

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
COORDENAÇÃO DE CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA  
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

FELIPE EIRO MURAKAWA

**BANCADA PARA EXPERIMENTOS DIDÁTICOS DE VIBRAÇÕES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

GUARAPUAVA  
2018

FELIPE EIRO MURAKAWA

## **BANCADA PARA EXPERIMENTOS DIDÁTICOS DE VIBRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Denise Alves Ramalho  
UTFPR

GUARAPUAVA  
2018



## **TERMO DE APROVAÇÃO**

### **BANCADA PARA EXPERIMENTOS DIDÁTICOS DE VIBRAÇÕES**

por

**FELIPE EIRO MURAKAWA**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em 3 de dezembro de 2018 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Dr.<sup>a</sup> Denise Alves Ramalho  
Prof.<sup>a</sup> Orientadora

---

M<sup>a</sup> Jéssica Hipolito de Vasconcelos  
Membro titular

---

Dr. Sérgio Dalmás  
Membro titular

---

Dr. Aldo Przybyz  
Coordenador de Curso

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso -

## **Agradecimentos**

A Deus por me dar forças para superar os desafios.

A esta universidade e seu corpo docente, que muito contribuíram na minha formação profissional.

A minha orientadora Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Denise Alves Ramalho, pela orientação, apoio e confiança.

Ao Prof. Ms. João Paulo Gabre Ferreira e ao amigo Nicolás Serragiotto pelo apoio na elaboração deste trabalho.

Meus agradecimentos aos amigos, companheiros de trabalho e irmãos na amizade que fizeram parte da minha formação e que vão continuar presentes em minha vida com certeza.

## RESUMO

MURAKAWA, Felipe. Bancada para Experimentos Didáticos de Vibrações. 2018. 31 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2018.

A disciplina de vibrações mecânicas é de grande importância para a formação de um engenheiro mecânico. Porém na UTFPR-GP existe uma carência de atividades práticas na disciplina. Este trabalho apresenta a construção da bancada de vibrações juntamente com um possível experimento para a bancada. Estão contidos aqui os conceitos básicos que servirão para auxiliar no entendimento do projeto em si.

**Palavras-chave:** Bancada de vibrações. Experimento. Vibrações mecânicas.

## ABSTRACT

MURAKAWA, Felipe. Stand for Practical Experiments in Vibrations. 2018. 31 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2018.

The subject of mechanical vibrations is very important for the formation of a mechanical engineer. However at UTFPR-GP there's a need for practical activities on the subject. In this work was added the basic knowledge on mechanical vibrations to help on the understanding of the project. This work presents the construction for a vibration bench and an experiment for it.

**Palavras-chave:** Bancada de vibrações. Experimento. Vibrações mecânicas. **Keywords:** Vibration stand. Experiment. Mechanical vibrations.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Pêndulo Simples . . . . .	2
Figura 2 – Molas em paralelo . . . . .	4
Figura 3 – Molas em série . . . . .	4
Figura 4 – Massas ligadas a uma barra rígida articulada . . . . .	5
Figura 5 – Massa de translação e rotacional . . . . .	6
Figura 6 – Gravação de um movimento harmônico . . . . .	7
Figura 7 – Movimento harmônico de um ponto . . . . .	8
Figura 8 – Movimento harmônico de um vetor rotacional . . . . .	9
Figura 9 – Vetor z e seu conjugado. . . . .	9
Figura 10 – Sistema massa mola com um GDL . . . . .	10
Figura 11 – Sistema massa mola em posição vertical . . . . .	12
Figura 12 – Aumento e decréscimo regular de amplitude . . . . .	15
Figura 13 – Soldagem MIG/MAG . . . . .	17
Figura 14 – Broca chata . . . . .	19
Figura 15 – Broca helicoidal . . . . .	19
Figura 16 – Sistema massa mola com vibração forçada . . . . .	20
Figura 17 – Barras de perfil em I . . . . .	23
Figura 18 – Barras de perfil em U . . . . .	23
Figura 19 – Serra-fita S. Ramos 260 . . . . .	23
Figura 20 – Esmerilhadeira (a) . . . . .	24
Figura 21 – Esmerilhadeira (b) . . . . .	24
Figura 22 – Preparo para a soldagem (a) . . . . .	25
Figura 23 – Preparo para soldagem (b) . . . . .	25
Figura 24 – Posicionamento da chapa de fixação . . . . .	25
Figura 25 – Barras soldadas (a) . . . . .	25
Figura 26 – Barras soldadas (b) . . . . .	25
Figura 27 – Soldagem do perfil em I (a) . . . . .	26
Figura 28 – Soldagem do perfil em I (b) . . . . .	26
Figura 29 – Furação do perfil em U (a) . . . . .	26
Figura 30 – Furação do perfil em U (b) . . . . .	26
Figura 31 – Processo de furação do perfil em U . . . . .	26
Figura 32 – Processo de furação do perfil em U . . . . .	26
Figura 33 – Bancada pronta para fixação . . . . .	27

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades mecânicas SAE 1020 . . . . .	22
Tabela 2 – Tabela de preços . . . . .	27



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
GDL	Graus de liberdade
TCC	Trabalho de conclusão de curso

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\ddot{x}$	Aceleração
$\vec{\ddot{\theta}}$	Aceleração angular vetorial
$g$	Aceleração da gravidade
$c_c$	Amortecimento crítico
$A$	Amplitude de oscilação
$X$	Amplitude máxima
$\phi$	Ângulo de fase
$l$	Comprimento de uma viga
$x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0$	Condições iniciais
$k_{eq}$	Constante de rigidez equivalente
$c$	Constante de amortecimento
$\delta_{st}$	Deflexão estática
$x$	Deslocamento
$\vec{\theta}$	Deslocamento angular vetorial
$\sigma$	Diferença entre a frequência natural e a frequência de um sistema
$U$	Energia de deformação
$\zeta$	Fator de amortecimento
$F$	Força da Mola
$W$	Força peso
$f$	Frequência
$\omega_b$	Frequência de batimento
$\omega_d$	Frequência de vibração amortecida
$\omega_n$	Frequência natural
$m$	Massa

$m_{eq}$	Massa equivalente
$E$	Módulo de elasticidade
$I$	Momento de inércia
$J_{eq}$	Momento de inércia equivalente
$\tau_b$	Período de batimento
$\tau$	Período de oscilação
$\tau_n$	Período natural
$x(t)$	Posição
$z$	Quantidade complexa
$R$	Raio do pinhão
$k$	Rigidez da mola
$t$	Tempo
$a_0, a_n, b_n$	Termos da série de Fourier
$T$	Torque
$T_{eq}$	Torque Equivalente
$\dot{x}$	Velocidade
$\omega$	Velocidade angular
$v^*$	Velocidade de operação
$\dot{\theta}$	Velocidade rotacional
$\dot{x}$	Velocidade de translação

## SUMÁRIO

<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Objetivos	1
1.2 Objetivos Específicos	1
1.3 Justificativa	1
<b>2 – REFERENCIAL TEÓRICO</b>	<b>2</b>
2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÕES	2
2.1.1 Partes Elementares de Sistemas Vibratórios	2
2.1.2 Graus de Liberdade	2
2.1.3 Vibração Livre e Forçada	2
2.1.4 Vibração amortecida e não amortecida	3
2.1.5 Elementos de Mola	3
2.1.6 Associação de Molas	4
2.1.7 Elementos de Massa ou Inércia	4
2.1.8 Associação de Massas	4
2.1.9 Caso 1: Massas de translação ligadas por uma barra rígida	5
2.1.10 Caso 2: Massas de translação e rotacionais acopladas	5
2.1.11 Elementos de amortecimento	6
2.1.12 Movimento Harmônico	7
2.1.13 Forma Exponencial	8
2.1.14 Movimento Periódico	9
2.2 VIBRAÇÃO LIVRE DE SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE	10
2.2.1 Vibração Livre de um Sistema de Translação Não-Amortecido	11
2.2.2 Solução da Equação do Movimento	11
2.2.3 Movimento Harmônico	11
2.3 Vibração Livre com Amortecimento Viscoso	13
2.3.1 Constante de Amortecimento Crítico e o Fator de Amortecimento	13
2.4 VIBRAÇÃO EXCITADA HARMONICAMENTE	13
2.4.1 Resposta de Um Sistema Não Amortecido à força Harmônica	13
2.4.2 Resposta Total	15
2.4.3 Batimento	15
2.5 Resposta de um Sistema Amortecido à Força Harmônica	16
2.5.1 Resposta Total	16
2.6 Soldagem MIG/MAG	17
2.7 Processo MIG (Metal Inert Gas)	17
2.8 Processo MAG (Metal Active Gas)	18

