UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ DEPARTAMENTO ACADÊMICO DE ENGENHARIA MECÂNICA CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA

JEAN LEONEL CARLESSO

ANÁLISE ESTRUTURAL DE UM CHASSI DE PROTÓTIPO DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

PATO BRANCO

2015

JEAN LEONEL CARLESSO

ANÁLISE ESTRUTURAL DE UM CHASSI DE PROTÓTIPO DE EFICIÊNCIA ENERGÉTICA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2, do Curso de Engenharia Mecânica da Coordenação de Engenharia Mecânica – COEME – da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, Câmpus Pato Branco, como requisito parcial para obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Dr. Rodrigo Villaca Santos

RESUMO

CARLESSO, Jean Leonel. Análise Estrutural de um Chassi de Protótipo de Eficiência Energética Pelo Método Dos Elementos Finitos. 2015. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2015.

Eficiência energética é um termo muito abordado nos dias de hoje, assunto este presente em diversas pesquisas, este trabalho apresenta uma análise estrutural do chassi de um protótipo de eficiência energética através do método dos elementos finitos, com foco na redução de peso da estrutura assim como garantir quanto a integridade estrutural. Um protótipo de eficiência energética é construído especificamente para participação de competições universitárias, sendo estas para as universidades brasileiras a Maratona da eficiência energética em São Paulo, Brasil e a Shell Eco-marathon em Detroit, EUA. O presente trabalho trata da forma como são formulados modelos de elementos finitos é de extrema importância para a análise, influenciando diretamente na eficiência de cálculo. A formulação da matriz de rigidez depende das características dos elementos, estes possuem casos aplicáveis para cada situação, buscando assim a determinação de um elemento aplicável ao caso com menor formulação matemática. Os passos para a execução de um problema parte da discretização da estrutura, até a determinação dos deslocamentos nodais. Para determinar os resultados de massa e tensão as propriedades conhecidas dos materiais utilizados em combinação com estes deslocamentos são necessárias. O carregamento aplicado a estrutura é aproximado de forma a buscar o mais próximo da realidade, mas mantendo a simplicidade na análise para obter resposta em curto intervalo de tempo, transformando carregamento dinâmico em estático, para não utilizar condições dependentes do tempo e não linearidades. Assim a análise do chassi é realizada com diversos perfis estruturais comerciais, buscando a combinação de melhor resultado em termos de redução de massa mantendo a resistência mecânica da estrutura.

Palavras-chave: Chassi. Matriz de Rigidez. Deslocamentos Nodais. Perfil Estrutural.

ABSTRACT

CARLESSO, Jean Leonel. **Chassis Structural Analysis of a Prototype Energy Efficiency On the Finite Element Method**. 2015. 35 f. Trabalho de Conclusão de Curso – Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, 2015.

Energy efficiency is a much discussed term these days, issue this present in several studies, this work presents a structural chassis analysis of an energy efficiency prototype through the finite element method, focusing on the structure weight reduction as well as ensure as failure. An energy efficiency prototype is built specifically to participate in university competitions, which are to Brazilian universities Maratona da Eficiência energética in São Paulo, Brazil and the Shell Eco-marathon in Detroit. This paper deals with the way they are formulated finite element models is of utmost importance for the analysis, directly influencing the calculation efficiency. The formulation of the stiffness matrix depends on the characteristics of the elements, these have cases applicable to each well seeking determining an element applicable to the case with lower mathematical formulation. The steps for implementing a problem of the discretization of the structure until the determination of the nodal displacements. To determine the mass results and tension the known properties of the materials used in combination with such displacements are necessary. The load applied to the structure is approached in order to get as close to reality while maintaining simplicity in the analysis for response in short time, turning dynamic loading in static, not to use time-dependent conditions and nonlinearities. So the chassis analysis is performed with various commercial structural shapes, seeking the combination of better results in terms of weight reduction while maintaining the mechanical strength of the structure.

Keywords: Frame. Matrix stiffness. Nodal displacements. Structural Shapes.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Modelo De Placa Retangular Regular	10
Figura 2 – Modelo De Placa Irregular	11
Figura 3 – Modelo Discretizado	12
Figura 4 – Elemento De Mola	14
Figura 5 – Representação Elemento De Mola Em Diversos Graus De Lib	perdade 15
Figura 6 – Matriz De Transformação Do Sistema Local Para Global Para	Um Elemento
De Barra	17
Figura 7 – Método De Newton-Raphson	20
Figura 8 – Pontos Obrigatórios Da Estrutura Do Chassi	22
Figura 9 – Estrutura Protótipo 2014	22
Figura 10 – Sentido De Ação Da Força Centrípeta	25
Figura 11 – Pesos Em Cada Apoio No Plano Horizontal	26
Figura 12 – Pesos Em Cada Apoio No Plano Inclinado	27
Figura 13 – Sentido Da Força Centrípeta	28
Figura 14 – Modelo Discretizado	31
Figura 15 – Condições De Contorno	31
Figura 16 – Tensão Equivalente De Von Misses	32

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Matriz De Rigidez De Alguns Elementos	16
Tabela 2 – Carregamento Estático	24
Tabela 3 – Dados Protótipo 2014	26
Tabela 4 - Pesos Em Cada Apoio No Plano Horizontal	26
Tabela 5 - Pesos Em Cada Apoio No Plano Inclinado	27
Tabela 6 – Parâmetros De Entrada - <i>Inputs</i>	29
Tabela 7 – Inputs E Outputs Da Análise	33

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
1.1 OBJETIVO GERAL	9
1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO	9
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	11
2.1.1 O Método e Aplicações	11
2.1.2 Vantagens e Desvantagens do MEF	13
2.2 TIPOS E PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS	14
2.3 FORMULAÇÃO / CÁLCULO PELO MEF	19
2.4 MÉTODO INTERATIVO NEWTON-RAPHSON	20
3 MÉTODO	22
3.1 MODELO CAD	22
3.2 MODELO CAE	24
3.2.1 Tipo de Elemento	24
3.2.2 Carregamento e Condições e Contorno	25
3.3 DETERMINAÇÃO DOS PERFIS ESTRUTURAIS	30
4 RESULTADOS	32
5 CONCLUSÃO	35
REFERÊNCIAS	

1 INTRODUÇÃO

Em um projeto de engenharia a análise estrutural é uma etapa fundamental, onde é feito uma previsão do comportamento da estrutura sobre as condições impostas no projeto. Em casos simples estes resultados podem ser obtidos através de cálculos analíticos, mas na grande maioria das ocasiões os sistemas analisados envolvem problemas complexos, alguns admitem simplificações para resolução analítica, outros não, assim torna-se viável a utilização de uma solução numérica.

