

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA MECÂNICA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

WELLINTON RODRIGO DA SILVA BASTOS

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE MOLAS HELICOIDAIS DE
TRAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM BANCADA DIDÁTICA DE
VIBRAÇÕES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**GUARAPUAVA
2018**

WELLINTON RODRIGO DA SILVA BASTOS

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE MOLAS HELICOIDAIS DE
TRAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM BANCADA DIDÁTICA DE
VIBRAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Programa de Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientadora: Prof.^a Dra. Denise Alves Ramalho

**GUARAPUAVA
2018**

TERMO DE APROVAÇÃO

**ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE MOLAS HELICOIDAIS DE
TRAÇÃO PARA APLICAÇÃO EM BANCADA DIDÁTICA DE
VIBRAÇÕES**

WELLINTON RODRIGO DA SILVA BASTOS

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado em Guarapuava, Paraná na data 05 de dezembro de 2019 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Denise Alves Ramalho
Prof. Orientador

Carla Dantas da Silva
Membro Da Banca

Sergio Dalmás
Membro Da Banca

Aldo Przybysz
Coordenador do Curso de Engenharia Mecânica

O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me abençoado com o dom da vida e me guiado pelos melhores caminhos.

Aos meus pais, Antonio Roberto Bastos e Edi Elaine da Silva, que sempre me deram condições e motivação para correr atrás dos meus objetivos.

Aos meus amigos que me ajudaram de alguma forma a enfrentar as dificuldades e comemorar minhas conquistas.

A minha avó Ana Gessi Ramos Bastos, que teve uma vida dedicada a educar da melhor forma seus filhos e que também foi fundamental na minha formação como pessoa.

A minha orientadora Prof^a Dra. Denise Alves Ramalho pelo apoio que foi fundamental para a elaboração deste trabalho.

A toda equipe de corpo docente da Universidade Tecnológica Federal do Paraná por me tornar o profissional que eu sempre quis ser.

“A vida não se acaba quando deixamos de viver e
sim quando deixamos de buscar algo nela.”

(MARLEY, Bob)

BASTOS, Wellinton Rodrigo da Silva. **Análise e dimensionamento de molas helicoidais para aplicação em bancada didática de vibrações**. 2019. 42 f. Trabalho de conclusão de curso, Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Guarapuava, 2019.

RESUMO

Molas helicoidais são elementos mecânicos bastante versáteis, por exemplo, em apenas um automóvel podemos encontrar esses dispositivos na suspensão, para garantir a segurança e conforto do passageiro, nas fechaduras das portas e até mesmo no próprio motor acima das válvulas para suavizar o movimento dos componentes reduzindo desgastes. Essa vasta gama de aplicações se dá também pela grande variedade de configurações que esse dispositivo pode apresentar, podendo suportar esforços de tração, compressão, torção ou flexão. O trabalho em questão elaborou o dimensionamento de molas de tração para aplicação específica em uma bancada didática de vibrações para realização de experimentos. Esse processo passou pela definição das considerações iniciais do movimento e a partir das características requeridas no movimento, foram encontrados os outros parâmetros da mola, unindo conhecimentos das disciplinas de Elementos de Máquinas e Vibrações. Após o dimensionamento foi realizado o estudo das molas com relação a sua resistência, sendo calculados os coeficientes de segurança pertinentes ao elemento. Por fim, foi confeccionado um procedimento experimental para o estudo do movimento na bancada didática de vibrações.

Palavras-chave: Molas de Tração. Dimensionamento. Elementos de Máquinas. Bancada didática de vibrações.

BASTOS, Wellinton Rodrigo da Silva. **Análise e dimensionamento de molas helicoidais para aplicação em bancada didática de vibrações.** 2019. 42 f. Completion of coursework, Mechanical Engineering – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2019.

ABSTRACT

Helical springs are very versatile mechanical elements, for example, in only one car we can find these devices in suspension, to ensure passenger safety and comfort, door locks and even engine itself above valves to smooth the movement of components by reducing wear. This wide range of applications is also due to the wide variety of configurations that this device can present, and can withstand tensile, compression, twist, or bending efforts. The work in question elaborated the dimensioning of traction springs for specific application in a didactic vibration countertop for experiments. This process went through the definition of the initial considerations of the movement and from the characteristics required in the movement, the other parameters of the spring found were, uniting knowledge of the disciplines of Machinery elements and vibrations. After sizing, the spring study carried was out in relation to their resistance, and the safety coefficients relevant to the element were calculated. Finally, an experimental procedure made was for the study of movement on the didactic bench of vibrations.

Keywords: Traction Springs. Sizing. Machine elements. Didactic bench of vibrations.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: SISTEMAS COM A) 1 GRAU DE LIBERDADE, B) GRAU DE LIBERDADE INFINITO	14
FIGURA 2: SISTEMA MASSA-MOLA EM POSIÇÃO VERTICAL	16
FIGURA 3: PARÂMETROS FÍSICOS DE UMA MOLA DE TRAÇÃO	18
FIGURA 4: MOLAS ASSOCIADAS EM PARALELO	20
FIGURA 5: MOLAS ASSOCIADAS EM SÉRIE	21
FIGURA 6: DISTRIBUIÇÃO DE TENSÃO EM MOLAS HELICOIDAIS	23
FIGURA 7: ESFORÇOS SOBRE O GANCHO DE UMA MOLA HELICOIDAL DE EXTENSÃO.....	23
FIGURA 8: MODELO DA BANCADA DIDÁTICA DE VIBRAÇÕES	29

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: VARIÁVEIS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA A TRAÇÃO DAS MOLAS	20
TABELA 2: CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA CARACTERIZAÇÃO DO MOVIMENTO	30
TABELA 3: PARÂMETROS CALCULADOS DO MOVIMENTO	32
TABELA 4: CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA DIMENSIONAMENTO DAS MOLAS	33
TABELA 6: VALORES DOS PARÂMETROS DAS MOLAS	35

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	OBJETIVOS	11
1.1.1	Objetivo geral	11
1.1.2	Objetivos específicos.....	12
1.2	JUSTIFICATIVA	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	O QUE É VIBRAÇÃO?	13
2.2	PARTES FUNDAMENTAIS DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO.....	13
2.3	GRAUS DE LIBERDADE.....	13
2.4	CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES	14
2.5	VIBRAÇÃO LIVRE COM UM GRAU DE LIBERDADE.....	15
2.6	EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PARA VIBRAÇÃO VERTICAL	15
2.7	ELEMENTOS DE MOLA	17
2.8	MATERIAIS DE MOLA	19
2.9	ASSOCIAÇÃO DE MOLAS	20
2.9.1	Associação em paralelo.....	20
2.9.2	Associação em série	21
2.10	EFEITO DA CURVATURA	22
2.11	TENSÕES EM MOLAS HELICOIDAIS DE TRAÇÃO.....	23
2.12	CARREGAMENTO DE FADIGA EM MOLAS DE EXTENSÃO	24
2.13	DEFLEXÃO EM MOLAS HELICOIDAIS	27
3	METODOLOGIA	28
4	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	29
5	DIMENSIONAMENTO.....	30
5.1	CARACTERIZAÇÃO DO MOVIMENTO	30
5.1.1	Considerações iniciais	30
5.1.2	Procedimento de cálculo dos parâmetros importantes	31
5.2	DIMENSIONAMENTO DO PARÂMETROS DE MOLA	32
5.2.1	Considerações iniciais.....	32
5.2.2	Cálculo dos parâmetros importantes	33
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	35
6.1	ANALISE DOS ESFORÇOS INTERNOS ÀS MOLAS	35
6.1.1	Corpo da Mola.....	35
6.1.2	Ganchos.....	37
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	39

REFERÊNCIAS	40
APÊNDICE A.....	41

1 INTRODUÇÃO

O fenômeno de vibração começou a despertar o interesse nas pessoas desde 4000 a.C. com a descoberta dos primeiros instrumentos musicais de corda que utilizavam da vibração para a produção de sons. A partir desse interesse, estudos mais aprofundados foram realizados sobre o assunto, tendo o matemático e filósofo Pitágoras como o primeiro a investigar os sons gerados pelos efeitos vibracionais (RAO, 2008).