2.9	Furação	18
2.9.1	Tipos de brocas	18
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>20</b>
3.1	DELINEAMENTO DA PESQUISA	21
3.2	Construção da Bancada	22
3.2.1	Materiais	22
3.2.2	Escolha do aço	22
3.2.3	Etapas da construção	23
3.2.3.1	Corte dos perfis	23
3.2.3.2	Corte de chapas de fixação	23
3.2.4	Soldagem	24
3.2.4.1	Escolha do processo de soldagem	24
3.2.4.2	Etapas da soldagem	24
3.2.5	Furação das barras	26
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>27</b>
4.1	Conclusão	27
	<b>Referências</b>	<b>28</b>
	<b>Anexos</b>	<b>29</b>
	<b>ANEXO A–Projeto da Bancada</b>	<b>30</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas dentro das universidades públicas brasileiras é falta de equipamentos para auxiliar no ensino das disciplinas. Na última década, o Brasil vem passando por uma crise econômica e conseqüentemente, os investimentos em educação diminuíram. Todo este contexto faz com que a qualidade do ensino diminua dentro da universidade. Este trabalho traz um projeto de bancada que é economicamente viável, pode ser construído com materiais relativamente fáceis de se encontrar e que pode ser construído sem necessitar de grande conhecimento manufatureiro.

## 1.1 Objetivos

A elaboração de um projeto de estrutura para o desenvolvimento de uma bancada para experimentos de vibrações como, pêndulo simples, sistemas massa-mola, ressonância, batimentos

## 1.2 Objetivos Específicos

- Dimensionamento da bancada;
- Escolha dos materiais adequados para sua construção;
- Proposta de experimento relacionado a vibração forçada.

## 1.3 Justificativa

Uma das melhores formas de se entender conceitos abstratos é aplicá-lo em uma situação prática. Em um curso de engenharia é preciso que existam modelos em escala reduzida que auxiliem no entendimento de tais conceitos. A realização de um experimento mostra fenômenos físicos na prática e também serve como uma motivação para o estudante, que poderá executar uma atividade fora de sala que ilustre eventos similares aos vistos na indústria. Um dos grandes problemas apresentados nas atividades práticas é a falta de materiais ou estruturas para a realização de experimentos. Por este motivo a bancada projetada neste trabalho será deixada como patrimônio para a UTFPR-GP, para que as futuras turmas da disciplina de vibrações mecânicas possam ser beneficiadas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 CONCEITOS BÁSICOS DE VIBRAÇÕES

#### 2.1.1 Partes Elementares de Sistemas Vibratórios

Segundo [RAO \(2008\)](#) um sistema vibratório inclui um meio para armazenar energia potencial, um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio de perda gradual de energia (amortecedor).

A vibração de um sistema envolve a transferência de sua energia potencial para energia cinética, e de energia cinética para energia potencial. Se o sistema for amortecido, certa quantidade de energia é dissipada em cada ciclo de vibração.

#### 2.1.2 Graus de Liberdade

O grau de liberdade de um sistema pode ser considerado como a quantidade mínima de variáveis necessária para se determinar a posição de um sistema em um instante. A maior parte de sistemas simples como, por exemplo, o pêndulo simples, é composto por apenas um grau de liberdade (GDL).

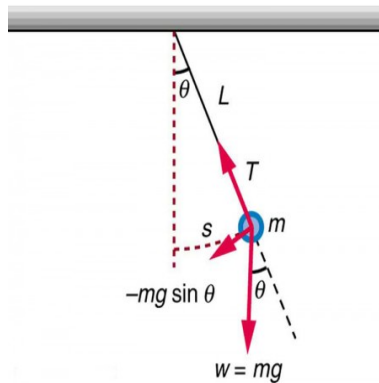


Figura 1 – Pêndulo Simples

Fonte: [Learning \(2017\)](#)

Sistemas de massa-mola comumente utilizados em experimentos de vibrações possuem um GDL e podem ser descritos por posições ou ângulos.

#### 2.1.3 Vibração Livre e Forçada

- **Vibração livre:** Após sofrer uma perturbação o sistema continuará a vibrar;
- **Vibração forçada:** Forças externas que agem sobre um sistema (geralmente de caráter repetitivo) geram vibrações. As forças externas podem ser capazes de gerar frequências iguais as frequências naturais do sistema. Este fenômeno é conhecido como ressonância,

e faz com que o sistema sofra grandes oscilações. A ressonância pode causar falhas em estruturas e comprometer sua segurança.

#### 2.1.4 Vibração amortecida e não amortecida

Durante a oscilação, se nenhuma energia for perdida ou dissipada, a vibração é chamada de *vibração nao amortecida*. Em alguns casos, o amortecimento de um sistema é tão pequeno que é possível desconsiderá-lo dos cálculos. Agora, se houver perda de energia considerável, este fenômeno será classificado como *vibração amortecida*.

#### 2.1.5 Elementos de Mola

Segundo RAO (2008) uma mola linear é um tipo de elo mecânico cuja massa e amortecimento são, de modo geral, considerados desprezíveis. Uma força é desenvolvida na mola sempre que houver um movimento relativo entre suas duas extremidades. A força da mola é dada por:

$$F = kx \quad (2.1.1)$$

onde F é a força da mola, x o deslocamento e k a rigidez da mola. A energia da deformação da mola é dada por:

$$U = \frac{1}{2}kx^2 \quad (2.1.2)$$

Molas reais não possuem comportamento linear, mas para facilitar os cálculos é admitido que a deflexão da mola é pequena, possibilitando a linearidade expressa pela Equação (2.1.1). Outros elementos como vigas tem comportamento de mola. Sabemos de resistência de materiais:

$$\delta_{st} = \frac{Wl^3}{3EI} \quad (2.1.3)$$

onde W é a força peso ( $W = mg$ ), E é o módulo de Young, e I é o momento de inércia da seção transversal da viga. Portanto:

$$k = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{3EI}{l^3} \quad (2.1.4)$$



### 2.1.6 Associação de Molas

As molas podem ser aplicada em conjuntos os quais são classificados como em série Figura (3) e paralelo Figura (2).

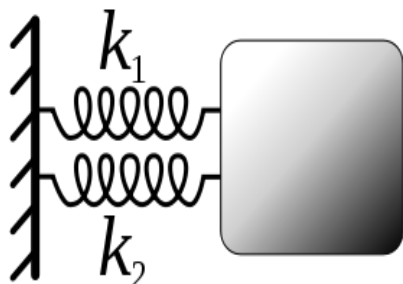


Figura 2 – Molas em paralelo

Fonte: [Science \(2017\)](#)

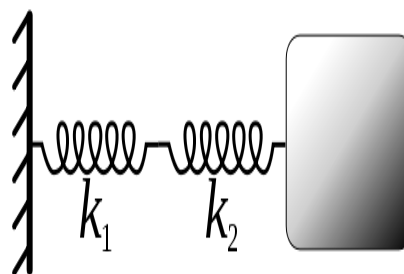


Figura 3 – Molas em série

Fonte: [Science \(2017\)](#)

- Molas em paralelo:

De acordo com [RAO \(2008\)](#) para um sistema de molas em paralelo a constante equivalente é obtida por:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + \dots + k_n \quad (2.1.5)$$

Para molas em série a constante equivalente será dada por:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (2.1.6)$$

### 2.1.7 Elementos de Massa ou Inércia

Elementos de massa ou inércia são corpos rígidos que podem ganhar ou perder energia cinética por variação de suas velocidades.

### 2.1.8 Associação de Massas

Em muitas aplicações práticas, o sistema possui várias massas e, para simplificar a análise, é possível utilizar uma massa equivalente.