Dentre os diversos métodos numéricos destaca-se, o método dos elementos finitos (MEF). Este é um procedimento numérico que é usado para obter soluções de uma grande classe de problemas de engenharia, inicialmente utilizado quase unicamente para resolver os problemas estruturais muito complexos na indústria aeronáutica e, com o tempo, foi ganhando grande aceitação, sendo aplicado em outras áreas da engenharia. Hoje com a grande variedade de *softwares* disponíveis no mercado, sempre encontra-se um que satisfaça as necessidades, pois a implantação do método possui uma abrangência que vai de áreas estruturais, térmicas, processos de fabricação, análise de movimento, mecânica dos fluidos, eletromagnetismo, entre outras.

O MEF tem como objetivo discretizar o modelo a ser analisado, dividindo um grande problema com uma solução complexa em diversos problemas de fácil solução. A forma como é discretizado depende do tipo de elemento utilizado, este ainda se trabalhado de forma correta pode aumentar a eficiência de cálculo, assim como o conhecimento do modelo a ser utilizado é necessário para saber interpretar e validar os resultados.

A análise via MEF será realizada para o chassi do protótipo de eficiência energética, este participa de duas competições, em São Paulo uma de nível nacional, a Maratona da Eficiência Energética e em Detroit, EUA uma internacional, a Shell Ecomarathon Americas. Estas competições possuem normas para construção muito próximas, resultando em itens relevantes para o projeto idênticos tanto para interinidade da estrutura e segurança do piloto.

A estrutura de um protótipo de eficiência energética não possui um conceito definido para seu projeto, o único fator a ser levado em consideração é a massa total. Assim o chassi deve ser leve, sem superdimensionamento, com sua estrutura

apresentando apenas a resistência mecânica necessária. Com isso uma análise estrutural é essencial para a execução de um projeto coerente, podendo reduzir peso sem causar falha na estrutura.

Uma solução analítica para o conjunto requer um grande conhecimento matemático e tempo, assim como existem uma infinidade de problemas de engenharia para qual não podemos obter soluções exatas, para o chassi do protótipo não é diferente. Por isso é extremamente válida a utilização de uma aproximação numérica através do auxílio de um *software* específico uma análise estrutura.

Portanto o objetivo deste trabalho é através da utilização do Ansys Workbench criar um modelo de análise por elementos finitos para o chassi, através de elementos de viga e com as condições de contorno abrangendo os esforços estáticos e dinâmicos de forma generalizada. Será executado o mesmo para uma lista de perfis estruturais, a fim de determinar a combinação que resulte em menor massa apresentando a resistência mecânica necessária.

1.1 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é determinar os perfis de alumínio liga 6061 do chassi do protótipo de eficiência energética através do MEF, buscando a redução da massa do chassi através da análise estrutural com um determinado coeficiente de segurança específico para os termos da tensão de Von Mises.

1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

- Revisão bibliográfica em relação ao MEF e ao método interativo Newton-Raphson;
- Conhecimento dos tipos de elementos e suas respectivas matrizes de rigidez para determinação do aplicável ao caso;
- Determinação dos esforços estáticos e dinâmicos aplicados a estrutura;
- Ajustes do modelo CAD do protótipo para utilização de elementos de viga;

- Criação do modelo CAE formado por elementos de viga, com as condições de contorno aplicadas;
- Cálculo da tensão equivalente de Von Mises e da massa;
- Determinação dos perfis estruturais ideais a estrutura.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

2.1.1 O Método e Aplicações

Problemas de engenharia em geral possuem uma complexidade que torna inviável a solução exata através de métodos matemáticos que governem todo o modelo, estes são extremamente complexos, pois são equações diferenciais e integrais com um conjunto de condições de contorno (MOAVENI, 1999).

Em casos simples, onde encontramos geometrias regulares, carregamento uniforme, material homogêneo, conforme mostra a figura 1, podemos obter um modelo matemático que representa a estrutura analisada, este caso é uma placa plana, com geometria simples, carregamento conhecido e apoios definidos assim pode-se obter uma solução exata (ALVES, 2000).



Figura 1 – Modelo de placa retangular regular Fonte: Alves (2000).

Para a estrutura da figura 1, tem-se uma equação diferencial resultante de quarta ordem para o cálculo do deslocamento, esta já possui uma grande

complexidade para sua solução, mas pode ser resolvida analiticamente. Agora ao analisarmos a figura 2 percebe-se a dificuldade de determinar a solução exata para esse caso (ALVES, 2000).



Figura 2 – Modelo de placa irregular Fonte: Alves (2000).

A estrutura da figura 2 possui uma geometria completamente irregular, apoiada por parafusos em uma extremidade e na outra esta engastada, assim como o carregamento não é uniforme e nem em um único ponto. Criar um modelo matemático que represente está situação é impossível, assim uma solução exata também. Com isso recorre-se a uma alternativa, o método dos elementos finitos (MEF).

A solução pelo MEF resulta em uma resposta aproximada, pois, diferentemente da solução analítica, a qual possui um modelo matemático que representa qualquer ponto do sistema, a solução numérica através do MEF possui a solução para alguns pontos (MOAVENI, 1999).

O MEF consiste no princípio de discretização, subdividindo a estrutura em pequenas partes as quais chamamos de elementos, onde esses estão ligados entre si por pontos de ligação chamamos de nó, conforme mostra a figura 3. Assim um

problema de engenharia complexo é transformado em diversos problemas simples (MOAVENI, 1999).



Figura 3 – Modelo discretizado Fonte: ESSS

Para a solução de problemas de engenharia já foram mencionadas duas formas: a) analítica, por equações diferenciais dividindo o problema em frações infinitesimais contendo infinitos pontos, a qual chamamos de sistema contínuo e, b) numérica, discretizando o componente em um número finito de elementos, denominado sistema discreto. Em geral um modelo adequado para a solução de qualquer tipo de problema é obtido utilizando um número finito de elementos bem definidos (ZIENKIEWICZ, 2000).

