

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE CONSTRUÇÃO CIVIL  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**CÁSSIO HENRIQUE MARANHÃO ANTUNIAZI**

**COMPARATIVO DE MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA DO  
CONCRETO APRESENTADOS NA NBR 6118 (2014) E NO  
ACI 209-R (2008)**

**TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

**PATO BRANCO  
2015**

CÁSSIO HENRIQUE MARANHÃO ANTUNIAZI

**COMPARATIVO DE MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA DO  
CONCRETO APRESENTADOS NA NBR 6118 (2014) E NO  
ACI 209-R (2008)**

Trabalho de conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a conclusão do curso de Engenharia Civil da universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Pato Branco.

Orientador: Prof<sup>ª</sup>. Dra. Paôla Regina Dalcanal

Coorientador: Prof. Msc. Paulo Cezar Vitorio Junior

PATO BRANCO

2015

# **TERMO DE APROVAÇÃO**

## **COMPARATIVO DE MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA DO CONCRETO APRESENTADOS NA NBR 6118 (2014) E NO ACI 209-R (2008)**

### **CÁSSIO HENRIQUE MARANHÃO ANTUNIAZI**

No dia 17 de novembro de 2015, às 14h45min, na sala de treinamento da Universidade Tecnológica Federal do Paraná, este trabalho de conclusão de curso foi julgado e, após arguição pelos membros da Comissão Examinadora abaixo identificados, foi aprovado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, conforme, Ata de Defesa Pública nº 26-TCC/2015

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. PAÔLA REGINA DALCANAL (DACOC/UTFPR-PB)

Co-Orientador: Prof. Msc. PAULO CÉZAR VITORIO JUNIOR (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 1 da Banca: Prof: Dr. GUSTAVO LACERDA DIAS (DACOC/UTFPR-PB)

Membro 2 da Banca: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. HELOIZA PIASSA BENETTI (DACOC/UTFPR-PB)

## DEDICATÓRIA

À Deus pelo dom da vida, aos meus pais, minha namorada, professores e amigos que me ajudaram a crescer profissional e pessoalmente.

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus por colocar em minha vida desafios que me fazem mais forte e me fazem saber que tenho muito o que aprender.

Aos meus pais Valdirene e Nilson. Não tenho como resumir o quão fundamental são em minha vida. Apenas um obrigado é muito pouco pelo que fizeram e fazem por mim.

À minha namorada Dâmaris que sempre me conforta nos momentos em que preciso com apoio, paciência e força.

Agradecimento especial ao Prof. Dr. Rogério Carrazedo com quem iniciei este trabalho e que mesmo à distância me ensinou e me ajudou a chegar nos objetivos desejados.

Aos meus orientadores Prof<sup>a</sup> Paôla Regina e Prof. Msc Paulo César pela ajuda, paciência e conhecimentos passados.

À banca examinadora, Prof. Dr. Gustavo Lacerda e Prof. Dr. Heloiza, que disponibilizaram seu tempo para poder contribuir com este trabalho.

Aos amigos pela força e companheirismo durante a graduação e que com certeza serão levados para toda a vida.

À todos meus sinceros agradecimentos.

## EPÍGRAFE

“Hoje, ainda almejamos saber por que estamos aqui e de onde viemos. O desejo profundo da humanidade pelo conhecimento é justificativa suficiente para nossa busca contínua.”

Stephen Hawking.

ANTUNIAZI, Cássio H. M. **Comparativo de modelos de previsão da fluência do concreto apresentados na NBR 6118 (2014) e no ACI 209-R (2008)**. 2015. 68 páginas. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2015.

## RESUMO

A fluência é um fenômeno deletério do concreto que é definido como sendo o aumento da deformação de um elemento estrutural quando submetido a uma tensão constante ao longo do tempo. Muitos são os fatores que influem no seu desenvolvimento, como a umidade, a temperatura e o tipo de cimento. Por ser um fenômeno dependente de vários fatores, ainda não foi possível se encontrar uma equação que consiga prever com exatidão a deformação por fluência de uma peça estrutural. Mas, existem alguns modelos de previsão propostos por normas internacionais e nacional. Assim, um dos objetivos desse estudo é comparar os modelos de previsão apresentados nas normas brasileira e americana, confrontando também a resultados experimentais. Também apresentar como os parâmetros supracitados interferem neste fenômeno. Outra questão abordada no trabalho é a utilização de modelagem numérica para prever o comportamento de estruturas de concreto, que para reproduzirem os fenômenos físicos necessitam de um modelo de previsão confiável. Diante disso, após verificar-se que o modelo de previsão americano fornece resultados mais próximos aos experimentais comparados, fez-se a implementação do mesmo em um aplicativo desenvolvido em linguagem Fortran utilizando o Método dos Elementos Finitos. Verificou-se que o aplicativo atendeu a necessidade de realizar a previsão com valores iguais ou muito próximos aos valores do modelo fornecidos com o uso de uma planilha eletrônica. E que dentre os fatores já citados a umidade é a que mais influencia na deformação por fluência, sendo que quanto maior a umidade menor a deformação.

**Palavras-chave:** NBR 6118/2014; ACI 209-R (2008); Fluência; Método dos Elementos Finitos.

ANTUNIAZI, Cássio H. M. **Comparison of the forecasting creep models in concrete that are presented in NBR 6118 (2014) and ACI 209-R (2008)**. 2015. 68 pages. Work Completion of course - Federal Technological University of Paraná. Pato Branco, 2015.

### **ABSTRACT**

Creep is a detrimental concrete phenomenon defined as the incremental deformation of a structural member when submitted to a constant tension over time. Many are the factors that influence its development, such as humidity, temperature and cement type. As a result of its multiple influential factors, an equation that can accurately predict the deformation of a structural element could not be found yet. But, there are some prediction models proposed by international and national standards. Therefore, one of the goals of this paper is compare the prediction models presented by American and Brazilian standards, both between themselves and with experimental results. Furthermore, present how the above parameters affect this phenomenon. Another issue considered on this paper is the using of numerical modelling to predict the behavior of the concrete structures, which needs a reliable prediction model to reproduce the physical phenomenon. After verify that the American prediction model provides the closest results to the experimental values, it was implemented in an application developed using Fortran and the Finite Element Method. After the implementation, it was verified whether the values predicted by the application were the same or closed to the ones given by the electronic spreadsheet. It could also be concluded that the humidity is the factor that more influences on creep deformation and how bigger the humidity is, smaller is the deformation.

**Keywords:** NBR 6118/2014; ACI 209-R (2008); Creep; Finite Element Method.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Deformação no tempo causada pela fluência .....	18
Figura 2: Influência do tipo de agregado na fluência.....	20
Figura 3: Influência da relação a/c na fluência .....	21
Figura 4: Influência da umidade relativa durante o carregamento na fluência do concreto.....	23
Figura 5: Influência da temperatura na fluência do concreto saturado em relação à fluência a 21°C. Corpos de prova curados à temperatura estabelecida desde 1 dia até carregamento a 1 ano. ....	24
Figura 6: Tensão constante x Idade .....	25
Figura 7: Deformação x Idade .....	26
Figura 8: Tensão x Deformação .....	26
Figura 9: Variação de $\epsilon_{ccf}$ .....	31
Figura 10: Corpo submetido a esforços.....	35
Figura 11: Sistema de coordenadas Locais .....	36
Figura 12: Comparativo entre NBR 6118, ACI 209-R e experimental .....	45
Figura 13: Comparativo entre NBR 6118, ACI 209-R (2008) e experimental .....	47
Figura 14: Comparativo com diferentes temperaturas – modelo NBR 6118/2014 ....	49
Figura 15: Comparativo com diferentes umidades – modelo NBR 6118/2014.....	50
Figura 16: Comparativo com diferentes umidades – Modelo ACI (2008) .....	50
Figura 17: Comparativo entre diferentes tipos de cimento – modelo NBR 6118/2014 .....	51
Figura 18: Exemplo a comparar com o aplicativo aprimorado RAA .....	56
Figura 19: Deformações com o passar do tempo.....	58

## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	OBJETIVO GERAL.....	13
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	13
1.3	JUSTIFICATIVA.....	14
1.4	METODOLOGIA.....	15
2.	FLUÊNCIA NO CONCRETO.....	17
2.1	EFEITOS DA FLUÊNCIA NA ESTRUTURA.....	18
2.2	FATORES QUE ATUAM NA FLUÊNCIA.....	19
2.2.1	Agregados e dosagem.....	19
2.2.2	Tensão e resistência.....	20
2.2.3	Propriedades do cimento.....	21
2.2.4	Adições e aditivos.....	22
2.2.5	Umidade relativa do ambiente.....	22
2.2.6	Geometria da peça.....	23
2.2.7	Temperatura.....	23
2.3	COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO FRENTE À FLUÊNCIA.....	25
3	MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA.....	27
3.1	AMERICAN CONCRETE INSTITUTE 209-R (2008).....	28
3.2	NORMA BRASILEIRA – NBR 6118 (2014).....	29
3.2.1	HIPÓTESES.....	30
4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF).....	34
4.1	PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS (PTV).....	34
5	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA.....	43
5.1.1	Exemplo 1.....	43
5.1.2	Exemplo 2.....	45

5.1.3	Variação de parâmetros .....	47
5.1.3.1	Variação da temperatura .....	48
5.1.3.2	Variação da umidade.....	49
5.1.3.3	Variando tipo de cimento.....	51
6	IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE PREVISÃO.....	52
6.1	VALIDAÇÃO E RESULTADOS.....	54
7	CONCLUSÃO .....	60
	REFERÊNCIAS.....	62
	Apêndice A.....	64

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, a maior parte das construções utiliza o concreto como material base das estruturas. O concreto por ser um material heterogêneo, necessita de cuidados durante suas etapas de execução para evitar patologias, fenômenos deletérios e garantir que suas características quando endurecido atendam as prescrições do projetista. Porém, com o mercado cada vez mais competitivo exigindo o aumento de produtividade das empresas, muitos dos procedimentos necessários, como adensamento, cura e escolha dos melhores agregados, não são realizados de maneira adequada.

Dentre os fenômenos deletérios possíveis em estruturas de concreto armado, a fluência, citada pela primeira vez em 1907 por Hatt, pode causar segundo Bazant (1975), o aumento da deflexão em vigas e a transferência gradual da carga do concreto para a armadura em pilares. No concreto massa, pode causar fissuração quando o concreto restringido sofre variação de temperatura devido as reações de hidratação. Em edifícios altos quando ocorre fluência diferencial entre os pilares internos e externos, pode causar movimentação e fissuração das divisórias.

Diante dos efeitos sobre as estruturas de concreto citados, pesquisadores estão estudando os fatores que ocasionam a fluência. Para Mehta e Monteiro (1994) a causa mais importante para a ocorrência da fluência é quando a pasta de cimento endurecida é submetida a um carregamento constante, o silicato de cálcio hidratado (C-S-H) perderá água fisicamente adsorvida e a pasta apresentará uma deformação, dependendo da magnitude e do tempo de aplicação da carga.

Porém, tanto Mehta e Monteiro (1994) como Neville (2013) acrescentam outros fatores que influem no desenvolvimento deste fenômeno, como materiais e dosagem, tensão e resistência, propriedades do cimento, adições e aditivos, umidade relativa do ambiente e geometria da peça.

Durante a fase de projeto é importante conhecer o comportamento da estrutura, principalmente o quanto esta deve e pode se deformar sem que ocorram mudanças em seu comportamento mecânico obedecendo os seus estados limites último e de serviço. Perante a necessidade de prever a deformação das estruturas devido à ação da fluência, foram elaboradas equações que tentam avaliar a

deformação, como as que são normatizadas pelas Normas Brasileira NBR 6118:2014 e American concrete Institute (ACI 209-R/ 2008).

Portanto, este trabalho intenciona entender o fenômeno da fluência e como os fatores citados influem na sua expansão. Busca-se também, comparar os modelos de previsão tanto entre eles como principalmente com resultados experimentais. E por fim aprimorar o aplicativo iniciado por Moraes e Ubaldo (2014) para o cálculo do deslocamento elástico inicial e devido a Reação álcali-agregado, inserindo o cálculo de deslocamento devido a fluência.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 aborda a questão da fluência no concreto, apresentando uma conceituação sobre fluência e sua divisão entre fluência básica e fluência por secagem, os fatores que influem no desenvolvimento do fenômeno e quais são mais importantes e o comportamento do concreto sob o efeito da fluência. No Capítulo 3 apresenta-se o Método dos Elementos Finitos utilizados na formulação do aplicativo. No Capítulo 4, discutem-se os modelos de previsão na NBR 6118:2014 e no ACI 209-R (2008) e apresenta-se como estes modelos são implementados. No Capítulo 7 apresentam-se os resultados obtidos com a comparação das normas e também com a variação de alguns parâmetros. No capítulo 6 apresentam-se os resultados e a validação da implementação do modelo de previsão no programa RAA. Por fim, no capítulo 7 tem-se a conclusão.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Comparar modelos de previsão de deformação por fluência do concreto constante em normas regulamentadoras e aprimorar o aplicativo RAA (Reação Álcali-Agregado) implementando o modelo de previsão que mais se aproxima de resultados experimentais.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Entender como o fenômeno fluência ocorre no concreto e quais são as variáveis envolvidas em sua ocorrência e desenvolvimento.

- Familiarizar-se com os modelos de previsão de fluência em concreto apresentados na NBR 6118 (2014) e no ACI 209R (2008), indicando as diferenças entre eles.
- Aprimorar o aplicativo RAA em linguagem Fortran, desenvolvido por Moraes e Ubaldo (2014) para previsão do deslocamento causado pela reação Álcalis Agregado, incluindo a verificação da fluência em peças estruturais de concreto por meio do modelo de previsão que mais se aproxima de resultados experimentais.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

O concreto é um material heterogêneo, sendo seu comportamento influenciado tanto por seus constituintes como o cimento e agregados, como pela dosagem dos materiais e pelo método como é misturado, lançado e curado. Diante desses fatores, podem surgir patologias no mesmo que afetam seu comportamento estrutural.

Uma causa de patologias que tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores é o fenômeno da fluência. Pouco se sabe sobre os principais fatores que realmente influem no mesmo, porém, seus efeitos na peça estrutural podem ser significativos. Podendo causar com o tempo deformações excessivas e conseqüentemente uma redistribuição de tensões levando ao colapso da estrutura.

Diante disso, a importância de se estudar as características da fluência bem como realizar análises estruturais decorrentes da ação deste fenômeno é grande, principalmente para a realização de projetos estruturais. Atualmente existem modelos de previsão da fluência normatizados, como o existente na NBR 6118 (2014) e na ACI 209R (2008). Desta maneira, é importante uma análise e comparação entre os modelos de previsão citados, visando mostrar qual destes apresentam os melhores resultados comparados com resultados experimentais.