Com o passar do tempo o estudo da vibração associada a outros sistemas foram realizados. Terremotos, efeitos da vibração sobre sistemas mecânicos, e outras milhares de aplicações renderam várias pesquisas na área com a realização de simulações e testes em laboratório. (RAO, 2008)

O trabalho em questão surge como uma proposta de contribuição para o estudo prático em laboratório da disciplina de vibrações, no Campus Guarapuava da UTFPR, tendo como principal objetivo a análise e o dimensionamento de molas helicoidais para instalação em uma bancada didática de vibrações. A confecção dessa bancada trará para a comunidade acadêmica melhorias na qualidade de ensino e aprendizagem permitindo que os alunos sejam capazes de adquirir uma visão prática e aplicada do fenômeno vibracional.

1.1 OBJETIVOS

Dentre os objetivos deste trabalho, o principal é oferecer melhoria na metodologia de ensino de vibrações no Campus Guarapuava da UTFPR, viabilizando a realização de aulas práticas através de uma bancada de testes.

1.1.1 Objetivo geral

O trabalho em questão visa o dimensionamento de molas helicoidais para aplicação em uma bancada de vibrações que está sendo projetada para ser instalada no campus.

1.1.2 Objetivos específicos

Dentre os objetivos específicos do trabalho encontra-se:

- Identificar parâmetros construtivos importantes para o dimensionamento de molas;
- Realizar os cálculos para o dimensionamento das molas;
- Analisar os esforços internos à mola, encontrando os coeficientes de segurança pertinentes;
- Confeccionar um procedimento experimental para aulas práticas na bancada.

1.2 JUSTIFICATIVA

Com a grande competitividade presente no mercado de trabalho, experiência e capacidade de avaliar soluções rápidas para problemas complexos como os de Vibrações, torna-se um diferencial bastante atraente na hora da contratação.

Segundo Prestes e Rodrigues (2017), por meio de dados coletados entre alunos do ensino superior de engenharia, 93,9% dos alunos entrevistados responderam que costumam entender melhor os conteúdos ministrados com o auxílio de aulas práticas. O mesmo estudo mostra que 69,7% dos estudantes consideram muito importante o investimento em infraestrutura de laboratórios para realização dos experimentos.

Tendo em mente essa necessidade de uma maior didática devido a toda complexidade envolvida na disciplina de vibrações, a presença de um laboratório contendo equipamentos que possibilitem práticas envolvendo essa disciplina se torna um fator essencial para a otimização no ensino-aprendizagem.

Este trabalho surge com o intuito de suprir essa demanda na UTFPR campus Guarapuava, utilizando de ferramentas da engenharia para fazer o dimensionamento e análise de elementos de molas para uma bancada didática de vibrações.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Visto que o dimensionamento das molas deverá levar em consideração algumas condições de operação definidas pelo movimento vibratório, é válido a introdução de alguns conceitos relevantes sobre vibrações, definidos a seguir neste capítulo.

2.1 O QUE É VIBRAÇÃO?

Segundo RAO (2008), para um movimento ser considerado vibratório ou oscilatório o mesmo deve se repetir, regular ou irregularmente, durante um intervalo de tempo. Este fenômeno é observado em vários campos da engenharia podendo ser um aspecto favorável ou não ao funcionamento de um determinado sistema.

2.2 PARTES FUNDAMENTAIS DE UM SISTEMA VIBRATÓRIO

De acordo com RAO (2008), um sistema vibratório possui os seguintes componentes básicos:

- Meio de armazenamento de energia potencial: Mola ou elementos elásticos;
- Meio de armazenamento de energia cinética: Elementos de massa ou inércia;
- Meio de perda gradual de energia: Amortecedor.

Em alguns casos, em que é necessário se obter uma oscilação constante ou periódica, é preciso que um agente externo aplique uma força para compensar as perdas sofridas pelos elementos amortecedores. Essa metodologia é frequentemente utilizada para fazer simulações de vibrações para testes em laboratórios.

2.3 GRAUS DE LIBERDADE

Segundo RAO (2008), em um sistema oscilatório, o grau de liberdade é definido como o número mínimo de coordenadas independentes no sistema, necessárias para determinar a posição instantânea de todas as partes do sistema responsáveis por armazenar energia cinética.

Os sistemas os quais é possível a sua descrição utilizando um número finito de graus de liberdade são chamados de sistemas discretos e um exemplo pode ser observado na Figura 1-a). Quando um sistema possui algum elemento elástico o mesmo possui grau de liberdade infinito e é definido como um sistema contínuo, observado na Figura 1-b) como exemplo uma viga em balanço.

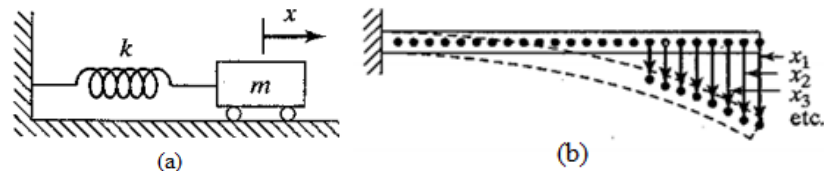


Figura 1: Sistemas com a) 1 grau de liberdade, b) grau de liberdade infinito
Fonte: RAO (2008)

Geralmente, para realizar análise do movimento, os sistemas contínuos são aproximados como sistemas discretos para que os cálculos sejam mais simples e os resultados obtidos, mais satisfatórios.

2.4 CLASSIFICAÇÃO DE VIBRAÇÕES

Segundo Rao (2008), as vibrações podem ser classificadas de várias formas, sendo algumas delas:

- I. **Vibração livre e forçada:** Está relacionada com a imposição de uma força externa ao sistema. No caso de vibração livre, não existe força externa atuando sobre o sistema. Já no caso de vibração forçada, para que se mantenha a vibração é imposta uma força externa ao sistema.
- II. **Vibração amortecida e não amortecida:** Relacionada com a existência de perdas de energia no sistema. Em muitos sistemas físicos, o fenômeno de amortecimento é pequeno e pode ser desprezado a fim de simplificar os cálculos.
- III. **Vibração linear e não linear:** Relacionada ao comportamento dos componentes do sistema. De acordo com Rao (2008), se a massa, mola e o amortecedor se comportarem linearmente, a vibração resultante será linear. Em contrapartida, se algum dos elementos citados não se comportar linearmente, o sistema todo será descrito como não linear.

- IV. **Vibração determinística e aleatória:** Se o valor da força atuante sobre o sistema for de fácil determinação e ser conhecida em qualquer instante da excitação, a vibração resultante é denominada como determinística. Caso a força de excitação não possa ser prevista em dado instante de tempo, a mesma se torna aleatória e gera uma vibração também aleatória.

