

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

LUCAS DUARTE SOARES

**PREVISÃO DE DEMANDA DE CRÉDITO NA REGIÃO CENTRO-
OESTE DO BRASIL**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

Medianeira

2018

LUCAS DUARTE SOARES

**PREVISÃO DE DEMANDA DE CRÉDITO NA REGIÃO CENTRO-
OESTE DO BRASIL**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Graduação, em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Campus Medianeira, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção

Orientador: Prof. Dr. Levi Lopes Teixeira

Coorientador: Prof. Dr. Samuel Bellido Rodrigues

Medianeira

2018



TERMO DE APROVAÇÃO

Previsão de demanda de crédito na região centro-oeste do Brasil

Por

Lucas Duarte Soares

Este trabalho de conclusão de curso foi apresentado no dia 12 de Junho de 2018 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Campus Medianeira. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho
.....

Prof. Dr. Levi Lopes Teixeira
UTFPR – Câmpus Medianeira
(orientador)

Prof. Dr. Samuel Bellido Rodrigues
UTFPR – Câmpus Medianeira
(coorientador)

Prof Dr. Cleverson Gonçalves dos Santos
UTFPR – Câmpus Medianeira

Prof^a. Me. Peterson Diego Kunh
UTFPR – Câmpus Medianeira

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso-.

RESUMO

SOARES, Lucas Duarte. **Previsão De Demanda De Crédito Na Região Centro-Oeste Do Brasil**. 2018. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Neste trabalho realizou-se previsões da série de créditos na região Centro-Oeste do Brasil. Para tanto, utilizou-se os métodos de Box-Jenkins e Holt-Winters, Aditivo e Multiplicativo, bem como a combinação linear destes. Os modelos foram obtidos pela minimização do erro RMSE, com exceção do modelo ARIMA, que foi baseado na metodologia Box-Jenkins, e suas previsões foram comparadas entre si por intermédio do erro médio percentual absoluto (MAPE), tanto para amostra de treino quanto para amostra de teste. Na amostra de treino, o MAPE obtido com o modelo de combinação linear foi de 4,62%. Com os métodos individuais de Box-Jenkins, HW Aditivo e HW Multiplicativo ele ficou em 4,58%, 4,71% e 5,61%, respectivamente. Enquanto que para amostra de teste, o MAPE obtido com o modelo combinado linearmente foi de 6,11%. Com os métodos individuais de Box-Jenkins, HW Aditivo e HW Multiplicativo o mesmo ficou em 7,66%, 6,18% e 5,4%, respectivamente. O modelo composto forneceu previsões melhores em relação aos individuais na amostra treino.

Palavras-chave: Modelos de Previsão; Modelos de suavização exponencial; Modelos ARIMA; Combinação de Previsões.

ABSTRACT

SOARES, Lucas Duarte. **Credit Demand Forecasting in the Midwest of Brazil.** 2018. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

In this assignment, forecasts were made of the series of credits in the Center-West region of Brazil. The methods of Box-Jenkins and Holt-Winters, Additive and Multiplicative, as well as the linear combination of these two were used. The models were obtained by minimizing the RMSE error, with the exception of the ARIMA model, which was based on the Box-Jenkins methodology, and its predictions were compared to each other by means of the mean absolute error (MAPE) for both training sample and sample. In the training sample, the MAPE obtained with the linear combination model was 4,62%. With individual Box-Jenkins, HW Additive and HW Multiplicative methods was 4,58%, 4,71% and 5,61%, respectively. While for the test sample, the MAPE obtained with the linearly combined model was 6,11%. With the individual Box-Jenkins, HW Additive and HW Multiplicative methods the was 7,66%, 6,18% and 5,4%, respectively. The composite model provided better predictions than the individual ones in the training sample.

Keywords: Forecast Models; Exponential Smoothing Models; ARIMA Models; Combination of Forecasting.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Processo de previsão de demanda.....	10
Figura 2 - Série temporal com tendência constante	14
Figura 3 - Série temporal com tendência crescente	14
Figura 4 - Série temporal sazonal com tendência constante.....	15
Figura 5 - Série temporal sazonal com tendência crescente.....	15
Figura 6 - Filtro gerador da série temporal	24
Figura 7 - Modelo gerador da série temporal	25
Figura 8 - Conjunto de filtros do modelo ARIMA	26
Figura 9 - Etapas da metodologia de Box-Jenkins	27
Figura 10 - Série de demanda de crédito na Região Centro-Oeste do Brasil	35
Figura 11- Fluxogramas dos métodos.....	39
Figura 12 – Correlograma da FAC da Série original	42
Figura 13 – Correlograma da FACP da série original.....	42
Figura 14 – Série diferenciada uma vez.....	43
Figura 15 – Correlograma da FAC da série diferenciada uma vez.....	43
Figura 16 – Correlograma da FACP da série diferenciada uma vez	43
Figura 17 – Correlograma da FAC dos resíduos da série diferenciada uma vez	44
Figura 18 – Correlograma da FACP dos resíduos da série diferenciada uma vez....	44
Figura 19 – Comparação MAPE dos modelos da amostra treino.....	46
Figura 20 – APE na amostra de treino	47
Figura 21 – Resíduos na amostra de treino	48
Figura 22 – Comparação MAPE dos modelos da amostra teste.....	49
Figura 23 – APE na amostra de teste	50
Figura 24 – Resíduos na amostra de teste	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de Holt-Winters	40
Tabela 2 – Erro RMSE e MAPE do modelo Holt-Winters da amostra de treino	41
Tabela 3 – Erro RMSE, MAPE e coeficiente AR do modelo ARIMA da amostra de treino	45
Tabela 4 – Comparativo dos modelos da amostra de treinamento	46
Tabela 5 – Comparativo dos modelos da amostra de teste	48

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	4
2 OBJETIVOS	6
2.1 OBJETIVO GERAL	6
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	6
3 REVISÃO DE LITERATURA	7
3.1 PREVISÃO DE DEMANDA	7
3.2 PREVISÃO DE DEMANDA NO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO.....	7
3.3 FUNDAMENTOS PARA ELABORAR UMA BOA PREVISÃO.....	8
3.4 PROCESSO DE PREVISÃO DE DEMANDA	9
3.5 CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS DE PREVISÃO.....	10
3.6 MÉTODOS QUALITATIVOS DE PREVISÃO	11
3.6.1 Opiniões de Executivos.....	11
3.6.2 Opiniões da Força de Vendas.....	12
3.6.3 Pesquisa Junto a Consumidores	12
3.7 SÉRIES TEMPORAIS	13
3.8 MÉTODOS DE PREVISÃO PARA MODELOS COM VALOR CONSTANTE	15
3.8.1 Médias móveis simples	16
3.8.2 Método de previsão com suavização exponencial.....	17
3.9 MÉTODOS PARA SÉRIES QUE APRESENTAM TENDÊNCIA	18
3.9.1 Método de previsão com suavização exponencial de Holt	19
3.10 MÉTODOS PARA SÉRIES QUE APRESENTAM SAZONALIDADE	20
3.10.1 Método de previsão com correção sazonal.....	20
3.10.2 Método de previsão com suavização exponencial de Holt-Winters	22
3.11 MÉTODO DE BOX-JENKINS	24
3.12 ETAPAS DA METODOLOGIA DE BOX-JENKINS	26
3.12.1 Modelos lineares Estacionários	28
3.12.1.1 Modelos Auto Regressivos	28
3.12.1.2 Modelos de Médias Móveis.....	29
3.12.1.3 Modelos Auto-Regressivos de Média Móveis	30
3.12.2 Modelos lineares não Estacionários	31
3.12.2.1 Modelos Auto Regressivos Integrados e de Média Móveis	31
3.12.2.2 Modelos Sazonais Auto Regressivos Integrados e de Média Móveis.....	32
3.13 COMBINAÇÃO LINEAR DE PREVISÕES	33
4 MATERIAL E MÉTODOS	35
4.1 MATERIAL	35
4.2 METODOLOGIA DE PESQUISA	35
4.3 MÉTODOS	36
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
5.1 PREVISÃO HOLT-WINTERS.....	40
5.2 PREVISÃO ARIMA.....	41
5.3 PREVISÃO COMBINAÇÃO LINEAR.....	45
5.4 COMPARATIVO AMOSTRA DE TREINO	45

5.5 COMPARATIVO AMOSTRA DE TESTE.....	48
6 CONCLUSÃO	51
REFERÊNCIAS.....	52

1 INTRODUÇÃO

Devido a globalização, os mercados tornaram-se altamente competitivos. Com isso, prever resultados futuros com precisão é um importante diferencial para as organizações que nestes estão inseridas. Muitas empresas manufatureiras ou prestadoras de serviços buscam, a todo custo, encontrar informações concretas de quanto e quando irão vender seus bens ou serviços, pois, sabendo disso, a probabilidade de produzirem seus produtos para não gerarem estoques ou clientes insatisfeitos com sua falta é grande.

Na maioria dos casos os valores previstos pelas organizações envolvem a demanda por determinado produto. Sabendo que essa é uma informação vital para as empresas existem inúmeros trabalhos acadêmicos sobre este assunto. Alguns destes são a monografia de Fábio Matos (2007) que utilizou os modelos de Holt-Winters (HOLT, 1957; WINTERS, 1960) e ARIMA (BOX; JENKINS, 1970) para prever a demanda de presunto cozido em um comércio de gênero alimentício, o trabalho de conclusão de curso de Eduardo Favore (2015) que usou diversos modelos de previsão, sendo um deles de Holt-Winters, para prever a quantidade de 30 produtos que seriam vendidos em uma rede varejista e a monografia de Willian Jacobs (2011) que utiliza os métodos de previsão de Holt-Winters, ARIMA e Redes Neurais Artificiais para igualar a produção de dois produtos de uma fábrica com a demanda.

Prever informações futuras sobre demanda por crédito pode ser atraente para organizações que frequentemente negociam ou que necessitam realizar grandes empréstimos com instituições financeiras. Pois estas, quando percebem que há maior procura por seus serviços, tendem aumentar de maneira significativa suas taxas de juros. Sabendo quando ocorre esse fenômeno as empresas podem planejar antecipadamente como reagir a essas investidas.

Este trabalho propõe um comparativo entre os métodos ARIMA, Holt-Winters e combinação linear de ambos na previsão de demanda de crédito na região Centro-Oeste do Brasil. Para isso, foi apresentado no referencial teórico os conceitos de previsão de demanda, séries temporais e vários métodos de previsão de valores futuros para séries de dados históricos, em especial a metodologia de Box-Jenkins.

A eficácia da combinação de previsão pode ser verificada no trabalho de Teixeira, Júnior e Siquera (2014) no qual os autores fizeram “a previsão de seis séries conhecidas na literatura e comparou com resultados obtidos em trabalhos que usaram as mesmas séries”. Os métodos de previsão adotados no artigo foram Redes Neurais Artificiais (RNA), Decomposição de Wavelets (DW) e a combinação linear destas. Quando combinadas as previsões os resultados foram melhores do que aqueles obtidos de maneira isolada. Os resultados do trabalho de Rodrigues et al. (2015) indicam que a “abordagem híbrida para previsão de séries temporais que combina linearmente as metodologias SVR e LSSVR [...] pode ser uma abordagem eficaz para prever séries temporais”. Várias outras contribuições comprovam e estimulam à utilização de combinação linear de previsões, como, por exemplo: Babu e Reddy (2014); Kosanan e Kantanantha (2014) e Teixeira et al. (2015)

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Prever séries temporais de demandas de crédito na região centro-oeste do Brasil a partir dos métodos de Holt-Winters, ARIMA e combinação linear.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Analisar séries temporais de demandas de crédito;
- b) Avaliar métodos de previsão de séries de tempo: Holt-Winters e ARIMA;
- c) Investigar os procedimentos usados na combinação de previsões obtidas de métodos preditivos diferentes;
- d) Comparar os resultados das previsões obtidas a partir dos métodos propostos.

3 REVISÃO DE LITERATURA

3.1 PREVISÃO DE DEMANDA

Lustosa et al. (2008) entendem que a demanda pode ser compreendida como a necessidade de clientes em consumir bens e serviços oferecidos por uma organização e previsão, para Fernandes e Filho (2010), pode ser definida como a arte e a ciência de especificar informações relevantes sobre o futuro. Portanto é de extrema importância acrescentar que a previsão necessita estar em função de um conjunto de métodos e ao conhecimento de como o mercado se comportou anteriormente ao longo do tempo evitando, a todo custo, simples adivinhações baseadas na subjetividade do profissional (FERNANDES; FILHO, 2010; MOREIRA, 2008).

Por esse motivo a previsão de demanda é considerada um processo racional de busca de informações acerca do valor das vendas futuras de um produto ou de um *mix* de produtos (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 1997; MOREIRA, 2008). Sempre que possível, a previsão deve fornecer também informações sobre a qualidade e a localização dos produtos no futuro (MOREIRA, 2008)

Logo, muitas empresas desejam obter uma previsão consistente destas requisições do mercado, normalmente a partir de dados de vendas passadas (série temporal), para um eficiente planejamento de produção onde os estoques sejam minimizados de forma significativa (MOREIRA, 2008; SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009). Pois é de conhecimento comum entre os gestores que estoque em excesso é sinônimo de custo e a falta do mesmo pode resultar em uma venda não concretizada (LUSTOSA et al., 2008).

3.2 PREVISÃO DE DEMANDA NO PLANEJAMENTO E CONTROLE DA PRODUÇÃO

Não há como negar que as previsões tenham um papel fundamental no

ambiente competitivo atual de toda organização, servindo como base para o planejamento estratégico da produção, finanças, vendas, recursos humanos e *marketing* (FERNANDES; FILHO, 2010). Na esfera do PCP (Planejamento e Controle da Produção) não seria diferente. A previsão é importante pelo fato de ser um dos principais dados de entrada para as mais diversas funções e tomadas de decisões do mesmo (LUSTOSA et al., 2008).

