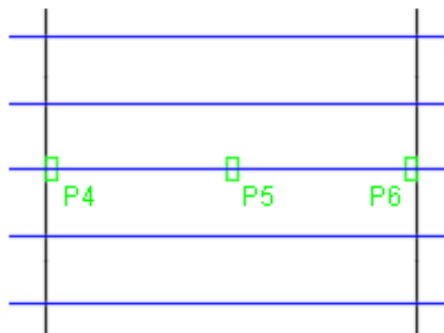
Figura 36 – Pórtico Equivalente 1



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 2, intermediário, foi dividido em quatro faixas, cada uma de 1,30m, sendo as duas próximas ao pilar de extremidade, e as duas mais afastadas as internas.

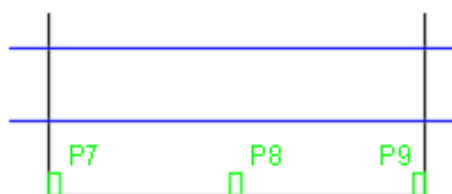
Figura 37 – Pórtico Equivalente 2



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 3 é o mesmo caso do Pórtico 1, tendo a mesma distribuição.

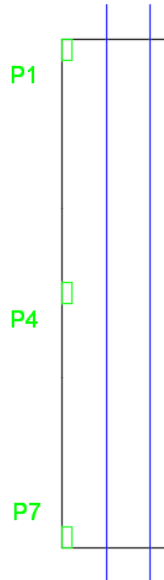
Figura 38 – Pórtico Equivalente 3



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 4, como é de extremidade também, e cada uma das duas faixas ficaram com 1,28m.

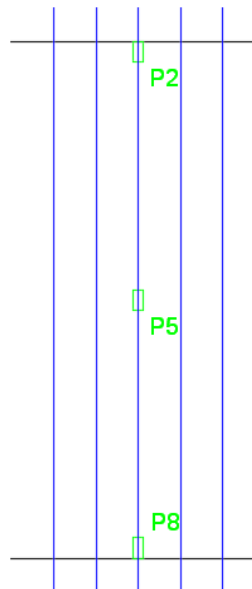
Figura 39 – Pórtico Equivalente 4



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 5, será dividido em quatro faixas, como o Pórtico 2 pois são casos de pórticos intermediários, portanto cada faixa ficará com 1,21m.

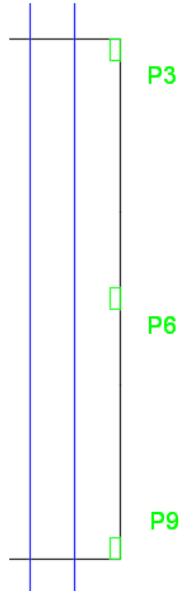
Figura 40 – Pórtico Equivalente 4



(fonte: AUTOR, 2018)

O Pórtico 6, tem a mesma distribuição que o Pórtico 4, cada faixa de 1,25m.

Figura 41 – Pórtico Equivalente 4



(fonte: AUTOR, 2018)

4.3 REAÇÕES NOS APOIOS E MOMENTOS TRANSFERIDOS PARA OS PILARES

A ABNT NBR 6118 (2014) e a EUROCODE 2 (2010), utilizam valores de majoração das cargas diferentes, então o cálculo de reações e momentos será realizado conforme as duas normas, e será adotado para fins de estudos os maiores valores calculados para cada uma. Foi utilizado o *software* FTOOL para análise dos pórticos e obtenção das reações e momentos. Cada pilar terá uma área de influência que resultará em uma carga diferente para cada vão, esses valores estão indicados na Quadro 6.

Quadro 6 – Áreas de influência de cada pilar

| PILAR | Área de influência (m²) |
|--------------|---|
| P1 | 10,04 |
| P2 | 18,92 |
| P3 | 10,04 |
| P4 | 18,54 |

| | |
|----|-------|
| P5 | 34,92 |
| P6 | 18,54 |
| P7 | 10,04 |
| P8 | 18,92 |
| P9 | 10,04 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.3.1 Reações Nos Apoios Conforme ABNT NBR 6118 (2014)

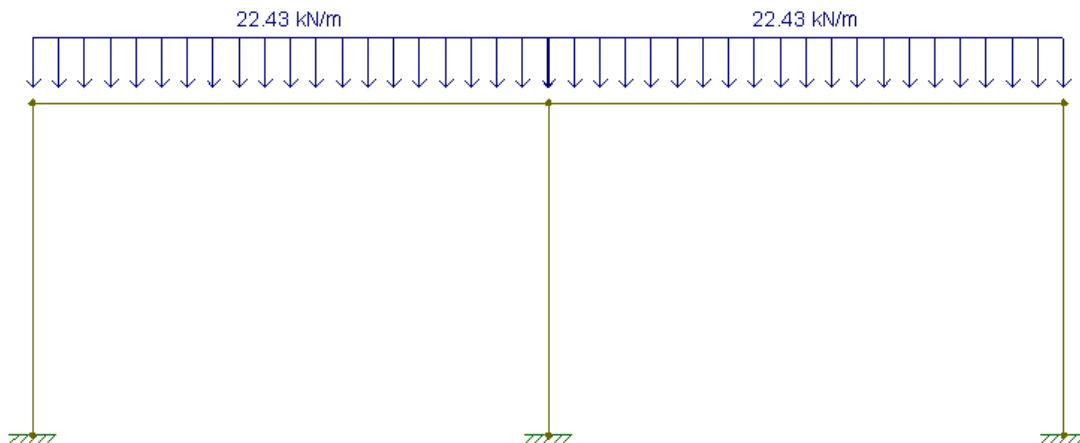
Os coeficientes adotados pela norma brasileira são:

- 1,40 para cargas permanentes;
- 1,40 para cargas acidentais;

A seguir, serão apresentados os valores de cálculo para cada pórtico da estrutura, e as reações calculadas.

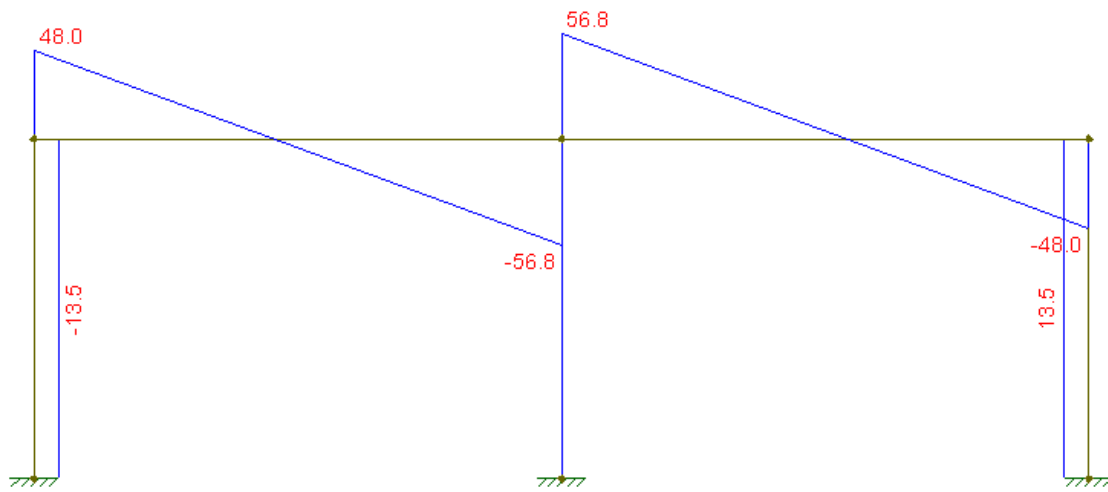
- Pórticos 1 e 3 (h = 15cm)

Figura 42 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=15 cm)



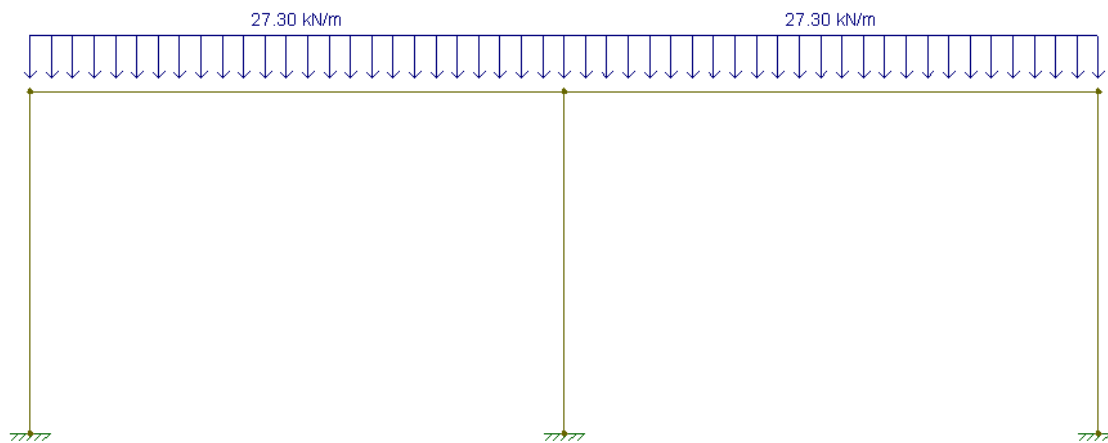
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 43 – Esforços Cortantes do Pórtico 1



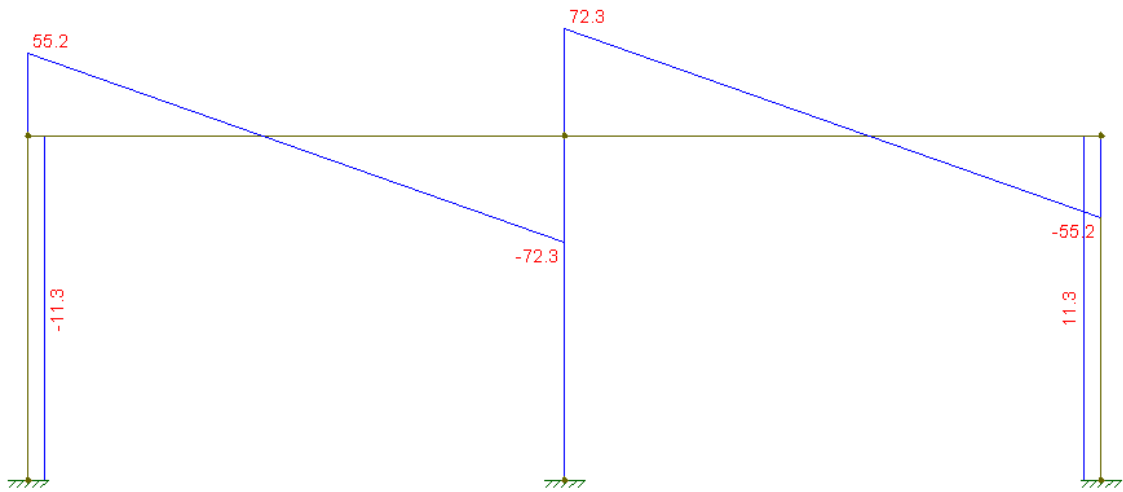
(fonte: AUTOR, 2018)

- Pórticos 1 e 3 ($h = 20\text{cm}$)

Figura 44 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 ($h=15\text{ cm}$)

(fonte: AUTOR, 2018)

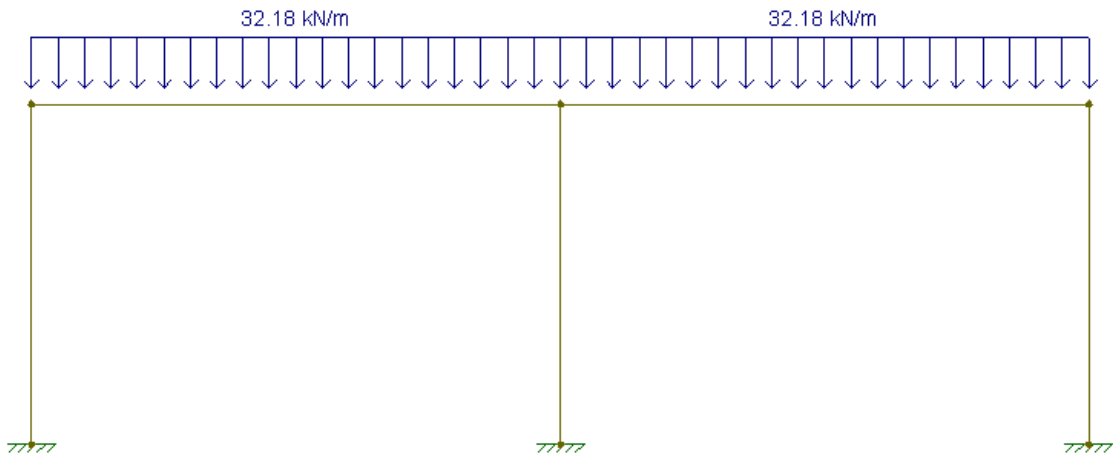
Figura 45 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

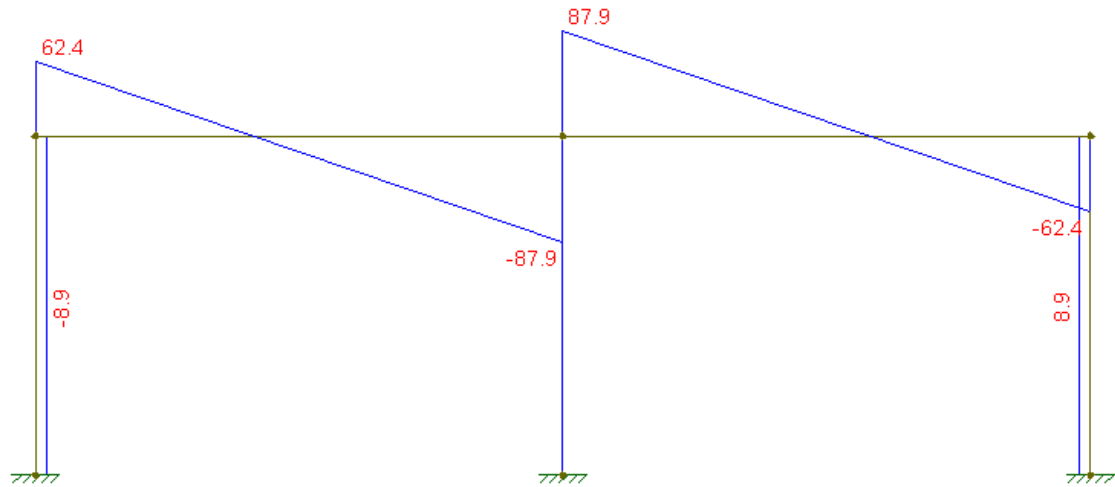
- Pórticos 1 e 3 (h = 25cm)

Figura 46 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

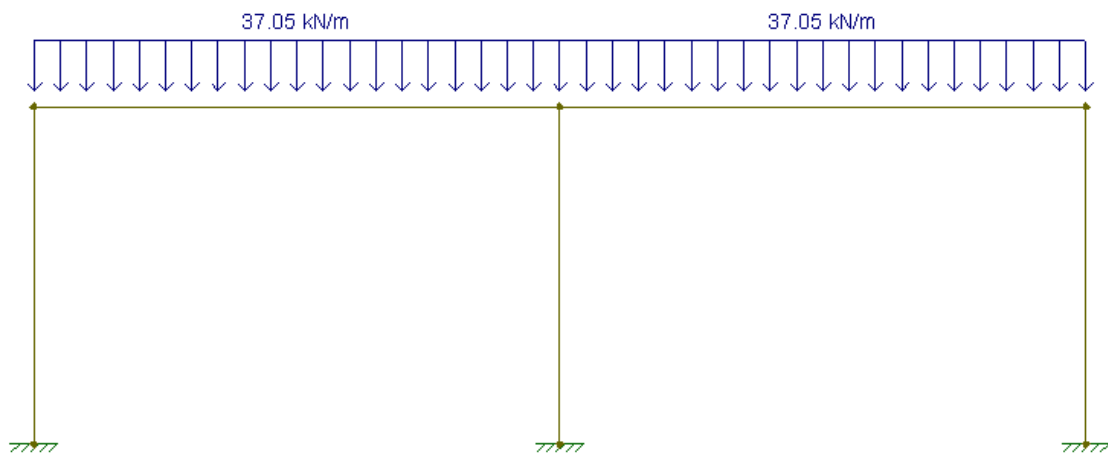
Figura 47 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

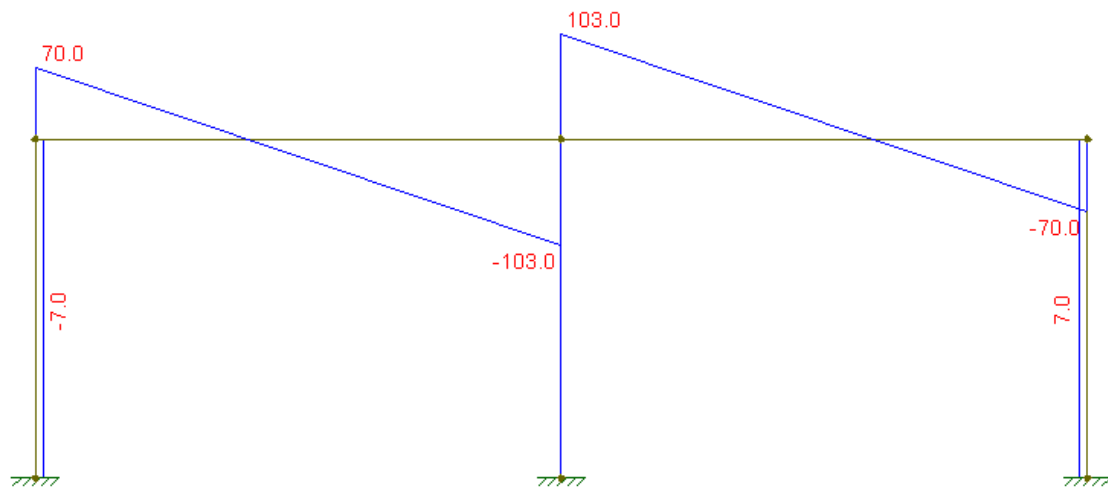
- Pórticos 1 e 3 (h = 30cm)

Figura 48 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

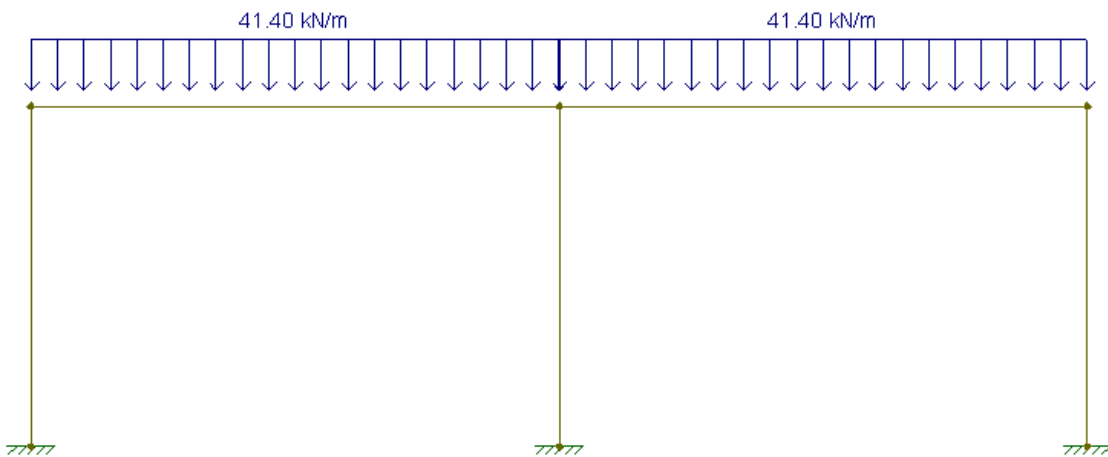
Figura 49 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

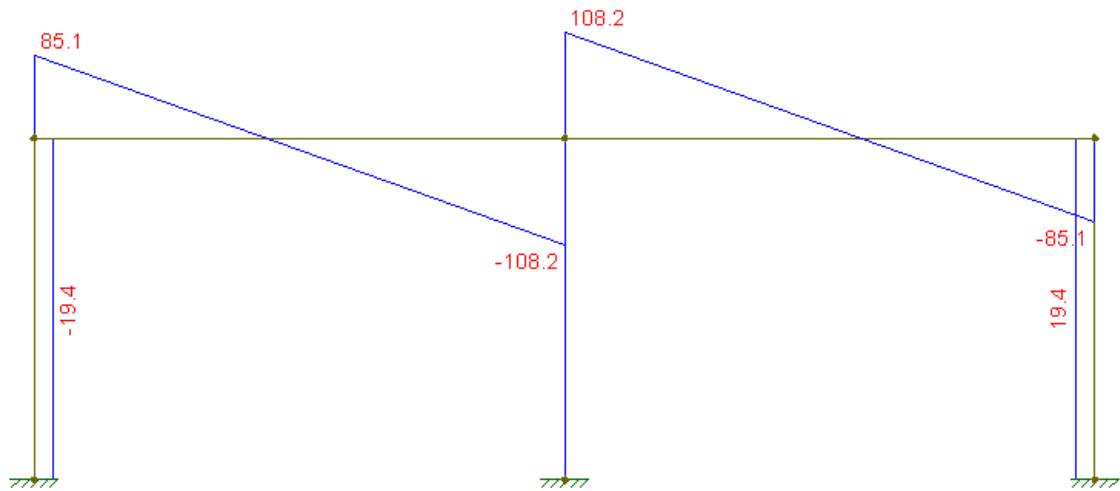
- PÓRTICO 2 (h = 15cm)

Figura 50 – Carregamento do Pórtico 2 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

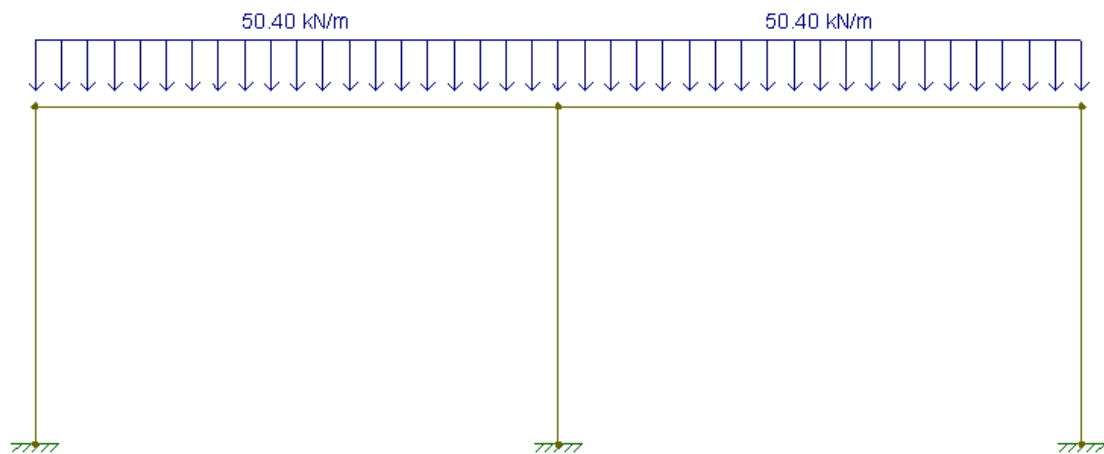
Figura 51 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

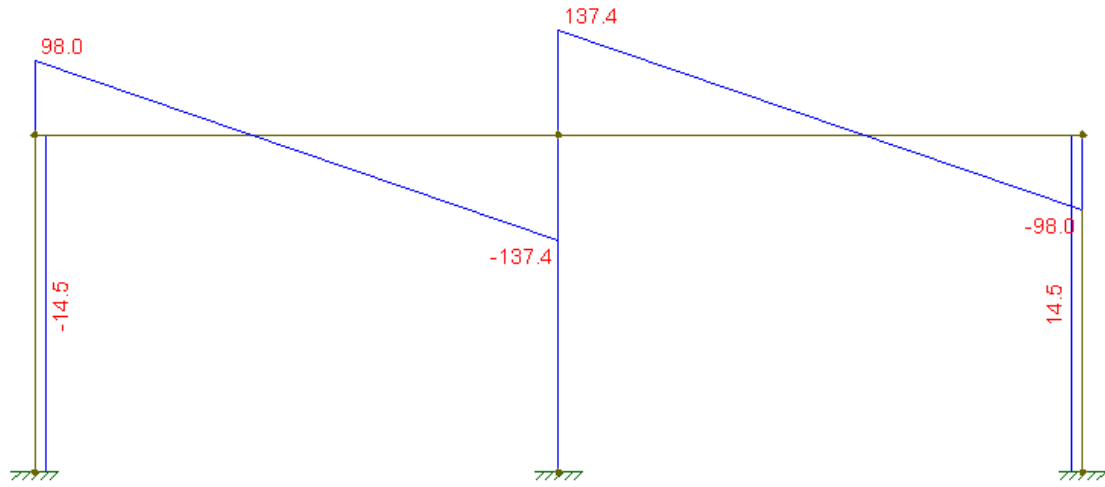
- PÓRTICO 2 (h = 20cm)

Figura 52 – Carregamento do Pórtico 2 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

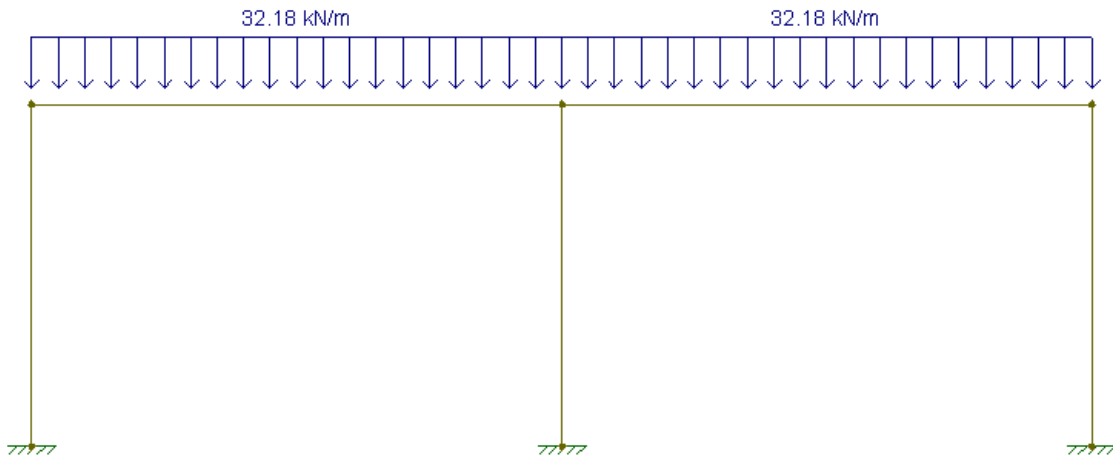
Figura 53 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

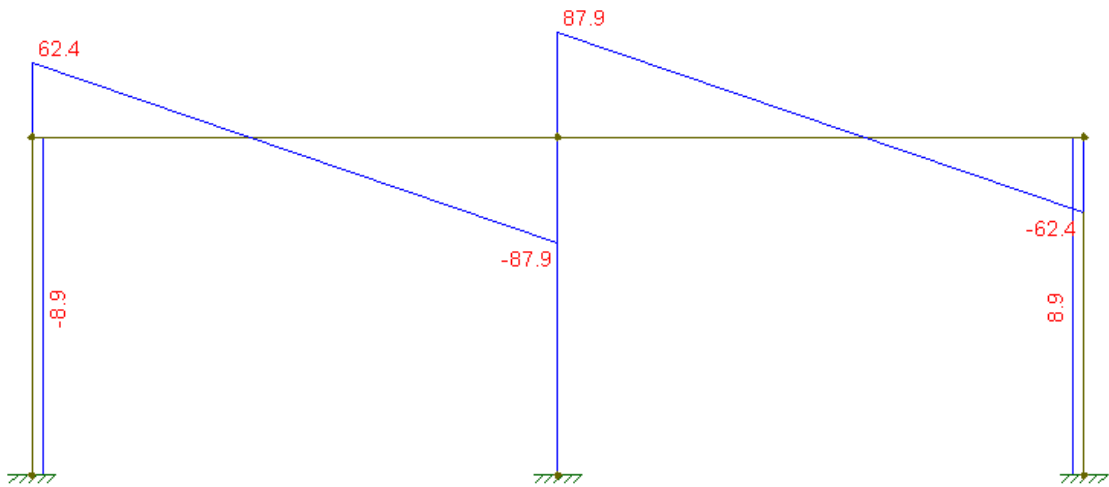
- PÓRTICO 2 (h = 25cm)

Figura 54 – Carregamento do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

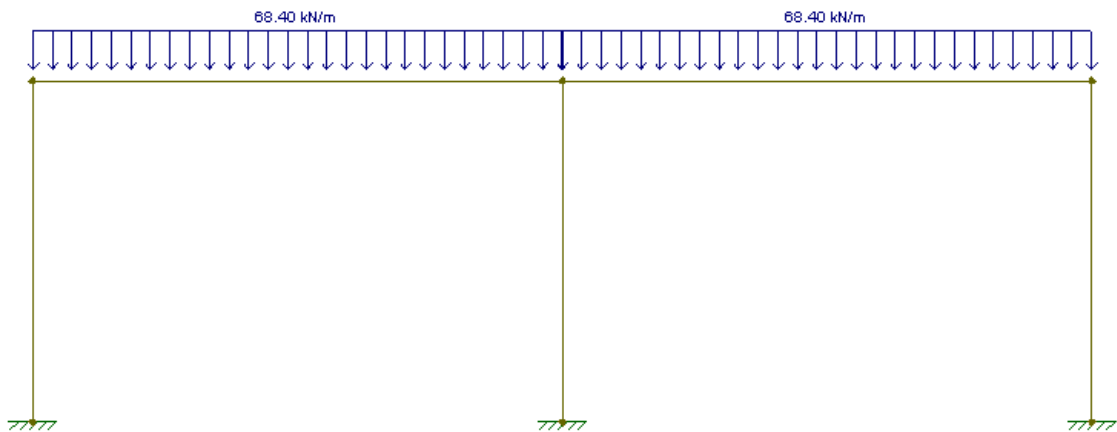
Figura 55 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