2.5 VIBRAÇÃO LIVRE COM UM GRAU DE LIBERDADE

Vibração livre é um tipo de movimento que um sistema apresenta após sofrer uma perturbação inicial de uma força externa. Esse movimento tem como característica se manter de forma autônoma depois da retirada desta força. (RAO, 2008)

Esse movimento, na prática, como todo sistema de conversão de energia, está sujeito a perdas geradas principalmente por amortecimento. Essas perdas por sua vez geram uma diminuição gradativa do movimento, indo de uma amplitude máxima quando a força é aplicada, até a dissipação total da energia cinética após um longo período de tempo.

A análise desse tipo de vibração é bastante utilizada para aproximar diversos sistemas e também será útil para a elaboração deste trabalho. De acordo com Rao (2008), existem diversos métodos para encontrar as características do movimento de vibração livre e os parâmetros relacionados a ele. A princípio, o foco será na análise do movimento de um sistema massa-mola oscilando em posição vertical, que será base para o experimento e o desenvolvimento do dimensionamento dos elementos de mola.

2.6 EQUAÇÃO DO MOVIMENTO PARA VIBRAÇÃO VERTICAL

Segundo Rao (2008), quando se analisa um movimento de vibração vertical, existe uma consideração muito importante para o estudo deste fenômeno que é a condição de equilíbrio. Essa condição de equilíbrio é encontrada no momento em que, no caso em questão, se encontra a igualdade das forças ativas do peso do sistema, com as forças reativas das molas que seguram as massas.

A Figura 2 ilustra o método para o estudo das vibrações verticais. Nas Figuras 2-a) e 2-d) pode-se observar a posição de equilíbrio do sistema e como ela é

interpretada em um gráfico de Força x Deslocamento respectivamente. Nessa posição a mola possui uma deflexão δ_{st} chamada deflexão estática, promovida pela força peso da massa acoplada. Sendo assim, a equação das forças nessa condição assume a seguinte forma:

$$\sum F = \left(\underbrace{-k\delta_{st}}_{\text{Força da Mola}} + \underbrace{W}_{\text{Força Peso}} \right) = \underbrace{0}_{\text{Condição de Equilíbrio}}$$

Logo:

$$W = mg = k\delta_{st} \quad (2.1)$$

onde g é a aceleração gravitacional e k é a constante de elasticidade da mola.

As Figuras 2-b) e 2-c) ilustram uma segunda condição, aonde o sistema é sujeito a uma perturbação inicial.

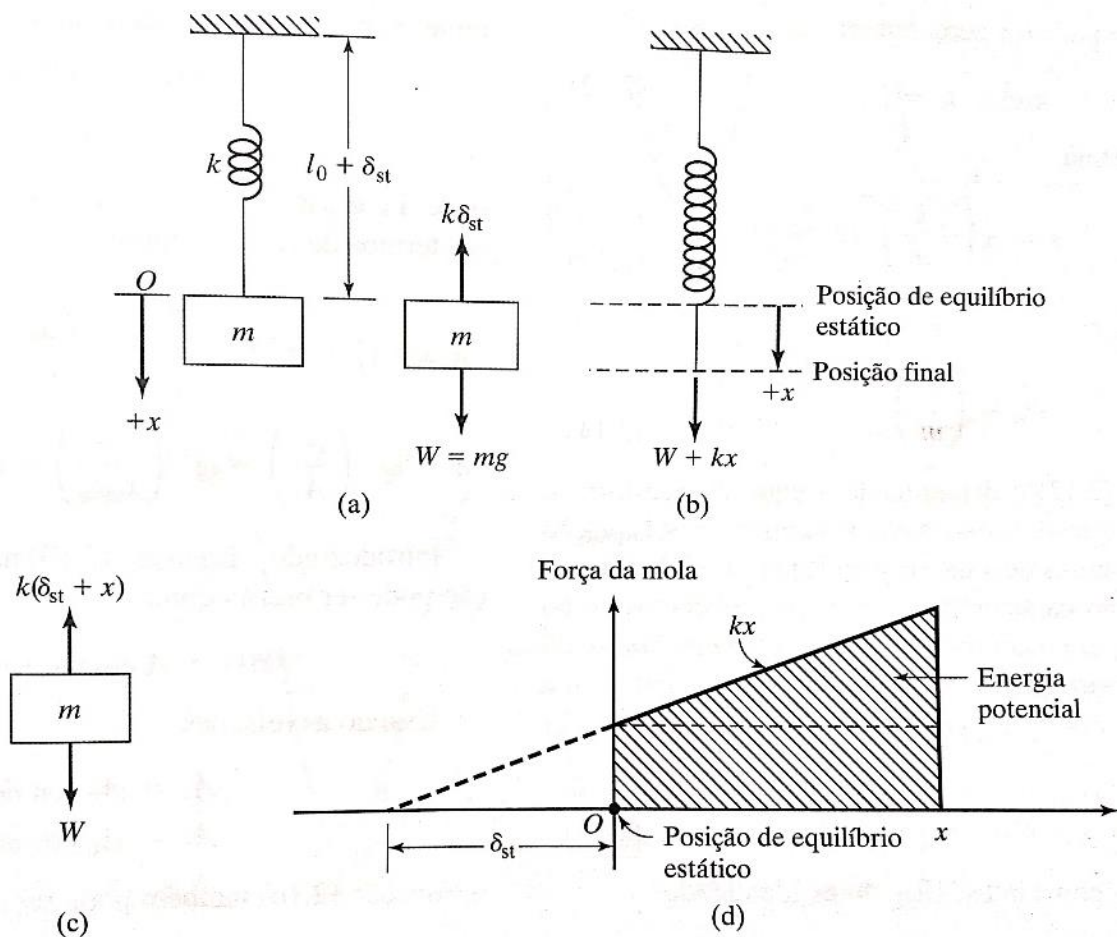


Figura 2: Sistema massa-mola em posição vertical
Fonte: RAO (2008)

De acordo com Rao (2008), nesse caso a massa é defletida até uma distância $+x$ em relação à posição de equilíbrio. Essa deflexão é realizada por uma força externa aplicada ao sistema, aumentando também, a força da mola em termos de x . A força da mola para esse caso é expressa por $-k(x + \delta_{st})$ e a força resultante é definida pela segunda lei do movimento de Newton.

$$m\ddot{x} = \underbrace{-k(x + \delta_{st})}_{\text{Força da mola}} + \underbrace{W}_{\text{Força Peso}} \quad (2.2)$$

Unindo os resultados de 2.1 e 2.2 se obtém a seguinte relação:

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.3)$$

Considerando as condições iniciais de posição e velocidade em $t = 0$, encontra-se a seguinte solução para a equação 2.3:

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_n t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega_n} \text{sen}(\omega_n t) \quad (2.4)$$

onde:

- $x(t)$ = posição da massa em um determinado tempo t ;
- x_0 = posição inicial;
- \dot{x}_0 = velocidade inicial;
- ω_n = frequência natural.

2.7 ELEMENTOS DE MOLA

Rao (2008), define uma mola linear como sendo um tipo de elo mecânico de massa e amortecimento desprezíveis com capacidade de se deformar e armazenar energia potencial após a aplicação de uma força F sobre ela. A intensidade da força de reação da mola é definida por:

$$F = ky \quad (2.5)$$

onde o termo F indica a força da mola, k é a rigidez da mola e y é a deformação ocasionada pela força externa aplicada sobre a mola.