As previsões relacionadas ao PCP tendem a ser classificadas de acordo com o horizonte de planejamento (podendo ser de longo, médio e curto prazo) ao qual é destinado (FERNANDES; FILHO, 2010). No longo prazo as previsões são necessárias para o planejamento de novas instalações, novos produtos e serviços, dentre outras ações que envolvem grandes investimentos. No médio prazo são importantes para o planejamento agregado da produção e análises de capacidade agregadas. Já no curto prazo as previsões servem para programação de força de trabalho, de materiais, de compras, entre outras mais (FERNANDES; FILHO, 2010; LUSTOSA et al., 2008; MOREIRA, 2008).

3.3 FUNDAMENTOS PARA ELABORAR UMA BOA PREVISÃO

Para Fernandes e Filho (2010) apesar da existência de um grande número de métodos de previsões, todas apresentam algumas características em comum que devem ser conhecidas, analisadas, entendidas e aplicadas. Essas características são conhecidas como fundamentos das previsões, sendo elas:

- a) Os métodos de previsão normalmente tem como pressuposto que o seu comportamento causal que ocorreu no passado tenderá a continuar futuramente
- b) Os erros provenientes das previsões não devem ser vistos como motivos para desestimular a sua utilização.
- c) A exatidão das previsões diminui com o crescimento do horizonte de planejamento, ou seja, a incerteza de previsões de longo prazo é maior que as de médio prazo e estas são mais incertas que as de curto prazo.

- d) Em todo sistema de previsão há distinções entre variações verdadeiras e variações aleatórias. Portanto, um bom sistema de previsão reage apenas às variações verdadeiras, não levando em consideração as aleatórias.
- e) A previsão deve ser coerente com as decisões que pretende apoiar. Logo, necessita ter confiabilidade e ser expressa em unidades significativas.

3.4 PROCESSO DE PREVISÃO DE DEMANDA

Segundo Lustosa et al. (2008) um processo formal de previsão de demanda tem início quando é definido claramente o objetivo principal. Este objetivo pode ser a reposição de estoques ou o planejamento da capacidade de uma nova linha de produção (MOREIRA, 2008). De acordo com o tipo de objetivo é definido o nível de precisão dos resultados, as pessoas necessárias para participar do processo, quais os prazos e recursos necessários, etc (SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009; LUSTOSA et al., 2008).

Após a definição dos objetivos e da dimensão do processo de previsão de demanda, a próxima etapa é coletar dados a partir de dados históricos de vendas e informações sobre eventos que podem influenciar seu comportamento, seja de maneira positiva ou negativa (FERNANDES; FILHO, 2010). Posteriormente, uma análise dos dados obtidos é requerida para indicar a necessidade de correção ou até mesmo exclusão de alguns deles (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008). Feito isso, a empresa deve escolher o modelo de previsão de demanda que são classificados entre qualitativos e quantitativos. O primeiro modelo tem como base o consenso de opiniões. Já o segundo, os quantitativos, são caracterizados pelo uso de técnicas estatísticas para obter as previsões (LUSTOSA et al., 2008; MOREIRA, 2008).

Com o modelo já definido, o próximo passo consiste nas realizações de testes para calibrar e avaliar a confiabilidade das previsões geradas. A calibração pode ser entendida como a determinação dos valores dos parâmetros do modelo de uma simulação com dados históricos para produzir o menor erro nos resultados gerados (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 1997; FERNANDES; FILHO, 2010; LUSTOSA et al., 2008). Finalmente vem a etapa de implantação efetiva do

processo de previsão que deve ser monitorado e revisto periodicamente com o objetivo de manter a qualidade das informações produzidas (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 1997). A Figura 1 demonstra esse processo de previsão de demanda.

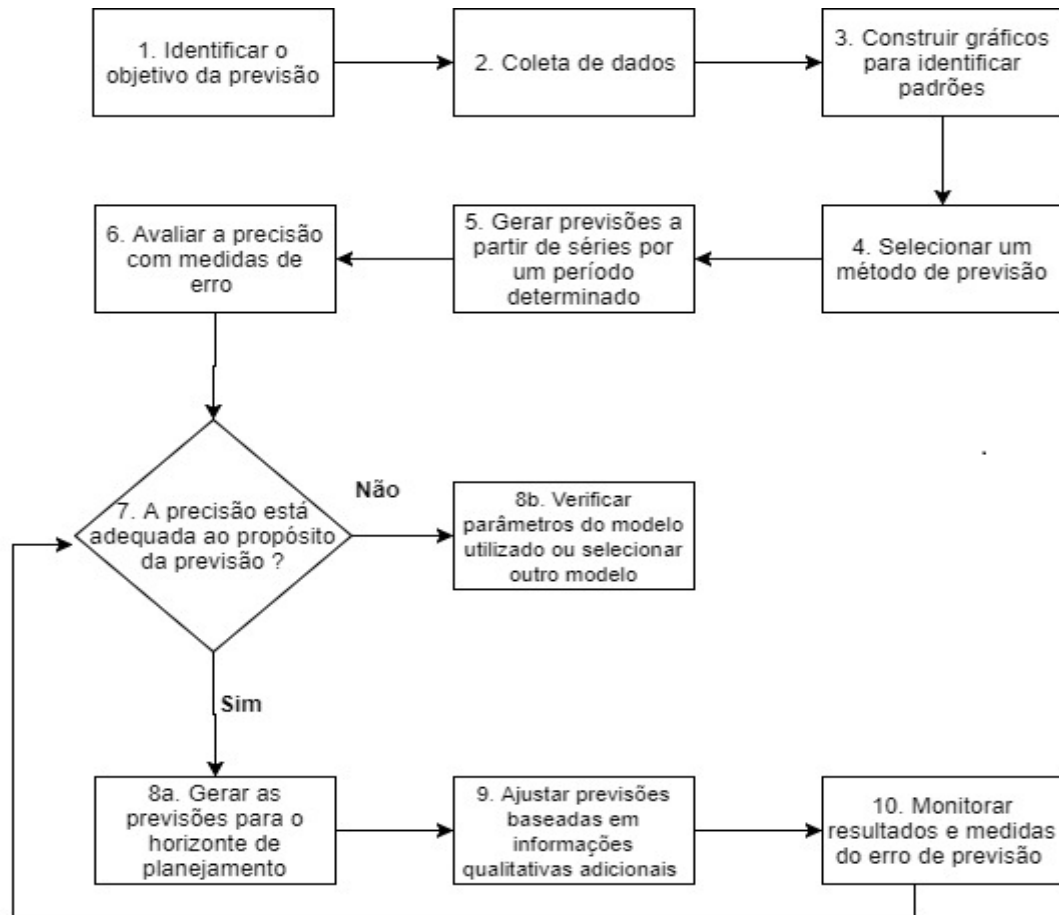


Figura 1 - Processo de previsão de demanda
 Fonte: Adaptado de Russell e Taylor (2006).

3.5 CLASSIFICAÇÃO DOS MÉTODOS DE PREVISÃO

Moreira (2008) utiliza a classificação considerada a mais simples que é baseada no tipo de abordagem. Sendo elas:

- I. Qualitativos (baseados na subjetividade): são aqueles que apoiam-se no julgamento de pessoas que possuem conhecimento para dar sugestões sobre a demanda futura, como, por exemplo, gerentes, vendedores, clientes,

fornecedores, etc (LUSTOSA et al., 2008). Podem ser conduzidos de maneira sistêmica, embora, muitas vezes, não utilizam modelo específico algum (MOREIRA, 2008). Este método é bastante utilizado quando não há dados suficientes para um modelo quantitativo (que é mais preciso) ou a presença dos dados é de origem duvidosa, não confiáveis á nível matemático. Em lançamento de novos produtos esse método é preferível pelos motivos citados anteriormente (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 1997; FERNANDES; FILHO, 2010; MOREIRA, 2008).

- II. Matemáticos (mais conhecido como quantitativos): Como o nome já sugere, utilizam modelos matemáticos para obter os valores previstos exigindo informações quantitativas preliminares para o controle de erro (FERNANDES; FILHO, 2010; LUSTOSA et al., 2008). São subdivididos em métodos causais e séries temporais. O primeiro relaciona a demanda de um item específico ou um *mix* de itens com uma ou mais variáveis internas ou externas à empresa (MOREIRA, 2008). Essas variáveis são conhecidas como variáveis causais, tendo como exemplo: A população, Produto Nacional Bruto, consumo de certos produtos, etc (MOREIRA, 2008; SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009). O termo série temporal define um conjunto de valores tomados em instantes específicos do tempo de intervalos iguais (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008). É preciso apenas o conhecimento de valores passados da variável que se deseja prever com o intuito de observar padrões nesses valores para obter informações adequadas que auxiliem em seus valores futuros (BUENO, 2008; CHATFIELD,1996).

3.6 MÉTODOS QUALITATIVOS DE PREVISÃO

3.6.1 Opiniões de Executivos

Uma previsão de demanda é desenvolvida a partir de um pequeno grupo formado pelos altos executivos de uma empresa das mais diversas áreas, como *Marketing*, Finanças, Recursos Humanos, Produção, etc (MOREIRA, 2008). Por

este grupo envolver o alto escalão das organizações, essas previsões geralmente são de longo prazo que estão envolvidas com o planejamento estratégico (FERNANDES; FILHO, 2010). A grande vantagem desse método é a integração de profissionais de diferentes áreas tornando possível uma visão mais abrangente dos assuntos que envolvem os aspectos que interferem na demanda, podendo levar qualidade e precisão dos resultados obtidos (LUSTOSA et al., 2008; MOREIRA, 2008). O ponto negativo é que as pessoas do grupo possuem grau de influência distinto, podendo afetar diretamente as opiniões dos demais. O que seria um trabalho em equipe acaba gerando resultados do ponto de vista de uma pequena parcela desse grupo (DAVIS; AQUILANO; CHASE, 1997; MOREIRA, 2008).

3.6.2 Opiniões da Força de Vendas

Desenvolver previsões baseados na opinião de pessoas envolvidas diretamente com as vendas para clientes externos pode ser uma opção interessante pelo fato de possuírem um contato mais próximo com os produtos da empresa e os clientes (LUSTOSA et al., 2008; MOREIRA, 2008). Além disso, conhecem o ciclo de vida dos produtos que vendem e acompanham as tendências do mercado, coletando informalmente as opiniões dos clientes (MOREIRA, 2008). Entretanto, alguns problemas podem surgir. Os vendedores podem não saber distinguir com precisão o que os clientes gostariam de comprar e o que realmente eles comprariam. Eventos aleatórios passados podem influenciar diretamente opiniões de vendas futuras, ou seja, se as vendas forem boas costumam superestimar a demanda. Caso contrário, se têm sido ruins, há possibilidades de subestimá-la (MOREIRA, 2008; SLACK; CHAMBERS; JOHNSTON, 2009)

3.6.3 Pesquisa Junto a Consumidores

Esse é um método bastante interessante, pois normalmente o senso comum diz que os consumidores são responsáveis por determinar a demanda.

Porém, é inviável pesquisar a opinião de cada consumidor potencial em particular, pois o número deles é bem elevado. Logo é necessário efetuar amostras desse grupo para conduzir o que se chama de pesquisa de mercado (FERNANDES; FILHO, 2010; LUSTOSA et al., 2008; MOREIRA, 2008). Estas exigem grandes precauções no seu planejamento, além de um conhecimento técnico especializado para sua estruturação, coleta de dados, plano de execução e interpretação dos resultados (FERNANDES; FILHO, 2010). A desvantagem é que para pôr em prática esse método é imprescindível grandes investimentos financeiros além da mobilização de pessoal (MOREIRA, 2008).

3.7 SÉRIES TEMPORAIS

Série temporal pode ser definida como uma coleção de observações feitas sequencialmente ao longo do tempo (MORETTIN; TOLOI, 2006). Elas estão presentes nos mais diversos campos de atuação, desde economia até engenharia, e os métodos para analisá-las constituem uma importante área da estatística (CHATFIELD,1996). Utiliza-se séries temporais para prever valores futuros baseados no histórico de dados passados, ou seja, fatores que influenciaram os eventos passados serão os mesmos que influenciarão os futuros (BUENO, 2008; MORETTIN; TOLOI, 2006).

Para analisar as séries temporais primeiramente é necessário que seja reconhecido seu padrão de comportamento para que o melhor método de previsão possa ser escolhido (GUAJARATI, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006). O reconhecimento do padrão de comportamento pode ser obtido a partir de um gráfico de dispersão que tem como entrada os dados da série histórica (MOREIRA, 2008). Sendo os mais comuns, de acordo com Fernandes e Filho (2010):

Padrão constante: os dados históricos apresentam tendência constante (Figura 2).

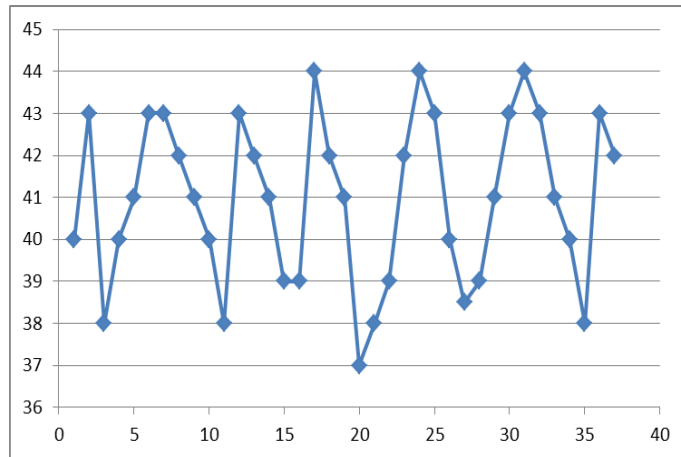


Figura 2 - Série temporal com tendência constante
Fonte: Adaptado de Fernandes e Filho (2010)

Padrão com tendência: os dados históricos apresentam tendência de crescimento ou decrescimento (Figura 3).

