

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COECI – COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

WILSON COELHO NETO

**INFLUÊNCIA DA INCLINAÇÃO DA BIELA E DO TIRANTE NO
VOLUME DE ARMADURA TRANSVERSAL DE VIGAS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**TOLEDO
2017**

WILSON COELHO NETO

**INFLUÊNCIA DOS ÂNGULOS DE BIELA E TIRANTE NO VOLUME DE
ARMADURA TRANSVERSAL DE VIGAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de graduação, apresentado à disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso II, do Curso Superior de Engenharia Civil, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Savaris.

TOLEDO

2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso de N° 078

INFLUÊNCIA DOS ÂNGULOS DE BIELA E TIRANTE NO VOLUME DE ARMADURA TRANSVERSAL DE VIGAS

por

WILSON COELHO NETO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 9:10 do dia **02 de Junho de 2017** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Prof. Msc.Rodnny Mendoza Fakhye
Ibrahim
(UTFPR – TD)

Prof. Dr. Lucas Boabaid
(UTFPR – TD)

Prof Dr. Gustavo Savaris
(UTFPR – TD)
Orientador

Visto da Coordenação
Profª. Msc. Silvana da Silva Ramme
Coordenadora do COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus, meus avós paternos e maternos, aos meus pais, irmãos e tios, que sempre me deram o devido incentivo a busca do conhecimento.

À todos meus amigos e companheiras que correram ao longo desses cinco anos por mim.

AGRADECIMENTOS

Evidente que nesses parágrafos eu não consigo expressar minha gratidão a todas pessoas que fizeram parte da minha trajetória acadêmica, mas com toda certeza dentro do meu coração levarei sempre esse sentimento de gratidão a todos vocês.

Agradeço aos meus pais Jorge Luiz da Cunha Coelho e Gigianine Rejenete da Silveira Coelho, sempre rigorosos quanto ao meu desempenho escolar, graças a isso são os grandes responsáveis pela minha educação e a minhas irmãs Marina da Silveira e Jossana Peil Coelho.

Aos meus avós maternos, João Manoel da Silveira e Cely Modernel da Silveira, por todo o carinho, paciência e suporte nas minhas escolhas independentemente de quais foram elas. Aos meus avós paternos, Wilson Coelho e Sueli Coelho, certamente se estivessem em nosso mundo, me apoiariam e me dariam suporte em cada decisão tomada.

À todos os meus Tios e Primos, em especial ao Elvo Joilã Modernel da Silveira, Beatriz Coelho, Brenda Guarani, Evelin Coelho e Alisson Freitas da Silveira, por todo carinho e suporte nas dificuldades e por sempre acreditarem em mim.

Aos meus fieis companheiros de guerra, Ana Cláudia Malagutti, Eduardo Felipe Martins Sant'anna, Gustavo Catarino da Costa, Matheus dos Santos, Lucas Henrique Luna, Rafael Ignácio, Lucas Fuhr e Matheus Tanaka, que em todos os momentos estavam do meu lado, irmãos dos momentos de alegria com o copo de cerveja e também nos momentos de extrema dificuldade nessa trajetória.

Ao meu orientador Prof. Dr. Gustavo Savaris, pela sua paciência com as minhas dúvidas e por ter me dado a oportunidade de aprender e compartilhar do seu conhecimento.

A minha querida e sempre amada A.A.A.E UTFPR-TD (Raposa) e aos meus companheiros de gestão, onde tive a honra de ser diretor de marketing e aprendi muito como pessoa. Ajudando a escrever uma linda página nessa história que será eterna.

E por fim, a todos os professores que fizeram parte da minha educação, desde o ensino fundamental, a graduação. Meu eterno sentimento de gratidão a

todos vocês, que deixam sua família em casa para compartilhar seu conhecimento ao próximo.

RESUMO

NETO, W. **Influência dos Ângulos de Biela e Tirante no Volume de Armadura Transversal de Vigas**. 2017. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso – (Curso Superior em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Toledo, 2017.

Os modelos de dimensionamento de estruturas de concreto armado apresentados pelas normas visam simplificar o processo de cálculo para os projetistas atendendo as condições de segurança. Devido à necessidade de redução de custos nas obras atuais busca-se técnicas que minimizem o consumo de materiais, sendo uma destas a utilização de modelos otimizados. A norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) permite que o projetista escolha entre dois modelos para determinar a armadura transversal de vigas de concreto armado, baseados no modelo de treliça, proposta por Ritter e Morsch no começo do século XX. No Modelo I o valor do ângulo de inclinação das bielas de compressão é fixo em 45° e a parcela de força cortante resistida pelo concreto é constante, enquanto no modelo II o valor do ângulo da biela de compressão pode ser variado dentro de um intervalo de 30° a 45° e a parcela de força cortante resistida pelo concreto é variável em função da força cortante atuante. Em ambos os modelos os tirantes podem apresentar inclinação entre 45° a 90° . Neste trabalho é realizada uma análise numérica do volume de armadura transversal em vigas biapoiadas com carregamento uniforme distribuído, tendo como variáveis a resistência à compressão do concreto, a intensidade da força cortante atuante e a relação entre o vão e a altura efetiva da seção transversal, determinando os ângulos de bielas e tirantes que conduzem à um menor consumo de armadura transversal.

Palavras-chave: Armadura transversal, ângulo ótimo, vigas.

ABSTRACT

NETO, W. **Influence of Strut and Tie Angles in Volume of Transversel Reinforcement**. 2017. 58f. Trabalho de Conclusão de Curso – (Curso Superior em Engenharia Civil) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, UTFPR, Toledo, 2017.

The design equations for reinforced concrete structures presented by the codes aim to simplify the calculation process for the designers taking into account the safety conditions. Requiring reducing costs in the current constructions, projectists seek for techniques that reduce the consumption of materials, mostly using optimized models. The Brazilian code NBR 6118 (ABNT, 2014) allows the designer to choose between two models to determine the transverse reinforcement of concrete beams, based on the truss model proposed by Ritter and Morsch at the beginning of the 20th century. In Model I the angle of inclination of the compression struts is fixed at 45° and the shear force resisted by the concrete is constant, while in model II the angle value of the compression strut can be varied in the range between 30° and 45° , and the shear force resisted by the concrete is variable according to the acting shear force. In both models the ties can be inclined between 45° and 90° . In this work a numerical analysis of the volume of transverse reinforcement in simple beams with distributed uniform load is carried out, having as variables the concrete compressive strength, the intensity of the acting shear force and the relation between the span and the effective height of the cross section, determining the struts and tie angles that lead to a lower consumption of transverse reinforcement.

Key words: Transverse reinforcement, optimal angle, beams.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Forças atuantes em viga fissurada.....	6
Figura 2 - Representação de Bielas de Compressão e Estribos.....	8
Figura 3 - Cálculo do Carregamento.....	19
Figura 4 - Efeito do parâmetro (L/h), f_{ck} 30 MPa e $V_{sd} = 50\% V_{Rd2}$	23
Figura 5 - Efeito do parâmetro (L/h), f_{ck} 90 MPa e $V_{sd} = 50\% V_{Rd2}$	24
Figura 6 - Efeito do parâmetro V_{sd} , f_{ck} 30 MPa e (L/h) = 20.....	25
Figura 7 - Efeito do parâmetro f_{ck} , $V_{sd} = 75\% V_{Rd2}$, e (L/h) = 20.....	26
Figura 8 - Efeito do parâmetro f_{ck} para um valor de V_{sd} fixo.....	27
Figura 9 - Efeito do parâmetro (L/h) variando biela, $V_{sd} = 100\% V_{Rd2}$ e f_{ck} 30 MPa.....	28
Figura 10 - Efeito do parâmetro (L/h) variando Tirante, $V_{sd} = 100\% V_{Rd2}$ e f_{ck} 30 MPa.....	29
Figura 11 - Efeito do parâmetro V_{sd} , variando Biela, (L/h) = 20 e f_{ck} 30 MPa.....	30
Figura 12 - Efeito do parâmetro V_{sd} , variando Tirante, (L/h) = 20 e f_{ck} 30 MPa.....	31
Figura 13 - Efeito do parâmetro f_{ck} , variando Biela, (L/h) = 20 e $V_{sd} = 75\% V_{Rd2}$	32
Figura 14 - Efeito do parâmetro f_{ck} , variando Tirante, (L/h) = 20 e $V_{sd} = 75\% V_{Rd2}$	33
Figura 15 - Comparação da mesma biela para os dois modelos de cálculo.....	35
Figura 16 - Efeito entre diferentes bielas comparando com o Modelo I.....	36

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores dos ângulos ótimos para relação (L/h)	23
Tabela 2 - Valores de V_{sw} para variações de V_{sd} para ângulos de tirante 45° e 90°	25
Tabela 3 - Valores dos ângulos ótimos para diferentes V_{sd}	26
Tabela 4 - Valores de volume de armadura para o ângulo ótimo e ângulo reto.	27
Tabela 5 - Valores V_{sw} e sua proporção para cada relação (L/h), variando bielas	28
Tabela 6 - Valores V_{sw} e sua proporção para cada relação (L/h), variando Tirantes	29
Tabela 7 - Valores V_{sw} para os diferentes V_{sd} , variando bielas.	30
Tabela 8 - Valores V_{sw} para os diferentes V_{sd} , variando tirante.....	31
Tabela 9 - Valores V_{sw} para os diferentes f_{ck} , variando tirante.....	32
Tabela 10 - Valores V_{sw} para os diferentes f_{ck} , variando tirante.....	33
Tabela 11 - Valores de V_{sw} para a comparação entre os dois modelos de cálculo.....	35
Tabela 12 - Valores de V_{sw} para a comparação entre as diferentes Bielas.....	36

LISTA DE SÍMBOLOS

ABNT: Associação Brasileira de Normas Técnicas

IS: Indian Standart

NBR: Norma Brasileira Regulamentadora

A_{sw} : Área de aço de armadura transversal

b_w : Largura média da viga

b' : Comprimento da base do estribo

d : Altura útil da viga.

h' : Comprimento da altura do estribo

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto

f_{ck} : Resistência característica do concreto

f_{ctd} : Resistência de cálculo do concreto a tração

f_{ctm} : Resistência média a tração direta

f_{ywd} : Tensão da armadura transversal passiva

f_{ywk} : Resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal

s : Espaçamento dos estribos

V_{ay} : Parcela devida ao travamento dos agregados entre as faces da fissura.

V_c : Parcela de força cortante resistida por mecanismos complementares

V_{c0} : Valor de referência para V_c , quando $\theta = 45^\circ$

V_{c1} : Valor de referência para V_c , quando $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$

V_{cs} : Parcela resistida pelo concreto não fissurado acima da fissura diagonal

V_d : Parcela de resistência devida ao efeito de pino da armadura transversal

V_n : Força Nominal

V_s : Parcela resistida pela armadura transversal

V_{sd} : Força cortante solicitante de cálculo

$V_{Rd2,I}$: Força cortante resistente de cálculo I, em relação as diagonais comprimidas de concreto.