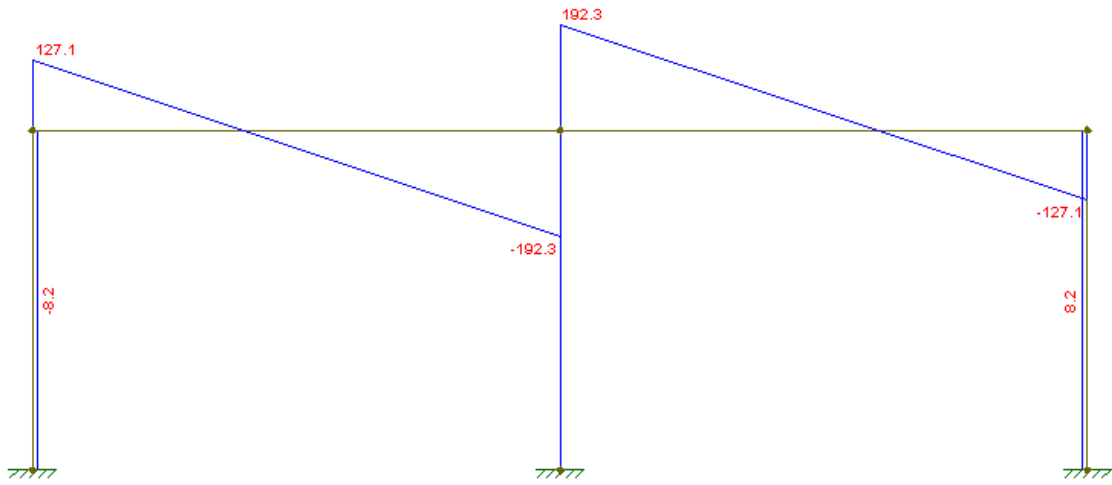
- PÓRTICO 2 (h = 30cm)

Figura 56 – Carregamento do Pórtico 2 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

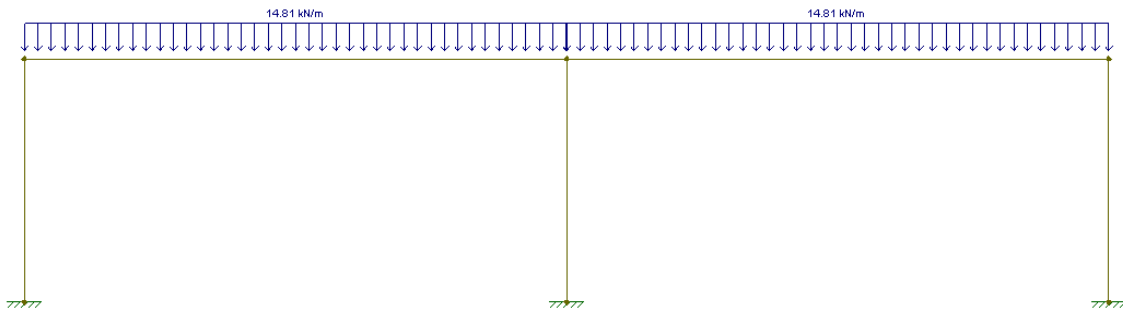
Figura 57 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

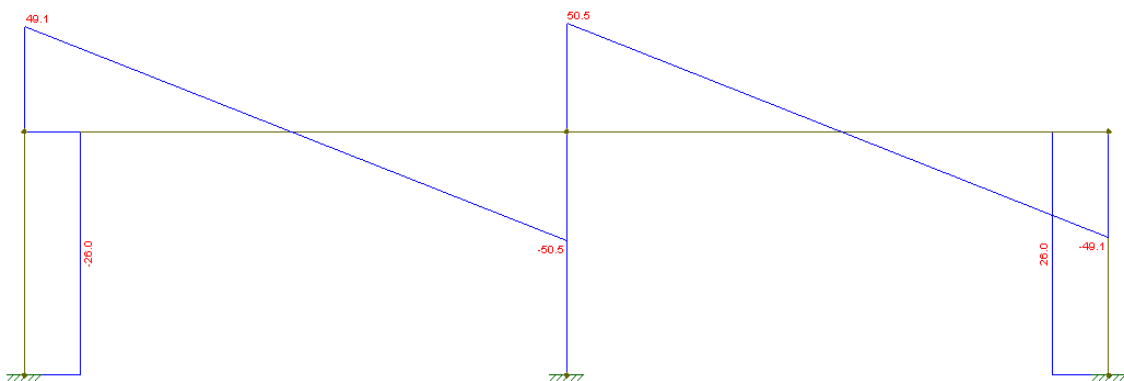
- PÓRTICO 4 e 6 (h = 15cm)

Figura 58 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

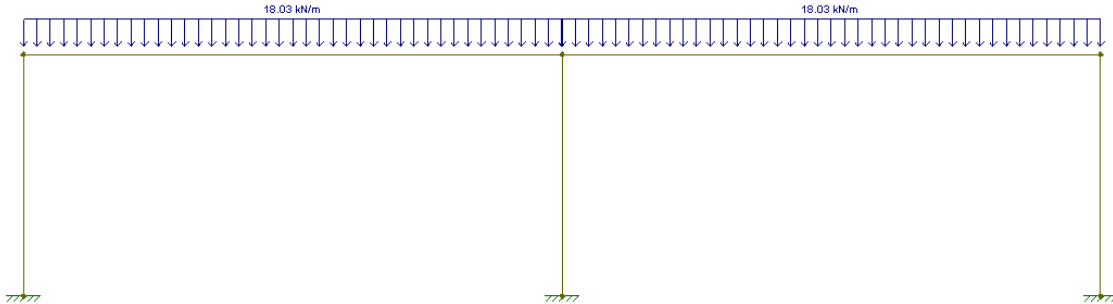
Figura 59 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

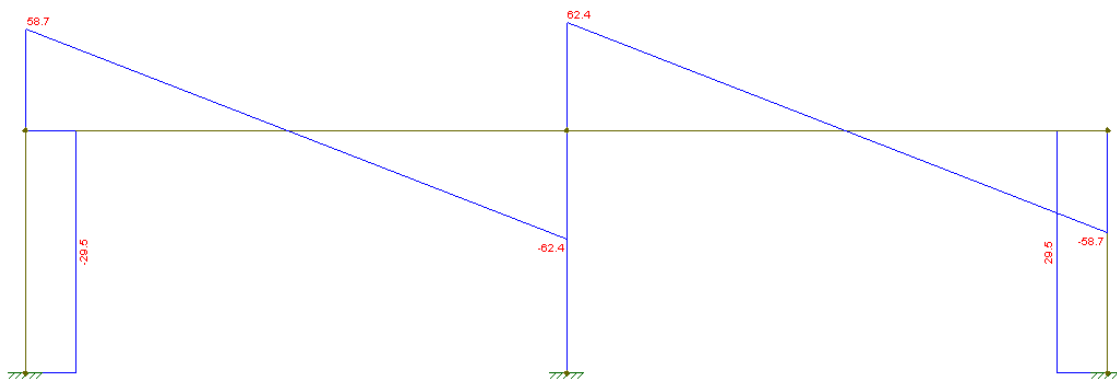
- PÓRTICO 4 e 6 (h = 20cm)

Figura 60 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

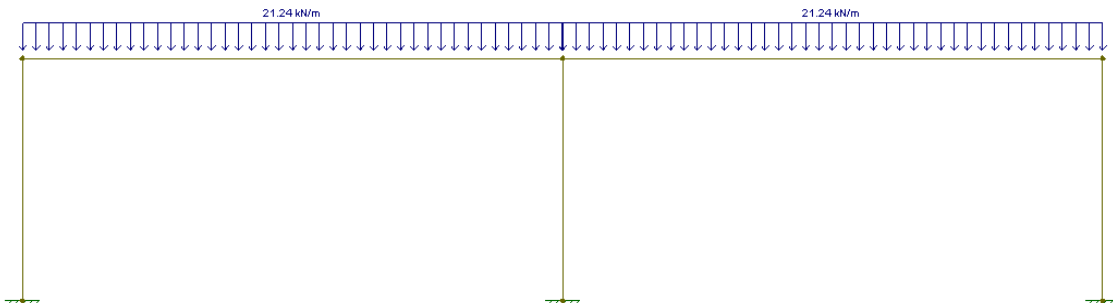
Figura 61 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

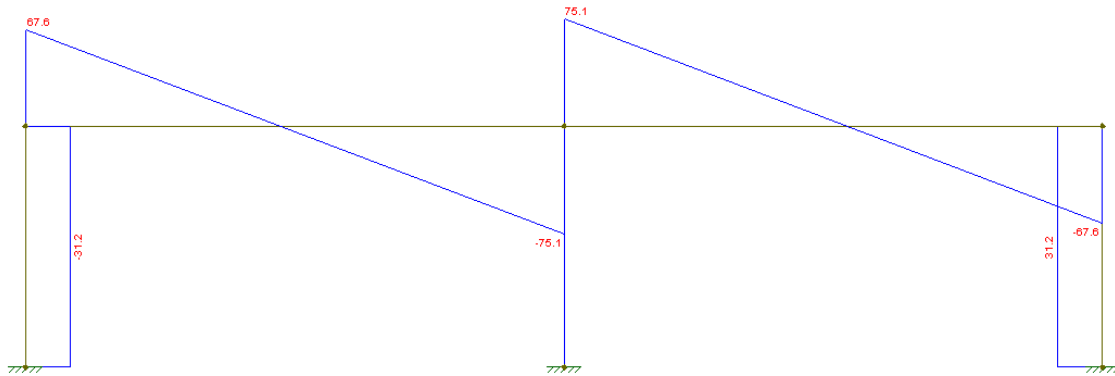
- PÓRTICO 4 e 6 (h = 25cm)

Figura 62 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

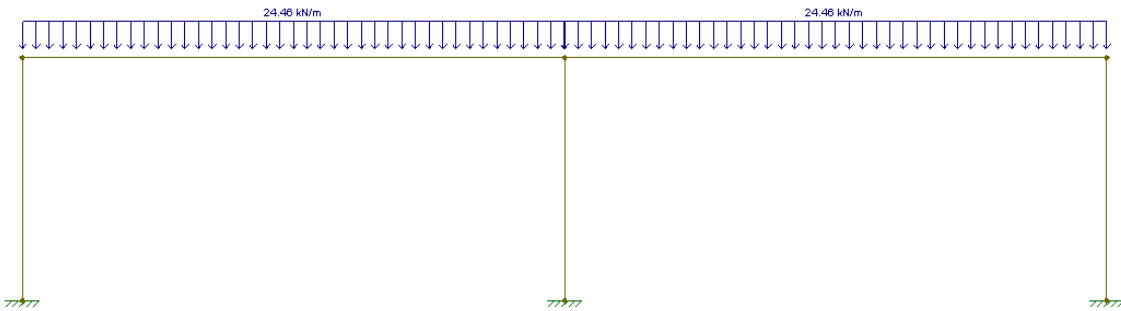
Figura 63 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

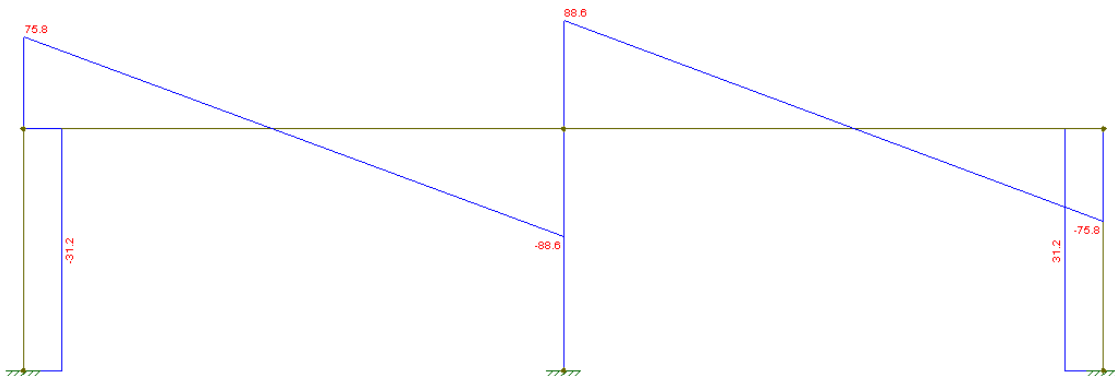
- PÓRTICO 4 e 6 (h = 30cm)

Figura 64 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

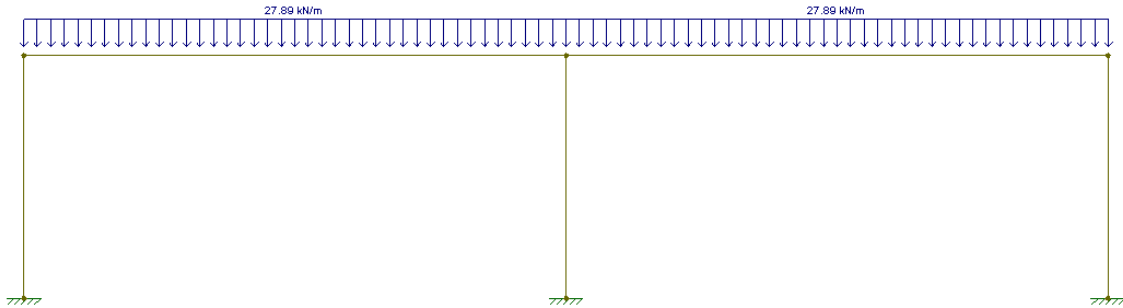
Figura 65 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

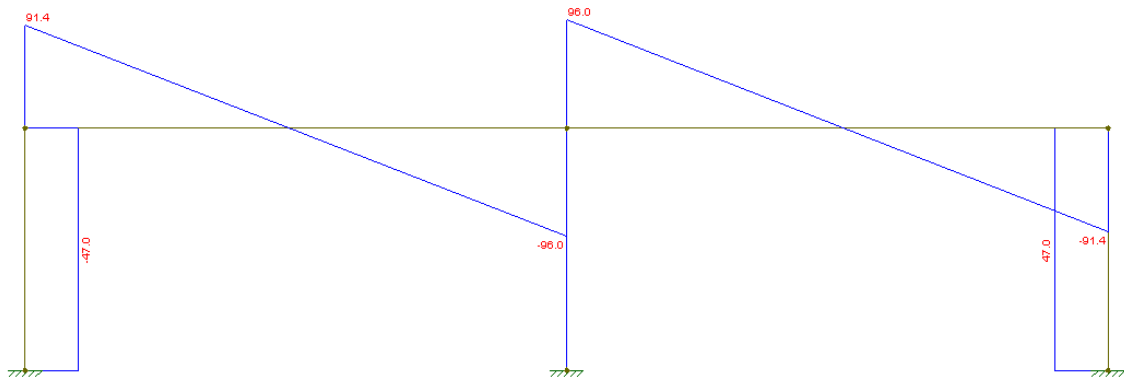
- PÓRTICO 5 (h = 15cm)

Figura 66 – Carregamento do Pórtico 5 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

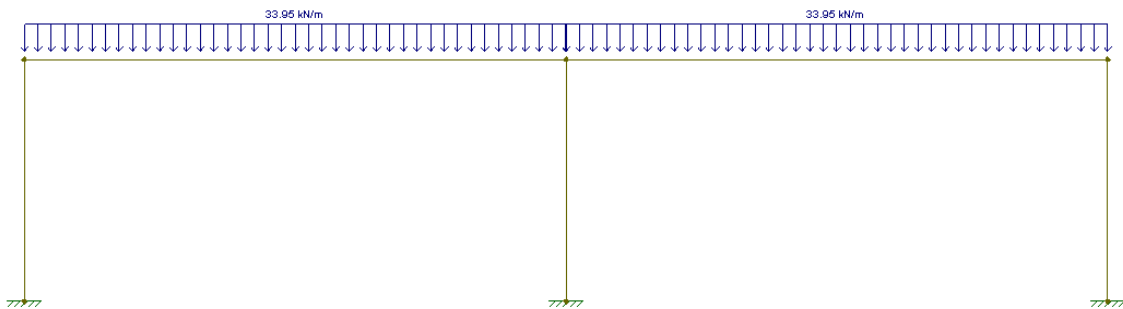
Figura 67 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

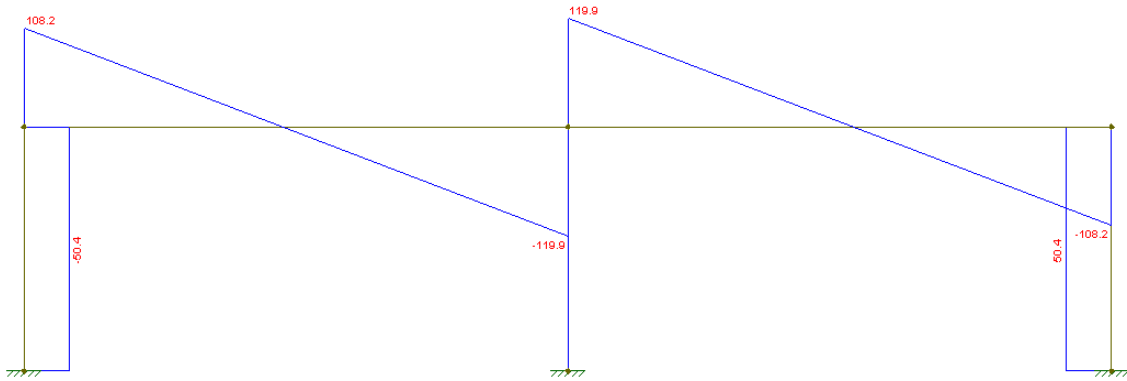
- PÓRTICO 5 (h = 20cm)

Figura 68 – Carregamento do Pórtico 5 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

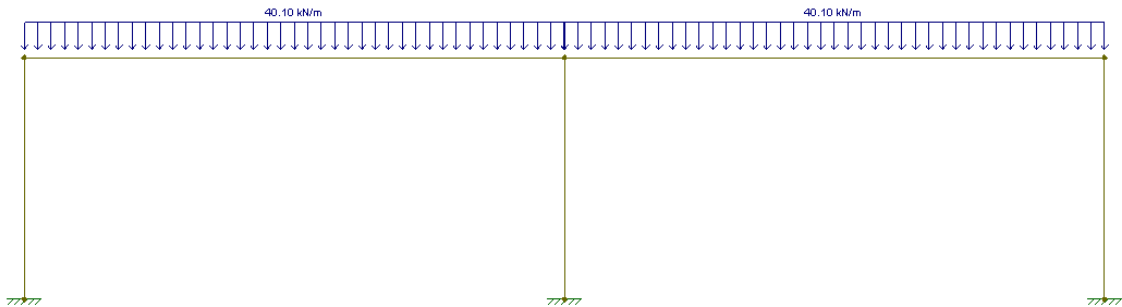
Figura 69 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

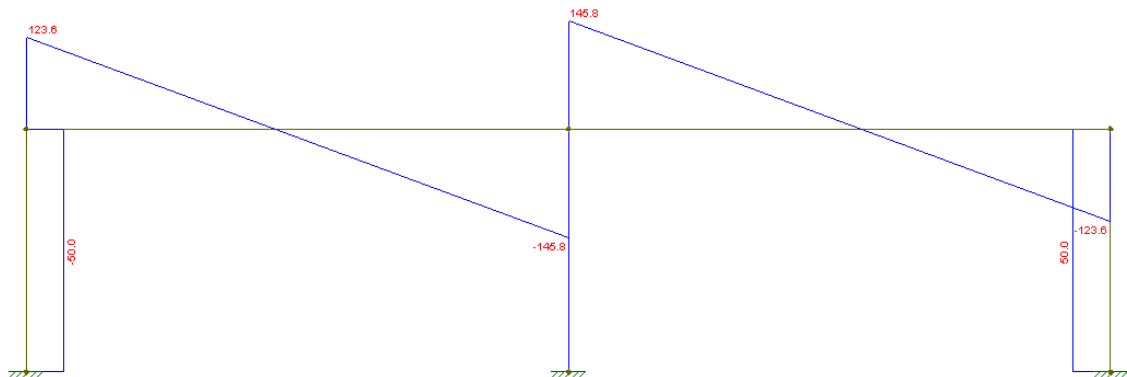
- PÓRTICO 5 (h = 25cm)

Figura 70 – Carregamento do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

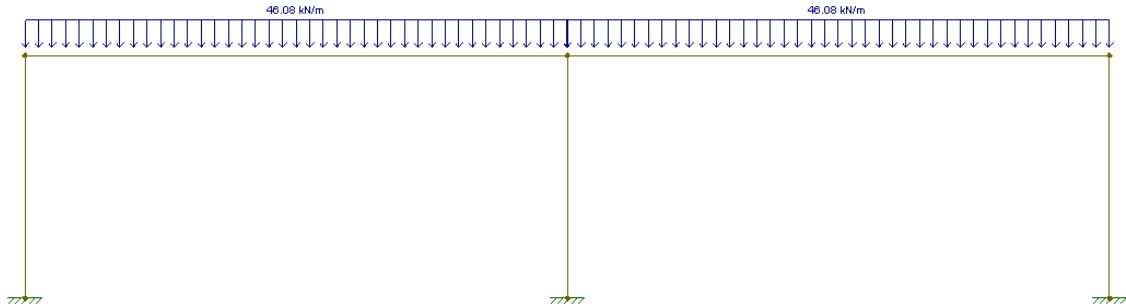
Figura 71 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

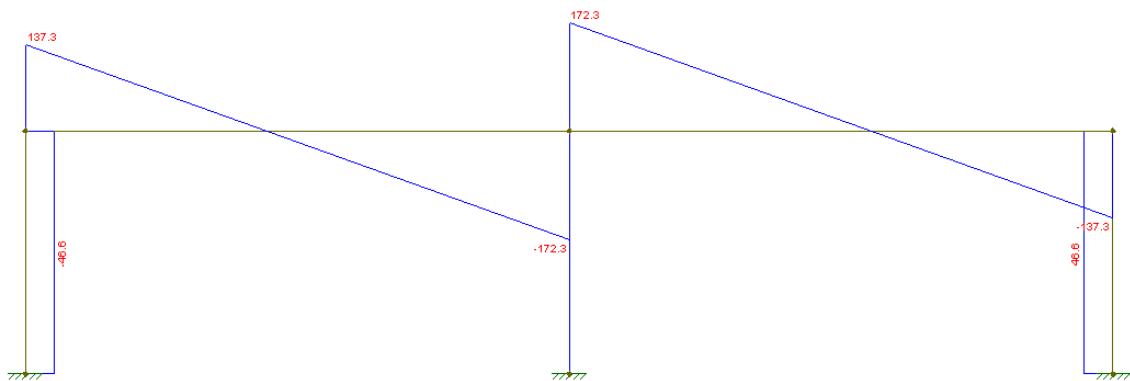
- PÓRTICO 5 (h = 30cm)

Figura 72 – Carregamento do Pórtico 5 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 73 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

4.3.2 Reações Nos Apoios Conforme Eurocode 2 (2010)

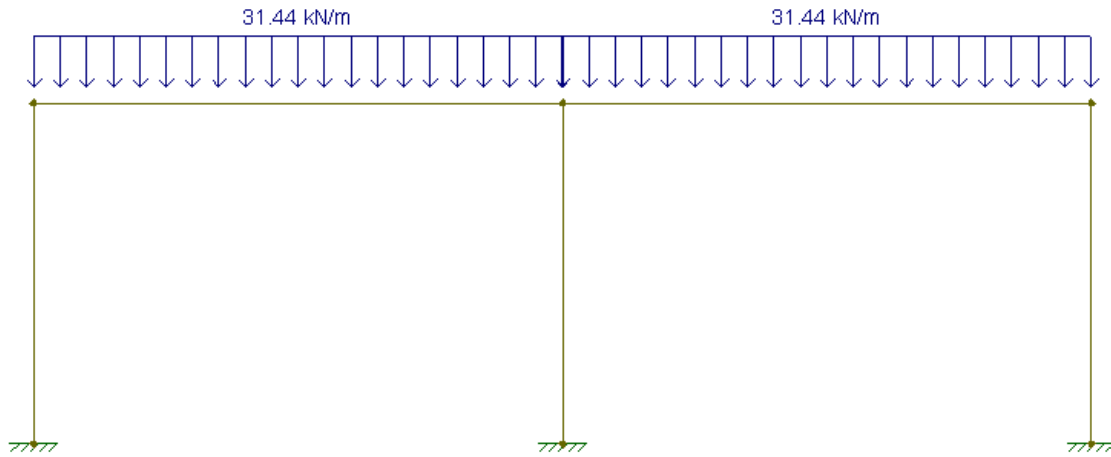
Os coeficientes adotados pela norma europeia são:

- 1,35 para cargas permanentes;
- 1,50 para cargas acidentais;

A seguir, serão apresentados os valores de cálculo para cada pórtico da estrutura, e suas respectivas reações.