A fim de aprofundar o estudo sobre fluência e seus modelos de previsão, busca-se desenvolver uma ferramenta computacional que modele o comportamento deste fenômeno no concreto, para explicar quais fatores interferem no seu desenvolvimento, com que intensidade e em que influenciam na estrutura. Por a fluência ser um fenômeno que depende do tempo, justifica-se no presente trabalho a utilização de métodos computacionais para a simulação deste fenômeno.

O desenvolvimento deste trabalho justifica-se também por criar uma base para que outras pesquisas sejam realizadas levando ao aperfeiçoamento da ferramenta computacional de análise comportamental do concreto, que ajudará na escolha do material para a confecção do mesmo e também como um modelo de previsão de deformações, dado importante para a análise do comportamento da estrutura.

#### 1.4 METODOLOGIA

Esta pesquisa tem o caráter quantitativo, pois faz a comparação entre si e com trabalhos experimentais, de valores de deformação devido à fluência provenientes de diferentes modelos de previsão.

Ainda, segundo a classificação apresentada por Gil (2002), pode-se definir este trabalho como uma pesquisa exploratória, devido a necessidade de conhecer melhor a fluência, descritiva, pois, descreve e detalha como este fenômeno ocorre e explicativa, pela necessidade de identificar, descrever e detalhar os fatores que influem no seu desenvolvimento. No que se refere a procedimentos técnicos, o entendimento da fluência se deu diante de uma pesquisa em material já elaborado consultado em livros e artigos científicos, caracterizando-a também como bibliográficos.

Neste trabalho foi implementado, no aplicativo RAA iniciado por Moraes e Ubaldo (2014), um modelo de previsão de deformação do concreto decorrente da fluência. O modelo foi escolhido por meio de uma pesquisa bibliográfica e exploratória para familiarizar-se com o fenômeno e entender os fatores que influem em menor ou maior grau no seu desenvolvimento, bem como pela comparação dos resultados fornecidos pelos modelos com resultados experimentais. Os modelos de previsão da deformação por fluência foram os do ACI 209R (2008), americano, e da NBR 6118:2014, brasileiro. Para comparação dos resultados, utilizou-se inicialmente uma planilha eletrônica para os cálculos e gráficos visando uma melhor visualização da variação dos resultados. Os modelos foram comparados com dados experimentais apresentados por Kataoka (2010). Após a comparação dos modelos, e a verificação do que apresenta resultados mais satisfatórios, faz-se a implementação do mesmo no aplicativo. Por fim, foram gerados exemplos com a finalidade de testar a eficiência do programa comparando os resultados das

deformações geradas pelo aplicativo com os obtidos utilizando-se a planilha eletrônica.



## 2. FLUÊNCIA NO CONCRETO

Segundo a NBR 8224 (1983), fluência é a deformação devida a um carregamento mantido constante ao longo do tempo. A deformação por fluência é determinada em certa idade, pela diferença entre a deformação total e a soma das deformações independentes da permanência do carregamento ao longo do tempo, a saber:

- a) Deformação imediata que ocorre no ato da aplicação do carregamento;
- b) Deformação autógena que ocorre ao longo do tempo de duração do ensaio de fluência.

Neville (2013, p. 212) define fluência como o aumento de deformação sob tensão mantida constante ao longo do tempo após terem sido consideradas outras deformações dependentes do tempo.

Segundo Mehta e Monteiro (1994) podem existir dois tipos de fluência, a fluência básica e a fluência por secagem.

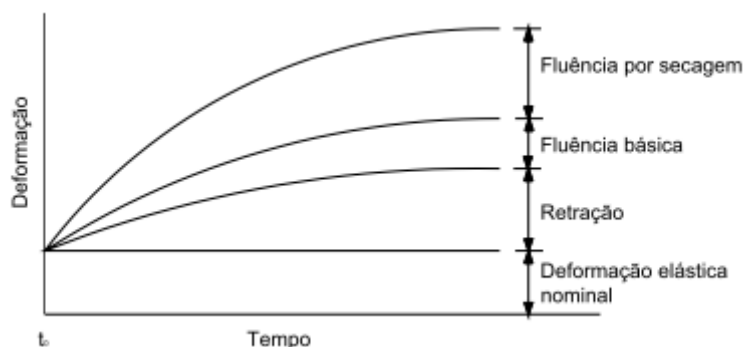
Mehta e Monteiro (2008) conceituam como fluência básica todo aumento de deformação ao longo do tempo com tensão constante em condições de umidade relativa de 100%. Esta condição geralmente surge em estruturas de grande porte onde a retração por secagem pode ser desprezada. A fluência por secagem é uma fluência adicional que ocorre quando a peça está sob carga e sob secagem.

A fluência total é dada pela soma da fluência básica e pela fluência por secagem (NEVILLE, 1997).

A estrutura ao ser carregada, sofre uma deformação instantânea dependente da velocidade de aplicação da carga relacionada à deformação elástica e também dependente da fluência. A fluência deveria ser medida como a deformação que excede a deformação elástica uma vez que o módulo de elasticidade aumenta com o passar do tempo e a deformação elástica decresce. Porém, em muitos casos essa definição não é seguida rigorosamente, sendo utilizada a definição de que a fluência é obtida como um acréscimo de deformação em relação à deformação elástica inicial, não havendo erros sérios (NEVILLE, 1997).

Segundo Neville (1997) em condições normais de carregamento, o elemento pode secar enquanto carregado, desta maneira deve ser considerada a retração como aditiva à deformação e assim “a deformação por fluência é calculada como a

diferença entre deformação total com o tempo do elemento carregado e a retração de um elemento semelhante conservado nas mesmas condições durante igual período de tempo”. A figura 1 mostra o gráfico que representa a deformação em relação ao tempo:



**Figura 1: Deformação no tempo causada pela fluência**  
**Fonte: Neville, 1997.**

Ao analisar a figura 1 e segundo KATAOKA (2010), quando a peça estrutural é solicitada mecanicamente, ocorre uma deformação elástica instantânea. Se esta mesma carga for mantida, a deformação aumentará. Porém, ao ser retirada a carga, ocorre uma recuperação elástica aproximadamente igual a deformação quando ocorreu o carregamento. Esta recuperação instantânea é seguida de uma recuperação da deformação causada pela fluência, no entanto, esta apesar de ser mais rápida do que o processo de fluência, não é total.

## 2.1 EFEITOS DA FLUÊNCIA NA ESTRUTURA

Segundo Araújo (2002) a fluência deve ser considerada sempre que sua influência na estrutura seja significativa quando comparada com as deformações iniciais causadas pelo carregamento inicial, ou seja, a deformação elástica. Todas as estruturas apresentam fluência, porém as estruturas de concreto massa e as estruturas em que a fluência afeta significativamente o desempenho da estrutura são mais relevantes.

Para Neville (1997) a fluência do concreto simples não tem efeito direto sobre a resistência, embora, sob tensões muito altas acelere a aproximação da

deformação limite à qual ocorre a ruptura, isso é válido somente quando a carga mantida é cerca de 85% ou 90% da carga aplicada.

Para Araújo (2002) a fluência pode levar a um aumento das flechas de lajes e vigas, perdas de protensão em estruturas de concreto protendido, aumento da curvatura de pilares devido à fluência, o que introduz momentos fletores adicionais.

Para as vigas carregadas, a fluência pode ocasionar o aumento da flecha e em vigas protendidas, a fluência reduz a capacidade dos cabos de suportarem os esforços de tração, comprometendo assim a função estrutural (NEVILLE, 1970).

No caso de pilares, a fluência faz com que seja transferida gradativamente a carga para a armadura. Em colunas em que o carregamento ocorre excêntrica, a fluência pode aumentar a deflexão levando à flambagem da peça (NEVILLE, 1997).

## 2.2 FATORES QUE ATUAM NA FLUÊNCIA

O concreto é um material heterogêneo, ou seja, em sua composição existem diversos materiais com composições químicas diferentes. Portanto, cada um destes materiais influencia em maior ou menor grau a fluência no concreto e na dosagem não é possível mudar um dos fatores sem influenciar em outro (IBRACON, 2005).

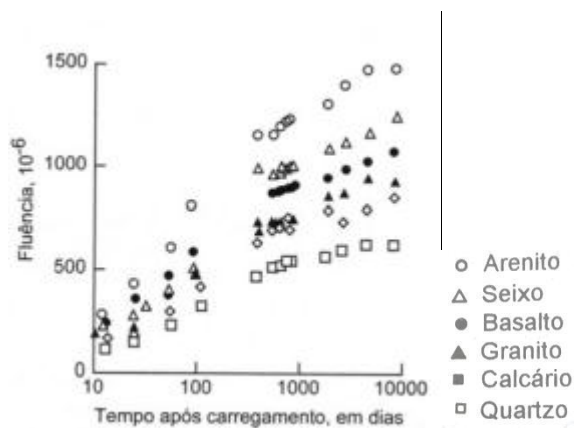
### 2.2.1 Agregados e dosagem

Segundo Neville (1997) é a pasta de cimento hidratado que apresenta fluência, uma vez que o agregado quando carregado não fica sujeito à fluência. Desta maneira, o agregado tem a função de conter a fluência, sendo o seu módulo de elasticidade a principal propriedade. Um pequeno aumento do teor de agregado (de 65% para 75%) pode reduzir a fluência em 10%.

Mehta e Monteiro (1994) partilham a mesma ideia e afirmam que quanto maior o volume de pasta, maior a fluência (figura 2).

Talvez a característica mais importante dos agregados seja o seu módulo de elasticidade, quanto maior o módulo de elasticidade menor será a deformação devido à fluência. Neville (2013, p. 216) diz que “quanto mais rígido for o agregado, menor a fluência”. A porosidade também é uma característica que pode influenciar, quanto mais poroso o material, menor é seu módulo de elasticidade e quanto mais

poroso facilita-se a absorção de umidade no interior do concreto, criando condições para a fluência por secagem (NEVILLE, 1997).



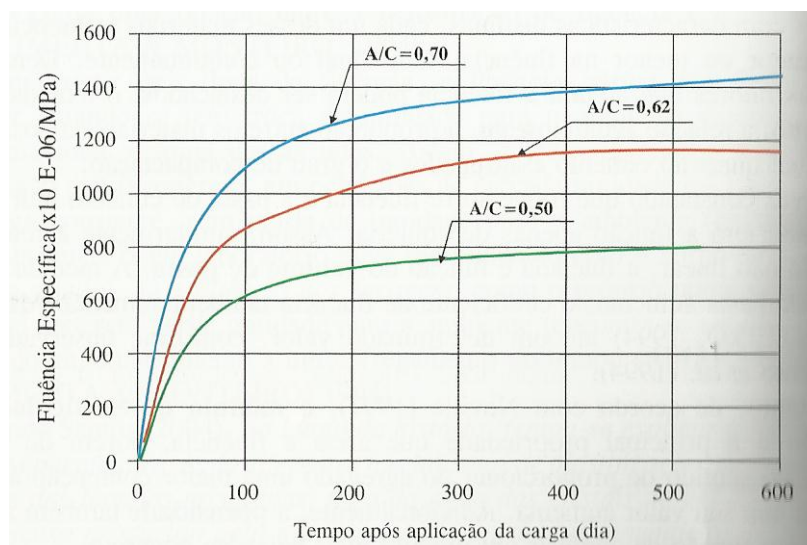
**Figura 2: Influência do tipo de agregado na fluência**  
**Fonte: Mehta e Monteiro, 2008.**

### 2.2.2 Tensão e resistência

Segundo Neville (1994, p. 453) a fluência é proporcional à tensão aplicada no elemento. Esta proporcionalidade existe até que não surjam microfissuras sérias, e é expressa em uma fração da resistência, estando entre 0,4 e 0,6 da resistência do concreto. Porém, esses valores podem variar de 0,3 até 0,75 (este se aplica a concretos de alta resistência). Estas frações não representam peças carregadas a idades muito pequenas.

Acima destes valores da fração da resistência, a relação entre tensão e fluência deixa de ser linear, a microfissuração contribui para a fluência e esta aumenta a uma velocidade crescente (NEVILLE, 2013).

A resistência à compressão do concreto tem efeito direto sobre a fluência, segundo Mehta e Monteiro (1994), a fluência é inversamente proporcional à resistência do concreto no momento da aplicação da carga. A relação água/cimento é o principal fator que influencia a porosidade e consequentemente a resistência à compressão do concreto, quanto menor a relação água cimento, maior a resistência e portanto, menor a fluência (figura 3).



**Figura 3: Influência da relação a/c na fluência**

Fonte: Neville, 1997.

### 2.2.3 Propriedades do cimento

Neville (1997, p. 455) e Mehta e Monteiro (1994, p. 99) afirmam que a fluência depende do tipo de cimento usado no momento da aplicação da carga, ou seja, quando comparada deformações devido à fluência, deve-se levar em consideração qual cimento foi usado.

Segundo Neville (1997, p. 455) quanto mais fino o cimento utilizado maior será a deformação por fluência nas primeiras idades, porém o concreto com este tipo de cimento apresenta fluência menor depois de carregados durante um ou dois anos. Isto se deve ao aumento rápido de resistência do cimento.

Mehta e Monteiro (1994, p. 99) afirmam que quando o elemento é carregado nas primeiras idades a fluência será menor quanto for maior a resistência inicial, ou seja, concretos de alta resistência inicial tem menor fluência nas primeiras idades. Neville (1997, p. 455) corrobora com Mehta e Monteiro colocando em ordem crescente os tipos de cimento que conferem maior fluência nas primeiras idades: alta resistência inicial, comuns e de baixo calor de hidratação.

Porém, Neville (1997, p. 455) diz que “para uma mesma relação tensão/resistência, no momento da aplicação da carga, a fluência é tanto menor quanto maior o aumento relativo da resistência além desse momento.” Desta maneira, a fluência aumenta com a seguinte ordem de cimento: baixo calor de hidratação, comuns e alta resistência inicial.

Foi visto anteriormente que quanto maior o volume de pasta (elemento que sofre a fluência) maior será a fluência, porém, foi visto também que a fluência é inversamente proporcional à resistência do concreto (resistência que é dada pela pasta). Desta maneira, Mehta e Monteiro (1994, p. 100) afirmam que após dados experimentais, conclui-se que o aumento na fluência devido à redução do volume de agregados é mais do que compensado pela redução de fluência devido o aumento da resistência do concreto.

#### 2.2.4 Adições e aditivos

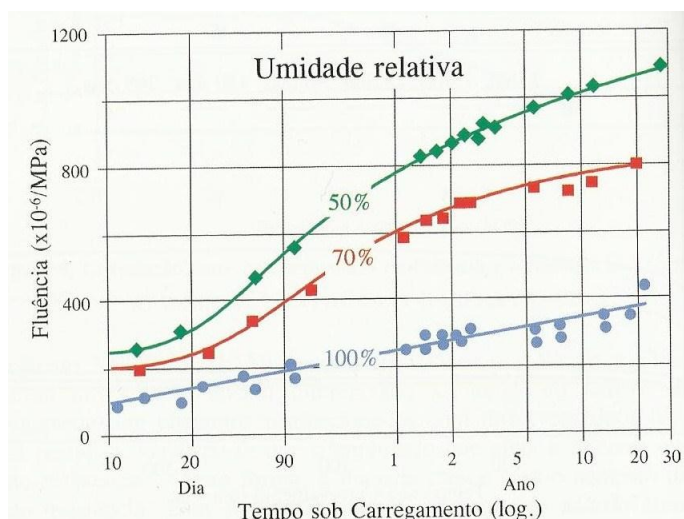
Tanto para Neville (1997, p. 456) como para Mehta e Monteiro (1994, p. 100) aditivos redutores de água e retardadores de pega, aumentam a fluência básica.