## 2.1.9 Caso 1: Massas de translação ligadas por uma barra rígida

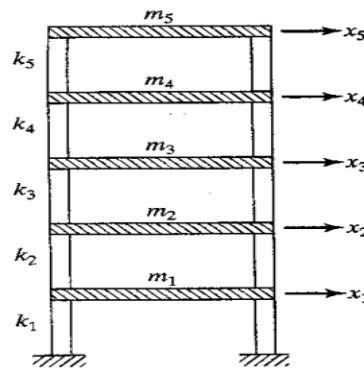


Figura 4 – Massas ligadas a uma barra rígida articulada

Fonte: RAO (2008)

Na situação da (Figura 4) as massas estão ligadas por uma barra rígida e é possível calcular sua massa equivalente, admitindo pequenos deslocamentos angulares como:

$$\dot{x}_2 = \frac{l_2}{l_1}, \dot{x}_3 = \frac{l_3}{l_1} \quad (2.1.7)$$

e

$$\dot{x}_{eq} = \dot{x}_1 \quad (2.1.8)$$

Igualando a energia cinética do sistema de três massas à do sistema de massa equivalente, obtém-se:

$$\frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{x}_3^2 = \frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}_{eq}^2 \quad (2.1.9)$$

Substituindo as equações (2.1.7) e (2.1.8) em (2.1.9) chega-se em:

$$m_{eq} = m_1 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 m_2 + \left(\frac{l_3}{l_1}\right)^2 m_3 \quad (2.1.10)$$

## 2.1.10 Caso 2: Massas de translação e rotacionais acopladas

Considere o esquema de cremalheira e pinhao mostrado na Figura 5:

A energia cinética de duas massas:

$$T = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2 \quad (2.1.11)$$

onde  $\dot{x}$  é a velocidade de translação,  $\dot{\theta}$  é a velocidade rotacional e  $J_0$  o momento de inércia. A energia cinética da massa equivalente será dada através de:

$$T_{eq} = \frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}_{eq}^2 \quad (2.1.12)$$

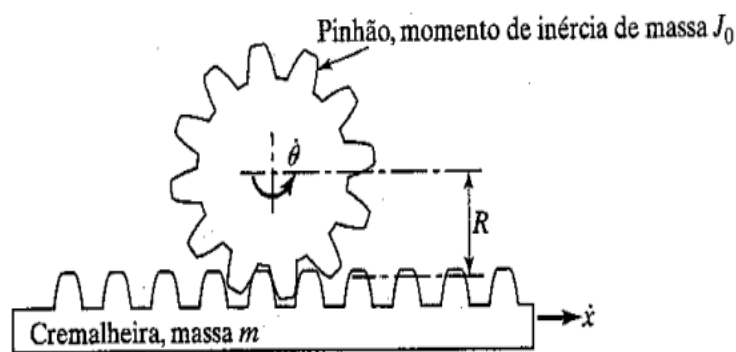


Figura 5 – Massa de translação e rotacional

Fonte: RAO (2008)

Se  $x_{eq} = \dot{x}$  e  $\dot{\theta} = \dot{x}/R$  então:

$$\frac{1}{2}m_{eq}\dot{x}_{eq}^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}J_0\left(\frac{\dot{x}}{R}\right)^2 \quad (2.1.13)$$

Logo,

$$m_{eq} = m + \frac{J_0}{R^2} \quad (2.1.14)$$

Para a *massa rotacional equivalente*  $\dot{\theta}_{eq} = \dot{\theta}$  e  $\dot{x} = \dot{\theta}R$  e a equivalência de  $T$  e  $T_{eq}$  chega-se em:

$$\frac{1}{2}J_{eq}\dot{\theta}^2 = \frac{1}{2}m(\dot{\theta}R)^2 + \frac{1}{2}J_0\dot{\theta}^2 \quad (2.1.15)$$

ou,

$$J_{eq} = J_0 + mR^2 \quad (2.1.16)$$

### 2.1.11 Elementos de amortecimento

Amortecimento é um fenômeno onde a energia da vibração é convertida gradativamente em calor ou som, e é classificado (RAO, 2008) em três tipos:

- *Amortecimento viscoso* ocorre quando um sistema vibratório dissipa a energia através de um meio fluido (ar, água, óleo, etc) devido a resistência criada pelo movimento do sistema.
- *Amortecimento Coulomb ou por atrito seco*, neste caso o amortecimento é causado pelo atrito entre superfícies em contato que não possuem nenhum meio fluido entre elas.
- *Amortecimento material ou sólido ou por histerese*, é causado quando ocorre a deformação do material que irá absorver e dissipar energia. Este efeito deve-se ao atrito entre os planos internos, que deslizam ou escorregam à medida que as deformações acontecem.

Quando o amortecedor é não linear, utiliza-se um processo de linearização em torno da velocidade de operação ( $v^*$ ), como no caso de uma mola não linear. Tal processo fornece a constante de amortecimento como:

$$c = \left. \frac{dF}{dv} \right|_{v^*} \quad (2.1.17)$$

### 2.1.12 Movimento Harmônico

Segundo Thomson e Dahleh (1997), o movimento oscilatório pode se repetir regularmente como num pêndulo de um relógio ou apresentar irregularidades como visto em terremotos. Chama-se de movimento periódico o movimento que se repete em intervalos iguais de tempo  $\tau$ .  $\tau$  é o período de oscilação e seu inverso é a frequência de oscilação  $f = 1/\tau$ . Assim,

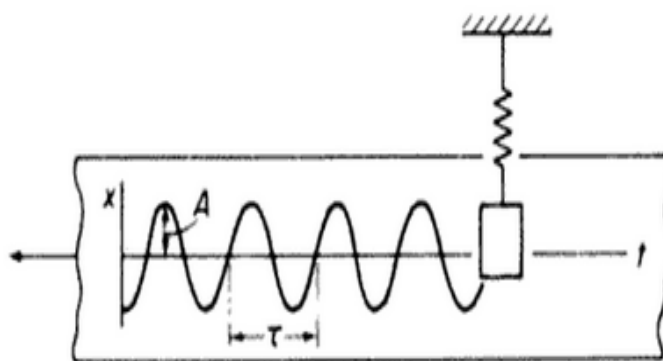


Figura 6 – Gravação de um movimento harmônico

Fonte: Thomson e Dahleh (1997)

O movimento periódico mais simples é o movimento harmônico. Este tipo de movimento pode ser exemplificado através de uma massa suspensa por uma linha. Se esta massa for deslocada de sua posição de repouso e depois solta, ela oscilará para os lados, o movimento periódico é relacionado com a posição em função de tempo  $x(t)$  que obedece a seguinte relação  $x(t) = x(t + \tau)$ .

$$x = A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi t}{\tau} \right) \quad (2.1.18)$$

onde  $A$  é a amplitude de oscilação e  $\tau$  o período.

$$x = A \operatorname{sen} \omega t \quad (2.1.19)$$

onde  $\omega$  é a velocidade angular (geralmente em radianos por segundo):

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi f \quad (2.1.20)$$

Derivando a equação (2.1.18) obtém-se a velocidade e aceleração, respectivamente:

$$\dot{x} = \omega A \cos \omega t = \omega A \operatorname{sen} \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \quad (2.1.21)$$

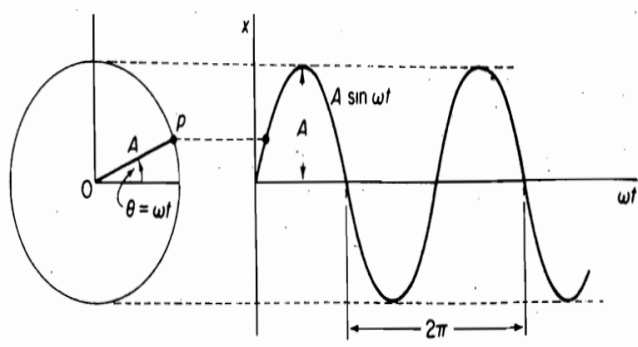


Figura 7 – Movimento harmônico de um ponto

Fonte: Thomson e Dahleh (1997)

$$\ddot{x} = -\omega^2 A \text{sen}(\omega t + \pi) = \omega^2 A \text{sen}(\omega t + \pi) \quad (2.1.22)$$

E analisando as equações (2.1.19) e (2.1.22):

$$\ddot{x} = -\omega^2 x \quad (2.1.23)$$

### 2.1.13 Forma Exponencial

Através da identidade de Euler:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \text{sen} \theta \quad (2.1.24)$$

um vetor de amplitude  $A$  rotacionando a uma velocidade angular constante  $\omega$  pode ser representado como uma quantidade complexa  $z$  como é mostrado na Figura 9.

$$\begin{aligned} z &= Ae^{i\omega t} \\ &= A \cos \omega t + iA \text{sen} \omega t \\ &= x + iy \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

A função  $z$  na Figura 8 é conhecida como a senoide complexa, com  $x$  e  $y$  os componentes reais e imaginários, respectivamente.

A Figura 9 mostra  $z$  e seu conjugado  $z^* = Ae^{-i\omega t}$ , o qual rotaciona no sentido negativo com velocidade angular  $-\omega$ . Através deste diagrama chega-se numa relação para o componente  $x$  expressa em termos de  $z$  e  $z^*$

$$x = \frac{1}{2}(z + z^*) = A \cos \omega t = \text{Re} Ae^{i\omega t} \quad (2.1.26)$$

onde  $\text{Re}$  é a parte real da quantidade  $z$ .