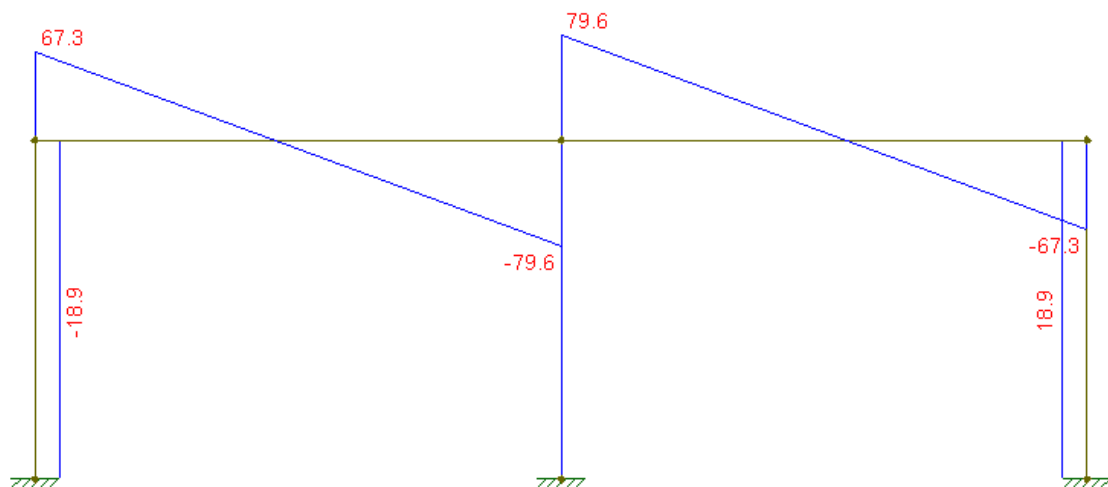
- Pórticos 1 e 3 (h= 15 cm)

Figura 74 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

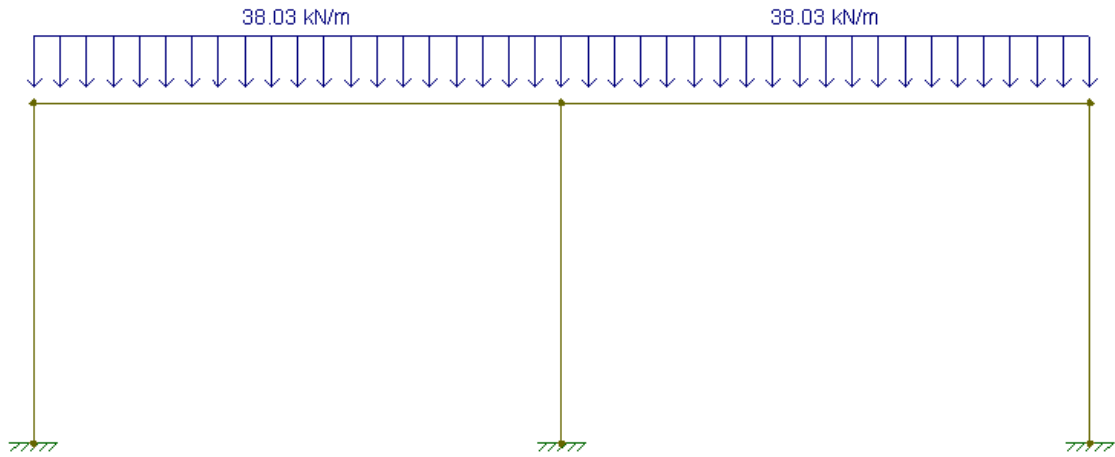
Figura 75 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

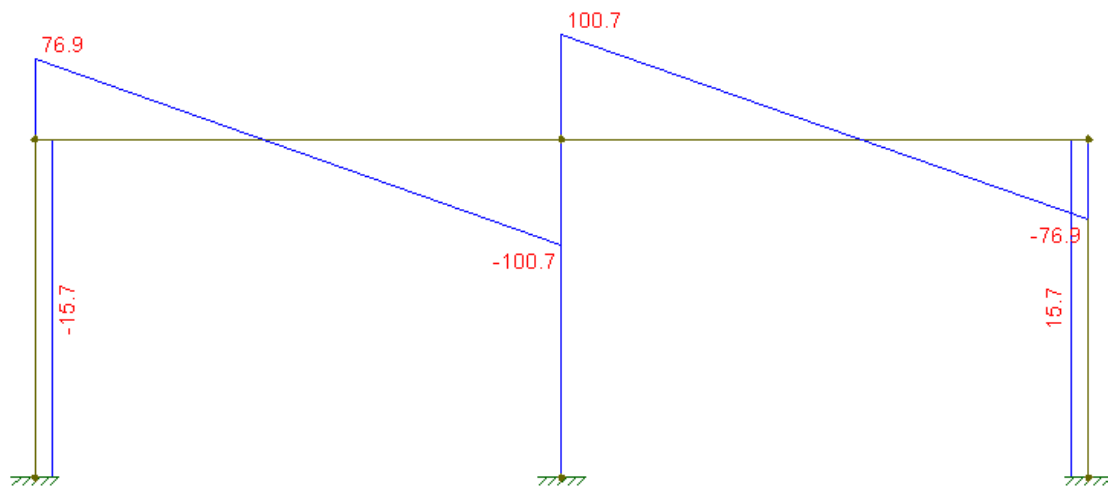
- Pórticos 1 e 3 (h= 20 cm)

Figura 76 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

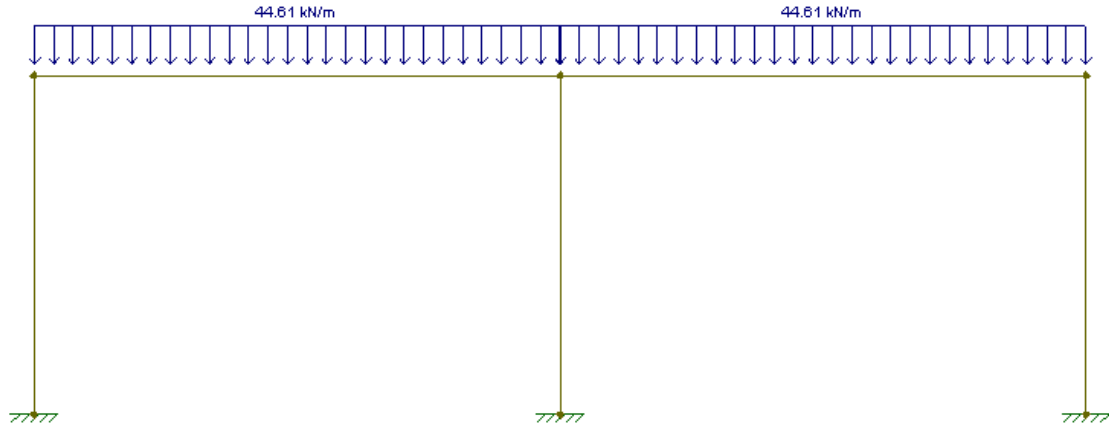
Figura 77 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

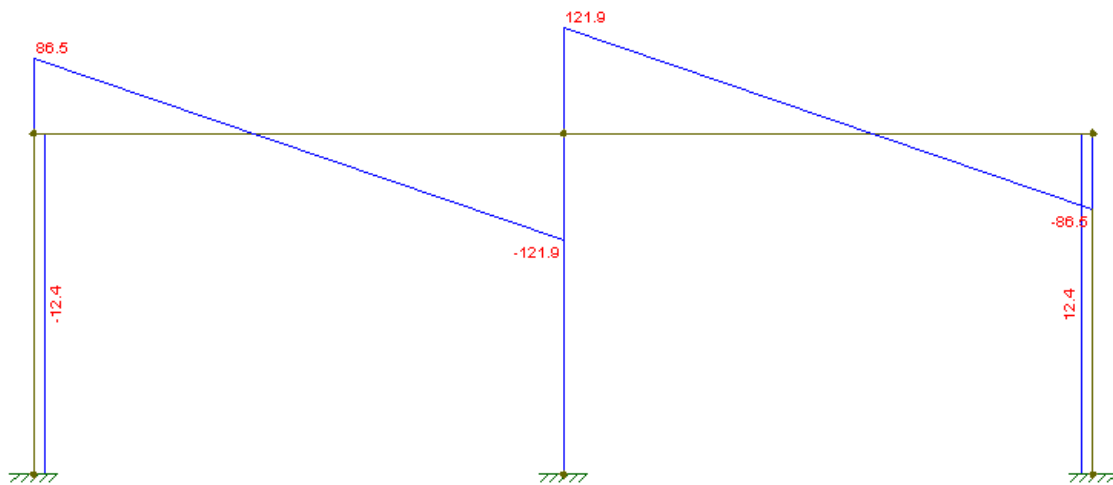
- Pórticos 1 e 3 (h= 25 cm)

Figura 78 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

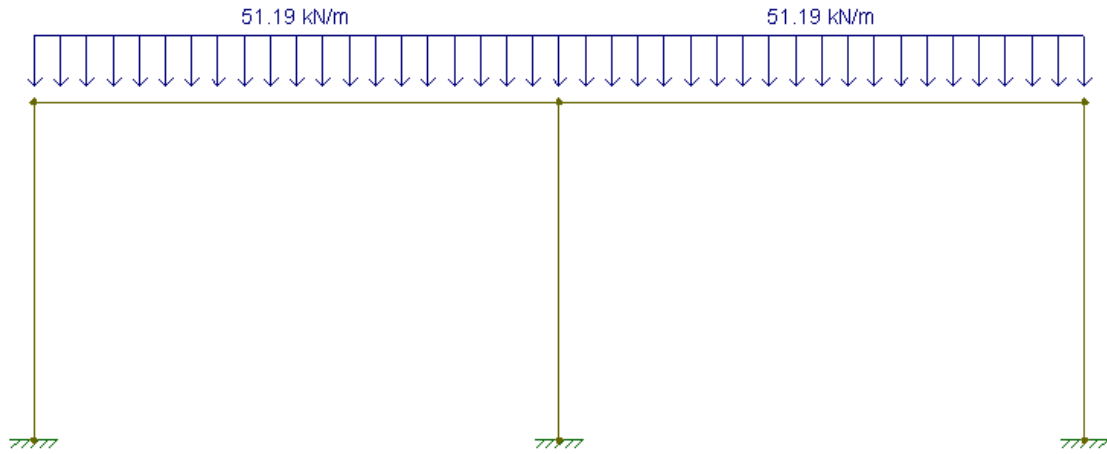
Figura 79 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

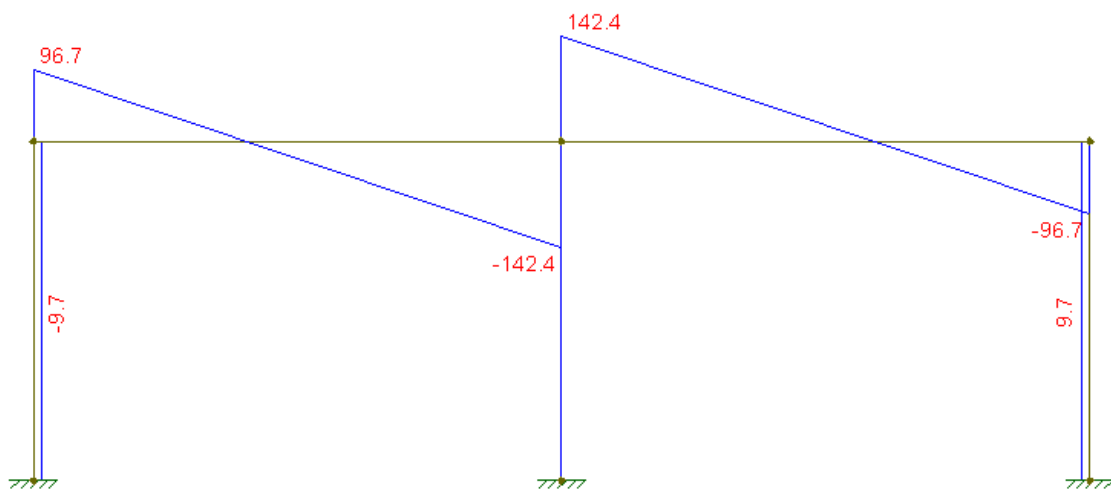
- Pórticos 1 e 3 (h= 30 cm)

Figura 80 – Carregamento dos Pórticos 1 e 3 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

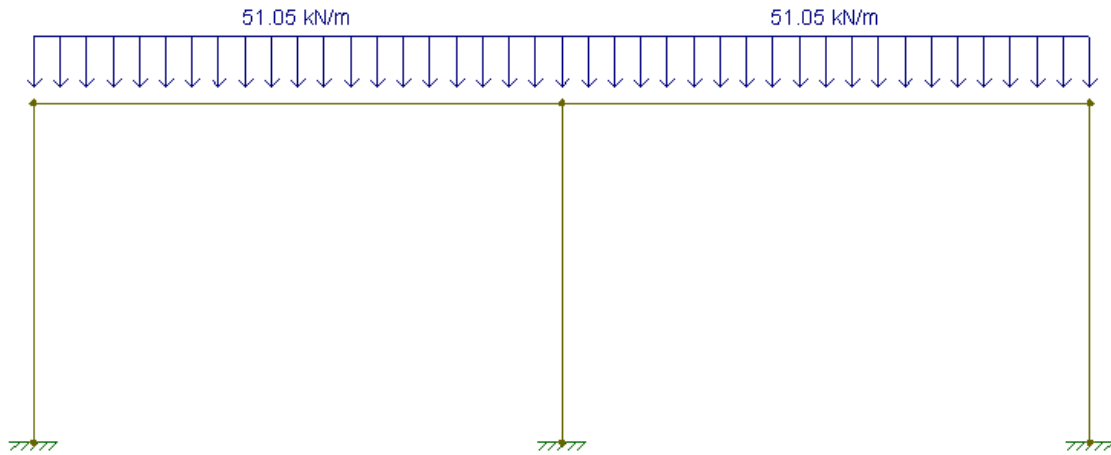
Figura 81 – Esforços Cortantes dos Pórticos 1 e 3 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

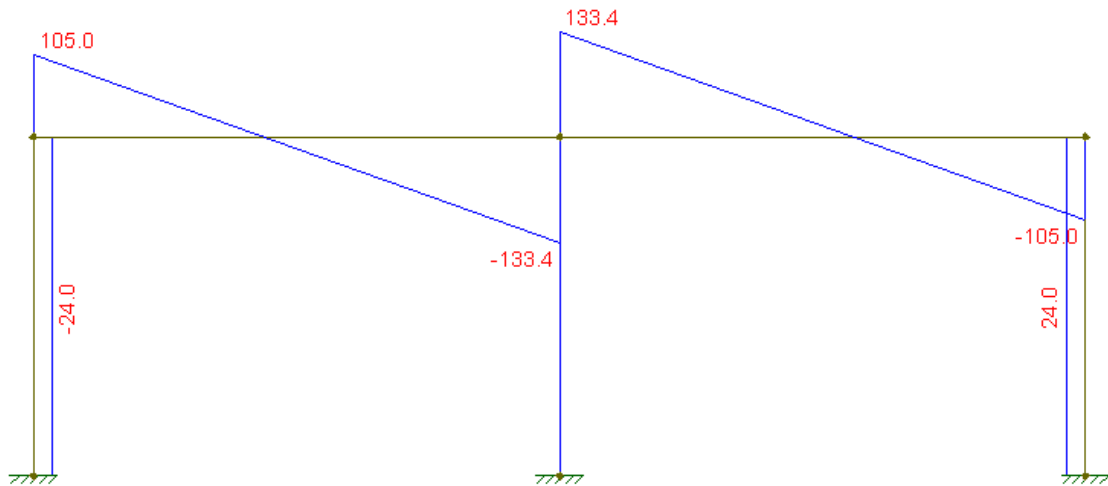
- Pórticos 2 (h= 15 cm)

Figura 82 – Carregamento do Pórtico 2 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

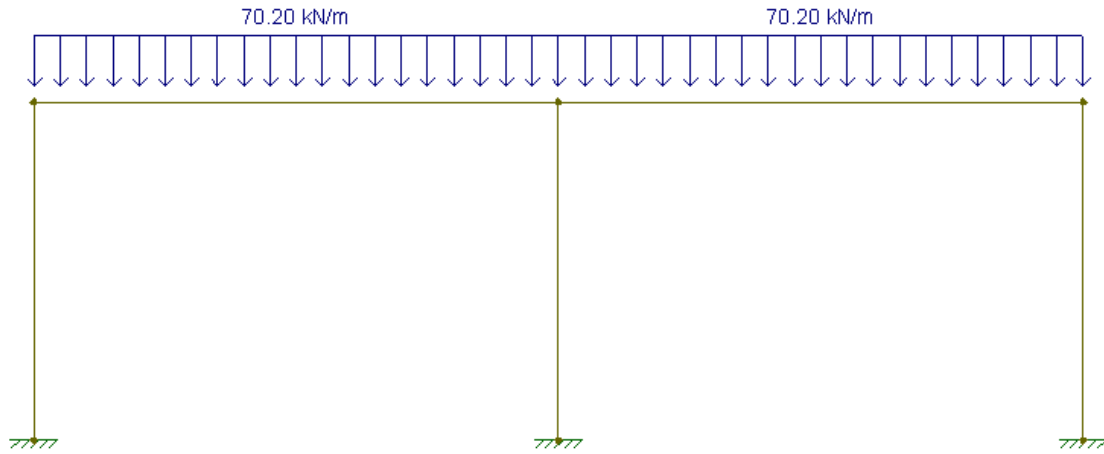
Figura 83 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

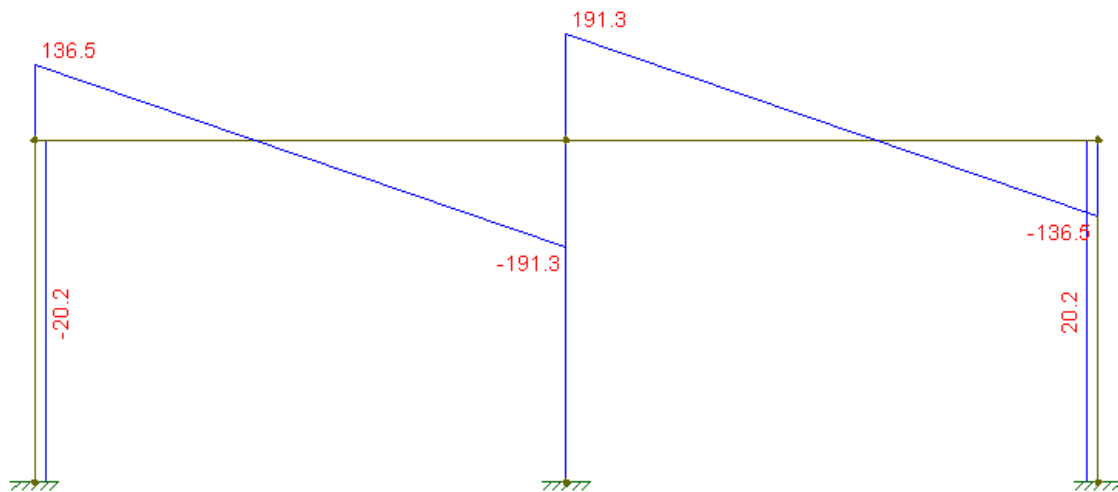
- Pórticos 2 (h= 20 cm)

Figura 84 – Carregamento do Pórtico 2 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

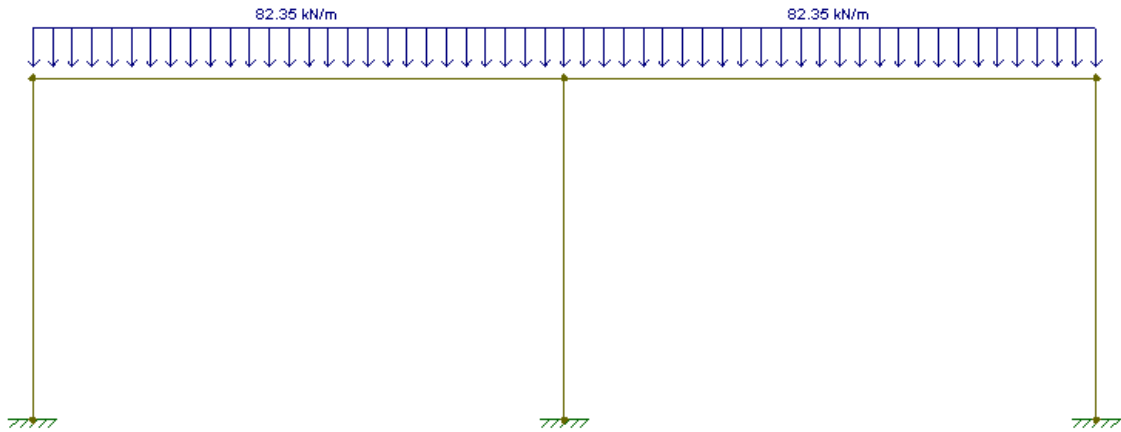
Figura 85 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

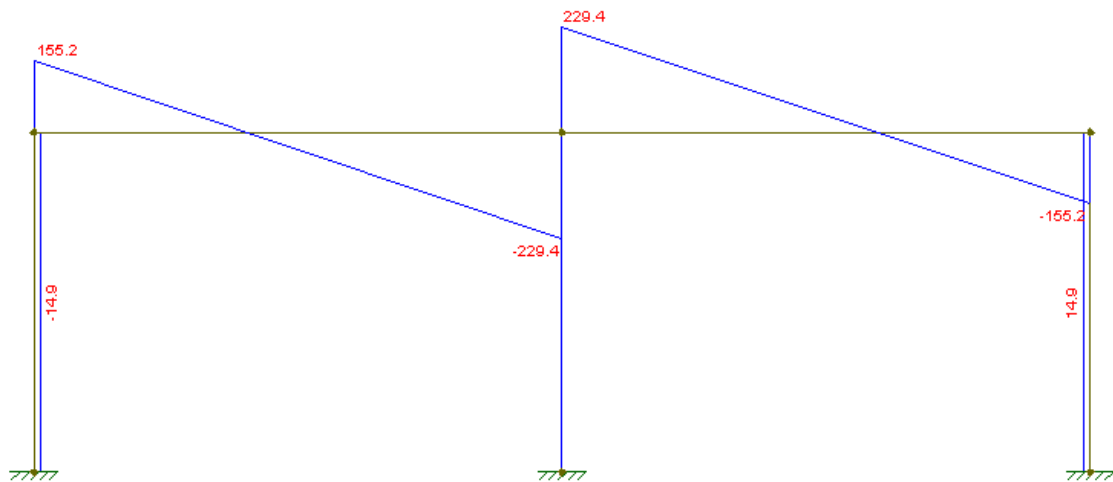
- Pórticos 2 (h= 25 cm)

Figura 86 – Carregamento do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

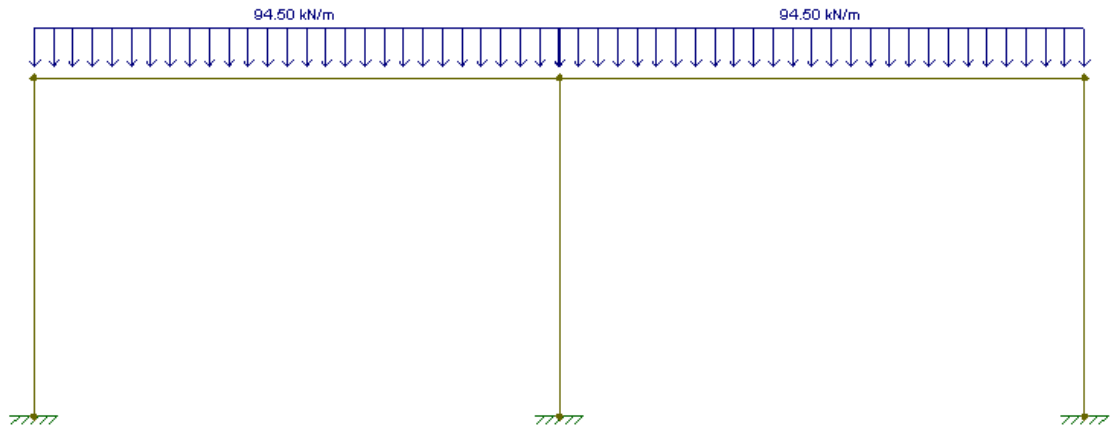
Figura 87 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

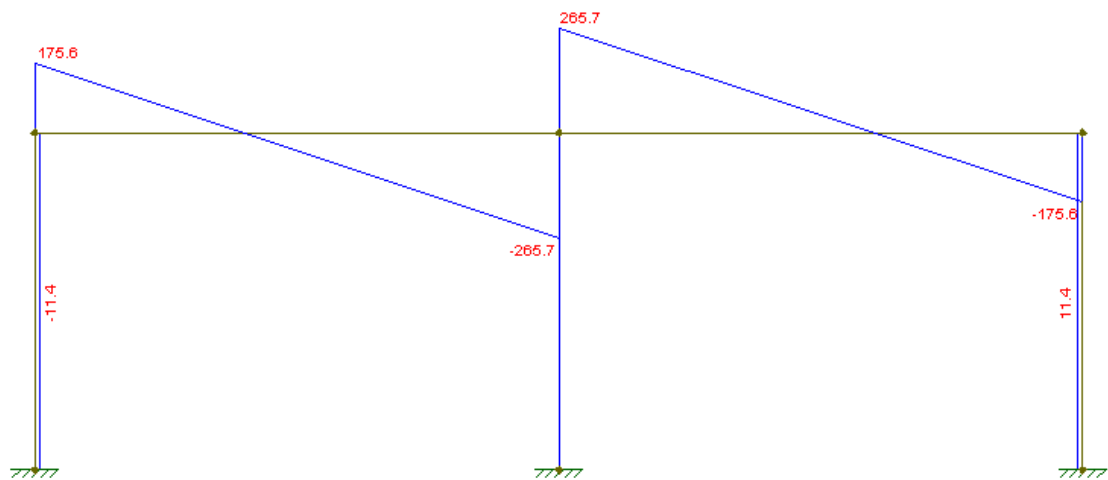
- Pórticos 2 (h= 30 cm)

Figura 88 – Carregamento do Pórtico 2 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

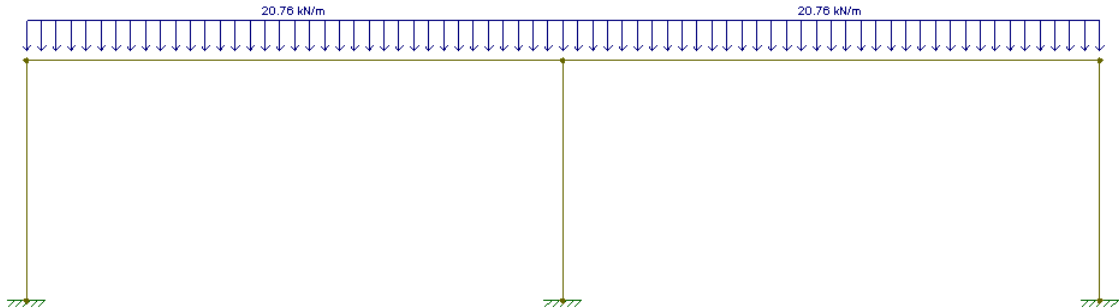
Figura 89 – Esforços Cortantes do Pórtico 2 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

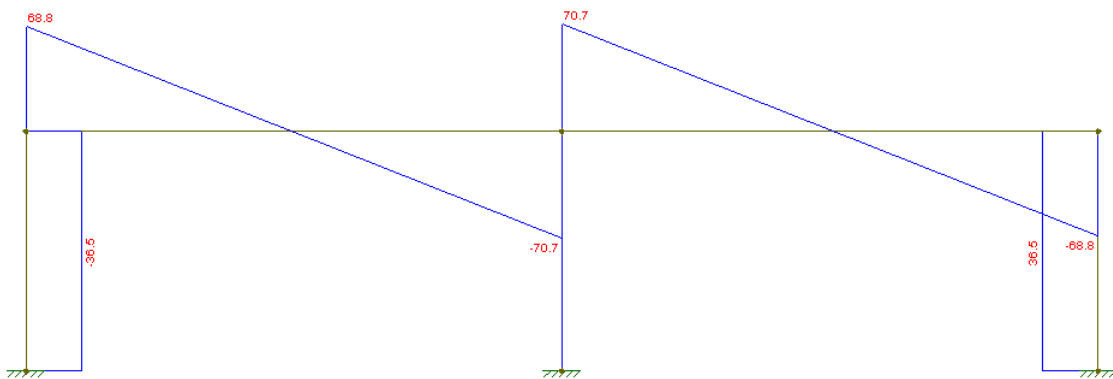
- Pórticos 4 e 6 (h= 15 cm)

Figura 90 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

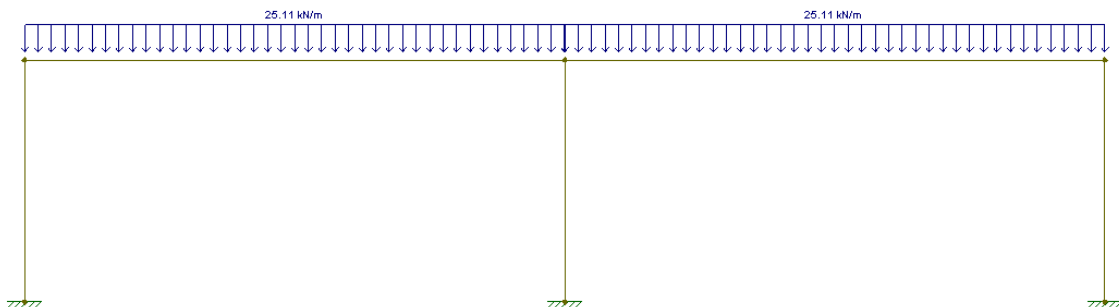
Figura 91 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

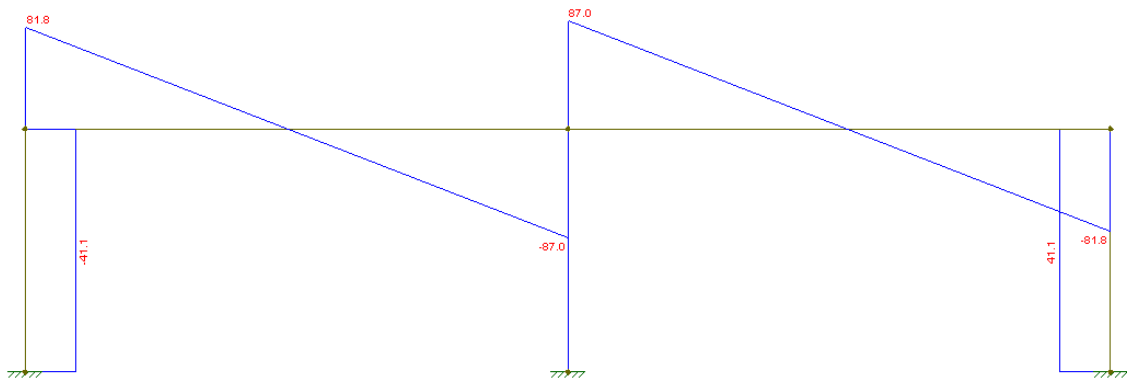
- Pórticos 4 e 6 (h= 20 cm)

Figura 92 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

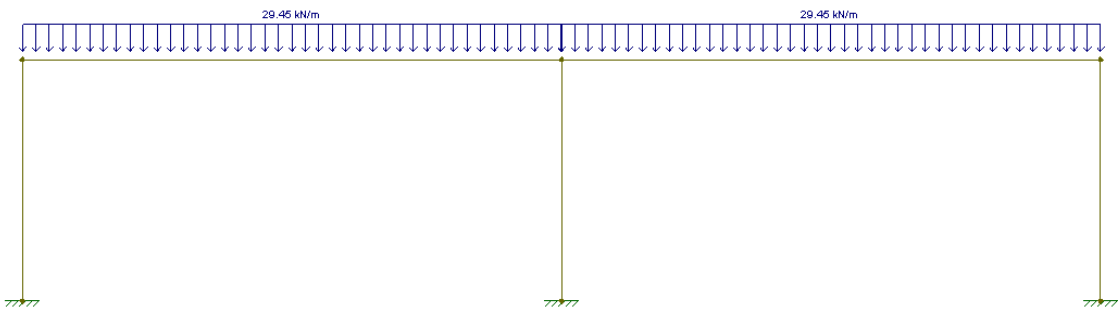
Figura 93 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

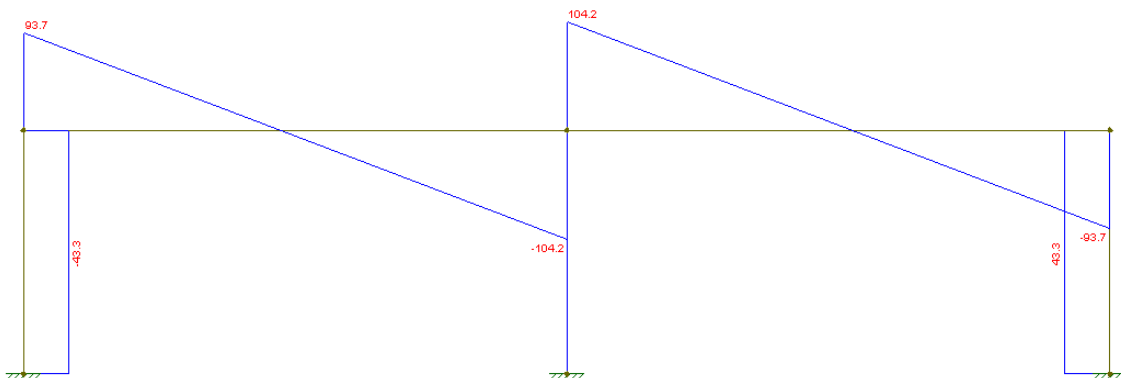
- Pórticos 4 e 6 (h= 25 cm)

