

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
COORDENAÇÃO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

VANESSA CRISTINA SLONGO

**ADAPTAÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA  
A DISTRIBUIÇÃO DE CARGA HORÁRIA DE PROFESSORES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

MEDIANEIRA

2018

VANESSA CRISTINA SLONGO

**ADAPTAÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA  
A DISTRIBUIÇÃO DE CARGA HORÁRIA DE PROFESSORES**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Graduação, em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR, Campus Medianeira, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Levi Lopes Teixeira

MEDIANEIRA

2018



**MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO**  
**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**Câmpus Medianeira**  
DIRETORIA DE GRADUAÇÃO E EDUCAÇÃO PROFISSIONAL  
**Departamento Acadêmico de Produção e Administração**  
Curso de Graduação em Engenharia de Produção



---

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

# **ADAPTAÇÃO DE UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR PARA A DISTRIBUIÇÃO DE CARGA HORÁRIA DE PROFESSORES**

Por

**VANESSA CRISTINA SLONGO**

Este trabalho de conclusão de curso foi apresentado no dia 20 de novembro de 2018 como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Câmpus Medianeira. O candidato foi arguido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo assinados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

---

Prof. Dr. Levi Lopes Teixeira  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Prof. Dr. Samuel Bellido Rodrigues  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

---

Prof. Dr. Pedro Elton Weber  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná

- O Termo de Aprovação assinado encontra-se na Coordenação do Curso-.

*À minha família...*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à minha família pelo incentivo, confiança, e compreensão nesta fase do curso de graduação e durante toda minha vida.

Ao Prof. Dr. Levi Lopes Teixeira por ter aceito a tarefa de orientar este trabalho. Seus conselhos foram de grande valia para a realização deste trabalho.

Aos funcionários da Escola Estadual Belo Horizonte, em especial à diretora Jucemara Demeneck Martendal pelo atendimento prestado e pelas informações disponibilizadas para realização deste estudo.

Ao meu namorado, pela compreensão e motivação nos momentos de dificuldade.

Agradeço a todas as amizades construídas durante esse período. Aos amigos que me ajudaram nos momentos mais difíceis ao longo do curso.

"Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar.

Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota"

Madre Teresa de Calcutá.

## RESUMO

SLONGO, Vanessa Cristina. **Adaptação de um modelo de programação linear para a distribuição de carga horária de professores**. 2018. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

O problema de programação de horários faz parte do cotidiano das instituições de ensino, podendo apresentar estruturas variadas em diferentes escolas, mesmo dentro do mesmo país ou sistema educacional. Este trabalho se propôs a apresentar um modelo de programação linear que auxilie a elaboração de grades horárias de uma escola estadual no Oeste do Paraná. A identificação dos aspectos a serem considerados no modelo se deu através de entrevistas com os responsáveis pela elaboração da grade atual da escola. Foram propostos dois modelos, os quais foram solucionados por meio do método *branch-and-bound* com a utilização do *software* LINGO. Posteriormente avaliou-se a possibilidade da utilização dos resultados obtidos, realizando a comparação da grade horária elaborada manualmente com a programação obtida mediante os modelos. Ambos os modelos se mostraram capazes de gerar soluções de qualidade para o problema.

**Palavras-chave:** Pesquisa Operacional; Problema de programação de horários; Designação

## ABSTRACT

SLONGO, Vanessa Cristina. **Linear Programming Model Adaptation Aiming Teachers' Workload Distribution**. 2018. Monografia (Bacharel em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

The timetabling problem is part of the routine of educational institutions, and can present varied structures in different schools, even within the same country or educational system. This paper proposes to present a linear programming model able to help building the schedule of a elementary and high schoolschool in the West of Paraná. The identification of the aspects to be considered in the model was given through interviews with those responsible for building the current schedule. Two models were proposed, which were solved using branch-and-bound method on LINGO software. Later, it was evaluated the possibility of using the obtained results, comparing the handmade schedule with the shedule obtained through the models. Both models proved capable of generating quality solutions to the problem.

**Key-words:** Operational Research; Timetabling problem; Assignmente

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Método <i>branch-and-bound</i> .....	31
Figura 2 - Método plano de corte .....	32
Figura 3 - Algoritmo de busca local padrão .....	34
Figura 4 - Algoritmo de Busca Tabu.....	36
Figura 5 - Algoritmo de um GRASP básico .....	37
Figura 6 - Algoritmo de <i>Simulated Annealing</i> .....	38
Figura 7 - Fluxograma de um algoritmo genético genérico. ....	39
Figura 8 - Classificação da pesquisa.....	49
Figura 9 - Etapas da pesquisa.....	52
Figura 10 - Grade horária atual da professora Cátia .....	71
Figura 11 - Grade horária da professora Cátia gerada pelo Modelo 1 .....	71
Figura 12 - Grade horária do professor Odair gerada pelo Modelo 1 desconsiderando hora-atividades.....	73
Figura 13 - Grade horária do professor Odair gerada pelo Modelo 1 considerando hora-atividades.....	74

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificação dos problemas de programação de horários educacional.	24
Quadro 2 - Requerimentos que acarretam em restrições para o PPH em instituições de ensino.....	26
Quadro 3 - Restrições comumente apresentadas pelo PPHE.....	27
Quadro 4 - Tipos de algoritmos heurísticos.....	33
Quadro 5 - Descrição e simbologia adotada para o Modelo 1 .....	56
Quadro 6 - Descrição e simbologia adotada para o Modelo 2 .....	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Distribuição das turmas por turno .....	45
Tabela 2 - Distribuição da carga horária do Ensino Fundamental.....	46
Tabela 3 - Distribuição da carga horária do Ensino Médio.....	46
Tabela 4 - Distribuição de professores por turno.....	47
Tabela 5- Padrões de distribuição de aulas .....	63
Tabela 6 - Total de variáveis e restrições apresentados pelo problema .....	68
Tabela 7 - Resultados obtidos para o Modelo 1 desconsiderando hora-atividades ..	70
Tabela 8 - Função objetivo para o Modelo 1 adicionando hora-atividades manualmente.....	71
Tabela 9 - Resultados obtidos considerando hora-atividades .....	72
Tabela 10 - Resultados para o Modelo 2 desconsiderando hora-atividades.....	74
Tabela 11 - Função objetivo para o Modelo 2 adicionando hora-atividades manualmente.....	75
Tabela 12 - Resultados obtidos para o Modelo 2 considerando hora-atividade .....	76

## LISTA DE SIGLAS

GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
HA	Hora-Atividade
PL	Programação Linear
PLI	Programação Linear Inteira
PO	Pesquisa Operacional
PPH	Problema de Programação de Horários
PPHE	Problema de Programação de Horários em Escolas
PPL	Problema de Programação Linear
PPLI	Problema de Programação Linear Inteira

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>2 OBJETIVOS</b> .....	<b>17</b>
2.1 OBJETIVO GERAL .....	17
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	17
<b>3 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>18</b>
3.1 PESQUISA OPERACIONAL .....	18
3.1.1 Programação Linear .....	19
3.1.1.1 Formulação de um modelo de programação linear .....	20
3.1.1.2 Definições.....	21
3.1.1.3 Hipóteses da programação linear.....	22
3.1.1.4 Programação linear inteira .....	22
3.1.1.4.1 Programação linear inteira binária.....	23
3.2 O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIO EM ESCOLAS .....	23
3.2.1 Restrições do Problema .....	25
3.2.2 Formulação do Problema .....	27
3.2.3 Métodos de Resolução do Problema .....	29
3.2.3.1 Métodos exatos .....	29
3.2.3.1.1 Branch-and-bound.....	30
3.2.3.1.2 Plano de corte .....	32
3.2.3.2 Métodos heurísticos e meta-heurísticos .....	32
3.2.3.2.1 Busca local .....	34
3.2.3.2.2 Busca tabu .....	35
3.2.3.2.3 <i>Greedy randomized adaptive search procedure</i> .....	36
3.2.3.2.4 <i>Simulated annealing</i> .....	37
3.2.3.2.5 Algoritmos genéticos .....	38
3.3 TRABALHOS CORRELATOS .....	39
<b>4 MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	<b>45</b>
4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO .....	45
4.2 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA .....	48
4.2.1 Do Ponto de Vista da sua Natureza .....	49
4.2.2 Do Ponto de Vista de seus Objetivos .....	50
4.2.3 Do Ponto de Vista dos Procedimentos Técnicos.....	50
4.2.4 Do Ponto de Vista da Forma de Abordagem do Problema.....	51
4.3 ETAPAS DA PESQUISA .....	51
4.3.1 Coleta e Tratamento de Dados .....	52
4.3.2 Modelagem Matemática .....	53
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>55</b>
5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA.....	55
5.1.1 Modelo 1.....	56
5.1.1.1 Função objetivo .....	56
5.1.1.2 Restrições .....	57
5.1.1.2.1 Relacionar variáveis de decisão.....	57
5.1.1.2.2 Um professor por turma.....	58
5.1.1.2.3 Distribuir carga horária .....	58
5.1.1.2.4 Número máximo de aulas.....	58
5.1.1.2.5 Disponibilidade de professores .....	59

5.1.1.3 Aulas de educação .....	60
5.1.1.3.1 Preferência por aulas geminadas .....	60
5.1.2 Modelo 2.....	61
5.1.2.1 Função objetivo .....	63
5.1.2.2 Restrições .....	64
5.1.2.2.1 Relacionar variáveis de decisão .....	64
5.1.2.2.2 Um professor por turma.....	65
5.1.2.2.3 Distribuir carga horária .....	65
5.1.2.2.4 Número máximo de aulas.....	65
5.1.2.2.5 Disponibilidade de professores .....	66
5.1.2.2.6 Aulas de educação .....	66
5.2 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS.....	66
5.2.1 Modelo 1.....	69
5.2.1.1 Desconsiderando hora-atividade .....	69
5.2.1.2 Considerando hora-atividade .....	72
5.2.2 Modelo 2.....	74
5.2.2.1 Desconsiderando hora-atividade .....	74
5.2.2.2 Considerando hora-atividade .....	76
<b>6 CONCLUSÃO .....</b>	<b>78</b>
<b>7 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>80</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>81</b>
<b>APÊNDICE A - Roteiro para a identificação dos requisitos a serem considerados no modelo .....</b>	<b>88</b>
<b>APÊNDICE B - Questionário para coleta de dados .....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE C - Dados referentes a carga horária e preferência dos professores .....</b>	<b>92</b>
<b>APÊNDICE D - Dados referentes a disponibilidade dos professores .....</b>	<b>94</b>
<b>APÊNDICE E - Grade horária atual da escola .....</b>	<b>98</b>
<b>APÊNDICE F - Resultado da implementação do Modelo 1 desconsiderando hora-atividades.....</b>	<b>103</b>
<b>APÊNDICE G - Resultado da implementação do Modelo 1 considerando hora- atividades.....</b>	<b>108</b>
<b>APÊNDICE H - Modelo 2 desconsiderando hora-atividade com absolute optimality tolerance 40 .....</b>	<b>113</b>
<b>APÊNDICE I - Modelo 2 desconsiderando hora-atividade com absolute otimality tolerance 80 .....</b>	<b>118</b>
<b>APÊNDICE J - Modelo 2 considerando hora-atividade com absolute optimality tolerance 100 .....</b>	<b>123</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A programação de horários é um problema enfrentado pelas instituições de ensino em todo início de período letivo. Santos e Souza (2007) apontam que tal situação representa um exemplo clássico de problema fácil de ser explicado, porém difícil de ser resolvido.

Wren (1996) define a programação de horários como a alocação, sujeita a restrições, de recursos à objetos em um espaço de tempo, de modo a satisfazer ao máximo, um conjunto de objetivos desejáveis. Diversas pesquisas de programação de horários têm sido realizadas em problemas apresentados por instituições de ensino, devido à interessante complexidade apresentada pelo problema.

De fato, o problema se mostra extremamente complexo e sua resolução se torna mais complicada a medida que crescem o número de associações e limitações impostas aos recursos (MARTINS, 2010).

As dificuldades na produção de bons quadros horários advêm não apenas da complexidade do problema, mas também da dificuldade em se estabelecer quais as características desejadas no quadro de horários (EISELT; LAPORTE, 1987 apud SANTOS; SOUZA, 2007).

De acordo com Nurmi e Kyngas (2007), pesquisadores têm obtido resultados muito promissores e praticáveis nessas áreas problemáticas. No entanto, a programação de horários em escolas não foi tão extensamente estudada, e os resultados obtidos não são amplamente utilizáveis.

Em partes, isso se deve ao fato de que a formulação de um modelo capaz de atender as necessidades de variadas escolas é difícil. Como explicado por Post et al. (2010) esse problema tem estruturas variadas em diferentes escolas, mesmo dentro do mesmo país ou sistema educacional.

Marte (2002) observa que até escolas do mesmo tipo podem diferir quanto aos requisitos de seu horário. Desta forma Custers et al. (2005) afirma que vários algoritmos provaram ser aplicáveis ao problema, porém a grande maioria se destina a resolver problemas específicos.

Diversos estudos buscam modelar uma variedade de casos específicos para o problema de programação de horários em escolas. Do mesmo modo, uma grande variedade de técnicas de resolução foi proposta para resolver tais modelos.

Kotsko, Steiner e Machado (2003), Ferreira et al. (2011) e Silva (2016) abordam o problema através de métodos exatos.

No entanto Souza, Moretti e Podestá (2008) observam que tratar do problema de programação de horários em escolas por técnicas exatas de otimização muitas vezes é inviável, pois tal método geralmente demanda muito tempo e esforço computacional. Desta forma, têm-se considerado métodos heurísticos para se obter uma solução viável satisfatória em um tempo computacional razoável.

Se faz importante observar que métodos heurísticos são capazes de assegurar boas soluções para o problema, porém, ao contrário dos métodos exatos, não garantem a otimalidade.

Lobo (2005) trata da programação de horários como um problema de otimização através de algoritmos genéticos. A abordagem do problema pelo método *Simulated Annealing* é apresentada por Abramson (1991) e Poulsen (2012). Costa (2003) e Souza, Maculan e Ochi (2003) resolvem o problema através de um método híbrido que combina as meta-heurísticas GRASP e Busca Tabu.

Góes (2005) desenvolve um método misto combinando métodos exato *branch-and-bound* com o método meta-heurístico algoritmos genéticos buscando obter uma solução de boa qualidade em tempo computacional aceitável.

Na rede estadual de ensino paranaense antes do início de cada ano letivo, é realizada a distribuição de professores às escolas. Tal distribuição é feita por meio da escolha dos professores por quais funções desejam assumir. O direito de escolha das aulas segue uma rigorosa ordem de classificação conforme Paraná (2018).

Esse processo leva tempo, fazendo com que ao se iniciarem as aulas diversas disciplinas ainda não tenham um professor responsável. Desta forma, quando todos os professores são designados, existe urgência para a elaboração do quadro horário. Diversas vezes ocorrem trocas de professores durante o ano letivo, sendo necessário realizar ajustes na programação de horários o mais rápido possível.

Visto que os professores são contratados pelo estado, em diversos casos são responsáveis por lecionar em mais de uma escola, sendo criada uma dependência entre a elaboração do quadro horário das escolas relacionada a disponibilidade dos professores, tornando o processo mais difícil.

A preparação manual da programação de horários geralmente dispense muito tempo, sendo necessário o trabalho de muitas pessoas durante vários dias, podendo ainda gerar soluções insatisfatória (BARDADYM, 1996; SCHARF, 1999).

Neste contexto, a automação da programação de horários torna-se uma alternativa interessante, possibilitando a geração de quadros horários em tempo consideravelmente menor do que o obtido manualmente.

É importante observar que a elaboração de um quadro horário adequado é capaz de melhorar a satisfação do corpo docente e possibilita que a instituição de ensino seja mais eficiente na gestão de seus recursos. A distribuição adequada das atividades letivas também possibilita um melhor desempenho dos alunos (SANTOS; SOUZA, 2007).

Ao tratar o problema de programação de horários através de um modelo de otimização, levando em consideração os aspectos específicos de cada instituição de ensino é possível elaborar não apenas uma grade sem conflito de horários, mas também buscar atender às preferências do corpo docente e às necessidades pedagógicas e organizacionais da instituição.

Os métodos exatos, garantem que a solução encontrada para o modelo de otimização seja a melhor solução existente, desta forma é possível a formulação de um quadro horário que satisfaça ao máximo o atendimento das características consideradas no modelo.

Este trabalho buscou elaborar e implementar um modelo matemático para realizar em tempo aceitável a programação de horários que atendam às necessidades específicas de uma escola estadual localizada no Oeste do Paraná. Avaliou-se a possibilidade da utilização de método exato para resolução do modelo, a fim de se obter a solução ótima.

## 2 OBJETIVOS

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Adaptar um modelo de pesquisa operacional para resolver o problema de distribuição de carga horária dos professores de uma instituição de ensino estadual em Medianeira-PR.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- a) Identificar as restrições do problema.
- b) Construir um modelo matemático que forneça solução para o problema.
- c) Implementar o modelo computacionalmente.
- d) Avaliar, perante as necessidades da escola, a viabilidade de utilização dos resultados obtidos a partir do modelo matemático.

### 3 REVISÃO DE LITERATURA

Nesta seção será apresentado o estudo teórico referente aos assuntos abordados pela pesquisa. Será tratado a respeito do problema de programação de horários e sua resolução através de métodos de pesquisa operacional. Inicia-se tratando a respeito de pesquisa operacional, para posteriormente caracterizar o problema neste contexto.

#### 3.1 PESQUISA OPERACIONAL

A pesquisa operacional costuma ter sua origem atribuída as atividades militares desenvolvidas na Segunda Guerra Mundial. Com o intuito de lidar com problemas táticos e estratégicos, como a necessidade de alocação eficiente de recursos escassos, os comandos britânico e norte-americano convocaram cientistas, que formaram as primeiras equipes da área de PO (HILLIER; LIEBERMA, 2013).

De acordo com Moreira (2013), devido ao sucesso aplicada para fins militares, foi natural que ao fim da guerra a utilização da PO se estendesse para as organizações civis, ocorrendo uma acelerada expansão da sua aplicação entre os anos de 1945 até meados da década de 1970.

Arenales et al. (2007) afirmam que a pesquisa operacional consiste na aplicação de métodos científicos a problemas complexos visando auxiliar o processo de tomada de decisões.

Para Andrade (2014) um estudo de pesquisa operacional consiste essencialmente no desenvolvimento de um modelo que se baseie e sirva como instrumento de análise e compreensão de um sistema<sup>1</sup> real, com o propósito de levar os sistemas a atingir o desempenho esperado.

A resolução de um problema por meio de pesquisa operacional envolve várias fases. Primeiramente define-se o escopo do problema em estudo, o qual é

---

<sup>1</sup> Define-se sistema como qualquer unidade conceitual ou física, composta de partes inter-relacionadas, interatuantes e interdependentes (GOLDBARG; LUNA, 2005).

traduzido em relações matemáticas ou lógicas de simulação. O modelo é resolvido mediante métodos de solução e algoritmos<sup>2</sup>. Posteriormente, a fase de validação avalia se o modelo representa apropriadamente o problema. Finalmente, preocupa-se com a implementação da solução, traduzindo os resultados gerados pelo modelo em decisões (ARENALES et al., 2007).

Moreira (2013) destaca que a observação inicial e a formulação do problema estão entre os mais importantes passos para a solução de um problema por pesquisa operacional.

Conforme Belfiore e Fávero (2012) as ferramentas de PO podem ser classificadas como modelos determinísticos e modelos estocásticos. Nos modelos determinísticos todas as variáveis envolvidas no processo são fixas. Esse tipo de modelo costuma ser solucionado por meio de métodos analíticos, gerar uma única solução, sendo capaz de garantir a solução ótima. São citados como modelos determinísticos a programação linear, programação inteira e binária, programação por metas ou multiobjetivo, programação em redes, programação não linear e programação dinâmica e determinística.

Os modelos estocásticos geram diversas soluções buscando analisar diferentes cenários, não podendo garantir a solução ótima. Utilizam-se geralmente de métodos numéricos para sua solução. Nesses modelos, pelo menos uma das variáveis envolvidas no processo é aleatória. Como modelos estocásticos podem ser citados a teoria das filas, simulação, teoria dos jogos e programação dinâmica estocástica (BELFIORE; FÁVERO, 2012)

### 3.1.1 Programação Linear

Para Caixeta-Filho (2011) a programação linear não é nada mais que um método de resolução de equações lineares mediante inversões sucessivas de matrizes possuindo a vantagem de incorporar uma equação linear adicional, que representa um dado componente a ser otimizado.

---

<sup>2</sup> Define-se algoritmo como uma sequência finita e não ambígua de instruções computáveis para solucionar um problema (ARENALES et al., 2007).

Hillier e Lieberman (2013) realçam que apesar da alocação de recursos para atividades ser o tipo mais comum de aplicação, a PL possui inúmeras outras aplicações importantes.

### 3.1.1.1 Formulação de um modelo de programação linear

Loesch e Hein (2009) afirmam que todo PPL pode ser descrito mediante uma função objetivo e um conjunto de restrições, todas lineares. As restrições exprimem os limites a serem respeitados. Cada restrição pode ser uma igualdade ou uma desigualdade irrestrita. Desta forma, tem-se o seguinte modelo genérico, no qual a função objetivo é representada pela Equação 1 e as restrições são apresentadas pela Equação 2, Equação 3, Equação 4 e Equação 5.

$$\{Max, Min\} Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (1)$$

Sujeito a:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_2 \quad (3)$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{=, \leq, \geq\} b_m \quad (4)$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 \quad (5)$$

Em que:

- a)  $x_1, x_2, \dots, x_n$  = Conjunto de variáveis estruturais do problema;
- b)  $c_1, c_2, \dots, c_n$  = Coeficiente da função objetivo
- c)  $a_{ij}$  e  $b_j$  = Coeficientes das restrições
- d)  $\{=, \leq, \geq\}$  Representam a presença de uma das três relações em cada uma das restrições;
- e) A função objetivo pode ser maximizada (*Max Z*) ou minimizada (*Min Z*)
- f)  $n$  = Número de variáveis de decisão.
- g)  $m$  = Número de restrições do modelo.

