UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ COECI - COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

MARCIA THOMÉ KOSWOSKI

# ANÁLISE DE PERFIL CANTONEIRA FORMADO A FRIO COM PERFURAÇÕES SUBMETIDO À COMPRESSÃO CENTRADA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO - PR 2017 MARCIA THOMÉ KOSWOSKI

# ANÁLISE DE PERFIL CANTONEIRA FORMADO A FRIO COM PERFURAÇÕES SUBMETIDO À COMPRESSÃO CENTRADA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel, do curso de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Savaris

TOLEDO - PR 2017





# TERMO DE APROVAÇÃO

# Título do Trabalho de Conclusão de Curso de Nº 99

# Análise de perfil cantoneira formado a frio com perfurações submetido à compressão centrada

por

# Marcia Thomé Koswoski

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 08:30h do dia **14 de Novembro de 2017** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil.** Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO.** 

Prof. Dr. Evandro Marcos Kolling (UTFPR – TD) Prof. Dr. Gerson Filippini (UTFPR – TD)

Prof. Dr. Gustavo Savaris (UTFPR – TD) Orientador

> Visto da Coordenação Prof. Dr. Fúlvio Natercio Feiber Coordenador da COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

## AGRADECIMENTOS

Antes e acima de tudo, agradeço a Deus, pelo amparo, proteção e força concedidos nesta etapa;

Aos meus pais, Jorge e Neiva, e meu irmão Lucas, por todo auxilio, compreensão, apoio e amor;

Ao Norton, pela paciência, companheirismo, incentivo e atenção em todos os momentos;

Aos meus amigos da graduação, pelo apoio e companheirismo sempre;

Agradeço ao meu orientador, o Prof. Gustavo, pela paciência, dedicação e por compartilhar seus conhecimentos;

À Direção da UNIPAR, pela prontidão em ceder o Laboratório para a realização dos ensaios experimentais;

Ao Marcos, pelo auxilio na construção dos protótipos ensaiados.

#### RESUMO

KOSWOSKI, Marcia Thomé. Análise de perfil cantoneira formado a frio com perfurações submetido à compressão centrada. 2017. 78 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2017.

Tem sido crescente o uso de cantoneiras de aço formadas a frio, tanto na construção civil, como elemento estrutural em torres de transmissão de energia e coberturas treliçadas, quanto em indústrias, como componente de sistema de armazenamento. Em sistemas de armazenamento as cantoneiras empregadas possuem perfurações ao longo de seu comprimento, facilitando o encaixe. O presente trabalho busca avaliar, experimentalmente e numericamente, a influência que essas perfurações implicam na resistência e no comportamento de um perfil cantoneira de aço formada a frio quando submetidos à esforços de compressão. Para análise dessa influência, foram ensaiadas experimentalmente cantoneiras com dois comprimentos, 200 e 400mm, em três configurações distintas: sem perfuração, com um furo em uma das abas com 10mm e 30mm de diâmetro. Realizou-se a comparação dos resultados obtidos experimentalmente com valores obtidos numericamente, por meio de análise via método dos elementos finitos, utilizando o software ANSYS. Os resultados obtidos na análise numérica apresentaram grande semelhança com os obtidos experimentalmente e as perfurações do perfil não tiveram influência significativa no comportamento e na resistência final à compressão.

**Palavras-chave**: Perfis formados a frio; Perfil perfurado; Cantoneira; Método dos Elementos Finitos.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Seções transversais usuais na construção civil	14
Figura 2: Raio de dobramento e espessura da aba de uma cantoneira de aço	formada
a frio	16
Figura 3: Eixos principais de uma cantoneira de abas iguais	17
Figura 4: Instabilidade local em perfis do tipo U (a) e do tipo cartola (b)	22
Figura 5: Seção transversal de uma cantoneira simples	24
Figura 6: Instabilidade por flexão	25
Figura 7: Instabilidade por flexo-torção	26
Figura 8: Instabilidade distorcional	27
Figura 9: Sistema de armazenamento em cantoneira perfurada	28
Figura 10: Perfil Cantoneira L80x3,00 mm	32
Figura 11: Cantoneiras com L= 200mm e localização dos furos (a) sem furo; (	b) 1 furo
de Ø10mm e (c)1 furo de Ø30mm	33
Figura 12:Cantoneiras com L= 400mm e localização dos furos (a) sem furo; (	b) 1 furo
de Ø10mm e (c)1 furo de Ø30mm	34
Figura 13: Base de apoio	36
Figura 14: Máquina Universal de Ensaios empregada no experimento	37
Figura 15: Elemento SHELL 181- Programa ANSYS	38
Figura 16: Colunas curtas após ensaio de compressão: a) CC-SFS; b) CC-F1	0, c) CC-
F30	42
Figura 17: Gráfico de barras das Tensões médias para Colunas Curtas	46
Figura 18:Colunas médias após ensaio de compressão: a) CM-SFS; b) CM	1-F10, c)
CM-F30	47
Figura 19: Diagrama das Tensões médias para Colunas Médias	51
Figura 20: Geometria e Malha de Elementos Finitos para: a) CC-SFS; b) CC-	F10; b)
CC-F30	52
Figura 21: Tensões de compressão - CC-SFS	53
Figura 22: Tensões equivalentes de compressão - CC-F10	54
Figura 23: Tensões de compressão - CC-F30	55
Figura 24: Tensão máxima na região do furo observado no: a) ANSYS b	) Ensaio
Experimental	56

Figura 25:Geometria e Malha de Elementos Finitos para: a) CM-SFS; b) (	CM-F10;
b) CM-F30	57
Figura 26: Tensões de compressão - CM-SFS	58
Figura 27: Tensões de compressão - CM-F10	59
Figura 28: Tensões de compressão - CM-F30	59
Figura 29: Modo de Instabilidade dos protótipos: a) CC-SFS; b) CC-F10;	c) CC-30 62
Figura 30: Comparação dos modos de instabilidade obtidos a partir o	de ensaio e
análises numéricas: a) e b) CC-SFS; c) e d) CC-F10; e) e f) CC-F30	63
Figura 31:Modo de Instabilidade dos protótipos: a) CM-SFS; b) CM-F10;	c) CM-30 65
Figura 32: Comparação dos modos de instabilidade obtidos a partir o	de ensaio e
análises numéricas: a) e b) CM-SFS; c) e d) CM-F10; e) e f) CM-F30	67

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Siglas de identificação dos corpos de prova       34	4
Tabela 2: Colunas curtas- Tensões últimas suportadas, a média e o desvio padrão	0
entre elas4	3
Tabela 3: Resumo para Colunas Curtas44	4
Tabela 4: Cálculo da ANOVA- Colunas curtas44	4
Tabela 5: Comparação entre as médias das colunas curtas- Teste Tukey4	5
Tabela 6: Colunas médias- Tensões últimas suportadas, a média e o desvio padrão	0
entre elas4	8
Tabela 7: Resumo para Colunas Médias4	9
Tabela 8: Cálculo da ANOVA- Colunas Médias4	9
Tabela 9: Comparação entre as médias das colunas curtas- Teste Tukey50	0
Tabela 10: Tensões últimas numéricas para as colunas curtas analisadas5	5
Tabela 11: Comparação dos valores das tensões últimas experimentais e numérica	s
para as colunas curtas	6
Tabela 12: Tensões últimas numéricas para as colunas médias analisadas60	0
Tabela 13: Comparação dos valores das tensões últimas experimentais e numérica	s
para as colunas médias60	0
Tabela 14:Carga crítica e sua correspondente tensão de compressão para os modo	s
de instabilidade de colunas curtas6	3
Tabela 15:Carga crítica e sua correspondente tensão de compressão para o modo de	е
instabilidade de colunas médias60	6

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
1.1 JUSTIFICATIVA	11
1.2 OBJETIVO GERAL	11
1.2.1 Objetivos específicos	12
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1 PERFIS FORMADOS A FRIO	13
2.2 CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO CENTRADA	16
2.2.1 Método da Largura Efetiva (MLE)	19
2.2.2 Método da Seção Efetiva (MSE)	21
2.3 MODOS DE INSTABILIDADE	21
2.3.1 Instabilidade Local	22
2.3.2 Instabilidade Global	24
2.3.2.1 Instabilidade Por Flexão	24
2.3.2.1Instabilidade por Torção ou Flexo-Torção	25
2.3.3 Instabilidade Distorcional	27
2.4 SISTEMA DE ARMAZENAMENTO INDUSTRIAL	28
2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	29
2.6 ESTUDOS REALIZADOS	30
3 MATERIAIS E MÉTODOS	32
3.1 CARACTERÍSTICAS DAS COLUNAS ESTUDADAS	32
3.1.1 Características geométricas das colunas	
3.1.2 Definição dos corpos de prova	
3.1.3 Características do aço empregado	35
3.2 PROCEDIMENTO DE ENSAIO DOS PERFIS	35
3.2.1 Vinculação	35
3.2.2 Instrumentação e características do ensaio	
3.3 ANÁLISE NUMÉRICA VIA ELEMENTOS FINITOS DE CASCA	37
3.4 ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS	39
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	41
4.1 RESULTADO EXPERIMENTAL	41
4.1.1 Colunas curtas	41
4.1.1.1Análise de Variância	43
4.1.2 Colunas médias	46
4.1.2.1Análise de Variância	48
4.2 ANÁLISE NUMÉRICA	51
4.2.1 Análise estática linear	51
4.2.1.1Colunas Curtas	51
4.2.1.2Colunas Médias	57
4.2.2 Análise de Instabilidade	61
4.2.2.1Colunas curtas	61
4.2.2.2 Colunas médias	64

5 CONCLUSÃO	69
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	70
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	71

#### 1 INTRODUÇÃO

O uso de estruturas de aço na construção civil tem apresentado elevado crescimento devido aos avanços nos processos de fabricação e também, devido ao fato de proporcionar facilidade na execução. Dentre a vasta gama de perfis de aço empregados, se destacam as cantoneiras, sejam elas laminadas a quente ou formadas a frio.