Adições como cloreto de cálcio, escória granulada e pozolanas tendem a aumentar o volume de poros finos no produto da hidratação do cimento, aumentando a fluência (MEHTA E MONTEIRO; 1994).

Segundo Neville(1997, p. 456) existem indicações de que os aditivos à base de lignossulfonatos resultam fluência maior do que aqueles à base de ácidos carboxílicos.

#### 2.2.5 Umidade relativa do ambiente

Para Neville (1997, p. 457) a umidade do ambiente que envolve a peça estrutural é um dos fatores externos mais importantes. Segundo o autor, para um mesmo concreto, quanto menor for a umidade relativa, maior será a fluência. Isto se deve ao fato de que quando a umidade do objeto é maior que a do ambiente existe uma tendência da água do interior sair da peça, conforme a figura 4, que ilustra este fato. Caso enquanto ocorre a secagem da peça, esta for submetida a um dado carregamento, aumentará a deformação por fluência. Porém, caso a peça tenha atingido o equilíbrio higroscópico antes de ser solicitada, a fluência é muito menor ou nenhuma.



**Figura 4: Influência da umidade relativa durante o carregamento na fluência do concreto.**

**Fonte: Troxell (APUD NEVILLE, 2013)**

### 2.2.6 Geometria da peça

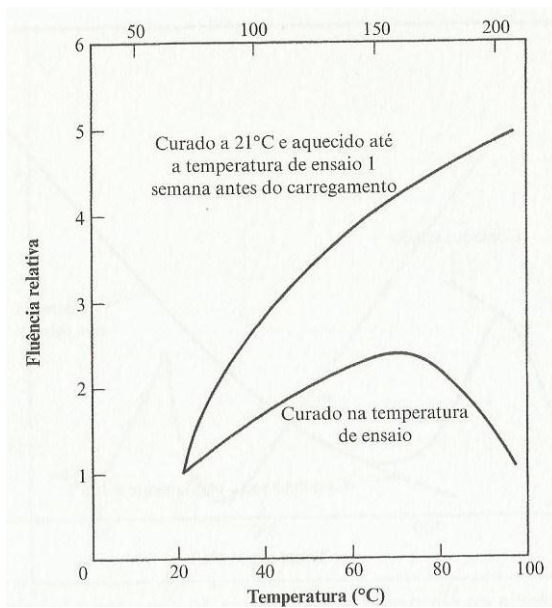
Neville (1997, p. 459) afirma que a fluência diminui com o aumento das dimensões do elemento. Para o autor isto se deve aos efeitos da retração e ao fato de que a fluência na superfície ocorre em condições de secagem e, portanto, é maior do que no interior do elemento.

Para Mehta e Monteiro (1994, p. 101) devido à resistência ao transporte da água do interior do concreto para a atmosfera, conclui-se que a fluência é maior em peças esbeltas.

### 2.2.7 Temperatura

Segundo Neville (1997) a fluência é diretamente proporcional à temperatura do ambiente. Isso ocorre devido à menor resistência do concreto a altas temperaturas aliada à perda da água adsorvida na superfície do gel.

Ensaio apresentados por Neville (2013) mostram que se o concreto é carregado e aquecido ao mesmo tempo, a fluência neste será maior comparada ao concreto que foi aquecido durante o período de cura e posteriormente foi carregado mostrado na figura 5, onde o eixo horizontal superior é p tempo em dias, mostrando até que idade os corpos de prova foram carregados.



**Figura 5: Influência da temperatura na fluência do concreto saturado em relação à fluência a 21°C. Corpos de prova curados à temperatura estabelecida desde 1 dia até carregamento a 1 ano.**

**Fonte: Neville, 2013**



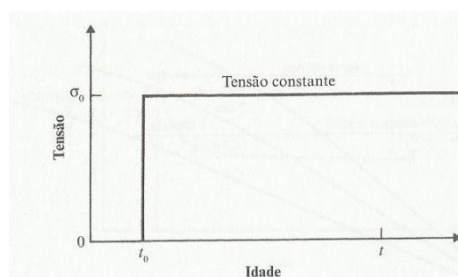
## 2.3 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CONCRETO FRENTE À FLUÊNCIA

Para NEVILLE (2013, p. 95) pode-se considerar o concreto como um material frágil devido à ruptura sob cargas de curta duração ocorrer com deformação relativamente baixa.

Domingues (2005) afirma que o comportamento do concreto só pode ser representado pela lei de Hooke até determinada tensão, pois a lei de Hooke só é válida na região de comportamento elástico do material. Tanto Mehta e Monteiro (1994) como Neville (2013) colocam essa tensão como sendo 30% da tensão de ruptura do concreto. Para Mehta e Monteiro (1994) abaixo desta tensão as fissuras da zona de transição continuam estáveis, portanto a curva de tensão x deformação continua sendo linear. Porém, com o aumento da tensão as microfissuras da zona de transição aumentam em comprimento, largura e número, levando a relação entre deformação x tensão de uma reta para uma curva. Mehta e Monteiro (1994) colocam que a tensão entre 50 a 60 % da carga última, começam a formar-se fissuras na matriz. Acima de 75 % o sistema de fissuras na zona de transição torna-se instável, aumentando as fissuras e fazendo com que a curva se incline consideravelmente para a horizontal. Esta não linearidade da relação tensão-deformação no concreto mostra a contribuição das microfissuras da zona de transição com a fluência (MEHTA E MONTEIRO, 1994). Para Neville (2013), o desenvolvimento de microfissuras e a fluência contribuem para a redistribuição das tensões localizadas para regiões de menores tensões.

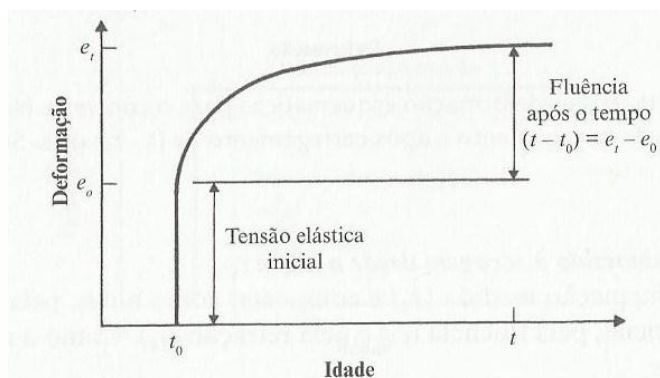
Neville (2013) realizou estudos sobre o comportamento da tensão e deformação em relação ao tempo de aplicação de carga.

A figura 6 mostra simplificadamente o conceito de fluência, que é o aumento da deformação submetida a uma tensão constante com o passar do tempo.



**Figura 6: Tensão constante x Idade**  
**Fonte: Neville, 2013.**

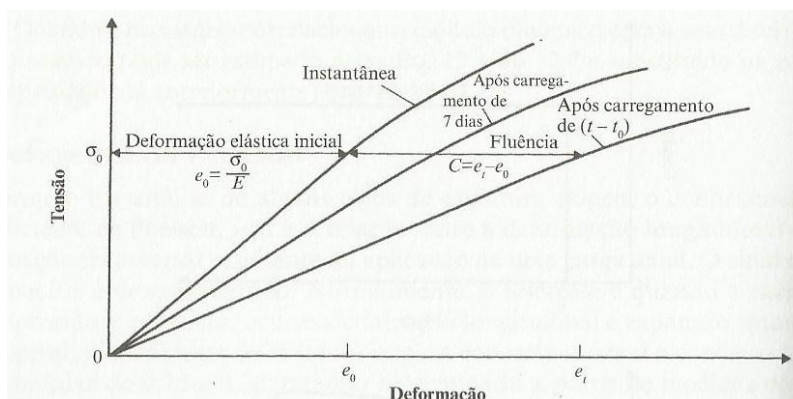
A figura 7 mostra o formato da curva da deformação em função do tempo devido a fluência. A tensão elástica inicial é o carregamento inicial da peça estrutural, e a fluência é considerada segundo Neville (2013) a partir deste momento.



**Figura 7: Deformação x Idade**

**Fonte: Nevelli, 2013.**

A figura 8 mostra o efeito da duração do carregamento constante. A curva “instantânea” representa a deformação do concreto no momento da aplicação da carga. Porém, com o passar do tempo, a deformação é maior para a mesma tensão aplicada e a partir de determinada tensão, a lei de Hooke deixa de representar o comportamento do concreto e diante disso o módulo de elasticidade do concreto deixa de ser definido pela relação tensão/deformação.



**Figura 8: Tensão x Deformação**

**Fonte: Neville, 2013.**

### 3 MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA

Segundo Bazant e Baweja (2000 apud L. T. KATAOKA, p. 47) como o concreto é resultado da interação de vários materiais, é difícil prever a deformação por fluência com exatidão. Porém, existem alguns modelos de previsão, utilizando-se neste trabalho as normas americana ACI (American Concrete Institute) 209R (2008) e a brasileira NBR 6118 (2014). Estes modelos apresentam uma série de dados de entrada apresentados na tabela 1 e possuem também limitações quanto a sua utilização (tabela 2).

**Tabela 1: Dados de entrada dos modelos**

<b>Parâmetros</b>	<b>ACI</b>	<b>NBR</b>
Tipo cimento	S	S
Umidade Relativa (%)	S	S
Idade carregamento/fim cura (dias)	S	S
Método de cura	S	
volume/superfície	S	
área/perímetro		S
Dimensões do CP (cm)	S	S
Secagem antes carregamento (dias)		
$f_{cmt0}$ (MPa)	S	S
$f_{ck}$ (MPa)		
$f_{cm28}$ (MPa)	S	S
$E_{cmt0}$ (MPa)	S	S
$E_{cm28}$ (MPa)	S	S
Resistência agregado		
Agregado miúdo (%)	S	
Abtaimento (mm)	S	S
Temperatura ©		S
Volume de ar (%)	S	
Tipo de agregado		S

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

Tabela 2: Limitações das normas

Dados	ACI	NBR
$f_{cm28}$ (MPa)	-	-
$f_{ck}$ (MPa)	-	15 a 90
agregado/cimento	-	-
tensão aplicada (%)	0-40	0-40
Consumo de cimento máximo(kg/m <sup>3</sup> )	-	300
água/cimento	-	-
umidade relativa (%)	40 a 100	40 a 100
tempo de cura úmida (dias)	>7	-

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010 (COM ADAPTAÇÕES).

### 3.1 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE 209-R (2008)

O coeficiente de fluência é definido pela equação (1), estando dentro das condições padrões de cura que são cura úmida e idade de carregamento de 7 dias:

$$\phi(t, t_0) = \frac{(t - t_0)^{0,6}}{10 + (t - t_0)^{0,6}} \cdot \phi(\infty, t_0) \quad (1)$$

Onde  $(t - t_0)$  é o tempo decorrido desde a aplicação de carga (dias)

O coeficiente de fluência último é calculado utilizando a equação (2):

$$\phi(\infty, t_0) = 2,35 \cdot \gamma_c \quad (2)$$

São necessários coeficientes para correção das condições fora do padrão:

$$\gamma_c = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 \cdot k_4 \cdot k_5 \cdot k_6 \quad (3)$$

Para idades de carregamento maiores que 7 dias:

Para cura úmida:

$$k_1 = 1,25 \cdot t_0^{-0,118} \quad (4)$$

Para cura a vapor:

$$k_1 = 1,13 \cdot t_0^{-0,094} \quad (5)$$

$$k_2 = 0,82 + 0,00264 \cdot S \quad (6)$$

Onde a variável  $S$  é o abatimento do concreto pelo tronco de cone (mm)

$$k_3 = 0,88 + 0,0024 \cdot \omega \quad (7)$$

Sendo:

$\omega$  a proporção de agregado miúdo no total de agregado em percentagem de massa (%).

$$k_4 = 0,46 + 0,09 \cdot ar > 1 \quad (8)$$

Em que  $ar$  é a percentagem de ar (%), caso este coeficiente for menor que 1, adota-se o valor 1.

$$k_5 = 1,27 - 0,0067 \cdot U \quad (9)$$

A variável  $U$  é a umidade relativa do ambiente dada em percentagem (%).

O coeficiente de espessura da peça pode ser calculado pelo coeficiente  $k_6$  ou  $k_7$ :

- **Método da espessura média**

Para espessura média entre 150 mm e 380 mm:

$$k_6 = 1,14 - 0,023 \cdot h \quad (10)$$

para  $(t-t_0) < 1$  ano

$$k_6 = 1,10 - 0,017 \cdot h \quad (11)$$

para  $(t - t_0) > 1$  ano

- **Método da relação volume superfície (V/S)**

$$k_7 = \frac{2}{3} \cdot \left[ 1 + 1,13 \cdot \exp\left(\frac{-0,0213 \cdot V}{S}\right) \right] \quad (12)$$

Módulo de elasticidade na idade de carregamento:

$$E_c(t_0) = 33 \cdot [w^3 - f_{cm}(t_0)]^{1/2} \quad (13)$$

### 3.2 NORMA BRASILEIRA – NBR 6118 (2014)

Segundo a NBR 6118 (2014) a deformação por fluência do concreto ( $\varepsilon_{cc}$ ) é composta de duas partes, uma rápida e outra lenta. A deformação rápida ( $\varepsilon_{cca}$ ) é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 horas após a aplicação da carga que a

originou. A deformação lenta é, por sua vez, composta por duas outras parcelas: a deformação lenta irreversível ( $\varepsilon_{ccf}$ ) e a deformação lenta reversível ( $\varepsilon_{ccd}$ ).