De acordo com Shigley (2011), existem parâmetros principais na análise e dimensionamento de uma mola de tração, e na Figura 3 é possível observar alguns desses parâmetros.

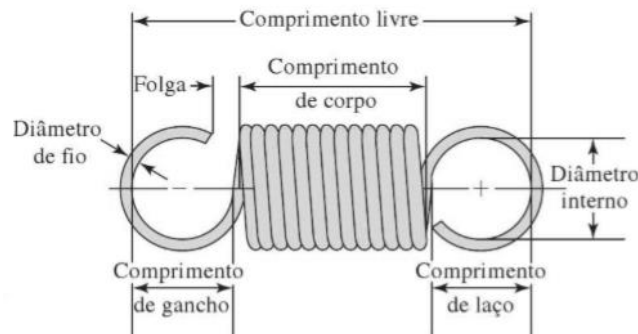


Figura 3: Parâmetros físicos de uma mola de tração
Fonte: SHIGLEY (2011)

$$L_0 = (2C - 1 + N_b)d \quad (2.6)$$

$$N_a = N_b + \frac{G}{E} \quad (2.7)$$

$$C = \frac{D}{d} \quad (2.8)$$

onde:

- L_0 = comprimento livre;
- N_a = número de espiras ativas;
- N_b = número de espiras de corpo;
- D = diâmetro médio de espira;
- d = diâmetro do arame;
- C = índice de mola;

As molas de tração comumente são fabricadas com as espiras em contato. Segundo Shigley (2011), essa configuração é chamada de enrolamento fechado e é gerada por uma tração inicial imprimida à mola na etapa de fabricação. Essa tração inicial é um parâmetro solicitado ao fabricante e existem faixas preferíveis para a escolha em relação ao índice de curvatura. As faixas de valores de tensão inicial em relação ao índice de mola podem ser visualizadas na Figura 4.

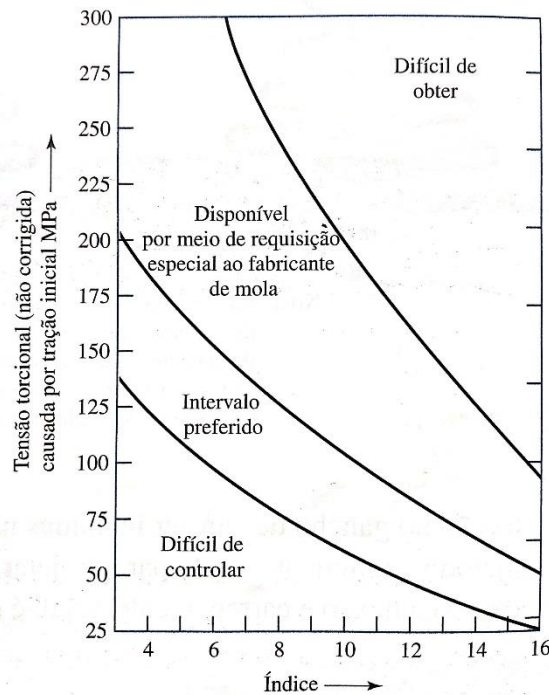


Figura 4: Tensão torcional não corrigida x Índice de mola
Fonte: SHIGLEY (2011)

O intervalo preferido pode ser expresso por:

$$\tau_i = \frac{231}{e^{0,105c}} \pm 6,9 \left(4 - \frac{C - 3}{6,5} \right) \text{MPa} \quad (2.9)$$

A equação 2.9 define o valor máximo e mínimo da tensão inicial com relação ao índice de curvatura C da mola. Para o dimensionamento, esse é um parâmetro inicial para a análise, principalmente pelo cálculo da força inicial F_i que afeta diretamente no cálculo da constante da mola.

2.8 MATERIAIS DE MOLA

Como definido por Norton (2013), as molas mecânicas podem ser fabricadas por diversos tipos de metais, identificados e catalogados pela ASTM e SAE. As características dos materiais podem ser alteradas ou ajustadas por tratamentos térmicos posteriores a fabricação da mola.

Alguns cálculos podem ser realizados para as resistências mínimas a tração e a cisalhamento para os fios de mola utilizando as seguintes equações:

$$\text{Tensão Última de Tração} \rightarrow S_{ut} \cong A/d^m \quad (2.10)$$

$$\text{Tensão Última de Cisalhamento} \rightarrow S_{su} \cong 0,67S_{ut} \quad (2.11)$$

onde os parâmetros A e m são tabelados e dependem do tipo de material e d é o diâmetro do arame. Para o fio musical, que é comumente utilizado para fabricação de molas sujeitas à esforços mais elevados de tração e fadiga, os valores de A e m para uma ampla faixa de diâmetros de fio, são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1: Variáveis para cálculo da resistência a tração das molas

Material	ASTM	m	d	A
Fio Musical	A228	0,145	0,10~6,5	2211

Fonte: Adaptado de Shigley (2011)

2.9 ASSOCIAÇÃO DE MOLAS

Em várias aplicações é necessária a associação de molas para se obter um valor de rigidez desejado. Essa associação pode ser feita de três maneiras diferentes: em paralelo, em série ou misto.

2.9.1 Associação em paralelo

Utiliza-se essa configuração quando é necessário obter um valor de rigidez equivalente maior do que o oferecido pelas molas individualmente. O diagrama esquemático do arranjo pode ser visualizado na Figura 5.

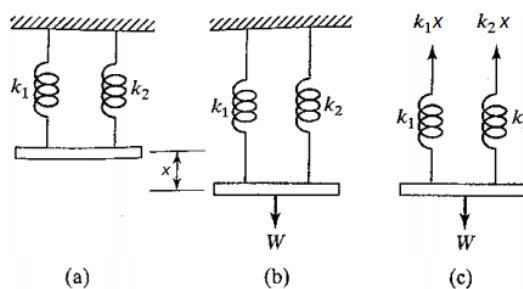


Figura 5: Molas associadas em paralelo

Fonte: RAO (2008)

Através do diagrama de corpo livre mostrado na Figura 5-c), aplicando a condição de equilíbrio estático, encontra-se:

$$W = k_{eq}x = k_1x + k_2x \quad (2.12)$$

Simplificando os termos encontra-se a relação da rigidez equivalente do sistema:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 \quad (2.13)$$

Para o caso de a associação ter n molas, de modo análogo, podemos escrever a equação para a rigidez equivalente da seguinte forma:

$$k_{eq} = k_1 + k_2 + k_3 + \dots + k_n \quad (2.14)$$

2.9.2 Associação em série

Ao contrário do método de associação em paralelo, o arranjo em série das molas tem como objetivo diminuir a rigidez equivalente do sistema. Esse conceito pode ser visualizado na Figura 6.