De acordo com Moreira (2013), com a programação linear busca-se maximizar ou minimizar a função objetivo ao mesmo tempo obedecendo a todas as restrições.

### 3.1.1.2 Definições

Para melhor compreensão fazem-se as seguintes definições:

- a) Variáveis de decisão: Incógnitas que serão determinadas pela solução do modelo (BELFIORE; FÁVERO, 2012).
- b) Função objetivo: Determina matematicamente o que será maximizado ou minimizado. Fornece a medida de desempenho pela qual se avalia a atratividade de diferentes soluções (KRAJEWSKI; RITZMAN; MALHOTRA, 2009).
- c) Restrições: Conjunto de equações e inequações que as variáveis do modelo devem satisfazer (BELFIORE; FÁVERO, 2012).
- d) Parâmetro: Valores fixos previamente conhecidos do problema (BELFIORE; FÁVERO, 2012).
- e) Região viável: Todas as combinações admissíveis de variáveis de decisão, determinadas pelo conjunto de restrições.
- f) Solução viável: Aquela para qual todas as restrições são satisfeitas (HILLIER e LIEBERMAN, 2013).
- g) Solução inviável: Aquela para a qual pelo menos uma das restrições é violada (HILLIER e LIEBERMAN, 2013).
- h) Solução ótima: A solução viável que apresenta o valor mais favorável da função objetivo. É possível que o problema não tenha nenhuma solução ótima, se o problema não possuir nenhuma solução viável, ou se houver uma função objetivo ilimitada (HILLIER e LIEBERMAN, 2013).

### 3.1.1.3 Hipóteses da programação linear

De acordo com Belfiore e Fávero (2012), em um PPL, as restrições do modelo e a função objetivo devem ser lineares, as variáveis de decisão devem ser não negativas e contínuas, e os parâmetros do modelo determinísticos, de modo a satisfazer as seguintes hipóteses:

- a) Proporcionalidade: Para cada variável de decisão considerada, a sua contribuição em relação às restrições e à função objetivo deve ser diretamente proporcional ao valor dessa variável.
- b) Aditividade: O valor total da função objetivo ou de cada função de restrição é expresso pela soma das contribuições individuais de cada variável de decisão. A contribuição de cada variável de decisão independe da contribuição das demais variáveis.
- c) Divisibilidade e não negatividade: É possível que as variáveis de decisão assumam quaisquer valores não negativos, inclusive valores fracionários, desde que as restrições do modelo sejam satisfeitas.
- d) Certeza: Os coeficientes da função objetivo e os termos independentes de um modelo de programação linear são constantes e conhecidos com certeza.

### 3.1.1.4 Programação linear inteira

Hillier e Lieberman (2013) observam que a hipótese de divisibilidade implica na limitação nas aplicações de programação linear, visto que em diversos problemas práticos as variáveis de decisão fazem sentido apenas se possuírem valores inteiros. Nestes casos, onde há exigência de valores inteiros, trata-se de um problema de programação inteira.

Para Goldberg e Luna (2005) um modelo de otimização constitui um problema de programação inteira se qualquer uma das variáveis for condicionada a assumir valores discretos, o que normalmente implica em maior complexidade

computacional.

Lachtermacher (2009) afirma que os problemas de programação inteira podem apresentar dois tipos:

- a) Programação inteira total: quando todas as variáveis de decisão são do tipo inteiro.
- b) Programação inteira mista: quando apenas uma parte das variáveis é do tipo inteiro.

#### 3.1.1.4.1 Programação linear inteira binária

Carvalho (2014) afirma que a programação inteira binária permite resolver problemas de decisão nos quais as únicas escolhas possíveis são sim e não.

Hillier e Lieberman (2013) explicam que tais decisões podem ser representadas por variáveis de decisão binárias restritas apenas a dois valores. Desta forma, a decisão é representada por uma variável  $x$  tal qual representado na Equação 6.

$$x = \begin{cases} 1 & \text{se a decisão for sim} \\ 0 & \text{se a decisão for não} \end{cases} \quad (6)$$

## 3.2 O PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE HORÁRIO EM ESCOLAS

Gross, Yellen e Zhang (2014) definem o *timetabling problem* (problema de programação de horários) como um problema com quatro parâmetros:

- a) T: um conjunto finito de períodos.
- b) R: um conjunto finito de recursos.
- c) M: um conjunto finito de eventos.
- d) C: um conjunto de restrições.

Desta forma, problema consiste em atribuir períodos e recursos aos eventos, a fim de satisfazer ao máximo as restrições.

Os PPH são classificados conforme os eventos a que se propõe, podendo ser relacionados a área esportiva, hospitalar, educacional, entre outras (VIEIRA; MACEDO, 2011).

De acordo com Schaerf (1999), na área educacional, o PPH consiste em alocar uma sequência de aulas entre professores e alunos em um período prefixado de tempo (normalmente uma semana), de modo a satisfazer um conjunto de restrições. Solucionar o problema manualmente geralmente requer muito tempo de trabalho, podendo resultar em uma solução não satisfatória.

Schaerf (1999) salienta que uma grande variedade de PPH tem sido proposta na literatura, diferindo entre si com base no tipo de instituições envolvidas, e no tipo de restrições apresentadas.

Gross, Yellen e Zhang (2014) classificam os problemas de programação de horários em instituições de ensino em cinco classes principais, apresentadas no Quadro 1.

<b>Problema</b>	<b>Descrição</b>
Programação de horários em escolas	Agendamento semanal para todas as turmas de uma escola, evitando que os professores lecionem para duas ou mais turmas ao mesmo tempo, ou as turmas tenham aula com dois ou mais professores ao mesmo tempo.
Programação de horários em universidades	Programação semanal para todas as aulas de um conjunto de cursos universitários, minimizando as sobreposições de aulas com estudantes em comum.
Programação de exames	Agendamento de um conjunto de exames para cursos universitários, de forma a evitar ao máximo a sobreposição de exames de cursos com alunos em comum.
Designação de salas	Aulas devem ser designadas a salas, de forma que duas turmas não utilizem a mesma sala simultaneamente.
Programação de professores	Consiste em distribuir disciplinas entre professores de modo a atender condições específicas.

**Quadro 1 - Classificação dos problemas de programação de horários educacional**  
**Fonte: Adaptado de Gross, Yellen e Zhang (2014) e Schaerf (1999)**

Schaerf (1999) ressalta que tal classificação não é rigorosa, podendo alguns problemas específicos possuírem características de mais de uma classe, não podendo ser facilmente enquadrados na classificação acima.

Gross, Yellen e Zhang (2014) apontam que em alguns casos é necessário

considerar mais de um tipo de problema ao mesmo tempo, os quais podem ser combinados ainda com outros problemas de planejamento educacional.

De acordo com Vieira e Macedo (2011), O problema de programação de horário em escolas difere dos demais PPH em instituições de ensino por possuir uma quantidade menor de recursos a serem alocados, uma vez que cada turma já possui uma sala especificada e seu grupo de alunos, em sua maioria, é predeterminado.

No entanto Schaerf (1999) afirma que há situações, dependendo da escola, em que pode haver a necessidade de realizar a distribuição de salas de aula.

Bardadym (1996) descreve o PPHE como um problema que considera um conjunto de turmas, e um conjunto de professores. Cada turma é composta por um conjunto de alunos que têm um currículo em comum e estudam juntos. Para cada par de professor e turma, existe uma matéria, com número de aulas definidas. O problema consiste em alocar cada aula em um período de tempo, de modo que nenhum professor ou turma tenham duas ou mais aulas simultâneas.

Martins (2010) observa que tal situação é tradicionalmente encontrada no ensino brasileiro de primeiro e segundo graus, no qual, comumente, cada aluno é associado a apenas uma turma e cada turma possui salas de aula e horários previamente fixados.

### 3.2.1 Restrições do Problema

Wren (1996) define as restrições como regras que dificultam a realização de metas. No entanto, tais regras também podem ser vistas como parte da especificação do problema que pode ser usada para guiar o solucionador em direção a uma solução. Desta forma, cabe ao tomador de decisões definir quais as características que são desejadas para o modelo, a fim de definir quais as restrições que realmente devem ser utilizadas e quando vale apenas abolir determinadas limitações.

Santos e Souza (2007) afirmam que para a modelagem do PPH, inicialmente devem ser definidas as restrições do problema com base nos requerimentos. Os requerimentos representam as características desejadas para a elaboração do quadro horário. Em geral os requerimentos que geram as restrições

do problema podem ser classificados em três categorias como apresentado no Quadro 2.

Tipo de requerimento	Descrição
Organizacionais	Dizem respeito à instituição de ensino, sendo inclusos requerimentos que tratam da gestão de recursos e atendimento à legislação, como alocação de atividades que exigem salas específicas.
Pedagógicos	Buscam o bom aproveitamento das aulas, podendo estar relacionadas com a distribuição da carga horária de modo a tornar as aulas menos cansativas, tendo-se um bom rendimento didático. É preferível, para a maioria das disciplinas, uma distribuição semanal uniforme das atividades, evitando a concentração de todas as aulas em um único dia.
Pessoais	Decorrem das necessidades ou preferências dos integrantes do corpo docente, podendo ser, por exemplo, em relação a preferência por horários, localização das aulas, ou preferência por aulas geminadas.

**Quadro 2 - Requerimentos que acarretam em restrições para o PPH em instituições de ensino**  
**Fonte: Adaptado de Santos e Souza (2007)**

Martins (2010) salienta que um quadro de horários que viole, por exemplo, alguma restrição quanto a conflitos de horários, não consiste em uma solução válida para o problema, pois não atende às necessidades dos envolvidos. Entretanto, uma solução que atribua à um professor o trabalho em um período pelo qual este não tenha preferência, continua sendo uma solução viável. Neste contexto, as restrições podem ser classificadas como restrições *hard* e restrições *soft*.

Restrições *hard* são restrições que devem ser satisfeitas. Já as restrições *soft*, são restrições desejáveis, mas não necessariamente precisam ser satisfeitas. Sendo assim, uma solução factível é qualquer solução que atenda a todas as restrições *hard* (GROSS; YELLEN; ZHANG, 2014).

Cerdeira-Pena et al. (2008) considera que um bom horário válido deve satisfazer as restrições *hard*, e também deve cumprir tantas restrições *soft* quanto possível. Desta forma o atendimento as restrições *soft* permite mensurar o quão boa é a solução.

Santos e Souza (2007) afirmam ainda que o conjunto de requerimentos bem como sua classificação em restrições fortes (*hard*) ou fracas (*soft*) variam conforme a instituição de ensino e o sistema educacional de cada localidade.

O Quadro 3 contém algumas restrições apontadas por Andersson (2015) como sendo restrições *hard* e restrições *soft* que podem ser consideradas no PPHE.

O autor observa que nem todos os casos seguem estas restrições e que em alguns problemas podem ser apresentadas outros tipos de restrição.

<b>Restrições <i>hard</i></b>	<b>Restrições <i>soft</i></b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>a) O número de aulas semanais para cada disciplina em cada turma deve ser respeitado.</li> <li>b) Determinadas disciplinas devem ser agendadas em um horário específico.</li> <li>c) Os professores só podem lecionar durante o período em que estiverem disponíveis.</li> <li>d) Os professores só podem dar aula em uma quantidade fixa de turmas.</li> <li>e) Os professores só podem lecionar para uma turma por vez.</li> <li>f) Para cada turma deve haver apenas uma disciplina sendo lecionada em cada horário.</li> <li>g) Certas aulas necessitam de salas específicas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Pode existir preferência por horários específicos para determinadas aulas.</li> <li>b) Alguns professores preferem dar aulas em determinados horários.</li> <li>c) Pode ser preferível ter aulas de uma determinada disciplina para uma mesma turma distribuídas durante a semana, evitando que as aulas ocorram no mesmo dia.</li> <li>d) Pode ser preferível evitar lacunas no cronograma dos professores.</li> </ul>

**Quadro 3 - Restrições comumente apresentadas pelo PPHE**  
**Fonte: Adaptado de Andersson (2015)**

Gross, Yellen e Zhang (2014) afirmam que os PPHE são caracteristicamente dominados por restrições *hard*, uma vez que violações que podem ser aceitáveis quando afetam um indivíduo se tornam inaceitáveis quando afetam um grupo inteiro de estudantes.

### 3.2.2 Formulação do Problema

De acordo com Schaerf (1999) o PPH pode ser apresentado como um problema de busca, no qual o objetivo é apenas obter qualquer solução viável para o problema, não havendo preocupação com a qualidade da solução.

Como um problema de otimização, o PPH pode ser definido por meio de uma formulação matemática que descreve as regiões viáveis mediante um espaço de soluções e uma função objetivo que permite conduzir o processo de busca para uma solução ótima. As restrições *hard* são as que definem o espaço de soluções e devem ser satisfeitas para que a solução seja viável, já as restrições *soft* geralmente têm um peso atribuído, contribuindo para o valor da função objetivo (CERDEIRA-

PENA et al., 2008).

O modelo a seguir é uma adaptação do modelo de otimização proposto por Góes, Costa e Steiner (2010). A Equação 7 é a função objetivo, que busca maximizar a concentração de aulas dos professores com mais tempo de vínculo com a escola nos últimos horários. A Equação 8 estabelece que para cada turma em cada dia e cada horário atuará apenas um professor. A Equação 9 garante que cada professor, atuará em no máximo em uma turma em cada horário de cada dia. A Equação 10 representa a restrição que assegura a distribuição da carga horária semanal de cada disciplina para cada turma. Já a Equação 11 representa a restrição que impede que um professor leccione mais de duas aulas por dia em uma turma.

$$Max = \sum_p \sum_t \sum_d \sum_h PP_p PH_h x_{ptdh} \quad (7)$$

Sujeito a:

$$\sum_p x_{ptdh} = 1 \quad \forall t, \forall d, \forall h \quad (8)$$

$$\sum_t x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall p, \forall d, \forall h \quad (9)$$

$$\sum_d \sum_h x_{ptdh} = \text{total de aulas do professor } p \text{ na turma } t \quad \forall p, \forall t \quad (10)$$

$$\sum_h x_{ptdh} \leq 2 \quad \forall p, \forall t, \forall d \quad (11)$$

Em que:

- a)  $p$  Indica o professor.
- b)  $t$  Indica a turma atendida pelo professor  $p$ .
- c)  $d$  Indica o dia da semana.
- d)  $h$  Indica o horário de aula em um dia da semana.
- e)  $PP_p$  = Peso referente ao tempo de trabalho do professor  $p$  na escola.
- f)  $PH_h$  = Peso referente ao horário  $h$ .

A Equação 12 indica os valores que as variáveis de decisão podem assumir e seu significado.

$$x_{ptdh} = \begin{cases} 1 & \text{se o professor } p \text{ leciona a turma } t \text{ no dia } d \text{ horário } h \\ 0 & \text{se o professor } p \text{ não leciona a turma } t \text{ no dia } d \text{ horário } h \end{cases} \quad (12)$$

São atribuídos pesos maiores para professores com mais tempo de escola. Os pesos referentes ao horário são proporcionais a estes, de forma que o primeiro horário do dia recebe peso 1, o segundo peso 2, e assim por diante.

Neste modelo pressupõe-se que cada turma já tem um professor vinculado a cada disciplina e que cada turma possui seu local de aula previamente definido.

### 3.2.3 Métodos de Resolução do Problema

De acordo com Moreira (2013, p.13) “um problema com muitas variáveis de decisão obrigatoriamente deve ser solucionado por meio do computador”.

“Na otimização da grade de horários podem ser utilizados os métodos exatos, que conduzem à solução ótima e os métodos heurísticos, que fornecem soluções quase ótimas ou ótimas” (KOTSKO; STEINER; MACHADO, 2003, p. 2192).

Martins (2010) destaca que um cuidado adicional se faz necessário na escolha das restrições para resolução dos problemas de programação de horários, visando favorecer o tempo de execução do método a ser utilizado.

Silva (2016) enfatiza que depender da resolução do problema por meio de um método exato, se torna muitas vezes inviável, devido o tempo computacional exigido. Portanto, na maioria dos casos esses problemas são resolvidos com o uso de heurísticas e meta-heurísticas.

Alguns métodos que podem ser utilizados para solucionar PPLI serão apresentados a seguir.

#### 3.2.3.1 Métodos exatos

Caixeta-Filho (2011) comenta que recorrer ao arredondamento para

resolver PPLI envolve a possibilidade de que a solução arredondada, mesmo que viável, não corresponder à solução ótima, ou ainda, ao fato de serem violadas restrições inerentes ao problema.

De acordo com Taha (2008), os algoritmos de PLI envolvem três etapas:

- a) Etapa 1: Relaxar a região de soluções, eliminando a restrição inteira imposta a todas as variáveis inteiras e substituindo qualquer variável binária  $y$  pela faixa contínua  $0 \leq y \leq 1$ , resultando em uma programação linear normal.
- b) Etapa 2: Resolver a programação linear identificando a solução ótima contínua.
- c) Etapa 3: Adicionar restrições especiais a partir do ponto ótimo contínuo, de modo a modificar iterativamente a região de soluções da PL até resultar em um ponto ótimo que satisfaça os requisitos inteiros.

Ainda de acordo com Taha (2008), os métodos *branch-and-bound* e o método de planos de corte são dois métodos gerais desenvolvidos para gerar as restrições especiais da etapa 3.

#### 3.2.3.1.1 Branch-and-bound

De acordo com Andrade (2014), a técnica *branch-and-bound* é um método de enumeração e busca. Os métodos de enumeração e busca baseia-se no princípio de que se pode enumerar as possíveis soluções inteiras e utilizar testes que permitem analisar as combinações de variáveis mais promissoras. São os métodos mais adequados para a solução de problemas em que as variáveis são binárias.

Papadimitriou e Steiglitz (1998) afirmam que a abordagem do método *branch-and-bound* consiste em sucessivos particionamentos do espaço de soluções, associado a utilização de limites para construir uma prova de otimalidade, evitando desta forma buscas exaustivas.

Após resolver o problema relaxado, caso haja variáveis que deveriam ser inteiras, mas apresentam valores fracionários, o problema é subdividido em dois problemas mutuamente exclusivos, aos quais são aplicadas novas restrições para

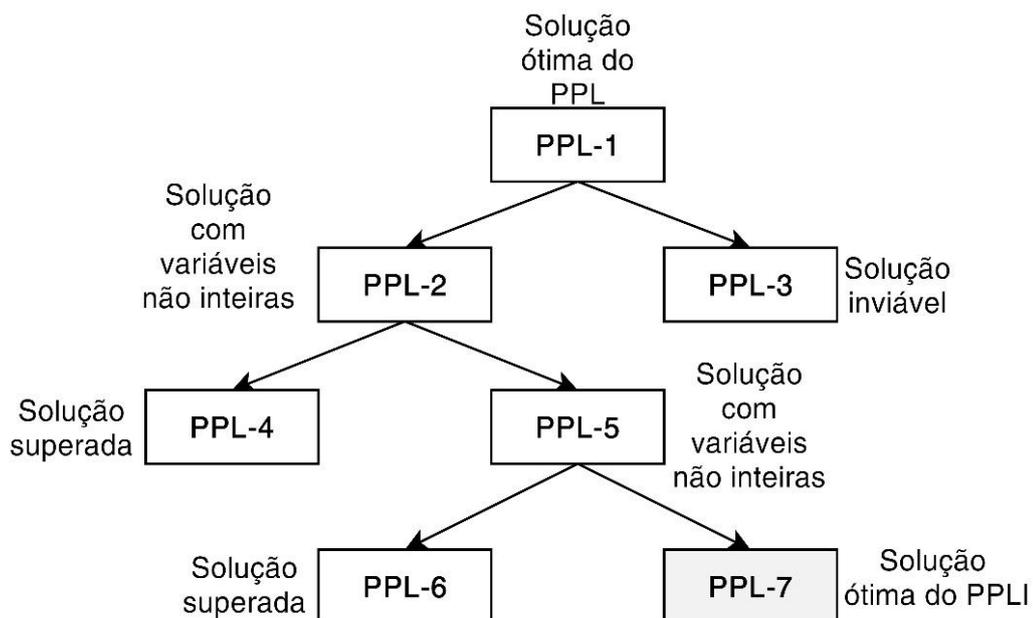
cortar pontos extremos não inteiros correspondentes a solução ótima obtida anteriormente (ANDRADE, 2014; ARENALES et al, 2007).

Caixeta-Filho (2011) explica que se a solução contém uma variável não inteira  $x_j^*$ , então  $i_1 < x_j^* < i_2$ , onde  $i_1$  e  $i_2$  são inteiros consecutivos e não negativos. Para que  $x_j^*$  assuma valores discretos, são criados dois novos modelos acrescentando ao problema de programação linear anterior a restrição  $x_j \leq i_1$  e  $x_j \geq i_2$ .

Caso não se obtenha a solução ótima, deve-se efetuar novas partições em cada subproblema com respostas fracionárias e viáveis. O processo continua até que se obtenha uma solução ótima melhor do que a anterior, ou evidências que a solução registrada é a ótima (ANDRADE, 2014).

Andrade (2014) afirma que quando uma solução inteira viável é obtida em um subproblema, o valor de sua função objetivo é utilizado como um limite mínimo (modelo de maximização) ou máximo (modelo de minimização) para a função objetivo dos demais subproblemas. Caso um subproblema produza uma função objetivo pior do que este limite, não compensa explorar aquele braço da partição.