As cantoneiras laminadas a quente em geral apresentam abas compactadas, sendo assim, não são propensas aos modos de instabilidade por flambagem. Por outro lado, as cantoneiras formadas a frio, possuem abas delgadas, com elevada relação entre sua largura e espessura, portanto, estão sujeitas aos modos de instabilidade.

As cantoneiras formadas a frio são amplamente empregadas devido à sua simplicidade e facilidade em se propor ligações, rapidez e economia. Esse elemento estrutural é empregado em galpões de pequeno e médio porte; torres de transmissão de energia; torres estaiadas; coberturas treliçadas; mezaninos; casas populares; edifícios de pequeno porte e na estrutura de armazenamento industrial. Em outros países, tem sido crescente o uso desses perfis em *light steel framing e wood framing*, que são painéis estruturados por perfis formados a frio.

Perfis formados a frio são elementos obtidos a partir de determinado processo de conformação à temperatura ambiente, seja por dobramento, em uma prensa dobradeira; ou por perfilagem em mesa de roletes (SILVA, 2011), sendo assim, são empregadas chapas finas de aço em sua produção (da ordem de 0,4mm a 4,75mm), apresentando desse modo, elevada esbeltez, o que ocasiona problemas com fenômenos de instabilidade.

Dentre as diversas aplicações estruturais de perfis cantoneiras formadas a frio, têm-se os sistemas de armazenagem industrial. Geralmente, esses sistemas apresentam elementos com elevada esbeltez, devido a sua produção a frio. Além disso, alguns dos elementos componentes do sistema apresentam perfurações ao longo de seu comprimento em uma ou em ambas as abas, facilitando o encaixe das ligações.

Essas perfurações, podem apresentar certa influência no comportamento dos elementos isoladamente e também, no comportamento global do sistema. Dependendo da quantidade de furos, diminui significativamente a área da seção do perfil, isso pode vir a reduzir a resistência à ruptura do perfil, bem como, pode tornar o perfil mais propenso à ocorrência de instabilidade local e global.

Realiza-se o presente estudo com o intuito de avaliar a resistência de um perfil cantoneira formado a frio, com perfurações e submetido à compressão centrada. Para tal, foram realizadas análises experimentais e numéricas empregando o método dos elementos finitos.

#### **1.1 JUSTIFICATIVA**

Na determinação da resistência em perfis formados a frio é de grande importância a avaliação de seu comportamento frente aos modos de instabilidade. Os estudos de instabilidade em perfis usuais e que não apresentam perfurações são conhecidos e determinados a partir de normas de dimensionamento. Entretanto, existem poucos estudos que consideram a influência que uma perfuração pode vir a causar ao perfil e também, no Brasil não existem normativas que considerem essas perfurações. Desse modo, com o presente estudo pretende-se avaliar a influência da perfuração na seção do perfil e contribuir para o entendimento futuro de perfis com seções perfuradas submetidos à compressão.

#### 1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral do presente trabalho foi avaliar a influência de perfurações em uma cantoneira de aço formada a frio em sua resistência, quando submetidas à compressão centrada.

# 1.2.1 Objetivos específicos

Com o intuito de atingir o objetivo geral, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Avaliar a resistência do perfil experimentalmente, por meio de ensaio de compressão centrada;
- Avaliar a resistência do perfil numericamente, por meio do Método dos Elementos Finitos, via software comercial ANSYS;
- Avaliar a ocorrência dos modos de instabilidade no perfil perfurado submetido à compressão centrada.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

No presente capítulo foi realizada uma revisão na literatura sobre os perfis formados a frio e suas principais características, os modos de instabilidade característicos de perfis formados a frio, caracterização do sistema de armazenamento industrial, introdução ao Método dos Elementos Finitos e, uma breve revisão em estudos já realizados em perfis formados a frio com perfurações e submetidos à compressão centrada.

#### 2.1 PERFIS FORMADOS A FRIO

Existem basicamente dois tipos de perfis de aço empregados na construção civil, os laminados a quente e os formados a frio. O último, está sendo cada vez mais empregado na construção civil, visto que apresenta vantagens quando comparado aos laminados, entre elas se destacam a simplicidade e facilidade em se propor ligações e, são capazes de proporcionar uma estrutura leve.

Historicamente, o uso de perfis formados a frio teve seu início em meados da década de 50, com o fim da segunda guerra mundial, em consequência da abundância de chapas finas de aço fabricadas pelos Estados Unidos para serem empregadas como blindagem de aviões, navios e tanques de guerra. No Brasil o uso destes perfis iniciou-se já no fim da década de 60, quando houve a aquisição de equipamentos para a realização da dobra (BOLANDIM, 2011).

Os perfis de aço formados a frio podem ser classificados como elementos estruturais obtidos a partir de processos de conformação à temperatura ambiente, por dobramento, em uma prensa dobradeira, ou por perfilagem, tratando-se de conformação em mesa de roletes (SILVA, 2011).

O dobramento é executado posicionando uma chapa, previamente cortada, em uma base fixa, tendo uma superior móvel que causará um impacto na chapa, dobrando-a. Executa-se esse processo na fabricação de cantoneiras,

perfis U, U enrijecido, Z e Z enrijecido. Já a perfilação, é realizada por meio da calandragem em rolos dispostos em linha de produção, é empregada na fabricação de calhas, tubos, telhas, painéis de fechamento e pisos (ALMEIDA, 2007).

Na estrutura principal, os perfis provenientes de dobramento são empregados em edifícios de pequena altura, residências e em galpões em geral. São usados também em fôrmas para concreto, andaimes, escoramentos, como parte da estrutura de treliças de cobertura e como sistema de armazenamento industrial (JAVARONI; GONÇALVES, 2002). A Figura 1 apresenta algumas seções transversais e suas aplicações mais comuns.



Fonte: Kimura (2014).

Os sistemas de armazenagem industrial são estruturas empregadas para estocagem de materiais e produtos. Esses sistemas são encontrados desde pequenas alturas até estruturas com mais de 30m de comprimento. Sua principal característica é apresentar furos ao longo de sua seção, facilitando sua montagem e, são esses furos que acabam por diminuir a resistência do perfil em uso na estrutura (RIBEIRO, 2006).

Para a realização da dobra, geralmente utilizam-se chapas finas com espessura de até 8 mm, recomendado pela NBR 14762 (ABNT, 2010). Porém, a pequena espessura eleva as relações largura-espessura (b/t) dos elementos da seção transversal e, quando se trata de elementos sob compressão, a elevada esbeltez influência negativamente a estabilidade do perfil, tornando-o susceptível à ocorrência dos modos de instabilidade local, distorcional e também o global (por flexão, torção ou flexo-torção).

Silva (2011) ressalta que devido à instabilidade, geralmente os perfis esbeltos atingem sua capacidade resistente mesmo tendo tensões inferiores à tensão de escoamento do material.

O processo da formação do aço a frio altera as propriedades mecânicas do aço, pois com a conformação elevam-se as resistências ao escoamento do aço ( $f_y$ ) e à ruptura ( $f_u$ ), e diminui a ductilidade, que é a capacidade do aço se deformar antes que ocorra a ruptura (CHODRAUI, 2006). Entretanto, estas alterações dependem de diversos fatores, tais como:

- Tipo de solicitação que o material está sendo submetido (tração ou compressão);
- Direção da tensão com relação à direção do trabalho a frio;
- Relação  $f_u/f_v$ ,
- Relação entre o raio de dobramento e a espessura r/t (Figura 2).



Figura 2: Raio de dobramento e espessura da aba de uma cantoneira de aço formada a frio

Atualmente, no Brasil, para projeto de estruturas em aço formados a frio existem duas normas: a NBR 6355 (ABNT, 2003) - "Perfis Estruturais de Aço Formados a Frio", que padroniza os perfis formados a partir de chapas com espessuras de 1,50mm a 4,75mm, indicando suas propriedades geométricas, e a NBR 14762 (ABNT, 2010) - "Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio", que traz os procedimentos a serem seguidos para o dimensionamento das estruturas de aço formadas a frio, que são compatíveis com as principais normativas estrangeiras.