Inicialmente a única forma de se obter solução para problemas de engenharia eram as análises por meios contínuos, que, como relatado, envolve uma grande complexidade na sua resolução. Com essa grande dificuldade em diversos casos era substituído a real situação por similares de simples solução. (AZEVEDO, 2003).

2.1.2 Vantagens e Desvantagens do MEF

As vantagens que o MEF apresenta diante de outros métodos são inúmeras. Com ele pode-se trabalhar com geometrias irregulares, enquanto soluções analíticas são inexistentes para esses casos. Também combinados com a possibilidade de utilizar materiais não homogêneos e anisotrópicos em regime plástico, fazem do MEF uma ferramenta para inúmeras aplicações (STASA, 1986). Além das vantagens do MEF perante outros métodos, tem-se a possibilidade de utilizar diversos tipos de elementos, adequando ao caso analisado, esta possibilidade em muitos casos pode melhorar muito a eficiência de cálculo, obtendo a resposta de uma análise complexa em um curto espaço de tempo. Essas características dos elementos criam possibilidades para forma de análise tanto uni, bi e tridimensionais (ALVES, 2000).

Entre as desvantagens do MEF tem-se a necessidade de um computador para a execução do *software* o qual irá resolver um extenso cálculo matricial, embora com as características de cada tipo de elemento este cálculo pode ser reduzido. Assim a utilização de elementos simples e uma quantidade que representem de forma coerente a estrutura podem tornar o cálculo mais rápido (STASA, 1986).

2.2 TIPOS E PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

Diversos tipos de problemas de engenharia podem ser resolvidos pelo MEF, são estes estruturais, fluidos, térmicos, entre outros. Os passos envolvidos na análise de cada um deles independem da forma como é gerado o modelo discretizado, este será o mesmo para todos os tipos de análise (MOAVENI, 1999).

Neste trabalho, será utilizado uma análise estrutural estática, assim, deve ser realizado os passos básicos que serão posteriormente citados para a análise e a geração de um modelo discretizado. Para uma melhor eficiência de cálculo procurase utilizar um modelo adequado ao caso. Estruturas são sistemas com finalidade de receber e transmitir esforços e se torna necessário adotar modelos simplificadas para reduzir a dimensão do problema, mas a escolha do modelo depende da geometria dos componentes, das condições de contornos e carregamentos. Este modelo na análise de elementos finitos estará relacionado a forma como será discretizado o problema dependendo do tipo e propriedades do elemento adotado (SORIANO, 2009).

O comportamento da estrutura entre os nós do modelo escolhido dependerá das propriedades do elemento para representar a situação. O método dos elementos finitos para a análise estrutural está voltado para a determinação da deformação da estrutura a partir do cálculo dos deslocamentos nodais. Estes deslocamentos podem ser obtidos através de uma análise do elemento considerando ele como uma mola (ALVES, 2000).



Figura 4 – Elemento de mola Fonte: Hutton (2004).

Na figura 4 está representado um elemento de mola com rigidez K e nós 1 e 2. Estes possuem o vetor deslocamento composto por u_1 e u_2 e o vetor força composto f_1 e f_2 . O tipo de elemento mais simples que se pode encontrar é o de mola, pois os esforços envolvidos são apenas forças axiais e como resposta deslocamentos axiais, algo simples quando comparando a elementos que transmitem simultaneamente tensões axiais, flexão, cisalhamento e torção (ALVES, 2000; HUTTON, 2004).

Para a determinação dos deslocamentos nodais u_1 e u_2 utiliza-se a o conceito de mola, conforme a equação (1):

$$\{F\} = [K].\{u\}$$
(1),

No elemento de mola identificamos dois componentes de força e dois de deslocamento, representando em forma matricial obtemos:

- Forças nodais: $\left\{f\right\}_{2x1} = \left\{\begin{matrix}f_1\\f_2\end{matrix}\right\};$
- Deslocamentos nodais: $\{u\}_{2x1} = \begin{cases} u_1 \\ u_2 \end{cases}$;

Para que seja possível a multiplicação a matriz de rigidez do elemento deve ter um número de colunas igual ao número de linhas sendo assim será uma matriz 2x2 (ALVES, 2000).

$$\begin{cases} f_1 \\ f_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$
(2),

O tamanho desta matriz depende dos graus de liberdade do elemento. No caso da mola possui apenas o deslocamento axial, como são dois nós e cada nó possui um deslocamento, o resultado é um elemento com dois graus de liberdade (MOAVENI, 1999).

A mola é um caso unidimensional com apenas deslocamentos axiais. É mais comum encontrar aplicações no plano ou no espaço, isso exige a necessidade de elementos bi e tridimensionais que considera deslocamentos e rotações em todas as direções conforme mostra a figura 5. Nela observa-se que ao considerar uma mola para cada um dos graus de liberdade podemos representar um elemento até tridimensional, utilizando mola translacional para deslocamentos e mola rotacional para rotações. Assim partindo da formulação do elemento de mola para cada um dos graus de liberdade poste de elemento de mola para cada um dos graus de liberdade. Assim partindo da formulação do elemento de mola para cada um dos graus de liberdade, obtém-se uma resposta de força para cada deslocamento, seja ele linear ou rotacional (ALVES, 2000).



Figura 5 – Representação elemento de mola em diversos graus de liberdade Fonte: Alves (2000).

Cada tipo de elemento utilizado em análises pelo MEF possui características especiais conforme quais os graus de liberdade estão relacionados a ele. O elemento de viga no plano apresenta 4 graus de liberdade, dois deslocamentos lineares e duas rotações, resultando em uma matriz de rigidez 4x4. O mesmo elemento no espaço possui 12 graus de liberdade, 3 deslocamentos e 3 rotações por nó, resultando em uma matriz 12x12 (ALVES, 2000). De forma muito semelhante ao elemento de mola temos o elemento de barra articulada nas extremidades, onde as forças são aplicadas nas juntas. As barras transmitem apenas foças axiais de tração ou compressão em sua direção. Para esse elemento não são considerados esforços devido a momentos fletores, torçores e forças cortantes, estes carregamentos englobam os elementos conhecido como pórtico (ALVES, 2000).