Figura 94 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

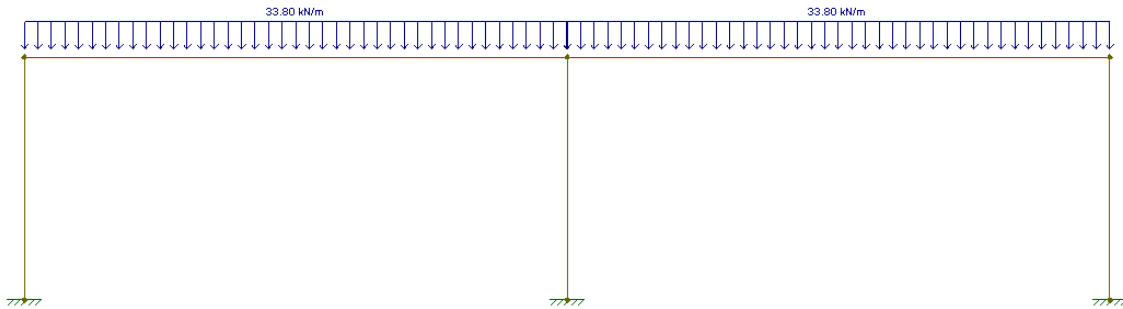
Figura 95 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

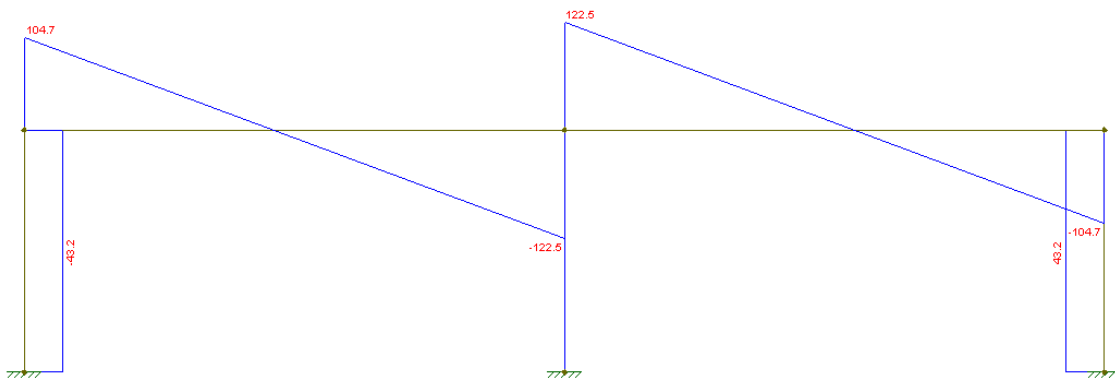
- Pórticos 4 e 6 (h= 30 cm)

Figura 96 – Carregamento dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

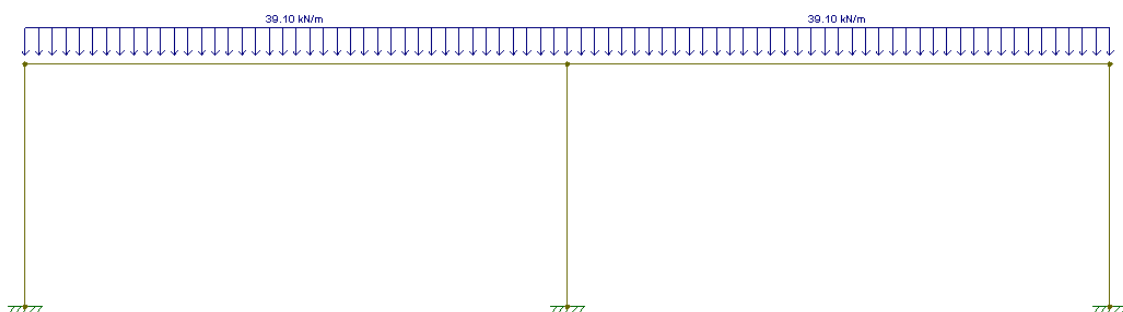
Figura 97 – Esforços Cortantes dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

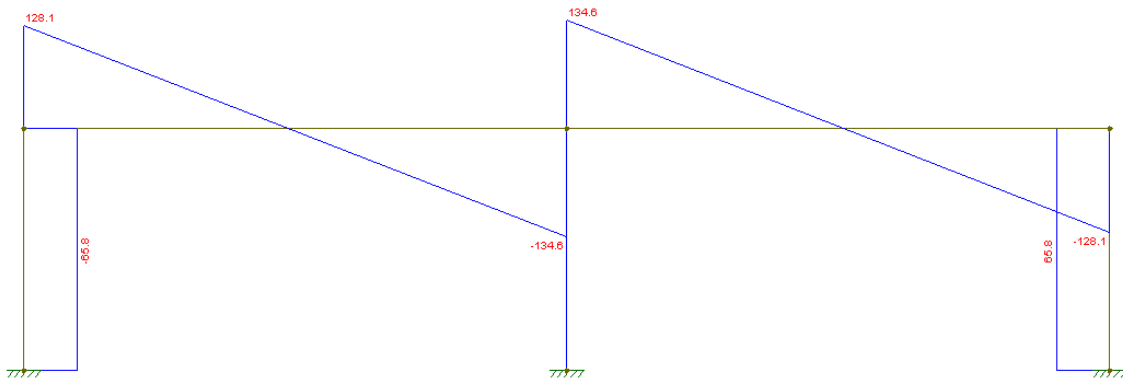
- Pórticos 5 (h= 15 cm)

Figura 98 – Carregamento do Pórtico 5 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

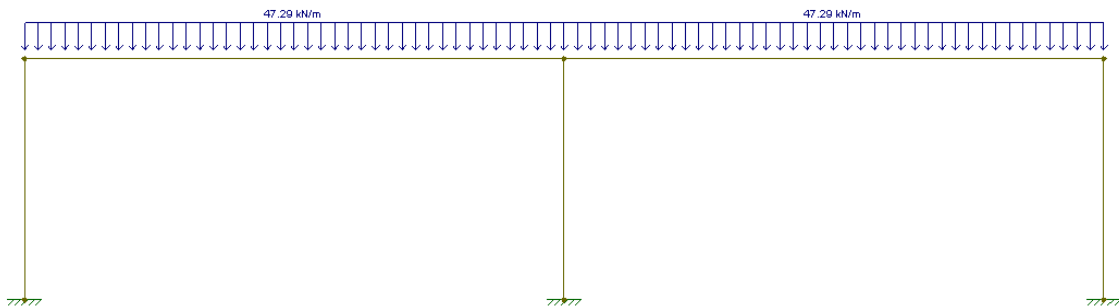
Figura 99 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=15 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

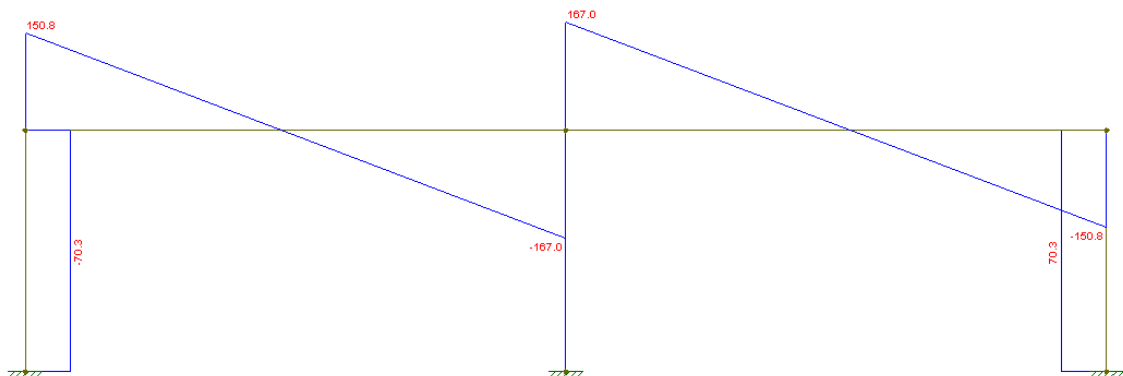
- Pórticos 5 (h= 20 cm)

Figura 100 – Carregamento do Pórtico 5 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

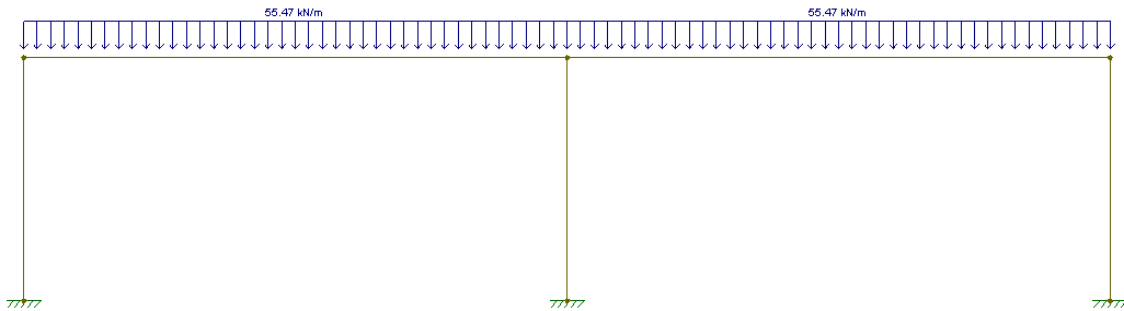
Figura 101 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=20 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

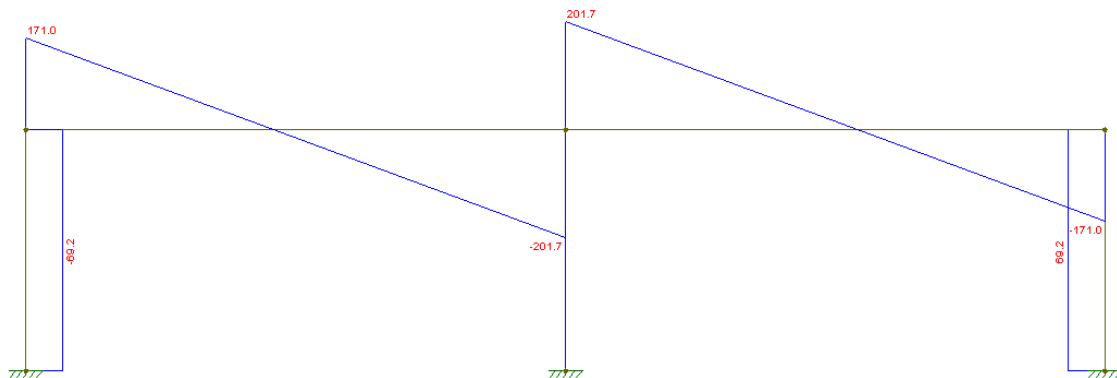
- Pórticos 5 (h= 25 cm)

Figura 102 – Carregamento do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

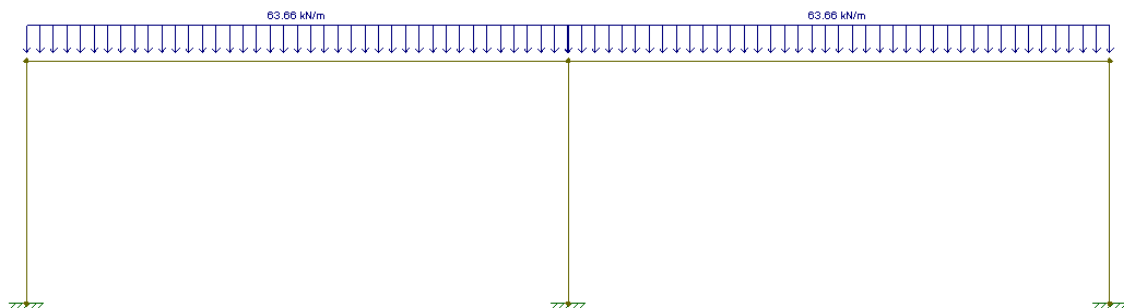
Figura 103 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

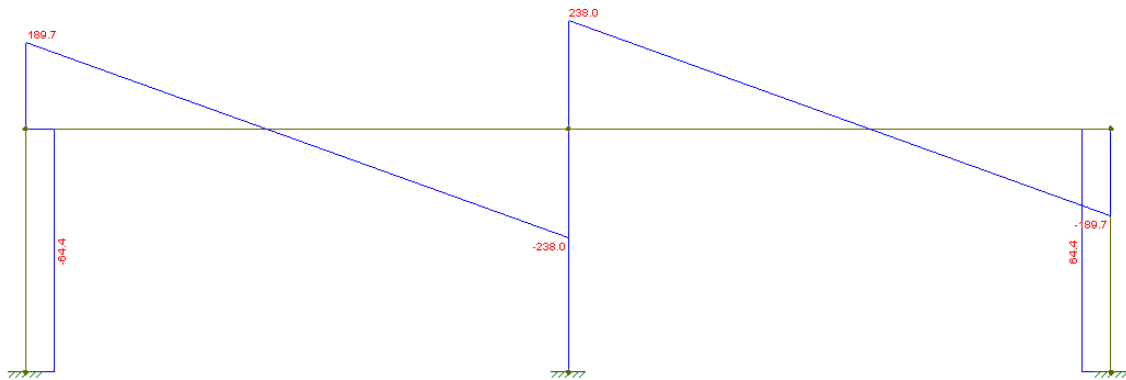
- Pórticos 5 (h= 30 cm)

Figura 104 – Carregamento do Pórtico 5 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 105 – Esforços Cortantes do Pórtico 5 (h=30 cm)



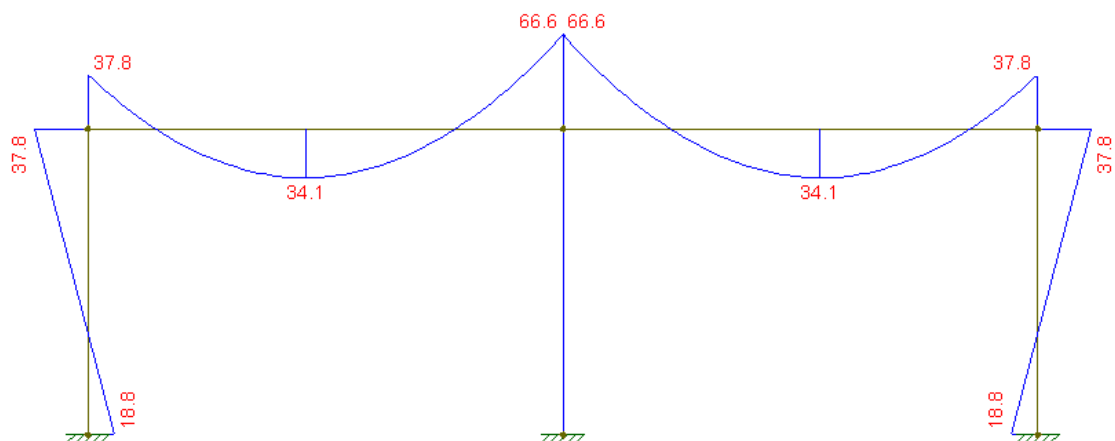
(fonte: AUTOR, 2018)

4.3.3 Momentos Transferidos Aos Pilares Conforme A ABNT NBR 6118 (2014)

Da mesma maneira que se obteve as reações nos pilares, também se obteve os valores dos momentos transferidos aos pilares. Os momentos de cada pórtico estão apresentados abaixo:

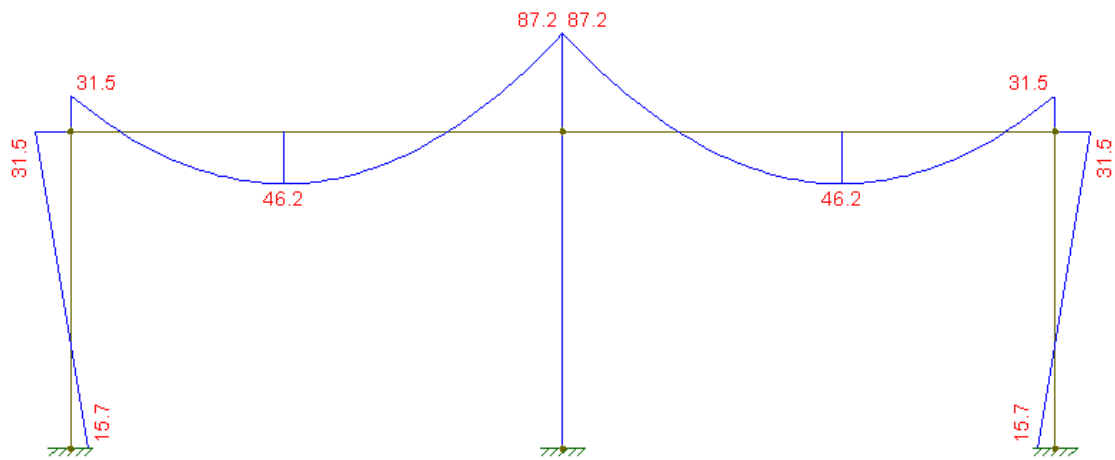
- Pórticos 1 e 3

Figura 106 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=15 cm)



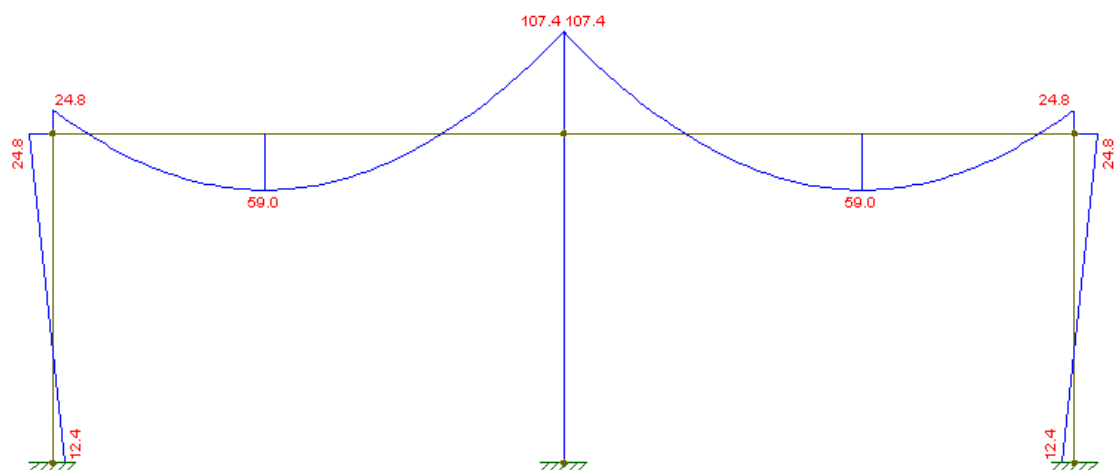
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 107 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=20 cm)



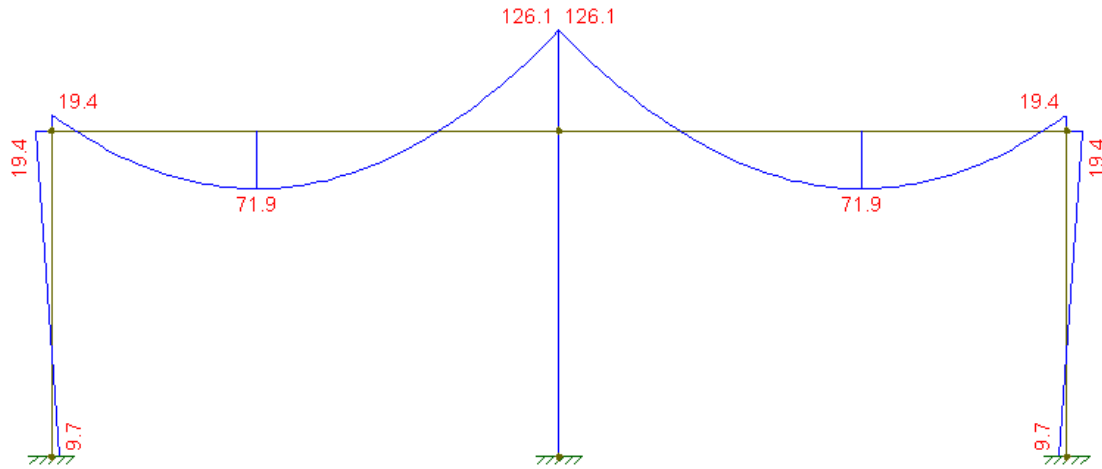
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 108 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

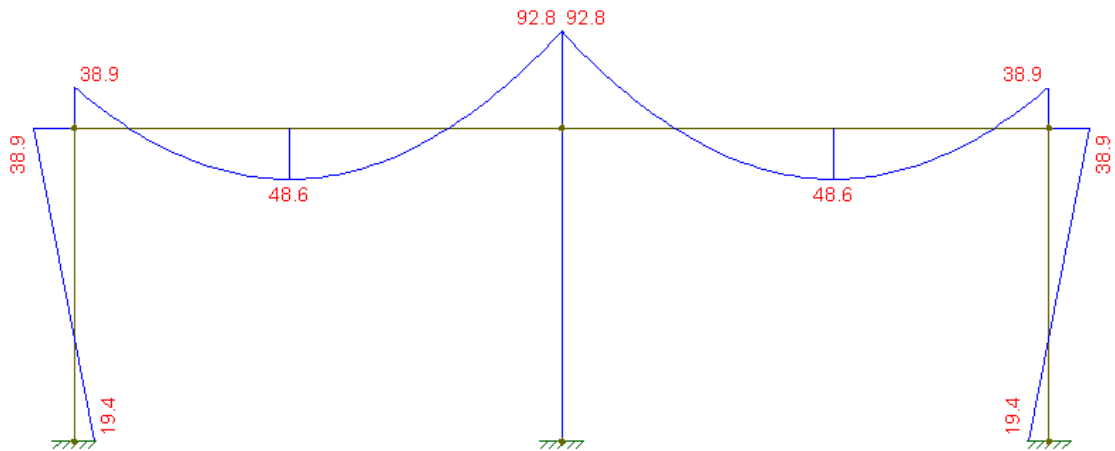
Figura 109 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

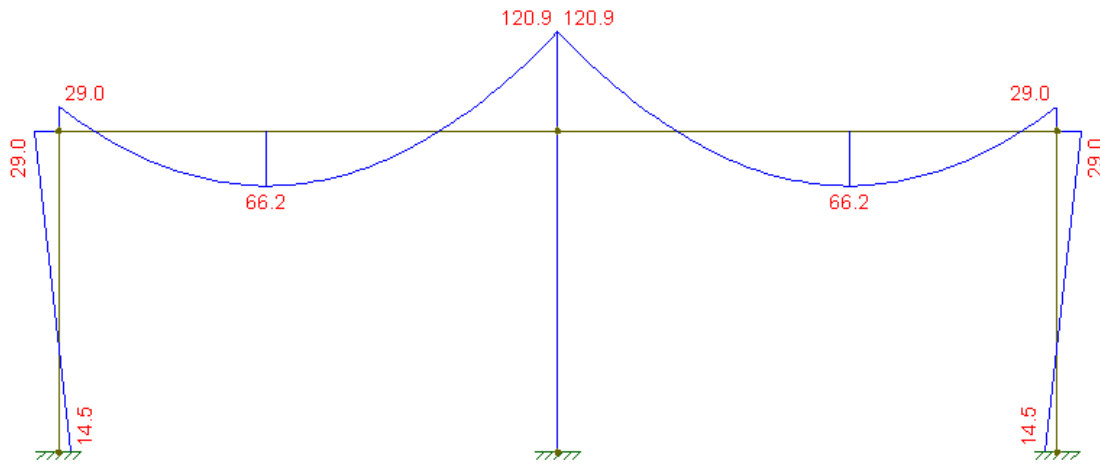
- Pórtico 2

Figura 110 – Momentos do Pórtico 2 (h=15 cm)



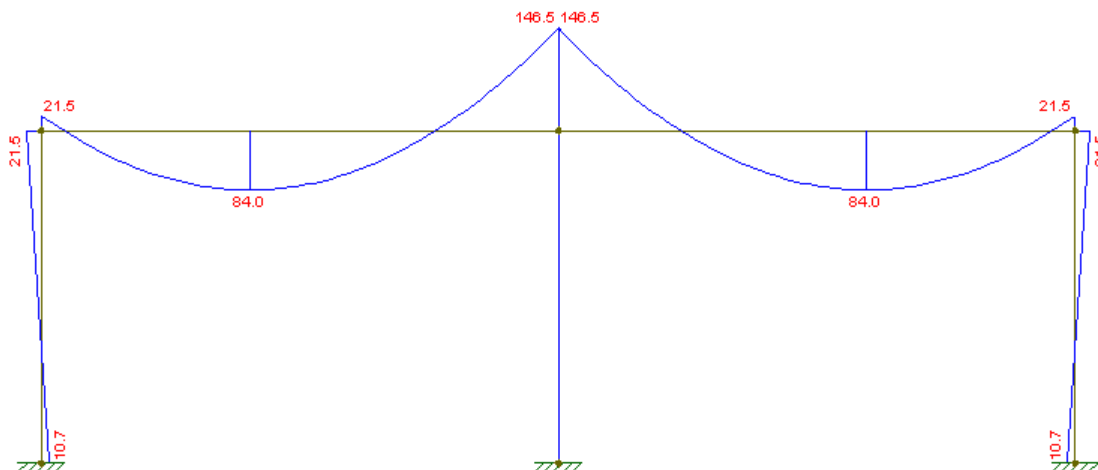
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 111 – Momentos do Pórtico 2 (h=20 cm)



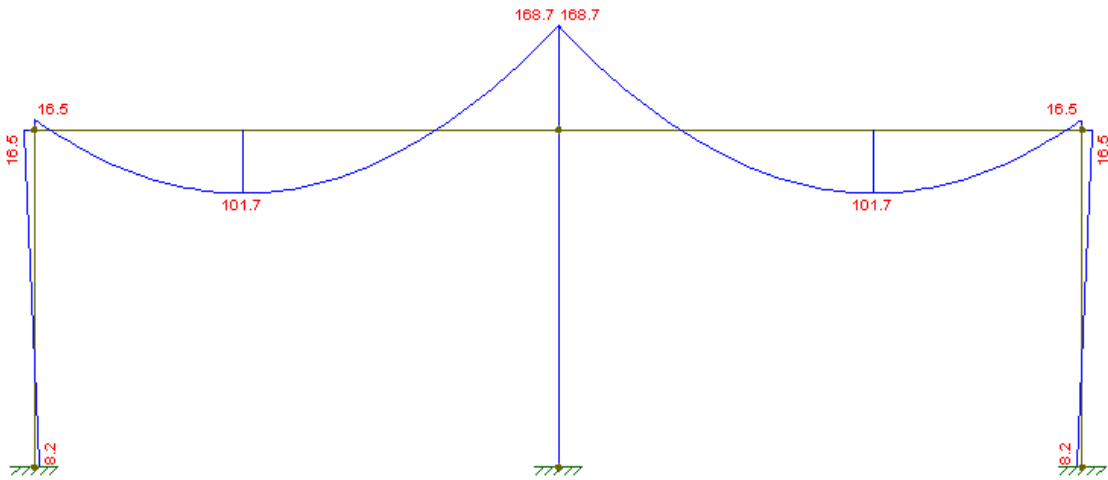
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 112 – Momentos do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

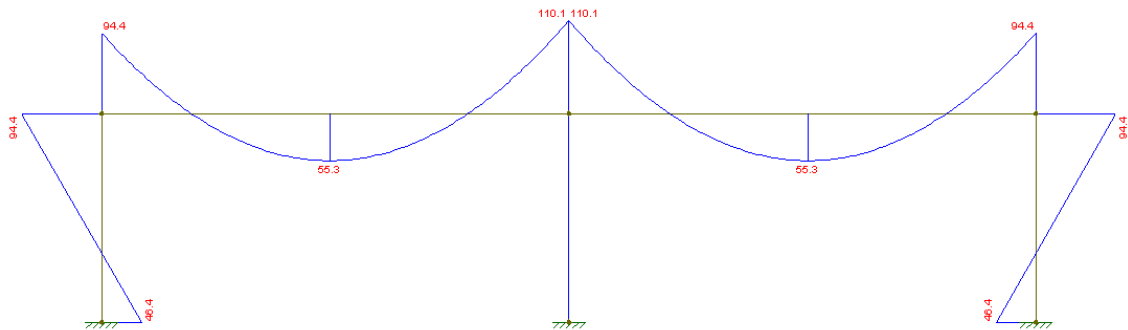
Figura 113 – Momentos do Pórtico 2 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