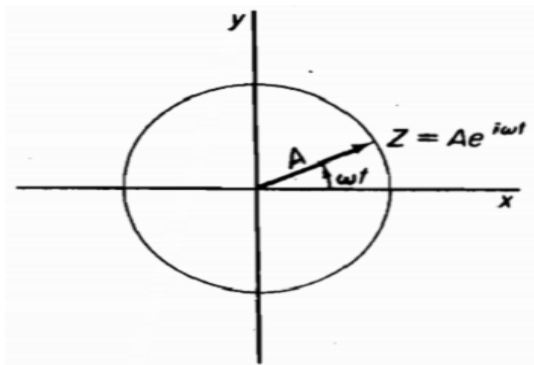


Figura 8 – Movimento harmônico de um vetor rotacional

Fonte: Thomson e Dahleh (1997)

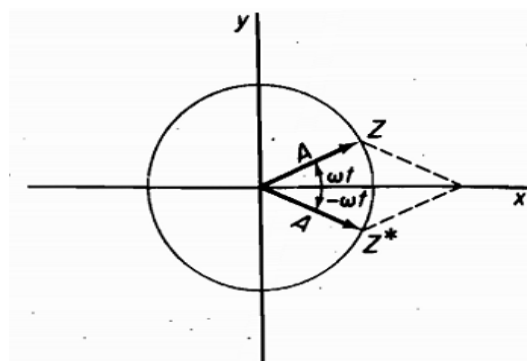


Figura 9 – Vetor z e seu conjugado.

Fonte: Thomson e Dahleh (1997)

### 2.1.14 Movimento Periódico

É comum existir simultaneamente vibrações de frequências diferentes. O matemático francês J. Fourier (1768-1830) demonstrou que qualquer movimento harmônico pode ser representado por uma série de senos e cossenos relacionados harmonicamente. Uma função periódica  $x(t)$  de período  $\tau$ , pode ser representada pela série de Fourier:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + \dots + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin \omega_2 t + \dots \quad (2.1.27)$$

Para determinar os termos  $a_n$  e  $b_n$  da série de Fourier, multiplica-se os dois lados da equação (2.1.27) por  $\cos \omega t$  ou  $\sin \omega t$ , integrando-se cada termo com um período  $\tau$ :

$$\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos \omega_n t \cos \omega_m t dt = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq n \\ \frac{\tau}{2} & \text{se } m = n \end{cases}$$

$$\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \sin \omega_n t \sin \omega_m t dt = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq n \\ \frac{\tau}{2} & \text{se } m = n \end{cases} \quad (2.1.28)$$

$$\int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} \cos \omega_n t \sin \omega_m t dt = \begin{cases} 0 & \text{se } m \neq n \\ \frac{\tau}{2} & \text{se } m = n \end{cases}$$

obtendo-se então:

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t) \cos \omega_n t dt$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} x(t) \sin \omega_n t dt \quad (2.1.29)$$

Para representar a série de Fourier na forma complexa, utiliza-se:

$$\begin{aligned}\cos \omega_n t &= \frac{1}{2} (e^{i\omega_n t} + e^{-i\omega_n t}) \\ \text{sen } \omega_n t &= \frac{1}{2} (e^{i\omega_n t} - e^{-i\omega_n t})\end{aligned}\tag{2.1.30}$$

A partir da equação (2.1.27), obtém-se:

$$\begin{aligned}x(t) &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2}(a_n - ib_n) (e^{i\omega_n t}) + \frac{1}{2}(a_n + ib_n)(e^{-i\omega_n t}) \right] \\ &= \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n e^{i\omega_n t} + c_n^* e^{-i\omega_n t}] \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\omega_n t}\end{aligned}\tag{2.1.31}$$

onde:

$$\begin{aligned}c_0 &= \frac{1}{2} a_0 \\ c_n &= \frac{1}{2} (a_n - ib_n)\end{aligned}\tag{2.1.32}$$

Substituindo  $a_n$  e  $b_n$  da equação (2.1.29):

$$\begin{aligned}c_n &= \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} (x(t) \cos \omega_n t - \text{sen } \omega_n t) dt \\ &= \frac{1}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} e^{-i\omega_n t} x(t) dt\end{aligned}\tag{2.1.33}$$

## 2.2 VIBRAÇÃO LIVRE DE SISTEMAS COM UM GRAU DE LIBERDADE

Para um sistema com apenas um GDL é possível determinar a posição da massa com apenas uma coordenada, como se vê na Figura 13.

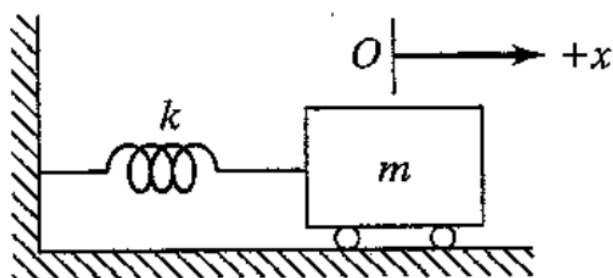


Figura 10 – Sistema massa mola com um GDL

Fonte: RAO (2008)

### 2.2.1 Vibração Livre de um Sistema de Translação Não-Amortecido

Utilizando a segunda lei de Newton para obter a equação do movimento:

$$\vec{F}(t) = \frac{d}{dt} \left( m \frac{d\vec{x}}{dt} \right) \quad (2.2.1)$$

Se a massa  $m$  for constante, essa equação será reduzida para:

$$\vec{F}(t) = m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = m \ddot{\vec{x}} \quad (2.2.2)$$

onde:

$$\frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = \ddot{\vec{x}} \quad (2.2.3)$$

Para um corpo rígido sujeito a um movimento rotacional, a lei de Newton resultará em:

$$\vec{M}(t) = J \ddot{\theta} \quad (2.2.4)$$

### 2.2.2 Solução da Equação do Movimento

Admitindo que  $x(t) = Ce^{st}$  e substituindo isso na equação:

$$\begin{aligned} C(ms^2 + k) &= 0 \\ ms^2 + k &= 0 \\ s &= \pm \left( -\frac{k}{m} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

onde  $i = (-1)^{-1/2}$  e portanto:

$$\omega_n = \left( \frac{k}{m} \right)^{1/2} \quad (2.2.6)$$

Onde  $\omega_n$  é a frequência natural de um corpo.

### 2.2.3 Movimento Harmônico

Se o sistema tiver construção vertical como no caso da figura 10(a), o equilíbrio estático e a frequência natural podem ser dados, respectivamente por:

$$W = mg = k\delta_{st} \quad (2.2.7)$$

$$\omega_n = \left( \frac{k}{m} \right)^{1/2} \quad (2.2.8)$$



A constante elástica da mola,  $k$ , pode ser expressa em termos de massa  $m$  pela equação (2.2.7):

$$k = \frac{W}{\delta_{st}} = \frac{mg}{\delta_{st}} \quad (2.2.9)$$

Substituindo a equação (2.2.9) na equação (2.2.6) resulta em:

$$\omega_n = \left( \frac{g}{\delta_{st}} \right)^{1/2} \quad (2.2.10)$$

Conseqüentemente a frequência natural em ciclos por segundo e o período natural serão dados por:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{g}{\delta_{st}} \right)^{1/2} \quad (2.2.11)$$

$$\tau_n = \frac{1}{f_n} = 2\pi \left( \frac{g}{\delta_{st}} \right)^{1/2} \quad (2.2.12)$$

Portanto, se a massa vibrar em sentido vertical será possível determinar a frequência natural e o período de vibração pela medição da deflexão estática  $\delta_{st}$ .