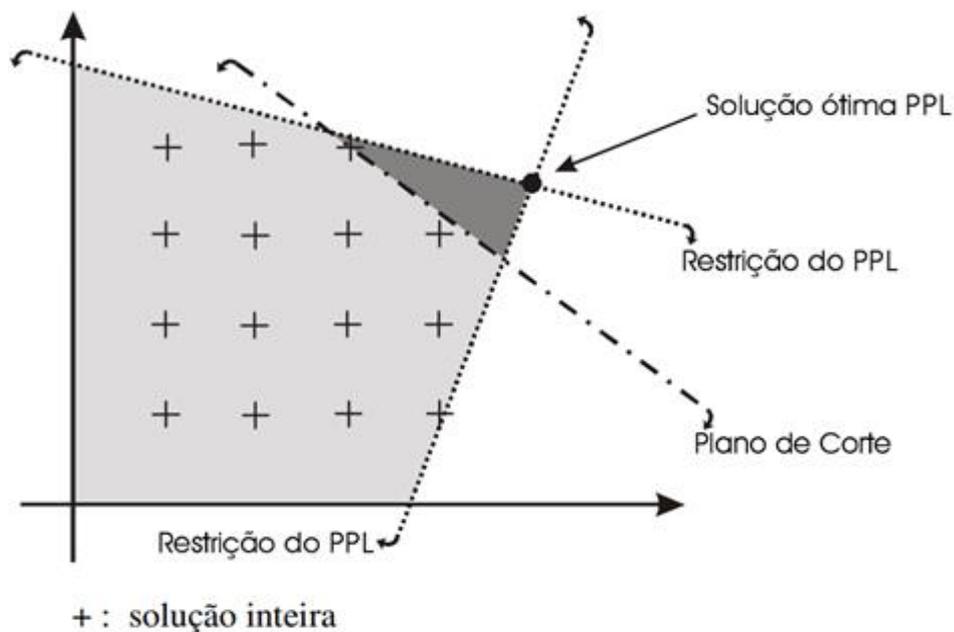
A Figura 1 exemplifica o método *branch-and-bound*.



**Figura 1 - Método *branch-and-bound***  
Fonte: Adaptado de Góes (2005)

### 3.2.3.1.2 Plano de corte

Pizzolato e Gandolpho (2009) afirmam que o método dos planos de corte consiste em tratar a programação inteira como problema progressivo de PL. Caso a solução obtida não seja inteira, são acrescentadas restrições que eliminam parte das soluções factíveis, incluindo o ponto ótimo do programa linear, porém conservando todas as possíveis soluções inteiras. Os cortes mais populares são os de Gomory. A Figura 2 exemplifica o método.



**Figura 2 - Método plano de corte**  
 Fonte: Adaptado de Góes (2005)

### 3.2.3.2 Métodos heurísticos e meta-heurísticos

De acordo com Sucupira (2004), um algoritmo é considerado um método heurístico quando, sem oferecer garantias, o algoritmo objetiva resolver problemas complexos utilizando uma quantidade não muito grande de recursos para encontrar soluções de boa qualidade, especialmente no que diz respeito ao consumo de tempo.

Em sua grande maioria, as heurísticas são utilizadas para resolver

problemas que não podem ser tratados por métodos exatos. Assim sendo, uma heurística objetiva encontrar soluções de boa qualidade, com um baixo custo computacional. Pode-se limitar sua busca, através de um número fixo de iterações, retirada ou relaxamento de restrições, entre outras técnicas. Consequentemente, pode-se estar eliminando a solução ótima para o problema (GÓES, 2005).

As meta-heurísticas são métodos heurísticos que independem de problemas específicos, podendo ser utilizadas para a resolução de diversos problemas, pois oferecem o raciocínio a ser seguido, que não se relaciona aos detalhes do problema (MARTINS, 2010).

Sucupira (2004) reforça que as meta-heurísticas dificilmente alcançam o mesmo desempenho de métodos heurísticos especializados, no entanto fornecem ideias que podem ser aplicadas aos problemas de otimização para os quais não são conhecidos algoritmos específicos eficientes.

Martins (2010) aponta duas categorias principais nas quais é possível organizar as meta-heurísticas, como apresentado no Quadro 4.

<b>Categoria</b>	<b>Descrição</b>
Heurísticas construtivas	Busca criar uma solução viável, seguindo um conjunto de regras pré-estabelecido.
Heurísticas de melhoria	Têm como objetivo encontrar soluções de alta qualidade, partindo de uma solução viável e buscando melhorá-la por meio de sucessivas pequenas alterações. O processo é repetido até que não seja possível encontrar nenhuma melhoria ou o critério de parada seja atingido.

**Quadro 4 - Tipos de algoritmos heurísticos**

Fonte: Adaptado de Góes (2005), Martins (2010) e Oliveira e Carravilla (2001)

Oliveira e Carravilla (2001) salientam que o melhoramento pode partir de uma solução obtida aleatoriamente, ou através de uma heurística construtiva. Neste segundo caso, trata-se de uma heurística composta.

Belfiore e Fávero (2012) afirmam que o termo meta-heurística se refere à uma combinação de procedimentos de busca, que procuram escapar de ótimos locais e encontrar soluções muito próximas do ótimo global, porém sem garantia de otimalidade. Podem ser citadas como meta-heurísticas que vêm sendo aplicadas para a resolução de problemas de programação inteira a Busca Tabu, *Simulated Annealing*, GRASP e algoritmos genéticos.

### 3.2.3.2.1 Busca local

De acordo com Martins (2010) a busca local é uma heurística de melhoria, que na sua forma mais simples busca encontrar ótimos locais.

Goldberg e Luna (2005) afirmam que esta abordagem busca a partir de uma solução inicial intensificar a qualidade da solução obtida. Alguns algoritmos construtivos também podem ser classificados como de busca local.

A Figura 3 apresenta o pseudocódigo para o algoritmo de busca local padrão. Sendo  $S$  o conjunto de soluções viáveis de um problema de otimização combinatória, uma solução  $s \in S$  pertence à vizinhança  $N(t)$  de uma solução  $t \in S$  se  $s$  puder ser obtida a partir de pequenas alterações pré-definidas empregadas em  $t$ . A busca local começa a partir de uma solução inicial  $s_0 \in S$ , tornando-a a solução corrente  $t$ . A cada iteração o algoritmo busca na vizinhança da solução  $t$ , uma solução que apresente um valor melhor da função objetivo do que a solução atual, ou seja, para um problema de minimização, uma solução  $s \in N(t)$  tal que  $f(s) < f(t)$ . Se tal solução for encontrada, se torna automaticamente a nova solução corrente. O processo tem fim quando não for possível encontrar nenhuma solução melhor que a corrente em sua vizinhança (RESENDE; SILVA, 2013).

<p><b>Dados:</b> <math>s_0 \in S</math>  <b>Resultado:</b> ótimo local.</p> <pre> 1 <math>t \leftarrow s_0</math>; 2 enquanto existe <math>s \in N(t)</math> tal que <math>f(s) &lt; f(t)</math> faça 3     <math>t \leftarrow s</math>; 4 fim 5 retorna <math>t</math>;</pre>
--

**Figura 3 - Algoritmo de busca local padrão**  
**Fonte: Resende e Silva (2013)**

Idealmente, a solução inicial recebida é uma solução factível. Porém, devida a complexidade para a construção de uma solução sem conflitos para o caso

geral do PPH, a abordagem mais usual é a relaxação das restrições de difícil atendimento. Essas restrições são embutidas na função objetivo, a fim de medir o não atendimento de algumas restrições fortes, com penalidades suficientemente grandes associadas (SANTOS; SOUZA, 2007).

#### 3.2.3.2.2 Busca tabu

Para Artemanto e Branchini (2013) a Busca Tabu é uma meta-heurística que guia um procedimento heurístico de busca local, pela utilização de características da solução corrente e da história de busca, de forma a explorar o espaço de solução além do ótimo local. Em geral, a Busca Tabu parte de uma solução gerada por um algoritmo construtivo.

Diferente da busca local que aceita apenas uma solução melhorada a cada iteração, a Busca Tabu permite a execução de movimentos sem evolução às melhores soluções encontradas na vizinhança do ótimo local. Para evitar que nas próximas iterações o processo retorne para o mesmo ótimo local, cria-se uma lista de tabus, que evita que a busca retorne a uma solução visitada recentemente. (HILLIER; LIEBERMAN, 2013).

A Busca Tabu se baseia em memória de curto e longo prazo. A memória de curto prazo armazena atributos de soluções visitadas recentemente, que são considerados tabu-ativos, o que impede que algumas soluções sejam revisitadas durante um determinado número de iterações, evitando desta forma ciclagens e direcionando a busca para outras regiões. Utilizam-se critérios de aspiração para determinar quando um determinado movimento classificado como tabu pode ser executado (ARENALES et al., 2007; ARTEMANTO; BRANCHINI, 2013).

A memória a longo prazo pode ser utilizada para armazenar uma história seletiva das soluções já visitadas, visando estimular a geração de soluções de boa qualidade e com características pouco exploradas (ARENALES et al., 2007).

A Figura 4 apresenta uma versão simplificada de um algoritmo de Busca Tabu.

```

Entrada:  $s^0$  // solução inicial
Saída:  $s^*$  // melhor solução encontrada
1  $s \leftarrow s^0$ ;
2  $s^* \leftarrow s^0$ ;
3 enquanto (Critério de parada não satisfeito) faça
4   Dada uma função de vizinhança  $\mathcal{N}$ , lista tabu  $\mathcal{T}$  e um critério de
   aspiração encontre a melhor solução admissível  $s' \in \mathcal{N}(s)$ ;
5    $s \leftarrow s'$ ;
6   insira a solução  $s$  (ou um atributo, ex.: movimento realizado) na lista
   tabu  $\mathcal{T}$ ;
7   se  $f(s) < f(s^*)$  então
8      $s^* \leftarrow s$ ;
9   fim
10  atualize a lista tabu  $\mathcal{T}$ ;
11 fim

```

**Figura 4 - Algoritmo de Busca Tabu**  
**Fonte: Santos e Souza (2007)**

### 3.2.3.2.3 Greedy randomized adaptive search procedure

Resende e Silva (2013) afirmam que uma boa estratégia de busca não deve se ater a uma região particular do espaço de soluções, desta forma uma alternativa consiste em iniciar uma busca partindo de várias soluções geradas aleatoriamente. GRASP é uma meta-heurística multi-partida que aplica o método de busca local repetidamente a partir de soluções construídas por um algoritmo guloso aleatória e retorna como solução o melhor ótimo local dentre todas as buscas locais.

Cormen et al. (2002) afirma que um algoritmo guloso faz uma escolha localmente ótima, na esperança que essa posteriormente leve a uma solução globalmente ótima. São algoritmos que fazem a escolha que parece mais promissora no momento em questão.

Na construção aleatória gulosa, uma parte da solução é construída aleatoriamente a partir de elementos candidatos, e o restante da solução é completada de forma gulosa (RESENDE; SILVA, 2013).

A Figura 5 apresenta um pseudo-código de um GRASP básico.

```

Dados: critério de parada
Resultado: solução  $x^*$ .
1  $x^* \leftarrow \infty$ ;
2 enquanto critério de parada não for satisfeito faça
3   |  $x \leftarrow \text{GulosoAleatorio}(\cdot)$ ;
4   | se  $x$  não for viável então
5   |   |  $x \leftarrow \text{reparo}(x)$ ;
6   | fim
7   |  $x \leftarrow \text{BuscaLocal}(x)$ ;
8   | se  $f(x) < f(x^*)$  então
9   |   |  $x^* \leftarrow x$ ;
10  | fim
11 fim
12 retorna  $x^*$ ;

```

**Figura 5 - Algoritmo de um GRASP básico**  
**Fonte: Resende e Silva (2013)**

#### 3.2.3.2.4 *Simulated annealing*

Santos e Souza (2007) afirmam que assim como a Busca Tabu, o *Simulated Annealing* permite a execução de movimentos que piorem o valor da função objetivo, diferindo entre si no método de escolha da próxima solução.

O método começa o processo de otimização a partir de uma solução qualquer, que é considerada como solução atual. Para a busca de novos valores otimizados, procura-se na vizinhança uma solução aleatória para o problema. Caso surja solução melhor, esta é aceita como solução corrente e conseqüentemente novo centro de busca, onde o processo se reinicia. Porém, caso a solução gerada seja pior que a solução anterior, a aceitação da nova solução se dá através de um critério probabilístico (KRIPKA; KRIPKA, 2013).

A probabilidade é calculada em função da variação do valor da função objetivo entre a solução atual e a solução candidata, e um parâmetro  $T$ , denominado temperatura. Desta forma a probabilidade de aceitação é muito alta quando o candidato é apenas ligeiramente pior que a solução experimental atual. Conforme a busca ocorre, o valor de  $T$  é diminuído gradualmente, fazendo conseqüentemente com que a probabilidade de aceitação diminua. Caso o candidato seja rejeitado, o processo se repete, sendo selecionado aleatoriamente uma nova solução vizinha

(HILLIER; LIEBERMAN; 2013).

A Figura 6 apresenta uma versão simplificada do algoritmo de *Simulated Annealing*.

```

Entrada:  $s^0$  // solução inicial
Saída:  $s^*$  // melhor solução encontrada
1 determine a temperatura inicial  $t^0$ ;
2  $t \leftarrow t^0$   $s \leftarrow s^0$ ;
3  $s^* \leftarrow s^0$ ;
4 enquanto (Critério de parada não satisfeito) faça
5     selecione uma solução  $s' \in \mathcal{N}(s)$ ;
6     calcule  $\Delta f = f(s') - f(s)$ ;
7     calcule um número randômico uniforme  $r$  no intervalo  $[0, 1]$ ;
8     se ( $\Delta f < 0$ ) ou ( $r < e^{-\Delta f/t}$ ) então
9          $s \leftarrow s'$ ;
10    fim
11    se  $f(s) < f(s^*)$  então
12         $s^* \leftarrow s$ ;
13    fim
14    atualize a temperatura  $t$ ;
15 fim

```

**Figura 6 - Algoritmo de *Simulated Annealing***  
**Fonte: Santos e Souza (2007)**

### 3.2.3.2.5 Algoritmos genéticos

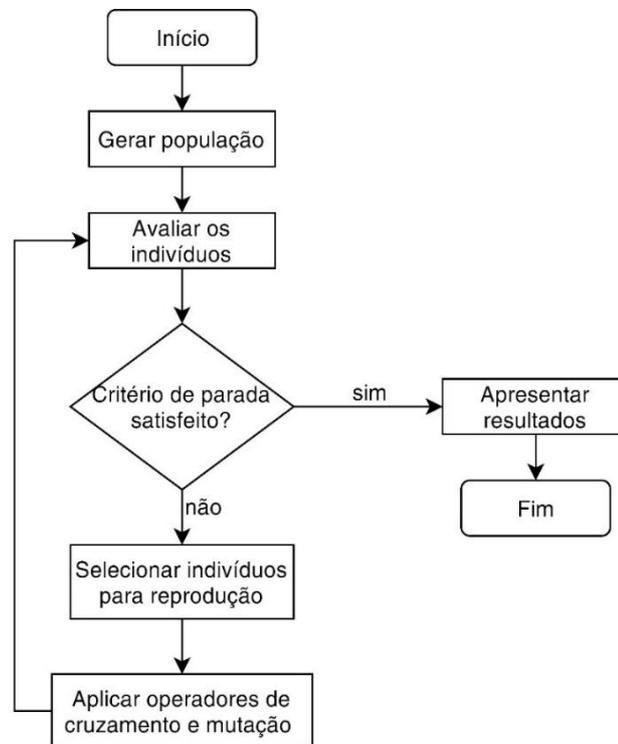
Azevedo e Ribeiro (2013) descrevem os algoritmos genéticos como algoritmos de busca geral baseados nos mecanismos existentes na genética e na teoria da evolução natural. Estes algoritmos utilizam um conjunto inicial de soluções aleatórias, denominado população. Cada solução que compõe a população é chamada de cromossomo.

Uma população é transformada em outra população por meio de três mecanismos probabilísticos, intitulados seleção, cruzamento e mutação. A seleção é responsável por escolher soluções mais aptas, de acordo com o valor da função objetivo e a diversidade das soluções (ARENALES et al. 2007).

Os integrantes mais aptos são selecionados para o cruzamento, o qual envolve a troca de partes entre soluções, desta forma um algoritmo genético tende a

gerar populações melhores. Ocasionalmente ocorrem mutações, que provocam alterações estruturais em algumas soluções, possibilitando que o algoritmo explore uma nova parte da região das soluções viáveis do que a considerada anteriormente. A sobrevivência dos mais aptos tende a levar a uma solução experimental melhor entre qualquer uma considerada (ARENALES et al., 2007; HILLIER; LIEBERMAN; 2013).

Pinho et al. (2013) apresentam um fluxograma capaz de englobar a maioria dos algoritmos genéticos, como demonstrado na Figura 7.



**Figura 7 - Fluxograma de um algoritmo genético genérico.**  
**Fonte: Adaptado de Pinho et al. (2013)**

### 3.3 TRABALHOS CORRELATOS

Kotsko Machado e Santos (2005) desenvolvem um modelo de programação inteira binária para realizar a distribuição de cargas horárias dos professores em uma escola de ensino fundamental, onde cada professor já possui suas turmas previamente atribuídas.

No modelo elaborado a função objetivo busca maximizar a preferência de que os horários vagos dos professores sejam o primeiro ou o último do turno, através da atribuição de pesos maiores aos horários intermediários com o intuito de favorecê-los. Utiliza-se também pesos visando favorecer o atendimento dessa preferência para professores com mais tempo de serviço na escola. Como o modelo é de maximização, professores com mais tempo de trabalho recebem peso maior, contribuindo mais para o valor da função objetivo.

Além das restrições básicas que evitam que um professor seja responsável por mais de uma turma no mesmo horário, ou uma turma seja lecionada por mais de um professor no mesmo horário, foram ainda consideradas como restrições o desejo de alguns professores por trabalharem um número específico de dias da semana e o requisito administrativo de que cada professor deve ter no máximo duas aulas por turma no mesmo dia.

A implementação computacional do modelo deu-se por meio do *solver* LINGO versão 6.0 educacional. Para obter uma solução em menor tempo, utiliza-se um percentual de tolerância de otimalidade de 5% de forma que o *solver* de *branch-and-bound* passa a buscar soluções inteiras com valores da função objetivo 5% melhores que a melhor solução inteira já encontrada. A solução encontrada foi capaz de atender exigências pedagógicas e administrativas.

Góes (2005) trata da distribuição da carga horária dos professores de uma escola de ensino fundamental. O enfoque do problema é evitar que as aulas coincidam com o dia de hora-atividade do professor, buscando atender a preferência da maioria dos professores pelo dia de não vínculo. A resolução do problema se dá através dos métodos exato, heurístico e misto.

Para resolução por método exato utiliza-se o método *branch-and-bound* implementado por meio do *software* LINGO 6.0. A função objetivo é de maximização, sendo atribuídos pesos para favorecer o atendimento das preferências dos professores com mais tempo de vínculo com a escola. Ainda são atribuídos pesos conforme a escolha de cada professor pelos dias de trabalho, onde dias de prioridade por não vínculo recebem menor peso, contribuindo menos com a função objetivo. O desejo dos professores por aulas geminadas ou não é expressa através de restrições. Ao todo o problema estudado gerou 2090 variáveis binárias e 2818 restrições.

O problema também é abordado por meio de algoritmos genéticos, onde a avaliação dos indivíduos é realizada por meio das preferências de dias de trabalho

dos professores, quantidade de dias de trabalho dos professores, se há apenas uma turma por professor em qualquer horário e pela preferência ou não por aulas geminadas.

O autor ainda resolve o problema através de um método misto. Primeiro obtém uma solução inicial através do método exato, desconsiderando a restrição de preferência por aulas geminadas, que representam mais de 50% das restrições geradas, possibilitando reduzir consideravelmente o tempo de solução do problema. Em seguida a solução obtida é melhorada através de um algoritmo baseado em algoritmo genético.

O autor realiza a comparação entre os resultados obtidos através dos métodos exato, heurístico, misto, manual realizado pela escola e através de um *software* comercial. Observa-se que apenas o método exato respeita a preferência em relação as aulas geminadas de todos os professores. Houve dificuldade no atendimento das preferências de dias de não vínculo por parte do método manual e *software* comercial.

Silva (2016) trata da distribuição dos horários de professores dos cursos de ensino médio no Instituto Federal do Paraná. Neste problema algumas turmas têm a necessidade de terem aulas no contra turno, e algumas disciplinas e professores já possuem horários pré-fixados. Para evitar que sejam distribuídas mais aulas do que o necessário no contraturno e que estas aulas sejam designadas em dias diferentes, se escolhe e fixa previamente o dia e horário no qual estas aulas serão designadas.

Uma particularidade desse trabalho é criação de restrições que evitam a distribuição de duas ou mais aulas de uma mesma disciplina a uma mesma turma, com uma ou mais janelas entre as aulas. O autor aborda o problema através de três modelos, que diferem entre si apenas por apresentarem funções objetivos diferentes.

A primeira função objetivo utilizada buscou minimizar quantidade de dias e períodos de aulas de todos os professores. A segunda função objetivo busca melhorar a distribuição das aulas com base na solução obtida pela resolução do primeiro modelo. Para tanto são realizadas alterações na base de dados, tornando indisponíveis os horários dos dias que não possuem aula de acordo com a primeira solução. A terceira função objetivo é uma combinação das duas primeiras, busca reduzir essa quantidade de dias e turnos de todos os professores e melhorar a distribuição das aulas ao longo do dia.

E em muitos casos não existe solução factível para o PPH, sendo difícil a

identificação de qual professor ou turma está tornando a solução infactível. Para resolver esta situação, o autor propõe um modelo no qual é criado para cada professor uma variável denominada Super Professor, a qual não possui restrições de horário, disposta a assumir as aulas que não podem ser designas devido a incompatibilidade de horário. O uso desta variável é penalizado na função objetivo, de modo que esta somente é utilizada em casos de real necessidade. Desta forma, será gerada uma solução na qual é possível identificar o conflito.

Os modelos foram resolvidos meio de método exato de programação inteira binária pelo *solver* CPLEX. A combinação dos dois primeiros modelos foi capaz de gerar uma solução com melhor valor objetivo do que a utilização do terceiro modelo. No entanto, o terceiro modelo apresentou melhor valor no que diz respeito a melhoria da distribuição, comparado ao segundo modelo.

Costa (2003) se propõe a desenvolver uma ferramenta capaz de otimizar a resolução do PPH em uma escola pública de ensino médio. No estudo foram consideradas 11 turmas atendidas por 23 professores.