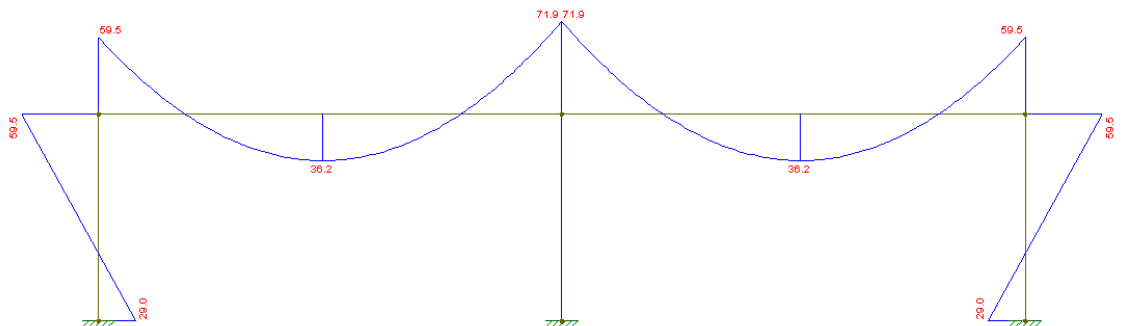
- Pórticos 4 e 6

Figura 114 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



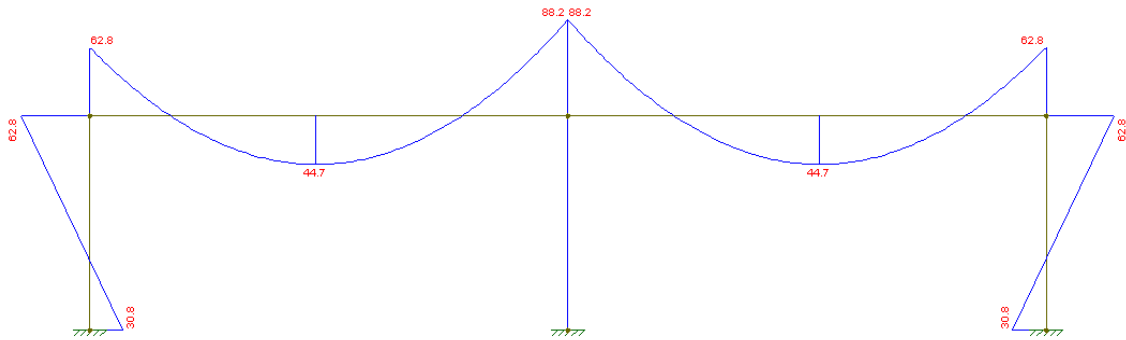
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 115 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



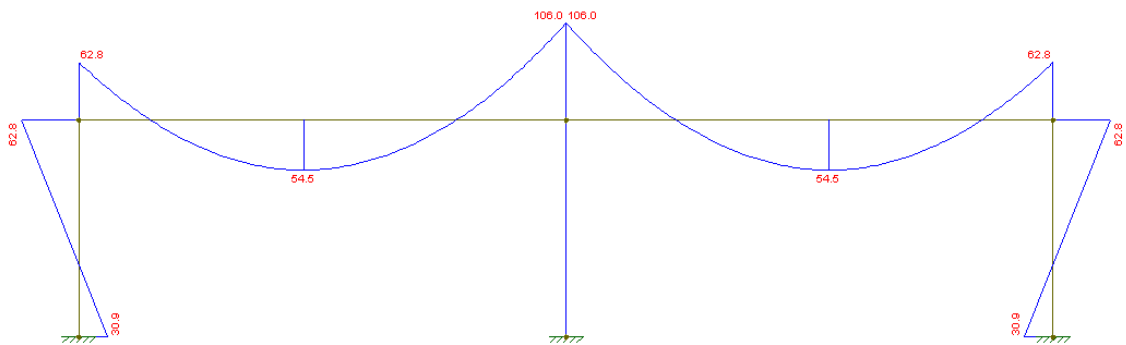
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 116 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

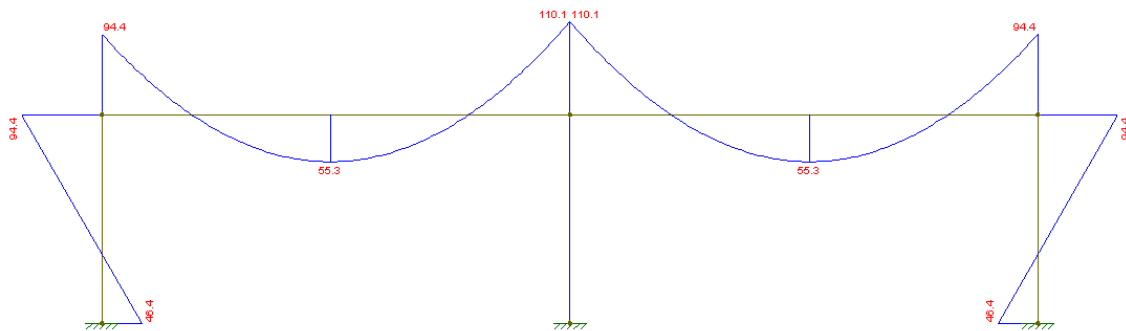
Figura 117 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

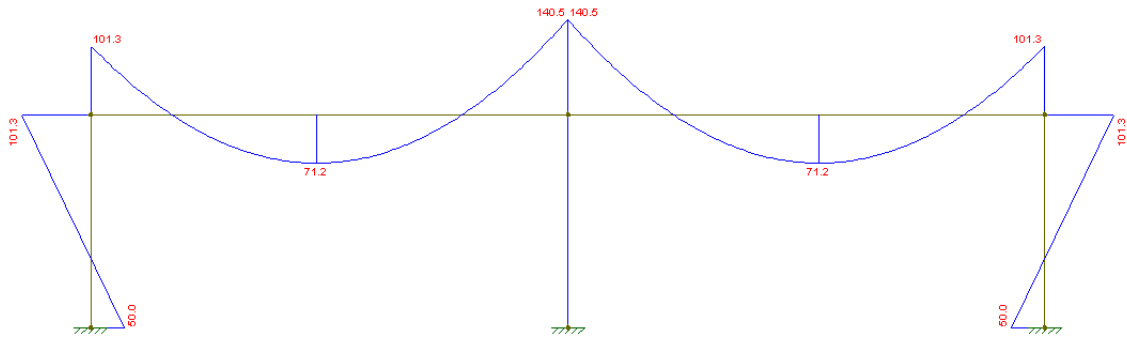
- Pórtico 5

Figura 118 – Momentos do Pórtico 5 (h=15 cm)



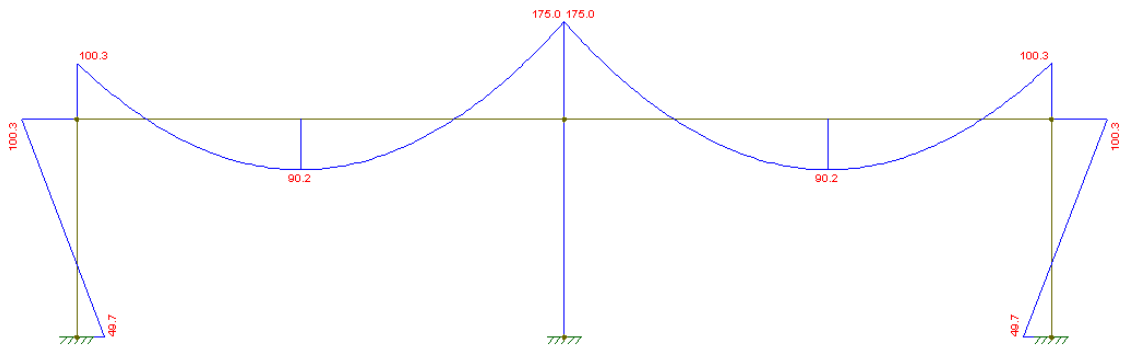
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 119 – Momentos do Pórtico 5 (h=20 cm)



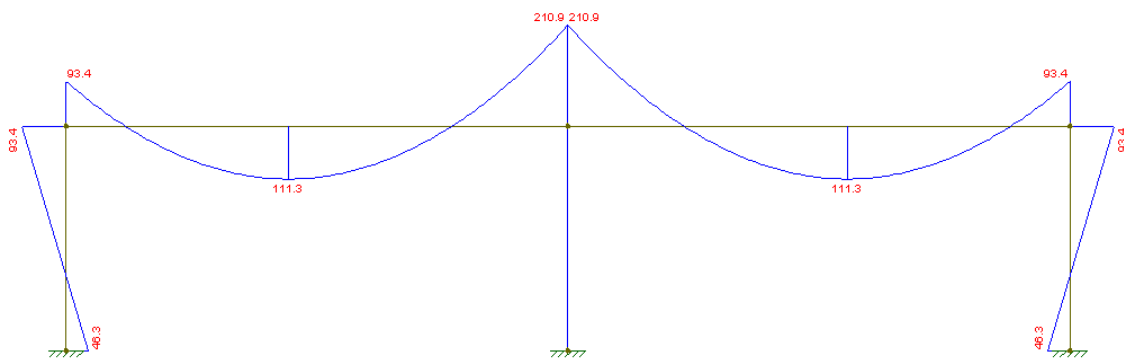
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 120 – Momentos do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 121 – Momentos do Pórtico 5 (h=30 cm)



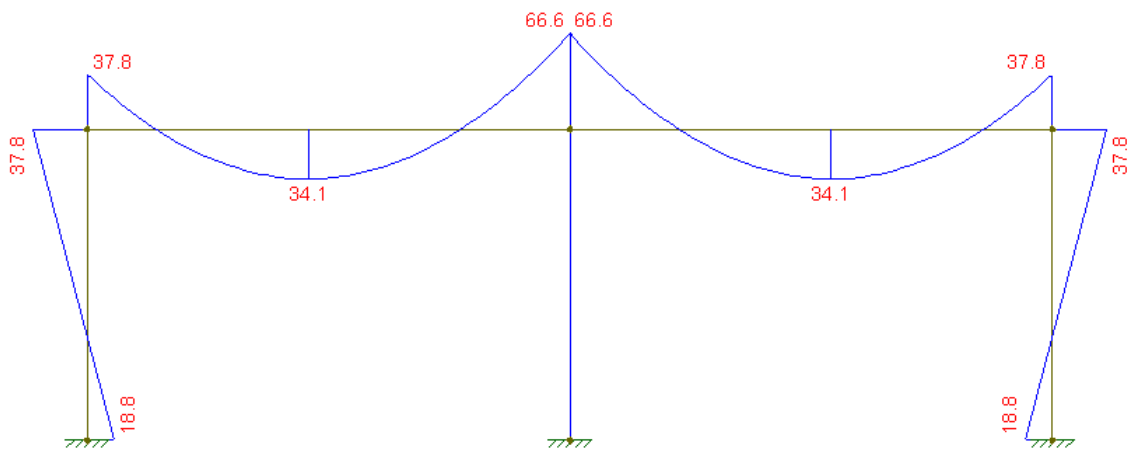
(fonte: AUTOR, 2018)

4.3.4 Momentos Transferidos Aos Pilares Conforme A Eurocode 2 (2010)

Semelhante ao método brasileiro, também se obteve os valores dos momentos nos pilares conforme a norma europeia, utilizando seus coeficientes de majoração das cargas o que resultou nos valores mostrados abaixo para cada pórtico equivalente.

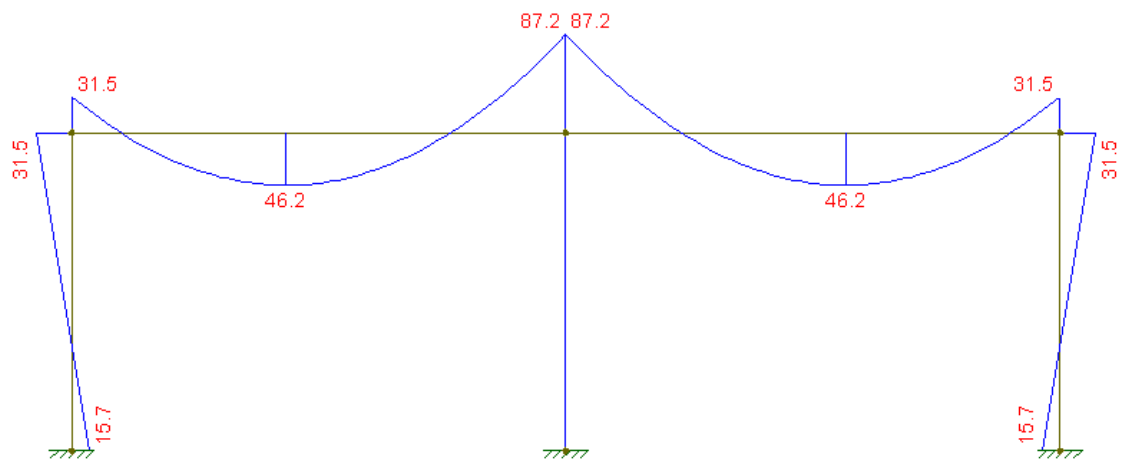
- Pórticos 1 e 3

Figura 122 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=15 cm)



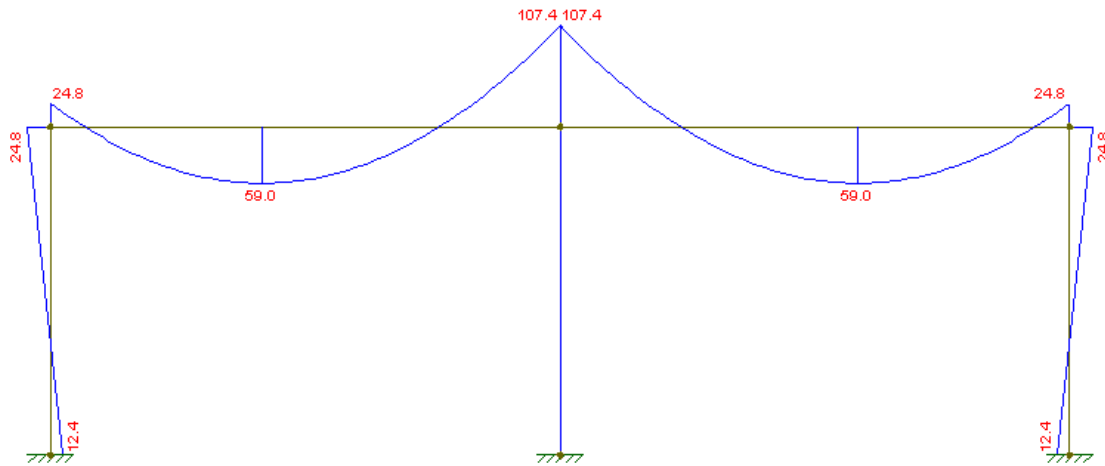
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 123 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=20 cm)



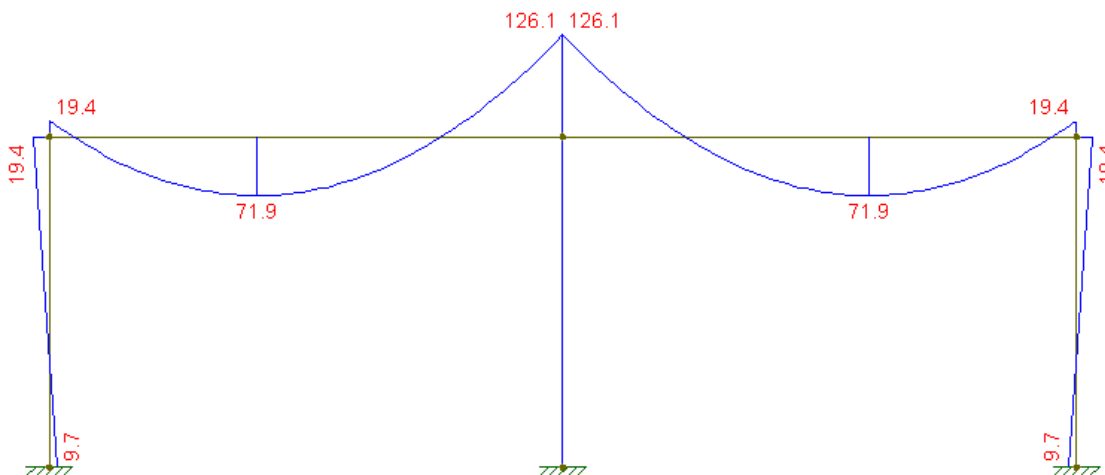
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 124 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

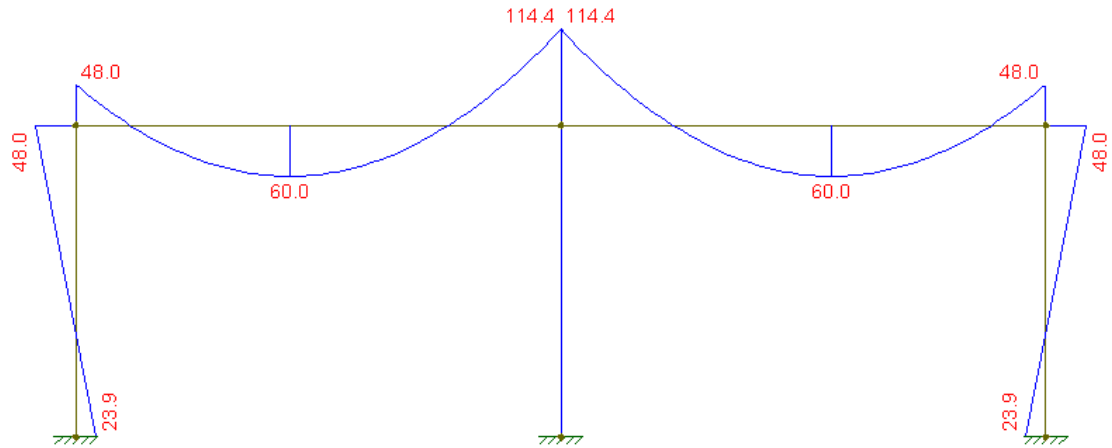
Figura 125 – Momentos dos Pórticos 1 e 3 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

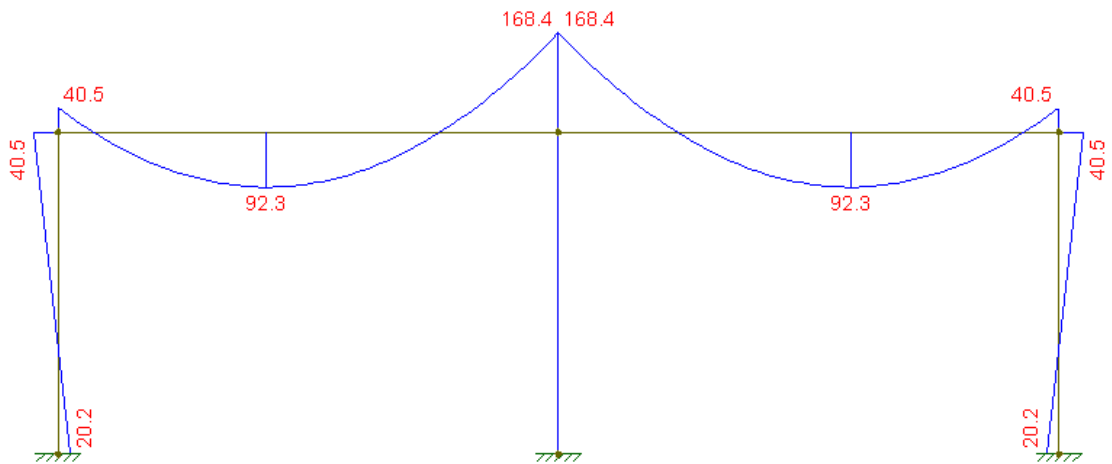
- Pórtico 2

Figura 126 – Momentos do Pórtico 2 (h=15 cm)



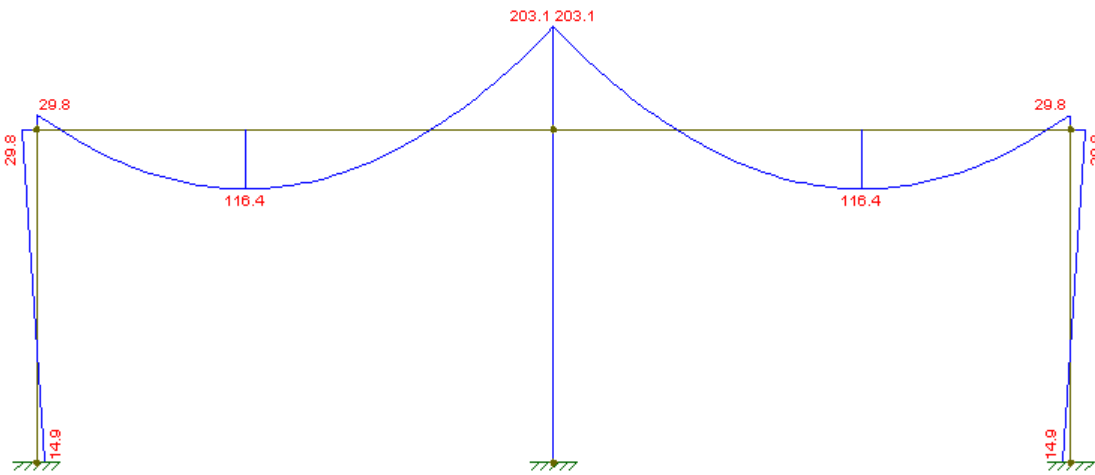
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 127 – Momentos do Pórtico 2 (h=20 cm)



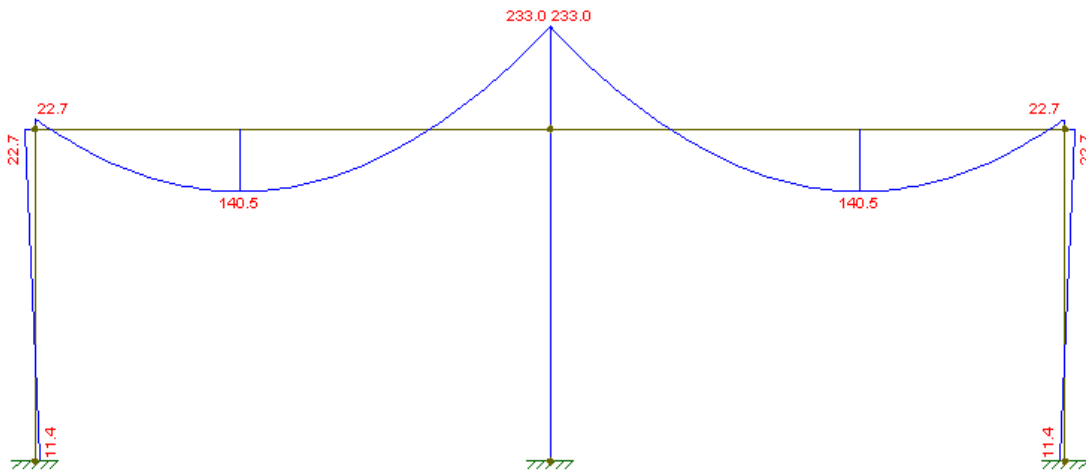
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 128 – Momentos do Pórtico 2 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

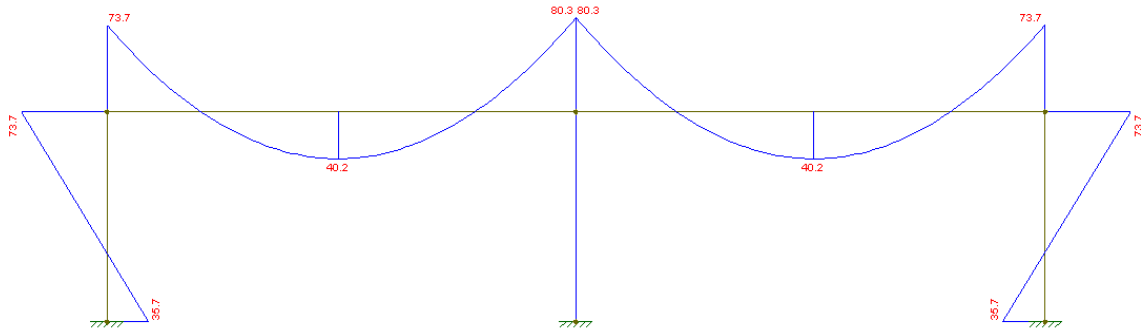
Figura 129 – Momentos do Pórtico 2 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

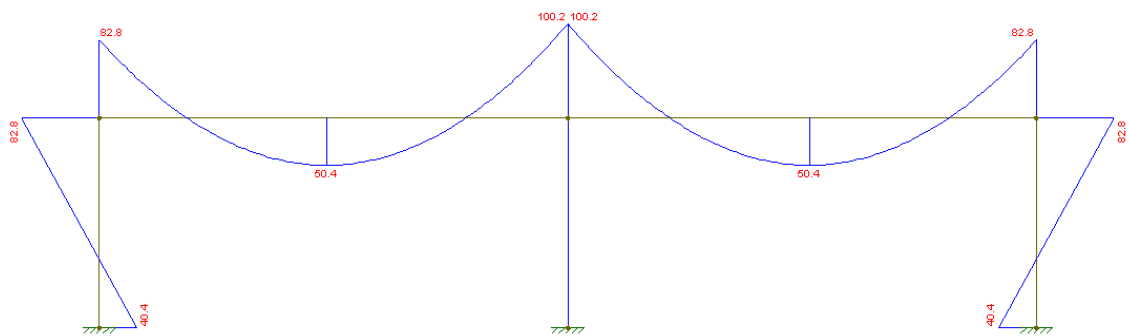
- Pórticos 4 e 6

Figura 130 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=15 cm)



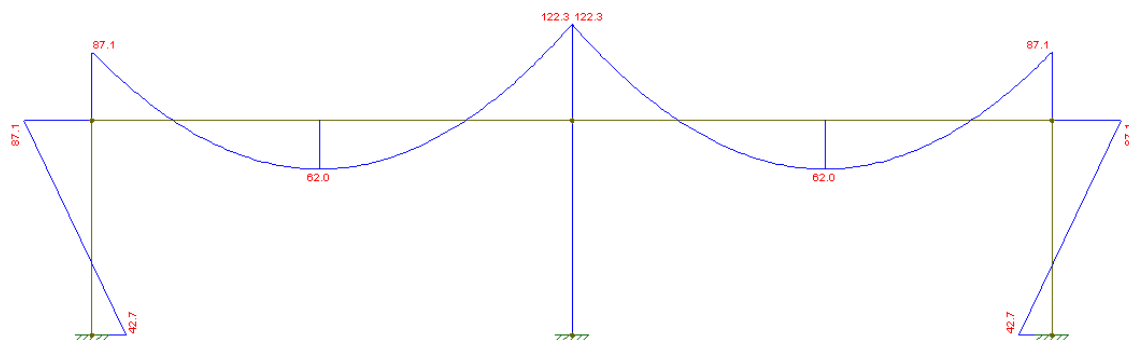
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 131 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=20 cm)



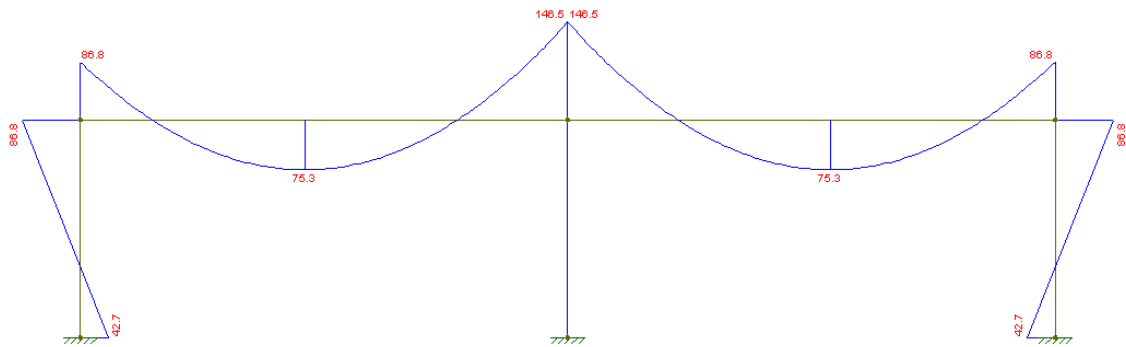
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 132 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

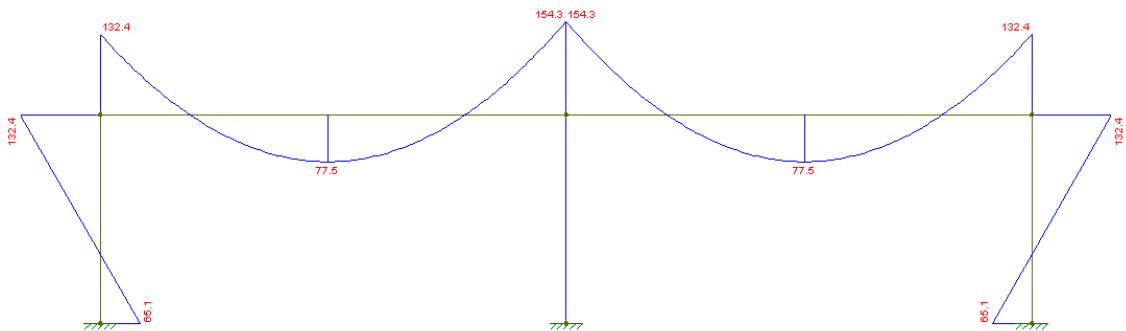
Figura 133 – Momentos dos Pórticos 4 e 6 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

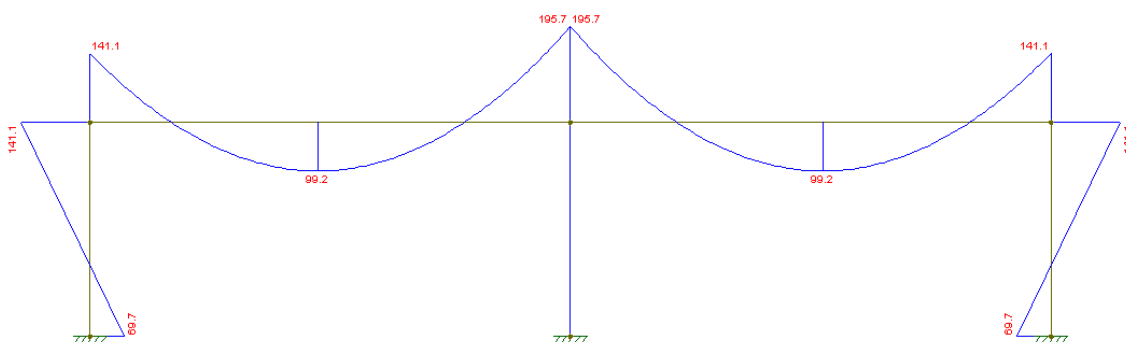
- Pórtico 5

Figura 134 – Momentos do Pórtico 5 (h=15 cm)



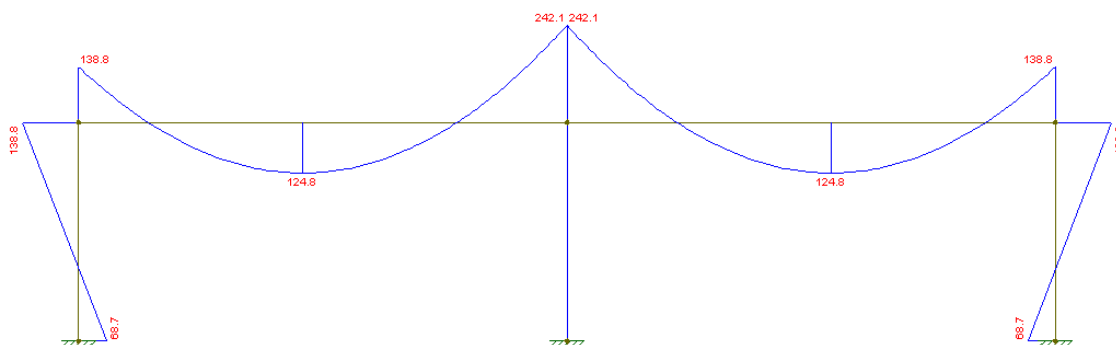
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 135 – Momentos do Pórtico 5 (h=20 cm)



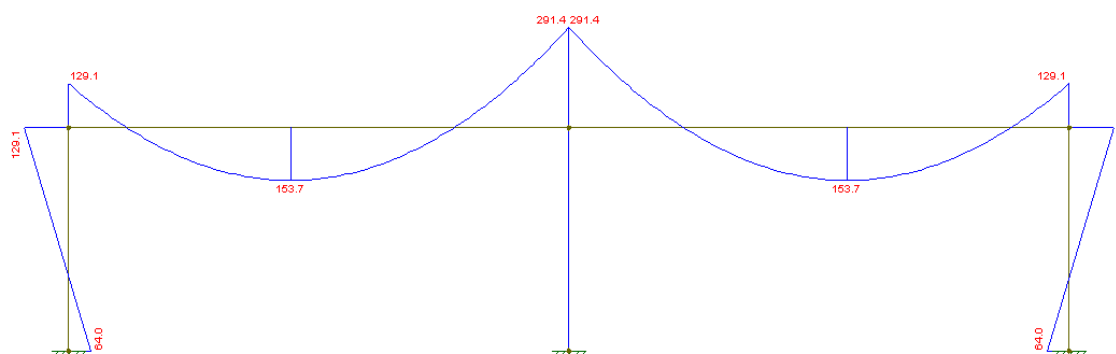
(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 136 – Momentos do Pórtico 5 (h=25 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

Figura 137 – Momentos do Pórtico 5 (h=30 cm)



(fonte: AUTOR, 2018)

4.4 DADOS PARA VERIFICAÇÃO

Após o estudo de todos os pórticos foi escolhido três pilares, um intermediário, um de borda e um de canto, sendo eles os mais críticos conforme seus valores de reação e momentos. A seguir estão algumas informações que são necessárias para o dimensionamento.