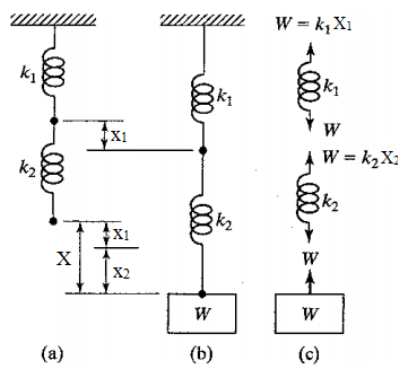


Figura 6: Molas associadas em série
Fonte: RAO (2008)

Aplicando a condição de equilíbrio estático pelo diagrama de corpo livre da Figura 6-c) em cada mola encontra-se:

$$W = k_{eq}x = k_1x_1 = k_2x_2 \quad (2.15)$$

$$x_1 = \frac{k_{eq}x}{k_1} \quad e \quad x_2 = \frac{k_{eq}x}{k_2} \quad (2.16)$$

Utilizando da informação dada na Figura 6-a) de que:

$$x = x_1 + x_2 \quad (2.17)$$

encontra-se a equação para a rigidez equivalente do sistema:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \quad (2.18)$$

Para o caso de n molas associadas em série, a equação da rigidez equivalente torna-se:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} + \dots + \frac{1}{k_n} \quad (2.19)$$

2.10 EFEITO DA CURVATURA

Quando se avalia os esforços internos ao fio do enrolamento, devido ao efeito da curvatura provoca um aumento de tensão de cisalhamento resultante na região interna da mola conforme ilustrado na Figura 7-d). Esse efeito ocasionado pela curvatura pode ser corrigido utilizando a equação a seguir.

$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3} \quad (2.20)$$

onde K_B é denominado como fator de *Bergsträsser* e é utilizado no dimensionamento de molas para o caso de carregamentos cíclicos ou de fadiga.

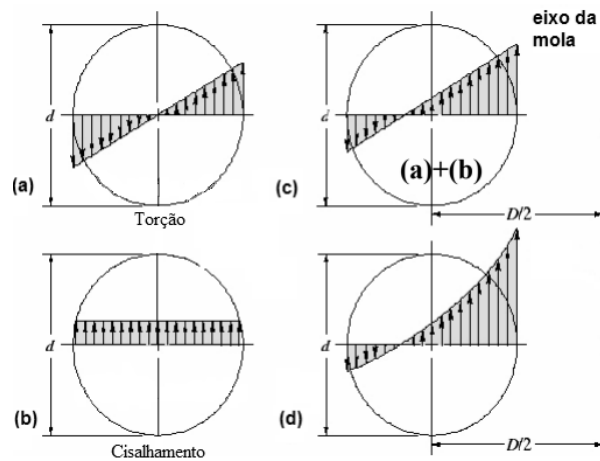


Figura 7: Distribuição de tensão em molas helicoidais
Fonte: Adaptado de Shigley (2011)

2.11 TENSÕES EM MOLAS HELICOIDAIS DE TRAÇÃO

Segundo Shigley (2011), as molas helicoidais de tração possuem uma particularidade na hora do dimensionamento devido aos ganchos de acoplamento. Por questões construtivas, esses componentes correspondem a menor resistência na mola e por isso é o principal ponto de análise das tensões.

Na Figura 8-a) é possível observar o ponto A, onde são calculadas as tensões ocasionadas pelas forças de flexão e de tração ocasionadas pela força F aplicada nas extremidades da mola. Já na Figura 8-b) é identificado o ponto B, que está sujeito predominantemente à torção ocasionado pela extensão das espiras, gerando uma rotação interna no fio da mola.

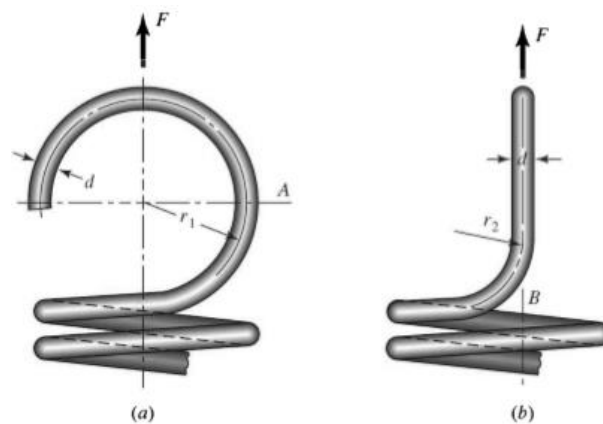


Figura 8: Esforços sobre o gancho de uma mola helicoidal de extensão
Fonte: SHIGLEY (2011)

O equacionamento das tensões tanto para o ponto A quanto para o ponto B é:

$$\sigma_A = F \left[K_A \left(\frac{16D}{\pi d^3} \right) + \frac{4}{\pi d^2} \right] \quad (2.21)$$

$$\tau_B = K_B \frac{8FD}{\pi d^3} \quad (2.22)$$

sendo K_A um fator de concentração de tensão de flexão devido à curvatura e K_B um fator de correção para a curvatura, definidos por:

$$K_A = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)} \quad \Rightarrow \quad C_1 = \frac{2r_1}{d} \quad (2.23)$$

$$K_B = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4} \quad \Rightarrow \quad C_2 = \frac{2r_2}{d} \quad (2.24)$$

onde r_1 e r_2 são os raios de curvatura do gancho, conforme mostrado na Figura 8.

2.12 CARREGAMENTO DE FADIGA EM MOLAS DE EXTENSÃO

Para realizar o estudo da fadiga em molas helicoidais um dos critérios que podem ser utilizados é o de Gerber. Nesse critério é necessário encontrar os valores de forças e tensões alternantes e mediais impostas à mola durante o movimento e que podem ser calculadas da seguinte forma:

$$F_a = \frac{F_{max} - F_i}{2} \quad (2.25)$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_i}{2} \quad (2.26)$$

$$\tau_a = 8 \frac{K_B F_a D}{\pi d^3} \quad (2.27)$$

$$\tau_m = \frac{F_m}{F_a} \tau_a \quad (2.28)$$

onde:

- F_a = força alternante;
- F_m = força medial;
- σ_a = tensão de cisalhamento alternante;

- σ_m = tensão de cisalhamento medial;
- F_{\max} = força máxima aplicada ao sistema;
- F_i = força inicial para iniciar a deformação da mola;
- K_B = fator de bergsträsser.
- D = diâmetro médio de espira;
- d = diâmetro do arame.

Além disso, de acordo com Shigley (2011), Zimmerli definiu empiricamente valores para as componentes de resistência à fadiga, uma vez que estes valores não dependem de tamanho, material e resistência a tração da mola para o caso de vida infinita e os seus respectivos valores são:

$$S_{sa} = 241MPa \quad S_{sm} = 379MPa \quad (2.29)$$

Para encontrar o coeficiente de segurança para cisalhamento no corpo da mola utiliza-se:

$$n_{f_{corpo}} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{su}}{\tau_m} \right)^2 \left(\frac{\tau_a}{S_{se}} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{\tau_m S_{se}}{S_{su} \tau_a} \right)^2} \right] \quad (2.30)$$

onde a intersecção de Gerber para cisalhamento, conforme Shigley (2011) é definida por:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}} \right)^2} \quad (2.31)$$

Outro coeficiente importante é o de escoamento no corpo da mola. Para o cálculo do mesmo se utiliza:

$$n_{y_{corpo}} = \frac{(S_{sa})_y}{\tau_a} \quad (2.32)$$

onde:

$$(S_{sa})_y = \frac{r}{r+1} (S_{sy} - \tau_i) \quad (2.33)$$

$$r = \frac{\tau_a}{\tau_m - \tau_i} \quad (2.34)$$

sendo r a declividade da linha de carregamento para o corpo da mola.