Através das definições de tensão normal, deformação linear e da lei de Hooke podemos determinar a rigidez axial da barra, representada na equação 3.

$$k = AE / l \tag{3},$$

Como descrito na equação (3) a barra se comporta como uma mola de constante elástica k = AE/L, assim a matriz de rigidez do elemento de barra será idêntica à do elemento de mola substituindo os valores de k pela rigidez axial do elemento de barra. A tabela 1 apresenta os valores para a matriz de rigidez de alguns elementos lineares simples (ALVES, 2000).

Tipo de Elemento	Grau de Liberdade	Matriz de Rigidez
Mola	2	$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$
Barra	2	$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{l} & \frac{-AE}{l} \\ \frac{-AE}{l} & \frac{AE}{l} \end{bmatrix}$
Viga (plano)	4	$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix}$
Pórtico (plano)	6	$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 12b & 6bl & 0 & -12b & 6bl \\ 0 & 6bl & 4bl^2 & 0 & -6bl & 2bl^2 \\ -a & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & -12b & -6bl & 0 & 12b & -6bl \\ 0 & 6bl & 2bl^2 & 0 & -6bl & 4bl^2 \end{bmatrix}, a = \frac{EA}{l}, a = \frac{EA}{l}$
Eixo	2	$\begin{bmatrix} k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{GJ}{l} & -\frac{GJ}{l} \\ -\frac{GJ}{l} & \frac{GJ}{l} \end{bmatrix}$

Tabela 1 - Matriz de rigidez de alguns elementos

Fonte: Alves (2000).

Para obter a matriz de rigidez de toda a estrutura é necessário relacionar cada elemento referenciado em um sistema local, a um sistema de coordenadas global. Cada elemento possui a matriz de rigidez definido no sentido do nó 1 ao nó 2. Para o sistema global é definido um sistema de referência da estrutura como um todo e cada elemento deve estar referenciado a ele. A posição do eixo local para o global é definido através de um ângulo α adotando como sentido positivo o anti-horário, sendo $\lambda = \cos \alpha$ e $\mu = \sin \alpha$ (ALVES, 2000).

Utiliza-se uma matriz de transformação para relacionar as propriedades no sistema local para um de coordenadas globais, conforme a figura 6:



Figura 6 – Matriz de transformação do sistema local para global para um elemento de barra Fonte: Alves (2000).

Até o momento foi relatado apenas elementos simples, cujo os nós são conectados apenas com o elemento vizinho, sem interação com os demais, estes elementos possuem a matriz de rigidez que representa apenas a força associada a um deslocamento. Outros elementos como o triangular e quadrilateral no plano, tetraédrico e hexaédrico no espaço possuem seus nós realizando interação com vários elementos, e devido a isso as forças nodais para um elemento não corresponde aos deslocamentos nodais de forma direta, com isso a matriz de rigidez deve considerar as condições no contorno do mesmo (ALVES, 2000).

2.3 FORMULAÇÃO / CÁLCULO PELO MEF

Segundo Moaveni (1999) os passos básicos envolvidos em uma análise de elementos finitos consistem em:

- Criar e discretizar um domínio de elementos finitos subdividindo o problema dentro de nós e elementos;
- Descrever o comportamento físico de um elemento através de uma função e então assumi-la uma função contínua para representar a solução para o elemento;
- Desenvolver o sistema de equações do elemento;
- Montar os elementos para representar todo o problema e construir a matriz de rigidez global;
- Aplicar as condições de contorno, condições iniciais e carregamentos;
- Resolver o conjunto de equações algébricas a fim de obter os resultados nodais. São estes os valores de deslocamento para os diferentes nós;
- Obter as respostas de interesse, como tensões principais e deformação.

Os procedimentos para solução através do MEF independem do tipo de análise e do modelo de elementos finitos, os passos para básicos serão os mesmos que os listados acima. Em uma análise estrutural deve-se obter os deslocamentos de cada nó, a partir disto pode-se determinar o comportamento de cada elemento e quanto mais bem especificado for esse comportamento interno, mais próximo estará da real resposta do componente (MOAVENI, 1999; ALVES, 2000).

Podemos separar um programa do MEF em três partes principais: préprocessador, processador e pós-processador (SORIANO, 2009).

a) Pré-processador: é onde faz-se a construção de um modelo discreto, ou seja, é feita a escolha das propriedades e formas de distribuição do elemento na malha, além das condições de contorno e especificações das ações externas. A análise de uma estrutura inicia na discretização do componente em um número finito de elementos, onde cada um terá nós associados conforme o tipo de elemento adotado, por exemplo, um elemento de viga linear possuirá dois nós, um em cada extremidade. Qualquer *software* de elementos finitos possui um gerador automático ou semiautomático para a geração desse modelo discretizado (STASA, 1986).

A criação deste modelo discreto influenciará diretamente na quantidade de cálculo. A melhor maneira é iniciar com um modelo simples e aprimorá-lo a medida do que se mostrar necessário, embora todo componente seja tridimensional, na medida do possível dar preferência aos elementos bidimensionais e caso se torne satisfatório utilizar os unidimensionais (SORIANO, 2009).

b) Processador: é onde se realiza a análise numérica. Para o caso de estruturas podem ser estáticas ou dinâmicas e essas ainda podem ser em comportamento linear ou não linear. A não linearidade pode provir do material chamada assim de não linearidade física, a qual está ligada a tensão e deformação no regime plástico, por exemplo. Ou a respeito da configuração da estrutura deformada, sendo assim não linearidade geométrica, está já se deve a grandes deslocamentos ou deformações, por exemplo flambagem. Ainda o contato pode gerar não linearidade, problemas onde possui impacto ou escorregamento, onde o nó do elemento em um determinado momento está em contato com um determinado nó e posteriormente outro, ou até mesmo sem contato. As análises lineares são resolvidas em uma única etapa de cálculo enquanto as não lineares necessitam de procedimentos interativos ou incrementais (SORIANO, 2009).

Nesta etapa é onde determina-se a matriz de rigidez e o vetor de forças nodais referentes aos elementos em relação ao sistema de referência local, estas características dos elementos devem ser transformadas para um sistema de referência global através da matriz de transformação a fim de todos os elementos estarem em uma mesma referência (STASA, 1986).

c) Pós-processador: são as respostas obtidas após a determinação das soluções nodais a fim de obter os resultados inicialmente buscados, mas é preciso realizar uma interpretação dos mesmos, erros de discretização são aproximações inerentes ao MEF e devem estar em uma margem aceitável (SORIANO, 2009).