## 2.2 CANTONEIRAS SOB COMPRESSÃO CENTRADA

As cantoneiras de abas iguais submetidas à compressão centrada apresentam, basicamente, dois modos globais de instabilidade, a flexo-torção de pequenos a intermediários comprimentos e um modo de flexão em torno do eixo de menor inércia, em cantoneiras esbeltas, assim como ocorre nos demais perfis monossimétricos. Em uma cantoneira simples, o eixo de maior inércia coincide com o eixo de simetria, como pode ser visto na Figura 3 onde o eixo x é o de maior inércia e o y, o de menor inércia, e b a largura da aba.



Figura 3: Eixos principais de uma cantoneira de abas iguais Fonte: Branquinho (2017).

Nesse caso, o dimensionamento de barras submetidas à força axial de compressão segue os procedimentos da NBR 14762 (ABNT, 2010), sendo a força máxima resistida pelo perfil, em Newtons (N), obtida com a Equação 1:

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi A_{ef} f_{y}}{\gamma_{a1}} \tag{1}$$

Onde:

 $\gamma_{a1}$  - coeficiente de ponderação da resistência, com valor adimensional 1,20, conforme NBR 14762 (ABNT, 2010);

 $A_{ef}$  - é a área da seção efetiva, calculada pelo método da largura efetiva ou pelo método da seção efetiva em mm<sup>2</sup> (itens 2.2.1 e 2.2.2),

 $f_y$ - é a resistência ao escoamento do aço (MPa),

 $\chi$  - é o fator redução da força axial resistente, sendo associado à flambagem global, determinado pelas Equações 2 e 3.

• Para  $\lambda_0 \leq 1,5$ :

$$\chi = 0.658^{\lambda_0^2} \tag{2}$$

• Para  $\lambda_0 > 1,5$ :

$$\chi = \frac{0.877}{\lambda_0^2} \tag{3}$$

Onde  $\lambda_0$  é o indice de esbeltez reduzido associado à flambagem global, dado por:

$$\lambda_0 = \left(\frac{Af_y}{N_e}\right)^{0.5} \tag{4}$$

Sendo que:

 $N_e$  - é a força axial de flambagem global elástica (N);

A - é a área bruta da seção transversal da barra (mm<sup>2</sup>);

A força axial de flambagem global elástica, em um perfil monossimétrico, onde o eixo x é o eixo de simetria, é o menor valor obtido a partir das Equações 5 e 6.

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 E I_y}{(K_y L_y)^2}$$
(5)

$$N_{exz} = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2]} \left[ 1 - \sqrt{\frac{4N_{ex}N_{ez}[1 - \left(\frac{x_0}{r_0}\right)^2]}{(N_{ex} + N_{ez})^2}} \right]$$
(6)

Onde:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 E I_x}{(K_x L_x)^2}$$
(7)

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \left[ \frac{\pi^2 E c_w}{(K_z L_z)^2} + G J \right]$$
(8)

$$N_e = min(N_{ey}, N_{exz}) \tag{9}$$

Onde:

 $c_w$  - constante de empenamento da seção (mm<sup>6</sup>);

*E* - módulo de elasticidade (MPa);

G - módulo de elasticidade transversal (MPa);

J - constante de torção da seção (mm<sup>4</sup>);

 $K_x L_x$  - comprimento efetivo de flambagem global por flexão em relação a x (mm<sup>2</sup>);

 $K_y L_y$  - comprimento efetivo de flambagem global por flexão em relação a y (mm<sup>2</sup>);

 $K_z L_z$  - comprimento efetivo de flambagem global por torção (mm<sup>2</sup>);

 $r_0$  - raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção (mm);

 $x_0$ - distância do centro de torção ao centróide, na direção do eixo principal x (mm);

 $I_y$ ,  $I_x$ - são os momentos de inércia da seção em relação aos eixos principais y e x, respectivamente (mm<sup>4</sup>).

De acordo com Silvestre, Dinis e Camotim (2013), tanto cantoneiras livres quanto engastadas, ao serem submetidas à compressão centrada apresentam o mesmo comportamento: a força axial de flambagem elástica decresce frente ao aumento do comprimento de barras e, o modo crítico apresenta somente uma semionda. Ainda, segundo autores, ao estudar o comportamento de cantoneiras de seção transversal L70x1,2mm submetidas à compressão centrada: ocorrem quatro modos de instabilidade, o local torsional (L<300mm), um modo torsional (300<L<800mm), um modo de flexo-torção (800<L<4000mm) e, o modo de flexão (L>4000mm).

#### 2.2.1 Método da Largura Efetiva (MLE)

O método da largura efetiva é aproximado, analisa cada elemento da seção transversal de maneira isolada. Esse método utiliza as larguras dos elementos (chapas) que formam o perfil e que se encontram sob compressão para calcular novas larguras (as larguras efetivas) e, a partir dessas, as novas propriedades geométricas da seção transversal (GRIGOLETTI, 2015).

O método da largura efetiva é prescrito pela NBR 14762 (ABNT, 2010) onde, calcula-se a área efetiva a partir das Equações 10 a 15.

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$
(10)

$$\sigma = \chi f_{\mathcal{Y}} \tag{11}$$

$$\lambda_p = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{cr}}\right)^{0.5} \tag{12}$$

$$\lambda_p \le 0,673: \ b_{ef} = b \tag{13}$$

$$\lambda_p > 0.673: \ b_{ef} = b \frac{\left(\frac{1-0.22}{\lambda_p}\right)}{\lambda_p} \tag{14}$$

$$A_{ef} = A - 2t(b_{pl} - b_{ef})$$
(15)

Onde:

 $\sigma_{cr}$  - é a tensão convencional de flambagem elástica do elemento (MPa);

 $\sigma$  - é a tensão normão de compressão (MPa);

k- é o coeficiente de flambagem local do elemento;

v- é coeficiente de Poisson do aço;

 $b_{pl}$  - é a largura plana da aba (mm);

b - é a largura da aba (mm);

t - é a espessura da aba (mm),

 $\lambda_p$  - é o índice de esbeltez reduzido do elemento.

#### 2.2.2 Método da Seção Efetiva (MSE)

O método da seção efetiva é prescrito pela NBR 14762 (ABNT, 2010) e é calculado empregando-se as Equações 16 a 19.

$$\lambda_p \le 0,776: \ A_{ef} = A \tag{16}$$

$$\lambda_p > 0,776: \ A_{ef} = A \left( 1 - \frac{0,15}{\lambda_p^{0,8}} \right) \frac{1}{\lambda_p^{0,8}}$$
(17)

$$\lambda_p = \left(\frac{\chi A f_y}{N_l}\right)^{0.5} \tag{18}$$

Onde  $N_l$  é a força axial de flambagem local elástica (N), calculada a partir da análise de estabilidade elástica, ou, a partir da Equação 19.

$$N_l = K_l \frac{\pi^2 E}{12 - (1 - \nu^2) \left(\frac{b_W}{t}\right)^2} A$$
(19)

Onde:

 $K_l$  - é o coeficiente de flambagem local.

#### 2.3 MODOS DE INSTABILIDADE

Como visto, o uso de cantoneiras de aço formadas a frio pode implicar em diversos problemas de projeto, distintos dos já conhecidos para perfis soldados ou laminados. Desse modo, faz-se necessário a utilização de critérios de dimensionamento que considerem os modos de instabilidade a que estão sujeitos esses perfis.

Para Chodraui (2006), a estabilidade de uma estrutura é a sua capacidade de suportar carregamento sem que isso implique em mudanças

significativas em sua configuração de equilíbrio, enquanto que a instabilidade da mesma, é a mudança entre essas configurações estáveis e instáveis ao longo de uma trajetória de equilíbrio.

A seguir são apresentados os principais modos de instabilidade que perfis formados a frio estão sujeitos, denominados de instabilidade local, global (flexão, torção ou flexo-torção) e distorcional.

#### 2.3.1 Instabilidade Local

A instabilidade local de um perfil submetido à compressão caracterizase por um típico modo de instabilidade na chapa, que ocorre quando cada uma das placas que formam o perfil sofre instabilidade de forma isolada (Figura 4). Isso é ocasionado devido à baixa rigidez do elemento, há então a formação de ondas na seção sem que haja deslocamento ou mudança nos ângulos formados nas arestas comuns (MAIA, 2008).



Figura 4: Instabilidade local em perfis do tipo U (a) e do tipo cartola (b) Fonte: Chodraui (2006).

Devido ao fato de se tratar de um caso de instabilidade de chapa, as formulações desenvolvidas para o modo de instabilidade local baseiam-se na teoria de flambagem elástica de chapas (LEAL, 2011). O comportamento de uma chapa ideal no regime elástico sujeita à compressão pode ser descrito pela Equação 20, sendo essa, uma equação diferencial proposta por BRYAN (1891 apud LEAL, 2011, p.14):

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{f_x t}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$$
(20)

Onde:

 $D = E.t^3/[12.(1-v^2)];$ 

*E* -é o módulo de elasticidade longitudinal (MPa);

v - é o Coeficiente de Poisson;

w - é o deslocamento da chapa perpendicular ao seu plano (mm);

 $f_x$ - é a tensão de compressão na direção de x (MPa);

t - é a espessura da chapa (mm).