Para o desenvolvimento do problema são considerados requisitos não-essenciais a minimização de dias que um professor vai à escola, evitar a quebra de aulas, maximizar o número de aulas geminadas, e evitar janelas na agenda do professor. Os requisitos essenciais consistem em evitar que uma turma seja atendida por mais de um professor ao mesmo tempo, evitar que um professor atenda mais de uma turma no mesmo horário e evitar que se ultrapasse o limite máximo de aulas.

A função de avaliação que julga a qualidade do quadro de horários é composta por uma função que avalia a inviabilidade da solução através dos requisitos essenciais e por uma função que avalia o não atendimento dos requisitos não-essenciais. São atribuídos pesos para o não atendimento de cada requisito que compõe a função de avaliação. Como o problema é de minimização, são atribuídos pesos maiores para o não atendimento dos requisitos essenciais.

O problema é abordado através de um método híbrido visando gerar soluções de melhor qualidade em um tempo computacional viável. No método híbrido a solução inicial do problema é gerada sucessivamente através da aplicação da fase construtiva da meta-heurística GRASP, no entanto o processo de melhoria da solução é realizado pelo método Busca Tabu.

O algoritmo proposto é implementado na linguagem C++. Por fim é realizada uma comparação entre soluções obtidas utilizando o método GRASP aliado

a Busca Tabu e soluções obtidas utilizando a Busca Tabu a partir de soluções aleatórias.

O método híbrido proposto gerou em média soluções de pior qualidade, no entanto em tempo computacional inferior comparadas as soluções obtidas pela Busca Tabu na melhoria de soluções aleatórias. O autor afirma que o método híbrido se mostrou o mais eficiente, pois os resultados finais encontrados por este diferem pouco da melhor solução encontrada, havendo menor possibilidade de serem inviáveis.

Por fim o autor ainda compara ambos métodos com a solução gerada manualmente pela escola. O método manual foi o que melhor atendeu o requisito de minimizar os dias que um professor vai à escola e minimizar janelas na agenda do professor, porém tem o pior desempenho quando se trata da maximização das aulas geminadas. Já o método de Busca Tabu a partir de soluções aleatórias tem o melhor desempenho na maximização de aulas geminadas e pior desempenho ao evitar janelas na programação do professor. Todos os métodos atenderam 100% o requisito de evitar quebra de aulas.

O trabalho realizado por Poulsen (2012) não foi voltado a uma escola específica. O autor desenvolve um modelo considerando que as turmas não possuem salas previamente determinadas, e também não há um professor específico previamente determinado para lecionar cada turma. Desta forma, o modelo difere dos demais citados, pois além de considerar os conjuntos de professores, alunos, dias e horários, também leva em consideração um conjunto de salas e um conjunto de disciplinas.

A função de avaliação julga o atendimento das restrições *soft*, como a preferência dos professores por disciplinas, preferência de que determinados professores ministrem uma determinada disciplina, número de janelas no horário dos professores, e dias de trabalho dos professores.

A construção da solução inicial é realizada através de um algoritmo guloso e randômico. A função de avaliação é de minimização, portanto, para compor a solução, o algoritmo guloso busca variáveis dentre todas as candidatas que ofereçam menor contribuição para a função de avaliação. Ao ser encontrada uma solução factível qualquer pelo algoritmo de construção, executa-se a fase de melhoramento.

A fase de melhoramento se dá através da meta-heurística *Simulated Annealing*. A validação do modelo é feita utilizando dados de uma escola e

comparando os resultados obtidos pelo modelo com os resultados obtidos mediante a elaboração manual do horário. Nesta comparação, o resultado obtido mediante o modelo apresentou valor menor para a função de avaliação, sendo uma solução de melhor qualidade.

O autor observa que o modelo é potencialmente aplicado a escolas privadas, uma vez que procurar reduzir o número de janelas e número de dias que cada professor precisa ir à escola é uma característica típica destas instituições.

## 4 MATERIAL E MÉTODOS

Neste capítulo será abordada a metodologia do trabalho. De acordo com Silva e Menezes (2005) a metodologia é a etapa na qual define-se o tipo da pesquisa, onde e como será realizada, os instrumentos de coleta de dados a serem utilizados, bem como a forma que se pretende tabular e analisar os dados.

### 4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DA INSTITUIÇÃO

O presente estudo foi desenvolvido em uma instituição de ensino localizada no Oeste do Paraná.

A Escola Estadual Belo Horizonte tem por finalidade atender alunos do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental bem como alunos do Ensino Médio. Possui atualmente 671 alunos matriculados em 22 turmas, distribuídas em três turnos. A distribuição das turmas é apresentada na Tabela 1.

**Tabela 1 - Distribuição das turmas por turno**

Turno	Ensino Fundamental	Ensino Médio
Matutino	7	3
Vespertino	9	
Noturno		3

**Fonte: Autoria própria**

Todas as turmas devem cumprir 25 aulas semanais, a serem distribuídas em cinco dias. Cada aula dispõe de 50 minutos. As turmas de 6º e 7º ano possuem em sua grade curricular nove disciplinas, enquanto as turmas do 8º e 9º ano possuem em sua grade curricular oito disciplinas. A distribuição da carga horária para cada disciplina de cada turma do Ensino Fundamental é apresentada na Tabela 2.

**Tabela 2 - Distribuição da carga horária do Ensino Fundamental**

Disciplina	Carga Horária Semanal por Série			
	6º	7º	8º	9º
Arte	2	2	2	2
Ciências	3	3	3	3
Educação Física	2	2	2	2
Ensino Religioso	1	1		
Geografia	2	3	3	3
História	3	2	3	3
L E M-inglês	2	2	2	2
Língua Portuguesa	5	5	5	5
Matemática	5	5	5	5
<b>Carga Horária Total</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>

**Fonte: Autoria própria**

A Tabela 3 apresenta a distribuição da carga horária da grade curricular do Ensino Médio, sendo que para o 1º ano a grade é composta por doze disciplinas enquanto que o 2º e 3º anos possuem onze disciplinas em sua grade curricular.

**Tabela 3 - Distribuição da carga horária do Ensino Médio**

Disciplina	Carga Horária Semanal por Série		
	1º	2º	3º
Arte	2		
Biologia	2	2	2
Educação física	2	2	2
Filosofia	2	2	2
Física	2	2	2
Geografia	2	2	2
História	2	2	2
L E M-espanhol	2	2	2
Língua Portuguesa	2	3	4
Matemática	3	3	3
Química	2	3	2
Sociologia	2	2	2
<b>Carga Horária Total</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>

**Fonte: Autoria própria**

Atualmente 41 professores lecionam na escola, sendo que alguns

lecionam em mais de um turno. A carga-horária que cada professor cumpre na escola varia, visto que a maioria dos professores também lecionam em outras escolas. A distribuição de professores por turno é apresentada na Tabela 4.

**Tabela 4 - Distribuição de professores por turno**

Turno	Total de professores
Matutino	28
Vespertino	23
Noturno	15

**Fonte: Autoria própria**

O número de aulas de hora-atividades a serem cumpridas pelo professor é definido de acordo com o número de aulas que lecionam na escola, sendo considerada uma aula de hora-atividade para cada três aulas em sala.

Em determinados casos é permitido aos professores cumprirem suas hora-atividades em outras instituições, a fim de evitar que se desloquem até a escola, considerando ainda que uma aula de hora-atividade pode ser referente a três aulas lecionadas em mais de uma escola.

Para cada disciplina a ser lecionada em cada turma, já existe um professor preestabelecido antes da elaboração do quadro horário.

A programação de horários na escola atualmente é realizada por turno, utilizando simultaneamente um quadro de horários para professores e um quadro horário para as turmas. Tal processo é feito manualmente, utilizando quadros de isopor e pedaços de papel que representam uma aula a ser alocada.

Para a grade horária das turmas o papel indica a disciplina e o professor responsável, enquanto que para o quadro dos professores contém a informação da disciplina e a turma a ser lecionada.

Quando uma disciplina é alocada em um horário, um pedaço de papel é fixado no quadro horário do professor e um no quadro horário da turma, desta forma é possível verificar a disponibilidade dos professores e das turmas para alocação de outras disciplinas.

O processo é finalizado quando as turmas e os professores possuem todas as disciplinas alocadas, sem que haja conflitos de horários. A distribuição de horários

é realizada por duas pessoas e leva aproximadamente dois dias para ser concluído.

A princípio não são consideradas as horas-atividade, as quais são distribuídas apenas após todas as disciplinas terem sido alocadas. É preferível que as hora-atividades sejam sequenciais e ocorram em um único dia.

Não se considera a distribuição de salas, visto que cada turma já possui suas salas determinadas, sendo apenas necessário observar que aulas de educação física não devem coincidir uma vez que existe apenas uma quadra esportiva disponível.

Fica a critério do professor decidir se deseja ou não lecionar aulas geminadas. Cada professor possui ainda o direito de escolher um dia no qual deseja não possuir vínculo com a instituição. Busca-se atender ao máximo tais preferências, bem como reduzir o número de dias que o professor necessita frequentar a escola.

Tal critério de minimizar a frequência que o professor necessitar ir até a escola costuma prevalecer sobre os demais, inclusive sobre a distribuição de horas-atividades em um único dia, sendo que estas atualmente costumam ser encaixadas nos horários disponíveis entre aulas. Desta forma, as horas-atividades geralmente não são sequencias e nem ocorrem no mesmo dia.

Para disciplinas com apenas duas aulas semanais, é preferível que estas aulas sejam lecionadas em dias diferentes, exceto quando tal condição implica na necessidade de que o professor compareça mais dias na escola. É o caso de professores que lecionam menos de cinco aulas na instituição, ou seja, podem cumprir toda a carga horária, inclusive a aula de hora-atividade, em um único dia.

Ainda é estipulado que cada professor deve lecionar no máximo duas aulas por dia para cada turma, não sendo abertas exceções para esta condição.

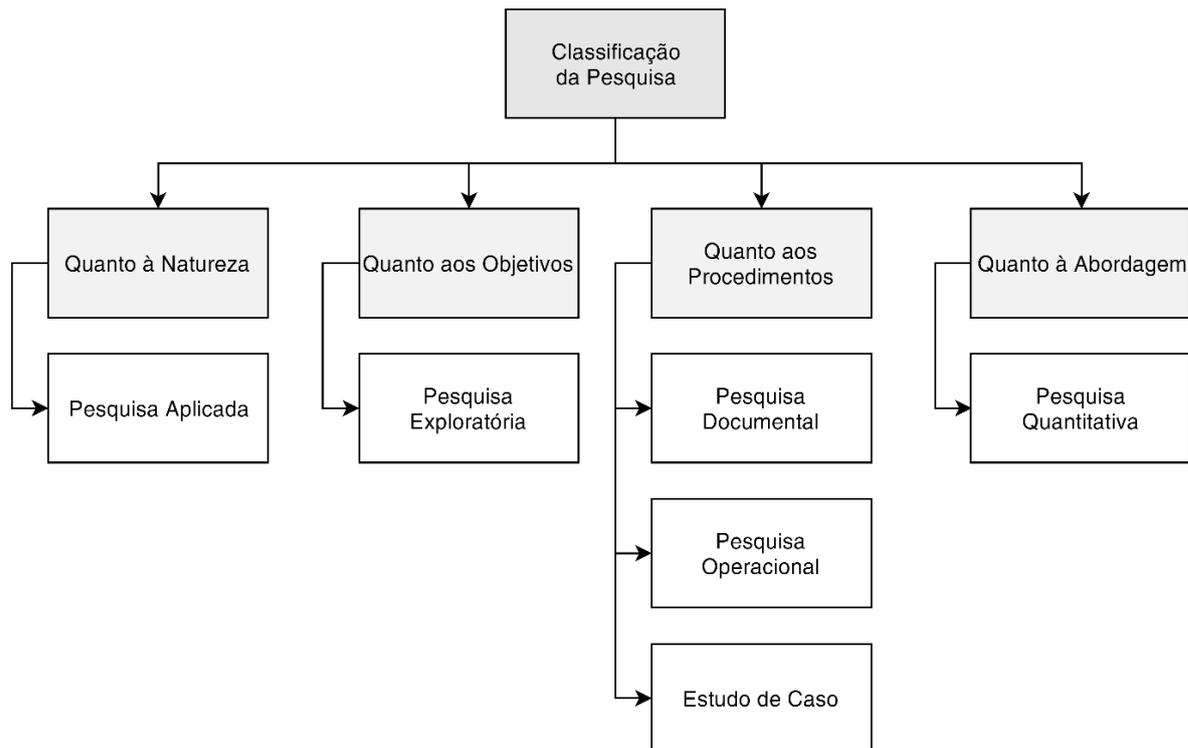
## 4.2 CLASSIFICAÇÃO DA PESQUISA

Gil (2010) conceitua pesquisa como o procedimento racional e sistemático que objetiva oferecer soluções aos problemas que são propostos.

Para Rampazzo (2005) pesquisa é definida como uma atividade que visa a resolução de problemas por meio dos processos do método científico.

De acordo com Silva (2004 apud PRODANOV; FREITAS, 2013) a

pesquisa pode ser classificada quanto aos objetivos, quanto a natureza e quanto aos procedimentos. Prodanov e Freitas (2013) acrescentam que a pesquisa pode ainda ser classificada quanto sua abordagem. A Figura 8 representa a classificação da pesquisa.



**Figura 8 - Classificação da pesquisa**

Fonte: Adaptado de Silva (2004 apud PRODANOV; FREITAS, 2013) e Prodanov e Freitas (2013)

#### 4.2.1 Do Ponto de Vista da sua Natureza

De acordo com Turrioni e Mello (2012) a pesquisa aplicada se caracteriza por seu interesse prático, sendo seus resultados aplicados na solução de problemas reais.

Quanto a natureza, a pesquisa é classificada como aplicada, uma vez que, como mencionado por Prodanov e Freitas (2013) objetiva gerar conhecimento para aplicação prática, dirigido à solução de um problema específico.

#### 4.2.2 Do Ponto de Vista de seus Objetivos

Em relação aos objetivos a pesquisa é classificada como exploratória, a qual, de acordo com Gil (2010) tem como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, sendo seu planejamento bastante flexível, visto que interessa considerar os mais diversos aspectos relativos ao objeto de estudo. A coleta de dados costuma envolver entrevistas com indivíduos que tiveram experiências práticas com o assunto e análise de exemplos que estimulem a compreensão.

Köche (2011) afirma que a pesquisa exploratória não trabalha com a manipulação de variáveis a fim de identificar causas e efeitos de um determinado fenômeno, mas com o levantamento da presença das variáveis e sua caracterização quantitativa ou qualitativa.

#### 4.2.3 Do Ponto de Vista dos Procedimentos Técnicos

Em relação aos procedimentos, a pesquisa é considerada operacional, pois, assim como descrito por Cardoso (2011) visa apoiar a tomada de decisão, determinando a programação otimizada de recursos escassos por meio de um conjunto de métodos e procedimentos quantitativos.

De acordo com Arenales et al. (2007) um estudo de pesquisa operacional busca apoiar o processo de tomada de decisões por meio de modelos que procuram representar o comportamento de sistemas reais.

O presente trabalho consistiu em desenvolver um modelo matemático que auxilie o processo de elaboração de grades horárias de uma instituição de ensino. No caso estudado, os recursos escassos são os conjuntos de professores e turmas, que serão designados a horários, através de métodos de pesquisa operacional.

Ainda em relação aos procedimentos, a pesquisa pode ser considerada documental pois utilizaram-se documentos institucionais que eram mantidos arquivados na organização, os quais foram reelaborados de acordo com o objetivo da pesquisa (GIL, 2008, 2010).

Esta pesquisa também se classifica como estudo de caso, que como

definido por Gil (2010) se caracteriza pelo estudo profundo e exaustivo dos objetos de investigação, permitindo desta forma um amplo e acurado conhecimento.

Os estudos de caso fornecem pouca base para que se façam generalizações estáticas, porém são generalizáveis a proposições teóricas, possibilitando a propagação de conhecimento com base na compreensão de fatos isolados (YIN, 2001).

Ainda para Yin (2001), os estudos de caso podem ser únicos, ao se restringir à apenas uma unidade, ou múltiplos quando estudam mais de uma unidade. Esta pesquisa é, portanto, caracterizada como um estudo de caso único, uma vez que se estudou apenas uma instituição.

#### 4.2.4 Do Ponto de Vista da Forma de Abordagem do Problema

De acordo com Prodanov e Freitas (2013), a maneira pela qual deseja-se analisar o problema ou fenômeno, bem como o enfoque adotado, é o que define a abordagem do problema.

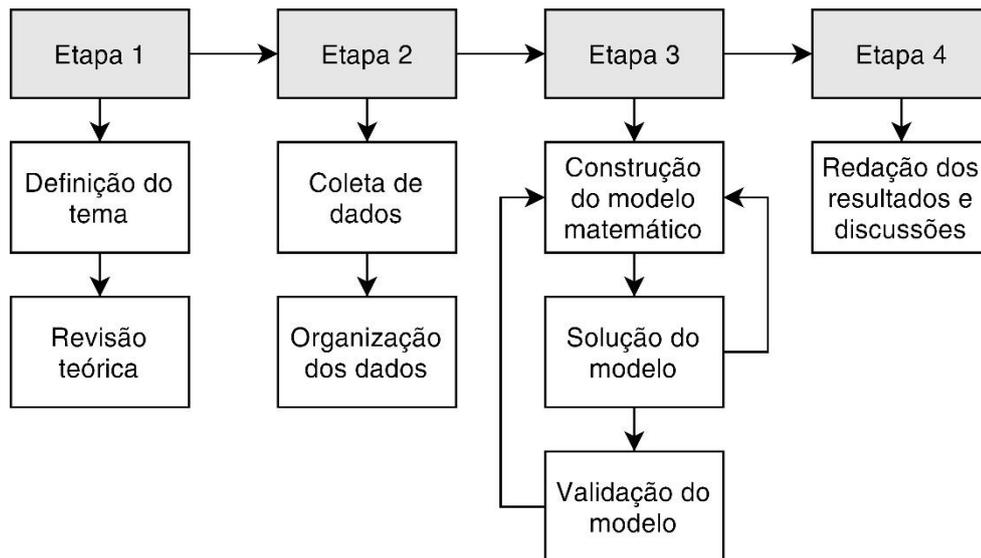
Kauark, Manhães e Medeiros (2010) definem pesquisa quantitativa como aquela que considera o que pode ser quantificável. Portanto esta pesquisa é classificada como quantitativa em razão de que se traduz em números as informações obtidas, para posteriormente analisa-las.

Foram analisadas informações referentes as turmas, professores, disponibilidade dos professores e requerimentos para elaboração da grade horária, as quais foram tratadas de forma quantitativa para o desenvolvimento do modelo.

### 4.3 ETAPAS DA PESQUISA

A pesquisa desenvolveu-se em quatro etapas, como exemplificado na Figura 9. Na primeira etapa definiu-se o tema da pesquisa e realizou-se o estudo teórico a respeito dos assuntos tratados, sendo feita uma revisão de trabalhos relacionados.

Na segunda realizou-se a coleta e tratamento dos dados, como descrito na seção 4.3.1. A etapa 3 consiste na modelagem matemática do problema, bem como a implementação e validação do modelo, descrita na seção 4.3.2. Por fim, a etapa 4 consistiu na redação dos resultados e discussões.



**Figura 9 - Etapas da pesquisa**  
**Fonte: Autoria própria**

#### 4.3.1 Coleta e Tratamento de Dados

A coleta de dados se deu através de pesquisa documental e entrevista. Gil (2010) salienta que na maioria dos estudos de caso bem conduzidos, a coleta de dados se dá através de entrevistas e análise de documentos. A consulta a fontes documentais é fundamental em qualquer estudo de caso, visto que a medida que os dados estejam disponíveis, não há necessidade de obtê-los mediante interrogação.

Desta forma, foram coletados através de fontes documentais informações a respeito da grade curricular de cada turma. Também se obteve a grade atual da escola, por meio da qual foram obtidas informações a respeito do número de turmas, número de professores e atribuição de professores à disciplinas e turmas.

Para identificar quais os requisitos exigidos para a grade horária da instituição, realizou-se uma entrevista não-estruturada, a qual, de acordo com

Marconi e Lakatos (2009) proporciona uma forma mais ampla de explorar uma questão, pois permite ao entrevistador conduzir cada situação em qualquer direção que considere adequada.

A entrevista focalizada foi realizada com as responsáveis pela elaboração da grade horária da escola a fim de conhecer como é o processo atual de elaboração e identificar as restrições e objetivos a serem utilizados no modelo. Adotou-se um roteiro de tópicos relativos ao problema, tomados como base para a realização da entrevista. O roteiro utilizado para a entrevista é apresentado no APÊNDICE A.

De acordo com as respostas obtidas na entrevista, fez-se necessário ainda consultar o corpo docente, visando levantar requerimentos pessoais referentes ao desejo por aulas geminadas e ao dia de preferência por não vínculo.

A coleta de dados com os professores se deu através do questionário apresentado no APÊNDICE B, pelo qual se obteve também informações relacionadas a disponibilidade dos professores. Como descrito por Lakatos e Marconi (2009) o questionário é constituído por uma série ordenada de perguntas que devem ser respondidas por escrito.

As informações coletadas foram organizadas em planilhas no *software* Excel 2016, para posteriormente serem utilizadas no modelo.

#### 4.3.2 Modelagem Matemática e Implementação

Com os dados coletados e organizados, foram elaborados dois modelos de programação linear inteira binária, de forma a considerar as características apresentadas pela instituição como desejadas para a elaboração do quadro horário.

A resolução dos modelos se deu através do método *branch-and-bound*, o qual foi implementado no *software* LINGO 17.0. Foram considerados para a implementação os dados relacionados ao turno da manhã, uma vez que devido a maior quantidade de turmas e professores, o problema apresenta maior complexidade.

Também foram realizados testes com o turno da tarde, apenas para comparação do tempo computacional necessário para solucionar o problema, no entanto os resultados gerados não serão discutidos.

De acordo com *Lindo Systems Inc.* (2017), LINGO é uma ferramenta abrangente projetada para tornar mais fácil e eficiente a construção e resolução de diversos tipos de modelo. O *software* fornece um pacote integrado que inclui uma linguagem para expressar modelos de otimização, um ambiente para construção e edição e um conjunto de solucionadores integrados.