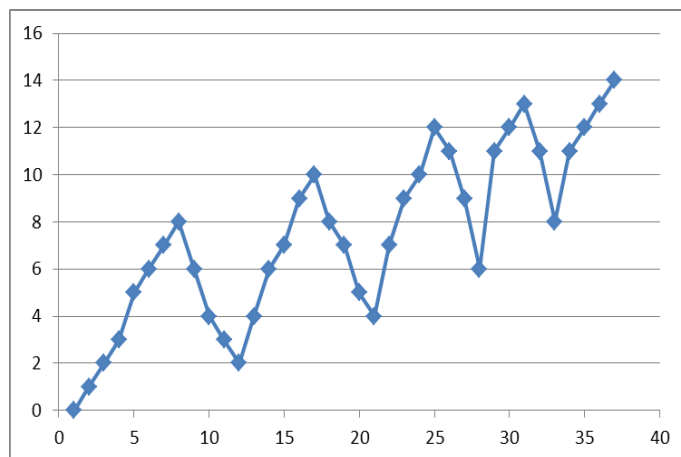


Figura 3 - Série temporal com tendência crescente
Fonte: Adaptado de Fernandes e Filho (2008)

Padrão com sazonalidade constante: dados históricos apresentam com regularidade periódica repetições no comportamento (Figura 4).

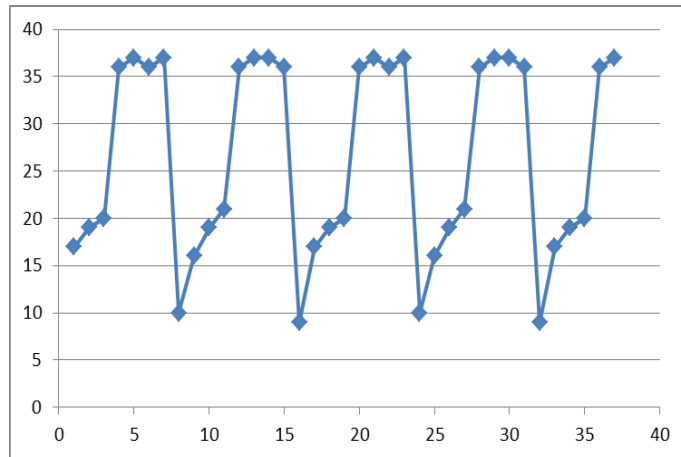


Figura 4 - Série temporal sazonal com tendência constante
 Fonte: Adaptado de Fernandes e Filho (2008)

Padrão com sazonalidade e tendência: dados históricos apresentam sazonalidade e tendência ao mesmo tempo (Figura 5).

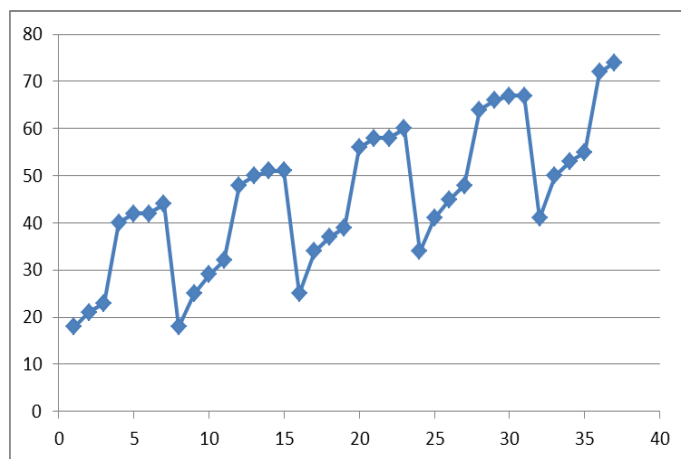


Figura 5 - Série temporal sazonal com tendência crescente
 Fonte: Adaptado de Fernandes e Filho (2008)

3.8 MÉTODOS DE PREVISÃO PARA MODELOS COM VALOR CONSTANTE

A representação matemática para uma série temporal constante superposta a flutuação aleatórias pode ser definida como ilustrado na Equação 1 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$y_t = k + e_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

Onde:

y_t é uma variável aleatória observada no tempo

k é a componente constante do modelo

e_t é o erro aleatório

Chatfield (1996) comenta que geralmente é esperado que esse erro aleatório tenha média zero e variância constante ao longo do tempo

3.8.1 Médias móveis simples

Bueno (2008) destaca que o método de previsão baseado na média móvel consiste em calcular a média aritmética das n observações mais recentes. Seja y_{t+1} o valor da série temporal no instante $t + 1$, este método utiliza os n últimos valores da série temporal y_t como previsão para $t + 1$ sendo ilustrado na Equação 2.

$$y_{t+1} = \sum_{i=t-n+1}^t \frac{y_i}{n} \quad (2)$$

Dessa forma, y_{t+1} é um estimativa que não pondera as observações, que pode ser compreendido pelo fato do parâmetro variar suavemente com o tempo (BUENO; 2008). O nome média móvel é usado pois, a cada período, a observação mais antiga é substituída pela mais recente para calcular uma nova média (BUENO, 2008; MORETTIN; TOLOI, 2006).

Guajarati (2000) cita que as vantagens dessa técnica são:

- I. Simples aplicação
- II. Pode ser utilizado quando se tem um número pequeno de observações
- III. Permite uma grande flexibilidade em relação à variação de n de acordo com o padrão da série

Já as desvantagens são as seguintes, de acordo com Guajarati (2000):

- I. Dificuldade em determinar o valor de n
- II. O Peso dado sobre y_{t-n+1} é o mesmo que y_t , em outras palavras, as observações mais antigas tem a mesma influência que as mais recentes.

3.8.2 Método de previsão com suavização exponencial

Esta técnica é uma alternativa para contornar o principal problema do método que utiliza as médias móveis, pois atribui uma média ponderada que dá maiores pesos às observações mais recentes (BUENO, 2008; GUAJARATI, 2000). Sendo utilizada a Equação 3 (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008):

$$y_{t+1} = \alpha x_t + (1 - \alpha) y_t \quad (3)$$

ou, de forma equivalente na Equação 4:

$$y_{t+1} = y_t + \alpha(x_t - y_t) \quad (4)$$

α é uma constante de suavização, $0 \leq \alpha \leq 1$

Quanto menor for o valor de α mais estáveis serão os resultados obtidos das previsões finais, uma vez que quando utilizado um baixo valor implica que pesos maiores serão atribuídos às observações passadas e qualquer ocorrência de

aleatoriedade no presente implicará um peso menor no cálculo da previsão (BUENO, 2008; GUAJARATI, 2000). Em resumo, quanto maior for a aleatoriedade da série estudada, menores serão os valores da constante de suavização. O Efeito de α ocorre em direção oposta, mas análogo, ao efeito do parâmetro n das Médias Móveis (MORETTIN; TOLOI, 2006).

As principais vantagens desse método, de acordo com Morettin e Tolo (2006) e Guajarati (2000), são:

- I. Fácil entendimento
- II. Aplicação não exige elevados valores
- III. Alta flexibilidade possibilitada pela variação da constante de suavização

A grande desvantagem desse método é a dificuldade em se determinar o valor mais apropriado para a constante de suavização (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008).

3.9 MÉTODOS PARA SÉRIES QUE APRESENTAM TENDÊNCIA

A representação matemática para o processo que gera a série temporal com valor constante, tendência e com flutuações aleatórias é dado pela Equação 5 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$y_t = at + k + e_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Onde:

y_t é uma variável aleatória observada no tempo

a é a tendência do modelo

k é a componente constante do modelo

e_t é o erro aleatório

Geralmente é esperado que esse erro aleatório tenha média zero e variância constante ao longo do tempo (CHATFIELD,1996).

3.9.1 Método de previsão com suavização exponencial de Holt

Quando o método de suavização exponencial para séries constante é aplicado em uma série que apresenta tendência linear crescente ou decrescente, fornece previsões que subestimam ou superestimam de forma contínua os valores reais (GUAJARATI, 2000). Pode-se aplicar a técnica de suavização exponencial de Holt para que esse erro sistemático seja evitado. Esse método é bastante semelhante ao primeiro. A diferença é que ao invés de suavizar somente o nível, ele utiliza uma nova constante para suavizar a tendência da série (MORETTIN; TOLOI, 2006). Sendo expressa nas Equações 6, 7 e 8 (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000).

$$L_t = \alpha \cdot x_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (6)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (7)$$

$$y_{t+n} = L_t + n \cdot T_t \quad (8)$$

onde:

L_t é a componente de nível

T_t é a componente de tendência

y_{t+n} é a previsão

α é a constante de suavização da componente de nível, $(0 \leq \alpha \leq 1)$

β é a constante de suavização da componente de tendência, $(0 \leq \beta \leq 1)$

As vantagens de se utilizar a suavização exponencial de Holt são bastante semelhantes com as do método para séries constante descrito anteriormente. A principal desvantagem, segundo Montgomery, Jennings e Kulachi (2008), é encontrar os valores apropriados para as constantes de suavização α e β .

3.10 MÉTODOS PARA SÉRIES QUE APRESENTAM SAZONALIDADE

A representação matemática para o processo que gera a série temporal com valor constante, sazonalidade e com flutuações aleatórias é dado pela Equação 9 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$y_t = k + S_t + e_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (9)$$

onde:

y_t é uma variável aleatória observada no tempo

S_t é a componente sazonal do modelo

k é a componente constante do modelo

e_t é o erro aleatório

Geralmente é esperado que esse erro aleatório tenha média zero e variância constante ao longo do tempo (CHATFIELD, 1996)

3.10.1 Método de previsão com correção sazonal

A previsão pode ser realizada pelas seguintes etapas. Inicialmente deve corrigir-se a série temporal do efeito sazonal através da divisão ou subtração. Em seguida realizar a previsão utilizando o método de médias móveis ou suavização exponencial e, finalmente, multiplicar ou adicionar os fatores de sazonalidade na previsão resultante (BUENO, 2008; GUAJARATI, 2000).

O método é denominado multiplicativo quando o efeito da sazonalidade é retirado e incorporado à série por meio da divisão e multiplicação dos valores observados da série temporal pelos fatores sazonais. Por outro lado, o método recebe o nome de aditivo quando o mesmo processo é realizado utilizando a subtração e adição ao invés da divisão e multiplicação (BUENO, 2008; MORETTIN; TOLOI, 2006).

Levando em consideração o método multiplicativo, o fator de sazonalidade mensura a relação entre a média dos valores da série temporal de um mesmo período com a média de todos os valores da série temporal. Expressa de maneira formal pela Equação 10 (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998):

$$yS_i = \frac{\mu_i}{\mu_t} \quad (10)$$

onde:

μ_i é a média dos valores da série temporal para os períodos i

μ_t é a média dos valores da série temporal

Efetuada a multiplicação com os valores da série temporal prevista y_t pelos seus respectivos fatores sazonais yS_t , encontra-se os valores da série temporal prevista yS_t^S adicionada dos efeitos sazonais através da Equação 11 (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998):

$$yS_{t+1}^S = y_{t+1} * yS_t \quad (11)$$

3.10.2 Método de previsão com suavização exponencial de Holt-Winters

Levando em consideração que o modelo do processo que gera a série temporal seja dado pela Equação 12 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$y_t = at + k + S_t + e_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (12)$$

onde:

y_t é uma variável aleatória observada no tempo

a é a tendência do modelo

S_t é a componente sazonal do modelo

k é a componente constante do modelo

e_t é o erro aleatório

Geralmente é esperado que esse erro aleatório tenha média zero e variância constante ao longo do tempo (CHATFIELD, 1996).

Para Pellegrini (2000) os métodos de Holt-Winters são métodos adequados para séries temporais que possuem tendência e sazonalidade. Podendo ser divididos em aditivo e multiplicativo. Os dois métodos são compostos de quatro equações que possuem constantes de ajustamento diferentes relacionadas às componentes de nível, tendência, sazonalidade e a equação de previsão. Montgomery, Jennings e Kulachi (2008) consideram que o Holt-Winters aditivo tem como base que a amplitude da variação sazonal se mantém constante ao longo do tempo. Já o multiplicativo a amplitude da variação sazonal é variável ao longo do tempo.

O Holt-Winters multiplicativo utiliza as seguintes Equações 13, 14, 15 e 16 (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000):

$$L_t = \alpha \left(\frac{x_t}{S_{t-m}} \right) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (13)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (14)$$

$$S_t = \gamma \left(\frac{y_t}{L_t} \right) + (1 - \gamma)S_{t-m} \quad (15)$$

$$y_{t+n} = (L_t + nT_t)S_{t-m+n} \quad (16)$$

O Holt-Winters aditivo utiliza as seguintes Equações 17, 18, 19 e 20 (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000):

$$L_t = \alpha(x_t - S_{t-m}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \quad (17)$$

$$T_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)T_{t-1} \quad (18)$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-m} \quad (19)$$

$$y_{t+n} = L_t + nT_t + S_{t-m+n} \quad (20)$$

onde, em ambos os casos:

L_t é a componente de nível

T_t é a componente de tendência

S_t é a componente sazonal do modelo

h é o horizonte de previsão

$n = 1, 2, \dots, h$

y_{t+n} é a previsão

α é a constante de suavização da componente de nível, $(0 \leq \alpha \leq 1)$

β é a constante de suavização da componente de tendência, $(0 \leq \beta \leq 1)$

γ é a constante de suavização da componente de sazonalidade, $(0 \leq \gamma \leq 1)$

As vantagens dessa abordagem são semelhantes ao do método de suavização exponencial de Holt, mas o seu alcance está em séries com padrão de comportamento mais complexo (MORETTIN; TOLOI, 2006). Já as desvantagens consistem na dificuldade de encontrar os valores apropriados das constantes de suavização e analisar as propriedades estatísticas de média e variância que afetarão a construção de um intervalo de confiança para a previsão (CHATFIELD,1996; GUAJARATI, 2000).