Resolvendo a equação 20, segundo TIMOSHENKO & GERE (1961 apud LEAL, 2011, p.14) obtém-se a equação para a tensão crítica de flambagem elástica de chapas (Equação 21).

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$
(21)

Onde:

 k - é o coeficiente de flambagem local, que depende da relação entre o comprimento e a largura da chapa.

#### 2.3.2 Instabilidade Global

As seções transversais dos perfis de aço formados a frio, incluindo as cantoneiras, são comumente abertas monossimétricas, ou seja, possuem apenas um eixo de simetria (Figura 5). Desse modo, faz-se necessário analisar os dois modos de instabilidade global: o de flexão e o de flexo-torção.



Figura 5: Seção transversal de uma cantoneira simples Fonte: Maia (2008).

#### 2.3.2.1 Instabilidade Por Flexão

Segundo Maia (2008), a instabilidade por flexão caracteriza-se pelo movimento do corpo rígido devido ao deslocamento transversal do eixo da barra, assumindo então uma configuração curva (Figura 6). Em resumo, é a flexão da seção em relação ao eixo principal de não-simetria, no caso o eixo 2.



Figura 6: Instabilidade por flexão Fonte: Maia (2008).

Nesse caso, a força normal de flambagem elástica é dada pela conhecida força normal crítica de Euler (Equação 22).

$$N_e = \frac{\pi^2 EI}{\left(KL\right)^2} \tag{22}$$

Onde:

E- é o módulo de elasticidade do material (MPa);

*I*- é o momento de inércia em relação ao eixo 2 (mm<sup>4</sup>),

*KL* - é o comprimento efetivo de flambagem por flexão em relação ao eixo 2 (mm).

#### 2.3.2.1 Instabilidade por Torção ou Flexo-Torção

As barras de seção transversal aberta submetidas à compressão, ao contrário das barras com seção fechada, que apresentam elevada rigidez à torção, estão sujeitas à instabilidade global por torção, que se caracteriza pela

rotação da seção transversal em torno de seu centro de torção (centro de cisalhamento) sem apresentar deformações no plano da mesma.

De acordo com Maia (2012), no caso mais específico de perfis com seções monossimétricas ou assimétricas, circunstância em que o centroide (CG) não coincide com a posição do centro de torção (CT), as barras se tornam mais vulneráveis ao modo de instabilidade por flexo-torção ao serem submetidas a uma força de compressão centrada. Nesse caso, ocorre flexão em relação ao eixo de simetria, no caso o de maior inércia, e, simultaneamente tem-se torção da seção transversal em relação ao CT (Figura 7).



Figura 7: Instabilidade por flexo-torção Fonte: Maia (2012).

A força axial de flambagem global elástica, em um perfil monossimétrico é determinada a partir das Equações anteriores, 5 e 6.

#### 2.3.3 Instabilidade Distorcional

Além dos modos de instabilidade local (instabilidade de chapa) ou global (da barra), tem-se a possibilidade de ocorrência de outro modo de instabilidade, o distorcional, associado à distorção da seção transversal.

Para Chodraui (2006) esse modo de instabilidade é significativo em perfis com enrijecedores de borda (perfis do tipo U e Z enrijecidos, perfis cartola e "rack") (Figura 8). Em perfis que não possuem enrijecedores, como a cantoneira em estudo, esse modo não é crítico, em razão de que a instabilidade local prevalece, pois, o elemento possui apenas uma borda apoiada.





Fonte: NBR 14762:2010.

A instabilidade distorcional evidencia-se pela rotação e translação do elemento comprimido juntamente com seu enrijecedor de borda, alterando sua seção transversal, diferente do que ocorre na instabilidade local, onde tem-se a posição original dos cantos e dos ângulos formados entre os elementos, conservados (CHODRAUI, 2006).

#### 2.4 SISTEMA DE ARMAZENAMENTO INDUSTRIAL

Os sistemas de armazenagem industrial são sistemas estruturais empregados em estocagem em fábricas, atacadistas, supermercados e distribuição de produtos manufaturados, conforme Figura 9 (CAMPOS, 2003). Esses sistemas variam de pequenas até elevadas alturas, de até 30m com carregamento automatizado.



Figura 9: Sistema de armazenamento em cantoneira perfurada Fonte: Logisul (2017).

Os perfis mais empregados nos sistemas de armazenagem são racks, perfil U e as cantoneiras. Geralmente esses perfis são formados a frio e, apresentam perfurações ao longo de seu comprimento, que servem para facilitar o encaixe com outras colunas. O encaixe dos elementos no sistema geralmente é realizado por meio de ligações semi-rigidas, parafusadas, soldadas ou conectadas pelo sistema de encaixe.

Devido à elevada esbeltez apresentada por perfis formados a frio aliada a perfurações, a estabilidade do perfil é de grande importância na resistência do perfil. A variedade da configuração dos furos (tamanho e quantidade), torna difícil a avaliação teórica da resistência das colunas empregadas na estrutura, por isso, indica-se avaliar via experimentos a capacidade de carga desses elementos (RIBEIRO, 2006).

Por serem constituídos por perfis formados a frio, para a avaliação de seus elementos empregam-se as normas existentes para os mesmos. No Brasil é empregada para tal a NBR 14762 (ABNT, 2010). Porém, a referida normativa não considera as perfurações no perfil para dimensionamento.

# 2.5 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método numérico que permite a obtenção de soluções para um problema. É utilizado em casos em que há complexidade do comportamento material, da geometria, das cargas aplicadas ou mesmo das condições de fronteira (AZEVEDO, 2013).

O Método dos Elementos Finitos é empregado para realizar uma divisão do domínio de um problema que pretende-se analisar, em subdomínios, denominados de elementos, que possuem dimensões finitas, de modo que, o conjunto de todos os elementos seja igual ao domínio original (ALVES, 2007).

Na Engenharia Estrutural, o Método dos Elementos Finitos tem como objetivo a determinação do estado de tensão de um sólido geométrico, quando submetido a ações exteriores, bem como, a determinação da deformação desse sólido (AZEVEDO, 2013). Mas também, o método permite o estudo de deslocamentos e tensões em peças mecânicas, barragens, minas e estruturas diversas como torres, edifícios e coberturas.

Nos últimos anos houve o crescimento do uso de métodos numéricos, como o MEF, devido ao desenvolvimento de computadores com grande capacidade de processamento. O desenvolvimento da Mecânica Computacional faz com que modelos matemáticos passem a ser processados por máquinas cada vez mais poderosas, permitindo a evolução dos modelos. Desenvolveu-se então, *softwares* baseados em MEF, tornando o pré e pós processamento cheio de recursos gráficos iterativos, que permitem a melhor visualização do problema em estudo. Além disso, uma vantagem desses *softwares* é permitir sua utilização por usuários sem que os mesmos precisem conhecer toda a teoria do Método (PAIVA et al, 2016). Porém, o conhecimento dos conceitos de mecânica continua a ser indispensável.

Dentre os *softwares* que empregam o Método dos Elementos Finitos para processamento, tem-se o *software* comercial ANSYS (ANSYS, 2011). No ANSYS há a discretização do meio continuo (domínio) em elementos de mesmas propriedades do domínio original. Esses elementos empregam funções de interpolação para a formação de um sistema de equações resolvidas numericamente para obter os resultados desejados.

O software ANSYS, que será empregado no presente estudo, é um programa versátil e que pode ser aplicado na análise de estruturas estáticas e dinâmicas, análises de transferência de calor, entre outras. Além disso, o programa permite a construção de diversas geometrias e introdução das propriedades do material.

#### 2.6 ESTUDOS REALIZADOS

Freitas, Freitas e Souza (2004), realizaram estudos sobre elementos formados a frio perfurados e submetidos à compressão. Os autores analisaram de modo experimental e com análises numéricas perfis *racks* formados a frio, com e sem perfurações em seu comprimento. Concluíram que as imperfeições geométricas e as perfurações influenciam no comportamento estrutural da coluna, diminuindo sua resistência e a tornando propicia a modos de instabilidade. O modo de colapso constatado foi o distorcional para as colunas curtas ensaiadas. Além disso, os autores concordam que para colunas racks o dimensionamento mais coerente é o realizado seguindo os procedimentos da NBR 14762 (ABNT, 2010).

Silva (2011) estudou a influência das perfurações em perfis *racks* formados a frio e submetidos à compressão centrada empregando análises numéricas (MEF) e experimentais em protótipos sem perfurações e com duas perfurações. Os resultados demonstraram que o modo de instabilidade local foi predominante, apesar de pensar-se que o distorcional o seria, devido ao fato de

ser um perfil com enrijecedores. Os furos nas peças mostraram pouca influência quanto ao comportamento da coluna e sua carga crítica.

Faria et al. (2015) avaliaram perfis *racks* quanto a instabilidade e a influência de perfurações no comprimento do perfil. Os autores ensaiaram corpos de prova sem perfurações, com três furos e com seis furos e também os analisaram numericamente via software ANSYS, concluindo que as perfurações apresentam pouca influência na capacidade resistente final da estrutura e na carga critica associada a flambagem local.