4.4.1 Altura Útil

Adotando a edificação localizada em um ambiente urbano, considerando a classe de agressividade ambiental II, de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014), o valor para o cobrimento considerando a tolerância indicada pela norma será de 2,5 cm. Portanto temos as seguintes alturas úteis:

$$d_x = h_{laje} - c - 0,5 * \left(\frac{\phi_l}{2}\right)$$

$$d_y = h_{laje} - c - 1,5 * \left(\frac{\phi_1}{2}\right)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

Onde:

h_{laje} é a altura da laje em estudo

c é o cobrimento adotado

ϕ_1 é o diâmetro da barra de aço adotada na armadura da laje na região do pilar

Considerando os valores de 15cm, 20cm, 25cm e 30cm, a altura útil será variável, conforme mostra a Quadro 7.

Quadro 7 – Alturas Úteis das lajes

| h_{laje} (cm) | c (cm) | Φ_1 (cm) | dx (cm) | dy (cm) | d (cm) |
|-----------------|----------|---------------|-----------|-----------|----------|
| 15 | 2,5 | 1,25 | 11,875 | 10,625 | 11,25 |
| 20 | 2,5 | 1,25 | 16,875 | 15,625 | 16,25 |
| 25 | 2,5 | 1,25 | 21,875 | 20,625 | 21,25 |
| 30 | 2,5 | 1,25 | 26,875 | 25,625 | 26,25 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.4.2 Armadura Negativa

A partir dos momentos fletores calculados pela ferramenta FTOOL, e mostrados nas seções 4.3.3 e 4.3.4, foi escolhida uma armadura suficiente para o momento negativo. Como os coeficientes para combinações são diferentes entre a ABNT NBR 6118 (2014) e a EUROCODE 2 (2010), as armaduras encontradas consequentemente também se diferem, como indicados nas Quadro 8 e Quadro 9.

Quadro 8 – Armaduras de flexão nas Lajes Conforme ABNT NBR 6118 (2014)

| Altura da laje (cm) | Pilar | Armação | M_k | Disposição |
|---------------------|----------------|------------------|---------|---------------------|
| | | | kN.cm/m | |
| 15 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 4767 | ϕ 12,5 c/ 8,0 |
| | | Distribuição (X) | 5536 | ϕ 12,5 c/ 6,5 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 4087 | ϕ 12,5 c/ 9,5 |
| | | Distribuição (X) | 2545 | ϕ 12,5 c/ 16,0 |

| | | | | |
|----------------|------------------|------------------|---------------------|---------------------|
| | PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 5720 | ϕ 12,5 c/ 6,0 |
| | | Distribuição (X) | 1929 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| 20 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 6084 | ϕ 12,5 c/ 9,5 |
| | | Distribuição (X) | 7213 | ϕ 12,5 c/ 7,5 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 4386 | ϕ 12,5 c/ 13,5 |
| | | Distribuição (X) | 3354 | ϕ 12,5 c/ 18,0 |
| PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 4853 | ϕ 12,5 c/ 12,0 | |
| | Distribuição (X) | 1211 | ϕ 12,5 c/ 20,0 | |
| 25 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 7579 | ϕ 12,5 c/ 10,0 |
| | | Distribuição (X) | 6243 | ϕ 12,5 c/ 12,5 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 4342 | ϕ 12,5 c/ 18,5 |
| | | Distribuição (X) | 4152 | ϕ 12,5 c/ 19,0 |
| PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 5122 | ϕ 12,5 c/ 15,5 | |
| | Distribuição (X) | 959 | ϕ 12,5 c/ 20,0 | |
| 30 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 9130 | ϕ 12,5 c/ 10,5 |
| | | Distribuição (X) | 7189 | ϕ 12,5 c/ 13,5 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 4044 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | | Distribuição (X) | 4886 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 5122 | ϕ 12,5 c/ 19,0 |
| | | Distribuição (X) | 750 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 9 – Armaduras de flexão nas Lajes Conforme EUROCODE (2010)

| Altura da laje (cm) | Pilar | Armação | M_k | Disposição |
|---------------------|------------------|------------------|---------------------|---------------------|
| | | | kN.cm/m | |
| 15 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 3822 | ϕ 12,5 c/ 10,0 |
| | | Distribuição (X) | 4435 | ϕ 12,5 c/ 8,5 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 3276 | ϕ 12,5 c/ 12,0 |
| | | Distribuição (X) | 2039 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 3435 | ϕ 12,5 c/ 11,5 | |
| | Distribuição (X) | 1157 | ϕ 12,5 c/ 20,0 | |
| 20 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 4841 | ϕ 12,5 c/ 12,0 |
| | | Distribuição (X) | 5741 | ϕ 12,5 c/ 10,0 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 3491 | ϕ 12,5 c/ 17,5 |
| | | Distribuição (X) | 2669 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | | Principal (Y) | 3859 | ϕ 12,5 c/ 15,5 |

| | | | | |
|----|----------------|------------------|------|---------------------|
| | PILAR DE CANTO | Distribuição (X) | 964 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| 25 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 5992 | ϕ 12,5 c/ 13,0 |
| | | Distribuição (X) | 6924 | ϕ 12,5 c/ 11,0 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 3434 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | | Distribuição (X) | 3288 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 4059 | ϕ 12,5 c/ 19,5 |
| | | Distribuição (X) | 759 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| 30 | PILAR INTERNO | Principal (Y) | 7208 | ϕ 12,5 c/ 13,5 |
| | | Distribuição (X) | 7943 | ϕ 12,5 c/ 12,0 |
| | PILAR DE BORDA | Principal (Y) | 3194 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | | Distribuição (X) | 3860 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | PILAR DE CANTO | Principal (Y) | 4045 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |
| | | Distribuição (X) | 594 | ϕ 12,5 c/ 20,0 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Foi adotado a mesma distribuição para os dois lados, sendo escolhida a mais crítica das duas. Cada pilar terá a seguinte armadura de flexão negativa:

Quadro 10 – Armaduras da Laje na Região do Pilar Segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| PILAR | h_{laje} (cm) | DISTRIBUIÇÃO |
|-------|-----------------|---------------------|
| P1 | 15 | Φ 12,5 c/ 6,0 |
| P2 | 15 | Φ 12,5 c/ 9,5 |
| P5 | 15 | Φ 12,5 c/ 6,5 |
| P1 | 20 | Φ 12,5 c/ 12 |
| P2 | 20 | Φ 12,5 c/ 13,5 |
| P5 | 20 | Φ 12,5 c/ 7,5 |
| P1 | 25 | Φ 12,5 c/ 15,5 |
| P2 | 25 | Φ 12,5 c/ 18,5 |
| P5 | 25 | Φ 12,5 c/ 10 |
| P1 | 30 | Φ 12,5 c/ 19 |
| P2 | 30 | Φ 12,5 c/ 20 |
| P5 | 30 | Φ 12,5 c/ 10,5 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 11 – Armaduras da Laje na Região do Pilar Segundo EUROCODE 2 (2010)

| PILAR | h_{laje} (cm) | DISTRIBUIÇÃO |
|-------|-----------------|---------------------|
| P1 | 15 | $\Phi 12,5$ c/ 8,5 |
| P2 | 15 | $\Phi 12,5$ c/ 12 |
| P5 | 15 | $\Phi 12,5$ c/ 10 |
| P1 | 20 | $\Phi 12,5$ c/ 15,5 |
| P2 | 20 | $\Phi 12,5$ c/ 17,5 |
| P5 | 20 | $\Phi 12,5$ c/ 10 |
| P1 | 25 | $\Phi 12,5$ c/ 19,5 |
| P2 | 25 | $\Phi 12,5$ c/ 20 |
| P5 | 25 | $\Phi 12,5$ c/ 11 |
| P1 | 30 | $\Phi 12,5$ c/ 20 |
| P2 | 30 | $\Phi 12,5$ c/ 20 |
| P5 | 30 | $\Phi 12,5$ c/ 12 |

(fonte: AUTOR, 2018)

De acordo com a armadura de distribuição da laje, cada pilar terá uma taxa de armadura, que será utilizada no dimensionamento, e influenciará na resistência da ligação laje-pilar, considerando uma distância de $3d$ da face do pilar. Sendo calculada da seguinte maneira:

- Área para pilares internos:

$$l_x = C1 + 2 * (3 * d)$$

$$l_x = C2 + 2 * (3 * d)$$

- Área para pilares de borda:

$$l_x = C1 + 2 * (3 * d)$$

$$l_x = C2 + (3 * d)$$

- Área para pilares de canto:

$$l_x = C1 + (3 * d)$$

$$l_x = C2 + (3 * d)$$

Onde:

C1 é a dimensão do pilar paralela a borda livre

C2 é a dimensão do pilar perpendicular a borda livre

d é a altura útil da laje

- Quantidade de barras:

$$q_x = \frac{l_x}{s}$$

$$q_y = \frac{l_y}{s}$$

Onde:

s é o espaçamento da armadura da laje

- Taxa de armadura:

$$\rho_x = \frac{q * (\pi * \phi_l^2)}{d * l_x}$$

$$\rho_y = \frac{q * (\pi * \phi_l^2)}{d * l_y}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x * \rho_y}$$

Resultando nos seguintes valores:

Quadro 12 – Taxa de armadura da região de ligação laje-pilar Segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| PILAR | h _{laje} (cm) | l _x (cm) | l _y (cm) | d (cm) | s (cm) | ρ _x | ρ _y | ρ |
|-------|------------------------|---------------------|---------------------|--------|--------|----------------|----------------|-------|
| P1 | 15 | 75 | 105 | 11,25 | 6 | 0,018 | 0,018 | 0,018 |
| P2 | 15 | 120 | 105 | 11,25 | 9,5 | 0,011 | 0,011 | 0,011 |
| P5 | 15 | 120 | 150 | 11,25 | 6,5 | 0,017 | 0,017 | 0,017 |
| P1 | 20 | 90 | 120 | 16,25 | 12 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| P2 | 20 | 150 | 120 | 16,25 | 13,5 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| P5 | 20 | 150 | 180 | 16,25 | 7,5 | 0,010 | 0,010 | 0,010 |
| P1 | 25 | 105 | 135 | 21,25 | 15,5 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |
| P2 | 25 | 180 | 135 | 21,25 | 18,5 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| P5 | 25 | 180 | 210 | 21,25 | 10 | 0,006 | 0,006 | 0,006 |
| P1 | 30 | 120 | 150 | 26,25 | 19 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| P2 | 30 | 210 | 150 | 26,25 | 20 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| P5 | 30 | 210 | 240 | 26,25 | 10,5 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 13 – Taxa de armadura da região de ligação laje-pilar Segundo EUROCODE 2 (2010)

| PILAR | h _{laje} (cm) | l _x (cm) | l _y (cm) | d (cm) | s (cm) | ρ _x | ρ _y | ρ |
|-------|------------------------|---------------------|---------------------|--------|--------|----------------|----------------|-------|
| P1 | 15 | 75 | 105 | 11,25 | 8,5 | 0,013 | 0,013 | 0,013 |
| P2 | 15 | 120 | 105 | 11,25 | 12 | 0,009 | 0,009 | 0,009 |
| P5 | 15 | 120 | 150 | 11,25 | 10 | 0,011 | 0,011 | 0,011 |

| | | | | | | | | |
|----|----|-----|-----|-------|------|-------|-------|-------|
| P1 | 20 | 90 | 120 | 16,25 | 15,5 | 0,005 | 0,005 | 0,005 |
| P2 | 20 | 150 | 120 | 16,25 | 17,5 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |
| P5 | 20 | 150 | 180 | 16,25 | 10 | 0,008 | 0,008 | 0,008 |
| P1 | 25 | 105 | 135 | 21,25 | 19,5 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| P2 | 25 | 180 | 135 | 21,25 | 20 | 0,003 | 0,003 | 0,003 |
| P5 | 25 | 180 | 210 | 21,25 | 11 | 0,005 | 0,005 | 0,005 |
| P1 | 30 | 120 | 150 | 26,25 | 20 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| P2 | 30 | 210 | 150 | 26,25 | 20 | 0,002 | 0,002 | 0,002 |
| P5 | 30 | 210 | 240 | 26,25 | 12 | 0,004 | 0,004 | 0,004 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.5 VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO CONFORME ABNT NBR 6118 (2014)

A partir dos dados obtidos pelo método dos pórticos equivalentes, a verificação à punção pode ser realizada para os pilares em questão, P5 (intermediário), P2 (borda) e P1 (canto) segundo a ABNT NBR 6118 (2014).

4.5.1 Pilar Intermediário

O único pilar intermediário da estrutura modelo, P5, será analisado conforme o dimensionamento à punção, e serão adotados os valores de esforços levantados e características do pilar, conforme a espessura da laje adotada, os quais estão mostrados na Quadro 14.

Quadro 14 – Esforços no Pilar 5 de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|------------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|
| 15 | 302,96 | 11561 | 9744 |
| 20 | 384,72 | 14753 | 12695 |
| 25 | 408,24 | 18380 | 10988 |
| 30 | 482,44 | 22140 | 12653 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para a verificação do P5, é necessária nos contornos C, C' e se for necessário armadura, também deve ser verificada o contorno C''.

4.5.1.1 Primeira Verificação

O perímetro C não considera os efeitos de momento, e é dado da seguinte forma, independente da altura da laje:

$$u_0 = 2 * (C1 + C2)$$

$$u_0 = 2 * (60 + 30)$$

$$u_0 = 180 \text{ cm}$$

E a tensão solicitante na face do pilar será:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d}$$

Quadro 15 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | F_{sd} (kN) | u_o (cm) | d (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|----------------------------|---------------------------|---------------|---|-----------------------------|
| 15 | 302,96 | 180 | 11,25 | 0,149 | 1,496 |
| 20 | 384,72 | 180 | 16,25 | 0,131 | 1,315 |
| 25 | 408,24 | 180 | 21,25 | 0,106 | 1,067 |
| 30 | 482,44 | 180 | 26,25 | 0,102 | 1,021 |

(fonte: AUTOR, 2018)

A tensão resistente de compressão diagonal, independe da geometria da laje, sendo apenas dependente da resistência do concreto adotado, que no caso será C25, ou seja 25 MPa.

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot \frac{25}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 4,339 \text{ MPa}$$

Comparando os resultados, temos:

Quadro 16 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd2} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,496 | 4,339 | Verifica! |
| 20 | 1,315 | 4,339 | Verifica! |
| 25 | 1,067 | 4,339 | Verifica! |
| 30 | 1,021 | 4,339 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, não ocorre a ruptura por compressão da diagonal do concreto na superfície crítica C.

4.5.1.2 Segunda Verificação

Contorno C':

$$u_1 = 2 * (C1 + C2) + 2 * \pi * 2 * d$$

Quadro 17 – Perímetro do Contorno C'

| h_{laje} (cm) | u₁ (cm) |
|------------------------------|---------------------------|
| 15 | 462,74 |
| 20 | 588,41 |
| 25 | 714,07 |
| 30 | 839,73 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C':

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K1 \cdot M_{ds,1}}{Wp1 \cdot d} + \frac{K2 \cdot M_{ds,2}}{Wp2 \cdot d}$$

Quadro 18 – Coeficiente K segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| C1/C2 | K1 | C2/2.C1 | K2 |
|--------------|-----------|----------------|-----------|
| 2,00 | 0,70 | 0,25 | 0,45 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 19 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | u_o (cm) | Msd,1 (kN.cm) | Msd,2 (kN.cm) | Wp1 (cm²) | Wp2 (cm²) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|----------------------------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---|---------------------------------|
| 15 | 462,74 | 11561 | 9744 | 11216,15 | 9095,58 | 0,165 | 1,651 |
| 20 | 588,41 | 14753 | 12695 | 15901,11 | 13438,05 | 0,106 | 1,064 |
| 25 | 714,07 | 18380 | 10988 | 21386,06 | 18580,53 | 0,067 | 0,677 |
| 30 | 839,73 | 22140 | 12653 | 27671,02 | 24523,01 | 0,052 | 0,521 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C':

A taxa de armadura influência na resistência dessa segunda verificação, como seus valores são alterados conforme a altura útil, temos as tensões resistente do contorno C' mostrados na tabela abaixo.

$$\tau_{Rd1} = 0,13 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}}$$

Quadro 20 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | ρ | f_{ck} (kN/cm²) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|----------|---|------------------------------|--|
| 15 | 0,017 | 25 | 1,054 | 0,105 |
| 20 | 0,010 | 25 | 0,804 | 0,080 |
| 25 | 0,006 | 25 | 0,624 | 0,062 |
| 30 | 0,004 | 25 | 0,544 | 0,054 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Comparando os valores, temos:

Quadro 21 – Verificação do Contorno C' Segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,651 | 1,054 | Não Verifica! |
| 20 | 1,064 | 0,804 | Não Verifica! |
| 25 | 0,677 | 0,624 | Não Verifica! |
| 30 | 0,521 | 0,544 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

As lajes com 15 cm, 20cm e 25cm de espessura não foram verificadas conforme o Contorno C', portanto devem ser dimensionadas uma armadura de punção, e verificar o Contorno C''.

Quadro 22 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |
| 20 | 16,25 | 8,13 | 8,00 | 12,19 | 12,00 |
| 25 | 21,25 | 10,63 | 10,00 | 15,94 | 15,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

sd é o espaçamento entre a face do pilar e a primeira linha de conectores e deve ser menor que 0,5d.

sr é o espaçamento entre as linhas de conectores (armadura transversal), que deve ser menor que 0,75d.

Armadura necessária:

$$A_{sw} = \left[\tau_{sd} - 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * fck)^{\frac{1}{3}} \right] * \frac{sr \cdot u}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

Onde:

f_{ywd} é a resistência dos conectores tipo pina, que devem ser limitados a 300MPa, conforme indicações da norma, para lajes de 15cm.

Quadro 23 – Armadura à punção de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) | Nº de linhas |
|------------------------------|---------------|--|--|---------------------|
| 15 | 11,25 | 6,92 | 7,04 | 4 |
| 20 | 16,25 | 6,99 | 7,04 | 4 |
| 25 | 21,25 | 4,70 | 5,03 | 4 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Após escolha de uma armadura, deve ser verificado o último contorno, afastado 2d da ultima linha de conectores:

Contorno C'':

$$u_2 = 2 \cdot (30 + 60) + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot d + \pi \cdot p$$

Quadro 24 – Perímetro do Contorno C''

| h_{laje} (cm) | p (cm) | u₂ (cm) |
|------------------------------|---------------|---------------------------|
| 15 | 21 | 594,69 |
| 20 | 32 | 789,47 |
| 25 | 40 | 965,40 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C'':

$$\tau_{Rd1} = 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * fck)^{\frac{1}{3}} + 1,5 * \frac{A_{sw} * u * \text{sen}(\alpha)}{sr * u}$$

Quadro 25 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' com Armadura de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|--------------------------------------|--|
| 15 | 1,667 | 0,167 |
| 20 | 1,067 | 0,107 |
| 25 | 0,691 | 0,069 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Fazendo a verificação da Tensão resistente do Contorno C'' e a tensão solicitante do Contorno C', conforme indicado pela norma, temos:

Quadro 26 – Verificação do Contorno C'' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,651 | 1,667 | Verifica! |
| 20 | 1,064 | 1,067 | Verifica! |
| 25 | 0,677 | 0,691 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificando-se as tensões temos que a ligação da laje com os pilares intermediários, em todas as situações de espessura de laje, conclui o dimensionamento destes em relação ao esforço de punção.

4.5.2 Pilar De Borda

De maneira semelhante ao pilar intermediário, se faz o dimensionamento para o pilar de borda, que tem os seguintes esforços obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes:

Quadro 27 – Esforços no Pilar 2 de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|-----------------|----------|---------------|---------------|
| 15 | 127,96 | 9912 | 4988 |
| 20 | 151,48 | 10637 | 6573 |
| 25 | 173,04 | 10530 | 8138 |
| 30 | 192,22 | 9807 | 9576 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.5.2.1 Primeira Verificação

Contorno C:

Utilizando o perímetro de controle reduzido recomendado pela norma, temos:

$$a \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C2 \end{cases}$$

Quadro 28 – Fatores para perímetro crítico reduzido

| h_{laje} (cm) | d (cm) | 1,5.d (cm) | 0,5.C1 (cm) | a (cm) |
|-----------------|--------|------------|-------------|--------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 16,88 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 24,38 |
| 25 | 21,25 | 31,88 | 30 | 30 |
| 30 | 26,25 | 49,38 | 30 | 30 |

(fonte: AUTOR, 2018)

$$u_0^* = 2 \cdot a + C1$$

Quadro 29 – Perímetro crítico reduzido

| h_{laje} (cm) | d (cm) | a (cm) | C2 (cm) | u*_o (cm) |
|------------------------------|---------------|---------------|----------------|----------------------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 63,75 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 78,75 |
| 25 | 21,25 | 30 | 30 | 90 |
| 30 | 26,25 | 30 | 30 | 90 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão Solicitante no Contorno C:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d}$$

Quadro 30 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | d (cm) | u*_o (cm) | τsd (kN/cm²) | τsd (MPa) |
|------------------------------|-----------------|---------------|----------------------------|--------------------------------|------------------|
| 15 | 127,96 | 11,25 | 63,75 | 0,178 | 1,784 |
| 20 | 151,48 | 16,25 | 78,75 | 0,118 | 1,184 |
| 25 | 173,04 | 21,25 | 90 | 0,090 | 0,905 |
| 30 | 192,22 | 26,25 | 90 | 0,081 | 0,814 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C':

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot \frac{25}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 4,339 \text{ MPa}$$

Verificação:

Quadro 31 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τsd (MPa) | τrd2 (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|------------------|-------------------|-----------------|
| 15 | 1,784 | 4,339 | Verifica! |
| 20 | 1,184 | 4,339 | Verifica! |
| 25 | 0,905 | 4,339 | Verifica! |
| 30 | 0,814 | 4,339 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, não ocorre a ruptura por compressão da diagonal do concreto na superfície crítica C.

4.5.2.2 Segunda Verificação

Contorno C':

$$u_1^* = 2 \cdot a + C2 + \pi \cdot 2 \cdot d$$

Quadro 32 – Perímetro reduzido do Contorno C'

| h_{laje} (cm) | d (cm) | a (cm) | C2 (cm) | u*₁ (cm) |
|------------------------------|---------------|---------------|----------------|----------------------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 205,12 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 282,95 |
| 25 | 21,25 | 30 | 30 | 357,04 |
| 30 | 26,25 | 30 | 30 | 419,87 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C':

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

Quadro 33 – Coeficiente K segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| C1/C2 | K1 | C2/2.C1 | K2 |
|--------------|-----------|----------------|-----------|
| 2,00 | 0,70 | 0,25 | 0,45 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Módulo de resistência plástica:

Esse fator, depende da relação entre a excentricidade e a geometria do pilar, conforme a equação:

Se $e_{c'} \leq C1$

$$W_{p1} = 2 \cdot e_{c'}^2$$

$$\text{Se } C1 \leq e_{c'} \leq C1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$$

$$W_{P1} = 2 \cdot C1 \cdot \left(e_c - \frac{C1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(C1 + \frac{4 \cdot d}{\pi} - e_{c'} \right) + C2 \cdot (C1 + 2 \cdot d - e_{c'})$$

$$\text{Se } e_{c'} > C1 + 4 \cdot \frac{d}{\pi}$$

$$W_{P1} = 2 \cdot C1 \cdot \left(e_c - \frac{C1}{2} \right) + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot \left(e_{c'} - C1 - \frac{4 \cdot d}{\pi} \right) + C2 \cdot (C1 + 2 \cdot d - e_{c'})$$

$$W_{P2} = \frac{C2^2}{4} + C1 \cdot C2 + 4 \cdot C1 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C2$$

Quadro 34 – Fatores para cálculo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | u*₁ (cm) | Msd,1 (kN.cm) | Msd,2 (kN.cm) | Wp1 (cm²) | Wp2 (cm²) |
|----------------------------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 15 | 205,12 | 9912 | 4988 | 5008,70 | 6797,79 |
| 20 | 282,95 | 10637 | 6573 | 6185,02 | 9569,03 |
| 25 | 357,04 | 10530 | 8138 | 8428,02 | 12740,27 |
| 30 | 419,87 | 9807 | 9576 | 10071,84 | 16311,50 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Excentricidade:

$$e^* = \frac{C1 \cdot a - a^2 + \frac{C1 \cdot C2}{2} + 2 \cdot C2 \cdot d + 8 \cdot d^2 + \pi \cdot d \cdot C1}{2 \cdot a + C2 + 2 \cdot \pi \cdot d}$$

$$e_{c'} = \frac{C1 \cdot a - a^2 + C1 \cdot C2 + 2 \cdot C2 \cdot d + 2 \cdot \pi \cdot d \cdot C1 + 8 \cdot d^2}{2 \cdot C1 + C2 + 2 \cdot \pi \cdot d}$$

Momento resultante da excentricidade:

$$M_{Sd} = (M_{Sd1} - M_{Sd}^*) \geq 0$$

$$M_{sd}^* = F_{sd} \cdot e^*$$

Quadro 35 – Excentricidade para pilares de borda

| h_{laje} (cm) | e* (cm) | Msd* (kN.cm) | Msd (kN.cm) | ec* (cm) |
|------------------------------|----------------|---------------------|--------------------|-----------------|
| 15 | 40,43 | 5173,96 | 4738,04 | 50,04 |
| 20 | 43,79 | 6632,82 | 4004,18 | 55,61 |
| 25 | 47,84 | 8278,19 | 2251,81 | 61,37 |
| 30 | 54,27 | 10431,98 | 0 | 68,22 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Com isso, a tensão solicitante será:

Quadro 36 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|---|-----------------------------|
| 15 | 0,144 | 1,437 |
| 20 | 0,080 | 0,799 |
| 25 | 0,045 | 0,451 |
| 30 | 0,028 | 0,275 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C':

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

Quadro 37 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | ρ | f_{ck} (kN/cm²) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|----------|---|------------------------------|--|
| 15 | 0,011 | 25 | 0,970 | 0,097 |
| 20 | 0,004 | 25 | 0,580 | 0,058 |
| 25 | 0,003 | 25 | 0,495 | 0,049 |
| 30 | 0,002 | 25 | 0,439 | 0,044 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Quadro 38 – Verificação do Contorno C' Segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | Condição |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,437 | 0,913 | Não verifica! |
| 20 | 0,799 | 0,580 | Não verifica! |
| 25 | 0,451 | 0,495 | Verifica! |
| 30 | 0,275 | 0,439 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

O pilar de borda com lajes de 15 cm e 20 cm não passam na verificação, portanto necessita de armadura de punção.