3.11 MÉTODO DE BOX-JENKINS

Segundo Morettin e Tolo (2006) existe um sistema que exerce a função de filtro que tem como entrada um conjunto de ruídos brancos (sinais aleatórios com a mesma intensidade em frequências distintas), que são gerados a partir de um processo de números aleatórios sem correlação entre si. Quando processados pelo sistema a partir de uma função de transferência, esses ruídos brancos são transformados em uma sequência de valores observados seguindo um padrão, correspondendo à uma série temporal y_t



Figura 6 - Filtro gerador da série temporal
 Fonte: Adaptado de Morettin e Tolo (2006)

O caminho inverso desse sistema representa uma situação real, ou seja, é conhecido o conjunto de observações y_t geradas pelo sistema. O que busca-se

encontrar é um modelo que corresponde aos processos internos do sistema que gerou a série (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008).



Figura 7 - Modelo gerador da série temporal
Fonte: Adaptado de Morettin e Toloí (2006)

A previsão baseada na metodologia de Box-Jenkins tem como base o ajuste de modelos de tentativa chamados de ARIMA (autoregressivos integrados de médias móveis) a séries temporais de valores observados no qual a diferença entre os valores fornecidos pelos modelos e os observados resulte em séries de comportamento aleatório próximo de zero (BUENO, 2008). Esses modelos conseguem relatar os processos de geração de uma infinidade de séries temporais sem precisar das relações que as produzem (MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008). Ainda, é uma metodologia de modelagem flexível pois descreve tanto o comportamento estacionário quanto o não-estacionário para efetuar previsões a partir de valores atuais e passados das séries (GUAJARATI, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006).

É importante citar que o processo observado deve ser estacionário pelo fato da possibilidade de fixar parâmetros do modelo válidos para conseguir prever o futuro a partir de dados passado (MORETTIN; TOLOI, 2006). Uma série é considerada estacionária quando possui um equilíbrio estável por meio do seu desenvolvimento no tempo de forma aleatória ao redor de uma média constante (GUAJARATI, 2000). Portanto o primeiro passo para realizar essa modelagem é realizar procedimentos para remover a não-estacionaridade por meio da diferenciação da ordem d que é dado da seguinte forma: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$. (MORETTIN; TOLOI, 2006; PELLEGRINI, 2000)

O conceito inicial de um filtro que tem como entrada uma série aleatória do tipo ruído branco pode ser associado a esse método. A figura abaixo retrata os filtros associados em série que representam as ordens dos modelos ARIMA (p, d, q) . Esses filtros, autoregressivo estacionário (ordem p), integração não-estacionário (ordem d) e médias móveis (ordem q), são estimulados pelo conjunto

de ruídos brancos que geram a série y_t (WERNER; RIBEIRO, 2003; COELHO; SAMOHYL, 2007)

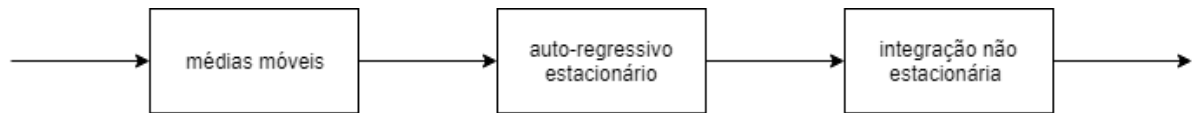


Figura 8 - Conjunto de filtros do modelo ARIMA

Fonte: Adaptado de Werner e Ribeiro (2003) e Coelho e Samohyl (2007)

3.12 ETAPAS DA METODOLOGIA DE BOX-JENKINS

A metodologia de Box-Jenkins pode ser representada pelas seguintes etapas apresentadas na Figura 9. Para Gujarati (2000), a primeira etapa serve para identificar a condição de estacionaridade da série, podendo ser realizada pelo teste de raiz unitária. O teste mais utilizado para encontrá-la é o teste de Dickey-Fuller que consiste em regredir uma variável específica em relação aos seus valores defasados no tempo. Caso a série possua uma raiz unitária ela é considerada não-estacionária. Logo, deve-se utilizar procedimentos para transformá-la em estacionária (GUAJARATI, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006).

Após isso é necessário identificar o modelo ARIMA que gerou a série y_t por meio das ferramentas de função de autocorrelação (FAC), função de autocorrelação parcial (FACP) e seus correlogramas, que são representações gráficas da FAC e FACP para diferentes *lags*, defasagens (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; MONTGOMERY; JENNINGS; KULACHI, 2008).

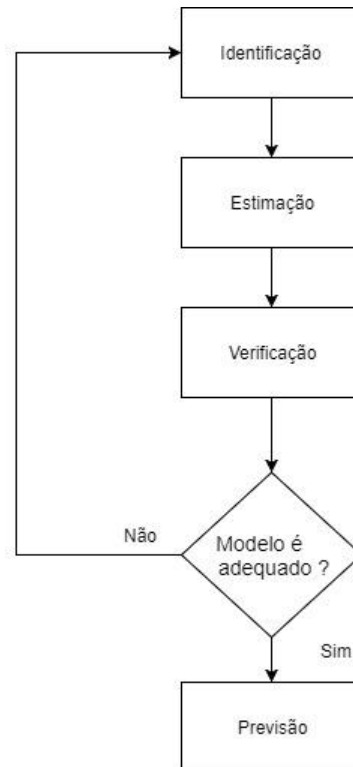


Figura 9 - Etapas da metodologia de Box-Jenkins
Fonte: Adaptado de Gujarati (2000)

O Quadro 1 fornece alguns padrões teóricos para a FAC e FACP com o objetivo de auxiliar a identificação do modelo (GUAJARATI, 2000).

Modelo	Padrão teórico típico FAC	Padrão teórico típico FACP
AR (p)	Declina exponencialmente e/ou com padrão de onda senoidal amortecida	Apresentam picos significativos até p defasagens
MA (q)	Apresentam picos significativos até q defasagens	Declínio exponencial
ARMA (p, q)	Declínio exponencial	Declínio exponencial

Quadro 1 - Padrões teóricos para a FAC e FACP

Fonte: Adaptado de Fava (2000), Gujarati (2000) e Morettin e Tolo (2006)

A FAC descreve a correlação entre dois valores de uma única variável em diferentes períodos de tempo. Sendo p_k o coeficiente de auto-correlação que mede a correlação entre a variável no instante t em relação ao período defasado

$t-k$ chamado de coeficiente de auto-correlação de lag k (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; PELLEGRINI, 2000). No caso da FACP, esta mostra a correlação entre o valor de determinada série no tempo t e seu valor defasado em $t-k$ sem considerar seus valores intermediários $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$ (FAVA, 2000).

A etapa de estimação dos parâmetros é iniciada no momento em que é obtido o modelo ARIMA e seus valores. Sua realização pode ser por mínimos quadrados quando o filtro de médias móveis (MA) não estiver presente ou por mínimos quadrados não lineares quando houver sua presença (BUENO, 2008).

A verificação do modelo da série é dividida em duas partes. A primeira é a análise de resíduos do modelo que verifica se eles apresentam comportamento de um ruído branco ou não. A segunda é de avaliação da ordem do modelo para ver se os parâmetros p e q estão realmente adequados. Caso o modelo seja adequado, efetua-se a previsão. Caso contrário, outra especificação deverá ser utilizada para modelar a série. (GUAJARATI, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006).

3.12.1 Modelos lineares Estacionários

Os modelos lineares estacionários da metodologia de Box-Jenkins não precisam ser diferenciados para que possam ser utilizados na modelagem e na previsão de séries temporais, pois já possuem a estacionariedade (GUAJARATI, 2000). FAVA (2000) define uma série estacionária se sua média e variância são constantes ao longo do tempo e o valor da covariância entre dois períodos de tempo diminuir a medida da distância que separa estas observações.

3.12.1.1 Modelos Auto Regressivos

São conhecidos como modelos AR (p), onde p é o número de

defasagens de y_t . Este modelo é representado como uma combinação linear finita da média ponderada de observações passadas, em que p períodos anteriores são inclusos, além do ruído aleatório (FAVA, 2000; PELLEGRINI, 2000). Sendo representados na Equação 21 (MORETTIN; TOLOI, 2006; PELLEGRINI, 2000):

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t \quad (21)$$

onde:

ϕ_i são parâmetros da estrutura, $i = 1, \dots, p$

e_t ruído aleatório com média zero e variação constante

Utiliza-se um operador de defasagem B (Equações 22 e 23) para facilitar a modelagem algébrica da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998; MORETTIN; TOLOI, 2006). Podendo ser representado nas Equações 24, 25 e 26 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$BZ_t = Z_{t-1} \quad (22)$$

$$B^m Z_t = Z_{t-m} \quad (23)$$

$$y_t = \phi_1 B y_t + \phi_2 B^2 y_t + \dots + \phi_p B^p y_t + e_t \quad (24)$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = e_t \quad (25)$$

$$\phi(B) y_t = e_t \quad (26)$$

3.12.1.2 Modelos de Médias Móveis

Esses modelos que surgem de uma média ponderada das perturbações aleatórias de defasagem q podem ser escritos como MA (q). São semelhantes aos modelos AR tirando o fato destes trabalharem com valores passados e presentes dos erros aleatórios ao invés dos valores passados de y_t (FAVA, 2000;

PELLEGRINI, 2000). Sendo expressos na Equação 27 (MORETTIN; TOLOI, 2006; PELLEGRINI, 2000):

$$y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (27)$$

onde:

θ_i são parâmetros da estrutura , $i = 1, \dots, q$

e_t ruído aleatório com média zero e variação constante

Utiliza-se um operador de defasagem B para facilitar a modelagem algébrica da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998). Podendo ser representado na Equação 28 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t = \theta(B) e_t \quad (28)$$

3.12.1.3 Modelos Auto-Regressivos de Média Móveis

Pode ocorrer o caso de algumas séries temporais serem melhores modeladas por modelos mistos que utilizam os modelos AR e MR, conhecidos como modelo ARMA (p, q). Logo a previsão y_t é baseada em seus valores passados e pelos erros aleatórios atuais e passados que podem ser expressos na Equação 29 (FAVA, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2006; PELLEGRINI, 2000):

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (29)$$

onde:

ϕ_i são parâmetros da estrutura AR, $i = 1, \dots, p$

θ_i são parâmetros da estrutura MA, $i = 1, \dots, q$

e_t ruído aleatório com média zero e variação constante

Utilizando um operador de defasagem B para facilitar a modelagem algébrica da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998). Podendo ser representado nas Equações 30 e 31 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) y_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t \quad (30)$$

$$\phi(B) y_t = \theta(B) e_t \quad (31)$$

3.12.2 Modelos lineares não Estacionários

Uma série é considerada não estacionária quando suas características do processo estocástico variam ao longo do tempo, que é um caso muito comum (GUAJARATI, 2000). Com isso a série deverá passar por algumas diferenciações até torna-se estacionária sendo d (ordem de integração) o número necessário de diferenças. Caso isso seja possível a série é chamada de não-estacionária homogênea (MORETTIN; TOLOI, 2006). Para detectar o padrão não estacionário da série pode ser realizado uma análise gráfica para buscar padrões de inclinação e variações dos dados que não são constantes no tempo ou aplicar testes estatísticos de raiz unitária (FAVA, 2000; PELLEGRINI, 2000).

3.12.2.1 Modelos Auto Regressivos Integrados e de Média Móveis

O modelo geral ARIMA (p, d, q) pode ser representado como um modelo ARMA (p, q) quando a série original não estacionária necessita ser

diferenciada d vezes para obter padrões de estacionaridade. Sendo expressas pelas Equações 32 e 33 (FAVA, 2000; MORETTIN; TOLOI, 2000):

$$w_t = \phi_1 w_{t-1} + \phi_2 w_{t-2} + \dots + \phi_p w_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (32)$$

$$w_t = \Delta^d y_t \quad (33)$$

Utiliza-se um operador de defasagem B para facilitar a modelagem algébrica da série temporal (MAKRIDAKIS; WHEELWRIGHT; HYNDMAN, 1998). Podendo ser representado nas Equações 34 e 35 (MORETTIN; TOLOI, 2006):

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) w_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q) e_t \quad (34)$$

$$w_t = (1 - B)^d y_t \quad (35)$$

ou de forma equivalente ilustrada na Equação 36

$$(1 - B)^d \phi(B) y_t = \theta(B) e_t \quad (36)$$

Onde

ϕ_i são parâmetros da estrutura AR, $i = 1, \dots, p$

θ_i são parâmetros da estrutura MA, $i = 1, \dots, q$

d representa o número de diferenças

Δ representa o operador diferença

e_t ruído aleatório com média zero e variação constante

3.12.2.2 Modelos Sazonais Auto Regressivos Integrados e de Média Móveis

Na prática são raros os casos em que há processos estacionários, muitos ainda

apresentam componentes sazonais. O modelo multiplicativo SARIMA $(p, d, q)(P, D, Q)_s$ representa bem esses casos no qual P é o número de coeficientes sazonais auto-regressivos, D é o número de diferenciações sazonais para transformar a série em estacionária no número de períodos s e Q é o número de coeficiente sazonais de médias móveis (FAVA, 2000). O procedimento de obtenção deste modelo segue as mesmas etapas para encontrar o modelo ARIMA. Com isso pode-se dizer que o SARIMA é uma extensão do ARIMA podendo ser expressa nas Equações 37 e 38 (FAVA, 2000; PELLEGRINI, 2000):

$$(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(1 - \Phi_1 B^s - \dots - \Phi_P B^{Ps})(1 - B)^d (1 - B^s)^D y_t = \quad (37)$$

$$(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q)(1 - \Theta_1 B^s - \dots - \Theta_Q B^{Qs})e_t$$

$$\phi(B)\Phi(B^s)(1 - B)^d (1 - B^s)^D y_t = \theta(B)\Theta(B^s)e_t \quad (38)$$

Onde

ϕ_i são parâmetros não sazonais da estrutura AR, $i = 1, \dots, p$

θ_i são parâmetros não sazonais da estrutura MA, $i = 1, \dots, q$

Φ_i são parâmetros sazonais da estrutura AR, $i = 1, \dots, P$

Θ_i são parâmetros sazonais da estrutura MA, $i = 1, \dots, Q$

e_t ruído aleatório com média zero e variação constante

$(1 - B)^d$ é o operador diferencial simples com d indicando o número de diferenças

$(1 - B^s)^D$ é o operador diferencial sazonal com D indicando o número de diferenças

3.13 COMBINAÇÃO LINEAR DE PREVISÕES

A combinação linear de previsões, de acordo com Webby e O'connor (1996), surgiu com a finalidade de atingir resultados mais precisos nas previsões. Dessa forma, o problema passa a ser quais os métodos de previsão individuais que podem ser utilizados na obtenção das melhores previsões linearmente combinadas ao invés de escolher o melhor método preditivo individual (COSTANTINE; PAPPALARDO, 2010; CLEMEN, 1989).