2.4 MÉTODO INTERATIVO NEWTON-RAPHSON

A estrutura analisada deve estar em equilíbrio, onde as forças externas devem ser iguais as internas aplicadas aos nós. Como o MEF é aproximado existe um erro, assim este equilíbrio será com base nele, onde o somatório de forças ao invés de zero será igual ao erro. Quanto mais próximo de zero for o erro melhor será a aproximação do resultado (ALVES, 2012).

Está aproximação é realizada através de interação, o método utilizado pelo Ansys é o Newton-Raphson. Este método e incremental, ou seja, são considerados incrementos de carga e este através da rigidez da estrutura resulta em incrementos de deslocamento, os quais geram forças internas nos nós. Se as forças nodais estão em equilíbrio o incremento proposto está correto, se esta condição não é atingida um novo incremento deve ser proposto até a diferença entre as forças nodais sejam igual ao erro estabelecido.

O método de Newton-Raphson é utilizado para encontrar a raiz de função, a figura 7 mostra o método, qual inicia a partir de um incremento x_0 que é a primeira estimativa de raiz. As próximas posições são obtidas através do cruzamento da reta tangente g'(x) com o eixo x, repetindo o processo para outros incrementos até obter uma solução igual ao erro, sendo este próximo de 0 (BATHE, 2006).



Figura 7 – Método de Neton-Raphson Fonte: Bathe (2006)

Em um incremento tem-se diversas interações até determinar a condição de equilíbrio. O primeiro passo é o primeiro incremento, como este ainda não possui forças internas resultantes a matriz de rigidez utilizada é a obtida durante a montagem, após calcular os deslocamentos nodais com base nessa matriz, busca-se melhorar os dados por meio da correção da mesma (ALVES, 2012).

Utilizando a matriz de rigidez modificada tem-se um novo cálculo dos deslocamentos nodais, com respectivas forças nodais. Estas forças devem estar em equilíbrio, como o processo é aproximado utiliza-se um erro próximo de 0. Repetindo para demais incrementos até este erro atingir um valor aceitável para a diferença entre a carga real e as forças internas.

3 MÉTODO

3.1 MODELO CAD

Partindo do protótipo já produzido pela Equipe Pato a Jato da UTFPR câmpus Pato Branco busca-se a aprovação do mesmo e a possibilidade de diminuição de massa, pois a estrutura do chassi possui a disposição de perfis baseadas em dois fatores: primeiro a segurança contendo algumas dimensões mínimas e posicionamentos de barras de forma a proteger o piloto em caso de acidentes e, o segundo a fixação de componentes necessários para o funcionamento do veículo, sendo o motor, a transmissão, a direção, entre outros subsistemas.

O MEF será empregado a fim de otimizar os componentes do chassi com a finalidade de obter um coeficiente de segurança que se aproxime do mínimo admissível para o caso do protótipo de eficiência energética.

O objetivo desse trabalho será aplicar o *software* Ansys Workbench em uma análise estrutural do protótipo, realizando diversas simulações do comportamento mecânico do chassi quando alterado o tipo de perfil estrutural nos seus diversos componentes, buscando obtendo uma estrutura que apresente o coeficiente de segurança de 1,5, pois isso resultará em uma menor massa atendendo as necessidades iniciais de fixação de acessórios e resistência mecânica, respeitando o regulamento da competição.

Embora o protótipo seja para participação em duas competições com diferentes organizações os requisitos estruturais no projeto do chassi são muito parecidos, sendo mais rígido o regulamento da maratona brasileira de eficiência energética apresentado na figura 8. Nela destaca-se os pontos A e B, o qual devem estar sobre a cabeça e os pés do piloto respectivamente e traçando uma reta entre eles deve existir no mínimo uma distância de 50mm acima do piloto.



Figura 8 – Pontos obrigatórios da estrutura do chassi Fonte: Regulamento Maratona brasileira de eficiência energética 2015

Conforme relatado alguns perfis do chassi possuem suas características de acordo com alguns componentes de fixação, estes em alguns casos requerem resistência estrutural como o suporte da base do motor e o mancal de transmissão, já outros apenas possuem a finalidade de suporte para componentes com poucas solicitações mecânicas.

A figura 9 mostra o chassi desenvolvido no ano de 2014 pela Equipe Pato a Jato que atende aos requisitos citados acima por isso será a partir desta disposição dos perfis o refinamento de seus componentes. Na figura estão diferenciados os tipos de perfis utilizados (circulares e retangulares), separados por influência na resistência mecânica e forma construtiva.



Figura 9 – Estrutura protótipo 2014 Fonte: Equipe Pato a Jato

Os perfis verdes não possuem influência estrutural, estão presentes apenas para atender requisitos da norma, fixação de componentes da direção e não

possui influência na resistência mecânica da estrutura. Assim estes perfis não serão utilizados na análise via o MEF.

Os perfis vermelhos são necessariamente retangulares, neles serão soldados os apoios de fixação das rodas, suportes de motor e transmissão além de ser um perfil que apresenta maior resistência mecânica no sentido de aplicação da carga. Os demais serão adotados tubos circulares para os componentes, perfis estes utilizados para estruturas no formato de *cockpit* com carregamentos em diversos sentidos, pois apresentam o mesmo momento de inércia em qualquer um destes sentidos.

3.2 MODELO CAE

3.2.1 Tipo de Elemento

O modelo adotado para o MEF será o de elemento de viga tridimensional, escolhido por ser um elemento que representa adequadamente a geometria da estrutura e as simplificações presentes no elemento não afetam na análise proposta. Cada componente da estrutura será analisado como uma viga com todos seus graus de liberdade livres, transmitindo carregamentos em direções arbitrárias.

Para a geração do modelo discretizado através de elementos de viga será utilizado o *software* Ansys Workbench através de seu gerador automático de malha. Se houver necessidade pode-se refinar o modelo aumentando a quantidade de elementos.

Cada elemento de viga se encontra no espaço podendo ocorrer esforços em qualquer uma das direções, o elemento possui assim 12 graus de liberdade e como consequência uma matriz de rigidez do elemento na ordem 12x12.