V_{Rd2} : Força cortante resistente de cálculo

α : Ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal

θ : Ângulo das Bielas de Compressão.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	2
1.1.1	Objetivo Geral.....	2
1.1.2	Objetivos Específicos	2
1.2	Justificativa.....	3
1.3	Delimitação Da Pesquisa	4
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1	Resistência ao Cisalhamento em Concreto	5
2.2	Modelo de Treliça.....	7
2.3	Dimensionamento da Armadura Transversal Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)9	
2.3.1	Modelo de cálculo I.....	10
2.3.2	Modelo de cálculo II.....	11
2.3.3	Armadura Transversal Mínima.....	12
2.4	Trabalhos Recentes	13
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	17
3.1	Definições para o procedimento de cálculo.....	17
3.1.1	Procedimento de cálculo do carregamento	18
3.2	Dimensionamento da Armadura Transversal	19
3.3	Cálculo do Volume da Armadura Transversal.....	19
3.4	Implementação do algoritmo	20
3.5	Análises comparativas	20
3.5.1	Análises comparativas para o Modelo I	20
3.5.2	Análises comparativas para o Modelo II	21
3.5.3	Análises comparativas entre os dois modelos.....	21
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	22
4.1	Resultados para o Modelo de cálculo I	22
4.1.1	Efeito da relação largura do vão e a altura da viga L/h.....	22
4.1.2	Influência da força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}).....	24
4.1.3	Influência da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) 26	
4.2	Resultados para o Modelo de cálculo II	27
4.2.1	Efeito da relação largura do vão com a altura da viga L/h.....	28
4.2.2	Influência da força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}).....	29

4.2.1	Influência da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck})	31
4.3	Análise comparativa entre os Modelos I e II.....	34
4.3.1	Comparação entre os dois Modelos para o mesmo valor de biela	34
4.3.2	Comparação entre os dois Modelos para valores diferentes de biela ...	35
4.4	Análise comparativa com a bibliografia	37
4.4.1	Valores semelhantes entre os dois modelos.	37
4.4.2	Comparação entre os dois modelos.	37
5	CONCLUSÕES	38
5.1	Modelo de cálculo I	38
5.2	Modelo de cálculo II	39
5.3	Comparação entre os dois Modelos de Cálculo	40
5.4	Sugestões para estudos futuros.....	40
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	41
	ANEXO A - Script do Cálculo do Volume de Armadura para o Modelo I	43
	ANEXO B - Script do Cálculo do Volume de Armadura para o Modelo II	46

1 INTRODUÇÃO

Os modelos atuais de dimensionamento de estruturas de concreto armado foram desenvolvidos em sua maioria a partir de resultados obtidos empiricamente, sendo definidas equações simplificadas que representem o comportamento dos elementos estruturais e facilitem o processo de cálculo para utilização no cotidiano dos projetistas, garantindo critérios de segurança previamente estabelecidos. (Ishihara *et al*, 2016).

Com a crescente demanda de obras no mercado nacional e a frequente cobrança pela redução de custos e prazos, passou-se a buscar maneiras de otimização no processo executivo.

Desta forma, os critérios de dimensionamentos foram aperfeiçoados para que o projetista tivesse autonomia em suas escolhas. A norma brasileira de dimensionamento de estruturas de concreto armado, NBR 6118 (ABNT, 2014) considera o modelo de treliça proposto por Ritter e Morsch no começo do século XX, para determinação da armadura transversal de vigas, cabendo ao projetista optar entre duas variações deste modelo de cálculo.

No modelo I a inclinação das bielas de compressão apresenta valor fixo igual a 45° e a força cortante resistida pelo concreto tem um valor constante, enquanto no modelo II, o valor do ângulo da biela de compressão pode variar entre 30° e 45° e a força cortante resistida pelo concreto é variável em função da força cortante atuante, porém, em ambos os modelos, os estribos que compõem a armadura transversal podem ser inclinados entre 45° e 90° .

Neste trabalho apresenta-se um estudo numérico de comparação entre os dois modelos propostos pela norma brasileira para dimensionamento de vigas biapoiadas, com carregamento uniformemente distribuído, tendo como variáveis a resistência à compressão do concreto, a intensidade do carregamento e a altura efetiva da viga, visando a determinação de ângulos ótimos de bielas e tirantes.

Desta forma, visa-se auxiliar aos projetistas, na escolha de um modelo que conduza a menores volumes de armadura transversal, respeitando os critérios de segurança estabelecidos pela norma.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Objetivo geral é determinar, ângulos ótimos de biela de compressão e tirante, a partir do volume de armadura transversal.

1.1.2 Objetivos Específicos

- a) Avaliar a influência da relação largura do vão com a altura da viga, sobre o volume de armadura transversal.
- b) Avaliar a influência da força cortante solicitante de cálculo, sobre o volume de armadura transversal.
- c) Avaliar a influência resistência característica à compressão do concreto, sobre o volume de armadura transversal.
- d) Avaliar o comportamento dos dois modelos de cálculos para um mesmo valor de biela.

1.2 Justificativa

O volume da armadura transversal, apesar de pequeno comparado com o volume das armaduras longitudinais de uma viga, em escala de produção industrial tem um custo representativo.

A NBR 6118 (ABNT, 2014), não apresenta uma recomendação específica, nem orienta de forma alguma o projetista na escolha de um dos modelos propostos e por ser mais simples, ou por desconhecimento do modelo II, muitas vezes o modelo I é o escolhido pelos projetistas.

Pela necessidade de economia no processo de fabricação de vigas pré-moldadas, é interessante para a indústria, utilizar as variações de ângulos de bielas e tirantes que os métodos propõem encontrando o menor volume de aço no dimensionamento das armaduras transversais, resultando ganhos econômicos para a indústria, além do ganho ambiental, visto que, o processo diminui o consumo de aço.

Este estudo se justifica para uma situação mais comum, como por exemplo uma armação no canteiro de obra, permitindo avaliar qual seria o modelo de cálculo que trará o menor volume de armadura, na condição em que os estribos estejam a 90°.

1.3 Delimitação Da Pesquisa

Para estudo, delimita-se a pesquisa numérica em vigas retangulares biapoiadas, submetidas a cargas uniformemente distribuídas, avaliando o volume da sua armadura transversal, não levando em consideração a armadura longitudinal.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Resistência ao Cisalhamento em Concreto

Segundo Souza *et al.* (2014), durante anos, a Engenharia Estrutural vem se aperfeiçoando para melhorar a qualidade dos procedimentos na execução dos projetos de concreto armado em relação ao esforço de cisalhamento. As rupturas por cisalhamento em estruturas de concreto armado são súbitas, ou seja, não possuem um aviso prévio de que o elemento está solicitado próximo ao seu estado limite último, sendo menos previsíveis em relação as rupturas por flexão, devido aos mecanismos internos do concreto.

Segundo Ribeiro (2005), as estruturas de concreto armado sempre estão sujeitas a esforços transversais, como por exemplo, cisalhamento, e torção. No entanto, existem mecanismos internos no concreto, que tem como característica a resistência a solicitação desses esforços.

Esses mecanismos de resistências, tem como base a resistência a tração do concreto, que leva a uma ruptura frágil.

Santos *et al.* (2013), em seu trabalho ainda enfatiza, quando a resistência ao cisalhamento do concreto é superada, pelos esforços solicitantes, é necessária a colocação de armaduras para auxiliar na absorção dos esforços. O tipo mais comum de armadura para esforços transversais, são os estribos ortogonais, mas também encontrados com inclinações em relação ao eixo do elemento estrutural.

Para entender o comportamento do esforço cisalhante no concreto, Macgregor e Wight (2012), sugerem que a capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga de concreto armado pode ser dividida em duas parcelas:

- A primeira parcela sendo resistida pelo concreto e seus mecanismos internos de resistência.
- A segunda parcela, pela armadura transversal, dimensionada para absorver os esforços solicitantes, superiores a parcela resistida pelo concreto.

Com essa divisão de esforços, mesmo sem armadura transversal, uma viga apresenta capacidade de resistir a esforços de solicitação tangencial.

Ishihara *et al.* (2016), afirma que apesar das peças sem armadura transversal serem abordadas ao longo das últimas décadas, ainda não foi encontrado um consenso sobre um modelo teórico, que possa ser utilizado e corresponda a capacidade resistente de cisalhamento das mesmas, propondo que os mecanismos básicos de resistência ao cisalhamento, se comportam conforme a Figura 1.

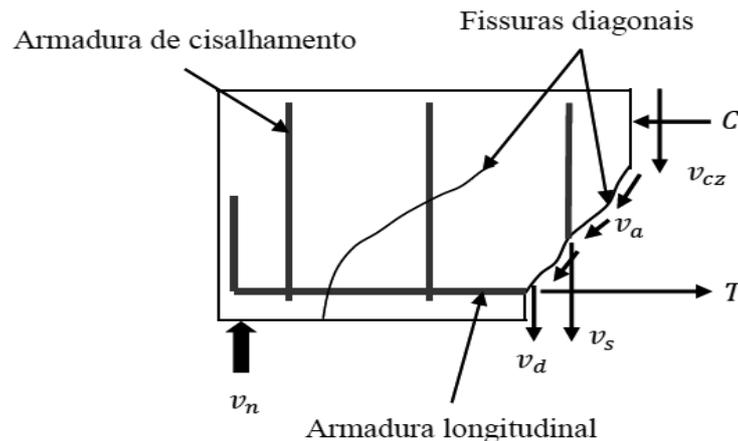


Figura 1- Forças atuantes em viga fissurada

Fonte: MACGREGOR E WIGHT. 2012

Como podemos observar, temos uma força V_n , denominada de capacidade de força nominal, que pode ser considerada igual à soma de todas as contribuições das componentes de resistência individual, na qual incluem:

- V_s - parcela resistida pela armadura transversal,
- V_d - parcela de resistência devida ao efeito de pino da armadura transversal,
- V_{cs} - parcela resistida pelo concreto não fissurado acima da fissura diagonal,
- V_{ay} - parcela devida ao travamento dos agregados entre as faces da fissura.

Resultando na Equação (1):

$$V_n = V_s + V_d + V_{cs} + V_{ay} \quad (1)$$

No entanto para dimensionar uma viga, os termos V_{cs} , V_{ay} , V_d , são agrupados em um único termo, chamado v_c .

Segundo Ishihara *et al.* (2016), o mecanismo de resistência na zona comprimida, após a fissuração, está relacionado com a resistência do concreto e suas propriedades mecânicas internas. Após a fissuração, são acionados os mecanismos de resistência do travamento dos agregados entre as faces da fissura, o mesmo, passa a ser significativo à medida que vai ocorrendo o deslizamento do concreto. Vale ressaltar que a medida que a resistência do concreto aumenta, a superfície de fraturamento se torna menos áspera, tendo um comportamento mais frágil, reduzindo a ductilidade do material.