Faria (2016) avaliou perfis *racks* experimentalmente, seguindo os procedimentos da NBR 14762 (ABNT, 2010) e empregando o Método dos Elementos Finitos via software ANSYS e, observou que a existência dos furos faz com que haja uma redução da carga última das colunas, visto que com perfurações, a área liquida é menor que a área bruta. Também notou que, o modo de instabilidade predominante foi o distorcional com interação com o modo de instabilidade local devido à proximidade das cargas críticas.

# **3 MATERIAIS E MÉTODOS**

Neste capítulo são apresentados os materiais e métodos empregados no programa experimental e na análise numérica, que visa avaliar a resistência de cantoneiras formadas a frio com perfurações submetidas à compressão centrada.

# 3.1 CARACTERÍSTICAS DAS COLUNAS ESTUDADAS

## 3.1.1 Características geométricas das colunas

Para o referido estudo foram utilizadas peças com seção transversal do tipo cantoneira L80x3,00mm, sendo compostas por duas abas iguais de 80mm com espessura de 3mm (Figura 10).



Figura 10: Perfil Cantoneira L80x3,00 mm

Os perfis foram produzidos por empresa local, empregando o processo de dobra de chapas de aço carbono para formar o perfil L80x3,00mm.

#### 3.1.2 Definição dos corpos de prova

As barras de aço foram cortadas em dois comprimentos, 200mm e 400mm, devido a limitações no comprimento da prensa empregada, sendo definidas três configurações para os corpos de prova: perfil sem perfurações, perfil com um furo de diâmetro de 10mm em uma das abas e perfil com um furo de diâmetro de 30mm em uma das abas, como apresentado nas Figuras 11 e 12. As perfurações representaram, respectivamente, uma redução de 12,5% e 37,5% na largura da aba.

Para cada configuração de comprimento e furação foram ensaiados três corpos de prova, totalizando assim, dezoito corpos de prova.



Figura 11: Cantoneiras com L= 200mm e localização dos furos (a) sem furo; (b) 1 furo de Ø10mm e (c)1 furo de Ø30mm



Figura 12:Cantoneiras com L= 400mm e localização dos furos (a) sem furo; (b) 1 furo de Ø10mm e (c)1 furo de Ø30mm

Os corpos de prova foram identificados por siglas constituídas de letras e números, correspondentes ao comprimento da peça, a identificação do furo e o número do exemplar, como apresentado na Tabela 1.

Tabela 1: Siglas de identificação dos corpos de prova	
Descrição: XX-WWW-CPN	
хх	Coluna curta: CC Coluna média: CM
www	Perfil sem a presença de furos: SFS Perfil com furo de 10mm: F10 Perfil com furo de 30mm: F30
CPN	Corpo de prova 1: CP1 Corpo de prova 2: CP2 Corpo de prova 3: CP3

#### 3.1.3 Características do aço empregado

No presente estudo, avalia-se o perfil de aço formado a frio (PFF) obtido pelo processo de dobra em indústria local, de uma chapa de aço carbono SAE 1006. Suas propriedades mecânicas são:

- a) Resistência ao escoamento do aço,  $f_y = 285$  MPa;
- b) Resistência à ruptura do aço,  $f_u = 330$  MPa;
- c) Módulo de elasticidade, E=200 GPa;
- d) Coeficiente de Poisson, v= 0,3;
- e) Módulo de elasticidade transversal, G= 77 Pa.

#### 3.2 PROCEDIMENTO DE ENSAIO DOS PERFIS

Os corpos de prova foram submetidos ao ensaio de compressão axial na máquina universal de ensaios do laboratório da Universidade Paranaense – UNIPAR, Campus Toledo.

#### 3.2.1 Vinculação

Para a vinculação dos perfis na prensa, foram utilizadas duas placas de apoio produzidas em aço de alta resistência, contendo uma ranhura em uma de suas faces (Figura 13), com largura superior à espessura do perfil, para posicionamento do perfil cantoneira, restringindo a rotação das extremidades dos perfis, permitindo assim, realizar de maneira eficiente a aplicação da carga de compressão centrada.


Figura 13: Base de apoio

### 3.2.2 Instrumentação e características do ensaio

A máquina empregada na realização dos ensaios (Figura 14), possui capacidade de carga de 1000 kN e a carga aplicada foi medida pela célula de carga instalada no equipamento. Além disso, um extensômetro analógico com curso de 10 mm, sensibilidade 0,01mm foi instalado perpendicular ao eixo de menor inércia para medir o deslocamento devido à flambagem por flexão.



Figura 14: Máquina Universal de Ensaios empregada no experimento

O ensaio foi realizado com aplicação contínua da carga com velocidade igual a 0,001mm/s até a ruptura da peça, constatada através da redução imediata da carga em 20%.

# 3.3 ANÁLISE NUMÉRICA VIA ELEMENTOS FINITOS DE CASCA

A análise numérica foi realizada utilizando o programa computacional ANSYS, versão educacional 18. Inicialmente foi gerada a geometria dos perfis utilizando o recurso SpaceClaim.

Para a análise, optou-se pelo elemento de casca SHELL 181, sendo essa escolha baseada em estudos anteriores realizados considerando seções perfuradas (FARIA, 2016; SILVA, 2011). Esse elemento apresenta quatro nós I, J, K e L com seis graus de liberdade em cada nó (translações e rotações em X, Y e Z), como pode ser visto na Figura 15.



Figura 15: Elemento SHELL 181- Programa ANSYS Fonte: ANSYS (2011).

Outro fator importante na análise do modelo é o refinamento da malha de elementos finitos. Foram testados vários níveis de refinamento e, adotouse o que melhor representou o problema: cada elemento de malha apresentando dimensão mínima de 0,5mm e dimensão máxima de 2,0mm.

Além disso, nas peças com perfurações, adicionou-se controle de malha na região do furo, com tamanho máximo para esses elementos de 0,5mm, visto que foram percebidas nas análises que na região perfurada ocorrem as máximas tensões.

Para as condições de contorno, empregaram-se condições que simulam as vinculações das extremidades inferior e superior, onde é aplicada a força de compressão, deixando-se deslocamento livre na direção de aplicação da carga.

Na extremidade superior da cantoneira, adicionou-se uma carga distribuída na aresta das abas, definida a partir dos resultados dos ensaios experimentais.

A análise estática linear foi realizada considerando as propriedades do material apresentadas no item 3.1.3 utilizando o recurso *Static Structural*, sendo obtidas as tensões máximas e mínimas. Para análise de instabilidade foi utilizado o recurso *Eigenvalue Buckling*, resultando os modos e as cargas críticas de flambagem.

## 3.4 ANÁLISE DE DADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados obtidos experimentalmente foram submetidos a uma análise estatística empregando Análise de Variância – ANOVA (COLOSIMO, 2011), para comparar as médias das cargas de colapso para as três configurações de colunas curtas e de colunas médias, afim de determinar se há redução da carga para o perfil com perfurações. Para isso, fez-se o teste de hipóteses:

- $H_0$ : não existe diferença entre as médias dos grupos.
- $H_1$ : a média de pelo menos um dos grupos difere das demais.

Para tal, realizou-se o teste F (Equação 23):

$$F = \frac{Variância \ entre \ os \ grupos}{Variância \ dentro \ dos \ grupos}$$
(23)

Se o F calculado for maior que o Fcrítico, que é tabelado e dependente do valor do nível de significância global  $\alpha$ , rejeita-se a hipótese  $H_0$ , isso quer dizer que, há diferença entre dois ou mais grupos analisados.

No presente estudo empregou-se um nível de significância de 5% e, a análise foi realizada em *software* matemático, utilizando a ferramenta de análise de dados ANOVA- fator único.

Se o teste F realizado se mostrar significativo, ou seja, se existir ao menos um par de médias diferentes na amostra, faz-se necessário a realização de outro teste, para determinar qual (is) o (s) par (es) de médias diferem.

Um teste capaz de determinar se duas médias diferem é o Teste de Tukey, que as compara duas a duas, o teste também pode ser utilizado como solução complementar à ANOVA. O teste baseia-se na diferença mínima significativa (DMS), e é calculado pela Equação 24.

$$DMS = q_{\alpha}(g, N - g) \sqrt{\frac{QMErro}{n}}$$
(24)

Onde:

n- é o número de réplicas do tratamento;  $q_{\alpha}$ - é um valor tabelado (Tabela do Teste de Tukey); QMErro- é o quadrado médio do erro.

Rejeita-se a igualdade da média de dois tratamentos (i e j) se:

$$\left|\overline{y_{i}} - \overline{y_{j}}\right| > DMS \tag{25}$$

# 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos nos ensaios experimentais e análises numéricas, separados em dois grupos: colunas curtas e colunas médias; contendo cada grupo três configurações de furos diferentes e três repetições para cada uma das configurações.

### 4.1 RESULTADO EXPERIMENTAL

### 4.1.1 Colunas curtas

Durante os ensaios de compressão centrada, verificou-se a ocorrência de instabilidade local em todos os corpos de prova de 200 mm, independente da presença de furos, como pode ser observado na Figura 16. Nota-se também que, o deslocamento ocorrido nas abas, foi semelhante em ambos os corpos de prova, ou seja, não há tendência de maior deslocamento na instabilidade local devido a presença da perfuração.