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} \quad (14)$$

$$\varepsilon_{c,tot} = \varepsilon_c + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_c * (1 + \varphi) \quad (15)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (16)$$

Onde:

$\varphi_a$ - é o coeficiente de deformação rápida;

$\varphi_f$ - é o coeficiente de deformação lenta irreversível;

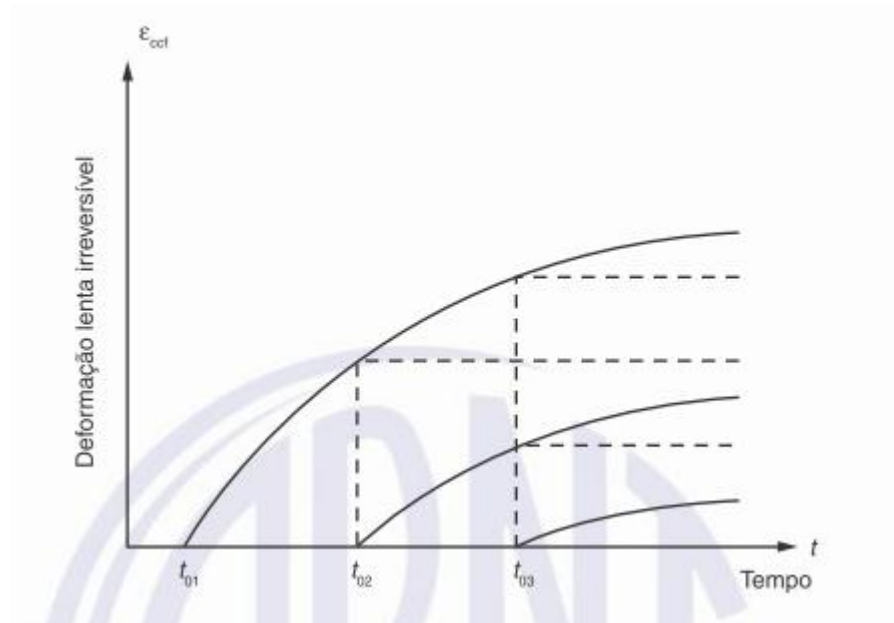
$\varphi_d$ - é o coeficiente de deformação lenta reversível.

### 3.2.1 HIPÓTESES

Para o cálculo dos efeitos da fluência, quando as tensões no concreto são as de serviço, admitem-se as seguintes hipóteses:

- a) A deformação por fluência  $\varepsilon_{cc}$  varia linearmente com a tensão aplicada;
- b) Para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem;
- c) A deformação rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente  $\varphi_a$  são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da carga e a resistência final;
- d) O coeficiente de deformação lenta reversível  $\varphi_d$  depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da carga;
- e) O coeficiente de deformação lenta irreversível  $\varphi_f$  depende de:
  - Umidade relativa do ambiente (U);
  - Consistência do concreto no lançamento;
  - Espessura fictícia da peça ( $h_{fic}$ );
  - Idade fictícia do concreto no instante ( $t_0$ ) da aplicação da carga;
  - Idade fictícia do concreto no instante considerado (t);
- f) Para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes às diferentes idades do concreto no

momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações, conforme a figura 9



**Figura 9: Variação de  $\epsilon_{ccf}$**

**Fonte: NBR 6118, 2014**

A deformação específica do concreto devido a fluência é dado pela seguinte equação:

$$\epsilon_{cc}(t, t_0) = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccd} + \epsilon_{ccf} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \cdot \varphi(t, t_0) \quad (17)$$

$E_{c28}$  é o módulo de deformação tangente inicial para  $j=28$  dias. Quando não conhecido, pode ser calculado de acordo com o item 8.2.8 da NBR 6118 (2014)

O coeficiente de fluência é dado pela equação (33):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} \cdot [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{da} \cdot \beta_d \quad (18)$$

Sendo  $t$  a idade fictícia do concreto no instante considerado (dias) e  $t_0$  a idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único (dias).

Para concretos de classe C20 à C45, o coeficiente de fluência rápida é dado pela equação (19):

$$\varphi_a = 0,8 \cdot \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right] \quad (19)$$

Quando a classe for entre C50 e C90:

$$\varphi_a = 1,4 \cdot \left[1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}\right] \quad (20)$$

Sendo  $\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$  a função do crescimento da resistência do concreto com a idade, definido pelo item 12.3 da NBR 6118 (2014):

$$\beta_1 = \exp\left\{S \cdot \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right]\right\} \quad (21)$$

$t$  é a idade relativa do concreto em dias e  $S$  é a variável dependente do tipo de cimento utilizado:

$S = 0,38$  para concreto de cimento CPIII e IV;

$S = 0,25$  para concreto de cimento CPI e II;

$S = 0,20$  para concreto de cimento CPV-ARI;

O coeficiente final de deformação lenta depende da classe do concreto. Para concretos de classe C20 à C45:

$$\varphi_{f_\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} \quad (22)$$

Para o concreto de classe C50 a C90:

$$\varphi_{f_\infty} = 0,45 \cdot \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c} \quad (23)$$

Onde:

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (24)$$

$h_{fic}$  é a espessura fictícia (cm). A espessura fictícia depende da umidade do ambiente ( $U$  em percentagem), da área da seção transversal ( $A_c$ ) e do perímetro da seção transversal em contato com o ar ( $u_{ar}$ );

$$h_{fic} = \gamma \cdot \frac{2 \cdot A_c}{u_{ar}} \quad (25)$$

$$\gamma = 1 + \exp * (-7,8 + 0,1 * U) \quad (26)$$

O coeficiente relativo à deformação lenta reversível é dado pela equação (27):

$$\beta_a(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (27)$$



O coeficiente relativo à deformação lenta reversível depende da espessura fictícia (aqui em metros) e do tempo (t em dias):

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + A \cdot t + B}{t^2 + C \cdot t + D} \quad (28)$$

$$A = 42h^3 - 350 \cdot h^2 + 588 \cdot h + 113 \quad (29)$$

$$B = 768 \cdot h^3 - 3060 \cdot h^2 + 3234 \cdot h - 23 \quad (30)$$

$$C = -200 \cdot h^3 + 13 \cdot h^2 + 1090 \cdot h + 183 \quad (31)$$

$$D = 7579 \cdot h^3 - 31916 \cdot h^2 + 35343 \cdot h + 1931 \quad (32)$$

## 4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)

O Método dos Elementos Finitos é uma técnica matemática que surgiu como possibilidade de resolução de problemas da teoria da elasticidade, tentando superar as dificuldades encontradas pelos métodos de Rayleigh-Ritz, Galerkin entre outros. Nestes métodos, muitas vezes era difícil de encontrar as funções aproximadoras que satisfizessem as condições de contorno (ASSAN, 2003).

O MEF, segundo Assan (2003, pg 57) é baseado no método de Rayleigh-Ritz e prevê a divisão do domínio de integração, contínuo, em um número finito de pequenas regiões denominadas *elementos finitos*.

O MEF tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores (AZEVEDO, 2003).

### 4.1 PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS (PTV)

Segundo Assan (2013), o Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV) tem como enunciado de que, ao aplicar deslocamentos virtuais a um corpo rígido em equilíbrio, o trabalho virtual realizado pelas forças e momentos externos que agem sobre ele é nulo.

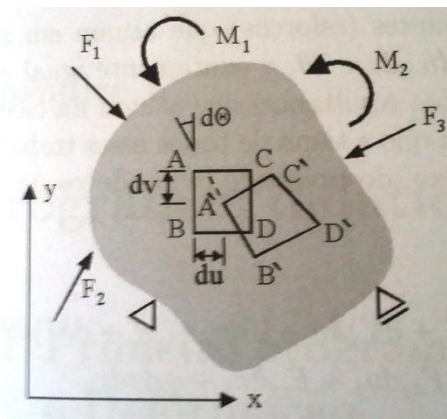
Ao considerar um corpo deformável em equilíbrio, submetido a forças e momentos, o trabalho virtual total é a soma do trabalho virtual realizado pelas ações com os deslocamentos de corpo rígido ( $\tau$ ) com o trabalho virtual realizado pelas ações e pelos esforços com os deslocamentos devidos às deformações.

$$T_{total} = \tau + \Gamma \quad (33)$$

Como o trabalho virtual ( $\tau$ ) é nulo, a equação (33) fica:

$$T_{total} = \Gamma \quad (34)$$

Ao impor deformações virtuais infinitesimais, o corpo sai de uma posição ABCD para uma segunda posição A'B'C'D' depois da deformação, como pode ser visto na figura (10).



**Figura 10: Corpo submetido a esforços**

**Fonte: Assan, (2003).**

O trabalho virtual das tensões resultantes que atuam em uma face do elemento é exatamente igual e de sinal oposto ao trabalho virtual das tensões resultantes que atuam na face do elemento diferencial do elemento vizinho, resultando em zero a soma de todos esses trabalhos.

Estendendo para todo o sólido o trabalho virtual decorrente das ações com os deslocamentos devidos às deformações:

$$T_{ext} = T_{total} = \int_{sólido} dT_{total} \quad (35)$$

Esse trabalho é chamado de trabalho externo.

Dessa maneira, a equação (33) define a igualdade entre o trabalho virtual externo e trabalho virtual interno:

$$T_{ext} = T_{int} \quad (36)$$

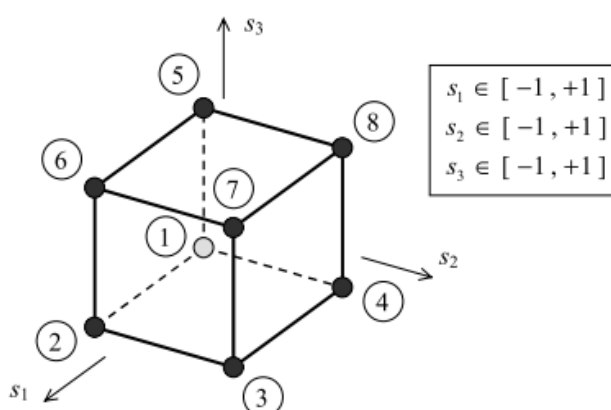
Portanto, Assan (2013) define PTV como: “imprimindo a um sólido deformável em equilíbrio deslocamentos virtuais, o trabalho virtual realizado pelas ações é igual ao trabalho virtual realizado pelos esforços.”

Azevedo (2003) corrobora com a equação (36) ao simplificar o princípio dos trabalhos virtuais na equação (37):

$$\int_V \delta \varepsilon^T \sigma dV = \int_L \delta u^T p dL \quad (37)$$

Sendo  $\delta\varepsilon$  as componentes de deformações,  $\sigma$  são as tensões,  $\delta u$  o campo de deslocamentos e  $p$  as ações. Ou seja, considerando-se um corpo submetido a ações de volumes e superfícies, com base nas equações de equilíbrio estático, a configuração do corpo é modificada por um conjunto de deslocamentos muito pequenos e compatíveis com as condições de contorno designadas deslocamentos virtuais. Onde a primeira parcela antes do sinal de igualdade representa a variação de energia de deformação do processo virtual, e a segunda representa a variação de energia decorrente da aplicação das ações relacionadas ao deslocamento virtual. O prefixo  $\delta$  indica que o processo é virtual.

O elemento utilizado foi um elemento cúbico com 8 nós e três graus de liberdade representado na figura 11.



**Figura 11: Sistema de coordenadas Locais**

**Fonte: Azevedo, 2003.**

A matriz de coordenadas cartesianas dos nós do elemento é definida da seguinte maneira:

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{81} & x_{82} & x_{83} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Para realizar as operações algébricas necessárias, dentre elas a integração numérica, emprega-se uma substituição de variáveis, ou uma transformação de coordenadas para um espaço por vezes chamado de adimensional, em que, suprimindo-se o segundo índice:

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow x_1(s_1, s_2, s_3) \\ x_2 \rightarrow x_2(s_1, s_2, s_3) \\ x_3 \rightarrow x_3(s_1, s_2, s_3) \end{cases} \quad (39)$$

Portanto, os valores das coordenadas ficam:

$$s = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} \\ s_{61} & s_{62} & s_{63} \\ s_{71} & s_{72} & s_{73} \\ s_{81} & s_{82} & s_{83} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 \\ -1 & +1 & -1 \\ -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \\ -1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \quad (40)$$

Sendo o elemento pertencente à família Lagrangeana, as funções de forma são:

$$\begin{cases} N_1(s_1, s_2, s_3) = (1 - s_1)(1 - s_2)(1 - s_3)/8 \\ N_2(s_1, s_2, s_3) = (1 + s_1)(1 - s_2)(1 - s_3)/8 \\ N_3(s_1, s_2, s_3) = (1 + s_1)(1 + s_2)(1 - s_3)/8 \\ N_4(s_1, s_2, s_3) = (1 - s_1)(1 + s_2)(1 - s_3)/8 \\ N_5(s_1, s_2, s_3) = (1 - s_1)(1 - s_2)(1 + s_3)/8 \\ N_6(s_1, s_2, s_3) = (1 + s_1)(1 - s_2)(1 + s_3)/8 \\ N_7(s_1, s_2, s_3) = (1 + s_1)(1 + s_2)(1 + s_3)/8 \\ N_8(s_1, s_2, s_3) = (1 - s_1)(1 + s_2)(1 + s_3)/8 \end{cases} \quad (41)$$

Já os deslocamentos nodais do elemento podem ser representados pelo vetor da equação (38) devido as ações representadas pelo vetor (F) da equação (38).

$$a = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{21} \\ a_{22} \\ a_{23} \\ \vdots \\ a_{81} \\ a_{82} \\ a_{83} \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_{13} \\ F_{21} \\ F_{22} \\ F_{23} \\ \vdots \\ F_{81} \\ F_{82} \\ F_{83} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Com os deslocamentos nodais (equação 42) e as funções de forma (equação 41), pode-se relacioná-las e encontrar o campo deslocamento:

$$u = N \cdot a \quad (43)$$

Escrito por meio das componentes, a interpolação do campo de deslocamentos fica sendo:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{18} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{28} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{38} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} \quad (44)$$

Assim como o campo de deslocamentos, as coordenadas dos nós também podem ser aproximadas pelas funções de forma:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{18} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{28} \\ x_{31} & x_{32} & \cdots & x_{38} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{bmatrix} \quad (45)$$

No caso geral tridimensional, a relação entre o campo das deformações e o campo dos deslocamentos é:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (46)$$

De modo simplificado:

$$\varepsilon = L \cdot u \quad (47)$$

Como o campo de deslocamentos é dado por (43), substituindo na equação (47):

$$\varepsilon = L \cdot N \cdot a \quad (48)$$

Sendo:

$$B = L \cdot N \quad (49)$$

A equação (49) em forma matricial fica:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial x_3} & \frac{\partial}{\partial x_2} \\ \frac{\partial}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial}{\partial x_1} \\ \frac{\partial}{\partial x_2} & \frac{\partial}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix} \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & 0 & \dots & N_8 & 0 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & & 0 & N_8 & 0 \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & & 0 & 0 & N_8 \end{array} \right] \quad (50)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x_3} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} & 0 & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x_3} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & 0 & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & 0 \end{bmatrix} \quad (51)$$

As funções de formas estão escritas no espaço adimensional definido por  $(S_1, S_2 \text{ e } S_3)$ , enquanto que o operador diferencial  $L$  é escrito no espaço euclidiano. Pode-se relacioná-los da forma apresentada na equação (52):