Como mencionado anteriormente, as tensões nos ganchos devem ser avaliadas durante a análise pela possibilidade de serem um ponto de fragilidade no elemento. Logo, para encontrar o coeficiente de segurança para tração no ponto A se utiliza a seguinte equação.

$$n_{f_A} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{ut}}{\sigma_m} \right)^2 \left(\frac{\sigma_a}{S_e} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{\sigma_m S_e}{S_{ut} \sigma_a} \right)^2} \right] \quad (2.35)$$

onde a tensão de tração alternante é:

$$\sigma_a = F_a \left[(K)_A \frac{16D}{\pi d^3} + \frac{4}{\pi d^2} \right] \quad (2.36)$$

a tensão de tração medial é:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{F_a} \sigma_a \quad (2.37)$$

e o limite de resistência à tração é:

$$S_e = S_{se}/0,577 \quad (2.38)$$

O coeficiente de segurança torcional no ponto B do gancho é estimado por:

$$n_{f_B} = \frac{1}{2} \left(\frac{S_{su}}{\tau_m} \right)^2 \left(\frac{\tau_a}{S_{se}} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{\tau_m S_{se}}{S_{su} \tau_a} \right)^2} \right] \quad (2.39)$$

Onde:

$$(\tau_a)_B = (K)_B \frac{8F_a D}{\pi d^3} \quad (2.40)$$

$$(\tau_m)_B = \frac{F_m}{F_a} (\tau_a)_B \quad (2.41)$$

2.13 DEFLEXÃO EM MOLAS HELICOIDAIS

Segundo Shigley (2011), com o auxílio do teorema de Castigliano é possível encontrar as relações força-deflexão em um elemento de mola. A energia total de deformação é composta por componentes de torção e cisalhamento e é definida por:

$$U = \frac{4F^2D^3N_a}{d^4G} + \frac{2F^2DN_a}{d^2G} \quad (2.42)$$

Onde N_a é o número de espiras ativas da mola. Utilizando o teorema de Castigliano, se define como a deflexão total y da mola como:

$$y = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} + \frac{4FDN_a}{d^2G} \quad (2.43)$$

Utilizando a igualdade $C = D/d$, é possível reescrever (26) como:

$$y = \frac{8FD^3N_a}{d^4G} \left(1 + \frac{1}{2C^2}\right) \cong \frac{8FD^3N_a}{d^4G} \quad (2.44)$$

Da equação 2.5 pode-se concluir que a constante de elasticidade k da mola é dada por:

$$k = \frac{F}{y} \cong \frac{d^4G}{8D^3N_a} \quad (2.45)$$

sendo:

- k = constante da mola;
- F = força aplicada à mola;
- y = deflexão da mola;
- d = diâmetro do arame;
- D = diâmetro médio de espira;
- G = módulo de elasticidade transversal;
- N_a = número de espiras ativas;

3 METODOLOGIA

Na metodologia adotada, foi realizada inicialmente uma pesquisa bibliográfica, que conforme define Marconi e Lakatos (2003), tem como objetivo de colocar tanto o pesquisador, quanto o leitor, em contato com a teoria envolvida no trabalho. Após concluída a pesquisa bibliográfica, o processo de realização do trabalho seguiu o conceito de estudo de caso. Nessa etapa foram analisadas as características estruturais da bancada e realizado a escolha do tipo de experimento que será executado na mesma.

Uma vez escolhido o tipo de movimento, o mesmo foi caracterizado tendo suas variáveis calculadas e assim escolhida uma mola para atender seus parâmetros. Com a mola definida realizou-se o estudo das tensões internas ao elemento e avaliado se o projeto possui robustez suficiente para resistir à aplicação.

4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

As molas foram projetadas para serem acopladas na bancada de experimento identificada na Figura 9.



Figura 9: Modelo da bancada didática de vibrações
Fonte: MURAKAWA (2018)

Seguindo os conceitos relacionados ao movimento de vibração vertical livre, os alunos desenvolverão habilidades sobre:

- Cálculos dos parâmetros e equacionamento do movimento;
- Leis do tipo de movimento estudado;
- Influência dos parâmetros de massa e mola no movimento;
- Contato direto com os elementos do sistema de vibração;
- Melhor interpretação dos resultados devido à visualização real do movimento.

Na realização dos experimentos será utilizado um roteiro contido no Apêndice A para padronização dos cálculos e direcionamento das atividades.

5 DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento foi realizado em duas etapas. Na primeira foi caracterizado o movimento, calculando as variáveis possíveis com as considerações iniciais, e posteriormente o dimensionamento dos parâmetros físicos das molas.

5.1 CARACTERIZAÇÃO DO MOVIMENTO

Devido o *layout* da bancada, o movimento realizado pelo sistema massa-mola pode ser modelado como sendo uma vibração livre, ocorrendo na posição vertical. Logo, o dimensionamento foi realizado respeitando as leis deste tipo de movimento.

5.1.1 Considerações iniciais

Para as molas, foram realizados três dimensionamentos. O primeiro foi considerando os parâmetros iniciais mostrados na Tabela 2, para se obter o movimento solicitado com apenas uma mola.

O Segundo foi realizado com o dobro dos valores de delta estático e X_0 , simulando uma mola com a metade do K do primeiro dimensionamento, para ser utilizada em paralelo com outra durante o experimento.

O terceiro dimensionamento foi realizado com a metade dos valores de deflexão estática e deflexão inicial, agora para simular uma mola com o dobro da resistência da primeira.

Tabela 2: Condições de Contorno Para Caracterização do Movimento

Parâmetro	Símbolo	Valor			Unidade
		Mola 1	Mola 2	Mola3	
Deflexão estática	δ_{st}	0,05	0,10	0,025	m
Massa	m	2	2	2	kg
Deflexão Inicial	X_0	0,03	0,06	0,015	m
Gravidade	g	9,81	9,81	9,81	m/s ²

Fonte: Autoria Própria (2019)

De acordo com Rao (2008), para a modelagem de movimento de vibração vertical livre, é importante que todas as medidas sejam extraídas tendo como referência o ponto de equilíbrio do sistema massa-mola, sendo também uma condição inicial do estudo.

5.1.2 Procedimento de cálculo dos parâmetros importantes

Havendo-se definido as condições iniciais, foi possível efetuar o cálculo das outras variáveis associadas ao movimento. O primeiro parâmetro calculado foi a constante de mola k . Para o cálculo foi considerado o somatório de forças na posição de equilíbrio. Nessa posição as forças peso e força da mola se equilibram, levando a:

$$\begin{aligned} F_m &= F_p \\ F_i + k\delta_{st} &= mg \\ k &= \frac{mg - F_i}{\delta_{st}} \end{aligned} \quad (3.1)$$

A força F_i que aparece equação é uma força inicial, presente em toda mola de tração. Essa força inicial, segundo Shigley (2011), é a força que deve ser excedida para que a mola comece a defletir, e pode ser calculada pela seguinte equação:

$$F_i = \frac{\tau_i \pi d^2}{8K_b C} \quad (3.2)$$

O termo τ_i corresponde à tensão inicial que a mola será submetida na fabricação. Essa propriedade é calculada com base no índice de mola pela equação 2.9. Sendo assim, o intervalo preferido para a tensão inicial será dado por:

$$\tau_i = \frac{231}{e^{0,105C}} \pm 6,9 \left(4 - \frac{C - 3}{6,5} \right) \rightarrow \tau_{imax} = 101,00 \text{ MPa} \text{ e } \tau_{imin} = 60,67 \text{ MPa}$$

Considerando o intervalo, será escolhido o valor de 65MPa para a Tensão Inicial. Com a tensão definida, é possível, encontrar também a força inicial:

$$F_i = 5,75N$$

Ou seja, quando a força sobre a mola exceder o valor de 5,75N a mola começará a defletir. Esse parâmetro será utilizado para encontrar a constante de mola na caracterização do movimento.