Figura 16: Colunas curtas após ensaio de compressão: a) CC-SFS; b) CC-F10, c) CC-F30

Na Tabela 2 são apresentados os valores de tensões últimas suportadas pelos exemplares das colunas curtas, a média e o desvio padrão calculados entre elas.

	entre ela	as	
Exemplar	CC-SFS (MPa)	CC-F10 (MPa)	CC-F30 (MPa)
1	221,29	227,10	217,42
2	231,94	245,16	219,46
3	246,13	234,62	227,31
Média	233,12	235,63	221,40
Desvio padrão	10,17	7,41	4,26

Tabela 2: Colunas curtas- Tensões últimas suportadas, a média e o desvio padrão entre elas

Verifica-se que não houve grande variação nos valores de tensões últimas determinadas para os exemplares de colunas curtas, apesar da presença de furos. Observa-se que a série CC-F10 apresentou tensão de colapso levemente superior à série CC-SFS, que pode ter ocorrido devido a pequenas imperfeições nos protótipos que não foram consideradas nas análises, ou devido ao fato da perfuração de 10mm não implicar em redução de tensão. Nota-se ainda que a série CC-F30 demonstrou tensão última média ligeiramente inferior as demais séries.

Devido às pequenas diferenças mostradas na Tabela 2, faz-se necessário a realização de uma análise estatística para determinar se essas são significativas e resultantes das perfurações nos exemplares das séries CC-F10 e CC-F30.

### 4.1.1.1 Análise de Variância

Para determinar se as perfurações nas cantoneiras resultaram em uma redução da tensão de colapso, realizou-se a Análise de Variância- ANOVA de

fator único, considerando a tensão de colapso e, utilizando o programa computacional Excel para análise de dados.

A partir da análise ANOVA, realizada com os valores de tensão última dos três grupos de colunas curtas, tem-se os seguintes resultados:

Tabela 3: Resumo para Colunas Curtas RESUMO- COLUNAS CURTAS (200mm)					
Grupo	Contagem	Soma	Média	, Variância	
CC-SFS	3	699,35	233,12	155,29	
CC-F10	3	706,88	235,63	82,34	
CC-F30	3	664,19	221,40	27,27	

Tabela 4: Cálculo da ANOVA- Colunas curtas ANOVA- COLUNAS CURTAS (200mm) SQ MQ F valor-P F crítico Fonte da variação gl Entre grupos 346,14 2 173,07 1,96 0,22 5,14 529,80 88,30 Dentro dos grupos 6 875,94 Total 8

A Tabela 3 contém um resumo com o número de resultados das amostras para cada grupo de cantoneiras analisadas (repetições de ensaio para cada grupo); a soma das amostras, que são as tensões ultimas determinadas; a média e a variância para cada grupo.

Já na Tabela 4, encontram-se os resultados propriamente ditos para a análise de variância. Da esquerda para a direita são apresentados: *SQ*- Soma dos quadrados dos desvios padrão de cada amostra, analisadas na primeira linha entre os grupos e depois, dentro de cada um dos grupos; gl- grau de liberdade entre e dentro dos grupos; *MQ*- Média dos Quadrados, que é a Soma dos Quadrados sobre o grau de liberdade; *F*- relação entre a Média dos

Quadrados entre os grupos e dentro dos grupos; *valor-P* valor de significância da igualdade e, *Fcrítico*, que é tabelado e depende do valor de significância.

Há duas maneiras de se analisar a Tabela 4, comparando o *F* com o *Fcrítico* e analisando o *valor-P*. Para que se possa aceitar a hipótese  $H_0$  de que não há diferença entre as médias dos grupos analisados, *F* deve ser inferior ao *Fcrítico* ou o *valor-P* deve ser superior ao grau de significância adotado (5%).

Da Tabela 4, tem-se que:

- F < Fcrítico
- Valor-P > 5%

Como parte complementar da ANOVA, realizou-se o Teste Tukey no software Past, que compara as médias duas a duas analisando as diferenças com grau de significância de 5%.

A comparação entre as médias duas a duas, apresentada pelo programa computacional Past, pode ser vista na Tabela 5.

Tabela 5: Comparação entre as médias das colunas curtas- Teste Tukey

	CC-SFS	CC-F10	CC-F30
CC-SFS	-	0,4935	0,3441
CC-F10	0,4621	-	0,2361
CC-F30	2,1610	2,6230	-

Nota-se que, nenhum dos valores das diferenças entre as médias (Tabela 5) se mostrou inferior ao grau de significância de 5%, portanto, com os resultados da ANOVA e do Teste Tukey, aceita-se a hipótese  $H_0$ . Ou seja, as perfurações adicionadas no perfil não apresentaram influência significativa na resistência do perfil. Porém, nota-se que há uma tendência na diminuição das tensões com a presença do furo de 30mm de diâmetro, o que leva a crer que, perfurações maiores apresentarão influência na resistência do perfil.

Plotando as médias das tensões de colapso experimentais em um gráfico de barras (Figura 17) e as analisando visualmente, observa-se com

clareza que as tensões últimas das cantoneiras ensaiadas são de fato similares, bem como concluído pela análise estatística.



Figura 17: Gráfico de barras das Tensões médias para Colunas Curtas

### 4.1.2 Colunas médias

Nas colunas médias observou-se durante os ensaios de compressão centrada a ocorrência de instabilidade local em todos os corpos de prova, bem como nas colunas curtas, independente da presença de furos (Figura 18).



Figura 18:Colunas médias após ensaio de compressão: a) CM-SFS; b) CM-F10, c) CM-F30

Os valores das tensões últimas suportadas pelos corpos de prova de 400mm de comprimento, a média e o desvio padrão calculados entre elas são apresentados na Tabela 6.

_		entre elas	5	
_	Exemplar	CM-SFS (MPa)	CM-F10 (MPa)	CM-F30 (MPa)
-	1	234,62	246,88	241,40
	2	243,44	249,25	237,53
	3	233,66	242,90	236,24
	Média	237,24	246,34	238,39
	Desvio padrão	4,40	2,62	2,19

Tabela 6: Colunas médias- Tensões últimas suportadas, a média e o desvio padrão entre elas

Observa-se que não houve grande variação nos valores de tensões últimas para as colunas médias ensaiadas experimentalmente. Também, percebe-se que a série CM-F10 apresentou tensão de colapso superior às demais, enquanto que a média das tensões para as séries CM-SFS e CM-F30 se apresentaram bem próximas.

Devido as pequenas diferenças nas tensões das três séries, faz-se necessário a realização de uma análise estatística para determinar se as mesmas são significativas ou se podem ser desconsideradas.

4.1.2.1 Análise de Variância

Como observado experimentalmente, os resultados das cargas de colapso apresentaram pequenas diferenças, para determinar estatisticamente se as perfurações foram significativas para a resistência do perfil, realizou-se a ANOVA de fator único.

A partir dos dados da Tabela 6, tem-se os seguintes resultados para a ANOVA (Tabelas 7 e 8).

	Tabela 7: Resumo para Colunas Medias					
F	RESUMO- COLUNAS MÉDIAS (400mm)					
Grupo	Contagem	Soma	Média	Variância		
CM-SFS	3	711,72	237,24	29,07		
CM-F10	3	739,03	246,34	10,28		
CM-F30	3	715,16	238,39	7,21		

#### Calu

Tabela 8: Cálculo da ANOVA- Colunas Médias

ANOVA- COLUNAS MÉDIAS (400mm)						
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	147,51	2	73,76	4,75	0,06	5,14
Dentro dos grupos	93,13	6	15,52			
Total	240.64	8				
i ulai	240,04	0				

A Tabela 7 apresenta um resumo das amostras, com suas médias e variâncias. Já na Tabela 8, encontram-se os resultados para a análise de variância: soma dos quadrados dos desvios padrão de cada amostra; grau de liberdade entre e dentro dos grupos; média dos Quadrados; relação entre a média dos quadrados entre os grupos e dentro dos grupos; valor de significância da igualdade e o Fcrítico.

Para que se possa aceitar a hipótese  $H_0$  de que não há diferença entre as médias das colunas médias, F deve ser inferior à Fcrítico ou o valor-P deve ser superior ao grau de significância adotado (5%).

Da Tabela 8, tem-se que:

- F < Fcrítico
- Valor-P > 5%

Realizou-se o Teste de Tukey no *software* Past para comparar as médias duas a duas e analisar as diferenças com grau de significância de 5%. Essa comparação pode ser vista na Tabela 9.

abeia 9: Comparação entre as medias das colunas curtas- Teste Tukey						
		CM-SFS	CM-F10	CM-F30		
	CM-SFS	-	0,0673	0,9328		
	CM-F10	4,0020	-	0,1059		
	CM-F30	0.5056	3,4960	-		

Tabela 9: Comparação entre as médias das colunas curtas- Teste Tukey

Observa-se que, nenhum dos valores das diferenças entre as médias (Tabela 9) encontra-se abaixo do grau de significância de 5%, também, F < Fcrítico e *Valor-P* > 5%, assim, aceita-se a hipótese  $H_0$ , de que as perfurações adicionadas nos exemplares de 400mm não apresentaram influência em sua resistência. Entretanto, da mesma forma que ocorre nas colunas curtas, nota-se uma tendência na diminuição das tensões com a presença do furo de 30mm, o que indica que, perfurações maiores apresentarão influência significativa na resistência do perfil.