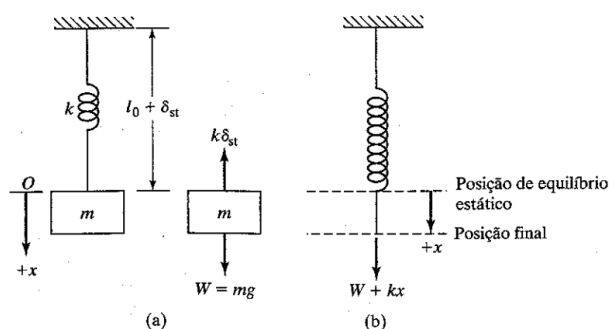


Figura 11 – Sistema massa mola em posição vertical

Fonte: RAO (2008)

A velocidade  $\dot{x}(t)$  e a aceleração  $\ddot{x}(t)$  da massa  $m$  no tempo  $t$  são dadas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = -\omega_n A \text{sen}(\omega_n t - \phi) \\ &= \omega_n A \cos\left(\omega_n t - \phi + \frac{\pi}{2}\right) \\ \ddot{x}(t) &= \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\omega_n^2 A \cos(\omega_n t - \phi) \\ &= \omega_n^2 A \cos(\omega_n t - \phi + \pi) \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

## 2.3 Vibração Livre com Amortecimento Viscoso

### 2.3.1 Constante de Amortecimento Crítico e o Fator de Amortecimento.

O amortecimento crítico  $c_c$  pode ser definido como:

$$\left(\frac{c_c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m} = 0 \quad (2.3.1)$$

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n$$

Para qualquer sistema amortecido, o fator de amortecimento  $\zeta$  é obtido como a razão entre a constante de amortecimento  $c$  e a constante de amortecimento crítico  $c_c$ :

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (2.3.2)$$

E usando as equações (2.3.1) e (2.3.2) chega-se em:

$$\frac{c}{2m} = \frac{c}{c_c} \cdot \frac{c_c}{2m} = \zeta\omega_n \quad (2.3.3)$$

## 2.4 VIBRAÇÃO EXCITADA HARMONICAMENTE

Para [RAO \(2008\)](#) um sistema mecânico sempre sofrerá algum tipo de vibração forçada quando energia externa é fornecida ao sistema. Esta energia pode ser uma força aplicada ou uma excitação de deslocamento imposta. A resposta de um sistema à excitação harmônica é denominada como *resposta harmônica* e a resposta de um sistema dinâmico a excitações não-periódicas aplicadas repentinamente é denominada como *resposta transitória*.

### 2.4.1 Resposta de Um Sistema Não Amortecido à força Harmônica

Partindo da equação do movimento:

$$m\ddot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (2.4.1)$$

A solução homogênea é dada por:

$$x_h(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sen \omega_n t \quad (2.4.2)$$

Como a força excitadora é harmônica tem-se:

$$x_p(t) = X \cos \omega t \quad (2.4.3)$$

Onde  $X$  é uma constante que denota a amplitude máxima de  $x_p(t)$ .

Substituindo a equação (2.4.3) em (2.4.1) obtém-se:

$$X = \frac{F_0}{k - m\omega^2} = \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.4.4)$$

Onde  $\delta_{st} = F_0/k$  é a deflexão estática. Consequentemente a solução total da equação (2.3.1) é dada por:

$$x(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t + \frac{F_0}{k - m\omega^2} \cos \omega t \quad (2.4.5)$$

Utilizando as condições iniciais  $x(t=0) = x_0$  e  $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ , então:

$$\begin{aligned} C_1 &= x_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2}, \\ C_2 &= \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

E por fim:

$$x(t) = \left( x_0 - \frac{F_0}{k - m\omega^2} \right) \cos \omega_n t + \left( \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \right) \sin \omega_n t + \left( \frac{F_0}{k - m\omega^2} \right) \cos \omega t \quad (2.4.7)$$

Logo a máxima amplitude  $X$  na equação (2.4.4) pode ser escrita como:

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \quad (2.4.8)$$

A razão  $X/\delta_{st}$  é chamada de fator de ampliação ou coeficiente de amplitude. Para a resposta de um sistema pode-se considerar três casos.

**Caso 1:**  $0 < \omega/\omega_n < 1$ , a resposta é dada pela equação (2.4.3) sem alteração.

**Caso 2:** Se  $\omega/\omega_n > 1$  a solução em regime permanente será:

$$x_p(t) = -X \cos \omega t \quad (2.4.9)$$

E a amplitude se torna:

$$X = \frac{\delta_{st}}{\left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 - 1} \quad (2.4.10)$$

**Caso 3:** Se  $\omega/\omega_n = 1$  a amplitude  $X$  torna-se infinita. Nesta condição  $\omega = \omega_n$ , efeito conhecido como *ressonância*. A resposta do sistema é dada como:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \delta_{st} \left[ \frac{\cos \omega t - \cos \omega_n t}{1 - \left( \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right] \quad (2.4.11)$$

Avaliando o limite do último termo da equação onde  $\omega \rightarrow \omega_n$  a resposta do sistema em ressonância será:

$$x(t) = x_0 \cos \omega_n t + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \sin \omega_n t + \frac{\delta_{st} \omega_n t}{2} \sin \omega_n t \quad (2.4.12)$$

### 2.4.2 Resposta Total

A resposta total do sistema também pode ser expressa como:

$$x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi) + \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.4.13)$$

$$\text{para } \frac{\omega}{\omega_n} < 1$$

$$x(t) = A \cos(\omega_n t - \phi) - \frac{\delta_{st}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (2.4.14)$$

$$\text{para } \frac{\omega}{\omega_n} > 1$$

### 2.4.3 Batimento

Para Kelly (2011) quando uma frequência de excitação é próxima, mas, não exatamente igual à frequência natural, ocorre um fenômeno chamado de *batimento*. Nesta situação ocorre o aumento e diminuição da amplitude de forma regular. Tal fenômeno pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{F_0/m}{\cos \omega^2 t - \cos \omega_n^2 t} (\cos \omega t - \cos \omega_n t) \\ &= \frac{F_0/m}{\cos \omega^2 t - \cos \omega_n^2 t} \left[ 2 \operatorname{sen} \frac{\omega + \omega_n}{2} t \cdot \operatorname{sen} \frac{\omega - \omega_n}{2} t \right] \end{aligned} \quad (2.4.15)$$

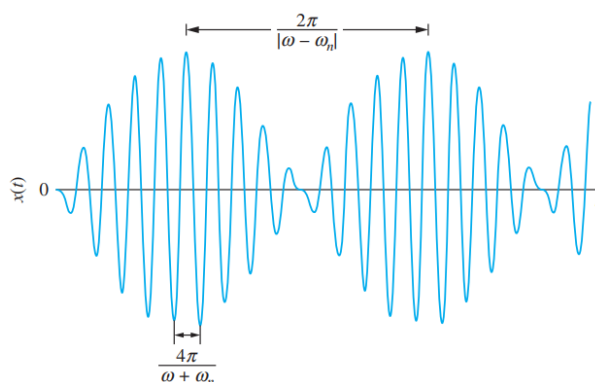


Figura 12 – Aumento e decréscimo regular de amplitude

Fonte: Kelly (2011)

O tempo entre os pontos de amplitude zero ou entre os pontos de amplitude máxima é denominado de *período de batimento*  $\tau_b$ .

$$\tau_b = \frac{2\pi}{2\sigma} = \frac{2\pi}{\omega_n - \omega} \quad (2.4.16)$$

E a frequência de batimento é:

$$\omega_b = 2\sigma = \omega_n - \omega \quad (2.4.17)$$

## 2.5 Resposta de um Sistema Amortecido à Força Harmônica

Se a função forçante for  $F(t) = F_0 \cos \omega t$  a equação do movimento será:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_0 \cos \omega t \quad (2.5.1)$$

Espera-se que a função particular da equação (2.4.1) também seja harmônica então:

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi) \quad (2.5.2)$$

$X$  e  $\phi$  são constantes e são dadas pelas seguintes equações, respectivamente:

$$X = \frac{F_0}{[(k - m\omega^2 + c^2\omega^2)^{1/2}]} \quad (2.5.3)$$

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{c\omega}{k - m\omega^2} \right)$$

ou

$$\phi = \text{tg}^{-1} \left[ \frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right] = \text{tg}^{-1} \left( \frac{2\zeta r}{1 - r^2} \right) \quad (2.5.4)$$

O fator de ampliação ou coeficiente de amplitude  $X/\delta_{st}$  será dado por:

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left\{ \left[ 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right]^2 + \left[ 2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right]^2 \right\}^{1/2}} \quad (2.5.5)$$

### 2.5.1 Resposta Total

Para um sistema subamortecido tem-se:

$$\omega_d = \sqrt{1 - \zeta^2} \omega_n \quad (2.5.6)$$

Para as condições iniciais,  $x(t=0) = x_0$  e  $\dot{x}(t=0) = \dot{x}_0$ , as constantes são obtidas utilizando as seguintes relações:

$$\begin{aligned} x_0 &= X_0 \cos \phi_0 + X \cos \phi \\ \dot{x}_0 &= -\zeta \omega_n X_0 \cos \phi_0 + \omega_d X_0 \sin \phi_0 + \omega X \sin \phi \end{aligned} \quad (2.5.7)$$

## 2.6 Soldagem MIG/MAG

De acordo com Marques, Modenesi e Bracarense (2005), a soldagem por arco elétrico com gás de proteção, sigla em inglês GMAW (Gas Metal Arc Welding)), trata-se de um processo de soldagem por arco elétrico entre a peça e o consumível em forma de arame, eletrodo não revestido, fornecido por um alimentador contínuo, realizando uma união de materiais metálicos pelo aquecimento e fusão. O arco elétrico funde de forma contínua o arame à medida que é alimentado à poça de fusão.