O *software* LINGO pode fazer interações com o *software* Excel, desta forma foi possível automatizar a transferência de dados para a implementação dos modelos. Do mesmo modo, após a solução do modelo é possível extrair as informações em forma de tabelas no Excel.

Os modelos foram implementados em um computador com processador Intel® Core™ i7-4500U, CPU @1,80GHz com 6GB de memória RAM, e sistema operacional Windows 10, 64 bits.

Moreira (2013) afirma que uma vez que se obtém a solução, mesmo sendo ótima pelo ponto de vista matemático, se faz necessário analisar a viabilidade de sua implementação, levando em conta características do problema que não puderam ser considerados na modelagem matemática.

Neste sentido, a validação dos modelos se deu através da análise das soluções obtidas e comparação com a grade horária atual da escola, visando avaliar o atendimento das características buscadas para a grade horária, bem como o tempo necessário para solucionar o problema.

É importante observar que durante as fases de implementação e validação houve a necessidade de realizar modificações nos modelos, a fim de viabilizar sua solução e adequá-los visando melhor representar o problema.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção serão apresentados os modelos matemáticos desenvolvidos, bem como os resultados obtidos pela sua implementação, os quais serão discutidos.

### 5.1 MODELAGEM MATEMÁTICA

A principal qualidade buscada para a grade horária da escola consiste na redução dos dias que os professores necessitam vir até a escola. Considerando esta condição, foram propostos dois modelos de programação linear para solucionar o problema.

Primeiramente trabalhou-se com a hipótese de que a preferência ou não por aulas geminadas deve ser atendida sempre que o professor lecionar duas aulas para uma turma em um único dia, desta forma, no Modelo 1 as aulas geminadas são consideradas restrições *hard*.

Esta primeira situação não descreve perfeitamente o problema da escola, uma vez que para a elaboração da grade permite-se a atribuição de aulas de forma a não atender tal opção, sendo preferível atender a minimização dos dias de vínculo do professor.

Desta forma, propôs-se o Modelo 2, que considera na função objetivo a atribuição ou não das aulas geminadas de acordo com a preferência do professor. Sendo tal requisito tratado como restrição *soft*, seu atendimento é considerado na função objetivo, de forma a avaliar a qualidade da solução.

Como todas as turmas já possuem professores previamente definidos para cada disciplina, em ambos modelos o um conjunto de turma e professor já representam a disciplina a eles associada.

Em determinados casos, um conjunto de professor e turma pode ser associados a mais de uma disciplina. Da mesma forma, considera-se apenas um conjunto de professor e turma, para o qual a carga horária considerada é a carga horária total que o professor leciona na turma, não sendo feita distinção entre disciplinas.

### 5.1.1 Modelo 1

A descrição dos índices, parâmetros e variáveis utilizados para o Modelo 1, bem como a simbologia utilizada são apresentadas no Quadro 5.

Classificação	Simbologia	Descrição
Parâmetros Unidimensionais	$P$	Número de professores
	$T$	Número de turmas
	$D$	Número de dias
	$H$	Número de horários
Índices	$p = 1, \dots, P$	Variação de professores
	$t = 1, \dots, T$	Variação de turmas
	$d = 1, \dots, D$	Variação de dias
	$h = 1, \dots, H$	Variação de horários
Parâmetros Multidimensionais	$CH_{pt}$	Carga horária do professor $p$ na turma $t$
	$NM_{pt}$	Número máximos diário de aulas do professor $p$ para a turma $t$
	$Disp_{pdh}$	Indica a disponibilidade do professor $p$ lecionar no dia $d$ , horário $h$
	$PV_{pd}$	Peso relacionado ao dia de preferência por não vínculo para cada professor
Variáveis	$x_{ptdh}$	Variável binária que indica se o professor $p$ leciona a turma $t$ no dia $d$ e horário $h$
	$v_{pd}$	Variável binária que indica se o professor $p$ possui vínculo no dia $d$

**Quadro 5 - Descrição e simbologia adotada para o Modelo 1**

**Fonte: Autoria própria**

A variação de dias e horários é a mesma em todos os turnos, sendo  $D$  e  $H$  iguais a cinco. Os demais parâmetros variam de acordo com o turno.

#### 5.1.1.1 Função objetivo

Como a principal característica buscada para a grade horária é a redução de dias de vínculo dos professores, optou-se por uma função de minimização. A variável binária  $v_{pd}$  recebe valor igual a um sempre que o professor  $p$  possui vínculo no dia  $d$ .

Cada conjunto de professor e dia possui um peso relacionado, a fim de

penalizar a atribuição de aulas. Como os professores podem apontar um dia no qual não desejam frequentar a escola, a atribuição de aula neste dia deve ser mais penalizada do que nos demais dias da semana, desta forma optou-se por atribuir peso 40 para o dia de preferência por não vínculo do professor, e peso 20 para os demais dias da semana.

A função objetivo é então dada pela Equação 13. Sempre que for atribuída aula para um professor em determinado dia, soma-se a função objetivo o peso correspondente para este conjunto dia e professor.

$$\text{Min } fo = \sum_p \sum_d PV_{pd} * v_{pd} \quad (13)$$

#### 5.1.1.2 Restrições

Nesta seção serão apresentadas as restrições que compõem o Modelo 1. O modelo é composto por dezesseis restrições, sendo dez delas relacionadas com o atendimento da preferência por aulas geminada ou não geminadas.

##### 5.1.1.2.1 Relacionar variáveis de decisão

Este modelo apresenta duas variáveis de decisão, ambas binárias. A variável considerada na função objetivo não é capaz de realizar a distribuição das aulas, uma vez que não considera as turmas e horários, desta forma é necessário relacioná-la com a variável  $x_{ptdh}$ . A relação entre estas variáveis é definida pela restrição apresentada na Equação 14.

$$\sum_t \sum_h x_{ptdh} \leq v_{pd} * H \quad \forall p, \forall d \quad (14)$$

A variável  $x_{ptdh}$  recebe valor igual a um, sempre que um professor  $p$

lecionar uma turma  $t$  no dia  $d$  e horário  $h$ . Portanto, tal restrição indica que se o professor leciona alguma aula em determinado dia, então ele possui vínculo com a instituição neste dia.

#### 5.1.1.2.2 Um professor por turma

Como todas as turmas possuem 25 aulas semanais, existe a necessidade de que em todos os horários haja um professor lecionando cada turma, não sendo permitido que mais de um professor leccione uma turma ao mesmo tempo.

Tal condição é determinada pela Equação 15, a qual indica que para cada turma, em cada horário de cada dia a soma de professores lecionando deve ser exatamente igual a um.

$$\sum_p x_{ptdh} = 1 \quad \forall t, \forall d, \forall h \quad (15)$$

#### 5.1.1.2.3 Distribuir carga horária

A Equação 16 garante que toda a carga horária seja distribuída durante a semana. O parâmetro  $CH_{pt}$  é uma matriz na qual representa-se a carga horária entre os conjuntos de professor e turma.

$$\sum_d \sum_h x_{ptdh} = CH_{pt} \quad \forall p, \forall t \quad (16)$$

#### 5.1.1.2.4 Número máximo de aulas

A escola estipula que um professor deve lecionar no máximo duas aulas para uma turma em um único dia, no entanto, para matérias com apenas duas aulas

semanais, as aulas devem ocorrer em dias diferentes. Tal condição é representada pela Equação 17.

$$\sum_h x_{ptdh} \leq NM_{pt} \quad \forall p, \forall t, \forall d \quad (17)$$

O parâmetro  $NM_{pt}$  representa o número máximo de aulas que um professor pode lecionar para determinada turma. Desta forma, atribui-se valor um quando a carga horária do professor para a turma é menor ou igual a duas aulas, e valor dois para os demais casos.

Existe a exceção de que matérias com apenas duas semanais podem ser lecionadas em um único dia se esta condição implicar na redução de dias que o professor necessita vir a escola. Portanto, para professor com carga horária inferior a cinco aulas semanais desconsiderando as hora-atividades, o parâmetro  $NM_{pt}$  recebe valor igual a dois.

#### 5.1.1.2.5 Disponibilidade de professores

Um fator que deve ser observado diz respeito à disponibilidade dos professores, uma vez que estes podem lecionar em outras escolas. A restrição definida pela Equação 18 garante que somente serão atribuídas aulas para um professor em horários que este esteja disponível.

O parâmetro  $Disp_{pdh}$  é uma matriz binária que indica se o professor está disponível em determinado dia e horário. Tal restrição também garante que o número máximo de turmas que um professor irá lecionar em um determinado dia e horário em que esteja disponível seja igual a um.

$$\sum_t x_{ptdh} \leq Disp_{pdh} \quad \forall p, \forall d, \forall h \quad (18)$$

### 5.1.1.3 Aulas de educação física

Como a escola possui apenas uma quadra de esportes, deve-se garantir que no máximo uma turma tenha aula de educação física em cada horário do dia. Como não são consideradas disciplinas, as aulas de educação física são distinguidas das demais pelo professor.

A Equação 19 garante que apenas um professor de educação física esteja lecionando em cada horário de cada dia.

$$\sum_p \sum_t x_{ptdh} \leq 1 \quad \forall p \text{ de educação física}, \forall d, \forall h \quad (19)$$

#### 5.1.1.3.1 Preferência por aulas geminadas

Para garantir o atendimento da opção por aulas geminadas ou não geminadas, se faz necessário um conjunto de restrições que impedem a atribuição de aulas no padrão não desejado.

A Equação 20, Equação 21, Equação 22, Equação 23, Equação 24, Equação 25 e Equação 26 impossibilitam a atribuição de aulas não geminadas para aqueles professores que não as desejam. Já a Equação 27, Equação 28 e Equação 29 impedem que professores que desejam aulas não geminadas lecionem aulas consecutivas para a mesma turma.

$$x_{ptd1} + x_{ptd3} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (20)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd4} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (21)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (22)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd3} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (23)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd4} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (24)$$

$$x_{ptd2} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (25)$$

$$x_{ptd3} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (26)$$

$$x_{ptd1} + x_{ptd2} \leq 1 \quad \forall p \text{ que não deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (27)$$

$$x_{ptd3} + x_{ptd4} \leq 1 \quad \forall p \text{ que não deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (28)$$

$$x_{ptd4} + x_{ptd5} \leq 1 \quad \forall p \text{ que não deseja aulas geminadas}, \forall t, \forall d \quad (29)$$

Tais restrições se assemelham com as propostas por Góes (2005), onde não se permite a um professor que deseja lecionar aulas geminadas, que a soma de aulas que ocorrem em horários não consecutivos em um mesmo dia para a mesma turma seja maior que um.

Da mesma forma, não se permite para professores que não desejam aulas geminadas, que a soma de aulas distribuídas para a mesma turma num único dia seja maior que um entre horários não consecutivos.

Entretanto, neste caso aulas disjuntas não são consideradas geminadas. Como o intervalo em todos os turnos ocorre entre o segundo e terceiro horário estas aulas não são consideradas consecutivas, não sendo permitido à professores que desejam aulas geminadas, lecionar para a mesma turma aulas nos dois horários em um único dia, como determina a Equação 23.

A consideração da preferência ou não por aulas geminadas como restrição *hard* tende a limitar as possibilidades de solução do problema. No entanto, vale observar que nenhuma das restrições impedem a atribuição de uma única aula entre professor e turma em um determinado dia, desta forma dificilmente tais restrições irão tornar o problema infactível.

### 5.1.2 Modelo 2

A fim de diminuir as limitações do modelo e fazer com que a redução dos dias de vínculo do professor prevaleça sobre a preferência ou não por aulas geminadas, elaborou-se o Modelo 2.

A descrição dos índices, parâmetros e variáveis utilizados para o Modelo 1, bem como a simbologia utilizada são apresentadas no Quadro 6.

Classificação	Simbologia	Descrição
Parâmetros Unidimensionais	$P$	Número de professores
	$T$	Número de turmas
	$D$	Número de dias
	$H$	Número de horários
	$A$	Número de Padrões de distribuição de aulas
Índices	$p = 1, \dots, P$	Variação de professores
	$t = 1, \dots, T$	Variação de turmas
	$d = 1, \dots, D$	Variação de dias
	$h = 1, \dots, H$	Variação de horários
	$a = 1, \dots, A$	Variação de padrões
Parâmetros Multidimensionais	$CH_{pt}$	Carga horária do professor $p$ na turma $t$
	$Disp_{pdh}$	Indica a disponibilidade do professor $p$ lecionar no dia $d$ , horário $h$
	$PDA_{ah}$	Indica a existência de aula no horário $h$ com padrão de distribuição $a$
	$PV_{pd}$	Peso relacionado ao dia de preferência por não vínculo para cada professor
	$PA_{pa}$	Peso relacionado preferência do professor $p$ pelo padrão de distribuição $a$
Variáveis	$y_{ptda}$	Variável binária que indica se o professor $p$ leciona a turma $t$ no dia $d$ com padrão de distribuição $a$
	$v_{pd}$	Variável binária que indica se o professor $p$ possui vínculo no dia $d$
	$x_{ptdh}$	Variável binária que indica se o professor $p$ leciona a turma $t$ no dia $d$ e horário $h$

**Quadro 6 - Descrição e simbologia adotada para o Modelo 2**

Fonte: Autoria própria

Para considerar a distribuição de aulas geminadas na função objetivo, fez-se necessário representar a distribuição de conjuntos por meio de uma única variável. Desta forma, assim como no trabalho proposto por Silva (2016), foram definidos padrões que representam as possibilidades de distribuição de aulas de um professor para uma turma, em um determinado dia. Tais padrões são apresentados na Tabela 5.

Os horários que recebem valor igual a um indicam horários nos quais ocorrem aula. Existem cinco possibilidades de distribuir aulas únicas, três possíveis combinações pra aulas geminadas e sete diferentes combinações para distribuir aulas não geminadas.

Não são considerados padrões de distribuição para mais de duas aulas, uma vez que este é o número máximo de aulas que um professor pode lecionar para uma turma. O número de padrões existentes define o valor do parâmetro  $A$ , sendo este igual a quinze.

**Tabela 5- Padrões de distribuição de aulas**

Padrão	Tipo	Horário				
		1º	2º	3º	4º	5º
1	Única	1	0	0	0	0
2	Única	0	1	0	0	0
3	Única	0	0	1	0	0
4	Única	0	0	0	1	0
5	Única	0	0	0	0	1
6	Geminadas	1	1	0	0	0
7	Geminadas	0	0	1	1	0
8	Geminadas	0	0	0	1	1
9	Não geminadas	1	0	0	0	1
10	Não geminadas	1	0	0	1	0
11	Não geminadas	1	0	1	0	0
12	Não geminadas	0	1	1	0	0
13	Não geminadas	0	1	0	1	0
14	Não geminadas	0	1	0	0	1
15	Não geminadas	0	0	1	0	1

Fonte: Autoria própria

#### 5.1.2.1 Função objetivo

Para a função objetivo são novamente considerados os dias de preferência por não vínculo, os quais recebem a mesma atribuição de peso que no Modelo 1, no entanto é acrescida uma nova variável de decisão, a qual indica se um professor  $p$  leciona a turma  $t$  em um dia  $d$  com padrão de distribuição  $a$ .

Tendo como finalidade mensurar o atendimento a preferência por aulas geminadas ou não geminadas, para cada conjunto de professor, padrão e turma são determinados pesos de acordo com o desejo por aulas geminadas. Tais pesos também variam de acordo com o número máximo de aulas sugerido para que o professor leccione para cada turma em um único dia.

As aulas únicas não são penalizadas, ou seja, para padrões entre zero e cinco, o parâmetro  $PA_{pat}$  recebe valor zero, independente do professor e turma. Para conjuntos de turma e professor com carga horária maior que duas aulas semanais a opção de padrão escolhida pelo professor recebe peso nulo enquanto a não desejada recebe peso dez.

Já para conjuntos de professor e turma cuja a carga horária a ser cumprida é igual ou inferior a duas aulas semanais, o padrão preferido pelo professor recebe peso dez e o não desejado recebe peso quinze. Conseqüentemente todos os padrões que atribuem duas aulas no mesmo dia são penalizados para este conjunto, no

entanto, com intensidades diferentes de acordo com a preferência do professor.

Com tal distribuição de pesos, a redução dos dias de vínculo é favorecida em relação ao atendimento a preferência por aulas geminadas. A função objetivo é apresentada na Equação 30, sendo esta também de minimização.

$$\text{Min } fo = \sum_p \sum_d PV_{pd} * v_{pd} + \sum_p \sum_t \sum_d \sum_a PA_{pat} * y_{ptda} \quad (30)$$

### 5.1.2.2 Restrições

Nesta seção serão apresentadas as restrições que compõem o Modelo 2. O mesmo é composto por sete restrições, diferindo do Modelo 1 pois as aulas geminadas não são mais consideradas como restrições e se faz necessário relacionar uma nova variável de decisão.

#### 5.1.2.2.1 Relacionar variáveis de decisão

Da mesma forma que no modelo apresentado anteriormente é necessário relacionar as variáveis de decisão. Tal relação é apresentada na Equação 31.

$$\sum_t \sum_a x_{ptdh} \leq v_{pd} * H \quad \forall p, \forall d \quad (31)$$

Também é necessária uma restrição para estabelecer a relação entre as variáveis  $x_{ptdh}$  e  $y_{ptda}$ . Esta relação é definida pela restrição apresentada na Equação 32.

$$\sum_a y_{ptda} * PDA_{ah} = x_{ptdh} \quad \forall p, \forall t, \forall d \quad (32)$$

A matriz exibida no Tabela 5 equivale ao parâmetro  $PDA_{ah}$ . Assim sendo,

a multiplicação apresentada na Equação 32 define a existência ou não de aula no horário  $h$ , ao se utilizar o padrão  $a$ . A variável  $x_{ptdh}$  simplifica a extração do resultado gerado pelo modelo.

#### 5.1.2.2.2 Um professor por turma

A Equação 33 define que um único professor deve lecionar cada turma em determinado horário de cada dia.

$$\sum_p \sum_a y_{ptda} * PDA_{ah} = 1 \quad \forall t, \forall d, \forall h \quad (33)$$

#### 5.1.2.2.3 Distribuir carga horária

A Equação 34, assim como a Equação 16 tem como finalidade a distribuição de toda a carga horária entre professores e turmas, sendo utilizado o mesmo parâmetro  $CH_{pt}$  para ambos modelos.

$$\sum_d \sum_a \sum_h y_{ptda} * PDA_{ah} = CH_{pt} \quad \forall p, \forall t \quad (34)$$

#### 5.1.2.2.4 Número máximo de aulas

Buscando garantir que o número de aulas que um professor leciona para uma turma em um dia não ultrapasse o limite máximo de duas aulas, a Equação 34 determina que apenas um padrão pode ser atribuído para um conjunto de professor e aluno em um determinado dia.

Fica a cargo da função objetivo evitar a distribuição de mais de uma aula,

para conjuntos de turma e professores que possuem carga horária igual ou inferior a duas aulas semanais, desde que tal condição não acarrete na necessidade de aumentar os dias de vínculo do professor.

$$\sum_a y_{ptda} \leq 1 \quad \forall p, \forall t, \forall d \quad (34)$$

#### 5.1.2.2.5 Disponibilidade de professores

A Equação 35 garante que somente sejam distribuídas aulas para professores nos horários e dias nos quais estes possuem disponibilidade. Por  $Disp_{pdh}$  ser um parâmetro binário, a restrição garante ainda que em cada horário de cada dia seja atribuída no máximo uma turma por professor.

$$\sum_t \sum_a y_{ptda} * PDA_{ah} \leq Disp_{pdh} \quad \forall p, \forall d, \forall h \quad (35)$$

#### 5.1.2.2.6 Aulas de educação física

A Equação 36 garante que apenas um professor leccione educação física em cada horário de cada dia.

$$\sum_p \sum_t \sum_a y_{ptda} * PDA_{ah} \leq 1 \quad \forall p \text{ de educação física}, \forall d, \forall h \quad (36)$$

## 5.2 IMPLEMENTAÇÃO E VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Para facilitar o uso dos modelos pela escola, foram elaboradas duas

planilhas nas quais são preenchidos os dados para a elaboração da grade horária.

Na primeira planilha são informados os nomes dos professores, as turmas, a carga-horária entre professor e turma, o dia de preferência por não vínculo do professor, a preferência em relação a aulas geminadas e se o professor leciona educação física. Caso desejado também pode ser inserida o número de hora-atividades que o professor deve cumprir.

Em uma segunda planilha deve-se informar a disponibilidade do professor em cada horário de cada dia. A partir do preenchimento de ambas planilhas, são gerados automaticamente, em outras planilhas, matrizes referentes aos parâmetros a serem utilizados nos modelos.

Para evitar erros de preenchimentos das planilhas, para a carga-horária somente são aceitos valores numéricos, enquanto que as informações referentes às preferências dos professores, professores de educação física e disponibilidade de professores são preenchidas através de listas suspensas.

Criou-se também duas planilhas no Excel para a extração dos resultados obtidos na implementação. Após a execução do programa, são transferidos automaticamente para as planilhas a grade horária das turmas e a grade horária dos professores.

Em ambas as grades não são indicadas as disciplinas, as quais são representadas através do conjunto formado entre turma e professor. Portanto na grade horária do professor, em cada horário, é impressa a turma pela qual ele é responsável, enquanto na grade de cada turma é impresso um professor responsável em cada horário.

Devido ao parâmetro  $PA_{pat}$  levar em consideração as turmas, o Modelo 2 possibilita que o professor possa optar por lecionar aulas geminadas em algumas turmas e não geminadas em outras, porém tal hipótese não é considerada para a implementação do modelo, uma vez que se faria necessário preencher a opção de preferência para cada turma.

A planilhas com os dados referentes ao turno da manhã, utilizados para a implementação, encontram-se nos APÊNDICE C e APÊNDICE D. Ambos os modelos foram implementados em duas diferentes condições. Primeiramente não foram consideradas hora-atividades para a geração da grade horária e em um segundo cenário, considerou-se a atribuição de hora-atividades.