A ductilidade do material é um requisito muito importante, pois a mesma, é a propriedade responsável por “avisar” que a viga está entrando em colapso. A presença de armadura de cisalhamento, garante uma limitação para as aberturas de fissuras, e aumenta a dissipação de energia devido ao travamento dos agregados, assim tendo um aumento considerável na parcela resistente v_{ay} .

O efeito de pino na armadura longitudinal, depende da aderência concreto-armadura, esse mecanismo tem significância considerável em vigas, Ishihara et al. (2016), ainda afirma, que a presença de armadura de cisalhamento tem uma influência positiva no comportamento do efeito de pino da armadura longitudinal.

2.2 Modelo de Treliça

Em meados do começo do século XX, W.Ritter e E.Morsch apresentaram uma proposta de dimensionamento de armadura de cisalhamento de vigas feitas de concreto armado, utilizando uma analogia a treliças com banzos paralelos e isostáticas, e criando um conceito de biela de compressão, que é a parte da viga em que o concreto está sofrendo compressão (GOMIERO, 1994).

O modelo é representado por campos de tração e compressão, semelhante que acontece em treliças, nesse caso as bielas representam os campos de

compressão, e os tirantes campos de tração, e seus ângulos são obtidos através de suas tensões submetidas.

Fusco (2008), traz em uma definição mais simplificada, para o conceito de bielas de compressão, na qual as bielas de compressão são a parte do concreto comprimido entre as fissuras, e analogamente associa os tirantes aos estribos.

Na Figura 2, podemos observar como a analogia a treliças foi aplicada nas vigas de concreto armado. Os estribos ortogonais ao eixo longitudinal da viga, representam os tirantes, já as bielas de compressão do concreto estão em um ângulo θ , em relação ao eixo longitudinal da viga.

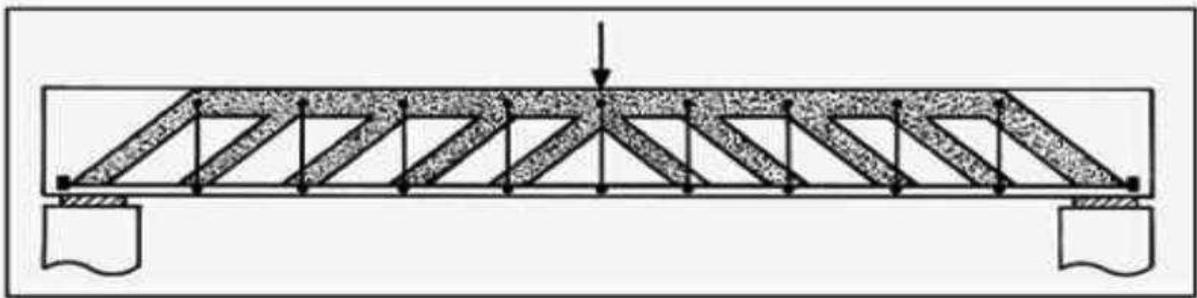


Figura 2- Representação de Bielas de Compressão e Estribos

Fonte: FUSCO. 2008

Utilizando o modelo de bielas e tirantes, é garantido que as forças atuantes no elemento estrutural, são automaticamente calculadas por equilíbrio de forças externas e internas (PANTOJA, 2012).

Carvalho e Figueiredo Filho (2014), afirmam que ao se estudar o comportamento das vigas de concreto armado, deve se levar em consideração o modelo de bielas e tirantes, pois é ele que explica como é a resistência ao cisalhamento das peças nas proximidades dos estados limites últimos, justificando, que outros modelos alternativos de cálculos, tem interesse em apenas mostrar o comportamento de forças normais a compressão na resistência ao cisalhamento das vigas.

No entanto, as forças normais de compressão, possuem a capacidade de adiar o processo de fissuração da viga.

A proposta de associar o dimensionamento a uma treliça além de facilitar o dimensionamento, a mesma garante que a viga resistirá aos esforços (normais e cisalhante) no estágio II.

O estágio II é o nível de carregamento quando o concreto não resiste mais a tração, neste caso as fissuras tendem a seguir as direções das bielas de compressão, isso é muito usado para verificações de estados de limites de serviços.

É importante observar na ocorrência de fissuração intensa da viga, pois a sua resistência de compressão das bielas são reduzidas drasticamente, a ruptura das bielas de compressão acarretariam uma ruptura do concreto comprimido.

Fusco (2008), menciona que concreto tem como característica uma ruptura frágil, onde não ocorrem avisos, o colapso seria de maneira instantânea, assim, deve-se respeitar o estado limite último de solicitações normais, assim a biela de compressão não vai a ruptura.

Para a utilização do modelo de treliça, o projetista deve ter uma certa experiência prévia, pois o modelo representa de uma forma muito parecida com o real, mas não necessariamente representa fielmente como o elemento estrutural vai se comportar na realidade (PANTOJA, 2012).

No entanto, a falta de conhecimento do método é um dos motivos do mesmo não ser tão utilizado na prática, justificando o uso de modelos com soluções mais práticas e simplificadas, embora muitas vezes inseguras para o dimensionamento de elementos estruturais.

Em diversas bibliografias, o modelo de treliça é definido como uma proposta muito vantajosa, onde ela é capaz de representar de um modo muito próximo ao real, inúmeros elementos estruturais de concreto armado. Dando ao engenheiro projetista uma ideia de como pode se comportar o elemento em que está projetando.

2.3 Dimensionamento da Armadura Transversal Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014)

A Norma Brasileira NBR 6118 (ABNT, 2014) apresenta dois modelos para o dimensionamento de armaduras transversal em vigas, baseadas no modelo de

treliça de Morsch, neste caso as armaduras longitudinais são os banzos paralelos e os estribos como tirantes.

Para aplicar esses modelos de cálculos propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), algumas hipóteses básicas devem ser respeitadas, em elementos lineares armados ou protendidos, não sendo aplicadas em elementos de volume como, lajes, vigas paredes e consolos curtos.

2.3.1 Modelo de cálculo I

De acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014), o modelo de cálculo I, se diferencia por admitir que as bielas de compressão tenham uma inclinação θ constante, igual a 45° em relação as armaduras longitudinais (eixo longitudinal).

Neste modelo a parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares da treliça, denominada V_c , tem valor constante, não dependendo do valor de V_{sd} (esforço solicitante de projeto). Além de propor que a inclinação dos estribos (α), seja no intervalo $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$, em relação as armaduras longitudinais.

Neste modelo a resistência das bielas comprimidas deve ser assegurada pela Equação (2):

$$V_{sd} \leq V_{Rd2,I} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (2)$$

Onde:

V_{sd} – força cortante solicitante de cálculo,

$V_{Rd2,I}$ – força cortante resistente de cálculo I, em relação as diagonais comprimidas de concreto.

$\alpha_{v2} = (1 - f_{ck}/250)$, sendo f_{ck} em MPa,

f_{ck} – resistência característica do concreto,

f_{cd} – resistência de cálculo do concreto,

b_w – é a largura média da viga,

d – é a altura útil da viga.

Armadura transversal, pode ser determinada pela Equação (3):

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c \quad (3)$$

Assim é garantido que a força cortante resistida pela armadura transversal seja a diferença entre a força solicitante de cálculo e a parcela de força cortante absorvida pelos mecanismos complementares.

Para obtermos o V_c , utiliza-se a equação (3):

$$V_c = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (4)$$

Onde:

$$f_{ctd} = 0,15 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (5)$$

f_{ctd} – resistência de cálculo do concreto a tração

Por fim utilizamos a Equação (6) obtém-se a área de armadura transversal:

$$A_{sw} = \frac{V_{sw} \cdot s}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\text{sen} \alpha + \text{cos} \alpha)} \quad (6)$$

Onde:

f_{ywd} - tensão da armadura transversal passiva, limitada ao valor de f_{yd} , não assumindo valores superiores a 435 MPa,

α – ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal.

2.3.2 Modelo de cálculo II

O modelo de cálculo II, tem como característica a variação dos ângulos da biela de compressão, θ em um intervalo de valores entre $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$. Além de sugerir que neste modelo V_c depende do valor da força cortante solicitante de cálculo V_{sd} , onde V_c sofre redução, com o aumento do valor de V_{sd} , dada pela condição:

- Para $V_d \leq V_{c0}$

$$V_{c1} = V_{c0} = V_c \quad (7)$$

- Para $V_d = V_{Rd2}$

$$V_{c1} = 0 \quad (8)$$

Onde:

V_{c0} – Valor de referência para V_c , quando $\theta = 45^\circ$;

V_{c1} – Valor de referência para V_c , quando $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$.

Para valores intermediários, utiliza-se a seguinte interpolação, obtida com a Equação (9):

$$V_c = V_{c1} = V_{c0} \cdot \frac{V_{Rd2} - V_{sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \quad (9)$$

Neste modelo a força resistente de cálculo V_{Rd2} deve ser calculada pela Equação (10):

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot \text{sen}^2 \theta \cdot (\cotg \alpha + \cotg \alpha) \quad (10)$$

Onde:

α - ângulo de inclinação da armadura transversal em relação ao eixo longitudinal.

θ – ângulo da biela de compressão em relação ao eixo longitudinal.

Por fim, pode ser determinada pela Equação (11), a área de armadura transversal:

$$A_{sw} = \frac{V_{sw} \cdot s}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \alpha + \cotg \theta) \cdot \text{sen} \alpha} \quad (11)$$

Onde:

$$f_{ywd} \leq 435 \text{ MPa.}$$

2.3.3 Armadura Transversal Mínima

A norma NBR 6118 (ABNT, 2014), não permite o dimensionamento de vigas sem armadura transversal, nos casos onde teoricamente não há necessidade desta armadura, deve ser utilizada uma armadura transversal mínima constituída por estribos, atendendo a Equação (12):

$$A_{sw} \geq 0,2 * \frac{f_{ctm} * b_w * s * \text{sen } \alpha}{f_{ywk}} \quad (12)$$

Onde:

A_{sw} – é a área de seção transversal dos estribos

s – é o espaçamento dos estribos, medindo segundo o eixo longitudinal da viga.

α – é a inclinação dos estribos em relação ao eixo longitudinal da viga.

b_w – é a largura média da viga.

f_{ywk} – é a resistência característica ao escoamento do aço da armadura transversal.

f_{ctm} – é a resistência média a tração direta.

Em caso de uma sobrecargas que não estavam previstas, a armadura mínima assume um papel importante no quesito segurança, resistindo aos novos esforços que a viga está sendo submetida e evitando o colapso.

2.4 Trabalhos Recentes

Ribeiro (2005), comparou os modelos propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2003), com resultados experimentais de 522 vigas obtidas na literatura.