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_3}{\partial x_1} & \frac{\partial N_3}{\partial x_2} & \frac{\partial N_3}{\partial x_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial N_8}{\partial x_1} & \frac{\partial N_8}{\partial x_2} & \frac{\partial N_8}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial s_1} & \frac{\partial N_1}{\partial s_2} & \frac{\partial N_1}{\partial s_3} \\ \frac{\partial N_2}{\partial s_1} & \frac{\partial N_2}{\partial s_2} & \frac{\partial N_2}{\partial s_3} \\ \frac{\partial N_3}{\partial s_1} & \frac{\partial N_3}{\partial s_2} & \frac{\partial N_3}{\partial s_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial N_8}{\partial s_1} & \frac{\partial N_8}{\partial s_2} & \frac{\partial N_8}{\partial s_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial s_2} & \frac{\partial x_1}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial s_1} & \frac{\partial x_2}{\partial s_2} & \frac{\partial x_2}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial s_1} & \frac{\partial x_3}{\partial s_2} & \frac{\partial x_3}{\partial s_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial x_8}{\partial s_1} & \frac{\partial x_8}{\partial s_2} & \frac{\partial x_8}{\partial s_3} \end{bmatrix}^{-1} \quad (52)$$

E de forma matricial como na equação (53):

$$\frac{\partial N}{\partial x} = \frac{\partial N}{\partial s} \cdot J^{-1} \quad (53)$$

Onde  $J^{-1}$  é a matriz inversa da matriz Jacobiana ( $J$ ), que é formada pelas derivadas parciais de primeira ordem, que relacionam a mudança de variáveis. Em casos tridimensionais essa matriz é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial s_2} & \frac{\partial x_1}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial s_1} & \frac{\partial x_2}{\partial s_2} & \frac{\partial x_2}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial s_1} & \frac{\partial x_3}{\partial s_2} & \frac{\partial x_3}{\partial s_3} \end{bmatrix} \quad (54)$$

A matriz Jacobiana pode ser obtida a partir da matriz de coordenadas cartesianas:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial s_1} & \frac{\partial x_1}{\partial s_2} & \frac{\partial x_1}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_2}{\partial s_1} & \frac{\partial x_2}{\partial s_2} & \frac{\partial x_2}{\partial s_3} \\ \frac{\partial x_3}{\partial s_1} & \frac{\partial x_3}{\partial s_2} & \frac{\partial x_3}{\partial s_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{18} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{28} \\ x_{31} & x_{32} & \dots & x_{83} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x_1} & \frac{\partial N_1}{\partial x_2} & \frac{\partial N_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_2}{\partial x_1} & \frac{\partial N_2}{\partial x_2} & \frac{\partial N_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial N_8}{\partial x_1} & \frac{\partial N_8}{\partial x_2} & \frac{\partial N_8}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (55)$$

De modo compacto:

$$J = x^T \cdot \frac{\partial N}{\partial s} \quad (56)$$

Após ter sido definido o campo de deslocamentos e deformações, quando o material é isotrópico, pode-se relacionar tensões e deformações como apresentado na equação (57):

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_1 & C_2 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & C_2 & C_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{21} \end{bmatrix} \quad (57)$$

Onde:



$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{E \cdot (1 - \nu)}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \\
C_2 &= \frac{E \cdot \nu}{(1 + \nu) \cdot (1 - 2\nu)} \\
C_3 &= \frac{E}{2 \cdot (1 + 2\nu)}
\end{aligned} \tag{58}$$

O número de componentes de  $\sigma$  e  $\varepsilon$  é 6, podendo escrever-se de um modo mais compacto:

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \tag{59}$$

A matriz de elasticidade  $D$  depende do módulo de Young ( $E$ ) e do coeficiente de Poisson ( $\nu$ ).

Substituindo as equações (48) e (49) na equação (37), tem-se:

$$\int_V \delta u^T B^T \sigma dV = \int_S \delta u^T p dS \tag{60}$$

Como o presente trabalho é o incremento do aplicativo iniciado por Moraes e Ubaldo (2014), o campo das deformações totais será dado por:

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_{fluência} \tag{61}$$

Onde  $\varepsilon_e$  são as deformações elásticas e  $\varepsilon_{fluência}$  são as deformações devidas à fluência.

$$\int_V \delta u^T [B^T D B a + B^T D \varepsilon_{fluência}] dV = \int_S \delta u^T N^T p dS \tag{62}$$

Como os deslocamentos nodais não dependem das variáveis  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ ,  $\delta u^T$  e  $a$  passam para fora da integral:

$$\delta u^T \left[ \int_V B^T D B dV \right] a + \delta u^T \int_V B^T D \varepsilon_{fluência} dV = \delta u^T \int_S N^T p dS \tag{63}$$

Segundo o P.T.V., a equação (63) é válida para qualquer conjunto de deslocamentos virtuais, concluindo-se que:

$$\left[ \int_V B^T D B dV \right] a + \int_V B^T D \varepsilon_{fluência} dV = \int_S N^T p dS \tag{64}$$

A primeira parcela é chamada de matriz de rigidez  $K$ , a segunda é a força provocada pela deformação proveniente da fluência  $F_{fluência}$  e a última parcela são as forças aplicadas no contorno do corpo ( $F_E$ ).

$$K = \int_V B^T D B dV \quad (65)$$

$$F_{fluência} = \int_V B^T D \varepsilon_{fluência} dV \quad (66)$$

$$F_E = \int_S N^T p dS \quad (67)$$

Substituindo as variáveis:

$$K = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B^T D B J dS_1 dS_2 dS_3 \quad (68)$$

$$F_{fluência} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} B^T D \varepsilon_{fluência} J dS_1 dS_2 dS_3 \quad (69)$$

Levando ao sistema de equações:

$$Ka = F_E - F_{fluência} \quad (70)$$

Em que  $a$  é o vetor de deslocamentos nodais a ser determinada, e única incógnita do sistema.

## 5 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE PREVISÃO DA FLUÊNCIA

Buscando cumprir o objetivo de familiarizar-se com os modelos, foram feitos dois exemplos de aplicação dos modelos de previsão das deformações incluindo os efeitos da fluência, comparando os resultados obtidos com dados experimentais disponíveis. Como já citado, a fluência é um fenômeno que se desenvolve com o passar do tempo. Portanto, em virtude da indisponibilidade deste recurso, buscou-se dados experimentais já realizados e publicados em trabalhos técnicos.

Esta etapa da pesquisa se desenvolveu usando os dados experimentais de Kataoka (2010). Empregando-se no modelo os valores de traço, características do concreto fresco e endurecido. Nesta etapa, optou-se por empregar uma planilha eletrônica para as simulações visando facilidade e nos cálculos.

Os exemplos 1 e 2 que estão apresentados neste capítulo foram feitos em virtude da disponibilidade de dados experimentais (disponíveis em KATAOKA, 2010) e por ser etapa importante na escolha do melhor modelo de previsão.

### 5.1 DADOS EXPERIMENTAIS

Kataoka (2010) realizou os ensaios de previsão da deformação por fluência seguindo a norma NBR 8224 (1983). O corpo de prova possui dimensões de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura

Os corpos de prova foram mantidos em câmara úmida controlada onde foram mantidas a temperatura e umidade relativa constantes de 23°C e 60% respectivamente.

Nos dois exemplos, o carregamento teve início aos 7 dias de idade e cessou aos 91 dias.

#### 5.1.1 Exemplo 1

Nas tabelas (3), (4) e (5) são apresentados o traço do concreto utilizado, as propriedades do concreto fresco e as propriedades do concreto endurecido, segundo exemplo realizado por Kataoka (2010).

**Tabela 3: Materiais e quantidades utilizadas**

Componentes	Traço 1
cimento (kg/m <sup>3</sup> )	225
Areia de Brita (kg/m <sup>3</sup> )	487
Areia de quartzo (kg/m <sup>3</sup> )	394
Brita 0 (kg/m <sup>3</sup> )	157
Brita 1 (kg/m <sup>3</sup> )	911
Água (kg/m <sup>3</sup> )	225
Aditivo polifuncional (kg/m <sup>3</sup> )	1,797
Fck (Mpa)	20
a/c (kg/kg)	0,78
Traço	1:3,92:4,75:0,78

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

**Tabela 4: Dados do concreto fresco**

Ar aprisionado (%)	2,9
Abatimento (mm)	119
Peso específico (kg/cm <sup>3</sup> )	2320

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

**Tabela 5: Propriedades do concreto endurecido**

Idade	7	28	63	91
Resistência média a compressão (Mpa)	21,6	28,2	32,4	32,2
Módulo de elasticidade (Gpa)	21,2	28,7	27,2	28,5

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

O procedimento para encontrar os valores apresentados acima, está detalhado no trabalho de Kataoka (2010) e atendem as especificações da norma NBR 8224 (1983).

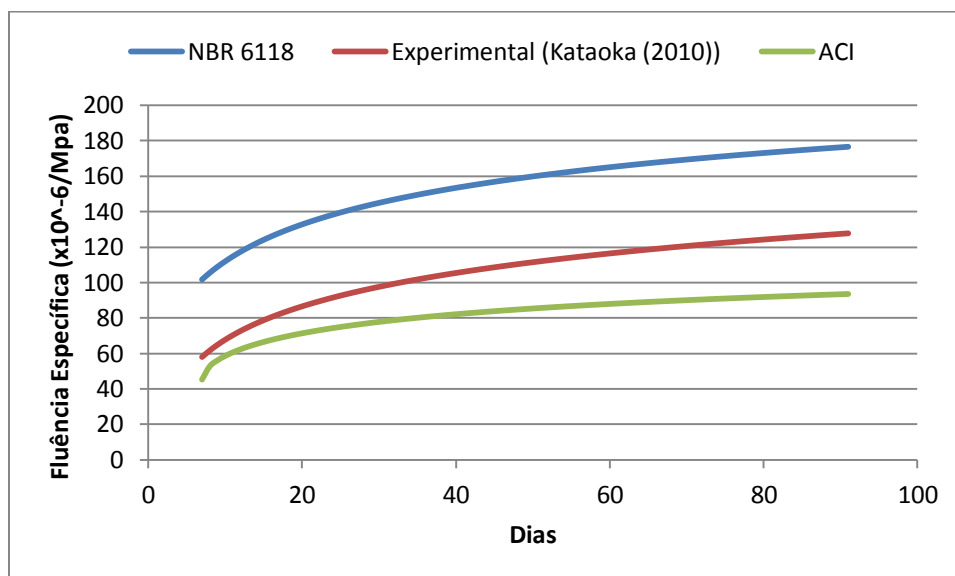
Após a execução dos ensaios, os valores de fluência específica gerados foram apresentados em forma de gráfico, reproduzido na figura (14).

A equação (72) representa a fluência específica dos dados experimentais foi apresentada por Kataoka (2010):

$$y = -117,51 \cdot \ln(x) - 21,843 \quad (71)$$

A variável  $x$  representa os dias e  $y$  é a deformação por fluência por secagem.

A figura (12) mostra a comparação da norma brasileira NBR 6118:2014, ACI 209-R (2008) e experimental.



**Figura 12: Comparativo entre NBR 6118, ACI 209-R e experimental**

**Fonte: Autor, 2015.**

Analisando a figura (12) percebe-se que a norma brasileira apresenta valores superiores em relação aos dados experimentais e apresenta desenvolvimento semelhante à curva dos dados experimentais. A norma americana apresenta valores inferiores, porém os valores da norma americana estão mais próximos dos experimentais. Percebe-se também que a norma americana possui uma inclinação menor quando comparada à curva experimental.

### 5.1.2 Exemplo 2

Nas tabelas (6), (7) e (8) são apresentados o traço do concreto utilizado, as propriedades do concreto fresco e as propriedades do concreto endurecido, segundo exemplo realizado por Kataoka (2010).

**Tabela 6: Materiais e quantidades utilizadas**

Componentes	Traço 2
cimento (kg/m <sup>3</sup> )	280
Areia de Brita (kg/m <sup>3</sup> )	460
Areia de quartzo (kg/m <sup>3</sup> )	372
Brita 0 (kg/m <sup>3</sup> )	157
Brita 1 (kg/m <sup>3</sup> )	911
Água (kg/m <sup>3</sup> )	164
Aditivo polifuncional (kg/m <sup>3</sup> )	1,957
Fck (Mpa)	30
a/c (kg/kg)	0,56
Traço	1:2,97:3,81:0,59

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

**Tabela 7: Propriedades concreto fresco.**

Ar aprisionado (%)	3,9
Abatimento (mm)	132
Peso específico (kg/cm <sup>3</sup> )	2362

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

**Tabela 8: Propriedades concreto endurecido**

Idade	7	28	63	91
Resistência média a compressão (Mpa)	26,2	33,3	35,6	38,1
Módulo de elasticidade (Gpa)	26,8	29,8	30,7	33,9

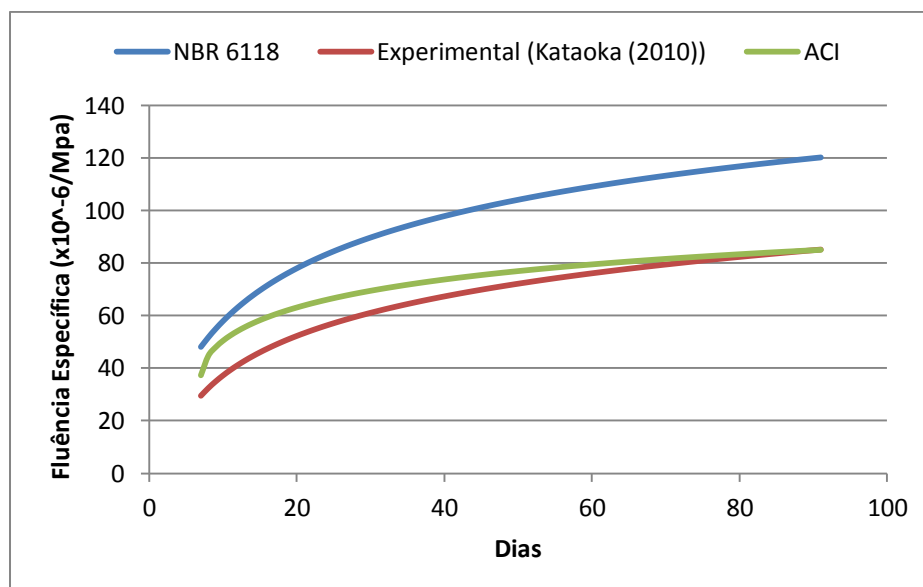
Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

Novamente os resultados são apresentados em forma de gráfico, reproduzido na figura (15). A equação (73) representa a fluência específica dos dados experimentais presentes na figura (13), esta equação foi apresentada por Kataoka (2010):

$$y = 227,42 \cdot \ln(x) - 133,34 \quad (72)$$

A variável  $x$  representa os dias e  $y$  é a deformação por fluência por secagem.

A figura (13) mostra a comparação da norma brasileira NBR 6118:2014, ACI 209-R (2008) e experimental. Os cálculos de fluência específica da NBR 6118 e ACI 209-R (2008) estão detalhados no APÊNDICE A.



**Figura 13: Comparativo entre NBR 6118, ACI 209-R (2008) e experimental**  
**Fonte: Autor, 2015.**

Assim como no exemplo anterior, a norma brasileira apresenta valores superiores ao experimental e como no exemplo anterior a inclinação da curva se assemelha à curva dos dados experimentais. Porém, a norma americana apresentou valores muito mais próximos dos dados experimentais embora apresente inclinação diferente.