Quadro 39 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |
| 20 | 16,25 | 8,13 | 8,00 | 12,19 | 12,00 |
| 25 | 21,25 | 10,63 | 10,00 | 15,94 | 15,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Armadura necessária:

$$A_{sw} = \left[\tau_{sd} - 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * f_{ck})^{\frac{1}{3}} \right] \cdot \frac{sr \cdot u}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

Onde:

f_{ywd} é a resistência dos conectores tipo pina, que devem ser limitados a 300 MPa, conforme indicações da norma, para lajes de 15 cm. Para lajes de 35 cm ou mais, o valor é limitado a 450 MPa, já para outros valores intermediário ele deve ser interpolado. Nesses casos teremos, para 20 cm será 225 MPa, para 25 cm será 300 MPa e por fim, para 30 cm será 300 MPa.

Quadro 40 – Armadura à punção de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) | Nº de linhas |
|------------------------------|---------------|--|--|---------------------|
| 15 | 11,25 | 2,52 | 3,52 | 4 |
| 20 | 16,25 | 2,66 | 3,52 | 4 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Contorno C'':

$$u_2^* = 2 \cdot a + C2 + \pi \cdot 2d + \pi \cdot p$$

Quadro 41 – Perímetro do Contorno C''

| h_{laje} (cm) | p (cm) | u*₁ (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------------------|
| 15 | 21 | 205,12 |
| 20 | 32 | 282,95 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C'':

$$\tau_{Rd1} = 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * fck)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot u \cdot \text{sen}(\alpha)}{sr \cdot u}$$

Quadro 42 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' com Armadura de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|--------------------------------------|--|
| 15 | 1,668 | 0,167 |
| 20 | 0,912 | 0,091 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Fazendo a verificação da Tensão resistente do Contorno C'' e a tensão solicitante do Contorno C':

Quadro 43 – Verificação do Contorno C'' de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,668 | 1,459 | Verifica! |
| 20 | 0,912 | 0,804 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, a armadura dimensionada é suficiente para suportar os esforços solicitantes.

4.5.3 Pilar De Canto

O dimensionamento para pilares de canto é feito em duas etapas, alterando os valores de C1 e C2, primeiramente será considerado C1= 30 cm e C2= 60 cm, após inverterá os valores e passará

a ser considerado $C1= 60$ cm e $C2= 30$ cm. Os esforços obtidos pelo Método dos Pórticos equivalentes para dimensionamento do pilar de canto estão dispostos na Quadro 44:

$C1 = 30$ cm

Quadro 44 – Esforços no Pilar 1 com $C1=30$ de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|-----------------|----------|---------------|---------------|
| 15 | 68,74 | 5523 | 2835 |
| 20 | 82,18 | 6248 | 2373 |
| 25 | 94,64 | 6594 | 1880 |
| 30 | 106,12 | 6594 | 1470 |

(fonte: AUTOR, 2018)

$C2 = 60$ cm

Quadro 45 – Esforços no Pilar 1 com $C1=60$ de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|-----------------|----------|---------------|---------------|
| 15 | 68,74 | 2835 | 5523 |
| 20 | 82,18 | 2373 | 6248 |
| 25 | 94,64 | 1880 | 6594 |
| 30 | 106,12 | 1470 | 6594 |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.5.3.1 Primeira Verificação

Contorno C reduzido:

$$a1 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C2 \end{cases}$$

$$a2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C1 \end{cases}$$

$$u_0^* = a1 + a2$$

Quadro 46 – Perímetro crítico reduzido para pilar de canto

| h_{laje} (cm) | a1 (cm) | a2 (cm) | u_0^* (cm) |
|-----------------|---------|---------|--------------|
| 15 | 16,875 | 15 | 31,875 |
| 20 | 15 | 24,375 | 39,375 |
| 25 | 15 | 30 | 45 |
| 30 | 15 | 30 | 45 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante no Contorno C:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d}$$

Para esse contorno o valor é o mesmo utilizando tanto $C1 = 30$ cm como $C1 = 60$ cm:

Quadro 47 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | F_{sd} (kN) | d (cm) | u*_o (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|----------------------------|---------------|----------------------------|---|-----------------------------|
| 15 | 127,96 | 11,25 | 31,875 | 0,192 | 1,917 |
| 20 | 151,48 | 16,25 | 39,375 | 0,128 | 1,284 |
| 25 | 173,04 | 21,25 | 45 | 0,099 | 0,990 |
| 30 | 192,22 | 26,25 | 45 | 0,090 | 0,898 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente no Contorno C:

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) \cdot \frac{25}{1,4}$$

$$\tau_{Rd2} = 4,339 \text{ MPa}$$

Verificação:

Quadro 48 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd2} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 1,917 | 4,339 | Verifica! |
| 20 | 1,284 | 4,339 | Verifica! |
| 25 | 0,990 | 4,339 | Verifica! |
| 30 | 0,898 | 4,339 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

4.5.3.2 Segunda Verificação

Contorno C':

$$u_1^* = a1 + a2 + \pi \cdot d$$

Quadro 49 – Perímetro do Contorno C'

| h_{laje} (cm) | d (cm) | a (cm) | C2 (cm) | u*₁ (cm) |
|------------------------------|---------------|---------------|----------------|----------------------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 102,56 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 141,48 |
| 25 | 21,25 | 30 | 30 | 178,52 |
| 30 | 26,25 | 30 | 30 | 209,93 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C':

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^* \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

Quadro 50 – Coeficiente K segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| C1/C2 | K1 | C2/2.C1 | K2 |
|--------------|-----------|----------------|-----------|
| 2,00 | 0,70 | 0,25 | 0,45 |

(fonte: AUTOR, 2018)

O cálculo da tensão segue o mesmo padrão do pilar de borda, porém será dividido nas duas etapas, invertendo os valores de C1 e C2.

Para C1 = 30 cm:

Módulo de resistência plástica:

Quadro 51 – Módulo de Resistência Plástica (C1 = 30 cm)

| h_{laje} (cm) | u*₁ (cm) | Msd,1 (kN.cm) | Msd,2 (kN.cm) | Wp1 (cm²) | Wp2 (cm²) |
|------------------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 15 | 102,56 | 5523 | 2835 | 2469,46 | 7183,08 |
| 20 | 141,48 | 6248 | 2373 | 3112,12 | 9825,55 |
| 25 | 178,52 | 6594 | 1880 | 3735,39 | 12868,03 |
| 30 | 209,93 | 6594 | 1470 | 4344,57 | 16310,51 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Excentricidade:

Quadro 52 – Excentricidade (C1 = 30 cm)

| h_{laje} (cm) | e* (cm) | Msd* (kN.cm) | Msd (kN.cm) | ec* (cm) |
|------------------------------|----------------|---------------------|--------------------|-----------------|
| 15 | 26,506 | 1822,05 | 3700,95 | 41,219 |
| 20 | 34,197 | 2810,34 | 3437,66 | 48,123 |
| 25 | 41,564 | 3933,61 | 2660,39 | 54,92 |
| 30 | 48,097 | 5104,04 | 1489,96 | 61,64 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante:

Quadro 53 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' com C1=30 cm, de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|---|-----------------------------|
| 15 | 0,141 | 1,406 |
| 20 | 0,075 | 0,753 |
| 25 | 0,044 | 0,442 |
| 30 | 0,027 | 0,272 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para C1 = 60 cm:

Módulo de resistência plástica:

Quadro 54 – Módulo de Resistência Plástica (C1 = 60 cm)

| h_{laje} (cm) | u*₁ (cm) | Msd,1 (kN.cm) | Msd,2 (kN.cm) | Wp1 (cm²) | Wp2 (cm²) |
|------------------------------|----------------------------|----------------------|----------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 15 | 102,56 | 2835 | 5523 | 6063,99 | 6797,79 |
| 20 | 141,48 | 2373 | 6248 | 6667,66 | 9569,03 |
| 25 | 178,52 | 1880 | 6594 | 8131,81 | 12740,27 |
| 30 | 209,93 | 1470 | 6594 | 9587,72 | 16311,5 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Excentricidade:

Quadro 55 – Excentricidade (C1 = 60 cm)

| h_{laje} (cm) | e* (cm) | Msd* (kN.cm) | Msd (kN.cm) | ec* (cm) |
|------------------------------|----------------|---------------------|--------------------|-----------------|
| 15 | 40,434 | 2779,45 | 55,55 | 55,064 |
| 20 | 43,787 | 3598,40 | 1225,40 | 61,639 |
| 25 | 47,840 | 4527,55 | 2647,55 | 68,173 |
| 30 | 54,271 | 5759,24 | 4289,24 | 74,677 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante:

Quadro 56 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' com C1=60 cm, de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|---|-----------------------------|
| 15 | 0,093 | 0,926 |
| 20 | 0,062 | 0,617 |
| 25 | 0,047 | 0,466 |
| 30 | 0,038 | 0,381 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente no Contorno C':

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp}$$

Para C1 = 30 cm:

Quadro 57 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' com C1=30 cm, Segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | ρ | f_{ck} (kN/cm²) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|----------|---|------------------------------|--|
| 15 | 0,010 | 25 | 0,882 | 0,088 |
| 20 | 0,003 | 25 | 0,564 | 0,056 |
| 25 | 0,002 | 25 | 0,462 | 0,046 |
| 30 | 0,002 | 25 | 0,407 | 0,041 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para C1 = 60 cm:

Quadro 58 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' com C1=60 cm, Segundo ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | ρ | f_{ck} (kN/cm ²) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm ²) |
|-----------------|--------|--------------------------------|--------------------|------------------------------------|
| 15 | 0,009 | 25 | 0,865 | 0,086 |
| 20 | 0,003 | 25 | 0,554 | 0,055 |
| 25 | 0,002 | 25 | 0,454 | 0,045 |
| 30 | 0,002 | 25 | 0,400 | 0,040 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Para C1 = 30 cm:

Quadro 59 – Verificação do Contorno C' com C1=30 cm Segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | Condição |
|-----------------|-------------------|--------------------|---------------|
| 15 | 1,406 | 0,865 | Não verifica! |
| 20 | 0,753 | 0,564 | Não verifica! |
| 25 | 0,442 | 0,462 | Verifica! |
| 30 | 0,272 | 0,407 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para C1 = 60 cm:

Quadro 60 – Verificação do Contorno C' com C1=60 cm Segundo a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | Condição |
|-----------------|-------------------|--------------------|---------------|
| 15 | 0,988 | 0,882 | Não verifica! |
| 20 | 0,617 | 0,554 | Não verifica! |
| 25 | 0,466 | 0,454 | Não Verifica! |
| 30 | 0,381 | 0,400 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 61 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |
| 20 | 16,25 | 8,13 | 8,00 | 12,19 | 12,00 |
| 25 | 21,25 | 10,63 | 10,00 | 15,94 | 15,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Armadura necessária:

$$A_{sw} = \left[\tau_{sd} - 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * fck)^{\frac{1}{3}} \right] * \frac{sr \cdot u}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

Para C1 = 30 cm:

Quadro 62 – Armadura à punção com C1= 30 cm de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) | Nº de linhas |
|------------------------------|---------------|--|--|---------------------|
| 15 | 11,25 | 2,40 | 2,51 | 4 |
| 20 | 16,25 | 2,24 | 2,51 | 4 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para C1 = 60 cm:

Quadro 63 – Armadura à punção com C1= 60 cm de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) | Nº de linhas |
|------------------------------|---------------|--|--|---------------------|
| 15 | 11,25 | 1,16 | 2,51 | 4 |
| 20 | 16,25 | 2,59 | 2,51 | 4 |
| 25 | 21,25 | 3,18 | 3,52 | 3 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Adotando as situações mais críticas:

Quadro 64 – Armadura à punção de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) | Nº de linhas |
|------------------------------|---------------|--|--|---------------------|
| 15 | 11,25 | 2,40 | 2,51 | 4 |
| 20 | 16,25 | 2,24 | 2,51 | 4 |
| 25 | 21,25 | 3,18 | 3,52 | 3 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Contorno C'':

$$u_2^* = a1 + a2 + \pi \cdot d + \pi \cdot p$$

Quadro 65 – Perímetro do Contorno C''

| h_{laje} (cm) | p (cm) | u*₁ (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------------------|
| 15 | 21 | 102,56 |
| 20 | 32 | 141,48 |
| 20 | 40 | 178,52 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C'':

$$\tau_{Rd1} = 0,10 * \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) * (100 * \rho * fck)^{\frac{1}{3}} + 1,5 \cdot \frac{A_{sw} \cdot u \cdot \text{sen}(\alpha)}{sr \cdot u}$$

Quadro 66 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' com Armadura de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{rd1} (MPa) | τ_{rd1} (kN/cm²) |
|------------------------------|--------------------------------------|--|
| 15 | 1,615 | 0,162 |
| 20 | 0,787 | 0,079 |
| 25 | 0,565 | 0,057 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Quadro 67 – Verificação do Contorno C” de Acordo com a ABNT NBR 6118 (2014)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 0,882 | 1,615 | Verifica! |
| 20 | 0,564 | 0,787 | Verifica! |
| 25 | 0,466 | 0,565 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, a armadura dimensionada é suficiente para os pilares de canto.

4.6 VERIFICAÇÃO DO DIMENSIONAMENTO À PUNÇÃO CONFORME EUROCODE 2 (2010)

Após o levantamento das reações e momentos obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes, será realizado o dimensionamento dos mesmos pilares que anteriormente feito pela norma brasileira, afim de comparar os resultados finais.

4.6.1 Pilar Intermediário

4.6.1.1 Primeira Verificação

Os esforços utilizados para dimensionamento deste pilar estão na tabela a seguir:

Quadro 68 – Esforços no Pilar 5 de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | F_{sd} (kN) | M_{sd,x} (kN.cm) | M_{sd,y} (kN.cm) |
|------------------------------|----------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 15 | 303,40 | 9258 | 7806 |
| 20 | 382,60 | 11740 | 10140 |
| 25 | 458,80 | 14530 | 12186 |
| 30 | 531,40 | 17480 | 13980 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Contorno C:

$$u_0 = 2 * (C1 + C2)$$

$$u_0 = 2 * (60 + 30)$$

$$u_0 = 180 \text{ cm}$$

Tensão solicitante do Contorno C:

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

No contorno C, localizado na face do pilar os efeitos de momento são desprezados, então o valor de β deve ser igual a 1.

Quadro 69 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | u_o (cm) | d (cm) | τsd (kN/cm²) | τsd (MPa) |
|------------------------------|-----------------|---------------------------|---------------|--------------------------------|------------------|
| 15 | 303,40 | 180 | 11,25 | 0,149 | 1,498 |
| 20 | 382,60 | 180 | 16,25 | 0,131 | 1,308 |
| 25 | 458,80 | 180 | 21,25 | 0,119 | 1,199 |
| 30 | 531,40 | 180 | 26,25 | 0,113 | 1,125 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C:

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot \left[0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right)\right] \cdot \frac{25}{1,5}$$

$$V_{Rd,c} = 4,500 \text{ MPa}$$

Verificação:

Quadro 70 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τsd (MPa) | τrd2 (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|------------------|-------------------|-----------------|
| 15 | 1,498 | 4,500 | Verifica! |
| 20 | 1,308 | 4,500 | Verifica! |
| 25 | 1,199 | 4,500 | Verifica! |
| 30 | 1,125 | 4,500 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Com todas as lajes verificadas, não ocorre ruptura por compressão da diagonal do concreto.

4.6.1.2 Segunda Verificação

Contorno C'':

$$u_0 = 2 \cdot (C1 + C2) + 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot d$$

Quadro 71 – Perímetro do Contorno C'

| h_{laje} (cm) | u_o (cm) |
|------------------------------|---------------------------|
| 15 | 462,74 |
| 20 | 588,41 |
| 25 | 714,07 |
| 30 | 839,73 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C'':

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

O valor de β tem seu valor alterado conforme as cargas que está submetido e também pelo posicionamento ou geometria do pilar. Para pilar internos temos:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left[\frac{e_1}{(C2 + 4 \cdot d)} \right]^2 + \left[\frac{e_2}{(C1 + 4 \cdot d)} \right]^2}$$

Quadro 72 – Excentricidade para o Pilar Interno

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd1 (kN.cm) | Msd2 (kN.cm) | e1 (cm) | e2 (cm) |
|------------------------------|-----------------|---------------------|---------------------|----------------|----------------|
| 15 | 303,40 | 9258 | 7806 | 30,51 | 25,73 |
| 20 | 382,60 | 11740 | 10140 | 30,68 | 26,41 |
| 25 | 458,80 | 14530 | 12186 | 31,67 | 26,56 |
| 30 | 531,40 | 17480 | 13980 | 32,89 | 26,31 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 73 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| β | $u1$ (cm) | d (cm) | τ_{sd} (kN.cm) | τ_{sd} (MPa) |
|---------|-----------|----------|---------------------|-------------------|
| 1,85 | 462,74 | 11,25 | 0,108 | 1,081 |
| 1,70 | 588,41 | 16,25 | 0,068 | 0,678 |
| 1,60 | 714,07 | 21,25 | 0,048 | 0,482 |
| 1,52 | 839,73 | 26,25 | 0,037 | 0,367 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C'':

$$V_{Rd,c} = \frac{1,8}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$$

Quadro 74 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | γ_c | k | ρ | f_{ck} (MPa) | τ_{rd} (kN.cm) | τ_{rd1} (MPa) |
|-----------------|------------|------|--------|----------------|---------------------|--------------------|
| 15 | 1,5 | 2 | 0,010 | 25 | 0,071 | 0,711 |
| 20 | 1,5 | 2 | 0,007 | 25 | 0,063 | 0,628 |
| 25 | 1,5 | 1,97 | 0,005 | 25 | 0,055 | 0,549 |
| 30 | 1,5 | 1,87 | 0,004 | 25 | 0,047 | 0,474 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Quadro 75 – Verificação do Contorno C' Segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|-----------------|-------------------|--------------------|---------------|
| 15 | 1,081 | 0,711 | Não Verifica! |
| 20 | 0,678 | 0,628 | Não Verifica! |
| 25 | 0,482 | 0,549 | Verifica! |
| 30 | 0,367 | 0,473 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para os casos de laje 15 cm e 20 cm a tensão resistente não é suficiente para suportar os esforços solicitantes, portanto necessita de uma armadura à punção. Que será disposta da mesma forma que dimensionada para norma brasileira já realizada.

Quadro 76 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |
| 20 | 16,25 | 8,13 | 8,00 | 12,19 | 12,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Armadura necessária:

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \cdot V_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$A_{sw} = [\tau_{sd} - 0,75 \cdot V_{Rd,c}] \cdot \frac{sr}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

$$f_{ywd} = 250 + 0,25 \cdot d$$

Quadro 77 – Armadura à punção de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | f_{ywd} (MPa) | Asw (cm²) | Asw adotado (cm²) |
|------------------------------|---------------|------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| 15 | 11,25 | 278,13 | 3,04 | 7,04 |
| 20 | 16,25 | 290,63 | 3,35 | 7,04 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Perímetro mínimo para distribuição da armadura:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} \cdot d}$$

Quadro 78 – Perímetro Mínimo para Armadura de Punção

| h_{laje} (cm) | d (cm) | Fsd (kN) | τ_{rd1} (MPa) | u_{out,ef} (cm) |
|------------------------------|---------------|-----------------|------------------------------|--------------------------------|
| 15 | 11,25 | 303,40 | 1,802 | 703,83 |
| 20 | 16,25 | 382,60 | 1,124 | 634,61 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, a armadura deve ultrapassar pelo menos essa região, nesse caso temos:

Quadro 79 – Distância da Face do Pilar até a Última Linha de Armadura

| h_{laje} (cm) | sr (cm) | sd (cm) | p (cm) | Nº de linhas | p adotado (cm) |
|------------------------------|----------------|----------------|---------------|---------------------|-----------------------|
| 15 | 5 | 8 | 60,87 | 8 | 61 |
| 20 | 8 | 12 | 39,85 | 4 | 44 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Adotando um número de linhas suficiente para ultrapassar a distância p exigida, que seria a distância da face do pilar até a última linha de conectores, a armadura à punção está dimensionada.

4.6.2 Pilar De Borda

4.6.2.1 Primeira Verificação

Os esforços utilizados para dimensionamento deste pilar estão na tabela a seguir:

Quadro 80 – Esforços no Pilar 2 de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|------------------------------|-----------------|----------------------|----------------------|
| 15 | 128,1 | 7944 | 3996 |
| 20 | 150,8 | 8466 | 5232 |
| 25 | 171 | 8328 | 6444 |
| 30 | 189,7 | 7746 | 7566 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Contorno C:

$$a \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C2 \end{cases}$$

Quadro 81 – Fatores para perímetro crítico reduzido

| h_{laje} (cm) | d (cm) | 1,5.d (cm) | 0,5.C1 (cm) | a (cm) |
|------------------------------|---------------|-------------------|--------------------|---------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 16,88 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 24,38 |
| 25 | 21,25 | 31,88 | 30 | 30 |
| 30 | 26,25 | 49,38 | 30 | 30 |

(fonte: AUTOR, 2018)

$$u_o^* = 2 \cdot a + C1$$

Quadro 82 – Perímetro crítico reduzido

| h_{laje} (cm) | d (cm) | a (cm) | C2 (cm) | u[*]_o (cm) |
|------------------------------|---------------|---------------|----------------|---------------------------------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 63,75 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 78,75 |
| 25 | 21,25 | 30 | 30 | 90 |
| 30 | 26,25 | 30 | 30 | 90 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C:

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

No contorno C, localizado na face do pilar os efeitos de momento são desprezados, então o valor de β deve ser igual a 1.

Quadro 83 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | u_o (cm) | d (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|-----------------|---------------------------|---------------|---|-------------------------------------|
| 15 | 128,1 | 180 | 11,25 | 0,179 | 1,786 |
| 20 | 150,8 | 180 | 16,25 | 0,118 | 1,178 |
| 25 | 171 | 180 | 21,25 | 0,086 | 0,858 |
| 30 | 189,7 | 180 | 26,25 | 0,067 | 0,665 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C:

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot \left[0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right)\right] \cdot \frac{25}{1,5}$$

$$V_{Rd,c} = 4,500 \text{ MPa}$$

Verificação:

Quadro 84 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd2} (MPa) | CONDIÇÃO |
|-----------------|-------------------|--------------------|-----------|
| 15 | 1,786 | 4,500 | Verifica! |
| 20 | 1,178 | 4,500 | Verifica! |
| 25 | 0,858 | 4,500 | Verifica! |
| 30 | 0,665 | 4,500 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Com todas as lajes verificadas, não ocorre ruptura por compressão da diagonal do concreto.

4.6.2.2 Segunda Verificação

Contorno C”:

$$u_1 = 2 \cdot (C1 + C2) + 2 \cdot \pi \cdot d$$

Quadro 85 – Perímetro do Contorno C’

| h_{laje} (cm) | u_1 (cm) |
|-----------------|------------|
| 15 | 462,74 |
| 20 | 588,41 |
| 25 | 714,07 |
| 30 | 839,73 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C”:

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

O valor de β tem seu valor alterado conforme as cargas que está submetido e também pelo posicionamento ou geometria do pilar. Para pilar internos temos:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*} + k \cdot \frac{u_1}{W_{p1}} e_{par}$$

Quadro 86 – Excentricidade no Pilar de Borda

| h_{laje} (cm) | d (cm) | Fsd (kN) | Msd1 (kN.cm) | Msd2 (kN.cm) | e_{par} (cm) |
|------------------------------|---------------|-----------------|---------------------|---------------------|-----------------------------|
| 15 | 11,25 | 128,1 | 7944 | 3996 | 30,51 |
| 20 | 16,25 | 150,8 | 8466 | 5232 | 30,68 |
| 25 | 21,25 | 171 | 8328 | 6444 | 31,67 |
| 30 | 26,25 | 189,7 | 7746 | 7566 | 32,89 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 87 – Fatores para cálculo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| u1 (cm) | u*1 (cm) | Wp1 (cm²) | β | τsd (kN.cm) | τsd (MPa) |
|----------------|-----------------|-----------------------------|----------|--------------------|------------------|
| 150 | 220,69 | 7022,79 | 3,22 | 0,179 | 1,788 |
| 150 | 252,10 | 9794,03 | 2,67 | 0,088 | 0,877 |
| 150 | 283,52 | 12965,27 | 2,26 | 0,051 | 0,510 |
| 150 | 314,93 | 16536,50 | 1,97 | 0,034 | 0,339 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C':

$$V_{Rd,c} = \frac{1,8}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$$

Quadro 88 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | γ_c | k | ρ | f_{ck} (MPa) | τrd (kN.cm) | τrd1 (MPa) |
|------------------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------------|--------------------|-------------------|
| 15 | 1,5 | 2 | 0,006 | 25 | 0,059 | 0,594 |
| 20 | 1,5 | 2 | 0,004 | 25 | 0,053 | 0,525 |
| 25 | 1,5 | 1,97 | 0,003 | 25 | 0,046 | 0,457 |
| 30 | 1,5 | 1,87 | 0,002 | 25 | 0,041 | 0,405 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Quadro 89 – Verificação do Contorno C' Segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τsd (MPa) | τrd1 (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|------------------|-------------------|-----------------|
| 15 | 1,788 | 0,594 | Não Verifica! |
| 20 | 0,877 | 0,525 | Não Verifica! |
| 25 | 0,510 | 0,457 | Não Verifica! |
| 30 | 0,339 | 0,405 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Deve ser dimensionada armadura para os três primeiros casos, sendo eles as lajes de 15 cm, 20 cm e 25 cm.

Quadro 90 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |
| 20 | 16,25 | 8,13 | 8,00 | 12,19 | 12,00 |
| 25 | 21,25 | 10,63 | 10,00 | 15,94 | 15,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Armadura necessária:

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \cdot V_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$A_{sw} = [\tau_{sd} - 0,75 \cdot V_{Rd,c}] \cdot \frac{sr}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

$$f_{ywd} = 250 + 0,25 \cdot d$$

Quadro 91 – Armadura à punção de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | f_{ywd} (MPa) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) |
|------------------------------|---------------|------------------------------|--|--|
| 15 | 11,25 | 278,13 | 3,04 | 3,52 |
| 20 | 16,25 | 290,63 | 3,35 | 3,52 |
| 25 | 21,25 | 303,13 | 1,98 | 3,52 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Perímetro mínimo para distribuição da armadura:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} \cdot d}$$

Quadro 92 – Perímetro mínimo para Armadura de Punção

| h_{laje} (cm) | d (cm) | Fsd (kN) | τ_{rd1} (MPa) | $u_{out,ef}$ (cm) |
|-----------------|----------|----------|--------------------|-------------------|
| 15 | 11,25 | 128,1 | 0,594 | 617,69 |
| 20 | 16,25 | 150,8 | 0,525 | 472,17 |
| 25 | 21,25 | 171 | 0,457 | 398,84 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Portanto, a armadura deve ultrapassar pelo menos essa região, nesse caso temos:

Quadro 93 – Distância da Face do Pilar até a Última Linha de Armadura

| h_{laje} (cm) | sr (cm) | sd (cm) | p (cm) | Nº de linhas | p adotado (cm) |
|-----------------|---------|---------|--------|--------------|----------------|
| 15 | 5 | 8 | 145,47 | 19 | 149 |
| 20 | 8 | 12 | 89,15 | 8 | 92 |
| 25 | 12 | 15 | 55,81 | 6 | 85 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Respeitando a distância mínima do pilar até a última linha de conectores, a armadura atende aos requisitos da norma europeia.

4.6.3 Pilar De Canto

4.6.3.1 Primeira Verificação

Os esforços utilizados para dimensionamento deste pilar estão na tabela a seguir:

Quadro 94 – Esforços no Pilar 1de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | Msd,x (kN.cm) | Msd,y (kN.cm) |
|-----------------|----------|---------------|---------------|
| 15 | 68,6 | 4422 | 2268 |
| 20 | 81,8 | 4968 | 1890 |
| 25 | 93,7 | 5226 | 1488 |
| 30 | 104,7 | 5208 | 1164 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Contorno C reduzido:

$$a1 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C2 \end{cases}$$

$$a_2 \leq \begin{cases} 1,5 \cdot d \\ 0,5 \cdot C_1 \end{cases}$$

$$u_0^* = a_1 + a_2$$

Quadro 95 – Perímetro crítico reduzido para pilar de canto

| h_{laje} (cm) | a1 (cm) | a2 (cm) | u*_o (cm) |
|------------------------------|----------------|----------------|----------------------------|
| 15 | 16,875 | 15 | 31,875 |
| 20 | 15 | 24,375 | 39,375 |
| 25 | 15 | 30 | 45 |
| 30 | 15 | 30 | 45 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C:

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

No contorno C, localizado na face do pilar os efeitos de momento são desprezados, então o valor de β deve ser igual a 1.