As vigas foram divididas em um grupo composto por 290 vigas com resistência à compressão limitado a 50 MPa e outro com as 232 vigas restantes, com resistência à compressão superior a 50 MPa.

Os modelo I e II da NBR 6118 (ABNT,2003), apresentaram resultados semelhantes utilizando $\theta = 45^\circ$, o modelo II produziu resultados seguros e econômicos.

Quando considerado para a $\theta = 30^\circ$, observou-se estimativas de resistência inferior a 27% das vigas experimentadas.

O mesmo, atribui essa insegurança ao termo V_c que é referente aos mecanismo complementares à treliça, que não é avaliado adequadamente na formulação.

Garcia *et al.* (2008), expôs um estudo de caso para uma avaliação do consumo mínimo de armadura em vigas segundo a norma NBR 6118 (ABNT,2003), comparando os dois modelos proposto pela norma, com o objetivo de auxiliar o projetista na escolha do modelo e de um ângulo ótimo, no qual levam ao consumo mínimo de armaduras longitudinal e transversal em vigas apoiadas, com carregamento distribuído uniformemente.

Com valores de bielas fixos, θ iguais a 30° , 35° , 40° , 45° , observou-se que conforme temos um aumento do ângulo do tirante obtém-se um aumento do volume de armadura longitudinal.

O menor volume de armadura transversal para o modelo II foi encontrado com $\alpha = 60^\circ$ e $\theta = 30^\circ$. Ainda afirma que a variação do volume de armadura transversal do ângulo ótimo do tirante quando comparado com os estribos na vertical, pode chegar em até 19%.

Além de observar que o modelo II adota valores menores para V_c , mesmo quando o valor de $\theta = 45^\circ$, assim passa a fornecer um volume de armadura transversal maior que o modelo I. Os valores entre os dois modelos passam a ser semelhantes quando $\theta = 40^\circ$.

Por fim, concluiu que para economia na armadura transversal, adota-se o modelo II para o dimensionamento, pois quanto menor o ângulo do tirante menor será o consumo de armadura. Sendo $\theta = 30^\circ$ seu ângulo ótimo.

Mas ressalta que para o critério de economia no consumo de armadura total, o projetista deve escolher o modelo I, onde o estribos estão verticais.

Duarte *et al.* (2009) apresentam um comparativo entre os dois métodos propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2007), para o dimensionamento da armadura de cisalhamento em vigas sujeitas a flexão simples. Para isso, utilizou uma viga com

$b_w = 14$ cm, altura igual 60 cm e uma altura útil $d = 50$ cm, utilizando apenas cargas lineares.

Porém, fazem uma observação relevante, que os dois modelos de cálculo, mesmo quando utilizam os mesmos valores de ângulos, tanto para bielas de compressão quanto para tirantes, só fornecerão o mesmo valor quando $V_{sd} \leq V_c$, para isso ocorrer, as cargas solicitantes devem ser pequenas.

Afirmam também para que a área de aço do modelo II, somente é semelhante ao modelo I quando $\theta = 39^\circ$. E não concluem um modelo de cálculo ideal, apenas sugerem que para uma menor área de aço da armadura transversal, adote o modelo de cálculo II com $\theta = 30^\circ$.

Neste trabalho não houve variações de α no modelo II, os autores optaram por deixar os estribos a $\alpha = 90^\circ$ o que auxilia em simplificações de cálculo.

Barros e Giongo (2012), realizam uma análise das solicitações tangenciais em elementos lineares de concreto armado, baseando-se na NBR 6118 (ABNT, 2007), utilizando força cortante combinados com a ação de um momento torçor, variando a geometria e a intensidade das solicitações nas vigas de concreto armado, observando como se comportava o consumo de armadura transversal.

Verificou-se que quando adotado $\theta = 45^\circ$ o valor de V_{Rd2} é o mesmo para ambos os casos, porém, a medida que a inclinação θ reduz o valor de V_{Rd2} também tem o mesmo comportamento. Chegando em seu valor mínimo $\theta = 30^\circ$, a parcela de resistência da biela de compressão tem uma redução de 87% de seu valor original obtido no modelo I.

Quando se tratou da armaduras transversais, afirmaram que a sua redução acompanha a redução da força resistente, ao chegar em valores menores a $\theta < 45^\circ$, ocorre uma penalização do valor máximo permitido pela força cortante solicitante de cálculo.

Ainda, chamam a atenção para as dificuldades em comparar as armaduras entre os dois modelos de cálculo, pois são muitos parâmetros envolvidos na análise, cita o exemplo, de que o valor solicitante de cálculo embora seja o mesmo para ambos os modelos, a força resistida pela armadura transversal não segue o mesmo comportamento, com valores bem distintos em ambos modelos de cálculo.

Justifica que esse comportamento ocorre, devido as considerações que o modelo II adota para seu procedimento, no que se refere a parcela de resistência pelos mecanismos complementares da treliça.

Afirmaram que para comparar armaduras transversais utilizando os dois modelos de cálculo deve-se seguir alguns critérios:

- Intensidade da força cortante solicitante de cálculo,
- Ângulo de inclinação da biela, sendo esse o mais importante,
- E a classe do concreto a ser executado.

Concluem que o modelo de cálculo I obtém-se valores elevados para área de armadura transversal comparados com o modelo II com uma biela de inclinação no intervalo $30^\circ \leq \theta \leq 39^\circ$.

Em relação ao modelo de cálculo II, utilizando a biela a 45° obtém-se o mesmo valor de V_{Rd2} do modelo I, entretanto uma área de armadura transversal muito maior.

O mesmo ocorre no intervalo $40^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$, a área de armadura só se equivalem quando o ângulo da biela é de 39° , porém sua resistência de compressão é muito menor em comparação com o modelo I.

Ainda, sugerem que com os resultados encontrados em seu trabalho, não encontram justificativas para ser utilizado o modelo de cálculo II.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste trabalho foi realizada uma análise numérica com a implementação de um algoritmo via linguagem computacional, utilizado a ferramenta computacional MatLab[®] versão 10.0, visando determinar os ângulos de inclinação de biela (θ) e do tirante (α) que resultem em menor volume de armadura.

3.1 Definições para o procedimento de cálculo

O objeto de estudo foi definido como uma viga biapoiada com carregamento uniformemente distribuído, com as seguintes características:

- Classe de Agressividade Ambiental II e cobertura de armadura igual a 30 mm;
- Resistência à compressão do concreto variando entre 30 e 90 MPa;
- Vão teórico igual a 5 metros;
- Largura da seção transversal da viga igual a 120 mm, sendo o valor mínimo admitido pela norma NBR 6118 (ABNT, 2014);
- Armadura transversal formada por estribos retangulares montados com fios de aço CA-60 ($\Phi < 6,3$ mm);
- Relação vão x altura da seção transversal (L/h) com valores iguais a 5, 10, 20.
- Peso específico do aço: 7850 Kg/m³

3.1.1 Procedimento de cálculo do carregamento

Para definir o carregamento para execução dos cálculos das armaduras transversais, estabeleceu-se o critério de criar variações em função resistência à compressão da biela (V_{Rd2}), para demonstrar sua influência nos valores dos ângulos ótimos.

Ou seja, para cada valor de V_{Rd2} , tem-se três valores força solicitante de cálculo, sendo eles 50%, 75% e 100% do valor do próprio V_{Rd2} , dessa maneira garantimos que o valor da força solicitante de cálculo sempre será menor ou igual a resistência de compressão da biela.

Como definimos V_{Rd2} para cada modelo sugerido pela NBR 6118 (ABNT,2014), conforme as Equações (2) e (10), nota-se que ele é diretamente proporcional à altura útil da viga, assim pode se afirmar que a relação vão L/h , tem influência direta sobre carregamento.

Para um melhor entendimento o script segue a seguinte rotina:

- Define-se a constante do vão teórico.
- Define-se a constante altura da viga a partir da relação L/h .
- A constante Altura útil assume o valor de 90% da seção transversal (altura da viga).
- V_{Rd2} é calculado.
- V_{sd} Assume um valor percentual de V_{Rd2} .
- Executa-se o procedimento de cálculo do volume de armadura transversal.

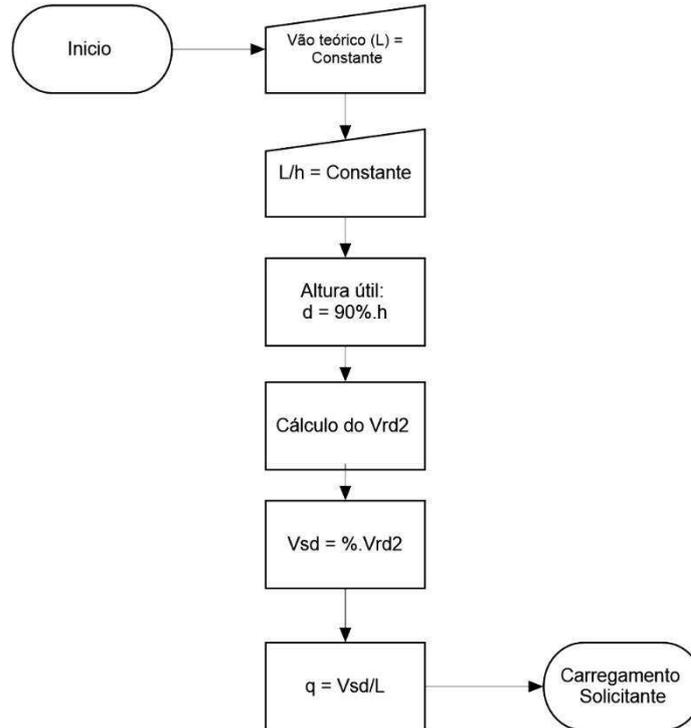


Figura 3 - Cálculo do Carregamento

3.2 Dimensionamento da Armadura Transversal

O procedimento de cálculo utilizado seguiu a recomendação da norma NBR 6118 (ABNT, 2014), sendo implementados os dois modelos propostos.

3.3 Cálculo do Volume da Armadura Transversal

O volume da armadura transversal ao longo do comprimento da viga foi determinado utilizando a Equação (13), proposta por Garcia, *et al.* (2008):

$$Vol, w = \int_0^{L_0} K \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot dx \quad (13)$$

O valor de K, descrito na Equação (14), se relacionada com as dimensões dos estribos e sua inclinação.

$$K = \frac{h'}{\text{sen } \alpha} + b' \quad (14)$$

Onde:

b' = comprimento da base do estribo;

h' = comprimento da altura do estribo.

3.4 Implementação do algoritmo

O procedimento de implementação, respeitou os requisitos de linguagem e sintaxe do programa MATLAB® versão 10.0. Utilizando as ferramentas disponíveis pelo mesmo, para o desenvolvimento de matrizes e gráficos, que auxiliaram expor de forma visual os resultados deste presente trabalho, permitindo determinar quais combinações de ângulos α e θ conduzem ao menor volume de armadura transversal.