Para a implementação considerando hora-atividades, estas são

consideradas como uma turma. No entanto, se faz necessário que algumas restrições não sejam consideradas para esta turma.

Para hora-atividades é permitido mais de um professor ou nenhum professor atuando em determinado horário, desta forma a restrição de um professor por turma não é válida, bem como a restrição que permite que apenas um professor de educação física esteja lecionando em cada horário.

Também não são consideradas as restrições que estipulam um número máximo de aulas por dia e as restrições referentes a aulas geminadas, uma vez que preferencialmente as horas-atividade devem ser sequenciais e ocorrerem no mesmo dia.

Para cada professor, foi considerada uma aula de hora-atividade para cada três aulas em sala. No entanto, a professora Mariane não possui disponibilidade para lecionar hora-atividades na escola. Desta forma, observa-se que em algumas situações pode ser necessário realizar alterações no banco de dados buscando viabilizar a solução do problema.

Para o turno considerado, o valor do parâmetro  $P$  apresenta valor igual a 28 e o parâmetro  $T$  valor igual a dez sem considerar hora-atividades e igual a onze ao considerar hora-atividades.

A quantidade de cada variável se dá pela multiplicação dos parâmetros nela considerados. Por exemplo, para  $y_{ptda}$  o total de variáveis é dado pelo produto entre os parâmetros  $P$ ,  $T$ ,  $D$  e  $A$ . O número total de variáveis e restrições apresentados pelo problema é apresentado na Tabela 6.

**Tabela 6 - Total de variáveis e restrições apresentados pelo problema**

	Modelo 1 desconsiderando hora-atividades	Modelo 2 desconsiderando hora-atividades	Modelo 1 considerando hora-atividades	Modelo 2 considerando hora-atividades
Variáveis	7140	28140	7840	30940
Restrições	9146	9796	9174	10524

**Fonte: Autoria própria**

Nota-se que o número de restrições geradas para o Modelo 2 em ambos os casos é maior do que para o Modelo 1, tal fator se deve ao número de variáveis de decisão do modelo impostas também ser maior, havendo maior possibilidade de

combinações para gerar soluções.

A princípio buscou-se a implementação dos modelos através de método exato, no entanto em algumas situações a resolução através de método exato não se mostrou viável, devido ao tempo computacional necessário para solucionar o problema.

Buscou-se então limitar o método *brach-and-bound*, através do recurso *absolute optimality tolerance* (tolerância absoluta à otimalidade), o qual limita a busca por soluções. É estabelecido um valor de tolerância, e a partir de então o *software* LINGO passa a explorar apenas nós que possam oferecer soluções inteiras que proporcionem melhora da função objetivo em valor igual ou superior ao determinado.

Nota-se que o menor peso atribuído para o Modelo 1 é igual a vinte, conseqüentemente o menor valor possível de melhora para a função objetivo deste modelo também é vinte. Desta forma, ao estabelecer tolerância com este valor, facilita-se a busca, no entanto sem eliminar a solução ótima. Ao estabelecer valores superior a este o método deixa de ser exato.

Para o Modelo 2, a menor variação possível para a função objetivo é dada pela menor diferença de pesos que podem ser atribuídos, sendo esta igual a cinco. Desta forma, ao limitar a busca em valores superiores a cinco, pode-se estar impedindo que a solução ótima para o modelo seja encontrada.

### 5.2.1 Modelo 1

Os resultados obtidos com a implementação do Modelo 1, bem como sua comparação com a grade horária atual da escola serão expostos e discutidos nesta seção.

#### 5.2.1.1 Desconsiderando hora-atividade

Foram realizados testes implementando o Modelo 1, desconsiderando hora-atividade em duas condições. Primeiramente implementou-se através de

método exato com tolerância vinte. Buscando melhorar o tempo de solução, implementou-se o problema limitando-se a busca com tolerância quarenta.

A fim de comparar os resultados obtidos com a grade horária atual da escola, a qual se encontra no APÊNDICE E, também se realizou o cálculo da função objetivo da mesma. Os resultados são apresentados na Tabela 7.

**Tabela 7 - Resultados obtidos para o Modelo 1 desconsiderando hora-atividades**

	Método manual	Tolerância 20	Tolerância 40
Função objetivo	1660	1360	1360
Limite		1360	1321
Tempo de execução (Horas)		23,23081944	1,198119444

**Fonte: Autoria própria**

O método exato obteve a solução ótima para o problema, no entanto, sua resolução apresentou tempo computacional elevado. Já o método aplicado com limitação foi capaz de encontrar a mesma solução, em tempo consideravelmente menor. A solução encontrada por ambos é apresentada no APÊNDICE F.

O valor limite apresentado na tabela representa o melhor valor de função objetivo que poderia ser encontrado no momento em que a execução foi finalizada, considerando os nós ainda não explorados. Desta forma, é possível perceber que a solução apresentada quando se estipula tolerância vinte é ótima, uma vez que o limite e a solução do problema apresentam o mesmo valor.

Verificou-se uma significativa diferença entre o valor da função objetivo obtido entre a solução gerada pelo modelo e a obtida manualmente, porém ao observar a grade gerada nota-se que ao considerar hora-atividades, esta diferença pode ser reduzida.

Este fato é observado, por exemplo, ao comparar o horário atual da professora Cátia apresentada na Figura 10, com a grade gerada para a mesma pelo modelo, apresentada na Figura 11. Na grade horária atual, a professora Cátia possui vínculo em todos os dias, e as hora-atividades que correspondem a seis aulas são distribuídas nos horários vagos.

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	1ºA		3ºA	2ºA
2º	6ºB			6ºB	
3º	6ºA		6ºB	6ºA	6ºA
4º	1ºA	2ºA		2ºA	3ºA
5º	6ºA	3ºA	6ºB	6ºB	6ºA

**Figura 10 - Grade horária atual da professora Cátia**

**Fonte: Autoria própria**

Com a implementação do Modelo 1, os dias de vínculo são reduzidos apenas ao considerar as aulas em sala de aula. No entanto, para cumprir as seis aulas de hora-atividades, haverá a necessidade de que a professora compareça na escola todos os dias da semana.

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	3ºA	6ºA		1ºA
2º	6ºA	2ºA	6ºB		2ºA
3º	6ºB	6ºB	6ºB		6ºA
4º	1ºA	3ºA			3ºA
5º	6ºB	2ºA	6ºA		6ºA

**Figura 11 - Grade horária da professora Cátia gerada pelo Modelo 1**

**Fonte: Autoria própria**

Desta forma, para verificar qual a real diferença entre o resultado gerado por meio do Modelo 1 e o resultado obtido manualmente, calculou-se o valor da função objetivo para ambos, ao se considerar a distribuição de hora-atividades.

As horas atividades foram distribuídas visando o menor acréscimo possível nos valores de função objetivo, levando em consideração a disponibilidade dos professores. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 8.

**Tabela 8 - Função objetivo para o Modelo 1 adicionando hora-atividades manualmente**

	Método manual	Modelo 1
Função objetivo	1760	1720

**Fonte: Autoria própria**

Verifica-se que de fato ocorre a redução da diferença entre os valores obtidos, sendo que não ocorre redução no total de dias de vínculo entre a solução gerada manualmente e a solução gerada pelo modelo. No entanto a implementação do Modelo 1 ainda resulta em uma grade horária de melhor qualidade, sendo capaz de atender mais professores em relação ao dia de preferência por não vínculo.

Observa-se que ao se considerar hora-atividades a professora Cátia não possui dias de vínculo, entretanto, quando as hora-atividades não são consideradas no modelo, o mesmo busca reduzir os dias de vínculo da professora.

Ao se considerar as hora-atividades, o modelo não consegue atribuir um dia de não vínculo para a professora e poderá buscar favorecer outro professor, para o qual seja realmente possível a redução de dias de vínculo ou o atendimento de preferência.

Buscou-se, portanto, implementar o modelo novamente, considerando a atribuição das hora-atividades, a fim de verificar sua influência no valor da função objetivo.

#### 5.2.1.2 Considerando hora-atividade

Ao considerar as hora-atividades, a complexidade do problema aumenta, da mesma forma, o tempo computacional necessário para a solução do mesmo também tende a aumentar. Os resultados obtidos ao considerar a atribuição de hora-atividades são apresentados na Tabela 9.

**Tabela 9 - Resultados obtidos para o Modelo 1 considerando hora-atividades**

	Método manual	Tolerância 20	Tolerância 40	Tolerância 80
Função objetivo	1760	1700	1700	1700
Limite		1700	1660,294	1621
Tempo de execução (Horas)		44,66725278	26,82118333	1,479869444

**Fonte: Autoria própria**

Buscando gerar um resultado em tempo aceitável, implementou-se o

modelo com limitação *absolute optimality tolerance* oitenta. Novamente os métodos com limitações obtiveram o mesmo resultado que o método exato, porém com tempo computacional consideravelmente reduzido. A grade horária gerada é encontrada no APÊNDICE G.

Como esperado, houve redução no valor da função objetivo, em relação aos resultados apresentados na Tabela 8. Ao comparar as grades geradas pelo Modelo 1, tanto considerando quanto não considerando a distribuição de hora-atividades, verifica-se que os dias de vínculo dos professores não são reduzidos em relação a grade atual da escola. A melhora na qualidade das soluções obtidas diz apenas respeito ao atendimento da preferência pelos dias de não vínculo.

Embora seja capaz de gerar um valor melhor para a função objetivo, a distribuição das hora-atividades pelo modelo não se mostra interessante uma vez que, além de aumentar a complexidade do problema, tal consideração não foi capaz de reduzir os dias de vínculo e as hora-atividades passaram a não serem distribuídas sequencialmente e em um único dia, como recomendado.

Ao observar a grade horária apresentada na Figura 12 verifica-se a possibilidade de alocar as hora-atividades sequencialmente e em um único dia, sem aumentar os dias de vínculo em relação a grade na Figura 13.

A grade horária apresentada na Figura 12 ainda cria a possibilidade que o professor Odair cumpra duas de suas hora-atividades em outro local, evitando que se desloque até a escola. Já para a grade horária resultante da implementação considerando hora-atividades não existe tal possibilidade, uma vez que é necessário que o professor se desloque para a escola em três dias para que leccione as turmas pelas quais é responsável.

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		2ºA			3ºA
2º		9ºA			9ºA
3º		1ºA			2ºA
4º		9ºA			
5º		3ºA			1ºA

**Figura 12 - Grade horária do professor Odair gerada pelo Modelo 1 desconsiderando hora-atividades**

**Fonte: Autoria própria**

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA	3ºA			1ºA
2º	1ºA				2ºA
3º	9ºA	9ºA			HA
4º		HA			
5º	9ºA	HA			3ºA

**Figura 13 - Grade horária do professor Odair gerada pelo Modelo 1 considerando hora-atividades**

**Fonte: Autoria própria**

### 5.2.2 Modelo 2

Os resultados obtidos com a implementação do Modelo 2, bem como sua comparação com a grade horária atual da escola serão expostos e discutidos nesta seção.

#### 5.2.2.1 Desconsiderando hora-atividade

Devido à complexidade do problema que gerou um número elevado de variáveis, a implementação do Modelo 2 por método exato se mostrou impraticável, sendo executado por três dias sem gerar resultados. Os resultados dados referentes a implementação são apresentados na Tabela 10.

**Tabela 10 - Resultados para o Modelo 2 desconsiderando hora-atividades**

	Método manual	Tolerância 40	Tolerância 80
Função objetivo	1880	1465	1490
Limite		1429,494	1421,609
Dias de vínculo	1660	1340	1320
Tempo de execução (Horas)		35,26742222	0,503227778

**Fonte: Autoria própria**

Neste caso, houve diferença nos resultados obtidos com diferentes

limitações, sendo que quanto mais limitado o modelo, pior o valor da função objetivo obtida, no entanto em ambos os casos, os resultados obtidos pelo modelo se mostram de melhor qualidade se comparados ao obtido manualmente. As grades horárias geradas encontram-se no APÊNDICE H e APÊNDICE I.

Ao comparar a implementação do modelo considerando apenas os dias de vínculo, observa-se que o modelo implementado com maior tolerância é capaz de gerar melhor resultado, perdendo sua qualidade em relação à implementação com tolerância quarenta quando se trata da parcela da função objetivo referente ao atendimento da preferência por aulas geminadas.

Com a finalidade de comparar os resultados gerados pelo Modelo 2 com os obtidos pela implementação do Modelo 1, apresentados na Tabela 7, calculou-se a parcela da função objetivo referente aos dias de vínculo. Como esperado, os resultados obtidos referentes aos dias de vínculo se mostraram melhores no Modelo 2, uma vez que este prioriza o atendimento do dia de preferência por não vínculo ao atendimento da preferência por aulas geminadas.

A parcela restante diz respeito ao atendimento da preferência por aulas geminadas, sendo que para este quesito os resultados obtidos com a implementação do modelo mais uma vez se destacam em relação aos obtidos manualmente.

A fim de comparar a interferência da atribuição das hora-atividades na qualidade da solução, a função objetivo foi recalculada. Os dados são apresentados na Tabela 11.

**Tabela 11 - Função objetivo para o Modelo 2 adicionando hora-atividades manualmente**

	Método manual	Tolerância 40	Tolerância 80
Função objetivo	1980	1805	1810
Dias de vínculo	1760	1680	1640

**Fonte: Autoria própria**

Novamente há a redução na diferença entre o valor da função objetivo obtida pela distribuição manual das aulas em comparação aos valores de função objetivo obtidos pela implementação do modelo, contudo os resultados obtidos através do modelo ainda se mostram de melhor qualidade.

Não há redução do total de dias de vínculo, sendo a melhora da qualidade

da solução referente apenas ao atendimento de preferências dos professores.

Ocorre a inversão do número de dias de vínculo entre professores. Na grade horária gerada pela implementação com tolerância quarenta, a professora Celiana possui quatro dias de vínculo enquanto a professora Raquel possui três. Já para a implementação com tolerância 80 e na grade horária gerada manualmente, a professora Celiana possui três dias de vínculo enquanto a professora Raquel possui quatro.

Apesar desta inversão, não houve redução do número total de dias de vínculo entre ambas formas de implementação do Modelo 2 e a grade horária gerada manualmente, estes apenas diferenciam no atendimento do dia de preferência por não vínculo, sendo a implementação com tolerância 80 a que mais atendeu tais preferências.

Desta forma, optou-se por realizar a distribuição das aulas considerando hora-atividades, a fim de verificar se ocorreria a redução do total de dias de vínculo.

#### 5.2.2.2 Considerando hora-atividade

Os resultados obtidos considerando a distribuição de hora-atividades são apresentados na Tabela 12. Houve a necessidade de limitar o modelo para que se gerasse solução em tempo aceitável. Foram testados valor quarenta e oitenta de tolerância, porém não se obteve solução em tempo inferior a dois dias.

**Tabela 12 - Resultados obtidos para o Modelo 2 considerando hora-atividade**

	Método manual	Tolerância 100
Função objetivo	1980	1695
Limite		1599
Dias de vínculo	1760	1640
Tempo de execução (Horas)		0,321472222

**Fonte: Autoria própria**

Os resultados obtidos apresentam valor de função objetivo melhores se comparados aos apresentados na Tabela 11, porém novamente não há redução do total de dias de vínculo.

Assim como ocorre com o Modelo 1, a consideração de hora-atividades, embora seja capaz de melhor atender as preferencias por dias de não vínculo e aulas geminadas, não se mostra interessante, pois além de aumentar a complexidade do problema, realiza a má distribuição destas hora-atividades.

## 6 CONCLUSÃO

Verifica-se que o problema apresentado de fato é complexo. Embora tenham sido obtidas soluções para o Modelo 1 por meio do método exato, tal forma de implementação não se mostra interessante para a escola, devido ao tempo consumido para gerar a solução. No entanto, a limitação do método *brach-and-bound* se mostrou capaz de gerar soluções de melhor qualidade se comparado a grade gerada manualmente pela escola.

Foram realizados testes a fim de avaliar a implementação dos modelos considerando o turno da tarde. A solução por método exato para o Modelo 1 foi obtida em tempo inferior a uma hora. Já para o Modelo 2, foram obtidos resultados com tolerância 40 em tempo inferior a meia hora. O problema para o turno da noite apresenta menor complexidade, portanto, espera-se que os modelos sejam capazes de gerar soluções em tempo inferior.

Desta forma, a implementação dos modelos pelo método *brach-and-bound* com limitações se mostra capaz não apenas gerar soluções de melhor qualidade, mas em tempo reduzido se comparado pelo método utilizado pela escola atualmente.

Embora o Modelo 2 represente melhor as condições estabelecidas pela escola, por tratar a preferência por aulas geminadas como restrição *soft*, o Modelo 1 foi capaz de reduzir à mesma quantidade o total de dias de vínculo.

Os resultados diferem entre os modelos quando se trata do atendimento de preferencias dos professores, sendo que o Modelo 2 melhor atende pela preferência do dia de não vínculo enquanto Modelo 1 melhor atende a preferência por aulas geminadas. Ambos modelos se mostram capazes de representar o problema apresentado pela escola, porém a abordagem do Modelo 1 apresenta menor complexidade.

A implementação considerando a distribuição de hora-atividades não se mostrou uma boa alternativa, aumentando a complexidade do problema, realizando a má distribuição das hora-atividades, sem que houvesse a redução do total de dias de vínculo.

Os atributos buscados pela escola para a elaboração da grade horária diferem das situações apresentadas em trabalhos correlatos. Ao tratar o problema apresentado utilizando métodos de pesquisa operacional, é possível gerar soluções

que atendem as características requeridas pela instituição, de forma a reduzir o tempo e mão de obra necessários para a definição da grade horária da escola.

## **7 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros, sugere-se a implementação dos modelos através de meta-heurísticas, buscando avaliar a qualidade das soluções geradas e o tempo computacional necessário para a implementação do problema.

## REFERÊNCIAS

- ABRAMSON, D. (Org.). Constructing School Timetables using Simulated Annealing: Sequential and Parallel Algorithms. **Management Science**, [s.l.], v. 37, n. 1, p.98-113, jan. 1991. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/5edb/60081a48a2ea7a2ba17b8d37ebf374b8360e.pdf>>. Acesso em: 04 jun. 2018.
- ANDERSSON, H. **School Timetabling in Theory and Practice: A comparative study of Simulated Annealing and Tabu Search**. 2015. 31 f. TCC (Graduação) - Curso de Computer Science, Umeå Universitet, Umeå, 2015. Disponível em: <<https://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:852117/FULLTEXT01.pdf>>. Acesso em: 05 jun. 2018.
- ANDRADE, E. L. de. **Introdução à Pesquisa Operacional: Métodos e Modelos para Análise de Decisão**. 4. ed. Rio de Janeiro: Ltc, 2014. 202 p.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 524 p.
- ARTEMANTO, V. A.; BRANCHINI, R. M. **Uma introdução à Busca Tabu**. In: LOPES, H. S.; RODRIGUES, L. C. de A.; STEINER, M. T. A. **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. Curitiba: Omnipax, 2013. Cap. 3. p. 33-52.
- AZEVEDO, A. T.; RIBEIRO, C. M. Um Estudo Comparativo de Algoritmos Genéticos e *Beam Search* para o Problema de Alocação de Células de Telefonia Celular. In: LOPES, H. S.; RODRIGUES L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. Curitiba: Omnipax, 2013. Cap.24. p. 385-400.
- BARDADYM, V. A. Computer-Aided School and University Timetabling: The New Wave. In: BURKE, E.; ROSS, P. (Ed.). **Practice and Theory of Automated Timetabling**. Lecture Notes in Computer Science, vol 1153. Nova York: Springer Verlag Pod, 1996. p. 22-45. Disponível em: <[https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F3-540-61794-9\\_50.pdf](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F3-540-61794-9_50.pdf)>. Acesso em: 14 abr. 2018.
- BELFIORE, P.; FÁVERO, L. P. **Pesquisa Operacional: Para cursos de Administração, Contabilidade e Economia**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. 355 p.
- CAIXETA-FILHO, J. V. **Pesquisa Operacional: Técnicas de Otimização Aplicada a**

Sistemas Agroindustriais. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2011. 176 p.

CARDOSO, A. **Fundamentos da Pesquisa Operacional**. Minas Gerais: Unifal, 2011. 102 p.

CARVALHO, J. M. S. **Programação Linear**: Algoritmos simplex primal, dual, transporte e afetação. Porto: Vida Economica, 2014. 160 p. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ToWnBAAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR#v=onepage&q&f=false>>. Acesso em: 20 abr. 2018.

CERDEIRA-PENA, A. et al. New Approaches for the School Timetabling Problem. **2008 Seventh Mexican International Conference On Artificial Intelligence**, [s.l.], p.261-267, out. 2008. IEEE. Disponível em: <<https://pdfs.semanticscholar.org/c869/731523024a1b7c0189442c22240d02e2fa3b.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2018.

CORMEN, T. H. et al. **Algoritmos**: teoria e prática. Tradução de Vandenberg D. de Souza. 2. ed. São Paulo: Campus, 2002. 916 p.

COSTA, F. P. da. **Programação de Horários em Escolas via GRASP e Busca Tabu**. 2003. 39 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia de Produção, Departamento de Engenharia de Produção, Administração e Economia, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2003. Disponível em: <<http://www.decom.ufop.br/prof/marcone/Orientacoes/PHEviaGRASPeBuscaTabu.pdf>>. Acesso em: 03 jun. 2018.

CUSTERS, N. et al. Semantic Components for Timetabling. **Practice And Theory Of Automated Timetabling V**, [s.l.], p.17-33, 2005. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/11593577\\_2](https://doi.org/10.1007/11593577_2)>. Acesso em: 04 jun. 2018.

FERREIRA, P. S. et al. Aplicação de Programação Inteira na Distribuição de Encargos Didáticos em Instituições de Ensino. **Tema - Tendências em Matemática Aplicada e Computacional**, [s.l.], v. 12, n. 2, p.135-144, 3 ago. 2011. Brazilian Society for Computational and Applied Mathematics (SBMAC). Disponível em: <[http://www.sbmac.org.br/tema/seletas/docs/v12\\_2/Ferreira\\_et\\_all.pdf](http://www.sbmac.org.br/tema/seletas/docs/v12_2/Ferreira_et_all.pdf)>. Acesso em: 03 jun. 2018.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010. 184 p.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Editora Atlas,

2008.