Bates e Granger (1969) sugerem que uma combinação pode ser representada pela Equação 39:

$$y_t = P_1 y_{1,t} + P_2 y_{2,t} \quad (39)$$

onde:

y_t é a previsão combinada linearmente

$y_{1,t}$ é a previsão do método 1

$y_{2,t}$ é a previsão do método 2

P_1 e P_2 são os coeficientes calculados a partir da matriz de covariância de erros de previsão

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 MATERIAL

A série temporal de demanda de crédito na Região Centro-Oeste do Brasil, utilizada neste trabalho, envolve 129 observações mensais realizadas entre o período de Janeiro de 2007 até Outubro de 2017 e pode ser vista na Figura 10, na qual o eixo das ordenadas é dado em milhões de Reais e o eixo das abscissas é cada observação temporal dado em meses. A planilha com os valores da série temporal pode ser encontrada no site da Serasa Experian, com o seguinte endereço eletrônico: <http://noticias.serasaexperian.com.br/indicadores-economicos/demanda-do-consumidor-por-credito/>.

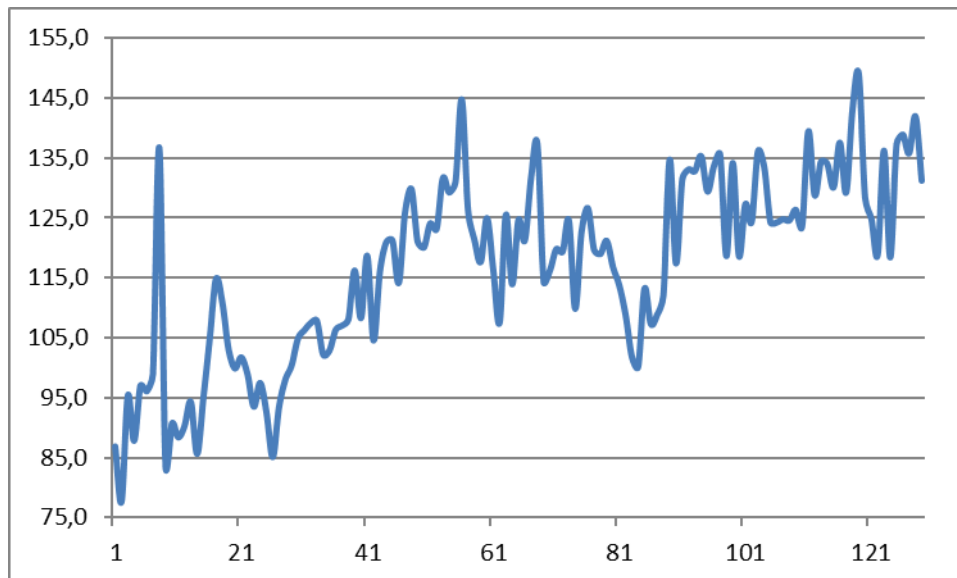


Figura 10 - Série de demanda de crédito na Região Centro-Oeste do Brasil
Fonte: Autoria própria

4.2 METODOLOGIA DE PESQUISA

A natureza da pesquisa proposta é classificada como sendo aplicada pois, segundo Silva e Menezes (2005), pesquisas dessa natureza possuem

interesse na utilização dos resultados obtidos para que possam auxiliar na solução de problemas específicos reais. A problemática da pesquisa pode ser caracterizada como a de prever com precisão a demanda por crédito na região Centro Oeste.

Quanto a abordagem, a pesquisa é quantitativa. Sampieri, Collado e Lucio (2006) definem uma pesquisa quantitativa como aquela que utiliza de aferição numérica para validar o método proposto por meio de recursos e técnicas estatísticas. Os *softwares* computacionais *Microsoft Office Excel* e *statgraphics* foram utilizados para desempenhar essa função no presente projeto.

Nas palavras dos mesmos autores, uma pesquisa é considerada descritiva em relação aos objetivos quando busca especificar características importantes de um determinado fenômeno. O fenômeno de estudo se refere a demanda por crédito na região Centro-Oeste do Brasil que serão obtidos com a empresa Serasa Experian por meio de sua página na internet.

Os procedimentos técnicos da pesquisa são caracterizados como modelagem, pois, segundo Morabito e Pureza (2010), visam representar a realidade de maneira sistemática. Os métodos de Box-Jenkins e Holt-Winters serão utilizados para realizar essa representação.

4.3 MÉTODOS

A série temporal das demandas de crédito, formada por 129 observações, foi dividida em duas amostras. Com as primeiras 117 observações formou-se a amostra de treinamento. A amostra de teste foi formada pelas últimas 12 observações. A amostra de treinamento foi utilizada para estimar os parâmetros dos modelos de previsão, realizadas na modalidade um passo à frente. Com a amostra de teste foi possível averiguar a eficiência preditiva do modelo proposto

Os Modelos Holt-Winters foram inicializados através de uma estimativa dada pelas Equações 40, 41 e 42. No qual s é igual a 12.

$$L_s = \frac{1}{s}(x_1 + x_2 + \dots + x_s) \quad (40)$$

$$T_s = \frac{1}{s} \left(\frac{x_{s+1} - x_1}{s} + \frac{x_{s+2} - x_2}{s} + \dots + \frac{x_{s+s} - x_s}{s} \right) \quad (41)$$

$$S_1 = \frac{x_1}{L_s}, \quad S_2 = \frac{x_2}{L_s}, \quad \dots, \quad S_s = \frac{x_s}{L_s} \quad (42)$$

Os parâmetros dos modelos Holt-Winters, conforme as equações 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 e 20 do capítulo 3, foram encontrados por meio da otimização de um problema de programação não linear, com função objetivo formada pelo Root Mean Square Error (RMSE) conforme a Equação 43.

$$\text{Min RMSE} = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n ((y - \hat{y}_{HW})i)^2}{n} \right)} \quad (43)$$

onde

$(y)_{i=1}^n$ é a série temporal com cardinalidade n

$(\hat{y}_{HW})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método de Holt-Winters

Obtido os parâmetros alfa, beta e gama que fornecem a solução ótima para a função objetivo da Equação 43 efetuou-se, então, as previsões dos modelos Holt-Winters.

O modelo ARIMA multiplicativo foi definido utilizando o *software statgraphics* afim de se obter uma melhor relação entre seus componentes sazonais, não sazonais, auto-regressivos e média móveis. Posteriormente foi verificado se o modelo é válido a partir do teste de Box-Pierce e análise das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial, por último, efetuou-se a previsão.

Com os modelos ARIMA e Holt-Winters já definidos, o próximo passo foi equaciona-los para obter o modelo de previsão da combinação mostrado na Equação 44.

$$(\hat{y}_{CL})_{i=1}^n = \alpha(\hat{y}_{SARIMA})_{i=1}^n + \beta(\hat{y}_{HWM})_{i=1}^n + \gamma(\hat{y}_{HWA})_{i=1}^n \quad (44)$$

onde

$(\hat{y}_{CL})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método de combinação linear entre os métodos ARIMA e de Holt-Winters

$(\hat{y}_{SARIMA})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método ARIMA multiplicativo

$(\hat{y}_{HWM})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método de Holt-Winters multiplicativo

$(\hat{y}_{HWA})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método de Holt-Winters aditivo

Os parâmetros alfa, beta e gama da Equação 44 foram obtidos a partir de um problema de programação não linear onde a função objetiva é formada pelo RMSE, conforme a Equação 45.

$$\text{Min RMSE} = \sqrt{\left(\frac{\sum_{i=1}^n ((y - \hat{y}_{CL})i)^2}{n}\right)} \quad (45)$$

onde

$(y)_{i=1}^n$ é a série temporal com cardinalidade n

$(\hat{y}_{CL})_{i=1}^n$ é a previsão por meio do método de combinação linear entre os métodos ARIMA e de Holt-Winters

Conhecido os parâmetros alfa, beta e gama que fornecem a solução ótima para a função objetivo da Equação 45 efetuou-se, então, as previsões do modelo combinado linearmente.

Para a avaliação dos métodos foi utilizado o erro MAPE (Erro Médio Percentual Absoluto), representado pela Equação 46.

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right| \quad (46)$$

O fluxograma da Figura 11 apresenta de forma simplificada como se realizou os métodos descritos na seção deste capítulo.

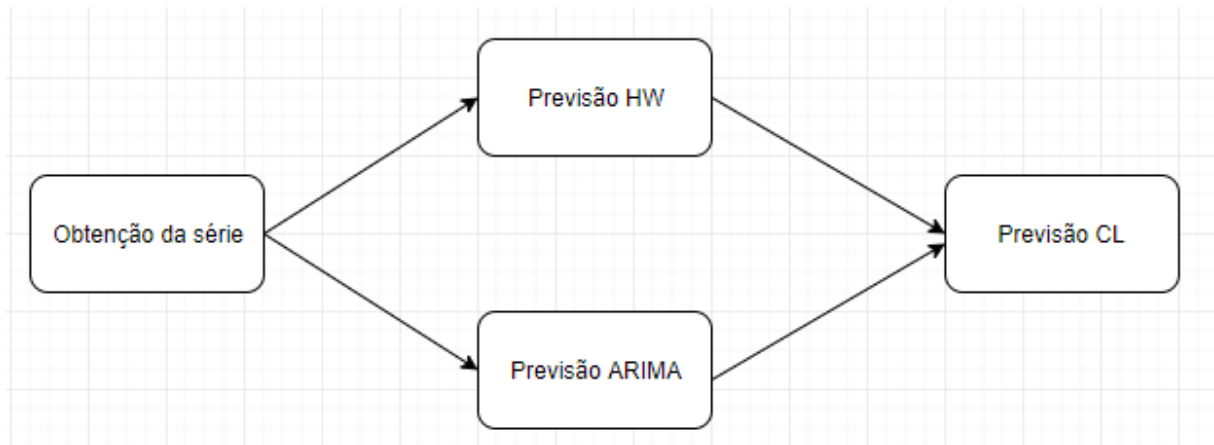


Figura 11- Fluxogramas dos métodos
Fonte: Autoria própria

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste capítulo, a série temporal de demandas de créditos será analisada no sentido de se captar características que permitam o estabelecimento dos modelos de previsão Holt-Winters, ARIMA e combinação linear que melhor ajustam os dados da série observada.

Examinando a Figura 10 percebe-se que a série tem uma leve tendência de crescimento. O aumento pela demanda por crédito pode ser explicado através do número maior de parcelas estipuladas pelas instituições financeiras para quitação do empréstimo.

Com o indicativo que a série possui o componente de tendência, espera-se que os modelos de Holt-Winters possam ser uma boa opção para a modelagem da série em estudo. O mesmo se espera dos modelos ARIMA, no caso da série temporal de demandas de créditos ser não estacionária e homogênea.

5.1 PREVISÃO HOLT-WINTERS

Resolvendo com a ferramenta solver do Excel o problema de otimização formado pela Equação 40 obteve-se os parâmetros alfa, beta e gama dos modelos Holt-Winters (HW) multiplicativo e aditivo conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros de Holt-Winters

Modelo	alfa	beta	gama
HW multiplicativo	0,355165738	0,203181709	0,686288058
HW aditivo	0,453040372	0,258389193	0,334003423

Fonte: Autoria própria

Os parâmetros respectivos das componentes nível (alfa) e tendência (beta) são próximos nos dois modelos, em contrapartida o parâmetro da componente sazonal (gama) é bem distinto.

A previsão utilizando a amostra de treino para um passo à frente

acompanhada dos seus respectivos erros RMSE e MAPE são apresentados no Tabela 2.

Tabela 2 – Erro RMSE e MAPE do modelo Holt-Winters da amostra de treino

Modelo	RMSE	MAPE
HW multiplicativo	8,9513	5,61%
HW aditivo	6,7455	4,71%

Fonte: Autoria própria

5.2 PREVISÃO ARIMA

Antes de realizar a previsão com o modelo ARIMA será necessário recorrer aos procedimentos da metodologia Box-Jenkins vistos no capítulo 3, sendo eles: identificação, estimação, verificação e previsão.

Como visto anteriormente, a série temporal analisada apresenta tendência de crescimento e isto é um indicativo que a série não é estacionária. Para verificar essa hipótese será necessário averiguar os correlogramas da FAC e FACP da série original. Por meio do *software Statgraphics* obteve-se as Figuras 12 e 13, onde estão representados os correlogramas da FAC e FACP, respectivamente.