O metal de solda é protegido da atmosfera por um fluxo de gás, ou mistura de gases, inerte (MIG) ou ativo (MAG). Neste processo de soldagem é utilizada a corrente contínua (CC) e geralmente o arame é utilizado no polo positivo (polaridade reversa). A polaridade direta é raramente utilizada, pois, embora proporcione uma maior taxa de fusão do eletrodo, proporciona um arco muito instável. A faixa de corrente mais comumente empregada varia de 50A até cerca de 600A, com tensões de soldagem de 15V até 32V. Um arco elétrico autocorrigido e estável é obtido com o uso de uma fonte de tensão constante e com um alimentador de arame de velocidade constante.

O processo MIG/MAG é aplicável à soldagem da maioria dos metais utilizados na indústria como os aços, o alumínio, aços inoxidáveis, cobre e vários outros. Peças com espessura acima de 200mm podem ser soldados praticamente em todas as posições.

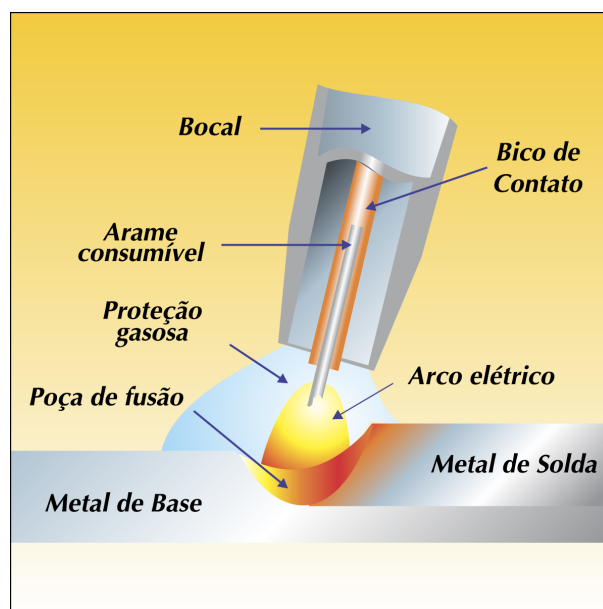


Figura 13 – Soldagem MIG/MAG

Fonte: Marques, Modenesi e Bracarense (2005)

## 2.7 Processo MIG (Metal Inert Gas)

Para (FORTES; VAZ, 2005), é denominado MIG o processo de soldagem utilizando gás de proteção quando esta proteção utilizada for constituída de um gás inerte, ou seja, um

gás normalmente monoatômico como Argônio ou Hélio, e que não tem nenhuma atividade física com a poça de fusão. Este processo foi inicialmente empregado na soldagem do alumínio e o termo MIG ainda é uma referência a este processo. Estes processos são geralmente utilizados com corrente elétrica contínua.

## 2.8 Processo MAG (Metal Active Gas)

Quando a proteção gasosa é feita com um gás dito ativo, ou seja, um gás que interage com a poça de fusão (normalmente  $CO_2$ ) o processo é denominado MAG.

Os gases de proteção têm como função primordial a proteção da poça de fusão, expulsando os gases atmosféricos da região da solda, principalmente Oxigênio, Nitrogênio e Hidrogênio, que são gases prejudiciais ao processo de soldagem. Além disso, os gases de proteção, ainda possuem funções relacionadas a soldabilidade, penetração e pequena participação na composição química da poça de fusão, quando gases ativos são empregados na soldagem.

## 2.9 Furação

Segundo Ferraresi (1970) Furação é um processo de usinagem remoção de cavaco onde o movimento de corte é circular e o movimento de avanço é linear na direção do eixo de rotação da ferramenta (broca). As brocas utilizadas na furação podem ser de vários tipos como: Brocas chatas, brocas helicoidais, brocas canhão (para furos profundos) , brocas para trepanação, etc. A furação com brocas é uma operação de desbaste, havendo necessidade de outra operação para acabamento tal como retifica, mandrilamento, alargamento , etc.. Na furação devemos observar os seguintes fatores:

- Diâmetro do furo;
- Profundidade do furo;
- Tolerâncias de forma e de medidas
- Volume de produção

As condições de operação são severas quando:

- Velocidade de Corte não é uniforme e varia desde zero no centro do furo até o máximo na periferia da broca.
- O fluido de corte deve atuar como refrigerante, da operação e também como transporte de cavacos.

### 2.9.1 Tipos de brocas

Existem basicamente dois tipos de brocas, chatas e helicoidais. As brocas chatas são as ferramentas de furação mais antiga. São obtidas pelo achatamento a quente de uma parte de uma barra cilíndrica. (Figura ao lado). Estas brocas tem dois gumes principais formando o angulo da ponta geralmente  $120^\circ$  . São utilizadas em furações pouco profundas em materiais frágeis , como ferro fundido, bronze e latão. Possuem torque limitado.



Figura 14 – Broca chata

Fonte: [Gerais \(2018\)](#)

Enquanto as brocas helicoidais, são as ferramentas mais usadas na execução de furos e seus componentes básicos são:

- Canais helicoidais cuja finalidade é criar espaço para a remoção de cavacos;
- Dois gumes ou fios principais de corte:
- Fio principal de corte responsável pelo corte direto do cavaco;
- Fio auxiliar de Corte responsável por 65% da força de avanço, pela retirada do cavaco;
- Estrias para direcionar o cavaco;
- Haste cilíndrica ou cônica para fixação da broca.

As Brocas helicoidais são classificadas pelo seu diâmetro externo e pelo seu ângulo de hélice, que podem ser tipo N , H ou W dependendo do tipo de material a ser usinado.



Figura 15 – Broca helicoidal

Fonte: [Industry \(2018\)](#)



### 3 METODOLOGIA

Observou-se na UTFPR-GP uma necessidade geral de experimentos práticos, especialmente para a disciplina de vibrações.

A primeira parte da pesquisa consistiu num levantamento de experimentos simples que possam ser realizados. Escolheu-se, então, um experimento de vibração forçada que utiliza os seguintes elementos:

- **Oscilador:** Mecanismo came-seguidor que deverá produzir as vibrações
- **Sistema de Controle:** Responsável por controle de frequências e amplitudes.
- **Sistema de Condução:** Normalmente barras metálicas que irão transmitir a vibração gerada no oscilador
- **Sistema de Leitura:** Equipamento que deverá ser capaz de interpretar os dados obtidos no experimento.

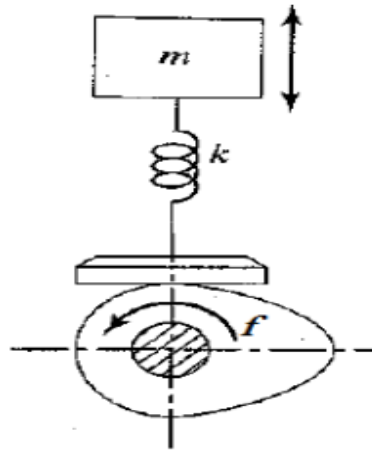


Figura 16 – Sistema massa mola com vibração forçada

Fonte: [RAO \(2008\)](#)

A segunda parte da pesquisa é a elaboração da estrutura da bancada, que consistirá em buscar informações sobre os processos de fabricação envolvidos em sua construção como também a escolha dos materiais adequados, visando o custo-benefício da estrutura.

A projeto da banca será elaborado em Solid Edge, um software livre e de fácil uso.

### 3.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

O método escolhido para esse trabalho foi o da pesquisa exploratória, que se dá da seguinte forma:

As pesquisas exploratórias têm como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, com vistas na formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso. Pesquisas exploratórias são desenvolvidas com o objetivo de proporcionar visão geral, de tipo aproximativo, acerca de determinado fato [Gil \(2008\)](#).

Este tipo de pesquisa fornece uma visão mais abrangente e conseqüentemente uma forma mais simples de abordar o problema inicial.

## 3.2 Construção da Bancada

### 3.2.1 Materiais

Para a construção da bancada, a escolha dos materiais foi baseada em produtos que são facilmente encontrados em lojas da região. Os materiais utilizados na bancada foram:

- 1 barra de 6 metros - Perfil em U de aço estrutural 40 X 80 X 3/16;
- 1 barra de 4 metros - Perfil em I de aço estrutural 40 X 80 X 3/16;
- Parafusos M10x50 sextavados;
- Arruelas e porcas para estes parafusos;
- 8 parabolts.