3.5 Análises comparativas

3.5.1 Análises comparativas para o Modelo I

A partir dos resultados obtidos com o script para o modelo I, as seguintes análises comparativas foram realizadas:

- L/h – Influência da relação largura do vão com altura da viga no volume de armadura transversal da viga.
- V_{sd} – Influência da força cortante de cálculo no volume de armadura transversal da viga.
- f_{ck} – Influência da resistência a compressão do concreto no volume de armadura transversal da viga.

3.5.2 Análises comparativas para o Modelo II

A partir dos resultados obtidos com o script para o modelo II, as seguintes análises comparativas foram realizadas:

- L/h – Influência da relação largura do vão com altura da viga no volume de armadura transversal da viga.
- V_{sd} – Influência da força cortante de cálculo no volume de armadura transversal da viga.
- f_{ck} – Influência da resistência a compressão do concreto no volume de armadura transversal da viga.

3.5.3 Análises comparativas entre os dois modelos

Após todos os resultados serem gerados, uma análise comparativa entre os dois modelos foi realizada, sendo elas:

- Comparação entre os dois modelos para o mesmo valor de biela.
- Comparação entre os dois modelos para diferentes valores de bielas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos são apresentados neste item agrupados em Modelo I, Modelo II e ao final é apresentada uma comparação entre os volumes de armadura obtidos nos dois modelos, considerando as variáveis L/h , força cortante atuante e resistência à compressão do concreto.

4.1 Resultados para o Modelo de cálculo I

4.1.1 Efeito da relação largura do vão e a altura da viga L/h

A Figura 4 apresenta os resultados de volume de armadura em relação ao ângulo de inclinação do tirante calculados para relação L/h igual a 5, 10 e 20, considerando a resistência à compressão igual a 30 MPa e força cortante atuante igual a 50% de V_{Rd2} .

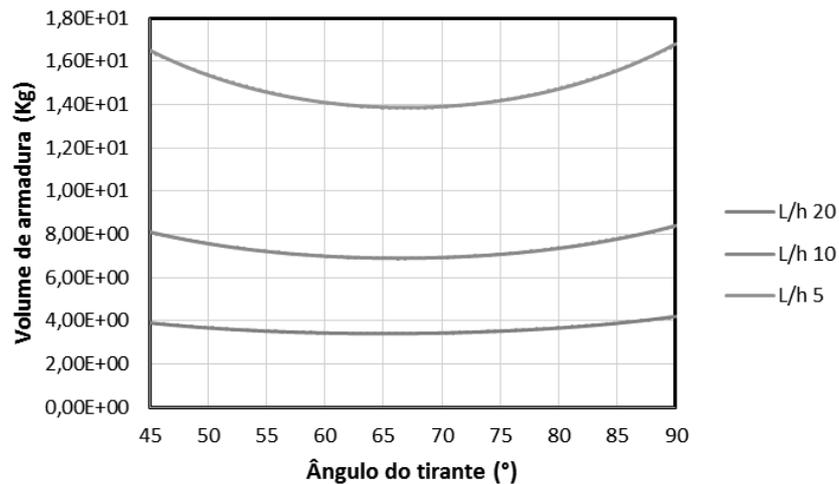


Figura 4 – Efeito do parâmetro (L/h), f_{ck} 30 MPa e $V_{sd} = 50\% VR_{d2}$.

Nesse caso, independente da variação do ângulo dos tirantes, conforme diminuimos a relação L/h, temos um acréscimo de volume na armadura transversal, proporcional à relação L/h, pois a força cortante atuante definida a partir de V_{Rd2} , também apresenta uma relação direta com a altura da seção transversal.

A partir das curvas apresentadas na Figura 4 foram calculados os ângulos de inclinação do tirante que resultam em um menor volume de armadura transversal para cada relação L/h, apresentados na Tabela 1, onde constata-se uma pequena variação neste ângulo, estando entre 66° e $67,93^\circ$.

Tabela 1 - Valores dos ângulos ótimos para relação (L/h)

L/h	Ângulo ótimo do tirante (°)	Volume de armadura (Kg ³)		Vsw (Ótimo / 90°)
		Vsw Ótimo	Vsw 90°	
20	66,00	3,41	4,20	19%
10	67,33	6,90	8,41	18%
5	67,93	13,87	16,81	18%

É evidente que para executar a montagem de uma armadura transversal da viga com o ângulo de inclinação dos estribos à 66° em relação da armadura longitudinal, é inviável, pela precisão que o valor exige e pelo tempo que demoraria para fosse executado.

Comparando os valores de volume para os ângulos ótimos, com uma situação próxima da realidade, onde os estribos estão à 90° , observa-se que o volume de

armadura para o ângulo de 90° é em média 18% maior que o valor de volume de armadura transversal calculado com o ângulo ótimo.

A Figura 5, traz o comportamento do efeito da relação L/h, considerando a resistência à compressão igual a 90 MPa.

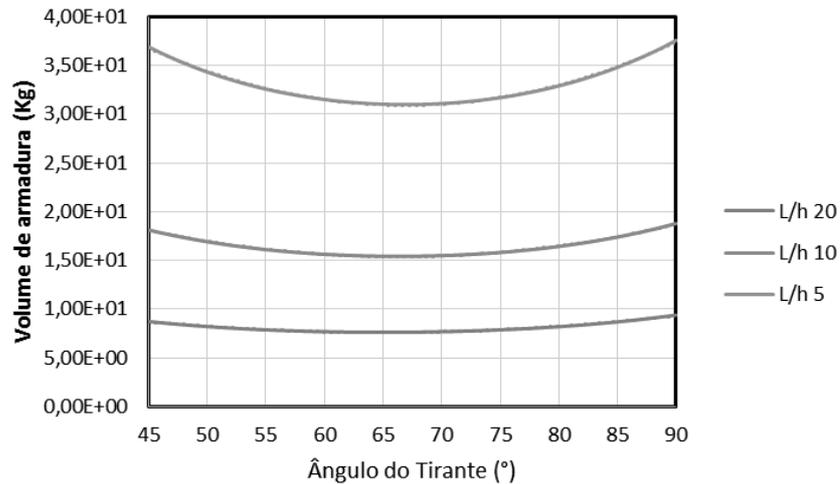


Figura 5- Efeito do parâmetro (L/h), fck 90 MPa e $V_{sd} = 50\% V_{Rd2}$

Observa-se que o comportamento da curva é exatamente o mesmo de quando analisado com a resistência de compressão ao concreto igual 30MPa, isso demonstra que os valores dos ângulos ótimos, não dependem do acréscimo de resistência de compressão do concreto, eles estão associados da relação L/h.

4.1.2 Influência da força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd})

A Figura 6, apresenta os resultados de volume de armadura em relação ao ângulo de inclinação do tirante calculados para as variações de V_{sd} igual a 50%, 75% e 100% de V_{Rd2} , considerando a resistência à compressão igual a 30 MPa e a relação L/h, igual a 20.

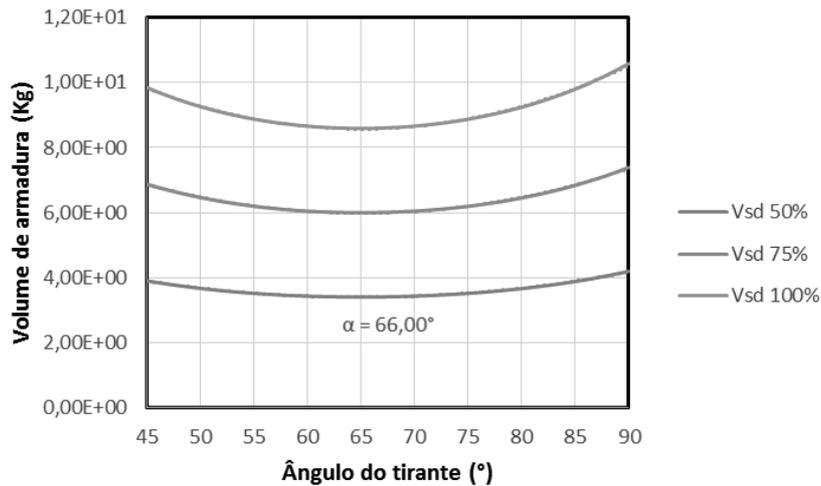


Figura 6- Efeito do parâmetro V_{sd} , f_{ck} 30 MPa e $(L/h) = 20$

O aumento de volume de armadura transversal na viga ocorre proporcionalmente à força cortante atuante, conforme apresentado na Tabela 2, os valores de volumes de armadura transversal entre as variações de V_{sd} , não possuem uma relação de proporção entre eles. Isso deve-se ao critério de espaçamento da NBR 6118 (ABNT, 2014), onde, para valores de V_{sd} maiores que 60% de V_{Rd2} , utiliza-se, 60% do valor da altura útil da viga.

Porém a diferença entre os valores de volume em um mesmo ângulo para dois diferentes V_{sd} é a mesma.

Tabela 2- Valores de V_{sw} para variações de V_{sd} para ângulos de tirante 45° e 90°

Vsd	Ângulo ótimo do tirante (°)	Volume de armadura (Kg ³)		Vsw (45°/ 90°)
		Vsw 45°	Vsw 90°	
50%	66,00	3,90	4,20	7%
75%	66,00	6,88	7,40	7%
100%	66,00	9,84	10,59	7%

A partir das curvas apresentadas na Figura 6, onde constata-se que o ângulo ótimo tem o valor de 66°, além disso foram calculados os ângulos de inclinação do tirante que resultam em um menor volume de armadura transversal para cada variação de V_{sd} , apresentados na Tabela 3. Demonstrando que o acréscimo de carga, não interfere no valor do ângulo ótimo.

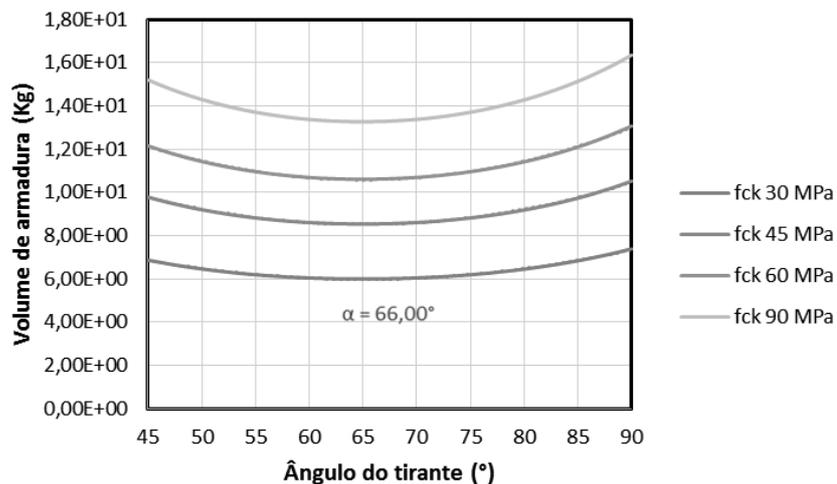
Tabela 3 - Valores dos ângulos ótimos para diferentes V_{sd}

Vsd	Ângulo ótimo do tirante (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 90°)
		Vsw Ótimo	Vsw 90°	
50%	66,00	3,41	4,20	19%
75%	66,00	6,00	7,40	19%
100%	66,00	8,60	10,59	19%

Como citado anteriormente, pela inviabilidade de executar a armadura em um ângulo de 66° , para uma proximidade do método de execução mais comum de estribos, com o ângulo à 90° , temos um acréscimo de 19% no volume de armadura em relação ao valor obtido com o ângulo ótimo.