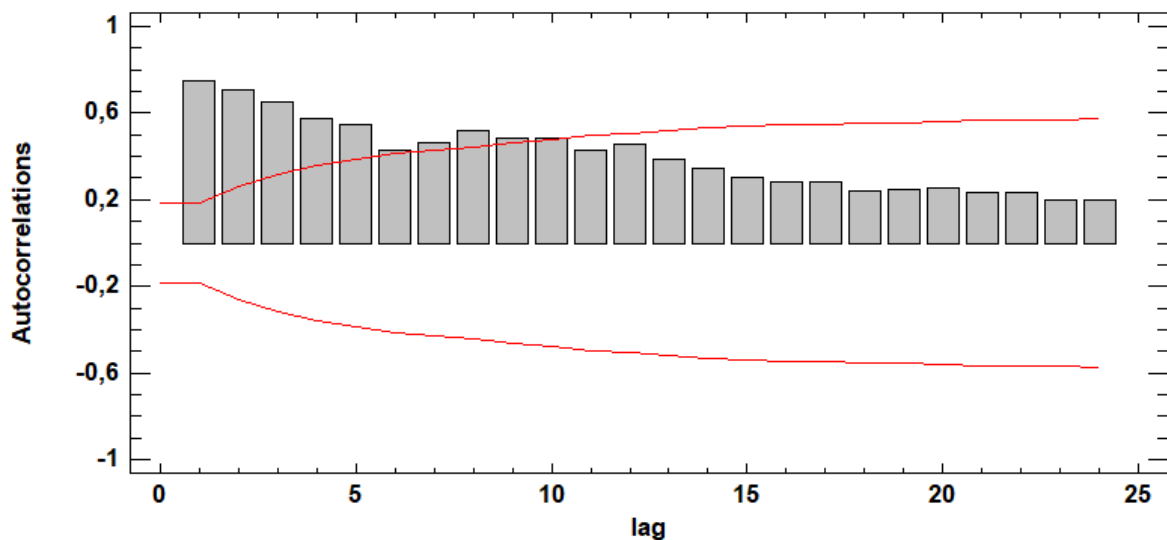


Figura 12 – Correlograma da FAC da Série original
Fonte: Autoria própria

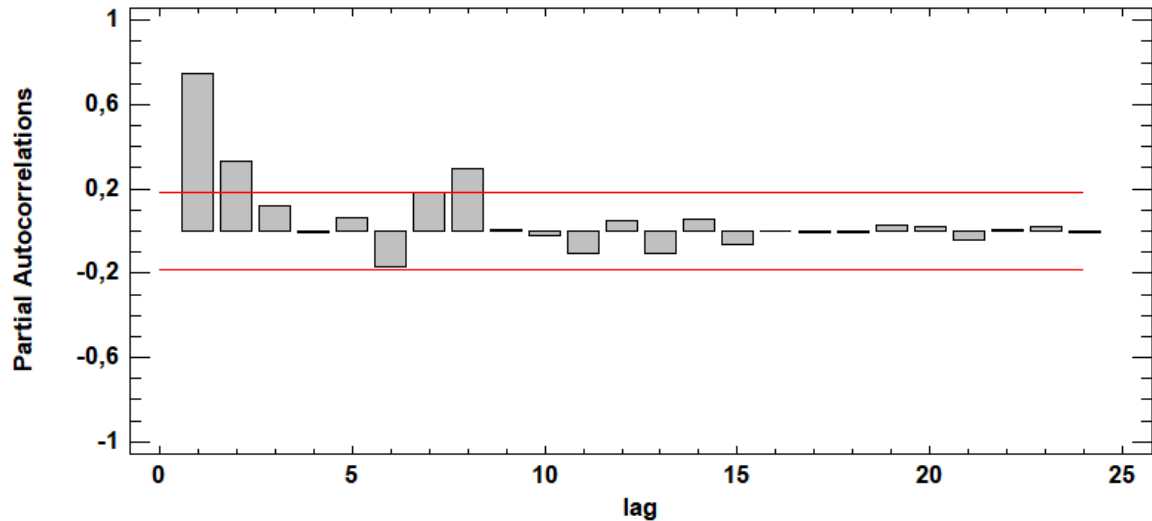


Figura 13 – Correlograma da FACP da série original
Fonte: Autoria própria

Nota-se no correlograma da FAC da série original, Figura 12, que a série se mostra não estacionária, uma vez que apresenta declínio lento. Logo a hipótese formulada anteriormente se concretiza.

Baseado no indicativo de não estacionaridade, parte-se para a definição do modelo que tem início com a diferenciação da série original. A diferenciação de primeira ordem foi suficiente para se obter uma série temporal estacionária (Figura 14), confirmada pela análise das autocorrelações.

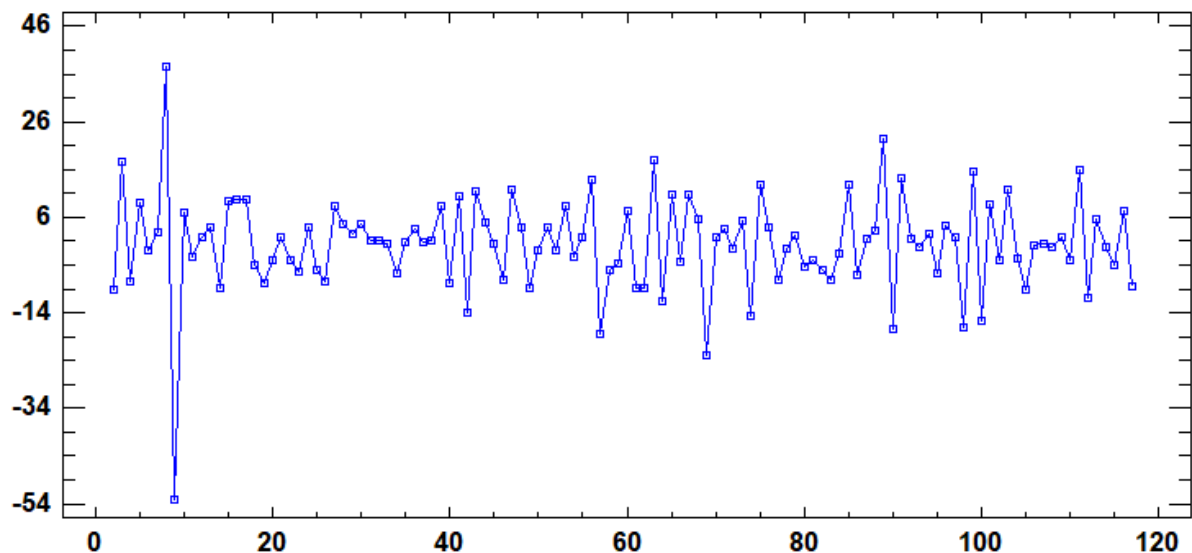


Figura 14 – Série diferenciada uma vez
Fonte: Autoria própria

Na Figura 15 pode-se conferir o correlograma da FAC da série diferenciada que apresentou valores significativos na primeira e sexta defasagens (lag), enquanto na Figura 16, o correlograma da FACP da série diferenciada, apresentou o primeiro, sexto e sétimo valor significativo. Portanto a série diferenciada em primeira ordem é estacionária.

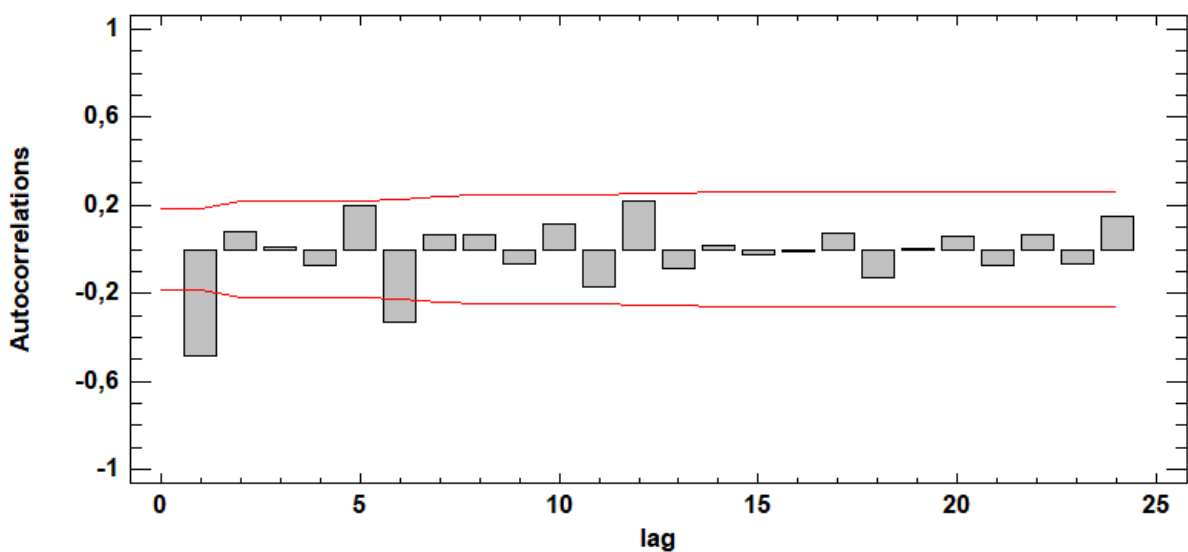


Figura 15 – Correlograma da FAC da série diferenciada uma vez
Fonte: Autoria própria

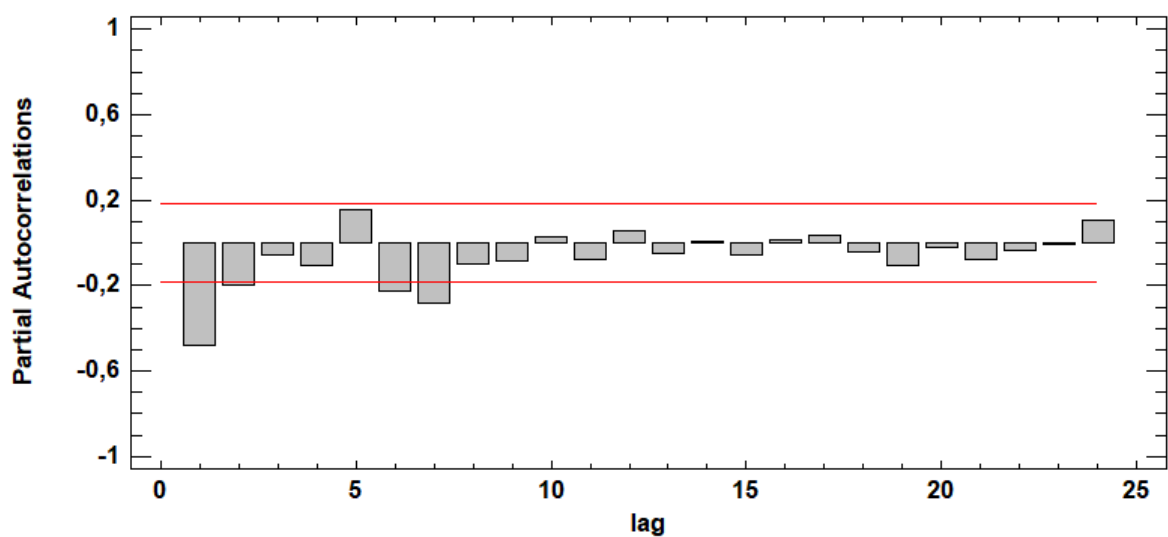


Figura 16 – Correlograma da FACP da série diferenciada uma vez
Fonte: Autoria própria

Então o modelo ARIMA (p, d, q) possui d igual a 1 devido a diferenciação. Observando a Figura 15 nota-se que as autocorrelações apresentam um comportamento aproximadamente senoidal. Considerando que os lags 6 e 7 apresentam valores espúrios, o correlograma da FACP, Figura 16, tem somente o primeiro valor significativo. Esses fatores sugerem a possibilidade de p igual a 1 e q igual a 0. Logo o modelo ARIMA $(1,1,0)$ aparenta ser coerente.

Para verificar a validade deste modelo será necessário analisar os correlogramas da FAC e FACP dos resíduos gerados que aparecem nas Figuras 17 e 18.