### 3.2.2 Escolha do aço

Num projeto, a escolha do material pode ser um fator determinante para garantir boa funcionalidade e um tempo de vida adequado. Para a bancada de vibrações foi escolhido o SAE 1020, o qual apresenta as propriedades necessárias que garantirão a rigidez da estrutura, além de ser facilmente encontrado nas distribuidoras de aço da região e possui boa relação de custo benefício.

Tabela 1 – Propriedades mecânicas SAE 1020

Propriedades mecânicas	Valores
Dureza, Brinel	212
Sut	420.0 Mpa
Sy	350.0 Mpa
Alongamento na ruptura	15%
Redução de área	40%
Módulo de elasticidade	186 Gpa
Coefficiente de Poisson	0.29
Usinabilidade	65%
Módulo de cisalhamento	72.0 Gpa

Fonte: [MatWeb](#) (2018)

### 3.2.3 Etapas da construção

#### 3.2.3.1 Corte dos perfis

Após o recebimento do material na UTFPR a primeira etapa foi o de cortar os perfis nos tamanhos adequados. O perfil em I foi cortado em duas barras de 2 metros, enquanto o perfil em U, foi cortado em quatro barras de 1,5 metros.

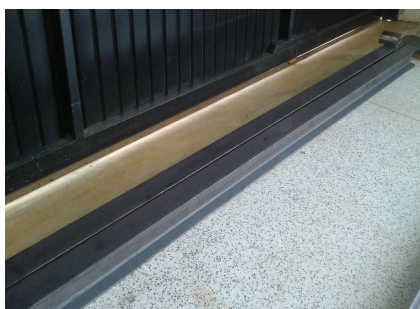


Figura 17 – Barras de perfil em I

Fonte: Autoria própria



Figura 18 – Barras de perfil em U

Fonte: Autoria própria

Para a realização do corte utilizou-se uma serra-fita para aços.



Figura 19 – Serra-fita S. Ramos 260

Fonte: Autoria própria

#### 3.2.3.2 Corte de chapas de fixação

Para se obter as chapas de fixação foi preciso cortar pequenas chapas de aço 1020, com 90mm de altura, 90mm de comprimento e 6mm de espessura. Utilizou-se uma esmerilhadeira para cortar e ajustar as medidas destas chapas. Tais chapas são utilizadas para unir os perfis em U, e também, servir como plataforma de fixação (para conectar os perfis em I nos perfis em U).



Figura 20 – Esmerilhadeira (a)

Fonte: Autoria própria



Figura 21 – Esmerilhadeira (b)

Fonte: Autoria própria

### 3.2.4 Soldagem

Para fixar os perfis em U foi preciso soldar duas chapas de aço nas duas extremidades, este material deverá unir e servirá como um acoplador para fixar este conjunto no perfil em I. Em seguida, mais duas chapas de fixação foram preparadas, cada uma com 100mm de largura e comprimento, as quais serão parafusadas no chão.

#### 3.2.4.1 Escolha do processo de soldagem

No campus UTFPR-GP possui alguns tipos de processos de soldagem, tais como, eletrodo revestido, MIG/MAG e TIG. Um dos fatores determinantes na escolha do processo foi, a falta de experiência do operador e a qualidade final da solda, por isso para a fixação das chapas foi utilizado MIG/MAG, as vantagens deste processo, segundo [Wainer, Brandi e MELLO \(1992\)](#) são:

- Não há perdas de pontas como no eletrodo revestido;
- Tempo total de execução de soldas de cerca da metade do tempo se comparado ao eletrodo revestido;
- Alta taxa de deposição do metal de solda;
- Alta velocidade de soldagem; menos distorção das peças;
- Baixo custo de produção;
- Soldagem pode ser executada em todas as posições;
- Cordão de solda com bom acabamento;
- Soldas de excelente qualidade;
- Facilidade de operação;

#### 3.2.4.2 Etapas da soldagem

As chapas eram relativamente finas, então, utilizou-se uma corrente baixa de 5 amperes.

Em seguida, foi feito um alinhamento de duas barras em perfil U, utilizando esquadros magnéticos, os quais também, serviram para fixar as barras na posição desejada. Para criar um espaço de 10mm entre as barras foram usadas duas pequenas chapas de aço, este espaço deverá servir como uma entrada para algum tipo de acoplador ou módulo de experimento.



Figura 22 – Preparo para a soldagem (a)  
Fonte: Autoria própria



Figura 23 – Preparo para soldagem (b)  
Fonte: Autoria própria

Logo em seguida a chapa de fixação foi posicionada em seu devido lugar com o auxílio de esquadros magnéticos.

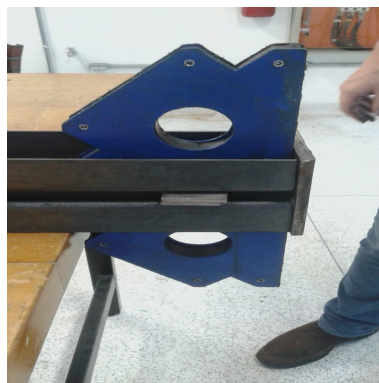


Figura 24 – Posicionamento da chapa de fixação  
Fonte: Autoria própria

A soldagem foi executada de maneira simples. De início, soldou-se pontos nas extremidades, garantido a rigidez da barra, produziu-se então os cordões de solda.



Figura 25 – Barras soldadas (a)  
Fonte: Autoria própria



Figura 26 – Barras soldadas (b)  
Fonte: Autoria própria

A última etapa de soldagem é a fixação dos perfis em I nas chapas de fixação, as quais, serão presas no piso do laboratório de vibrações mecânicas. Para esta etapa foi feito o mesmo procedimento anterior, porém, adicionou-se cordões na parte interna do perfil. Como os perfis em I estarão sujeitos a mais cargas, foi necessário estes cordões adicionais para garantir a segurança da estrutura.



Figura 27 – Soldagem do perfil em I (a)  
 Fonte: Autoria própria



Figura 28 – Soldagem do perfil em I (b)  
 Fonte: Autoria própria

### 3.2.5 Furação das barras

Após o término da soldagem a próxima etapa foi o da furação dos perfis I e U, utilizando uma furadeira de coluna para a execução deste processo. Basicamente serão feitos furos de  $10\text{mm}$  de diâmetro e com espaço de  $50\text{mm}$  entre os furos, os quais, servirão para acoplar os equipamentos que serão usados nos experimentos.



Figura 29 – Furação do perfil em U (a)  
 Fonte: Autoria própria



Figura 30 – Furação do perfil em U (b)  
 Fonte: Autoria própria

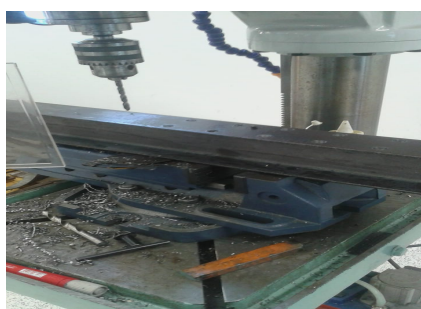


Figura 31 – Processo de furação do perfil em U  
 Fonte: Autoria própria

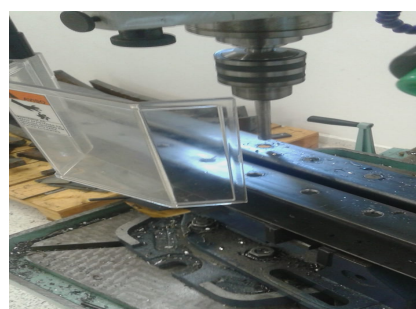


Figura 32 – Processo de furação do perfil em U  
 Fonte: Autoria própria

## 4 Resultados

Um dos grandes limitadores na hora de se construir qualquer tipo de protótipo, equipamento ou experimento, é o custo. Foi possível construir o projeto com valores razoavelmente baixos, dessa forma a implementação da bancada na UTFPR-GP ocorreu de maneira satisfatória. No total, foi utilizado um valor de total de R\$583,00.

Tabela 2 – Tabela de preços

Material	Valores
Perfil em I 3" laminada	R\$374,00
Perfil em U	R\$119,00
Parafusos, porcas e arruelas	R\$90,00

Fonte: Autoria própria



Figura 33 – Bancada pronta para fixação

Fonte: Autoria própria

### 4.1 Conclusão

A bancada deverá suprir a demanda de experimentos práticos de vibrações mecânicas na UTFPR-GP, claro que para experimentos mais cuidadosos ou detalhados é preciso um investimento muito maior que vai além do escopo deste trabalho, mas como a disciplina de vibração precisa de experimentos relativamente simples, este projeto é capaz de atender esta necessidade.