O elemento de viga é um modelo simples que representa a estrutura de forma coerente assim como transmite os esforços envolvidos. Como o objetivo é buscar entre vários tipos de perfis o melhor caso, um processo de interação estará envolvido ocasionando uma maior quantidade cálculo envolvida, com isso um modelo com menor equacionamento matemático se torna mais viável processando os resultados em menor tempo. Uma análise dos resultados obtidos é necessária para verificar se existe coerência nos mesmos.

3.2.2 Carregamento e Condições e Contorno

O deslocamento do protótipo em uma única direção pode ser descrito pela equação de equilíbrio dinâmico, conforme a equação (4). Mas devido à dificuldade de obter dados de entrada como a aceleração em função do tempo, o amortecimento da estrutura e a força externa em função do tempo, torna-se necessário a simplificação do modelo. Assim algumas considerações serão adotadas.

$$[m].\{\ddot{x}\} + [C].\{\dot{x}\} + [K].\{x\} = \{f(t)\}$$
(4),

Assim para o chassi será realizada uma análise estática linear, onde será desconsiderado da equação (4) as variáveis em função do tempo, tornando assim análogo a equação de uma mola, conforme a equação (1). Mas uma análise puramente estática não é válida para o caso pois não representa de forma coerente o carregamento sujeito ao protótipo em pista. Assim a alternativa para realizar uma simulação que se aproxime dos esforços reais será transformar o carregamento dinâmico em estático.

O carregamento estático representa a carga aplicada à estrutura quando está se encontra em repouso, ou seja, é o peso de toda a estrutura. Na tabela 2 estão representados estes valores em quilograma e a forma como ele será abordado na análise posteriormente.

Componente	Peso (kg)	Forma de Aplicação
Chassi	6,30	
Powertrain (motor, injeção, partida, transmissão)	5,50	Ponto de Massa
Sistema elétrico	2,50	Distribuído em toda estrutura
Acessórios	16,68	Distribuído em toda estrutura
Carenagem	13,00	Distribuído em toda estrutura
Banco	2,80	Distribuído em toda estrutura
Piloto	53,45	Ponto de Massa
Total	100,23	
Fonte: Autor		-

Tabela 2 – Carregamento estático

Para transformar o carregamento dinâmico em estático será considerado o pior caso, este é quando o protótipo está em velocidade máxima realizando uma curva com o menor raio de giro. Aplicado este esforço resultante juntamente com os demais estáticos será a forma de realizar uma abordagem mais próxima da real situação.

O menor raio existente na pista é obtido através dos regulamentos das competições o qual o protótipo participa, Shell Eco-marathon e Maratona brasileira de eficiência energética, sendo o valor de 10 metros, e este é o mesmo para ambas as competições. Com a maior velocidade permitida limitada em 45 km/h, sendo está imposta através dos mesmos regulamentos, podemos obter o valor da força neste caso. Considerando esta velocidade constante, através da dinâmica de corpos rígidos pode ser determinado o valor da força que será aplicado a estrutura durante a curva conforme a equação (5) (MARATONA DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA, 2015; SHELL ECO-MARATHON, 2015).

$$F = \frac{mv^2}{R}$$
(5),

Assim,

$$F = \frac{100,23kg.(12,5m/s)^2}{10m} = 1566N$$
(6),

Segundo Canale (1989) esta força estará atuando no plano paralelo ao solo e coincidente com o centro de gravidade. Na figura 10 temos a representação gráfica da mesma, onde podemos determinar sua orientação representada pelo vetor C, sendo este no sentido do centro de giro ao centro de gravidade (C.G.).



Figura 10 – Sentido de ação da força centrípeta Fonte: Canale (1989)

Ainda segundo Canale (1989) para determinação do centro de gravidade existe um método prático para o mesmo. Executado este com o protótipo 2014 cujos dados estão mostrados na tabela 3 aplicamos o método que se baseia nos seguintes passos.

abela 3 – D	Dados	protótipo	2014
-------------	-------	-----------	------

Entre Eixos	1635	mm
Bitola Dianteira	880	mm
Massa Total	100,23	kg
Raio da roda	252	mm
Fonte: Autor		

Primeiro a aferição dos pesos estáticos em cada ponto de apoio do veículo. No caso são colocadas as três rodas em um plano horizontal, conforme a figura 11, para obter os resultados que estão apresentados na tabela 4.



Figura 11 – Pesos em cada apoio no plano horizontal. Fonte: Autor

Tabela 4 - Pesos em cada apoio no plano horizontal.

Wfrontal (direita)	35,74 kg
Wfrontal (esquerda)	34,13 kg
Wfrontal	69,87 kg
Wtraseira	30,36 kg
Fonte: Autor	

Sendo W_{frontal} (direita) a carga na roda dianteira direita, W_{frontal} (esquerda) a carga na roda dianteira esquerda, W_{frontal} a soma dos carregamentos na dianteira e W_{traseira} a carga na roda traseira.

Posteriormente é realizado a aferição dos pesos estáticos em um plano inclinado. Neste caso a roda traseira foi suspensa a uma altura de 330mm, conforme a figura 12, e os dados obtidos estão representados na tabela 4.



Figura 12 – Pesos em cada apoio no plano inclinado Fonte: Autor

Tabela 5 – Pesos em cada apoio no plano inclinado.

Wfrontal (direita)	35,81 kg
Wfrontal (esquerda)	34,34 kg
Wfrontal	70,15 kg
Ν	330 mm
Fonte: Autor	

Sendo W_{frontal} (direita) a carga na roda dianteira direita, W_{frontal} (esquerda) a carga na roda dianteira esquerda, W_{frontal} a soma dos carregamentos na dianteira e N a altura a qual foi suspensa a roda traseira.

Considerando como origem o centro do entre eixos dianteiro e aplicando as equações de equilíbrio determinamos a localização do centro de gravidade no plano lateral e frontal.

No plano lateral o centro de gravidade fica próximo ao entre eixos dianteiro, localizado a uma distância de 485,2mm e no plano frontal existe um deslocamento de 7,1mm para a direita.