Analisando os dois exemplos, embora a norma americana não possuía o mesmo desenvolvimento da previsão, ela apresenta valores mais próximos aos dados experimentais em relação a norma brasileira. Desta maneira, optou-se pelo modelo de previsão ACI 209-R (2008) para ser implementado no aplicativo RAA.

### 5.1.3 Variação de parâmetros

Após comparar as normas com os valores experimentais, variaram-se alguns parâmetros a fim de comprovar como determinados parâmetros afetam o desenvolvimento da fluência.

Entre os fatores que mais interferem no desenvolvimento da fluência citados por autores, está a temperatura, umidade e tipo de cimento.

Nos próximos exemplos desse capítulo, todos os dados se mantiveram constantes, exceto o parâmetro que se queria analisar. As variações utilizaram como idade inicial de carregamento 7 dias e idade final de 1800 dias com corpo de prova de dimensões de 15 cm de diâmetro e 30 cm de altura.

**Tabela 9: Propriedades do concreto fresco**

Ar aprisionado (%)	3,9
Abatimento (mm)	132
Peso específico (kg/cm <sup>3</sup> )	2362

Fonte: L. T. KATAOKA, 2010

Para realizar a comparação, foi assumido que será variado um parâmetro por vez. Quando determinado item não for variado ele assumirá os seguintes valores:

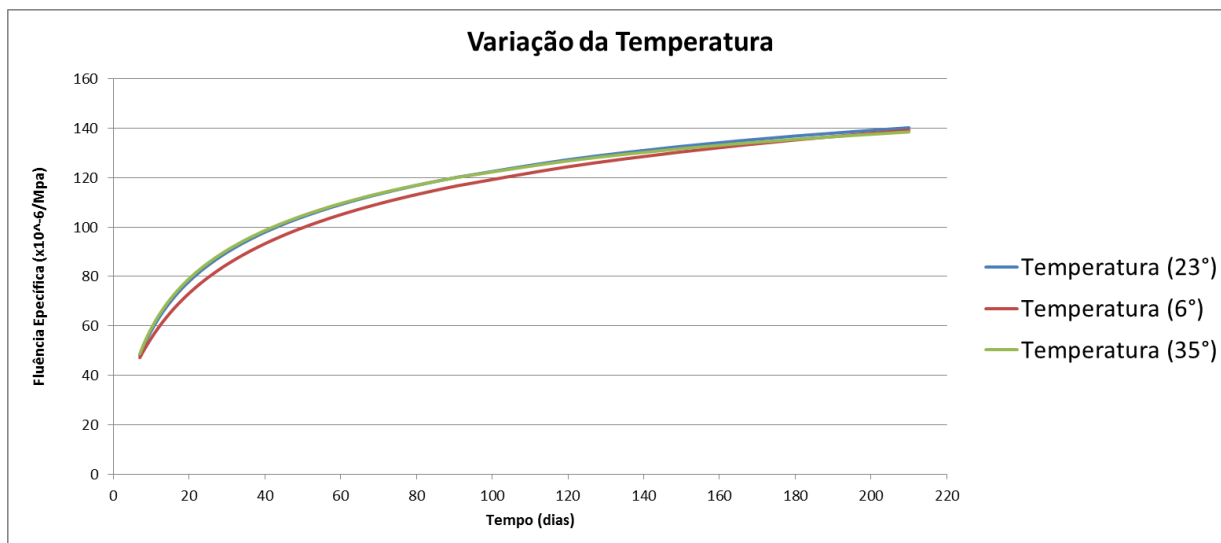
Temperatura (°C)	23
Umidade Relativa (%)	60
Tipo de cimento	CP II

#### 5.1.3.1 Variação da temperatura

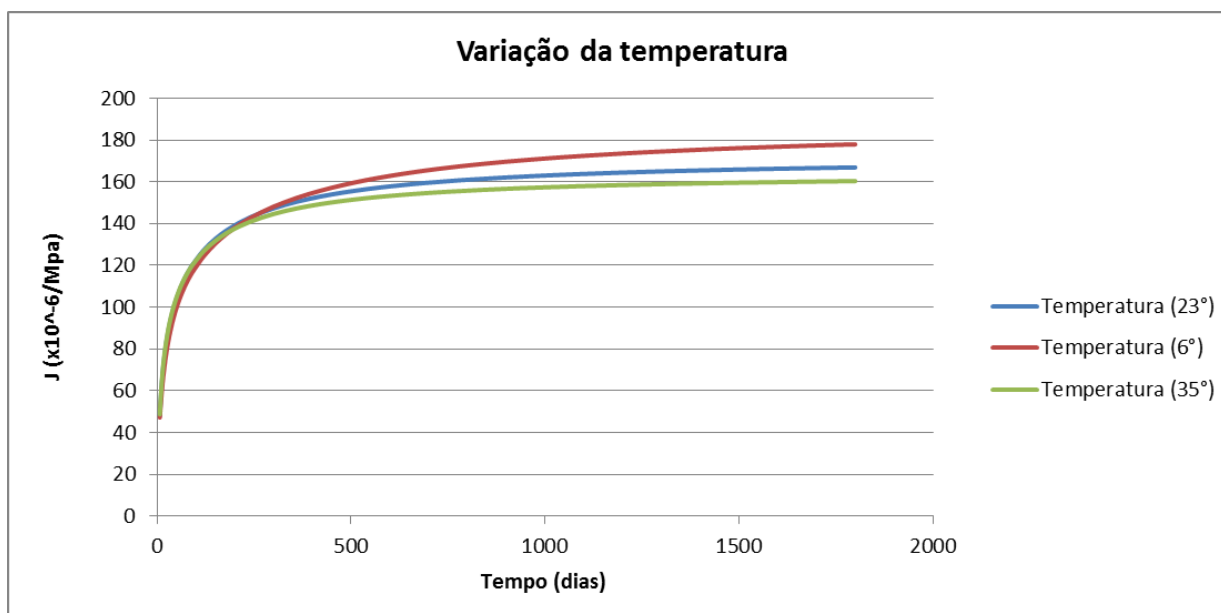
Para entender a influência da temperatura no desenvolvimento da fluência, variou-se a temperatura do ambiente. Os valores de temperatura adotados foram escolhidos aleatoriamente considerando temperaturas que são possíveis de serem atingidas em território brasileiro.

Analisando a figura 14-a observa-se que no período inicial do carregamento (aproximadamente 180 dias) que corresponde ao período de ganho de resistência do concreto, quanto maior a temperatura maior é a deformação. Após este período inicial, quanto maior a temperatura menor é a deformação (figura 14-b).





a) Variação da temperatura até os 180 dias



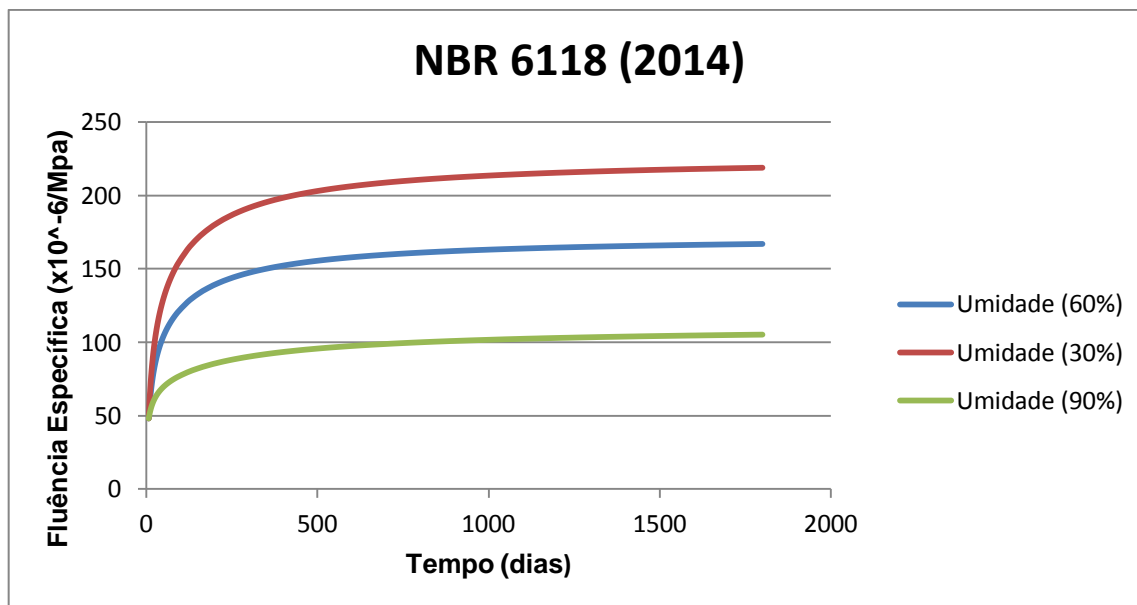
b) Variação da temperatura até os 1800 dias

Figura 14: Comparativo com diferentes temperaturas – modelo NBR 6118/2014

Fonte: Autor, 2015.

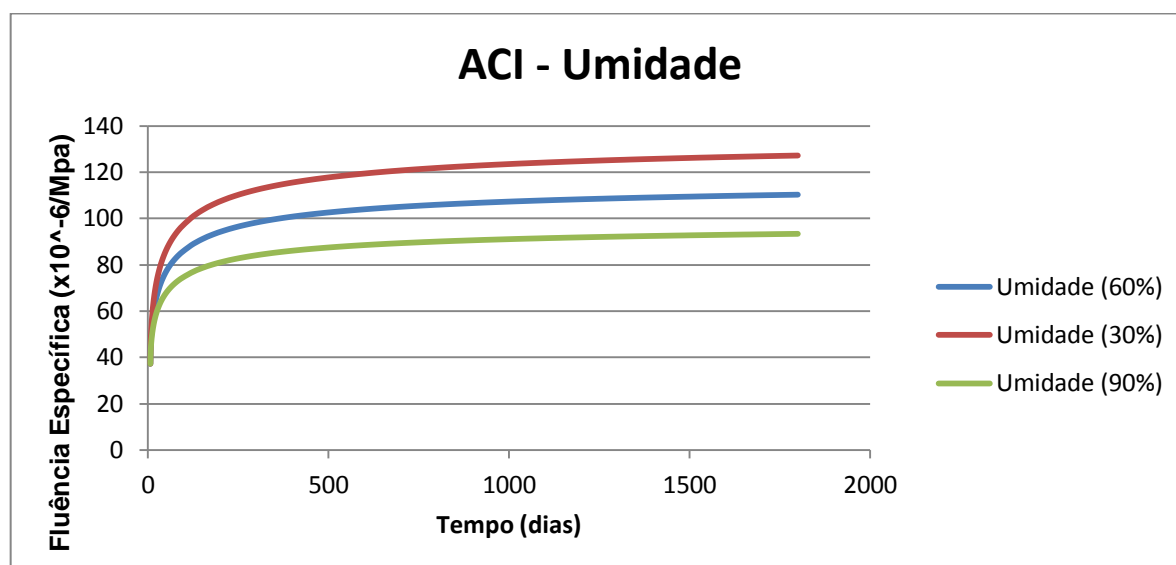
### 5.1.3.2 Variação da umidade

Objetivando entender a influência da umidade relativa do ambiente no desenvolvimento da fluência, também foram variados os valores de umidade. Optou-se pelos valores de 30, 60 e 90% para poder analisar a situação em ambientes secos e úmidos. Apresentam-se comparativos adotando-se os modelos das normas brasileira e americana conforme as figuras 15 e 16, respectivamente.



**Figura 15: Comparativo com diferentes umidades – modelo NBR 6118/2014**

Fonte: Autor, 2015.



**Figura 16: Comparativo com diferentes umidades – Modelo ACI (2008)**

Fonte: Autor, 2015.

Ao analisar as figuras 15 e 16, comprova-se que quanto maior a umidade relativa do ambiente, maior será o desenvolvimento da fluência. Observa-se também que o modelo de previsão da NBR 6118 (2014) é mais conservador, uma vez que os valores dos resultados são superiores aos obtidos adotando-se o modelo ACI 209-R (2008) e que a variação relativa com a umidade também é maior para o modelo brasileiro.

### 5.1.3.3 Variando tipo de cimento

Outro fator que altera o desenvolvimento da fluência é o tipo de cimento utilizado.

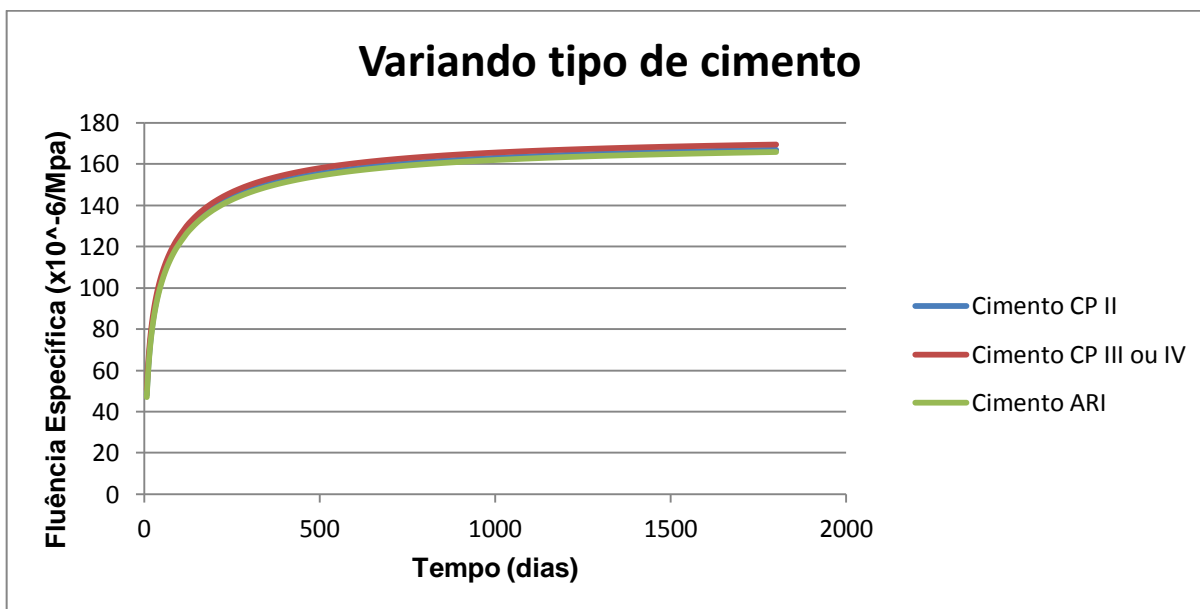


Figura 17: Comparativo entre diferentes tipos de cimento – modelo NBR 6118/2014

Fonte: Autor, 2015.

Analisando a figura 17, percebe-se que a diferença entre os tipos de cimento é pequena, mas os cimentos CP III e IV apresentam valores de deformação superiores.