Quadro 96 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | Fsd (kN) | u*_o (cm) | d (cm) | τ_{sd} (kN/cm²) | τ_{sd} (MPa) |
|------------------------------|-----------------|----------------------------|---------------|---|-------------------------------------|
| 15 | 68,6 | 31,875 | 11,25 | 0,191 | 1,913 |
| 20 | 81,8 | 39,375 | 16,25 | 0,128 | 1,278 |
| 25 | 93,7 | 45 | 21,25 | 0,098 | 0,979 |
| 30 | 104,7 | 45 | 26,25 | 0,089 | 0,886 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C:

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot v \cdot f_{cd}$$

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$V_{Rd,c} = 0,5 \cdot \left[0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right)\right] \cdot \frac{25}{1,5}$$

$$V_{Rd,c} = 4,500 \text{ MPa}$$

Verificação:

Quadro 97 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τ_{sd} (MPa) | τ_{rd2} (MPa) | CONDIÇÃO |
|-----------------|-------------------|--------------------|-----------|
| 15 | 1,913 | 4,500 | Verifica! |
| 20 | 1,278 | 4,500 | Verifica! |
| 25 | 0,979 | 4,500 | Verifica! |
| 30 | 0,886 | 4,500 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Com todas as lajes verificadas, não ocorre ruptura por compressão da diagonal do concreto.

4.6.3.2 Segunda Verificação

Contorno C':

$$u_1^* = a1 + a2 + \pi \cdot d$$

Quadro 98 – Perímetro do Contorno C'

| h_{laje} (cm) | d (cm) | a (cm) | C2 (cm) | u_1^* (cm) |
|-----------------|----------|----------|---------|--------------|
| 15 | 11,25 | 16,88 | 30 | 102,56 |
| 20 | 16,25 | 24,38 | 30 | 141,48 |
| 25 | 21,25 | 30 | 30 | 178,52 |
| 30 | 26,25 | 30 | 30 | 209,93 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão solicitante do Contorno C'':

$$V_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

O valor de β tem seu valor alterado conforme as cargas que está submetido e também pelo posicionamento ou geometria do pilar. Para pilar de canto:

$$\beta = \frac{u_1}{u_1^*}$$

Quadro 99 – Resumo da Tensão Solicitante do Contorno C' de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| u1 (cm) | u*1 (cm) | β | τsd (kN.cm) | τsd (MPa) |
|----------------|-----------------|----------|--------------------|------------------|
| 150 | 220,69 | 1,57 | 0,093 | 0,932 |
| 150 | 252,10 | 1,36 | 0,048 | 0,483 |
| 150 | 283,52 | 1,25 | 0,031 | 0,309 |
| 150 | 314,93 | 1,21 | 0,023 | 0,231 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Tensão resistente do Contorno C'':

$$V_{Rd,c} = \frac{1,8}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3}$$

Quadro 100 – Resumo da Tensão Resistente do Contorno C' Segundo EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | γ_c | k | ρ | f_{ck} (MPa) | τ_{rd} (kN.cm) | τ_{rd1} (MPa) |
|------------------------------|----------------------|----------|----------|-----------------------------|-------------------------------|------------------------------|
| 15 | 1,5 | 2 | 0,007 | 25 | 0,062 | 0,618 |
| 20 | 1,5 | 2 | 0,005 | 25 | 0,055 | 0,546 |
| 25 | 1,5 | 1,97 | 0,003 | 25 | 0,046 | 0,457 |
| 30 | 1,5 | 1,87 | 0,002 | 25 | 0,041 | 0,405 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Verificação:

Quadro 101 – Verificação do Contorno C' Segundo a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | τsd (MPa) | τ_{rd1} (MPa) | CONDIÇÃO |
|------------------------------|------------------|------------------------------|-----------------|
| 15 | 0,932 | 0,618 | Não Verifica! |
| 20 | 0,483 | 0,546 | Verifica! |
| 25 | 0,309 | 0,457 | Verifica! |
| 30 | 0,231 | 0,405 | Verifica! |

(fonte: AUTOR, 2018)

Somente a laje de 15 cm não é verificada no segundo Contorno, C', então deve ser dimensionada uma armadura de punção.

Quadro 102 – Espaçamento da Armadura à Punção de acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | sd (cm) | sd adotado (cm) | sr (cm) | sr adotado (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------|------------------------|----------------|------------------------|
| 15 | 11,25 | 5,63 | 5,00 | 8,44 | 8,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Armadura necessária:

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \cdot V_{Rd,c} + 1,5 \cdot \left(\frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{ywd,ef} \cdot \frac{1}{u_1 \cdot d} \cdot \text{sen}(\alpha)$$

$$A_{sw} = [\tau_{sd} - 0,75 \cdot V_{Rd,c}] \cdot \frac{sr}{1,5 \cdot f_{ywd}}$$

$$f_{ywd} = 250 + 0,25 \cdot d$$

Quadro 103 – Armadura à punção de Acordo com a EUROCODE 2 (2010)

| h_{laje} (cm) | d (cm) | f_{ywd} (MPa) | A_{sw} (cm²) | A_{sw} adotado (cm²) |
|------------------------------|---------------|------------------------------|--|--|
| 15 | 11,25 | 278,13 | 0,92 | 2,01 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Perímetro mínimo para distribuição da armadura:

$$u_{out,ef} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{V_{Rd,c} \cdot d}$$

Quadro 104 – Perímetro Mínimo para Armadura de Punção

| h_{laje} (cm) | d (cm) | F_{sd} (kN) | τ_{rd1} (MPa) | u_{out,ef} (cm) |
|------------------------------|---------------|----------------------------|------------------------------|--------------------------------|
| 15 | 11,25 | 68,6 | 1,236 | 154,68 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Distância mínima da última linha de armadura:

Quadro 105 – Distância Mínima da Face do Pilar até a Última Linha de Armadura

| h_{laje} (cm) | sr (cm) | sd (cm) | p (cm) | Nº de linhas | p adotado (cm) |
|------------------------------|----------------|----------------|---------------|---------------------|-----------------------|
| 15 | 5 | 8 | 23,66 | 4 | 29 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Por fim, todas os pilares que sofrem efeito de punção, conforme os esforços obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes, estão dimensionados conforme as normas brasileira e europeia vigentes.

4.7 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

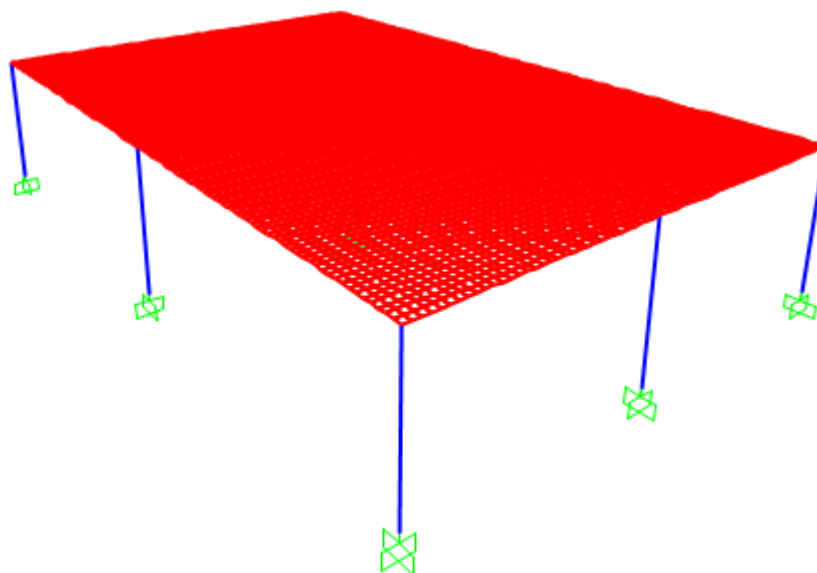
O Método dos Elementos Finitos é um sistema matemático-computacional para análise de problemas, qual utiliza uma semelhança física entre a situação real da estrutura e o modelo em elementos finitos, não sendo difícil de ser visualizada. Para realizar o processamento da estrutura no software, SAP 2000, segue os seguintes passos:

- Modelagem: desenho da estrutura que será calculada, podendo ser realizada dentro do programa mesmo;
- Malha de elementos finitos: divisão da estrutura em pequenos elementos conectado por nós;
- Condições de contorno: definir as restrições, ou seja, como a estrutura interage com o meio (engastamento) e definir carregamentos que será submetida;
- Propriedade dos materiais: descrever a situação física do material utilizado;
- Processamento: calculo das tensões e deslocamentos;
- Deslocamentos: pode visualizar a estrutura deformada;
- Tensões: visualização das tensões em forma de mapa de cores, também pode ser obtido os esforços solicitantes em alguns casos.

Conhecido o método, foi lançada a estrutura no software SAP2000 com finalidade de comparar com as tensões obtidas pelos dimensionamentos já realizados. A estrutura foi modelada no programa usando as seguintes características:

- Para laje foi usada a ferramenta “*shell - thin thick*” variando a espessura para cada caso;
- A malha foi refinada com pequenas áreas de 15 x 15 cm;

Figura 138 – Estrutura Modelo pelo SAP2000



(fonte: AUTOR, 2018)

Com o processamento, foi obtido as tensões solicitantes para cada espessura de laje, conforme indica no Quadro 106.

Quadro 106 – Tensões Solicitantes nos Pilares através do *Software SAP2000*

| | Pilar de Canto (P1) | | Pilar de Borda (P2) | | Pilar Intermediário (P5) | |
|-----------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|------------------------------------|
| | Tensão na face do pilar (MPa) | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) | Tensão na face do pilar (MPa) | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) | Tensão na face do pilar (MPa) | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) |
| 15 | 1,42 | 0,21 | 1,28 | 0,27 | 1,46 | 0,41 |
| 20 | 0,82 | 0,17 | 0,89 | 0,21 | 1,31 | 0,28 |
| 25 | 0,59 | 0,11 | 0,35 | 0,20 | 1,05 | 0,34 |
| 30 | 0,57 | 0,10 | 0,32 | 0,19 | 1,25 | 0,26 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Comparando os valores com os resultados obtidos pelo Método dos Pórticos Equivalentes temos:

- Pilar de Canto:

Quadro 107 – Comparativo das Tensões Obtidas pelo MEP e MEF para Pilar de Canto

| | Tensão na face do pilar (MPa) | | | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) | | |
|-----------|-------------------------------|----------|------|------------------------------------|----------|------|
| | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF |
| 15 | 1,92 | 1,91 | 1,42 | 1,41 | 0,93 | 0,21 |
| 20 | 1,28 | 1,28 | 0,82 | 0,75 | 0,48 | 0,17 |
| 25 | 0,99 | 0,98 | 0,59 | 0,47 | 0,31 | 0,11 |
| 30 | 0,89 | 0,89 | 0,57 | 0,38 | 0,23 | 0,10 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar de Borda:

Quadro 108 – Comparativo das Tensões Obtidas pelo MEP e MEF para Pilar de Borda

| | Tensão na face do pilar (MPa) | | | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) | | |
|-----------|-------------------------------|----------|------|------------------------------------|----------|------|
| | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF |
| 15 | 1,78 | 1,79 | 1,28 | 1,44 | 1,79 | 0,27 |
| 20 | 1,18 | 1,18 | 0,89 | 0,80 | 0,88 | 0,21 |
| 25 | 0,91 | 0,86 | 0,35 | 0,45 | 0,51 | 0,20 |
| 30 | 0,81 | 0,67 | 0,32 | 0,28 | 0,34 | 0,19 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar Intermediário:

Quadro 109 – Comparativo das Tensões Obtidas pelo MEP e MEF para Pilar Intermediário

| | Tensão na face do pilar (MPa) | | | Tensão a 2d da face do pilar (MPa) | | |
|-----------|-------------------------------|----------|------|------------------------------------|----------|------|
| | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF | MPE (NBR) | MPE (EC) | MEF |
| 15 | 1,50 | 1,50 | 1,46 | 1,65 | 1,08 | 0,41 |
| 20 | 1,32 | 1,31 | 1,31 | 1,06 | 0,68 | 0,38 |
| 25 | 1,07 | 1,20 | 1,05 | 0,68 | 0,48 | 0,34 |
| 30 | 1,02 | 1,12 | 0,95 | 0,52 | 0,37 | 0,26 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Percebe-se que os erros são menores nas tensões na face do pilar, e se agravam quando comparadas as tensões afastadas a 2d da face do pilar. Esse erro depende de vários fatores, um deles é a distribuição dos momentos dos pórticos equivalentes nas faixas de distribuição, em vários estudos já realizados, foi observado que esses valores de momentos variam de forma

significativa. Portanto, o levantamento de momentos pelo Método dos Elementos Finitos traz grande vantagem e maior confiabilidade para o dimensionamento.

4.8 LEVANTAMENTO DOS CUSTOS DE MATERIAL

Após todo dimensionamento, percebe-se a importância do estudo e conhecimento do assunto para realização das verificações existentes, através dos cálculos que são de suma importância para entender os efeitos e comportamento da estrutura em relação ao efeito de punção.

O estudo das verificações alternando os valores da espessura da laje fez com que se observasse a influência desse fator no dimensionamento, que foi citado neste trabalho como Efeito Escala, e confirmando sua real importância para os resultados obtidos.

Percebe-se que a tensão resistente à punção tende a aumentar com a redução da altura útil da laje, o único fator que é alterado entre elas é a taxa de armadura de flexão. Em contra partida, quanto menor a espessura da laje maior a tensão solicitante na região da ligação laje-pilar, por isso é necessário uma armadura de punção nessa região para os casos das menores alturas úteis nesse estudo.

Outro ponto observado é a relação direta da resistência à punção e a armadura transversal adotada, para aumentar essa resistência é só aumentar o número de conectores por camada ou aumentar o diâmetro desse conector, o que resultará em uma área de aço maior e dará mais resistência para a região do contorno C'. Já para o contorno C'', aumentar o número de conectores por linha de armadura, transfere o esforço atuante para mais distante da face do pilar onde as forças atuantes são menores, aumentando a resistência dessa região.

Após todos cálculos e estudos, para uma comparação entre as espessuras adotadas e as normas utilizadas para dimensionamento, a análise de uma estimativa de custo seria um fator comum para concluir qual solução teria melhor custo-benefício entre as situações estudadas.

Conforme as verificações realizadas, temos os seguintes resultados:

Para o dimensionamento de acordo com a ABNT NBR 6118 (2014):

- Laje com 15 cm, P1 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 5 pinos de ϕ 8mm em cada uma, P2 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 7 pinos de ϕ 8mm e P5 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 14 pinos de ϕ 8mm.
- Laje com 20 cm, P1 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 5 pinos de ϕ 8mm em cada uma, P2 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 7 pinos de ϕ 8mm e P5 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 14 pinos de ϕ 8mm.

- Laje com 25 cm, P1 com 3 linhas de conectores pino tipo stud com 5 pinos de ϕ 8mm em cada uma, P2 sem armadura de punção e P5 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 10 pinos de ϕ 8mm.
- Laje com 30 cm, sem armadura transversal.

Para o dimensionamento de acordo com a EUROCODE 2 (2010):

- Laje com 15 cm, P1 com 4 linhas de conectores pino tipo stud com 4 pinos de ϕ 8mm em cada uma, P2 com 6 linhas de conectores pino tipo stud com 7 pinos de ϕ 8mm e P5 com 8 linhas de conectores pino tipo stud com 14 pinos de ϕ 8mm.
- Laje com 20 cm, P1 sem armadura de punção, P2 com 3 linhas de conectores pino tipo stud com 7 pinos de ϕ 8mm e P5 com 4 linhas de conectores com 14 pinos de ϕ 8mm.
- Laje com 25 cm, P1 sem armadura de punção, P2 com 3 linhas de conectores pino tipo stud com 7 pinos de ϕ 8mm e P5 sem armadura de punção.
- Laje com 30 cm, sem armadura transversal.

Será avaliado somente a região da ligação laje-pilar para as comparações, onde a região considerada será de até uma dimensão afastadas de 2,0m para cada um dos lados disponíveis.

Portanto, no Quadro 110 está apresentado os volumes de concreto para cada uma das situações:

Quadro 110 – Quantitativo de Concreto para cada Região de Pilar

| h_{laje} (cm) | P1 | P2 | P5 | TOTAL |
|------------------------------|-----------|-----------|-----------|--------------|
| 15 | 0,60 | 1,20 | 2,40 | 4,20 |
| 20 | 0,80 | 1,60 | 3,20 | 5,60 |
| 25 | 1,00 | 2,00 | 4,00 | 7,00 |
| 30 | 1,20 | 2,40 | 4,80 | 8,40 |

(fonte: AUTOR, 2018)

O valor do concreto, 25 MPa, em uma das empresas da cidade de Guarapuava é de R\$ 275,00 por m³. E o valor da armadura de punção foi obtido por orçamento em empresa especializada, seu valor é variável conforme a quantidade de linhas de armadura conforme mostra o Quadro 111. Para esse estudo foi adotado apenas o diâmetro de 8mm, e a quantidade de conectores foi adotado para respeitar os espaçamentos máximos entre eles, por exemplo no pilar intermediário

devido ao dimensionamento pela EUROCODE 2 (2010) necessitaria apenas de 7 pinos de 8 mm, porem pelo espaçamento mínimo, foi adotado 14 pinos de 8 mm.

Quadro 111 – Precificação de Armadura de Punção, Conector Tipo Pino

| Nº de camadas | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Preço (R\$) | 57,60 | 76,80 | 96,00 | 115,20 | 134,40 | 153,60 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Com o levantamento quantitativo e dos valores dos materiais adotados em cada situação foi possível realizar uma estimativa de custos. Os valores obtidos pode ser visto nos quadros a seguir:

Para o dimensionamento segundo a ABNT NBR (2014):

- Pilar Interno:

Quadro 112 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar Interno de Acordo com ABNT NBR 6118 (2014)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 4 | 14 | 1075,20 |
| 20 | 4 | 14 | 1075,20 |
| 25 | 4 | 10 | 768,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar de Borda:

Quadro 113 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar de Borda de Acordo com ABNT NBR 6118 (2014)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 4 | 7 | 534,80 |
| 20 | 4 | 7 | 534,80 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar de Canto:

Quadro 114 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar de Canto de Acordo com ABNT NBR 6118 (2014)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 4 | 5 | 384,00 |
| 20 | 4 | 5 | 384,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 115 – Orçamento para Região da Ligação Laje-Pilar de Acordo com ABNT NBR 6118 (2014)

| Hlaje (cm) | Volume de concreto (m³) | Preço do concreto (R\$) | Quantidade de conectores | Preço da armadura à punção (R\$) | Preço Total (R\$) |
|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---|--------------------------|
| 15 | 4,20 | 1.155,00 | 42 | 1.994,00 | 3.149,00 |
| 20 | 5,60 | 1.540,00 | 42 | 1.994,00 | 3.534,00 |
| 25 | 7,00 | 1.925,00 | 30 | 768,00 | 2.693,00 |
| 30 | 8,40 | 2.310,00 | - | 0,00 | 2.310,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Para o dimensionamento segundo a EUROCODE 2 (2010):

- Pilar Interno:

Quadro 116 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar Interno de Acordo com EUROCODE 2 (2010)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 8 | 14 | 1075,20 |
| 20 | 4 | 14 | 1075,20 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar de Borda:

Quadro 117 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar de Borda de Acordo com EUROCODE 2 (2010)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 6 | 7 | 806,40 |
| 20 | 3 | 7 | 403,20 |
| 25 | 3 | 7 | 403,20 |

(fonte: AUTOR, 2018)

- Pilar de Canto:

Quadro 118 – Orçamento para Armadura de Punção para Pilar de Canto de Acordo com EUROCODE 2 (2010)

| Hlaje (cm) | Nº de linhas | Quantidade de Camadas | Valor Total (R\$) |
|-------------------|---------------------|------------------------------|--------------------------|
| 15 | 4 | 4 | 307,20 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Quadro 119 – Orçamento para Região da Ligação Laje-Pilar de Acordo com EUROCODE 2 (2010)

| Hlaje (cm) | Volume de concreto (m³) | Preço do concreto (R\$) | Quantidade de conectores | Preço da armadura à punção (R\$) | Preço Total (R\$) |
|-------------------|--------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|---|--------------------------|
| 15 | 4,20 | 1.155,00 | 42 | 2.188,80 | 3.343,80 |
| 20 | 5,60 | 1.540,00 | 42 | 1.478,40 | 3.018,40 |
| 25 | 7,00 | 1.925,00 | 30 | 403,20 | 2.328,20 |
| 30 | 8,40 | 2.310,00 | - | - | 2.310,00 |

(fonte: AUTOR, 2018)

Considerando apenas ao estado limite último de punção, que foi o caso estudo nesse trabalho, percebemos que os valores da armadura de punção elevam o custo, passando além dos 50% do valor final em alguns casos. A laje de 30cm, sem a presença de armadura transversal para punção, possui os menores valores de custo. Esses custos não estão inclusos os valores de mão de obra, o que poderia elevar os valores dos pilares com armadura de punção, pois necessitariam de uma mão de obra mais especializada e tendem a dificultar a execução, sendo

que em alguns casos de espessuras para a laje existem pilares que precisam de armadura para punção e outros não.

Lembrando que a armadura também melhora a ductibilidade da ligação, o que não aconteceria na laje de 30cm, que ela não é necessária, então, caso a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, conforme as normas devem ser adotada a armadura mínima.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Observa-se que após a análise comparativa dos dimensionamentos realizados que existe muita proximidade dos valores encontrados em relação as tensões solicitantes e resistentes das ligações laje-pilar. Os resultados possuem valores de majoração de cargas e minoração de resistências diferentes indicados pelas normas respectivas, o que ao final foi compensado pelos fatores usados nas fórmulas.

Em relação aos métodos utilizados, o Método dos Elementos Finitos traz mais confiabilidade para os cálculos pela maior semelhança com a realidade, pois pelo Método dos Pórticos Equivalentes os fatores de distribuição dos momentos em faixas diferem dos resultados que foram encontrados pelo software SAP2000.

Uma sugestão para trabalhos futuros seriam a verificação dos fatores de distribuição dos momentos no dimensionamento de lajes lisas como indicadas nas normas, de forma a aproximar mais da realidade, ou seja, dos valores obtidos pelo Método dos Elementos Finitos, pois esses valores interferem diretamente no dimensionamento e verificação da laje à punção.

6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 6118**: Projeto de estruturas em concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ALANDER, C. **Punching Prevention in Flat RC Slabs**. INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS. Suécia, 2000.

ALBUQUERQUE, N. G. B. **Análise experimental de lajes lisas nervuradas de concreto armado com região maciça de geometria variável ao punçionamento**. Tese (Pós-Graduação) – Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2009

CARVALHO, A. L., **Resistência ao Punçionamento de Lajes Cogumelo Protendidas com Armadura de Cisalhamento** – Comparação com Recomendações da NB1, Anais do 46º Congresso Brasileiro do Concreto, 2004, 12p.

CARVALHO, R.C., PINHEIRO, L.M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. São Paulo: PINI, 2009. v.2.

COMITÊ TÉCNICO CONJUNTO ABECE/IBRACON. **ABNT NBR 6118:2014** – Comentários e Exemplos de Aplicação. São Paulo, 2015

CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de Concreto Armado - Punção**. Florianópolis, Universidade Federal de Santa Catarina, 1997. 221p.

CORDOVIL, F. A. B. **Punção em placas de concreto armado**. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo.1995

CORLEY, W. G.; HAWKINS, N. M. **Shearhead reinforcement for slabs**, v.65, n.10, 1968. ACI Journal, p.811-824.

ELGABRY, A. A.; GHALI, A. **Moment transfer by shear in slab-column connections**, v.93, n.2, 1996. ACI Structural Journal, p.187-196.

ELGABRY, A. A.; GHALI, A. **Transfer of moments between columns and slabs: proposed code revisions**, v.93, n.1, 1996. ACI Structural Journal, p.56-61.

ELSTNER, R. C.; HOGNESTAD, E. **Shearing strength of reinforced concrete slabs**, v.28, n.1, 1956. ACI Journal, p.29-57.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EUROCODE 2**: Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Building, Bruxelas, 2010, 259p.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas**: subsídios para o projeto e execução. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1989.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em casos característicos de cantos de lajes-cogumelos**. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1981.

Fusco, P. B. **Investigação experimental sobre o cisalhamento em lajes de concreto armado**. São Paulo: Escola Politécnica da USP (Boletim Técnico, BT/PEF 8505), 1985

GOMES, R. B. **Punching resistance of reinforced concret flat slab with shear reinforcement**. Tese (Phd) – The Polytechnic of Central London, Londres, 1991

GONÇÁLVES, R. M. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo com reforço transversal constituído de perfis metálicos**. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986

HALLGREN, M. **Punching shear capacity or reinforced high strength concrete**. Tese (Phd) – Royal Institute of Technology, Estocolmo, 1996

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. **Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement**, TRANSACTIONS OF THE ROYAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY, n. 158, p. 112, Estocolmo, Suécia, 1960.

LIBÓRIO, J. B. L. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas com pilares de seção retangular**. Tese (Mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1985

LIMA, J. S. **Verificação da punção e da estabilidade global em edifícios de concreto: desenvolvimento e aplicação de recomendações normativas**. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

MARTINELLI, D.A. **Sobre a ruína das ligações laje-pilar nos cantos de lajes-cogumelo**. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 1974.

MELGES, J. L. P. **Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teórico-experimental**. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

MELGES, J. L. P. **Análise experimental da punção em lajes de concreto armado e protendido**. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

MELO, G. S. S. A. **Proposição de item de norma com referência ao cálculo de armadura contra colapso progressivo em lajes cogumelo**. In: REIBRAC, 36., Porto Alegre. Anais. v.2, p.725-734.

MODOTTE, W. P. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelos com carregamento assimétrico**. Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1986.

MUSSE, T. H. **Punção em Lajes Cogumelos: Fibras de Aço e Armadura de Cisalhamento**. Dissertação – Escola de Engenharia Civil, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2004.

OLIVEIRA, D. R. C. **Análise experimental de lajes cogumelos de concreto armado com armadura de cisalhamento ao puncionamento**. Tese (Mestrado) – Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 1998.

PILAKOUTAS, K.; IOANNOU, C. **Verification of a Novel Punching Shear Reinforcement system for Flat slabs**. In: INTERNATIONAL WORKSHOP ON PUNCHING SHEAR CAPACITY OF RC SLABS. Suécia, 2000. p.135-143.

PILAKOUTAS, K.; LI, X. **Shear band: novel punching shear reinforcement for flat slabs**. In: TOPPING, B. H. V.; LEEMING, M. B., eds. Innovation in composite materials and structures (The Mouchel Centenary Conference On Innovation in Civil and Structural Engineering, Cambridge, Inglaterra, 1997). Edimburgo, p.35-45.

PINTO, R. C. A. **Punção assimétrica de lajes**. Tese (Mestrado) – Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1993.

RABELLO, F. T. **Análise Comparativa de Normas para Punção em Lajes de Concreto Armado**. Tese (Mestrado) – Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

REGAN, P.E. **Shear combs, reinforcement against punching**. The Structural Engineer, v.63B, n. 4, p.76-84, 1985.

REGAN, P. E. **Punching Test of Concrete Slabs with Riss Star Shear Reinforcement for Riss AG**. School of Architecture & Engineering. University of Westminster, Londres, 1993.

SANTOS, G. S.; NICÁCIO, W. G.; LIMA, A. W.; MELO, G. S. S. A. **Sistema de reforço à punção e lajes lisas de concreto armado com polímeros reforçados com fibra de carbono (PRFC)**. REVISTA IBRACON DE ESTRUTURAS E MATERIAIS, p. 592-625, 2014.

SHEHATA, I. A. E. M. **Theory of punching in concrete slabs**. Tese (Phd) – The Polytechnic of Central London, Londres, 1985.

SHEHATA, I. A. E. M. **Simplified model for estimating the punching resistance of reinforced concrete slabs**. Materials and Structures, n. 23, p.364-371.

SHEHATA, I.A. E. M. **Punção em lajes**. In: COLÓQUIO SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 1993.

SOUZA, R. M.; MELO, G. S. S. A.; GOMES, R. B. **Punção em lajes lisas de concreto armado com furos adjacentes ao pilar**. In: 51º Congresso Brasileiro do Concreto – IBRACON, 2009, Curitiba. Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto – Instituto Brasileiro do Concreto, 2009, p.1-15.

SWAMY, R. N.; ALI, S. A. R. **Punching shear behavior of reinforced slab-column connections made with steel fiber concrete.** ACI Journal, v.79, n.4, p.392-406.

TAKEYA, T. **Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo.** Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1981.

TALBOT, A. N., **Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings.** Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 67, 1913, 114p.

RESTELLI, A. P. **Laje Nervurada – Processo Construtivo.** Disponível em: <<https://www.ufrgs.br/eso/content/?p=752>>. Acesso em: 17 jun. 2018.

RICHART, F.E.. **Reinforced concrete wall and column footings.** ACI Journal, v.45, n.3, p.97-127. 1948.

ROSÁRIO, Miguel. **Os efeitos trágicos da Lava Jato sobre a engenharia nacional.** Disponível em: <<https://www.ocafezinho.com/2017/12/07/alutafinalcontrapolitica/>>. Acesso em: 14 jun. 2018.

TRAUTWEIN, L.M. **Punção em lajes cogumelo de concreto armado: análise experimental e numérica.** Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2006.

ZAMBRANA VARGAS, E. N. **Punção em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência reforçado com fibras de aço.** Tese (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1997.