Para determinar a altura é utilizado a equação (7):

$$H = r + \frac{\left(W_{f}^{'} - W_{f}\right) \cdot L \cdot \sqrt{L^{2} - N^{2}}}{N \cdot W}$$
(7),

Sendo *r* o raio da roda do protótipo, W'_f a carga no eixo frontal com a traseira suspensa, W_f a carga no eixo frontal com o veículo na horizontal, *L* a distância entre os eixos dianteiro e traseiro, *N* a altura suspensa na roda traseira e *W* a massa total. Assim através da equação (7), obtém-se a altura do CG, qual possui o valor de 272,2mm.

Com a posição do centro de gravidade é possível determinar agora o sentido da força, para isso foi utilizado uma ferramenta CAD e o resultado é apresentado na figura 13.



Figura 13 – Sentido da força centrípeta Fonte: Autor

A força centrípeta está no plano paralelo ao solo e coincidente com a altura do centro de gravidade e conforme o método gráfico da figura 9 esta força é paralela à reta traçada entre o CG e o centro do raio de giro. O raio é de 10 metros até a roda dianteira externa na curva, traçando uma reta obtém-se um ângulo de 6,85° em relação a perpendicular do protótipo.

Assim os componentes da força resultantes são, 1554,8N no sentido perpendicular ao protótipo e 186,8N no sentido paralelo.

As condições de contornos impostas a geometria são os apoios fixos em todas as direções nos suportes de fixação dos eixos das rodas.

3.3 DETERMINAÇÃO DOS PERFIS ESTRUTURAIS

Para a determinação da área da seção transversal das barras será adotado uma análise com base em alguns perfis estruturais de alumínio comerciais, estes serão os chamados *inputs* de entrada no programa. Partindo dos perfis utilizados no protótipo 2014 foram selecionados os perfis estruturais de menor área de secção transversal, sendo que o propósito é diminuição da massa, e o antigo projeto não apresentou problemas quanto a integridade estrutural.

Através do catálogo de perfis padronizados da Hydro obteve-se algumas possibilidades, como mostra a tabela 6. Realizando combinações com perfis circulares e retangulares conforme a necessidade de cada componente, assim como são 4 de um tipo e 3 de outro, foram um total de 12 modelos a fim de obter a configuração de melhor resposta.

	Perfis Cinzas Somente				
	Tubo	Øexterno (mm)	Espessura (mm)	R_ext	R_int
Protótipo 2014	Perfil 1	25,40	1,58	12,70	11,12
	Perfil 2	25,40	1,30	12,70	11,40
	Perfil 3	22,22	1,58	11,11	9,53
	Perfil 4	19,05	1,58	9,53	7,95
	Perfil Retangular	Altura (mm)	Lateral (mm)	Espessura (mm)	
Protótipo 2014	Perfil 5	38,10	25,40	2,00	
	Perfil 6	38,10	25,40	1,50	
	Perfil 7	38,10	25,40	1,00	

Tabela 6 – Parâmetros de entrada - Inputs

Fonte: Hydro

A determinação do perfil ideal será dada através dos *outputs*, os parâmetros de saída, para cada combinação dos perfis da tabela 6 resultará em dados de saída de massa e tensão equivalente de Von Mises.

A tensão equivalente de Von Mises deverá ser limitada pelas propriedades do material do chassi que é formado pela liga de alumínio 6061, material este que apresenta baixo peso específico, cerca de 2,7g/cm³, combinados a boas propriedades mecânicas. O limite de escoamento do material que possui o valor de 240MPa combinado ao coeficiente de segurança é o máximo valor que a tensão de Von Mises pode alcançar.

O coeficiente de segurança como descrito limita a máxima tensão equivalente de Von Misses, neste caso quanto mais próximo de 1 maior poderia ser a tensão atuante, como Von Mises e a massa são divergentes, com uma maior tensão menor seria a massa, assim é interessante a utilização de um valor baixo para o coeficiente.

Para a determinação do coeficiente de segurança são levados em consideração alguns fatores. As propriedades do material utilizado não possuem grande confiabilidade, pois não foram realizados ensaios de resistência mecânica. A geometria adotada para simulação possui algumas simplificações para a utilização e os elementos de viga e os carregamentos são aproximados através da transformação de esforços dinâmicos em estáticos. Assim será adotado um coeficiente de segurança de 1,5, o que limita como máxima tensão admissível um valor de 160MPa.

4 RESULTADOS

Com as condições descritas na seção 3 utilizou-se o *software* Ansys Workbench, para proceder a análise via MEF.

Inicialmente foi adotado um modelo de elementos finitos para a estrutura, neste caso foi utilizado o elemento de viga. Assim a obtenção dos resultados será com menor custo computacional, em termos de tempo, e como o objetivo é realizar está simulação com diversas combinações de perfis estruturais, se torna viável a utilização deste elemento.

A figura 14 mostra a discretização da estrutura realizada pelo *software* CAE, por se tratar de elementos de viga a quantidade de elementos é pequena, este é outro fator a aumentar a velocidade de cálculo.



Figura 14 – Modelo discretizado Fonte: Autor

As condições de contorno aplicadas estão representadas na figura 15.



Figura 15 – Condições de contorno Fonte: Autor

Sendo A a posição do centro de massa do piloto, B a posição do carregamento decorrente do *powertrain*, C é o centro de gravidade do protótipo geral, a carga gerada pela carenagem e acessórios foi considerada como aplicada nesse ponto, e realizando interferência sobre toda a estrutura. Os pontos A, B e C são considerados pontos de massa e com a força gravitacional E formam o carregamento estático no chassi.

O vetor F é a representação da força lateral aplicada ao protótipo durante percorrer uma curva, está possui o valor de 1566N aplicada a um ângulo de 6,85° em relação ao eixo x. Os apoios são representados por D, são suportes fixos restringindo todos os graus de liberdade, rotação e translação.

Utilizando os perfis do protótipo produzido em 2014 foi possível obter os dados finais, os quais serão de utilidade para realizar a redução de peso do chassi. A figura 16 apresenta os resultados de tensão equivalente de Von Mises para o caso.



Figura 16 – Tensão equivalente de Von Mises Fonte: Autor

Nota-se que a máxima tensão atuante possui o valor de 93,519 MPa, valor bem abaixo de 160 MPa considerado como limitante. Assim verificamos que é válido realizar uma redução de peso na estrutura do chassi e está será realizada fazendo a combinação dos perfis apresentados na tabela 6.