4.1.3 Influência da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck})

A Figura 7 apresenta os resultados de volume de armadura para diferentes resistências à compressão do concreto, considerando V_{sd} , igual a 75% de V_{Rd2} , e relação $L/h = 20$.

Figura 7 - Efeito do parâmetro f_{ck} , $V_{sd} = 75\% V_{Rd2}$, e $(L/h) = 20$

Com o aumento da resistência do concreto houve o aumento do volume de armadura. Analisando o procedimento de cálculo utilizado, com o aumento da resistência à compressão do concreto, temos também um aumento na parcela força resistente V_{Rd2} , assim como, observamos esse mesmo aumento na parcela de força

cortante solicitante de cálculo V_{sd} , gerando um acréscimo de volume de armadura, conforme aumentamos a resistências à compressão do concreto

Visando evitar este efeito fixou-se a força cortante solicitante de cálculo $V_{sd} = 68700 \text{ kN}$, para vigas com relação L/h igual a 10, variando os valores da resistência à compressão do concreto, e os resultados são apresentados na Figura 8.

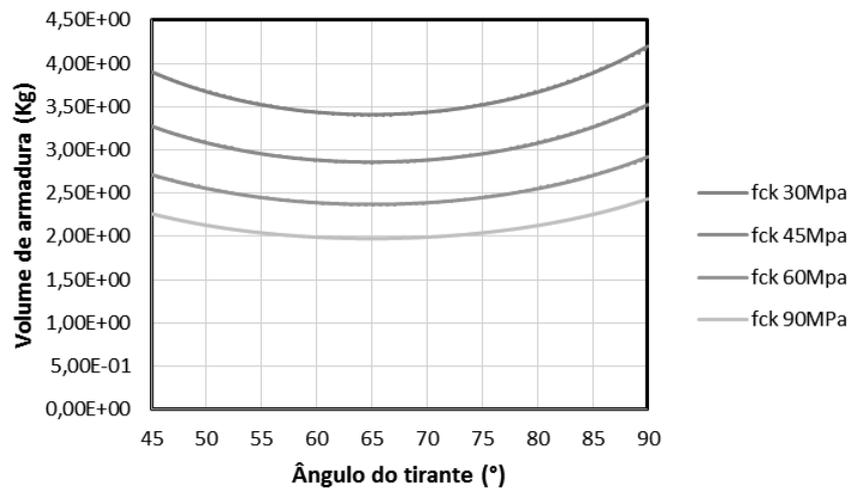


Figura 8 - Efeito do parâmetro fck para um valor de V_{sd} fixo

Observa-se que com a fixação da força cortante solicitante de cálculo, os valores dos volumes de armadura transversal diminuem conforme há um aumento dos valores da resistência à compressão do concreto.

A Tabela 4, traz os valores de volume de armadura para o ângulo ótimo de 66° e para o valor de ângulo mais usual 90° , constata-se um comportamento proporcional entre os fck de 81%.

Tabela 4 - Valores de volume de armadura para o ângulo ótimo e ângulo reto.

fck (MPa)	Ângulo ótimo do tirante (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 90°)
		Vsw Ótimo	Vsw 90°	
30	66,00	3,41	4,20	19%
45	66,00	2,86	3,53	19%
60	66,00	2,37	2,92	19%

4.2 Resultados para o Modelo de cálculo II

4.2.1 Efeito da relação largura do vão com a altura da viga L/h.

A Figura 9, apresenta os resultados de volume de armadura para relação L/h igual a 5, 10 e 20, considerando o ângulo do tirante à 45°, a resistência à compressão igual a 30 MPa e força cortante atuante igual a 100% de V_{Rd2} .

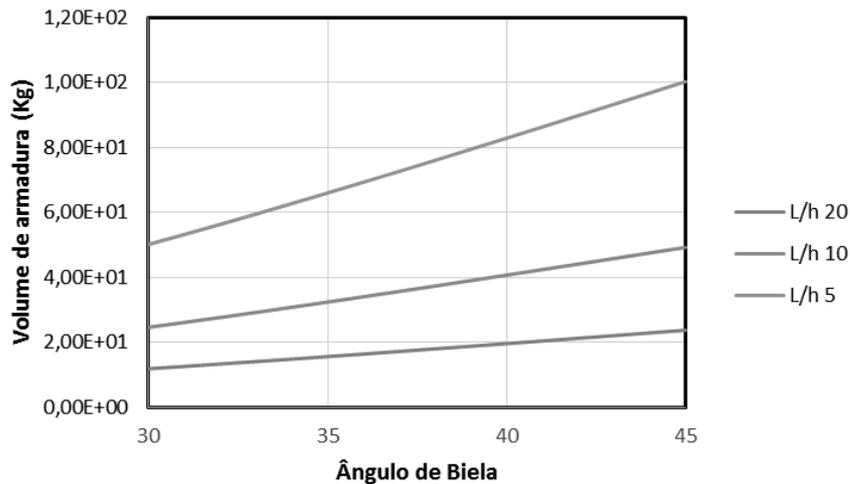


Figura 9 - Efeito do parâmetro (L/h) variando biela, $V_{sd} = 100\% V_{Rd2}$ e $f_{ck} 30 \text{ MPa}$.

Nota-se que conforme aumenta o ângulo das bielas, temos um acréscimo de volume de armadura transversal. Quanto a variação da relação L/h, observa-se que quanto menor é essa relação (maior a altura da viga), maior é o volume de armadura transversal.

A Tabela 5, contém os valores das armaduras transversais para o ângulos da biela 30° e 45°. Comparando ambos, obtém-se uma economia de 50% ao utilizar o ângulo de 30° para efetuação dos cálculos.

Tabela 5 - Valores V_{sw} e sua proporção para cada relação (L/h), variando bielas

L/h	Ângulo ótimo do Biela (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
20	30,00	11,87	23,74	50%
10	30,00	24,63	49,27	50%
5	30,00	50,17	100,34	50%

A Figura 10, mostra os resultados de volume de armadura para as variações de L/h considerando a resistência à compressão igual a 30 MPa e força cortante atuante igual a 100% de V_{Rd2} , inclinação da biela fixada a 30°.

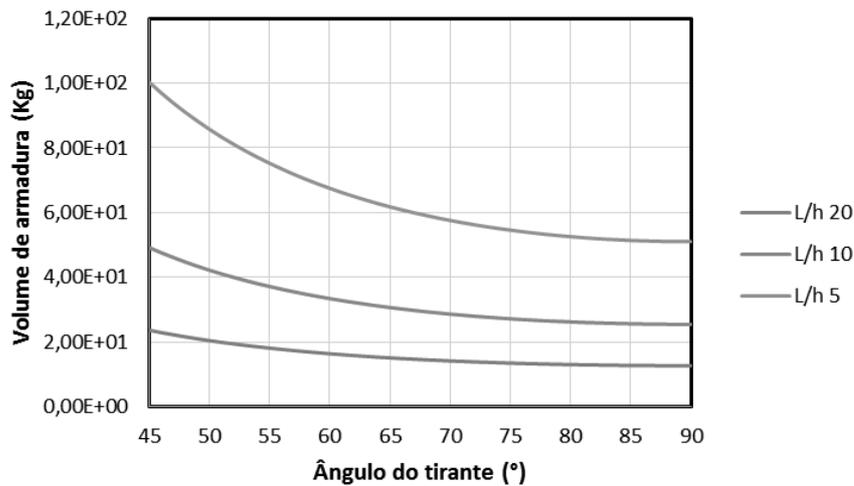


Figura 10 - Efeito do parâmetro (L/h) variando Tirante, $V_{sd} = 100\%$ VRd2 e $f_{ck} 30$ MPa

Observa-se que com o aumento do ângulo do tirante, temos um decréscimo no volume de armadura transversal, porém, a redução da relação L/h, resulta em um aumento do volume de armadura transversal, esse comportamento tem a mesma justificativa proposta para o mesmo caso, no modelo I.

Nota-se na Tabela 6, que o ângulo ótimo para o tirante é quando o mesmo está a 90° , a situação mais simples para sua execução no canteiro de obras, tendo uma economia de em média 52% no valor do volume de armadura, comparando com o ângulo menos econômico de 45° .

Tabela 6 - Valores V_{sw} e sua proporção para cada relação (L/h), variando Tirantes

L/h	Ângulo ótimo do tirante (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
20	90,00	6,38	11,87	54%
10	90,00	17,77	24,67	52%
5	90,00	25,53	50,17	51%

4.2.2 Influência da força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd})

A Figura 11, traz os resultados de volume de armadura para as variações de V_{sd} , considerando o ângulo do tirante à 45° , a resistência à compressão igual a 30 MPa, e para a relação L/h igual a 20.

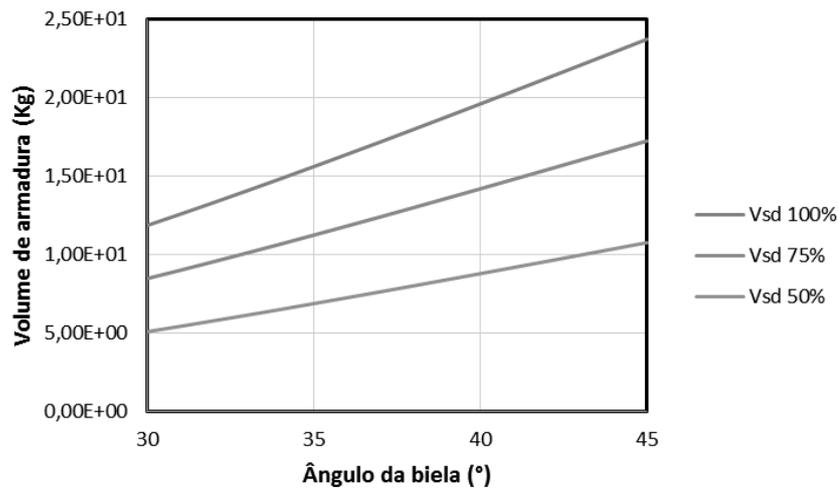


Figura 11- Efeito do parâmetro Vsd, variando Biela, (L/h) = 20 e fck 30 MPa

Observa-se que conforme aumenta a variação do ângulo da biela, temos um acréscimo de volume de armadura transversal.