## 6 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE PREVISÃO

Para cumprir o objetivo de incrementar no aplicativo iniciado por Moraes e Ubaldo (2014) um modelo de previsão de deformação por fluência, após a comparação entre as normas brasileira e americana escolheu-se a segunda por apresentar valores mais próximos dos valores experimentais.

Para a implementação do modelo ACI 209-R (2008), seguiu-se a mesma linguagem de programação Fortran. A linguagem Fortran (Formula Translating System) foi desenvolvida por um grupo de programadores do IBM em Nova Iorque, em 1950 para facilitar o desenvolvimento de programas, por ser uma linguagem simples de alto-nível para a resolução de problemas de engenharia, física, matemática e química uma vez que naquela época era muito complicado (GAELZER, 2012).

A versão utilizada neste trabalho foi a Fortran 90. Na sequência é apresentado um trecho da subrotina usada para o cálculo da deformação de fluência.

```
!*****
!  
!  ROTINA:      Fluência ACI  
!  
!  PROPÓSITO:   Cálculo do desloamento devido a fluência  
!              seguindo a ACI  
!  
!  
*****  
subroutine Fluencia  
! Bibliotecas  
USE VARIAVEIS  
  
! Não permite a existência de variáveis não-declaradas  
implicit none  
  
! Variáveis Globais  
include 'BloVarGlo.F90'  
  
!Os valores inseridos noss coeficientes estão explicados no texto do tcc.  
Depois posso colocar estes dados no arquivo de entrada  
! 1-Cálculo do coeficiente de fluência  
dbf1=1.25*(7**-0.118)  
  
!(Fator que depende do abatimento)  
dbf2=0.82+0.00264*119  
  
!(Fator que depende da proporção de agregados)  
dbf3=0.88+0.0024*43.789  
  
!(Fator que depende da % de ar aprisionado)
```

```

dbf4=0.46+0.09*3.9
!(Fator que depende da umidade, 100%)
dbf5=1.27-0.0067*100
!dbf5=0.

if (dbf4 .LT. 1) then
dbf4=1.
end if

!As 3 equações seguintes fazem parte do cálculo de coef. de fluência. 1000
representa a idade em dias. Coloquei 1000 porque
dbf7=(2./3.)*(1.+1.13*exp(-0.0213*1325359.401/75103.699))
dbcfu=2.35*dbf1*dbf2*dbf3*dbf4*dbf5*dbf7
dbcoef=-(((500. - 7.)**0.6)/(10.+((500. - 7.)**0.6)))*dbcfu

! Será adotado o mesmo número de pontos de Gauss que nós do elemento
iGauss = iNoElm(i)

dbStCr = 0.
! Loop nos pontos de Gauss
do j = 1,iGauss

call DeformaEmGauss(i, j, dbCdEl, dbUElem, dbStEl)
call DeformaEmGauss(i, j, dbCdEl, dbUSwEl, dbStSw)
call DeformaEmGauss(i, j, dbCdEl, dbUcr, dbStCr)

dbStTot = dbStEl + dbStSw + dbStCr/100.

! Calcular a tensão no elemento
! Considerando o concreto como um sólido elástico linear isotrópico, de
acordo com
! Michael Lai, no seu livro Introduction to Continuum Mechanics, terceira
edição, pg 226
! Tensão total, ou apenas a elástica?
dbSigma(1) = dbLambda * (dbStTot(1)+dbStTot(2)+dbStTot(3)) +
2.*dbMu*dbStTot(1)

dbSigma(2) = dbLambda * (dbStTot(1)+dbStTot(2)+dbStTot(3)) +
2.*dbMu*dbStTot(2)

dbSigma(3) = dbLambda * (dbStTot(1)+dbStTot(2)+dbStTot(3)) +
2.*dbMu*dbStTot(3)

!dbYoung é módulo de elasticidade.
dbStCr(1) = ((dbSigma(1)/dbYoung(iAux))*dbcoef)/1000.
dbStCr(2) = ((dbSigma(2)/dbYoung(iAux))*dbcoef)/1000.
dbStCr(3) = ((dbSigma(3)/dbYoung(iAux))*dbcoef)/1000.

!dbFlu = 0.
do k = 1,iNoElm(i)*3
  do m = 1,6
    do n = 1,6
      !o dbStCr é a deformação devida a fluência.
      !Calculado pela tensão no (elemento/(módulo de
elasticidade))*(coeficiente de fluência) (linha 1926, 1927 e 1928)
      dbFlu(i,k) = dbFlu(i,k) + dbB(m,k) * dbD(m,n) * dbStCr(n) * dbDetJacob
* dbWg
    end do
  end do
end do
end subroutine

```

Na rotina principal do programa RAA é feita a chamada da subrotina apresentada por meio do comando “call Fluencia”. O comando “USE” inclui a biblioteca “VARIABLES” que contém as variáveis globais, faz-se a alocação e define o tipo destas variáveis (inteiro, caractere, real, lógica).

O comando “implicit none” impede a existência de variáveis que não foram declaradas. Caso seja necessário incluir variáveis que serão usadas apenas nesta subrotina chamadas de variáveis locais, pode-se incluí-las usando a sua definição e em seguida a variável (ex.: real\*8 dbf1, dbf2, dbf3). Com o comando “include” inclui-se o arquivo em que os blocos de variáveis globais foram registrados.

Na primeira parte desta subrotina, é feito o cálculo do coeficiente de fluência (dbcoef) de acordo com a equação (39) utilizando os fatores dbf1, dbf1, dbf2, dbf3, dbf4, dbf5 e dbf7. Em seguida inicia-se um loop através do comando “do” onde a deformação será calculada em todos os pontos. Após o cálculo da deformação total (dbStTot) calcula-se a tensão em cada ponto a variável dbSigma. Em seguida, calcula-se a deformação (variável dbStCr).

Por fim, no final da subrotina, com três loops iniciados com o comando “do” calcula-se o vetor força utilizando-se a integração numérica gerando a variável “dbFlu”, que será usado para o cálculo do deslocamento.

## 6.1 VALIDAÇÃO E RESULTADOS

Para a implementação do modelo de previsão, foi escolhido o modelo presente na norma americana (ACI 209-R, 2008), pois este modelo como foi apresentado no capítulo 5 apresenta resultados mais próximos dos experimentais.

Esta etapa exprime o objetivo final deste trabalho, que é o incremento de um modelo de deformação por fluência no aplicativo RAA. Ou seja, para validar esta etapa os valores de deslocamentos gerados pelo aplicativo (que foram transformados em deformação) devem ser iguais ou ter erro muito pequeno quando comparado aos valores do modelo de previsão ACI 209-R (2008) utilizando planilha eletrônica.

Para validar a implementação dos modelos de previsão de fluência no aplicativo RAA, serão comparados os valores fornecidos utilizando as planilhas eletrônicas do Excel com os fornecidos pelo aplicativo RAA. Para tal, utilizou-se um

corpo de prova com dimensões da seção transversal de 7,5 cm x 7,5 cm e 30 cm de altura.

No aplicativo utilizou-se um modelo tridimensional de elementos finitos com 500 elementos sólidos cúbicos com 8 nós. Na tabela (10), contém o resumo das características dos materiais e variáveis adotados no exemplo.

**Tabela 10: Resumo características do exemplo**

Módulo de Elasticidade	20 <i>GPa</i>
Coefficiente De Poisson	0,2
Força de Compressão	50 000 <i>N</i>
Temperatura	23° <i>C</i>
Umidade Relativa	100%

**Fonte: Autor, 2010.**

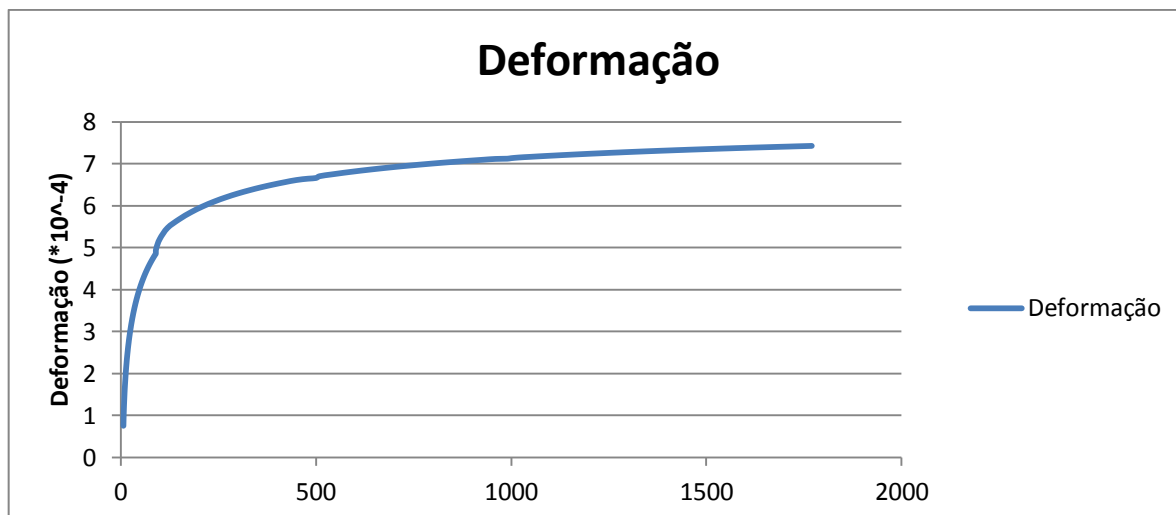
Como não foram necessários outros dados como por exemplo, tipo de cimento, porcentagem de ar aprisionado, abatimento entre outros, adotaram-se valores iguais ao Exemplo 2, do Capítulo 5. E, para as propriedades do concreto fresco adotadas para a validação são apresentadas na tabela (11).

**Tabela 11: Dados do concreto fresco**

Ar aprisionado (%)	2,9
Abatimento (mm)	119
Peso específico (kg/cm <sup>3</sup> )	2320

**Fonte: L. T. KATAOKA, 2010.**

Para realizar a comparação com o aplicativo, primeiramente gerou-se o gráfico da figura (18) com a planilha eletrônica utilizando o modelo de previsão da norma americana (ACI 209-R, 2008)



**Figura 18: Exemplo a comparar com o aplicativo aprimorado RAA**  
**Fonte: Autor, 2015.**

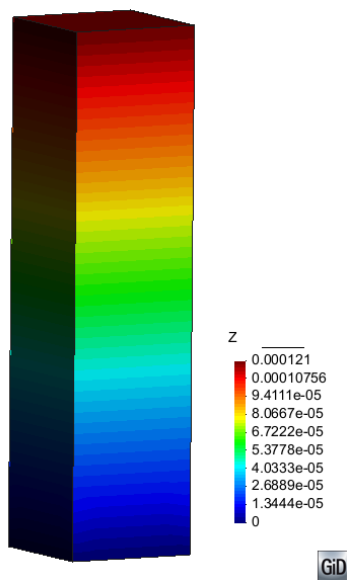
A equação que define a deformação prevista pelo modelo ACI 209-R (2008) neste gráfico (figura 18) é representada pela equação (74).

$$y = (0,1103 \cdot \ln(x) - 0,0412)/1000 \quad (73)$$

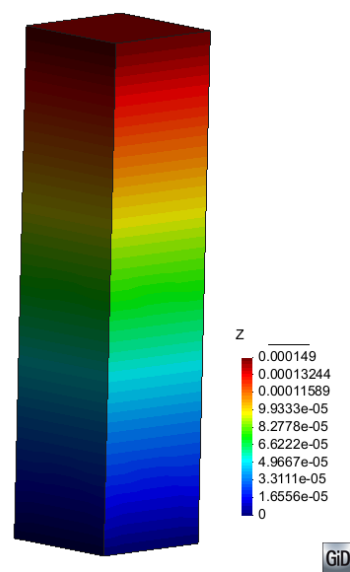
Para validar a implementação do aplicativo, comparou-se a deformação gerada pelo gráfico da figura (18) que corresponde à equação (73) com a deformação gerada pelos exemplos do aplicativo que foram pós processadas no programa G.I.D (versão 11.0.8), devido a afinidade com a plataforma, mostrados nas imagens da figura 19. O software G.I.D é um programa de processamento e pós-processamento de programas de ciência e engenharia usando métodos numéricos.

Foram gerados os exemplos com idades aleatórias, mas que englobasse todas as situações, como por exemplo, idades iniciais de 50 e 100 dias, idades intermediárias como 500 dias e idades mais avançadas como 1800 dias. Dessa maneira também foi possível analisar o desenvolvimento da fluência com o tempo.

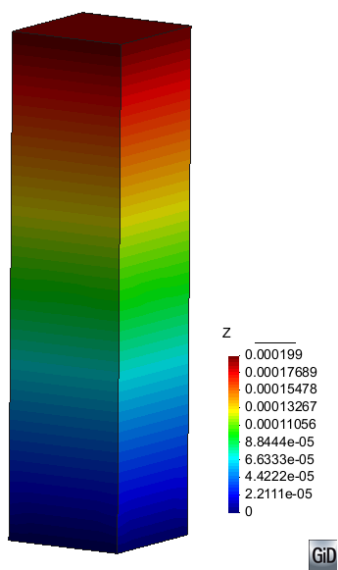




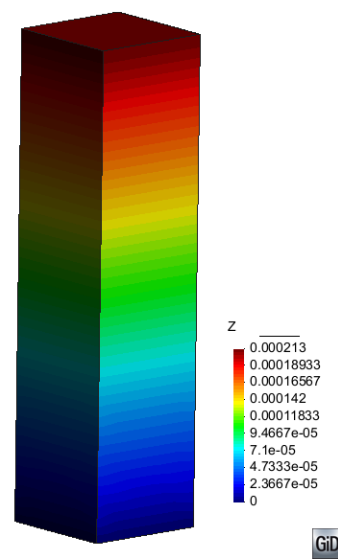
(a) Deformação aos 50 dias



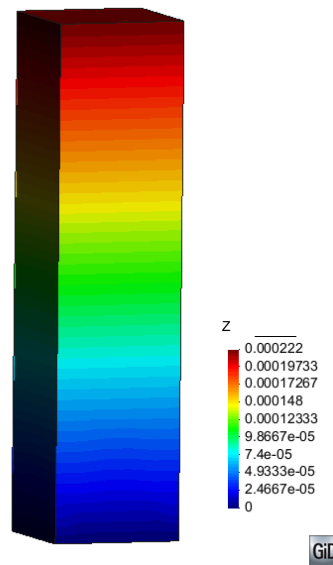
(b) Deformação aos 100 dias



(a) Deformação aos 500 dias



(b) Deformação aos 1000 dias



(e) Deformação aos 1800 dias.

Figura 19: Deformações com o passar do tempo

Fonte: Autor, 2015 (utilizando o programa GID).

Ao analisar a figura 19, o deslocamento ocorrido no topo do corpo de prova foi convertido para deformação utilizando a equação (75).

$$\varepsilon = \frac{C_f - C_i}{C_i} \quad (75)$$

Onde  $\varepsilon$  é a deformação da peça,  $C_f$  é o comprimento final e  $C_i$  é o comprimento inicial da peça (que neste exemplo vale 0,3 m)

Utilizando a equação (74) para diferentes idades, o modelo de previsão ACI fornece as deformações apresentadas na tabela (12). É apresentado na tabela também um resumo dos deslocamentos transformados em deformações pela equação (75).