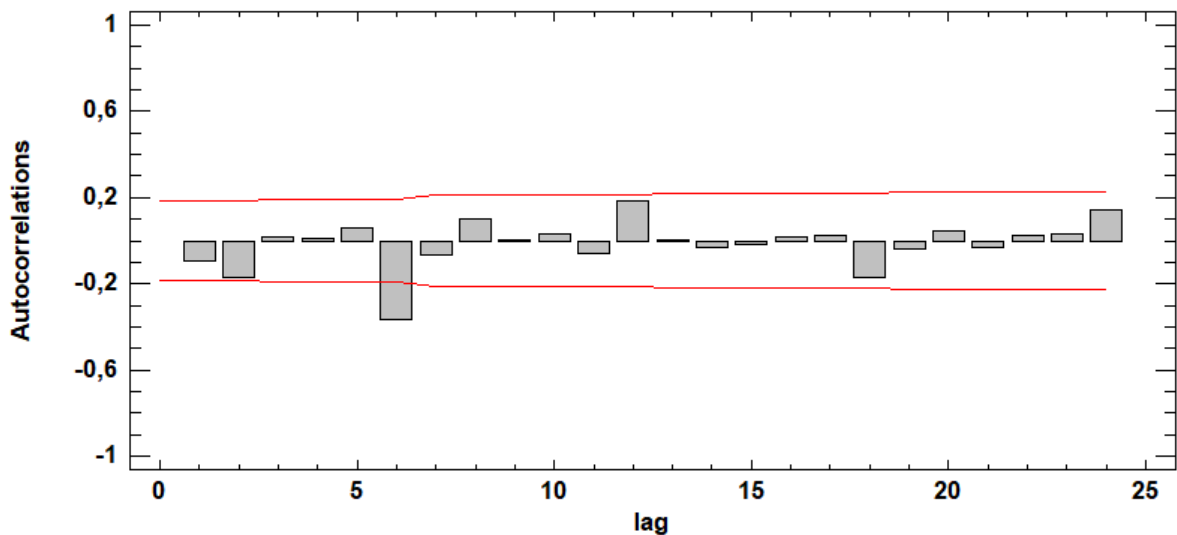


Figura 17 – Correlograma da FAC dos resíduos da série diferenciada uma vez
Fonte: Autoria própria

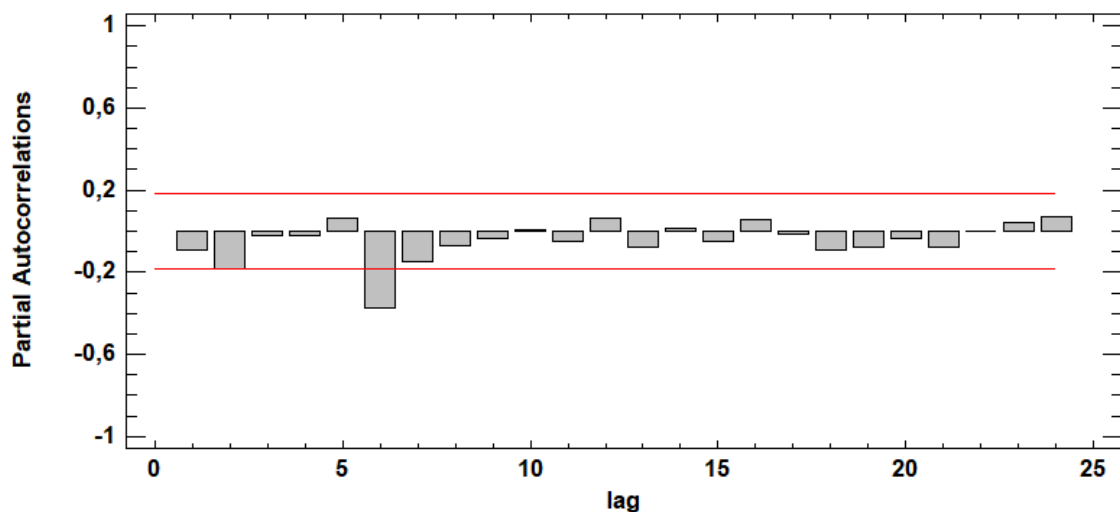


Figura 18 – Correlograma da FACP dos resíduos da série diferenciada uma vez
Fonte: Autoria própria

Ambos os correlogramas apresentam o sexto lag significativo, indicando uma possibilidade de o modelo ser invalidado. Para verificar a hipótese, o teste de Box-Pierce foi utilizado. O mesmo retornou p-valor de 0,075, portanto, os ruídos são considerados aleatórios e sem padrões para modelagem, conseqüentemente o modelo é válido. Logo, esta autocorreção provém de valores espúrios, ou seja, não sendo categóricos.

A previsão utilizando a amostra de treino para um passo à frente acompanhada dos seus respectivos erros RMSE e MAPE e o coeficiente auto regressivo (AR) são apresentados no Tabela 3.

Tabela 3 – Erro RMSE, MAPE e coeficiente AR do modelo ARIMA da amostra de treino

Modelo	RMSE	MAPE	AR
ARIMA(1,1,0)	6,9527	4,58%	-0,4855

Fonte: Autoria própria

5.3 PREVISÃO COMBINAÇÃO LINEAR

Conforme o Fluxograma da Figura 11, obtido as previsões dos modelos Holt-Winters e ARIMA pode-se, então, iniciar os procedimentos para obter a previsão do modelo combinado linearmente.

Recorrendo novamente à ferramenta solver do Excel para obter os parâmetros alfa, beta e gama da Equação 45, a partir do problema de otimização formado pela Equação 46, obteve-se os valores de 0,144878389 para alfa, 0,741480293 para beta e 0,118506096 para gama. O modelo combinado dos modelos ARIMA e Holt-Winters obteve um erro RMSE de 6,6341 e MAPE de 4,60%.

5.4 COMPARATIVO AMOSTRA DE TREINO

A Tabela 4 mostra o comparativo entre o erro RMSE e MAPE das previsões obtidas a partir da amostra de treino para o horizonte de 1 passo.

Tabela 4 – Comparativo dos modelos da amostra de treinamento

Modelo	RMSE	MAPE
HW multiplicativo	8,9513	5,61%
HW aditivo	6,7455	4,71%
ARIMA(1,1,0)	6,9527	4,58%
CL	6,4536	4,62%

Fonte: Autoria própria

O modelo que melhor se adequou a série histórica original foi o de combinação linear dos modelos ARIMA e Holt-Winters, o que era esperado conforme a seção 13 do capítulo 3. Enquanto, por outro lado, o pior modelo foi o Holt-Winters Multiplicativo. O gráfico da Figura 19 mostra essa comparação.

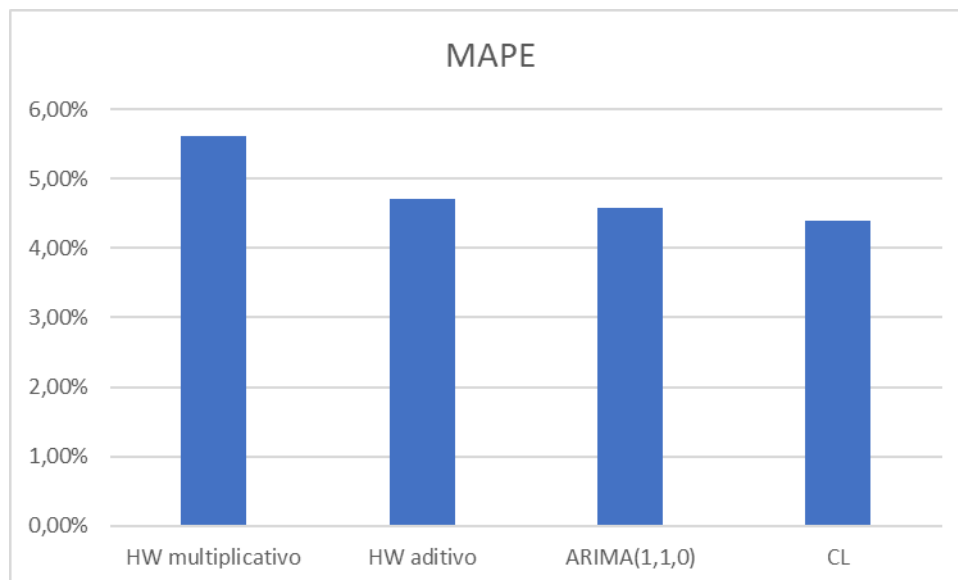


Figura 19 – Comparação MAPE dos modelos da amostra treino

Fonte: Autoria própria

Nas Figuras 20 e 21, tem-se a comparação entre os quatro modelos de previsão. Nota-se que, em todos os 105 instantes, na amostra de treinamento, os

modelos de Holt-Winters Aditivo, ARIMA (1,1,0) e Combinação Linear dos modelos ARIMA (1,1,0) e Holt-Winters apresentam evolução temporal dos valores dos erros percentuais absolutos (APE) mais estáveis que o do modelo Holt-Winters Multiplicativo. Nesse modelo, os valores do APE violaram nos instantes iniciais a faixa de 45 % (Figura 20), enquanto que em nenhum momento o mesmo ocorre nos outros modelos. Além disso, em muitos instantes, estes modelos apresentam valores de APE inferiores HW Multiplicativo. A Figura 21 mostra os gráficos dos resíduos relativos aos quatro modelos utilizados neste trabalho. Nela pode-se observar que os resíduos oriundos dos modelos com o erro MAPE inferior a 5% mantêm-se, com exceção de um instante, no intervalo [-20,20]. Por outro lado, esse intervalo é infringido em três oportunidades pelo outro modelo, inclusive com picos acima de 46 milhões de reais.

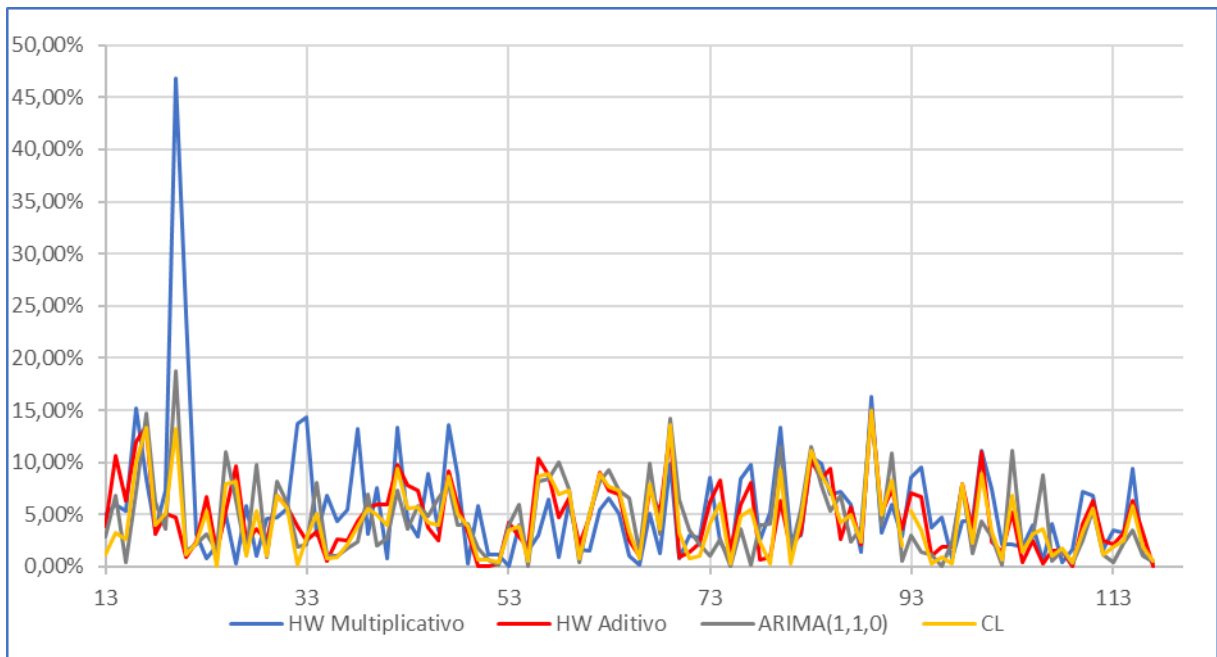


Figura 20 – APE na amostra de treino

Fonte: Autoria própria

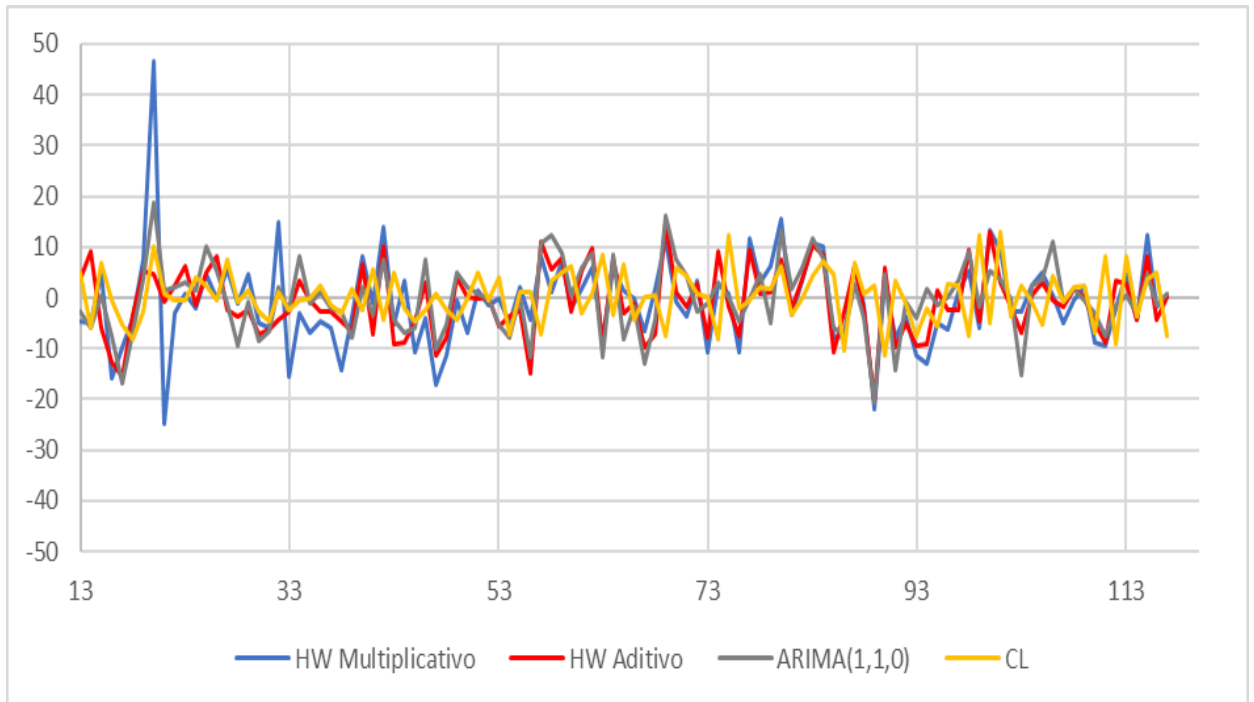


Figura 21 – Resíduos na amostra de treino
Fonte: Autoria própria

5.5 COMPARATIVO AMOSTRA DE TESTE

A Tabela 5, mostra o comparativo entre o erro MAPE das previsões feitas um passo à frente da amostra de teste (12 observações) retirada da série de créditos.

Tabela 5 – Comparativo dos modelos da amostra de teste

Modelo	RMSE	MAPE
HW multiplicativo	8,1913	5,4%
HW aditivo	8,8349	6,18%
ARIMA(1,1,0)	10,9707	7,66%
CL	9,8353	6,11%

Fonte: Autoria própria

Com exceção do modelo HW multiplicativo, houve aumento na medida de acurácia MAPE em todos os demais modelos. Consequentemente, este modelo

passou a ser o mais eficiente à medida que o modelo ARIMA passou a ser o menos. A Figura 22 ilustra esse cenário.