A tabela 7, demonstra os valores do volume de armadura transversal, comparando o valor obtido com o ângulo ótimo 30°, com o valor menos econômico obtido com o ângulo de 45° para a biela.

Tabela 7 - Valores Vsw para os diferentes Vsd, variando bielas.

Vsd	Ângulo ótimo do Biela (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
50%	30,00	5,09	10,76	47%
75%	30,00	8,48	17,25	49%
100%	30,00	11,87	23,74	50%

Quanto a variação da relação V_{sd} , com o aumento da força solicitante de cálculo, temos um aumento do volume de armadura transversal, no entanto, a diferença entre o ângulo ótimo com o ângulo menos econômico, em média chega a ser de 49% no volume de armadura transversal.

Conforme a Figura 12, com o valor da biela fixado a 30°, com o aumento do ângulo dos tirantes temos a redução do volume de armadura transversal.

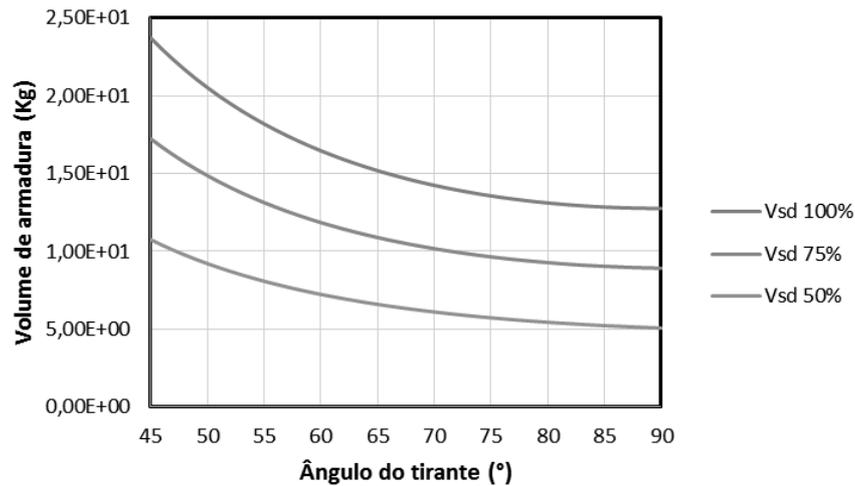


Figura 12 - Efeito do parâmetro Vsd, variando Tirante, (L/h) = 20 e fck 30 MPa.

Observa-se na Tabela 8, que a relação ângulo ótimo, com o ângulo menos econômico, também deve-se ser levada em conta nos tirantes, pois a diferença entre os valores de volume de armadura chega a 54%

Tabela 8 - Valores Vsw para os diferentes Vsd, variando tirante.

Vsd	Ângulo ótimo do Tirante (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
50%	90,00	306.810,2	648.104,8	47%
75%	90,00	560.012,3	1.080.102,3	52%
100%	90,00	813.214,3	1.512.099,8	54%

Neste caso, sugere-se ao projetista que leve em consideração as cargas que a viga será submetida, pois para o dimensionamento de um volume de armadura transversal ótimo, deve-se adotar os mesmos valores 30° para a as bielas e 90° para o tirante.

4.2.1 Influência da resistência característica à compressão do concreto (f_{ck})

A Figura 13, traz os resultados de volume de armadura para as variações da resistência à compressão do concreto, considerando o ângulo do tirante à 45°, V_{sd} igual a 75% de V_{Rd2} , e relação L/h = 20.

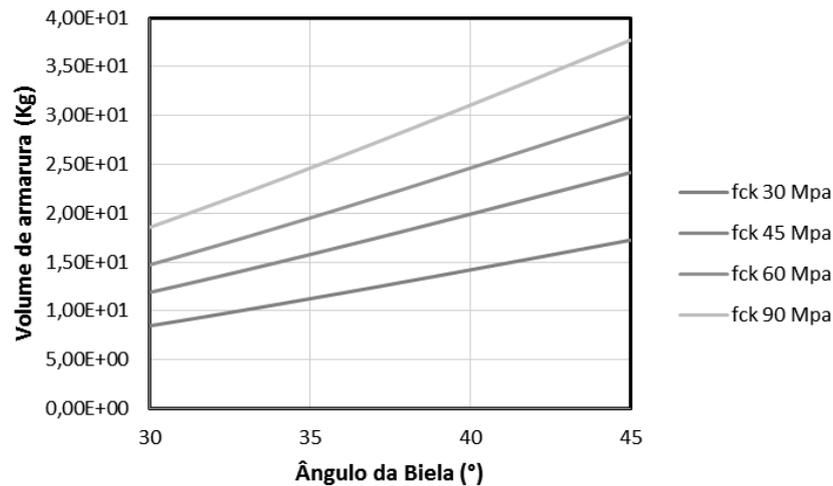


Figura 13 - Efeito do parâmetro fck, variando Biela, $(L/h) = 20$ e $V_{sd} = 75\%VR_{d2}$

Observa-se que com o aumento do ângulos das bielas, ocorre um aumento do volume de armadura transversal.

Na Tabela 9 consta os valores de armadura transversal para os ângulos ótimos, para o ângulos menos econômico e a relação econômica entre eles.

Tabela 9 - Valores V_{sw} para os diferentes fck, variando tirante.

fck (MPa)	Ângulo ótimo da Biela (°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
30	30,00	8,48	17,25	49%
45	30,00	11,89	24,16	49%
60	30,00	14,71	29,88	49%
90	30,00	18,55	37,70	49%

Observa-se na Tabela 9, que para todas as variações de resistência a compressão, a economia utilizando o valor de 30° para a biela é de 49%, em relação ao ângulo menos econômico de 45°.

Conforme a Figura 14, em relação ao aumento dos tirantes, novamente temos o mesmo comportamento das duas comparações anteriores, onde apresenta um decréscimo no volume de armadura transversal.

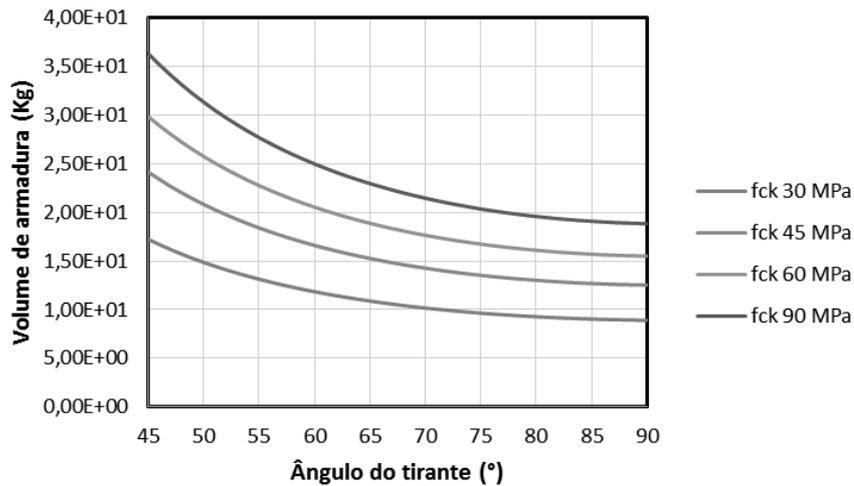


Figura 14 - Efeito do parâmetro fck, variando Tirante, (L/h) = 20 e Vsd = 75%VRd2

Os valores de volume de armadura para o ângulo ótimo de 90° e ângulo menos econômico de 45°, estão representados na Tabela 10.

Tabela 10 - Valores Vsw para os diferentes fck, variando tirante.

fck (MPa)	Ângulo ótimo do Tirante(°)	Volume de armadura (Kg)		Vsw (Ótimo / 45°)
		Vsw Ótimo	Vsw 45°	
30	90,00	4,40	8,48	52%
45	90,00	6,19	11,89	52%
60	90,00	7,66	14,71	52%
90	90,00	9,64	18,55	52%

Nota-se que nesse caso, o valor do ângulo ótimo também é muito influente na economia do volume de armadura transversal, obtendo o valor de 52% mais econômico em relação ao maior valor de armadura encontrado.

Em relação ao aumento do volume de armadura transversal, com o aumento da resistência à compressão do concreto, temos a mesma sugestão apresentada no modelo I, onde no script a força cortante que será submetida a viga, está em função do valor de resistência dela.

Assim com o aumento da resistência à compressão do concreto, temos um aumento de força cortante e isso explica o aumento de armadura transversal no experimento, porém, na realidade quando temos uma força constante estabelecida,

o aumento da resistência à compressão do concreto nos traz uma redução no volume de armadura transversal.

Sugere-se ao projetista, levar em consideração a resistência à compressão do concreto do concreto para seu projeto, pois para o desenvolvimento dos cálculos a influência dos ângulos ótimos novamente é igual aos dois itens analisados anteriormente.

Pois ao contrário do que ocorre no modelo I, não temos um comportamento de parábola no gráfico dos volumes de armaduras transversais, fica de forma evidente que para o dimensionamento utilizando o modelo II, deve-se levar em consideração, a relação L/h , pois quanto maior essa relação, menor será o volume de armadura transversal, além do projetista adotar um valor de 30° para a as bielas e 90° para o tirante.

4.3 Análise comparativa entre os Modelos I e II

Nesse item, temos a comparação do dimensionamento de uma viga com as mesmas características, porém utilizando os dois modelos de cálculos propostos pela NBR 6118 (ABNT,2014).

4.3.1 Comparação entre os dois Modelos para o mesmo valor de biela

O Modelo I tem como característica de cálculo o ângulo da biela fixado em 45° , assim, para a análise do comportamento dos dois modelos, foi-se fixado a biela a 45° no Modelo II e sendo analisada as variações do ângulo de tirante.

A Figura 15, demonstra o comportamento dos volumes de armadura transversal, entre os dois modelos, nota-se uma diferença considerável entre os dois modelos quando temos o tirante a 45° .