Analisando as médias das tensões últimas experimentais das colunas médias (Figura 19), observa-se que as tensões últimas das cantoneiras ensaiadas são de fato similares, confirmando as observações feitas e os resultados da análise estatística.



Figura 19: Diagrama das Tensões médias para Colunas Médias

# 4.2ANÁLISE NUMÉRICA

Neste item serão apresentados os resultados da análise numérica estática linear e de instabilidade, realizada via elementos finitos de casca por meio do *software* ANSYS.

4.2.1 Análise estática linear

4.2.1.1 Colunas Curtas

Para a análise numérica das colunas curtas, gerou-se a geometria dos protótipos e a malha de elementos finitos de casca, como pode ser visto na Figura 20.



Figura 20: Geometria e Malha de Elementos Finitos para: a) CC-SFS; b) CC-F10; b) CC-F30

Na Figura 20 observa-se uma concentração de elementos de malha na região do furo (séries CC-F10 e CC-F30) e, na região da dobra (série CC-SFS), isso devido às condições de controle de malha adicionadas para a melhor representação do problema.

Na Figura 21 tem-se a análise de tensões da série CC-SFS, que indica maiores tensões de compressão na extremidade oposta à aplicação da carga, no canto das abas e na dobra do perfil, com valores próximos a 330 MPa (pontos

indicados por setas na Figura 21). Além disso, nota-se que predominam tensões com valores próximos a 218 MPa.



Figura 21: Tensões de compressão - CC-SFS

Analisando as tensões de compressão da série CC-F10 (Figura 22) notase que são similares às da série CC-SFS: há predomínio de tensões próximas a 218 MPa e há a presença de tensões máximas na região da dobra e nas extremidades opostas a força de compressão aplicada (pontos indicados por setas) mas, na série CC-F10 também são encontradas tensões máximas na região perfurada, sendo essas de até 650 MPa. Percebe-se ainda que não há diferença entre as tensões da aba sem perfuração e da aba com furo, com exceção da região próxima ao furo.



Figura 22: Tensões equivalentes de compressão - CC-F10

As máximas tensões de compressão para a série CC-F30 encontram-se na região do furo e não mais na extremidade oposta ao carregamento e nas bordas, seu valor é de aproximadamente 740 MPa. Nota-se também que há predomínio de tensões próximas a 220 MPa, como pode ser visto na Figura 23. Percebe-se ainda que na aba sem furo as tensões são ligeiramente superiores às tensões na aba perfurada. Na região do furo há a tendência de esmagamento do furo, visto que apresenta em uma das direções elevadas tensões de compressão (indicadas pela cor azul) e na outra, elevadas tensões de tração (indicadas em vermelho).



Figura 23: Tensões de compressão - CC-F30

A partir da análise das tensões predominantes nos protótipos, tem-se as tensões últimas nas três configurações de colunas curtas (Tabela 10).

Exemplar	σ <sub>num</sub> (MPa)
CC-SFS	218,78
CC-F10	218,17
CC-F30	219,14

Tabela 10: Tensões últimas numéricas para as colunas curtas analisadas

Observa-se que as tensões últimas numéricas das três séries de colunas curtas são similares, tal como o visto na análise experimental, portanto, as perfurações no perfil não influenciaram na resistência do mesmo.

Ainda, na análise de tensões realizada no ANSYS, observou-se que as maiores tensões de compressão nas colunas perfuradas, se encontraram na região do furo. A Figura 24 mostra exatamente essa tensão, percebida após ensaio de compressão nas peças do grupo CC-F30.



Figura 24: Tensão máxima na região do furo observado no: a) ANSYS b) Ensaio Experimental

Na Tabela 11 tem-se uma comparação entre os resultados experimentais e numéricos para as tensões ultimas de cada exemplar das colunas curtas. As tensões últimas numéricas foram determinadas a partir de uma média das tensões predominantes em cada exemplar.

Exemplar	$\sigma_{exp}$ (MPa)	σ <sub>num</sub> (MPa)	$^{\sigma_{ m num}}/_{\sigma_{exp}}$ (MPa)
CC-SFS-CP1	221,29		0,99
CC-SFS-CP2	231,94	218,78	0,94
CC-SFS-CP3	246,13		0,89
CC-F10-CP1	227,10		0,96
CC-F10-CP2	245,16	218,17	0,89
CC-F10-CP3	234,62		0,93
CC-F30-CP1	217,42		1,01
CC-F30-CP2	219,46	219,14	1,00
CC-F30-CP3	227,31		0,96

Tabela 11: Comparação dos valores das tensões últimas experimentais e numéricas para as colunas curtas

Analisando as tensões experimentais com as obtidas por meio de análises numéricas (Tabela 11), entende-se que as mesmas são muito próximas, tornando válidas as duas análises.

### 4.2.1.2 Colunas Médias

Para a análise numérica, gerou-se a geometria dos protótipos e a malha de elementos finitos de casca, como pode ser visto na Figura 23.



Figura 25:Geometria e Malha de Elementos Finitos para: a) CM-SFS; b) CM-F10; b) CM-F30

Na Figura 25 observa-se uma concentração de elementos de malha na região do furo (séries CM-F10 e CM-F30) e, na região da dobra (série CM-SFS), do mesmo modo que nas séries de colunas curtas, isso devido às condições de controle de malha adicionadas para a melhor representação do problema.

Para a série de CM-SFS, a análise de tensões indica que os maiores esforços de compressão encontram-se na extremidade inferior da cantoneira, no canto das abas e na dobra do perfil (pontos indicados por setas), com valores próximos a 380 MPa. Nota-se que há predomínio de tensões próximas a 217 MPa (Figura 26).



Figura 26: Tensões de compressão - CM-SFS

Para a série CM-F10 (Figura 27), predominam tensões com valores próximos a 219 MPa. Verifica-se que as maiores tensões de compressão encontram-se na extremidade oposto a carga aplicada, no canto das abas e na dobra (indicados por seta), além disso a tensão vai aumentando conforme se aproxima da região do furo, onde ocorre a máxima tensão de compressão que é de aproximadamente 653 MPa.



Figura 27: Tensões de compressão - CM-F10

Segundo a análise da Figura 27, as tensões na aba com perfuração e na aba sem, são bem próximas, com exceção da região perfurada.

Para a série CM-F30, como pode-se constatar na Figura 28, predominam tensões com valores próximos a 217 MPa. As máximas tensões de compressão se concentram na região do furo e também nas extremidades opostas a carga aplicada e na bora (pontos indicados por setas) e, a máxima tensão localizada na região perfurada é de aproximadamente 755 MPa.



Figura 28: Tensões de compressão - CM-F30

A partir da análise das tensões predominantes nos protótipos, tem-se as tensões últimas nas três configurações de colunas curtas (Tabela 12).

Exemplar	σ <sub>num</sub> (MPa)
CM-SFS	217,17
CM-F10	219,00
CM-F30	217,55

Tabela 12: Tensões últimas numéricas para as colunas médias analisadas

Observa-se que as tensões últimas numéricas das três séries de colunas médias são similares, portanto, entende-se que as perfurações no perfil não influenciaram na resistência do mesmo, como pode ser visto também na Tabela 13.

Exemplar	$\sigma_{exp}$ (MPa)	$\sigma_{ m num}$ (MPa)	$^{\sigma_{ m num}}/_{\sigma_{exp}}$ (MPa)
CM-SFS-CP1	234,62		0,93
CM-SFS-CP2	243,44	217,17	0,89
CM-SFS-CP3	233,66		0,93
CM-F10-CP1	246,88		0,89
CM-F10-CP2	249,25	219,00	0,88
CM-F10-CP3	242,90		0,90
CM-F30-CP1	241,40		0,90
CM-F30-CP2	237,53	217,55	0,92
CM-F30-CP3	236,24		0,92

Tabela 13: Comparação dos valores das tensões últimas experimentais e numéricas para as colunas médias

Com a Tabela 13 observa-se que as tensões experimentais e numéricas são muito próximas, ou seja, pode-se dizer que não ocorreu erro na determinação das tensões de colapso, visto que as duas maneiras utilizadas para tal, apresentaram resultados bem parecidos, sendo a numérica mais conservadora. 4.2.2 Análise de Instabilidade

4.2.2.1 Colunas curtas

Na análise de instabilidade elástica no ANSYS para as colunas curtas, verificou-se a ocorrência de flambagem por instabilidade local em todos os corpos de prova de 200 mm, como pode ser visto na Figura 29, onde, da esquerda para a direita tem-se a vista frontal da cantoneira e a vista de uma das abas.



Figura 29: Modo de Instabilidade dos protótipos: a) CC-SFS; b) CC-F10; c) CC-30

As cargas críticas na qual ocorreu instabilidade local para cada uma das colunas curtas demonstradas na Figura 29, encontram-se na Tabela 14, juntamente com sua correspondente tensão de compressão.