Para verificar a variação entre os resultados fornecidos pelo aplicativo,  $a_p$  e pela planilha eletrônica,  $p_e$ , foi utilizada a seguinte equação:

$$er = \sqrt{|p_e^2 - a_p^2|} \cdot 100 \quad (76)$$

**Tabela 12: Deformações obtidas pela planilha eletrônica e pelo aplicativo**

Idade (dias)	Deformação (Planilha)	Deformação (Aplicativo)	Variação (%)
50	0,00040334	0,0004033	0,000568
100	0,00049764	0,00049667	0,003106
500	0,0006646	0,0006633	0,004155
1000	0,00071225	0,00071	0,005657
1800	0,00074269	0,00074	0,006315

**Fonte: Autor, 2015.**

Analisando-se os valores de deformação e principalmente os valores de variação da tabela (12), verifica-se que os resultados fornecidos pelo aplicativo usando o ACI 209-R (2008) são iguais ou muito próximos quando comparados com os valores do modelo calculados pela planilha eletrônica, validando desta maneira a implementação do modelo de previsão de deformação por fluência do ACI 209-R (2008).

## 7 CONCLUSÃO

O fenômeno da fluência descoberto em 1907 por Hatt, é a deformação contínua com o passar do tempo de uma peça estrutural quando submetida a carregamento constante. Este é um fenômeno complexo que tem muitos fatores que podem interferir no seu desenvolvimento, como por exemplo a umidade, tipo de cimento e temperatura, podendo gerar muitas discussões a respeito dos fatores mais influentes e diferentes modelos de previsão levando a resultados distintos.

Existem alguns modelos de previsão de deformação da fluência, como os constantes na norma brasileira e americana estudados nesse trabalho. Porém, há diferenças entre eles, principalmente nos parâmetros de entrada. Dessa maneira, realizou-se uma comparação entre os dois modelos e analisou-se qual se aproxima mais dos resultados experimentais realizados por Kataoka (2010).

Após analisar cada modelo normativo e gerar resultados comparando-os com resultados experimentais, evidencia-se a grande quantidade de fatores que afetam o desenvolvimento da fluência, bem como a diferença entre os modelos comparados. A norma brasileira apresenta valores superiores em relação a norma americana e a resultados experimentais, sendo portanto, mais conservadora.

Quando variados parâmetros que segundo autores como Mehta e Monteiro (2008) e Neville (2013) tem grande influência no desenvolvimento do fenômeno, percebeu-se que alguns influenciaram o desenvolvimento da fluência como era esperado. Por exemplo, em locais onde a umidade do ambiente é alta, a fluência é menor devido a passagem de água do concreto para o meio ser dificultada pela umidade. Peças com diferentes tipos de cimento possuem valores muito próximos de deformação. Outro fator variado foi a temperatura. Locais com temperaturas elevadas a fluência foi menor para maiores idades do concreto.

Após a comparação dos modelos de previsão das normas, concluiu-se que a norma americana (ACI, 2008) foi a mais indicada para implementação no aplicativo computacional complementado nesta pesquisa, que foi desenvolvido usando-se a linguagem Fortran 90 e o Método dos Elementos Finitos (MEF).

Após a validação dos resultados apresentados pelo aplicativo RAA aprimorado com resultados previamente obtidos utilizando-se planilha eletrônica e comparações com trabalhos de outros autores observou-se o sucesso da

atualização do aplicativo para previsão da fluência em concreto, como também a eficiência da linguagem de programação utilizada e do MEF.

## REFERÊNCIAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI209-82**: Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures, 1992.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI209-2008**: Prediction of creep, shrinkage, and temperature effects in concrete structures, 2008.

ANDRADE, MOACIR A. S de; BITTENCOURT, Rubens M.; SANTOS, Sergio B. dos; HASPARYK, Nicole P. Levantamento de resultados de ensaios de fluência realizados por furnas em concretos estruturais.

ARAÚJO, José Milton de. **Modelos de previsão da fluência e da retração do concreto**. Número 4. Rio Grande, RS: Dunas, 2002.

ASSAN, Aloisio Ernesto. Método dos elementos finitos: primeiros passos. 2ª edição. Campinas, SP: Unicamp, 2003.

ASSAN, Aloisio Ernesto. Resistência dos materiais. 2ª edição. Campinas, SP: Unicamp, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 8224**: Concreto endurecido – Determinação da fluência – Método de ensaio. 1983.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos elementos finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal. 1ª edição, 2003.

CARRAZEDO, R. **Modelagem numérica da expansão do concreto devido a reação álcali-agregado**. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, p. 81. 2004.

DJANIKIAN FILHO, João Gaspar. **Controle do módulo de elasticidade do concreto na estrutura com uso de célula de fluência**. 2010. 78 páginas. Monografia (MBA em tecnologia e Gestão na produção de edifícios) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

GAEZLER, R. **Introdução ao Fortran 90/95**. Pelotas: Campus, 2012.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4ª edição. São Paulo, Atlas s.a. 2002.

KATAOKA, Luciana Tiemi. **Análise da deformabilidade por fluência e retração e sua utilização na monitoração de pilares de concreto**. 2010. 228 páginas. Tese (Doutorado) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de estruturas e Geotécnica, São Paulo, 2010.

DOMINGUES, Lídia da C.; ISAIA, Geraldo Cechella; PASSUELO, Alexandra [et. Al.]. **Concreto: ensino, pesquisa e realizações**. . Rio de Janeiro. Ibracon, 2005.

MEHTA, P. Kumar; MONTEIRO, Paulo J. M. **Concreto: estrutura, propriedades e materiais**. São Paulo: Pini, 1994.

MORAES, Renata K.; UBALDO, Ana C. C. **Desenvolvimento de aplicativo em fortran para a análise da reação álcali-agregado em estruturas de concreto**. 2014. 55 páginas. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2014.

NEVILLE, Adam M. **Tecnologia do concreto**. 2ª edição. Porto Alegre: Bookman, 2013.

NEVILLE, Adam M. **Propriedades do concreto**. 2ª edição. São Paulo: Pine, 1997.

## APÊNDICE A

### FLUÊNCIA PELO ACI (Exemplo 2)

O coeficiente de fluência pelo ACI é obtido pela equação (1). E o coeficiente de fluência último pela equação (2)

$$\phi(\infty, t_0) = 2,35 * \gamma_c$$

O coeficiente de fluência último depende dos fatores  $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5$  e  $k_6$ .

$$\gamma_c = k_1 * k_2 * k_3 * k_4 * k_5 * k_6$$

Substituindo na equação (4) para idades de carregamento maiores que 7 dias e cura úmida:

$$k_1 = 1,25 * 7^{-0,118} = 0,994$$

Substituindo na equação (6) o valor de S (abatimento do concreto pelo tronco de cone (mm) que no experimento teve um abatimento de 132 mm).

$$k_2 = 0,82 + 0,00264 * 132 = 1,168$$

Substituindo na equação (7) o valor de  $\omega$  (proporção de agregado miúdo no total de agregado em porcentagem de massa (%)):

Utilizando os valores da tabela:

Proporção de agregados	
Total agregado (Kg/m)	Agrega. Miúdo (kg/m)
1900	832
Proporção (%)	43,78947368

$$k_3 = 0,88 + 0,0024 * 43,79 = 0,985$$

Substituindo na equação (8) o valor de ar (porcentagem de ar (%)). No experimento, 3,9% de ar aprisionado.

$$k_4 = 0,46 + 0,09 * 3,9 = 0,811$$

Como o valor é inferior a 1:

$$k_4 = 1$$

Substituindo na equação (9) o valor de U (umidade relativa do ambiente (%)). No experimento, a câmara teve umidade constante de 60%.

$$k_5 = 1,27 - 0,0067 * 60 = 0,868$$



Neste trabalho optou-se por calcular o coeficiente que leva em consideração as dimensões do elemento pelo método da relação volume/superfície.

Volume (mm <sup>3</sup> )	5301437,603
Área superfície (mm <sup>2</sup> )	159043,1281

Substituindo os valores de volume e área na equação (12):

$$k_7 = 1,037$$

Substituindo todos os fatores na equação (2):

$$\phi(\infty, t_0) = 2,35 * \gamma_c = 2,419$$

O coeficiente de fluência depende da idade, portanto vai variar conforme a o passar do tempo.

Idade	Coefi. Flu.
7	0,0000
8	0,2199
9	0,3184
10	0,3919
11	0,4520
12	0,5032
13	0,5482
14	0,5884
15	0,6248
16	0,6581
17	0,6889
18	0,7174

Para facilitar a visualização e comparação dos modelos de previsão com os dados experimentais, assim como feito por kataoka (2010), serão apresentados gráficos.

#### FLUÊNCIA PELA NBR 6118/2014 (Exemplo 2)

Para calcular a deformação deve-se calcular o coeficiente de fluência.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} * [\beta_{f(t)} - \beta_{f(t_0)}] + \varphi_{da} * \beta_d$$

- Coeficiente de fluência rápida ( $\varphi_a$ ):

A relação  $\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)}$  é a função de crescimento da resistência do concreto. Calculada levando em consideração o tipo de cimento:

$$\frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} = \beta_1$$

$$\beta_1 = \exp\left\{S * \left[1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right]\right\}$$

Onde  $S = 0,25$  por ser cimento CP II e  $t = 7$  dias por ser a idade inicial do carregamento.

$$\beta_1 = 0,779$$

$$\varphi_a = 0,8 * [1 - 0,779] = 0,177$$

- Coeficiente de deformação lenta irreversível ( $\varphi_{f\infty}$ )

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} * \varphi_{2c}$$

Na tabela A.1 da NBR 6118 (2014) é apresentada a equação para encontrar  $\varphi_{1c}$  para abatimentos entre 5 cm e 9 cm e para  $U < 90\%$ .

$$\varphi_{1c} = 4,45 - 0,035 * U$$

Na mesma tabela, para abatimentos entre 10cm e 15cm, o valor de  $\varphi_{1c}$  é 25% maior. Portanto:

$$\varphi_{1c} = (4,45 - 0,035 * U) * 1,25$$

Onde  $U$  é a umidade do ambiente

$$\varphi_{1c} = (4,45 - 0,035 * 60) * 1,25 = 2,938$$

Para o cálculo de  $\varphi_{2c}$  (coeficiente que depende da espessura fictícia da peça) deve-se primeiramente calcular a espessura fictícia:

Para o corpo de prova cilíndrico do experimento de 15cm x 30cm:

$$A_c = \text{diâmetro} * \text{altura}$$

$$A_c = 15\text{cm} * 30\text{cm} = 450\text{cm}^2$$

$u_{ar}$  é a parte do perímetro externo da seção seção transversal da peça em contato com o ar:

$$u_{ar} = 2 * \text{diâmetro} + 2 * \text{altura}$$

$$u_{ar} = 2 * 15\text{cm} + 2 * 30\text{cm} = 90\text{cm}$$

$\gamma$  é um fator que depende da umidade relativa. Dado pela seguinte equação na tabela A.1 da NBR 6118 (2014):

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 * U)$$

Substituindo o valor de U na equação (26):

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1 * 60) = 1,165$$

Portanto:

$$h_{fic} = 1,165 * \frac{2 * 400}{90} = 11,65 \text{ cm}$$

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + 11,65}{20 + 11,65} = 1,695$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} * \varphi_{2c}$$

$$\varphi_{f\infty} = 2,938 * 1,695 = 4,979$$

- Valor final do coeficiente de deformação lenta reversível ( $\varphi_d$ ) que pela norma NBR 6118 (2014) já é definido com um valor de 0,4
- Coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade do concreto ( $\beta_f(t)$ ).

Como este coeficiente depende da idade do concreto, para cada idade (t) tem-se um valor diferente do coeficiente.

Os valores A, B, C e D são calculados de acordo com as equações (29) à (32) em função da espessura fictícia (m):

$$A = 42 * 0,1165^3 - 350 * 0,1165^2 + 588 * 0,1165 + 113 = 176,83$$

$$B = 768 * 0,1165^3 - 3060 * 0,1165^2 + 3234 * 0,1165 - 23 = 313,52$$

$$C = -200 * 0,1165^3 + 13 * 0,1165^2 + 1090 * 0,1165 + 183 = 309,88$$

$$D = 7579 * 0,1165 - 31916 * 0,1165^2 + 353430,1165 + 1931 = 5628,11$$

- Coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo (t-t<sub>0</sub>) decorrido após o carregamento ( $\beta_d(t)$ ).

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70}$$

Este coeficiente depende também de cada idade, portanto vai variar.

No item A.2.4.1 da NBR 6118 (2014), calcula-se a idade fictícia para ser usada nas equações substituindo a variável "t".

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i}$$

$T_i$  é a temperatura média diária, no experimento a temperatura se manteve constante em 23° C, o  $\Delta t_{ef,i}$  é o período de tempo em que a temperatura média diária se manteve constante e  $\alpha$  é um fator que depende do tipo de cimento. Com foi utilizado CII E, o valor de  $\alpha = 2$ .

Portanto, como os coeficientes  $\beta_d(t)$  e  $\beta_f(t)$  dependem da idade, o valor do coeficiente de fluência vai variar com a idade.

A seguir, é apresentado um trecho da planilha em que consta a idade fictícia referente a cada idade, os coeficientes  $\beta_d(t)$  e  $\beta_f(t)$  e por fim, o valor do coeficiente.

Idade (dias)	Idade Fictícia	Bf(t)	Bd(t)	Coef. Fluencia
7	15,4	0,3078	0,3622	0,3219
8	17,6	0,3279	0,3797	0,4291
9	19,8	0,3461	0,3961	0,5261
10	22	0,3626	0,4118	0,6145
11	24,2	0,3776	0,4266	0,6955
12	26,4	0,3915	0,4407	0,7701
13	28,6	0,4043	0,4541	0,8391
14	30,8	0,4161	0,4670	0,9033
15	33	0,4272	0,4792	0,9632
16	35,2	0,4375	0,4908	1,0194
17	37,4	0,4472	0,5020	1,0722
18	39,6	0,4564	0,5127	1,1219

Por fim, calcula-se a deformação:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c}{E_{C28}} * \varphi_{(t,t_0)}$$

$\sigma_c$  é a tensão aplicada ao corpo de prova. No experimento de Kataoka (2010), utilizou-se 40% da resistência média à compressão aos 7 dias. Portanto:

$$\sigma_c = 0,4 * 26,2Mpa = 10,48Mpa$$

$E_{C28}$  é o módulo de elasticidade do concreto aos 28 dias.

$$E_{C28} = 29,8 Gpa$$

Para melhor comparação dos resultados, é usual utilizar a unidade de fluência específica J ( $\times 10^{-6}/Mpa$ ).

$$J = \frac{\varepsilon_{cc}}{\sigma_c}$$