Foram realizadas um total de 12 combinações, para cada perfil retangular uma combinação com um circular. Com a execução da análise via MEF para cada uma destas formas construtivas um resultado de massa e tensão equivalente de Von Mises foi obtido, a fim de determinar o melhor caso, a tabela 7 traz os valores dos *input*s inseridos com os *outputs* obtidos.

Combinação	R_ext	R_int	Altura (mm)	Lateral (mm)	Espessura (mm)	Massa (kg)	Von Mises (MPa)
11	9,53	7,95	38,10	25,40	1,00	97,81	169,43
5	12,70	11,40	38,10	25,40	1,00	98,10	114,17
8	11,11	9,53	38,10	25,40	1,00	98,20	126,14
2	12,70	11,12	38,10	25,40	1,00	98,59	98,45
10	9,53	7,95	38,10	25,40	1,50	98,63	165,55
4	12,70	11,40	38,10	25,40	1,50	98,92	110,76
7	11,11	9,53	38,10	25,40	1,50	99,02	122,63
1	12,70	11,12	38,10	25,40	1,50	99,41	95,37
9	9,53	7,95	38,10	25,40	2,00	99,43	163,36
3	12,70	11,40	38,10	25,40	2,00	99,72	108,75
6	11,11	9,53	38,10	25,40	2,00	99,82	120,59
Potótipo 2014	12,70	11,12	38,10	25,40	2,00	100,21	93,52

Tabela 7 – Inputs e outputs da análise

Fonte: Autor

Ordenando os resultados através da menor massa para a maior, nota-se que a menor massa obtida é de 97,81kg mas a tensão ultrapassa os 160MPa estipulados no projeto, sendo assim a configuração de perfil número 5 se torna mais satisfatória, possuindo uma massa de 98,10kg e tensão equivalente de Von Misses de 114,17MPa.

Ressalta-se que esta massa é do protótipo completo, descontando a massa de piloto e acessórios, o chassi resulta em um peso de 4,18kg, uma redução de 2,11kg ou 34%. Os perfis da configuração selecionada são tudo circular de diâmetro externo 25,4mm, espessura 1,30mm e perfil retangular com 38,1mm x 25,4mm com espessura de 1mm.

5 CONCLUSÃO

Em um projeto de engenharia a análise estrutural é de estrema importância. Prever a ação dos carregamentos imposto a estrutura é parte fundamental para a execução de um bom projeto. Para o protótipo de eficiência energética se torna ainda mais relevante está análise, pois ele é projetado de forma a não haver superdimensionamento, para que não exista peso em excesso e ter como resultado uma boa performance energética em termos de combustível.

Partindo do objetivo de diminuição da massa da estrutura, mantendo a integridade mecânica foi utilizado como base o protótipo produzido no ano de 2014 pela Equipe Pato a Jato da UTFPR câmpus Pato Branco, sendo este já testado e sem presença de problemas estruturais, assim uma análise para verificar a possibilidade de redução de massa torna-se interessante.

A análise utilizando MEF apresenta maior velocidade na obtenção dos resultados. Com isso utilizando o *software* Ansys Workbench foi possível obter os resultados. Como o requisito principal era a avaliação da massa e garantir a resistência quanto a falha, isso foi possível alcançar.

Através da análise estrutural de 12 combinações diferentes de perfis, encontrou-se uma que apresentou resultados satisfatórios com as cargas dinâmicas e estáticas aplicadas. Uma tensão equivalente de Von Misses superior à estimada, resultando em um mínimo coeficiente de segurança para a estrutura no valor de 2,1, valor este acima do estipulado no projeto, e ainda combinado a esta configuração de perfis uma redução na massa de 34% quando comparado ao protótipo vice-campeão da Maratona Brasileira de Eficiência energética 2014 e vice-campeão da Shell Ecomarathon 2015.

Em trabalhos futuros uma determinação mais precisa dos carregamentos dinâmicos existentes tornara-se necessário, assim como trabalhar a dimensão dos perfis em componente por componente, com a finalidade de obter um coeficiente de segurança próximo ao valor estipulado em cada uma das barras que compõe o chassi. A utilização de outras ligas pode ser analisada desde que atendam aos requisitos de fabricação, assim como perfis conformados ao invés de perfis padrão.

REFERÊNCIAS

ALVES FILHO, Avelino. Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE. 1. ed. São Paulo, SP: Érica, 2000.

ALVES FILHO, Avelino. Elementos Finitos - A Base da Tecnologia Cae - Análise Não Linear. São Paulo, SP: Érica, 2012.

AZEVEDO, Álvaro F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. 2003. Disponível em: http://www.arquivoescolar.org/bitstream/arquivo-e/117/1/Livro_MEF.pdf. Acesso em: 14 Mai. 2015.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Cambridge, MA: Klaus-Jürgen Bathe, 2006.

CANALE, Antônio Carlos. **Automobilística: Dinâmica e Desempenho**. São Paulo, SP: Érica, 1989.

HUTTON, David V. Fundamentals of Finite Element Analysis. New York, NY: McGraw-Hill, 2004.

HYDRO. **Catálogo de Perfis Padronizados**. Disponível em http://www.hydro.com/upload/Subsites/Brasil/Downloadcenter/120CatC3A1logos20 para20IndC3BAstria/01_Catalogo_de_perfis_padronizados.pdf>. Acesso em: 15 Set. 2015.

MARATONA DA EFICIÊNCIA ENERGÉTICA. **Regulamento Desportivo e técnico 2015**. Disponível em < http://www.maratonadaeficiencia.com.br/>. Acesso em 10 Out. 2015

MOAVENI, Saeed. Finit Element Analysis. Theory and Application with ANSYS. 1. ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 1999.

SHELL ECO-MARATHON. **Shell Eco-marathon 2015 Official Rules.** Disponível em http://www.shell.com/global/environment-society/ecomarathon/for-participants/general-information/rules.html). Acesso em 10 Out. 2015.

SORIANO, Humberto Lima. Formulação e Aplicação na Estática e Dinâmica das Estruturas. Rio de Janeiro, RJ: Ciência Moderna, 2009.

STASA, Frank L.2010. **Applied Finite Element Analisys for Engineers**. New York, NY: CBS college publishing, 1986.

ZIENKIEWICZ, O. C; TAYLOR, R. L. **The Finite Element Method**. 5. ed. Barcelona: Butterworth-Heinemann, 2000.