Exemplar	Pcr (kN)	σ <sub>c</sub> (MPa)
CC-SFS	68,81	147,97
CC-F10	67,72	145,63
CC-F30	65,66	141,20

Tabela 14:Carga crítica e sua correspondente tensão de compressão para os modos de instabilidade de colunas curtas

Comparando-se os resultados obtidos através da análise de instabilidade numérica e experimental, nota-se grande similaridade nos resultados, como pode ser visto na Figura 30.



Figura 30: Comparação dos modos de instabilidade obtidos a partir de ensaio e análises numéricas: a) e b) CC-SFS; c) e d) CC-F10; e) e f) CC-F30.

Nota-se que o *software* ANSYS representou claramente a instabilidade local ocorrida durante a aplicação da carga de compressão. Ambos os métodos determinaram a ocorrência da instabilidade local em ambas as abas das cantoneiras, antes que a mesma atingisse sua carga última. Desse modo, considera-se o uso do *software* adequado para o estudo de cantoneiras curtas submetidas à compressão.

### 4.2.2.2 Colunas médias

Na análise numérica de instabilidade realizada no programa ANSYS para as colunas médias, verificou-se a ocorrência de instabilidade local para os três exemplares, como pode ser visto na Figura 31, onde, da esquerda para a direita tem-se uma vista frontal da cantoneira e de uma das abas.



Figura 31:Modo de Instabilidade dos protótipos: a) CM-SFS; b) CM-F10; c) CM-30

As cargas críticas na qual ocorreu os modos de instabilidade para cada uma das colunas médias demonstradas na Figura 31, encontram-se na Tabela 15, juntamente com sua correspondente tensão de compressão.

Exemplar	Pcr (kN)	σ <sub>c</sub> (MPa)
CM-SFS	54,49	117,19
CM-F10	54,45	117,10
CM-F30	54,12	116,38

,

Tabela 15:Carga crítica e sua correspondente tensão de compressão para o modo de instabilidade de colunas médias

Observa-se que as cargas críticas de instabilidade local se apresentaram menores para as colunas médias com relação as curtas. Isso deve-se ao aumento no comprimento da cantoneira, isso faz com que se eleve a esbeltez da peça e, quanto mais esbelta a peça, mais propensa ela se torna à instabilidade.

Comparando os resultados obtidos na análise de instabilidade, numérica e experimental, tem-se a Figura 32, que representa a instabilidade local sofrida pelos exemplares das colunas médias.



Figura 32: Comparação dos modos de instabilidade obtidos a partir de ensaio e análises numéricas: a) e b) CM-SFS; c) e d) CM-F10; e) e f) CM-F30

A Figura 32 retrata a similaridade entre as colunas médias ensaiadas e suas análises numéricas. A instabilidade local ocorreu em ambas as abas, independentemente da existência de furo. Porém, nota-se que nos exemplares

68

ensaiados experimentalmente, a instabilidade da placa foi acentuada próxima as extremidades, enquanto que na análise numérica essa instabilidade ocorreu próxima à metade do comprimento da placa. Essa diferença se deve às imperfeições ocorridas no momento do corte dos protótipos, que não foram consideradas nas análises numéricas.

## 5 CONCLUSÃO

O objetivo do presente trabalho foi avaliar a influência de perfurações na resistência e no comportamento de um perfil cantoneira de aço formado a frio. Foram realizadas análises experimentais, por meio de ensaio de compressão centrada e, análises numéricas, via elementos finitos de casca, por intermédio do *software* computacional ANSYS. A partir dos resultados obtidos pode-se concluir:

- A colunas com 200 mm de comprimento ensaiadas experimentalmente apresentaram tensões últimas próximas a 230 MPa, algumas diferenças foram percebidas nessas tensões, porém realizou-se uma análise estatística com grau de significância de 5% que demonstrou que a presença de furos não influenciou na resistência última do perfil.
- A colunas com 400 mm de comprimento ensaiadas experimentalmente apresentaram tensões últimas próximas a 240 MPa, ligeiramente superior às tensões das colunas curtas. Algumas diferenças de tensões foram notadas nos exemplares, porém com a análise estatística, conclui-se que as mesmas não foram causadas devido à presença das perfurações.
- A análise numérica se mostrou eficiente na determinação das tensões últimas e do modo de instabilidade, porém um pouco conservador, apresentando valores ligeiramente inferiores aos determinados experimentalmente, 218 MPa para as colunas curtas e médias. Desse modo, conclui-se que em estudos futuros, pode-se realizar somente a análise numérica no *software* ANSYS, dispensando a análise experimental.
- A análise de estabilidade demonstrou a ocorrência de instabilidade local para todas as configurações do perfil estudado.

# 5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo de perfis cantoneira com maior esbeltez e variação da quantidade de perfurações ao longo de seu comprimento e em suas abas. Além disso, sugere-se aumentar o número de repetições realizadas, para pelo menos cinco repetições para cada configuração de cantoneira.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ALMEIDA, Saulo José de Castro. Análise Numérica de Perfis de Aço Formados a Frio Comprimidos Considerando Imperfeições Geométricas Iniciais. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2007.

ALVEZ, Lucas Máximo. **Métodos dos elementos finitos**. Apostila organizada como resultado do estudo das aulas para obtenção de créditos da Disciplina de Método dos Elementos Finitos do Programa de Pós-Graduação da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2007.

ANSYS. **Manual de operação versão 14**. Swanson Analysis Systems Inc. Inc, Houston, PA. 2011.

\_\_\_\_\_. NBR 14762:2010: Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2010. 87p.

\_\_\_\_\_. NBR 6355:2012: Perfis estruturais de aço formados a frio – Padronização. 2 ed. Rio de Janeiro: ABNT, 2012. 36p.

BOLADIM, Emerson Alexandro. **Análise de confiabilidade em ligações parafusadas em chapas finas e perfis de aço formados a frio.** Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2011.

CAMPOS, Simone Rodrigues. **Estudo teórico-experimental de sistemas de armazenagem industrial tipo Drive-in.** Dissertação (Pós-Graduação), Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. 2003.
CHODRAUI, Gustavo Monteiro de Barros. **Análise teórica e experimental de perfis de aço formados a frio submetidos à compressão**. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2006.

COLOSIMO, Enrico A. **Princípios de Bioestatística – Análise de Variância**. Notas de aula, Departamento de Estatística, Universidade Federal de Minas Gerais, 2011;

FARIA, Vinicius de Oliveira. **Análise de estabilidade de perfis formados a frio com perfurações**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2016.

FARIA, Vinicius de O. et al. **Análise de perfis formados a frio com perfurações sob compressão centrada**. Revista da Estrutura de Aço, v.4, n.3, p-163-180, dez. 2015.

FREITAS, Arlene Maria Sarmanho; FREITAS, Marcilio Sousa da Rocha; SOUZA, Flávio Teixeira de. **Análise teórico-experimental de elementos formados a frio perfurados submetidos à compressão**. REM: R. Esc. Minas, Ouro Preto, jan. 2004.

GRIGOLETTI, Gladimir de Campor. **Dimensionamento de Perfis de Aço Formados a Frio: Método da Resistência Direta versus Método da Largura Efetiva**. XI Semana de Extensão, Pesquisa e Pós-Graduação- SEPesq, Centro Universitário Ritter dos Reis, 2015.

JAVARONI, Carlos Eduardo; GONÇALVEZ, Roberto Martins. **Perfis de aço formados a frio submetidos à flexão: análise teórico-experimental**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, n.20, p. 149-178, 2002.

KIMURA, Erica Fernanda Aiko. Comportamento estrutural de perfis formados a frio com seção transversal composta de U enrijecido em temperaturas elevadas. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2014.

LEAL, Davi Fagundes. **Sobre perfis de aço formados a frio compostos por dupla cantoneira com seção "T" submetidos à compressão**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2011.

LOGISUL, Disponível em: < http://www.logisul.com.br/produtos\_item.php?id=11 > . Acesso em: 13 set. 2017.

MAIA, Wanderson Fernando. **Sobre a estabilidade de cantoneiras de aço formadas a frio submetidas à compressão**. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2008.

\_\_\_\_\_. Análise teórica e experimental de barras em dupla cantoneira de aço formada a frio submetidas à compressão. Tese (Doutorado). Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2012.

PAIVA, Guilherme Oliveira Ferraz de. et al. **Análise de Estruturas utilizando o Método dos Elementos Finitos Generalizados**. Congresso Técnico Científico da Engenharia e da Agronomia – CONTECC, Foz do Iguaçu, 2016.

RIBEIRO, Fernanda Simões. Análise Teórico-Experimental de Colunas Curtas em Perfis Formados a Frio de Seção Transversal tipo Rack. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Espirito Santo, Vitória, 2006.

SILVA, Guilherme Gabriel da. **Análise teórico-experimental de colunas curtas perfuradas**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, Ouro Preto, 2011. SILVESTRE, Nuno; DINIS, Pedro B.; CAMOTIM, Dinar. **Developments on the Design of Cold-Formed Steel Angles**. Journal of Structural Engineering, 139 (5), p. 680-694, 2013.