GÓES, A. R. T. **Otimização na Distribuição da Carga Horária de**

**Professores:** Método exato, método heurístico, método misto e interface. 2005. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Métodos Numéricos em Engenharia – Programação Matemática, Tecnologia e de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005. Disponível em:  
<[https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/2155/Otimização na Distribuição da Grade Horária de Professores - Método Exato, Método Heurístico, Mét.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/2155/Otimização%20na%20Distribuição%20da%20Grade%20Horária%20de%20Professores%20-%20Método%20Exato,%20Método%20Heurístico,%20Mét.pdf?sequence=1&isAllowed=y)>. Acesso em: 22 maio 2018.

GÓES, A. R. T.; COSTA, D. M. B.; STEINER, M. T. A. Otimização na programação de horários de professores/turmas: Modelo Matemático, Abordagem Heurística e Método Misto. **Revista Eletrônica Sistemas & Gestão**, [s.l.], v. 5, n. 1, p.50-66, jan. 2010. Disponível em:  
<<http://www.revistasg.uff.br/index.php/sg/article/download/V5N1A4/V5N1A4>>. Acesso em: 05 jun. 2018.

GOLDBARG, M. C.; LUNA, H. P. L. **Otimização Combinatória e Programação Linear:** modelos e algoritmos. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005. 518 p.

GROSS, J. L.; YELLEN, J.; ZHANG, Ping (Ed.). **Handbook of Graph Theory**. 2. ed. Boca Raton: Crc Press, 2014. 1630 p. Disponível em:  
<[https://books.google.com.br/books?id=tzbOBQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs\\_atb#v=onepage&q&f=false](https://books.google.com.br/books?id=tzbOBQAAQBAJ&printsec=frontcover&hl=pt-BR&source=gbs_atb#v=onepage&q&f=false)>. Acesso em: 14 abr. 2018.

HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. Tradução de Ariovaldo Griesi. Revisão técnica Pierre J. Ehrlich. 9. ed. São Paulo: Amgh Editora Ltda, 2013. 1005 p.

KAUARK, F. da S.; MANHÃES, F. C.; MEDEIROS, C. H. **Metologia da Pesquisa:** Um guia prático. Itabuna: Via Litterarum, 2010. 88 p.

KÖCHE, J. C. **Fundamentos de Metodologia Científica:** Teoria da ciência e iniciação à pesquisa. 29. ed. Petrópolis: Vozes, 2011. 182 p.

KOTSKO, E. G. S.; STEINER, M. T. A.; MACHADO, A. L. F. Otimização na construção da grade horária escolar. Uma Aplicação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 35., 2003, Natal. **Anais...** . Natal: Sbp, 2003. p. 2191 - 2203. Disponível em:  
<<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2003/pdf/arq0240.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2018.

KRAJEWSKI, L.; RITZMAN, L.; MALHOTRA, M. **Administração de Produção e Operações**. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. 615 p.

KRIPKA, R. M. L.; KRIPKA, M. Simulated Annealing Aplicado ao Problema de Alocação de Salas com Deslocamentos Mínimos. In: LOPES, H. S.; RODRIGUES L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. Curitiba: Omnipax, 2013. Cap.20. p. 325-338.

LACHTERMACHER, G. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. 223 p.

LINDO SYSTEMS INC. **LINGO**: Optimization modeling software for linear, nonlinear, and integer programming. 2017. Disponível em: <<https://www.lindo.com/downloads/PDF/LINGO.pdf>>. Acesso em: 03 jun. 2018.

LOBO, E. L. M. **Uma Solução do Problema de Horário Escolar via Algoritmo Genético Paralelo**. 2005. 95 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Modelagem Matemática e Computacional, Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2005. Disponível em: <<http://www.mmc.cefetmg.br/info/downloads/D006-EduardoLuizMirandaLobo2005.pdf>>. Acesso em: 03 jun. 2018.

LOESCH, C.; HEIN, N. **Pesquisa Operacional: Fundamentos e Modelos**. São Paulo: Saraiva, 2009. 248 p.

MARCONI, M. A. de; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2009. 315 p.

MARTE, M. **Models and Algorithms for School Timetabling: A Constraint-Programming Approach**. 2002. 127 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Ciência da Computação e Estatística, Lmu Munich, Munique, 2002. Disponível em: <<https://www.en.pms.ifi.lmu.de/publications/dissertationen/PMS-DISS-2003-1/PMS-DISS-2003-1.pdf>>. Acesso em: 06 jun. 2018.

MARTINS, J. P. **O Problema do Agendamento Semanal de Aulas**. 2010. 83 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Computação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2010. Disponível em: <<http://www.inf.ufg.br/mestrado/sites/www.inf.ufg.br.mestrado/files/uploads/Dissertacoes/JeanPaulo.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2018.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa Operacional: Curso Introdutório**. 2. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013. 356 p.

NURMI, K; KYNGAS, J. A framework for school timetabling problem. In **Proceedings of 3rd Multidisciplinary International Scheduling Conference: Theory and Applications**, Paris, 2007. p. 386-393. Disponível em: <[https://www.researchgate.net/publication/228753076\\_A\\_framework\\_for\\_school\\_time\\_tabling\\_problem](https://www.researchgate.net/publication/228753076_A_framework_for_school_time_tabling_problem)>. Acesso em: 04 jun. 2018.

OLIVEIRA, J. F.; CARRAVILLA, M. A. **Otimização Combinatória: Modelos e algoritmos**. Porto: Feup, 2001. 94 slides, color. Disponível em: <<https://paginas.fe.up.pt/~mac/ensino/docs/OR/OtimizacaoCombinatoria.pdf>>. Acesso em: 22 maio 2018.

PAPADIMITRIOU, C. H.; STEIGLITZ, K. **Combinatorial optimization: algorithms and complexity**. Courier Corporation, 1998. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=cDY-joeCGoIC&oi=fnd&pg=PP1&dq=K.+Combinatorial+optimization:+algorithms+and+complexity.&ots=XIG0or78mc&sig=gXRQOBPrnzaumExK3nPXO5QVPms>>. Acesso em: 22 maio 2018.

PARANÁ (Estado). Resolução nº 15/2018, de 03 de janeiro de 2018. Regulamenta a distribuição de aulas e funções aos professores do Quadro Próprio do Magistério – QPM, do Quadro Único de Pessoal – QUP e aos professores contratados em Regime Especial nas Instituições Estaduais de Ensino do Paraná.. Curitiba, PARANÁ, Disponível em: <<http://www.educacao.pr.gov.br/arquivos/File/resolucoes/2018/resolucao152018gss.eed.pdf>>. Acesso em: 05 jun. 2018.

PINHO, A. F. de. et al. Algoritmos Genéticos: fundamentos e aplicações. In: LOPES, H. S; RODRIGUES L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional**. Curitiba: Omnipax, 2013. Cap.2. p. 21-30.

PIZZOLATO, N. D.; GANDOLPHO, A. A. **Técnicas de Otimização**. Rio de Janeiro: Ltc, 2009. 225 p.

POST, G. et al. An XML format for benchmarks in High School Timetabling. **Annals Of Operations Research**, [s.l.], v. 194, n. 1, p.385-397, 6 fev. 2010. Springer Nature. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s10479-010-0699-9>>. Acesso em: 04 jun. 2018.

POULSEN, C. J. B. **Desenvolvimento de um modelo para o School Timetabling**

**Problem Baseado na Meta-Heurística Simulated Annealing.** 2012. 141 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Administração, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/39522/000825681.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 04 jun. 2018.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico.** 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. 277 p. Disponível em: <<http://www.feevale.br/Comum/midias/8807f05a-14d0-4d5b-b1ad-1538f3aef538/E-book%20Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico.pdf>>. Acesso em: 15 maio 2018.

RAMPAZZO, L. **Metodologia científica: para alunos dos cursos de graduação e pós-graduação.** 3. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2005. 141 p.

RESENDE, M. G. de C; SILVA, R. M. de A. GRASP: Procedimentos de busca gulosos, aleatórios e adaptativos. In: LOPES, H. S; RODRIGUES L. C. de A.; STEINER, M. T. A. (Ed.). **Meta-Heurísticas em Pesquisa Operacional.** Curitiba: Omnipax, 2013. Cap.1. p. 1-20.

SANTOS, H. G.; SOUZA, M. J. F. **Programação de Horários em Instituições Educacionais: Formulações e Algoritmos.** In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 39., 2007, Recife. **Anais...** Recife: Sbp, 2007. p. 2827-2882, 2007. Disponível em: <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2007/pdf/arq0295.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2018.

SILVA, B. H. da. **Otimização do Quadro de Horários de Professores Através de uma nova Abordagem do Modelo Exato: Estudo de caso do IFPR – campus Curitiba.** 2016. 168 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Produção, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016. Disponível em: <<https://acervodigital.ufpr.br/bitstream/handle/1884/45197/R - D - BRUNO HENRIQUE DA SILVA.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 22 maio 2018.

SILVA, E. L. da.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação.** 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005. Disponível em: <[https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia\\_de\\_pesquisa\\_e\\_elaboracao\\_de\\_teses\\_e\\_dissertacoes\\_4ed.pdf](https://projetos.inf.ufsc.br/arquivos/Metodologia_de_pesquisa_e_elaboracao_de_teses_e_dissertacoes_4ed.pdf)> Acesso em: 14 maio. 2018.

SCHAERF, A. A Survey of Automated Timetabling. **Artificial Intelligence Review**, [s.l.], v. 13, n. 2, p.87-127, 1999. Springer Nature. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1023/a:1006576209967>>. Acesso em: 14 abr. 2018.

SOUZA, M. J. F.; MACULAN, N.; OCHI, L. A GRASP-Tabu search algorithm for solving school timetabling problems. In: **Metaheuristics: Computer decision-making**. Springer, Boston, MA, 2003. p. 659-672. Disponível em: <[http://www2.ic.uff.br/~labcic/conteudo/artigos/KLUWER\\_Marcone\\_2003.pdf](http://www2.ic.uff.br/~labcic/conteudo/artigos/KLUWER_Marcone_2003.pdf)>. Acesso em: 03 jun. 2018.

SOUSA, V. N. de; MORETTI, A. C.; PODESTÁ, V. A. de. Programação da grade de horário em escolas de ensino fundamental e médio. **Pesquisa Operacional**, [s.l.], v. 28, n. 3, p.399-421, dez. 2008. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/s0101-74382008000300002>>. Acesso em: 03 jun. 2018.

SUCUPIRA, I. R. **Métodos Heurísticos Genéricos**: Metaheurísticas e hiper-heurísticas. 2004. 41 f. TCC (Graduação) - Curso de Ciência da Computação, Ciência da Computação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004. Disponível em: <<https://www.ime.usp.br/~igorrs/monografias/metahiper.pdf>>. Acesso em: 22 maio 2018.

TAHA, H. A. **Pesquisa Operacional**. Tradução de Arlete Simille Marques. Revisão técnica Rodrigo Arnaldo Scarpel. 8. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. 359 p.

TURRIONI, J. B.; MELLO, C. H. P. **Metodologia de pesquisa em engenharia de produção**: Estratégias, métodos e técnicas para condução de pesquisas quantitativas e qualitativas. Itajubá: UNIFEI, 2012. 191 p. Disponível em: <[http://www.marco.eng.br/adm-organizacao-l/Apostila\\_Metodologia\\_Completa\\_2012\\_%20UNIFEI.pdf](http://www.marco.eng.br/adm-organizacao-l/Apostila_Metodologia_Completa_2012_%20UNIFEI.pdf)>. Acesso em: 15 maio 2018.

VIEIRA, F.; MACEDO, H. Sistema de Alocação de Horários de Cursos Universitários: Um Estudo de Caso no Departamento de Computação da Universidade Federal de Sergipe. **Scientia Plena**, São Cristovão, v. 7, n. 3, p.1-12, mar. 2011. Mensal. Disponível em: <<https://www.scientiaplenu.org.br/sp/article/view/163>>. Acesso em: 14 abr. 2018.

WREN, A. Scheduling, timetabling and rostering — A special relationship? **Practice And Theory Of Automated Timetabling**, [s.l.], p.46-75, 1996. Disponível em: <[https://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-61794-9\\_51#citeas](https://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-61794-9_51#citeas)>. Acesso em: 04 jun. 2018.

YIN, R. K. **Estudo de Caso**: Planejamento e métodos. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 205 p.

**APÊNDICE A - Roteiro para a identificação dos requisitos a serem considerados no modelo**

**Em relação as questões organizacionais**

1. Qual o horário de intervalo em cada turno?
2. Existem aulas que requerem laboratórios ou salas específicas?
3. Como são considerados os horários para hora-atividade?
4. Algum professor é responsável por mais de uma disciplina para a mesma turma?
5. Alguma turma possui disciplinas ministradas por mais de um professor?
6. Algum professor precisa dar aulas para mais de uma turma ao mesmo tempo?

**Em relação as questões pedagógicas**

1. Existe um número máximo de aulas de cada disciplina para a mesma turma em um dia?
2. Há relação de precedência entre matérias?
3. Existem aulas com horários pré-fixados?

**Em relação a preferências**

1. Como são tratadas as preferências por horário dos professores?
2. É desejável compactar a agenda dos professores?
3. Aulas geminadas são critério do professor ou da escola?
4. São desejáveis aulas geminadas?
5. Aulas disjuntas são consideradas aulas geminadas?

**APÊNDICE B - Questionário para coleta de dados**

**Professor:** \_\_\_\_\_

**Assinale os horários nos quais não possui disponibilidade para lecionar na Escola Estadual Belo Horizonte:**

Turno	Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
Manhã	1º					
	2º					
	3º					
	4º					
	5º					
Tarde	1º					
	2º					
	3º					
	4º					
	5º					

**Assinale um dia de preferência por não vínculo:**

- ( ) Segunda-feira
- ( ) Terça-feira
- ( ) Quarta-feira
- ( ) Quinta-feira
- ( ) Sexta-feira

**Ao lecionar duas aulas em um mesmo dia para a mesma turma:**

- ( ) Prefiro aulas geminadas (consecutivas)
- ( ) Prefiro aulas não geminadas (não consecutivas)
- ( ) Não possuo preferência

**APÊNDICE C - Dados referentes a carga horária e preferência dos professores**

		Carga horária														
		Turmas														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total	Preferência por não vínculo	Preferência por aulas	Educação física	
Professores	hora-atividade	6ºA	6ºB	7ºA	7ºB	9ºA	9ºB	9º C	1ºA	2ºA	3ºA					
1	Andréia	1	0	0	0	5	0	0	0	0	0	5	Sexta-feira	geminadas	não	
2	Bernadete	5	5	5	0	0	0	0	0	0	0	15	Sexta-feira	não geminadas	não	
3	Bernardete	4	2	2	2	2	2	2	0	0	0	14	Sexta-feira	não geminadas	não	
4	Cátia	6	5	5	0	0	0	0	3	3	3	19	Quinta-feira	não geminadas	não	
5	Celiana	3	0	0	5	5	0	0	0	0	0	10	Sexta-feira	sem preferência	não	
6	Danicler	3	3	0	0	0	0	0	2	2	2	9	Quarta-feira	geminadas	não	
7	Darcy	4	2	2	2	2	2	0	0	0	0	12	Terça-feira	geminadas	não	
8	Derli	4	0	0	0	2	3	3	0	2	2	14	Segunda-feira	não geminadas	não	
9	Donete	3	0	0	0	0	0	0	2	3	4	9	Sexta-feira	não geminadas	não	
10	Douglas	1	0	0	0	0	0	0	0	2	2	4	Sexta-feira	sem preferência	sim	
11	Irapoan	2	0	0	0	0	0	0	2	2	2	6	Sexta-feira	geminadas	não	
12	Leticia	2	0	0	0	0	0	0	2	2	2	6	Segunda-feira	sem preferência	não	
13	Liamara	1	2	0	0	0	0	0	2	0	0	4	Sexta-feira	geminadas	sim	
14	Maria B.	2	3	0	3	0	0	0	0	0	0	6	Quarta-feira	geminadas	não	
15	Maria S.	2	0	0	0	0	0	3	3	0	0	6	Quarta-feira	não geminadas	não	
16	Mariane	0	0	0	0	0	0	0	2	2	2	6	Sexta-feira	não geminadas	não	
17	Odair	3	0	0	0	0	3	0	0	2	2	9	Segunda-feira	não geminadas	não	
18	Patricia	1	0	0	0	0	0	0	2	2	0	4	Quinta-feira	geminadas	não	
19	Postai	1	0	0	0	0	0	0	0	3	2	5	Sexta-feira	geminadas	não	
20	Raquel	5	0	0	0	0	5	5	5	0	0	15	Segunda-feira	não geminadas	não	
21	Regiane B.	5	0	0	0	0	5	5	5	0	0	15	Quinta-feira	geminadas	não	
22	Regiane M.	2	0	3	3	0	0	0	0	0	0	6	Segunda-feira	geminadas	não	
23	Sandra	3	1	4	0	1	0	0	3	0	0	9	Sexta-feira	não geminadas	não	
24	Simoni	3	2	2	3	3	0	0	0	0	0	10	Segunda-feira	geminadas	não	
25	Sirlei	4	0	2	2	2	2	2	0	0	0	12	Quarta-feira	não geminadas	sim	
26	Solange	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	2	Sexta-feira	não geminadas	não	
27	Thais	4	0	0	0	3	3	3	3	0	0	12	Segunda-feira	geminadas	não	
28	Zaido	2	0	0	0	0	0	0	2	2	2	6	Segunda-feira	geminadas	não	
<b>Total</b>		<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>25</b>	<b>250</b>				

**APÊNDICE D-** Dados referentes a disponibilidade dos professores





	Sexta-feira				
Professor	1º horário	2º horário	3º horário	4º horário	5º horário
Andréia	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Bernadete	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Bernardete	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Cátia	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Celiana	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Danicler	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Darcy	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Derli	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Donete	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Douglas	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Irapoan	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Leticia	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Liamara	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Maria B.	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Maria S.	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Mariane	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Odair	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Patricia	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível	Indisponível
Postai	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Raquel	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Regiane B.	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Regiane M.	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Sandra	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Simoni	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Sirlei	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Solange	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Thais	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível
Zaido	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível	Disponível

**APÊNDICE E - Grade horária atual da escola**

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		7ºB			7ºB
2º					7ºB
3º					
4º				7ºB	
5º				7ºB	

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºB		
2º	9ºC				
3º	9ºC		9ºC		
4º	9ºB				
5º	9ºB				

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºA	6ºB	6ºB	7ºA	
2º	6ºA	6ºA	6ºB	7ºA	
3º				6ºB	
4º	7ºA		7ºA	6ºA	
5º	6ºB		7ºA	6ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	2ºA		1ºA		
4º	3ºA		3ºA		
5º	1ºA		2ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB	9ºB		6ºB	7ºA
2º	9ºA	6ºB		9ºC	9ºC
3º	7ºB	6ºA		7ºB	
4º		9ºA		7ºA	6ºA
5º					

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		3ºA			1ºA
2º					3ºA
3º		2ºA			2ºA
4º		1ºA			9ºA
5º		9ºA			9ºA

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	1ºA		3ºA	2ºA
2º	6ºB			6ºB	
3º	6ºA		6ºB	6ºA	6ºA
4º	1ºA	2ºA		2ºA	3ºA
5º	6ºA	3ºA	6ºB	6ºB	6ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º					
4º			9ºC		
5º			9ºC		

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		7ºA		7ºB	
2º		7ºA		7ºB	
3º	7ºA	7ºB		7ºA	
4º	7ºB	7ºB			
5º				7ºA	

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			2ºA		
2º			2ºA	2ºA	
3º			3ºA		
4º					
5º				3ºA	

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				6ºA	
2º		1ºA		6ºA	
3º		3ºA		2ºA	
4º		6ºA		3ºA	
5º		2ºA		1ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºC	9ºC	9ºB
2º		9ºB	9ºA	9ºA	9ºB
3º		9ºA	9ºA	9ºA	9ºC
4º		9ºB		9ºB	9ºC
5º		9ºC			

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB				6ºA
2º			9ºB		6ºB
3º	9ºA		6ºA		9ºB
4º	6ºB				7ºB
5º	7ºA		9ºB		7ºA

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºC		9ºA		9ºA
2º	9ºB		9ºC		9ºA
3º	9ºB	9ºC			
4º	9ºA	9ºC	9ºB		9ºB
5º	9ºA	9ºB			9ºC

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		2ºA	7ºB	2ºA	
2º		3ºA		3ºA	
3º		1ºA	9ºB	1ºA	9ºA
4º			9ºA	9ºA	
5º		7ºB		9ºB	9ºB

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					7ºA
3º					7ºA
4º		6ºB			6ºB
5º		7ºA			6ºB

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA		3ºA		
2º	1ºA		3ºA		1ºA
3º			2ºA		
4º					2ºA
5º	3ºA				3ºA

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB	6ºA			
2º	7ºB	9ºC			
3º	6ºB	6ºB			
4º	9ºC				
5º	9ºC	6ºB			

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º	3ºA				
3º	3ºA				
4º	2ºA				
5º	2ºA				

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA		7ºA		6ºB
2º	7ºA		7ºB		6ºA
3º					
4º	6ºA		6ºB		
5º	7ºB		7ºB		

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					3ºA
2º					
3º					1ºA
4º			2ºA		1ºA
5º			3ºA		2ºA

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA	9ºC		9ºA	
2º		7ºB			
3º		9ºB		9ºB	6ºB
4º		7ºA		6ºB	7ºA
5º				9ºC	7ºB

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º		2ºA			
3º				3ºA	
4º		3ºA		1ºA	
5º		1ºA		2ºA	

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				1ºA	
2º				1ºA	
3º					
4º					
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			6ºA		
2º			6ºA		
3º					
4º			1ºA		
5º			1ºA		

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºA		9ºB	9ºC
2º		9ºA		9ºB	
3º			7ºB	9ºC	7ºB
4º			7ºB	9ºC	
5º			9ºB	9ºA	