Posteriormente foram encontrados os valores referentes à frequência natural, velocidade inicial do movimento para encontrar todas as variáveis que podem ser observadas na Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros calculados do movimento

Parâmetro	Símbolo	Equação	Resultado			Unidade
			Mola 1	Mola 2	Mola 3	
Constante de Mola	k	$k = \frac{mg - F_i}{\delta_{st}}$	277	138,6	554,5	N/m
Frequência Natural	ω_n	$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$	11,8	8,3	16,7	rad/s
Velocidade Inicial	\dot{x}_0	$\dot{x}_0 = \frac{k(x_0 + \delta_{st})^2}{m}$	0,942	1,774	0,443	m/s

Fonte: Autoria Própria (2019)

Com todos os parâmetros calculados, de acordo com a equação 2.24, a equação do movimento para cada mola passou a ser:

$$\text{Mola 1: } x(t) = 0,03 \cos(11,8t) + 0,08 \text{sen}(11,8t)$$

$$\text{Mola 2: } x(t) = 0,06 \cos(8,3t) + 0,21 \text{sen}(8,3t)$$

$$\text{Mola 3: } x(t) = 0,015 \cos(16,6t) + 0,027 \text{sen}(16,6t)$$

5.2 DIMENSIONAMENTO DO PARÂMETROS DE MOLA

No dimensionamento das molas foi considerada a associação de molas em série e em paralelo, sendo dimensionadas molas para as 2 condições além da condição de operação individual.

5.2.1 Considerações iniciais

Dentre os parâmetros do movimento, a constante de elasticidade k , foi agora considerada como parâmetro inicial para o dimensionamento da mola. Assim como

outras duas considerações como o diâmetro do arame e o índice de mola, tendo seus valores definidos na Tabela 4.

Tabela 4: Condições de contorno para dimensionamento das molas

Parâmetro	Símbolo	Valor			Unidade
		Mola 1	Mola 2	Mola 3	
Constante de Mola	k	277	138,6	554,5	N/m
Diâmetro do Arame	d	1,6	1,6	1,6	mm
Índice de Mola	C	10	10	10	-
Raio de Gancho A	r ₁	8,0	8,0	8,0	mm
Raio de Gancho B	r ₂	5,0	5,0	5,0	mm

Fonte: Autoria Própria (2019)

Outra consideração inicial foi a escolha do material do arame. Para o estudo em questão foi utilizado o aço A228, mais conhecido como fio musical, para confecção da mola. As demais propriedades como o módulo de elasticidade E e o módulo de cisalhamento G foram definidas juntamente com o diâmetro do arame e os respectivos valores e podem ser observados na Figura 10.

Material	Limite elástico, porcentagem de S_{ut} torção tração		Diâmetro d , mm	E GPa	G GPa
Fio musical A228	65-75	45-60	<0,8	203,4	82,7
			0,8-1,6	200	81,7
			1,61-3	196,5	81,0
			>3	193	80,0

Figura 10: Propriedades mecânicas do fio musical

Fonte: Adaptado de Shigley (2011)

5.2.2 Cálculo dos parâmetros importantes

A partir dos parâmetros de contorno para a mola, realizou-se o mesmo procedimento realizado para o movimento, porém agora obedecendo a 7 passos para o cálculo das variáveis restantes, sendo eles:

1. Diâmetro médio $\rightarrow D = Cd$
2. Fator de Bergsträsser $\rightarrow K_B = \frac{4C+2}{4C-3}$

3. N° Espiras Ativas $\rightarrow N_a = \frac{d^4 G}{8KD^3}$
4. N° Espiras de corpo $\rightarrow N_b = N_a - \frac{G}{E}$
5. Comprimento Livre $\rightarrow L_0 = (2d - 1 + N_b)d$
6. Comprimento de Corpo $\rightarrow L_b = dN_b$
7. Folga $\rightarrow F_o = \frac{D-d}{2}$

Ao contrário dos outros parâmetros, a folga não possui uma fórmula definida. Para efeitos de encomenda da mola com o fornecedor e para manter a proporcionalidade no componente, esse parâmetro foi considerado como sendo a metade do diâmetro interno do gancho.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No capítulo anterior definiu-se os parâmetros e suas respectivas equações. Seguindo os 7 passos para o dimensionamento das molas e com os parâmetros iniciais definidos pelas Tabelas 4 e 5, foi possível encontrar o valor das variáveis restantes. Os valores encontrados para cada parâmetro podem ser observados na Tabela 6 para os três tipos de molas calculadas.

Tabela 5: Valores dos Parâmetros das Molas

Parâmetro	Símbolo	Resultado			Unidade
		Mola 1	Mola 2	Mola 3	
Constante de Mola	K	277	138,6	554,5	N/m
Diâmetro Médio	D	16,00	16,00	16,00	mm
Fator de Bergsträsser	K_b	1,14	1,14	1,14	-
Nº Espiras Ativas	N_a	58,93	117,86	29,47	-
Nº Espiras de corpo	N_b	58,52	117,46	29,06	-
Comprimento Livre	L_o	124,04	218,33	76,89	mm
Comprimento de Corpo	L_b	93,64	187,93	46,49	mm
Folga	F_o	7,2	7,2	7,2	mm

Fonte: Autoria Própria (2019)

6.1 ANÁLISE DOS ESFORÇOS INTERNOS ÀS MOLAS

Sobre as molas é possível encontrar tensões torcionais, de tração e de cisalhamento. Nas molas de tração, além de calcular a tensão no corpo, foi necessário considerar as tensões nos ganchos pela possibilidade de haver no mesmo, uma resistência menor do que o corpo da mola. Para análise dos esforços utilizou-se o critério de fadiga de Gerber.

6.1.1 Corpo da Mola

Para encontrar os coeficientes de segurança do corpo para os esforços de tensão e torcionais, primeiramente foi necessário encontrar as forças e tensões alternantes e mediais, as quais o elemento estava submetido, sendo elas:

$$F_a = \frac{F_{max} - F_i}{2} = 11,09 \text{ N}$$

$$F_m = \frac{F_{max} + F_i}{2} = 16,85 \text{ N}$$

$$\tau_a = 8 \frac{K_b F_a D}{\pi d^3} = 125,23 \text{ MPa}$$

$$\tau_m = \frac{F_m}{F_a} \tau_a = 190,23 \text{ MPa}$$

De acordo com a Tabela 1, para o fio musical tem-se: $A = 2211 \text{ MPa}\cdot\text{mm}^m$ e $b = 0,145$. Sendo assim, a tensão última de tração foi dada por:

$$S_{ut} \cong \frac{A}{d^m} = \frac{2211,5}{1,6^{0,145}} \rightarrow S_{ut} = 2065,3 \text{ MPa}$$

Além disso, a tensão última de cisalhamento foi estimada por:

$$S_{su} \cong 0,67S_{ut} = 0,67 \cdot 2065,3 \rightarrow S_{su} = 1383,78 \text{ MPa}$$