Esta bancada também abre as portas para futuros trabalhos, ainda é preciso projetar os módulos e equipamentos para os experimentos. Cabe agora aos próximos alunos da disciplina de vibrações continuar este processo de ensino e aprendizado.

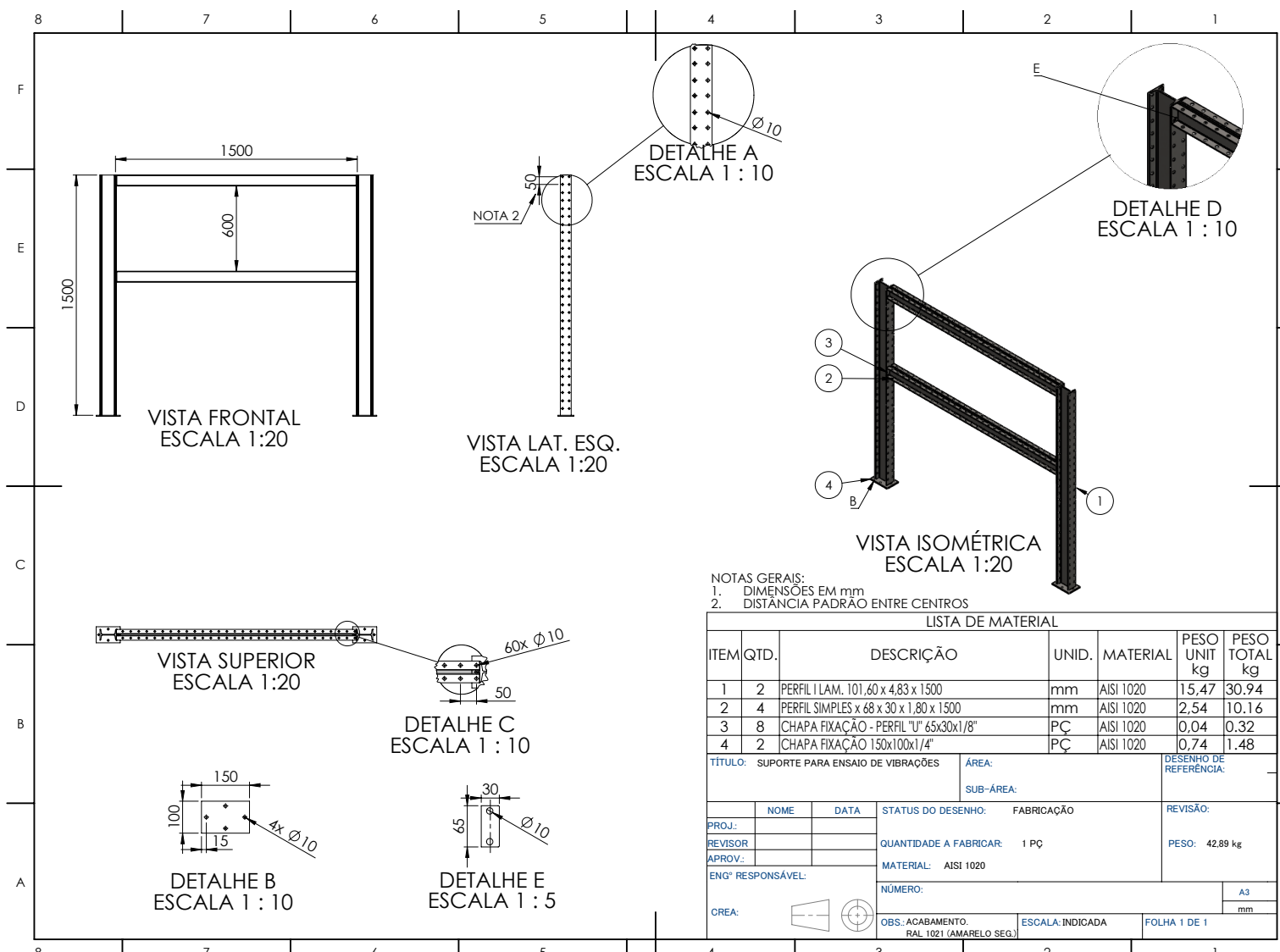


## Referências

- FERRARESI, D. **Usinagem dos metais**. [S.l.]: Editôra Edgard Blücher, 1970. v. 1. Citado na página 18.
- FORTES, C.; VAZ, C. Soldagem mig/mag. **Apostila ESAB, São Paulo**, 2005. Citado na página 17.
- GERAIS, F. **Broca chata**. 2018. Disponível em: <<https://www.fg.com.br/broca-chata-1-1-8--para-madeira---irwin/p>>. Citado na página 19.
- GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. [S.l.]: 6. ed. Editora Atlas SA, 2008. Citado na página 21.
- INDUSTRY, D. **Broca helicoidal**. 2018. Disponível em: <<http://www.directindustry.com/pt/prod/dormer-pramet/product-14461-1761864.html>>. Citado na página 19.
- KELLY, S. G. **Mechanical Vibrations: Theory and Applications**. [S.l.]: CL ENGINEERING, 2011. ISBN 1439062129. Citado na página 15.
- LEARNING, L. **The Simple Pendulum**. 2017. Disponível em: <<http://courses.lumenlearning.com/physics/chapter/16-4-the-simple-pendulum/>>. Acesso em: 7 de maio de 2018. Citado na página 2.
- MARQUES, P. V.; MODENESI, P. J.; BRACARENSE, A. Q. **Soldagem: fundamentos e tecnologia**. [S.l.]: Ed. da UFMG, 2005. Citado na página 17.
- MATWEB. **Material Property Data**. 2018. Disponível em: <<http://www.matweb.com/search/DataSheet.aspx?MatGUID=10b74ebc27344380ab16b1b69f1cffbb&ckck=1>>. Citado na página 22.
- RAO, S. **Vibrações Mecânicas. Tradução de Arlete Simille Marques**. [S.l.]: São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Citado 9 vezes nas páginas 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 13 e 20.
- SCIENCE, T. **Spring (Device)**. 2017. Disponível em: <[http://www.techsciencenews.com/referencetopics/Inv\\_timeline/timeline/spring\\_\(device\).html](http://www.techsciencenews.com/referencetopics/Inv_timeline/timeline/spring_(device).html)>. Acesso em: 15 de abril de 2018. Citado na página 4.
- THOMSON, W. T.; DAHLEH, M. D. **Theory of Vibration with Applications (5th Edition)**. [S.l.]: Pearson, 1997. ISBN 013651068X. Citado 3 vezes nas páginas 7, 8 e 9.
- WAINER, E.; BRANDI, S. D.; MELLO, F. D. **Soldagem: processos e metalurgia**. [S.l.: s.n.], 1992. Citado na página 24.

Anexos

**ANEXO A – Projeto da Bancada**



NOTAS GERAIS:  
 1. DIMENSÕES EM mm  
 2. DISTÂNCIA PADRÃO ENTRE CENTROS

LISTA DE MATERIAL

ITEM	QTD.	DESCRIÇÃO	UNID.	MATERIAL	PESO UNIT kg	PESO TOTAL kg
1	2	PERFIL I LAM. 101,60 x 4,83 x 1500	mm	AISI 1020	15,47	30,94
2	4	PERFIL SIMPLES x 68 x 30 x 1,80 x 1500	mm	AISI 1020	2,54	10,16
3	8	CHAPA FIXAÇÃO - PERFIL "U" 65x30x1/8"	PÇ	AISI 1020	0,04	0,32
4	2	CHAPA FIXAÇÃO 150x100x1/4"	PÇ	AISI 1020	0,74	1,48

TÍTULO: SUPORTE PARA ENSAIO DE VIBRAÇÕES		ÁREA:		DESENHO DE REFERÊNCIA:	
		SUB-ÁREA:			
PROJ.:	NOME	DATA	STATUS DO DESENHO: FABRICAÇÃO		REVISÃO:
REVISOR:			QUANTIDADE A FABRICAR: 1 PÇ		PESO: 42,89 kg
APROV.:			MATERIAL: AISI 1020		
ENGº RESPONSÁVEL:		NÚMERO:		A3	
CREA:				mm	
		OBS: ACABAMENTO RAL 1021 (AMARELO SEQ.)		ESCALA: INDICADA	
				FOLHA 1 DE 1	