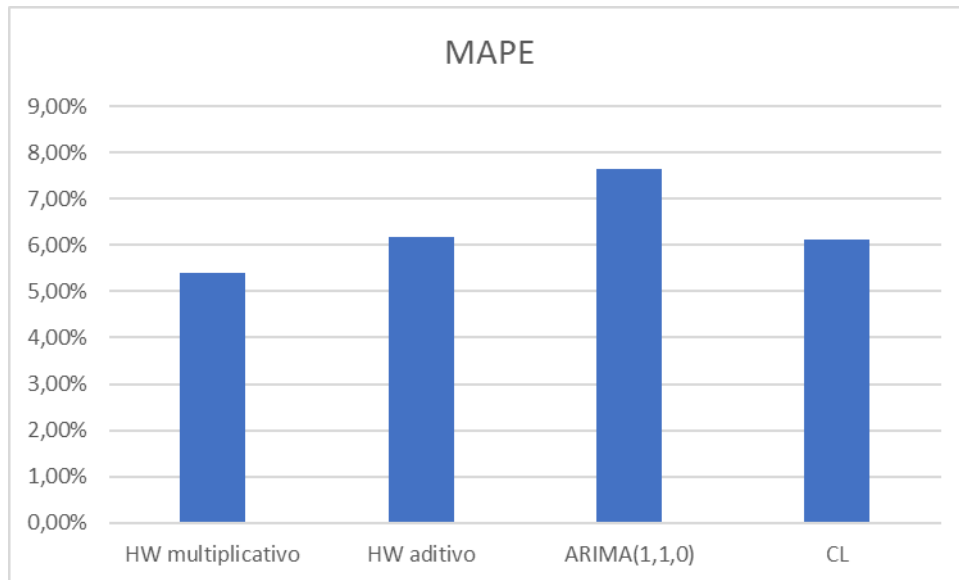


Figura 22 – Comparação MAPE dos modelos da amostra teste
Fonte: Autoria própria

Nas Figuras 23 e 24, tem-se a comparação entre os quatro modelos de previsão. Observa-se que em todos os instantes da amostra de teste os 4 modelos apresentam evolução temporal dos valores dos erros percentuais absolutos (APE) instáveis. Em todos os modelos, os valores do APE violaram nos instantes iniciais a faixa de 10 % (Figura 23). A Figura 24 mostra os gráficos dos resíduos relativos aos quatro modelos utilizados neste trabalho. Nela pode-se observar que os resíduos provenientes do modelo de combinação linear variaram de forma distinta em relação aos demais.

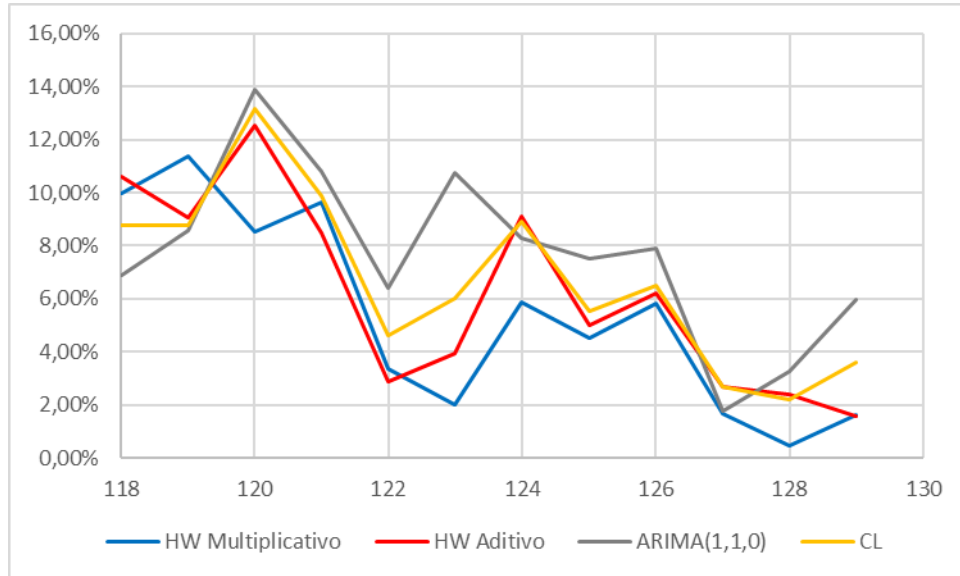


Figura 23 – APE na amostra de teste
Fonte: Autoria própria

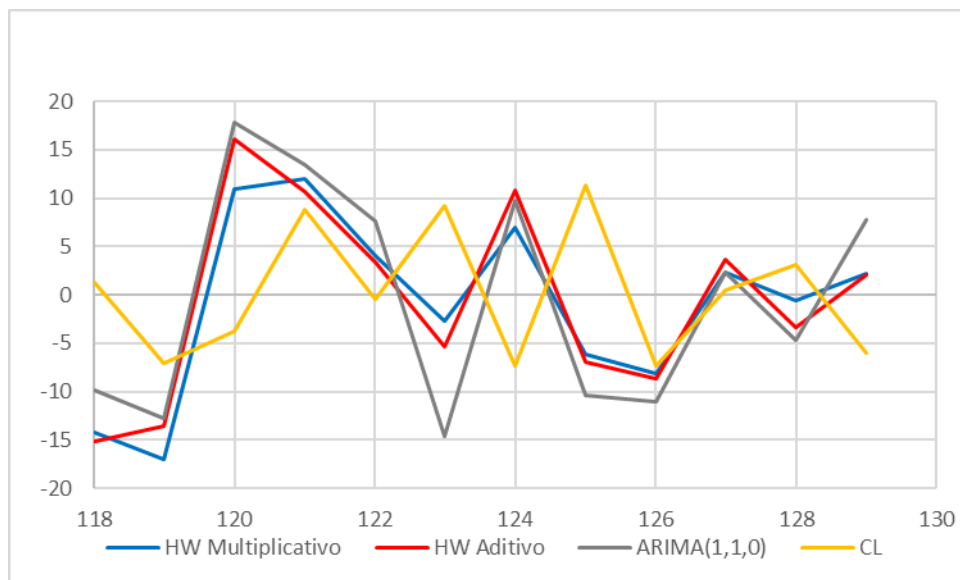


Figura 24 – Resíduos na amostra de teste
Fonte: Autoria própria

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi proposto um modelo de previsão baseado na combinação linear dos modelos preditivos de Box-Jenkins e Holt-Winters. Resultados de previsões obtidos individualmente através destes métodos foram melhorados, não substancialmente, quando combinados linearmente na amostra de treino.

O ponto a ser melhorado no modelo proposto está na substituição do modelo Holt-Winters Multiplicativo por outro que possui um erro MAPE menor, de preferência mais próximo do Holt-Winter Aditivo, pois sua contribuição no resultado proveniente da combinação linear foi somente de 6,59%.

Resultados alcançados neste trabalho e comprovados por outros encontrados na literatura, como o de Teixeira, Júnior e Siquera (2014) e Rodrigues et al. (2015), fortalecem a conclusão que a combinação de métodos preditivos pode auferir ganhos em relação aos métodos individuais.

Com isso, empresas que desejam realizar grandes investimentos que necessitem de empréstimos de instituições bancárias podem utilizar dos modelos de previsões para gerar economia. Pois sabendo quando irá ocorrer menor procura por crédito a empresa pode se antecipar e estudar o melhor momento para o serviço, pelo fato dos juros serem menores quando a demanda diminui.

REFERÊNCIAS

BABU, C. N.; REDDY, B. E. A moving-average filter based hybrid ARIMA–ANN model for forecasting time series data. **Applied Soft Computing**, v. 23, p. 27–38, 2014. Elsevier B.V. BRABANTER, K. DE; KARSMAKERS, P.; OJEDA, F.; et al. **LS-SVMlab Toolbox User ' s Guide**. 2011.

BATES, J. M. and GRANGER, C. W. J. The Combining of Forecasts. **Operational Research Quarterly**, v.20, n.4, p. 451-468, 1969.

BUENO, Rodrigo de Losso da Silveira. **Econometria de Séries Temporais**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

BOX, G.; JENKINS, G. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. San Francisco: Holden-Day, 1970.

CHATFIELD, Chris. **The Analysis of Time Series: An Introduction**. 5.ed., Washington: Chapman e Hall, 1996.

CLEMEN, R. T.; Combining forecasts: A review and annotated bibliography. **International journal of forecasting**. v.5, p. 559-583, 1989.

COELHO, L. C.; SAMOBYL, R. W. **Avaliação de modelos de previsão para a quantidade de automóveis no estado de Santa Catarina**. XIV Simpósio de Engenharia de Produção, São Paulo: 2007.

COSTANTINE, C.; PAPPALARDO, C. A hierarchical procedure for combination of forecasts. **International Journal of Forecasting**. v. 26, p. 725-743, 2010.

DAVIS, M. M.; AQUILANO, N. J.; CHASE, R. B. **Fundamentos da Administração da Produção**. 3.ed., Porto Alegre: Bookman, 1997.

FAVA, V. L.; **Análise de Séries de Tempo**. In: VASCONCELLOS, M. A. S.: ALVES, D. **Manual de Econometria: nível intermediário**. São Paulo: Ed. Atlas, 2000.

FAVERO, E. P. **Métodos de Previsão de Vendas: Um Estudo de Caso em uma Rede Varejista: Monografia de Graduação em Engenharia Mecânica.** São Carlos, Universidade de São Paulo, 2015.

FERNANDES, Flávio Cesar Faria; FILHO, Moacir Godinho. **Planejamento e Controle da Produção: Dos Fundamentos ao Essencial.** São Paulo: Atlas, 2010.

GOOIJER, J. G.; HYNDMAN, R. J. 25 years of time series forecasting. **International Journal of Forecasting**, p.443-473, 2006.

GUJARATI, Damodar N. **Econometria Básica.** 3.ed., Sao Paulo: Mackron Books, 2000.

HOLT, C. C. **Forecasting Trends and Seasonals by Exponentially Weighted Averages.** ONR Memorandum, n. 52, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, USA, 1957.

JACOBS, W. **Modelos de Suavização Exponencial, ARIMA e Redes Neurais Artificiais: Um Estudo Comparativo para a Previsão de Demanda de Produtos: Monografia de Graduação em Engenharia de Produção.** Lajeado, Universidade do Vale do Taquari, 2011.

KOSANAN, O.; KANTANANTHA, N. Thailand ' s Para Rubber Production Forecasting Comparison. Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists 2014. **Anais...** . v. II, 2014. Hong Kong.

LUSTOSA, Leonardo Junqueira; MESQUITA, Marco Aurélio; QUELHAS, Osvaldo Luiz Gonçalves; OLIVEIRA, Rodrigo Jorge de. **Planejamento e Controle da Produção.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S. C.; HYNDMAN, R. J. **Forecasting: Methods and Applications.** 3.ed. United States of America: Ed. Wiley e Sons, 1998.

MATOS, F. C. **Previsão de Demanda em um Comércio de Gêneros Alimentícios: Monografia de Graduação em Engenharia de Produção.** Juiz de Fora, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2007.

MONTGOMERY, D. C.; JENNINGS, C. L.; KULACHI, M. **Introduction to Time Series Analysis and Forecasting.** Nova Jersey: John Wiley e Sons, 2008.

MORABITO, R.; PUREZA, V.; **Modelagem e Simulação**. In: MIGUEL, P.A.C. **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010

MOREIRA, Daniel Augusto. **Administração da Produção e Operações**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M. **Análise de Séries Temporais**. São Paulo, Blucher, 2006.

PELLEGRINI, F. R. **Metodologia para Implementação de Sistemas de Previsão de Demanda**: Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Porto Alegre, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.

RUSSELL, R. S.; TAYLOR, B. W. **Operation Management: Quality and Competitiveness in a Global Environment**. 5.ed., Nova York: Wiley, 2006.

SAMPIERI, R. H.; COLLADO, C. F.; LUCIO, P. B. **Metodologia de Pesquisa**. 3.ed. São Paulo: McGraw Hill Book, 2006.

RODRIGUES, S. B.; DA SILVA, A. C. L.; TEIXEIRA JUNIOR, L. A.; FRANCO, E. M. C.; SOUZA, R. M. **PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS ATRAVÉS DE UMA MODELGEM HÍBRIDA PARA A SÉRIE CANADIAN LYNX**. XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Porto de Galinhas: 2015.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. **Metodologia da Pesquisa e Elaboração de Dissertação**. 4.ed. rev. atual. Florianópolis: UFSC, 2005.

SLACK, Nigel; CHAMBERS, Stuart; JOHNSTON, Robert. **Administração da Produção**. São Paulo: Atlas S.A., 2009.

TEIXEIRA JÚNIOR, L. A.; SOUZA, R. M.; MENEZES, L. M.; et al. Artificial Neural Network and Wavelet decomposition in the Forecast of Global Horizontal Solar Radiation. **Sobrapo**, v. 35, n. 1, p. 1–16, 2015.

TEIXEIRA, L. L.; TEIXEIRA JUNIOR, L. A.; SIQUEIRA, P. H. **Séries Temporais: Combinação Linear de Previsões Wavelet – Neural**. XXI Simpósio de Engenharia de Produção, São Paulo: 2014.

WERNER, L.; RIBEIRO, J. L. D. Previsão de demanda: uma aplicação dos modelos Box-Jenkins na área de assistência técnica de computadores pessoais. Santa Catarina: **Revista Gestão & Produção**. v.10, p.47-67, 2003.

WEBBY, R.; O'CONNOR, M. Judgemental and statistical time series forecasting: a review of the literature. **International Journal of Forecast**. v.12, p.91-118, 1996.

WINTERS, P. R. **Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages**. Management Science, v. 6, n.3, p.324-342, 1960