Utilizando os dados de Zimmerli definiu-se a coordenada de intersecção de Gerber para cisalhamento por:

$$S_{se} = \frac{241}{1 - \left(\frac{379}{1383,78}\right)^2} \rightarrow S_{se} = 260,54 \text{ MPa}$$

Com as tensões definidas, foi possível calcular o coeficiente de segurança para cisalhamento no corpo utilizando a equação 2.30, encontrando:

$$n_{f_{corpo}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1383,78}{190,23}\right)^2 \left(\frac{125,23}{260,54}\right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{190,23}{1383,78} \frac{260,54}{125,23}\right)^2} \right] = 1,93$$

Ainda no corpo da mola, foi necessário encontrar o coeficiente de segurança de escoamento. Esse coeficiente foi calculado pela equação 2.32, sendo:

$$r = \frac{125,23}{190,23 - 65} = 1$$

$$S_{sy} = 0,45 \cdot 2065,3 = 929,40 \text{ MPa}$$

$$(S_{sa})_y = \frac{1}{2}(929,40 - 65) = 432,20 \text{ MPa}$$

$$n_{y_{corpo}} = \frac{432,20}{190,23} = 2,27$$

6.1.2 Ganchos

A análise dos coeficientes no gancho foi realizada sobre os 2 pontos críticos, A e B. No ponto A foi calculado o coeficiente de resistência a tração e no ponto B analisou-se a resistência a torção, sendo os esforços predominante em cada ponto.

A princípio foi necessário encontrar os parâmetros C_1 , C_2 , K_A e K_B referente aos parâmetros dos ganchos, sendo assim:

$$C_1 = \frac{2r_1}{d} = \frac{2,8}{1,6} = 10$$

$$C_2 = \frac{2r_2}{d} = \frac{2,5}{1,6} = 6,25$$

$$(K)_A = \frac{4 \cdot 10^2 - 10 - 1}{4 \cdot 10 \cdot (10 - 1)} = 1,081$$

$$(K)_B = \frac{4 \cdot 6,5 - 1}{4 \cdot 6,5 - 4} = 1,143$$

Para encontrar o coeficiente de segurança para tração no ponto A utilizou-se a equação 2.35, tendo suas variáveis calculadas por:

$$\sigma_a = 11,09 \left[1,081 \frac{16 \cdot 16,00}{\pi \cdot 1,6^3} + \frac{4}{\pi \cdot 1,6^2} \right] = 243,93 \text{ MPa}$$

$$\sigma_m = \frac{F_m}{F_a} \sigma_a = 370,54 \text{ MPa}$$

$$S_e = \frac{260,545}{0,577} = 451,55 \text{ MPa}$$

Logo:

$$n_{f_A} = \frac{1}{2} \left(\frac{2065,3}{370,54} \right)^2 \left(\frac{243,93}{451,55} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{370,54 \cdot 451,55}{2065,3 \cdot 243,93} \right)^2} \right] = \mathbf{1,68}$$

Realizando a análise para o ponto B, encontrou-se o coeficiente de resistência torcional do gancho, tendo seu cálculo definido por:

$$(\tau_a)_B = (K)_B \frac{8F_a D}{\pi d^3} = 126,08 \text{ MPa}$$

$$(\tau_m)_B = \frac{F_m}{F_a} (\tau_a)_B = 191,52 \text{ MPa}$$

$$n_{f_B} = \frac{1}{2} \left(\frac{1383,78}{191,52} \right)^2 \left(\frac{126,08}{260,54} \right) \left[-1 + \sqrt{1 + \left(2 \frac{191,52 \cdot 260,54}{1383,78 \cdot 126,08} \right)^2} \right] = \mathbf{1,92}$$

Embora tenham sido dimensionadas três molas, os critérios iniciais de deflexão inicial e X_0 , que foram alterados para obter diferentes valores de constante “k”, foram variados de forma linear, sendo para a mola 2 o dobro e para a mola 3 a metade, dos valores escolhidos para a mola 1.

Com essa variação a tensão máxima e força máxima se mantiveram constantes, únicas variáveis necessárias para os cálculos das tensões médias e alternante uma vez que o índice de mola e diâmetro do fio são considerações iniciais e inalteradas.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Além do dimensionamento, as análises feitas sobre as resistências e os cálculos dos coeficientes de segurança demonstraram o que estava descrito na teoria, de que os pontos de fragilidade nas molas helicoidais de tração estão nos ganchos, uma vez que nesse ponto do elemento foi encontrado o menor coeficiente de segurança de 1,68. Embora sendo o menor coeficiente, ainda é um coeficiente considerável para prevenção de falha por fadiga.

Com as molas projetadas para a bancada, será possível a realização de aulas práticas de vibrações no Campus Guarapuava da UTFPR, o que com certeza contribui muito para o desenvolvimento dos alunos, facilitando o entendimento dos conceitos teóricos.

Dentre as possibilidades de projetos de melhoria para a eficiência e variedade de experimentos na bancada podem ser realizados a criação de um sistema que permita mapear a trajetória da massa durante o movimento e a confecção de um elemento externo que aplique outros tipos de força ao sistema, aumentando o leque de experimentos possíveis. Também, é possível incluir amortecedores ao sistema, visando o entendimento de fenômenos relacionados às disciplinas que estudam sistemas dinâmicos.

REFERÊNCIAS

BUDYMAS, Richard G; NISBETT, J. Keith. **Elementos de máquinas de Shigley: projeto de engenharia mecânica**. 8. ed. Porto Alegre, RS: AMGH, 2011. 1084 p.

HEIRICH, A.; SIMÃO, B. CASSOL, F. **Desenvolvimento e análise de uma bancada didática para ensaios de vibrações**. 2013. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso. FAHOR – Faculdade Horizontina, 2013. Disponível em: http://www.fahor.com.br/publicacoes/TFC/EngMec/2013/Mec_Alexandre_Bruno.pdf. Acesso em: 13 de maio de 2018.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MURAKAWA, Felipe. **Bancada para Experimentos Didáticos de Vibrações**. 2018. 31 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Guarapuava, 2018.

PRESTES, E. B. de Carvalho, RODRIGUES L. Machado. **Levantamento sobre a importância de aulas práticas para o ensino superior de engenharia**. 2017. Disponível em: <http://publicase.unipampa.edu.br/index.php/siepe/article/download/19427/7720>. Acesso em: 02 de Maio de 2018.

RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. 424 p.

APÊNDICE A

ROTEIRO EXPERIMENTAL DE VIBRAÇÕES

Neste experimento será realizada a análise do movimento do sistema massa-mola em vibração livre vertical. A sequência lógica do experimento corresponde aos seguintes passos:

1. Fixar as molas na bancada;
2. Acoplar os elementos de massa às molas;
 - Caso 1: Uma única mola;
 - Caso 2: Duas molas em série;
 - Caso 3: Duas molas em paralelo;
3. Aplicar a condição inicial ao sistema e soltar a mola;
 - $X_0 = 3\text{cm}$;
4. Observar o movimento, calcular as variáveis referentes ao movimento e substituir na Tabela a seguir:

	Constante Equivalente (K)	Frequência natural (ω_n)	Velocidade Inicial (\dot{X}_0)	Amplitude Máxima (A)	Deflexão Estática (δ_{st})
Caso 1					
Caso 2					
Caso 3					

5. Calcule a força máxima imposta à mola durante o experimento.