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º			7ºA		
3º		7ºA	7ºA		
4º			6ºA		
5º		6ºA	6ºA		

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ºA				
2º	2ºA				2ºA
3º	1ºA				3ºA
4º					
5º					1ºA

**APÊNDICE F** - Resultado da implementação do Modelo 1 desconsiderando hora-atividades

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB	7ºB	7ºB		
2º	7ºB	7ºB			
3º					
4º					
5º					

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9º C			
2º	9º C				
3º		9ºB			
4º	9º C				
5º	9ºB	9ºB			

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB		6ºB	6ºB	
2º	7ºA		6ºA	6ºA	
3º	6ºA		7ºA	7ºA	
4º	7ºA		6ºB	6ºB	
5º	6ºA		7ºA	6ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	1ºA		2ºA		
4º	3ºA		1ºA		
5º	2ºA		3ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9º C	7ºA			9º C
2º	9ºA	6ºB			6ºB
3º	9ºB	6ºA			9ºB
4º		7ºB			6ºA
5º	7ºA	9ºA			7ºB

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		2ºA			3ºA
2º		9ºA			9ºA
3º		1ºA			2ºA
4º		9ºA			
5º		3ºA			1ºA

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	3ºA	6ºA		1ºA
2º	6ºA	2ºA	6ºB		2ºA
3º	6ºB	6ºB	6ºB		6ºA
4º	1ºA	3ºA			3ºA
5º	6ºB	2ºA	6ºA		6ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				9º C	
2º				9º C	
3º					
4º				1ºA	
5º				1ºA	

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			7ºA		
2º			7ºA	7ºB	
3º	7ºA				
4º	7ºB		7ºB	7ºA	
5º	7ºB		7ºB	7ºA	

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			2ºA	3ºA	
2º			3ºA		
3º				2ºA	
4º				2ºA	
5º					

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		1ºA		2ºA	
2º		3ºA		1ºA	
3º		2ºA			
4º		6ºA		6ºA	
5º		6ºA		3ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºA	9ºA	9ºA
2º			9ºB	9ºB	9º C
3º			9º C	9ºA	9º C
4º			9ºB	9ºB	9ºA
5º			9º C	9º C	9ºB

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºB		
2º			7ºB	6ºB	6ºA
3º			9ºA	6ºA	7ºB
4º			7ºA		9ºB
5º			6ºB	9ºA	7ºA

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB		9º C		9ºB
2º	9ºB		9º C		9ºB
3º	9º C		9ºB		9ºA
4º	9ºA		9ºA		9º C
5º	9ºA		9ºA		9º C

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA			9ºB	7ºB
2º	2ºA			3ºA	
3º	9ºA			9ºB	3ºA
4º	9ºB			9ºA	1ºA
5º	1ºA			7ºB	2ºA

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					7ºA
2º					7ºA
3º		7ºA			6ºB
4º					6ºB
5º		6ºB			

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ªA		3ªA		
2º	1ªA		2ªA		
3º	3ªA		3ªA		
4º			2ªA		
5º	3ªA		1ªA		

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ªA	6ªB			
2º	6ªB	9º C			
3º	7ªB	9º C			
4º	6ªB	6ªB			
5º	9º C				

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ªA				
2º	3ªA				
3º	2ªA				
4º	2ªA				
5º					

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				6ªA	6ªA
2º				7ªA	7ªB
3º				7ªB	7ªA
4º				7ªB	7ªA
5º				6ªB	6ªB

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					2ªA
2º					3ªA
3º			1ªA		1ªA
4º			3ªA		
5º			2ªA		

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ªA		7ªA	6ªB
2º		7ªA			
3º		7ªB		6ªB	
4º		9ªB		9º C	7ªB
5º		9º C		9ªB	9ªA

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				1ªA	
2º				2ªA	
3º		3ªA		3ªA	
4º		2ªA			
5º		1ªA			

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º		1ªA			
3º					
4º		1ªA			
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º			6ºA		
4º			6ºA		
5º					

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºB		7ºB	
2º		9ºB	9ºA	9ºA	
3º		9ºA	7ºB	9º C	
4º		9º C	9º C		
5º		7ºB	9ºB		

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA	6ºA			
2º		6ºA			
3º					
4º	6ºA	7ºA			
5º		7ºA			

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					1ºA
3º				1ºA	
4º				3ºA	2ºA
5º				2ºA	3ºA

**APÊNDICE G** - Resultado da implementação do Modelo 1 considerando hora-atividades

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º				HA	
4º	7ºB	7ºB		7ºB	
5º		7ºB		7ºB	

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB				
2º	9º C				
3º	HA	9º C			
4º	9ºB	HA			
5º	9º C	9ºB			

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB	HA	6ºB	6ºB	
2º	7ºA	HA	6ºA	6ºA	
3º	6ºA	HA	HA	7ºA	
4º	6ºB	7ºA	6ºB	HA	
5º	6ºA	6ºA	7ºA	7ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	2ºA		1ºA		
4º	1ºA		3ºA		
5º	3ºA		2ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9º C	9ºB	6ºA
2º	9ºB		7ºB	HA	7ºA
3º	6ºB		7ºA	HA	HA
4º	9ºA		9ºA	6ºA	9º C
5º	7ºB			HA	6ºB

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA	3ºA			1ºA
2º	1ºA				2ºA
3º	9ºA	9ºA			HA
4º		HA			
5º	9ºA	HA			3ºA

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	2ºA	6ºA	2ºA	3ºA
2º	2ºA	6ºB	HA	HA	6ºA
3º	1ºA	6ºA	HA	HA	6ºB
4º	6ºA	3ºA	HA	3ºA	1ºA
5º	6ºB	6ºB	6ºB	HA	6ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				9º C	
2º				9º C	
3º				HA	
4º				1ºA	
5º				1ºA	

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA		7ºB		
2º	7ºB		7ºA	7ºA	
3º	7ºB			7ºB	
4º	HA		7ºA	7ºA	
5º	HA		7ºB	HA	

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			2ºA		
2º			3ºA		
3º			HA	2ºA	
4º				2ºA	
5º				3ºA	

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		6ºA	HA	1ºA	
2º		2ºA	HA	2ºA	
3º		HA		3ºA	
4º			1ºA		
5º		3ºA	6ºA	6ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9º C	HA	HA	9ºA
2º		HA	9ºB	9ºB	HA
3º		9ºB	9º C	9ºB	9º C
4º		9º C	9ºB	9ºA	9ºA
5º		9ºA	9ºA	HA	9º C

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB		7ºA	6ºA	7ºB
2º	6ºB			9ºA	HA
3º	9ºB		9ºA	HA	HA
4º	HA			6ºB	6ºA
5º	7ºA		9ºB		

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA	9ºA	HA		9º C
2º	9ºA	9ºA	9º C		9º C
3º	9º C	HA	9ºB		9ºA
4º	9º C	9ºB	HA		9ºB
5º	9ºB	HA	HA		9ºB

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºB	9ºA	HA	9ºB
2º			HA	3ºA	9ºA
3º		HA	7ºB	1ºA	HA
4º		1ºA		9ºB	7ºB
5º		2ºA	3ºA	9ºA	2ºA

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					6ºB
2º					6ºB
3º		7ºA			7ºA
4º		6ºB			7ºA
5º		HA			HA

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ºA		3ºA		
2º			2ºA		3ºA
3º	HA		2ºA		1ºA
4º	3ºA		HA		2ºA
5º	1ºA				HA

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				HA	
2º		9º C	6ºB	HA	
3º			6ºB	6ºB	
4º		6ºA	7ºB	HA	
5º		9º C	9º C	6ºB	

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	HA				
2º	3ºA				
3º	3ºA				
4º	2ºA				
5º	2ºA				

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		7ºB		7ºA	HA
2º		7ºB		6ºB	7ºB
3º		6ºB		6ºA	6ºA
4º		HA			
5º		7ºA		HA	7ºA

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					HA
2º					HA
3º			3ºA		2ºA
4º			2ºA		3ºA
5º			1ºA		1ºA

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9º C	6ºB		9ºA	7ºA
2º	HA	7ºA		7ºB	9ºB
3º				9º C	7ºB
4º	HA	HA			6ºB
5º	HA			9ºB	9ºA

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		1ºA		3ºA	
2º		HA		1ºA	
3º		3ºA			
4º		2ºA			
5º		HA		2ºA	

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º		1ºA			
3º		1ºA			
4º					
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º			6ºA		
4º			6ºA		
5º			HA		

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºB	7ºB	
2º		9ºB	9ºA	HA	
3º		7ºB	HA	9ºA	9ºB
4º		9ºA	9º C	9º C	HA
5º			HA	9º C	7ºB

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºA	7ºA			
2º	6ºA	6ºA			
3º	7ºA	HA			
4º	7ºA				
5º	HA				

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					2ºA
2º		3ºA			1ºA
3º		2ºA			3ºA
4º		HA			HA
5º		1ºA			

**APÊNDICE H** - Modelo 2 desconsiderando hora-atividade com *absolute optimality tolerance* 40

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				7ºB	
2º				7ºB	
3º	7ºB	7ºB			
4º		7ºB			
5º					

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9º C			
2º	9ºB				
3º					
4º	9ºB	9ºB			
5º	9º C	9º C			

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA	7ºA		6ºB	
2º	6ºA	6ºB		6ºA	
3º	6ºA	6ºB		7ºA	
4º	6ºB	7ºA		6ºB	
5º	7ºA	6ºA		6ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	2ºA		1ºA		
4º	3ºA		2ºA		
5º	1ºA		3ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB			6ºA	
2º	9º C		7ºB	6ºB	
3º	9ºA		9ºA	9ºB	
4º	7ºB		7ºA	9º C	
5º	6ºA		6ºB	7ºA	

17	Odaír				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		1ºA			
2º		9ºA			3ºA
3º		9ºA			9ºA
4º		2ºA			1ºA
5º		3ºA			2ºA

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	3ºA	6ºB		3ºA
2º	2ºA	2ºA			6ºA
3º	1ºA	3ºA	6ºA		2ºA
4º	6ºA	6ºB	6ºB		6ºB
5º	6ºB	1ºA	6ºA		6ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º					
4º			9º C		
5º			9º C		

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB	7ºB	7ºB	7ºA	
2º	7ºA	7ºA		7ºA	
3º			7ºA		
4º					
5º		7ºB		7ºB	

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			3ºA		
2º			2ºA		
3º				2ºA	
4º				2ºA	
5º				3ºA	

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				2ºA	
2º		3ºA		3ºA	
3º		1ºA		6ºA	
4º		6ºA		6ºA	
5º		2ºA		1ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºA	9º C	9ºB
2º			9ºB	9ºB	9ºA
3º			9º C	9º C	9º C
4º			9ºA	9ºB	9ºA
5º			9ºB	9ºA	9º C

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB				7ºB
2º	7ºB		6ºB		9ºB
3º	9ºB				6ºA
4º	9ºA				6ºA
5º	9ºA		7ºA		7ºA

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA	9ºB	9º C		
2º	9ºA	9ºB	9º C		
3º	9º C	9º C	9ºB		
4º	9º C	9ºA	9ºB		
5º	9ºB	9ºA	9ºA		

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		2ºA		3ºA	9ºA
2º		7ºB		9ºA	2ºA
3º		9ºB			1ºA
4º		1ºA		9ºA	3ºA
5º		9ºB		9ºB	7ºB

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					6ºB
2º					6ºB
3º				6ºB	7ºA
4º				7ºA	7ºA
5º					

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ºA		2ºA		
2º	1ºA		3ºA		
3º	3ºA		3ºA		
4º	1ºA				
5º	2ºA		2ºA		

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9º C	6ºB			
2º	6ºB	9º C			
3º	6ºB	6ºA			
4º		9º C			
5º	7ºB	6ºB			

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA				
2º	3ºA				
3º					
4º	2ºA				
5º	3ºA				

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			7ºA		6ºA
2º			7ºA		7ºA
3º			6ºB		7ºB
4º			6ºA		7ºB
5º			7ºB		6ºB

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					1ºA
2º					1ºA
3º			2ºA		
4º			3ºA		2ºA
5º					3ºA

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºA		9ºB	7ºA
2º				9º C	7ºB
3º		7ºA		9ºA	6ºB
4º				7ºB	9º C
5º				6ºB	9ºB

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º		1ºA		2ºA	
3º		2ºA		3ºA	
4º		3ºA		1ºA	
5º					

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				1ºA	
2º				1ºA	
3º					
4º					
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			6ºA		
2º			6ºA		
3º					
4º			1ºA		
5º			1ºA		

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºB	9ºA	9º C
2º			9ºA		9º C
3º			7ºB	7ºB	9ºB
4º			7ºB		9ºB
5º				9º C	9ºA

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºA	6ºA			
2º		6ºA			
3º	7ºA				
4º	7ºA				
5º		7ºA			

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					2ºA
2º					
3º				1ºA	3ºA
4º				3ºA	
5º				2ºA	1ºA

**APÊNDICE I** - Modelo 2 desconsiderando hora-atividade com *absolute optimality tolerance* 80

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º			7ºB		
4º	7ºB		7ºB		
5º	7ºB	7ºB			

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB	9º C			
2º	9º C				
3º					
4º		9º C			
5º	9ºB	9ºB			

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºA		7ºA	6ºB	
2º	6ºB		6ºA	6ºA	
3º	7ºA		6ºB	7ºA	
4º	6ºA		7ºA	6ºB	
5º	7ºA		6ºB	6ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	3ºA		1ºA		
4º	2ºA		2ºA		
5º	1ºA		3ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9º C	6ºA		6ºA	
2º		6ºB		6ºB	
3º	7ºB	7ºB		9ºB	
4º	9ºB	9ºA		9º C	
5º	9ºA	7ºA		7ºA	

17	Odaír				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				2ºA	1ºA
2º					9ºA
3º				1ºA	2ºA
4º				3ºA	9ºA
5º				9ºA	3ºA

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	2ºA	6ºA		3ºA
2º	2ºA	3ºA	6ºB		1ºA
3º	6ºB	3ºA	6ºA		6ºA
4º	1ºA	6ºB	6ºB		2ºA
5º	6ºB	6ºA			6ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9º C		
2º			9º C		
3º					
4º			1ºA		
5º			1ºA		

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA	7ºB	7ºB		
2º	7ºB	7ºB	7ºA		
3º		7ºA	7ºA		
4º	7ºA				
5º			7ºB		

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			2ºA		
2º			3ºA	3ºA	
3º				2ºA	
4º				2ºA	
5º					

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		3ºA		3ºA	
2º		6ºA			
3º		2ºA		6ºA	
4º		2ºA		6ºA	
5º		1ºA		1ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºA	9ºA	9º C	9ºB
2º		9ºB		9ºA	
3º		9º C	9ºA		9º C
4º		9ºB	9º C	9ºB	
5º		9ºA	9ºB	9º C	

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB		6ºB		
2º	9ºB		7ºB		6ºB
3º	9ºA				7ºA
4º	9ºA		9ºB		6ºA
5º	6ºA		7ºA		

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA		9ºB		9º C
2º	9ºA		9ºB		9º C
3º	9ºB		9º C		9ºA
4º	9º C		9ºA		9ºB
5º	9º C		9ºA		9ºB

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		1ºA		9ºA	7ºB
2º		9ºA		7ºB	2ºA
3º		9ºB			9ºB
4º		3ºA		1ºA	3ºA
5º		2ºA		9ºB	9ºA

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					7ºA
2º					7ºA
3º				6ºB	
4º				7ºA	6ºB
5º					6ºB

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ºA		3ºA		
2º	1ºA		2ºA		
3º	1ºA		2ºA		
4º	3ºA		3ºA		
5º	2ºA				

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB	6ºB			
2º	6ºA	9º C			
3º	9º C	6ºB			
4º	6ºB	7ºB			
5º		9º C			

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA				
2º	3ºA				
3º	2ºA				
4º					
5º	3ºA				

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				7ºA	6ºA
2º				7ºA	6ºA
3º				7ºB	6ºB
4º				7ºB	7ºA
5º				6ºB	7ºB

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					2ºA
2º					
3º			3ºA		3ºA
4º					1ºA
5º			2ºA		1ºA

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºB		7ºB	6ºB
2º				9ºB	7ºB
3º		9ºA		9º C	
4º		7ºA		9ºA	9º C
5º		6ºB			7ºA

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				1ºA	
2º		2ºA		2ºA	
3º		1ºA			
4º					
5º		3ºA		3ºA	

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º		1ºA			
3º					
4º		1ºA			
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º					
4º			6ºA		
5º			6ºA		

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º				9ºB	9ºA
2º			9ºA	9º C	9ºB
3º			9ºB	9ºA	7ºB
4º					7ºB
5º			9º C	7ºB	9º C

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		7ºA			
2º	7ºA	7ºA			
3º	6ºA	6ºA			
4º		6ºA			
5º					

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º				1ºA	3ºA
3º				3ºA	1ºA
4º					
5º				2ºA	2ºA

**APÊNDICE J** - Modelo 2 considerando hora-atividade com *absolute optimality tolerance* 100

1	Andréia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºB		HA		
2º	7ºB	7ºB			
3º			7ºB		
4º					
5º			7ºB		

15	Maria S.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºB	9ºB			
2º	9º C	HA			
3º		9º C			
4º	9ºB	HA			
5º	9º C				

2	Bernadete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºA	HA	7ºA	6ºB	
2º	HA	6ºA	6ºB	7ºA	
3º	7ºA	6ºB	7ºA	6ºA	
4º	6ºB	6ºA	HA	HA	
5º	7ºA	6ºB	HA	6ºA	

16	Mariane				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					
2º					
3º	2ºA		3ºA		
4º	3ºA		2ºA		
5º	1ºA		1ºA		

3	Bernardete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9º C	6ºB	7ºB		
2º	9ºA	9ºA	9ºB	9º C	
3º	9ºB	HA	6ºB		
4º	HA	HA	6ºA	7ºA	
5º	HA	6ºA	7ºA	7ºB	

17	Odair				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		2ºA		9ºA	9ºA
2º		3ºA		9ºA	2ºA
3º		HA			1ºA
4º		HA		3ºA	1ºA
5º				HA	

4	Cátia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	1ºA	HA	3ºA	HA	6ºB
2º	1ºA	2ºA	HA	6ºA	6ºA
3º	6ºB	6ºA	HA	HA	2ºA
4º	2ºA	6ºB	3ºA	6ºB	6ºA
5º	6ºA	3ºA	6ºB	HA	1ºA

18	Patricia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			1ºA		
2º			1ºA		
3º			HA		
4º			9º C		
5º			9º C		

5	Celiana				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	7ºA	7ºB		7ºA	
2º	HA	7ºA			
3º	7ºB	HA		7ºB	
4º	7ºA	7ºB		HA	
5º	7ºB	7ºA			

19	Postai				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			2ºA	3ºA	
2º			3ºA	HA	
3º				2ºA	
4º					
5º				2ºA	

6	Danicler				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			6ºA	1ºA	
2º				2ºA	
3º		3ºA	6ºA	3ºA	
4º		2ºA	HA	6ºA	
5º		HA	HA	1ºA	

20	Raquel				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		HA	9ºA	9º C	9ºB
2º		HA	9ºA	9ºB	9º C
3º		9ºB	9º C	9ºB	9ºB
4º		HA	HA	9ºA	9ºA
5º		9ºA	HA	9º C	9º C

7	Darcy				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	HA		HA		6ºA
2º	6ºB		7ºA		HA
3º	9ºA		9ºA		6ºA
4º	7ºB		6ºB	7ºB	HA
5º	9ºB		9ºB		7ºA

21	Regiane B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	9ºA	9º C	HA		HA
2º	9ºB	HA	9º C		HA
3º	9º C	HA	9ºB		9º C
4º	9º C	9ºA	9ºB		9ºB
5º	9ºA	9ºB	9ºA		9ºA

8	Derli				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			9ºB	2ºA	3ºA
2º		HA	2ºA	3ºA	9ºA
3º		HA	HA	9ºA	7ºB
4º			9ºA	1ºA	7ºB
5º		1ºA	HA	9ºB	9ºB

22	Regiane M.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					7ºA
2º					7ºA
3º				6ºB	HA
4º				HA	6ºB
5º				7ºA	6ºB

9	Donete				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	2ºA				HA
2º	3ºA				3ºA
3º	1ºA				HA
4º	1ºA		HA		3ºA
5º	3ºA		2ºA		2ºA

23	Sandra				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	6ºB	HA		7ºB	
2º	6ºA	6ºB		HA	
3º	HA				
4º		9º C		9º C	
5º	6ºB	9º C		6ºB	

10	Douglas				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	3ºA				
2º	2ºA				
3º	3ºA				
4º	HA				
5º	2ºA				

24	Simoni				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			6ºB	6ºA	7ºB
2º			7ºB	HA	7ºB
3º			HA	7ºA	6ºB
4º			7ºA		7ºA
5º			HA		6ºA

11	Irapoan				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					1ºA
2º					1ºA
3º			2ºA		HA
4º			HA		2ºA
5º			3ºA		3ºA

25	Sirlei				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º	HA	7ºA			HA
2º	HA	9º C		6ºB	6ºB
3º		9ºA			7ºA
4º	9ºA	9ºB		9ºB	9º C
5º	HA	7ºB			7ºB

12	Leticia				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		3ºA			
2º		HA		1ºA	
3º		2ºA		1ºA	
4º				2ºA	
5º		HA		3ºA	

26	Solange				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		1ºA			
2º					
3º					
4º		1ºA			
5º					

13	Liamara				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º			HA		
2º			6ºA		
3º			1ºA		
4º			1ºA		
5º			6ºA		

27	Thais				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		9ºA	9º C	9ºB	9º C
2º		9ºB	HA	7ºB	9ºB
3º		7ºB		9º C	9ºA
4º			7ºB		HA
5º			HA	9ºA	HA

14	Maria B.				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º		6ºA			
2º	7ºA	HA			
3º	6ºA	7ºA			
4º	6ºA	7ºA			
5º		HA			

28	Zaido				
Horário	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
1º					2ºA
2º		1ºA			
3º		1ºA			3ºA
4º		3ºA			HA
5º		2ºA			HA