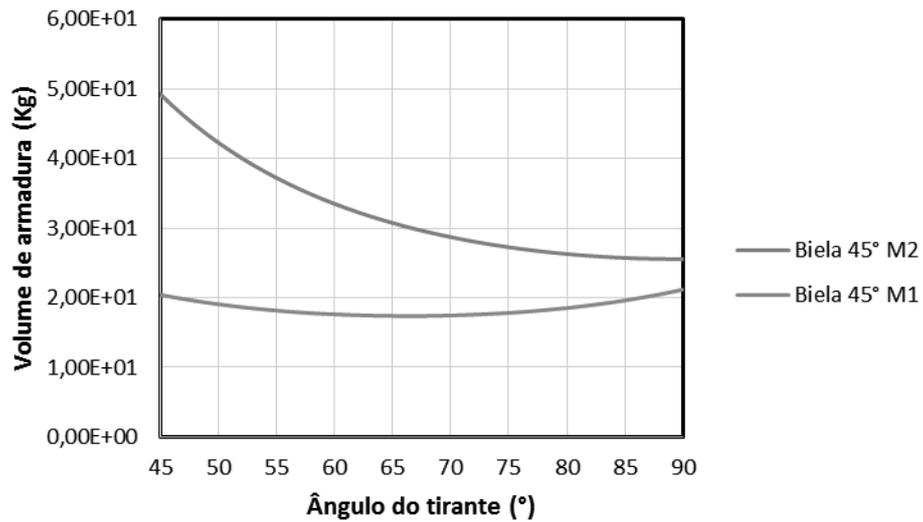


Figura 15 - Comparação da mesma biela para os dois modelos de cálculo

Observa-se na Tabela 11, que a economia de volume de armadura transversal utilizando o Modelo I quando temos o valor do ângulo do tirante à 45°, é de 59% em relação ao Modelo II. Nesse caso tornando o Modelo II, injustificável.

Tabela 11 – Valores de Vsw para a comparação entre os dois modelos de cálculo

Bielas 45°	Volume de Armadura (Kg)		Vsw (M1/ M2)
	Modelo 1	Modelo 2	
Tirante 45°	20,43	49,27	59%
Tirante 90°	21,17	25,53	17%

Quando comparamos para uma situação mais comum no canteiro de obras, onde o ângulo dos tirantes é o ângulo reto (90°), nota-se que ainda o Modelo I fornece o menor valor de volume de armadura transversal, porém sua economia é apenas de 17% em relação ao modelo II.

4.3.2 Comparação entre os dois Modelos para valores diferentes de biela

Comparando o modelo I com outros valores de biela no modelo II, temos a Figura 16.

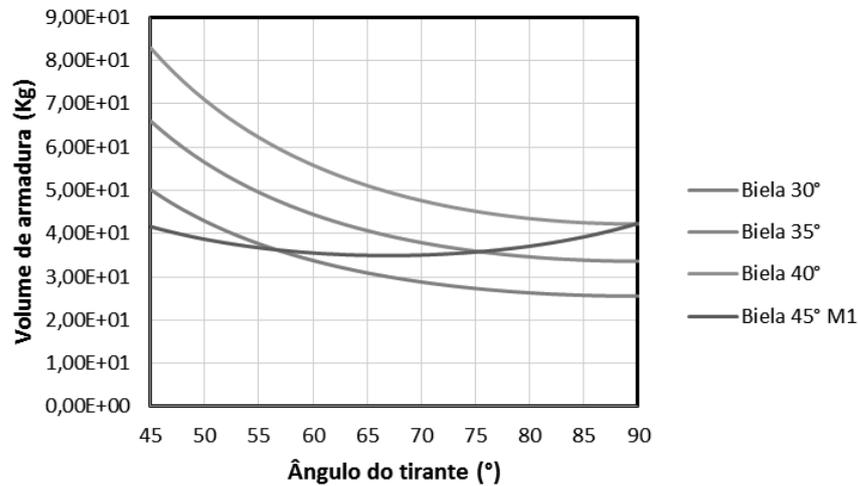


Figura 16 - Efeito entre diferentes bielas comparando com o Modelo I

Observando os valores da Tabela 12, o volume de armadura onde o tirante está a 45°, o modelo I apresenta-se mais econômico que o modelo II, independentemente do valor do ângulo de biela que o modelo II assumir.

Tabela 12 - Valores de V_{sw} para a comparação entre as diferentes Bielas

Biela	Volume de armadura (Kg ³)	
	$\alpha = 45$	$\alpha = 90$
M2 30°	50,17	25,53
M2 35°	66,02	33,60
M2 40°	82,92	42,20
M1 45°	41,61	42,35

No entanto para uma situação mais usual no canteiro de obras, onde o tirante está no ângulo reto (90°), nota-se que para valores de biela menores a partir de 40°, temos o Modelo II sendo o mais econômico, atingindo valores volume de armadura transversal menores que o Modelo I.

Nota-se uma diferença considerável quando utiliza-se o valor de 30° para a biela no Modelo II, isso se justifica, por ser o valor do ângulo ótimo de biela para esse modelo.

4.4 Análise comparativa com a bibliografia

Nesse item, os resultados obtidos experimento, são comparados com as referências citadas no item 2.4 deste trabalho.

4.4.1 Valores semelhantes entre os dois modelos.

No presente trabalho, os volumes de aço da armadura transversal são semelhantes entre os modelos quando obtemos um ângulo de $\theta = 39^\circ$, esse comportamento também foi observado nos estudos de Duarte *et al.* (2009), Barros Giongo (2012).

No entanto Ribeiro (2005), sugere que os valores entre os modelos são semelhantes quando $\theta = 45^\circ$, a justificativa para esse comportamento, está na formulação de seu trabalho, onde, foi-se utilizado valores de área de aço da armadura longitudinal, somados aos valores de aço da armadura transversal, tratando a comparação como área de aço total da viga.

4.4.2 Comparação entre os dois modelos.

Quando analisado o Modelo I, para cada valor da relação L/h, resultou-se em um ângulo ótimo para o tirante, assim não pode ser definido um ângulo genérico, para este modelo de cálculo. Porém, a análise do modelo II, retornou em todos os casos experimentados, os valores de $\theta = 30^\circ$ e $\alpha = 90^\circ$, para os menores valores de volume de armadura.

Duarte *et al.* (2009), sugere apenas $\theta = 30^\circ$, como ângulo ótimo, pois em seu estudo não afirmou um valor ótimo para o ângulo do tirante. A justificativa para esse comportamento, é o valor constante de $\alpha = 90^\circ$.

Garcia *et al.* (2008), em seu trabalho sugere que para os valores mais econômicos para o modelo II, são $\theta = 30^\circ$ e $\alpha = 60^\circ$, o que diferente do presente

trabalho, é a sua formulação para o cálculo, onde o mesmo, utiliza a área de aço da armadura longitudinal em suas análises.

Barros e Giongo (2012), sugerem em seu trabalho que o modelo I, sempre será mais econômico quando o modelo II assume os valores presente no intervalo $40^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$, entretanto, o modelo II passa a ser mais econômico quando assume os valores presente no intervalo $30^\circ \leq \theta < 39^\circ$, comportamento também observado neste presente trabalho.

5 CONCLUSÕES

Apesar do Modelo I ser uma simplificação de cálculo do Modelo II, devido a fixação da sua biela a 45° , não permitindo uma variação das mesma. Os resultados indicam, no geral, um comportamento distinto entre os dois modelos propostos pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

5.1 Modelo de cálculo I

- Para definição de um ângulo ótimo do tirante, onde se encontra o menor volume de armadura transversal, a relação largura do vão com a altura da viga L/h , é quem define o valor, independentemente dos valores

que a força cortante solicitante e a da resistência à compressão do concreto assumem.

- O ângulo ótimo do tirante, não possui um valor fixo, assim impossibilitando que tenha um valor para uma condição genérica.
- Para cada valor adotado na relação largura do vão com a altura da viga L/h , tem-se uma variação do ângulo ótimo, assim, tendo um ângulo ótimo para cada condição específica, porém próximo a 66° .
- As variações da resistência à compressão do concreto, não influenciam no valor do ângulo ótimo do tirante, apenas reduzem o volume de armadura transversal, quando comparados com uma resistência à compressão do concreto menor, porém, com o mesmo ângulo de tirante e uma mesma força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}).
- As variações de força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}), apenas influenciam no volume de armadura transversal, não interferindo nos valores do ângulo ótimo do tirante.

5.2 Modelo de cálculo II

- Em todas comparações relacionando largura do vão com a altura da viga L/h , resistência à compressão do concreto, força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}) e suas variações, o comportamento do volume de armadura transversal foi o mesmo.
- As relações largura do vão com a altura da viga, resistência à compressão do concreto, força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}), não influenciam nos valores de ângulos ótimos (biela e tirante).

- As relações largura do vão com a altura da viga, resistência à compressão do concreto, força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}), quando sua influência é comparada ao valor de armadura transversal, possuem o mesmo comportamento do modelo I.
- Os ângulos ótimos são fixos para todas as situações, utilizando este modelo de cálculo, sempre θ igual 30° e α 90° , apresentará o menor volume de armadura transversal.

5.3 Comparação entre os dois Modelos de Cálculo

- Para todos os casos quando temos o valor de α igual a 45° (ângulo do tirante), o Modelo de cálculo I sempre será o mais econômico, não importando os valores que o ângulo θ assuma no Modelo de cálculo II;
- Para a situação onde o ângulo do tirante assume o valor α igual 90° , Modelo de cálculo II passará ser mais econômico em relação ao Modelo de cálculo I, quando os valores do seu ângulo de biela forem menores que 40° ;
- As relações largura do vão com a altura da viga, resistência à compressão do concreto, força cortante solicitante de cálculo na seção (V_{sd}), possuem o mesmo comportamento quando se compara sua influência no volume de armadura transversal.
- Os dois modelos diferem quando se compara os valores de ângulos ótimos de tirante, sendo o Modelo de cálculo I influenciado pelos valores da relação largura do vão com a altura da viga, e o Modelo de cálculo II tendo seus ângulos ótimos fixos para todas as situações.

5.4 Sugestões para estudos futuros

A partir dos estudos realizados, sugere-se:

- Estudo sobre o termo V_c da NBR 6118 (ABNT, 2014), levando em consideração a influência da relação largura do vão com a altura da viga.
- Verificar a eficiência da resistência dos dois modelos de cálculo propostos NBR 6118 (ABNT, 2014), utilizando o valor de 45° para a biela de compressão no Modelo de cálculo II, assim, realizando ensaios de vigas de concreto armado com ruptura por cisalhamento.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – **Projeto de estruturas de concreto**. Rio de Janeiro, 2014.

BARROS, R.; GIONGO, José S. **Solicitações tangenciais em elementos lineares de concreto armado: análise teórica baseada na ABNT NBR 6118:2007**. IBRACON, São Paulo, v.12, n 5, p. 576-595, out. 2012.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

DUARTE, D.S.; SILVA, D. S.; VARGAS, A.; SILVA D. B. **Estudo comparativo entre os dois métodos propostos pela NBR 6118-2007 para dimensionamento da armadura de cisalhamento em vigas sujeitas a flexão simples.** Revista Tecnologia e Ambiente, Criciúma, v.15, ago. 2009.

FUSCO, P. B. **Estruturas de concreto: solicitações tangenciais.** Editora PINI, São Paulo, EPUSP, 2008, pp 328.

GARCIA, S. L. G.; SAVARIS, G.; FERREIRA, J.R. **Consumo mínimo de armadura em vigas segundo as prescrições da norma NBR 6118-2003 – estudo de caso.** IBRACON, São Paulo, v.1, n 3, p. 296-313, set. 2008.

GOMIERO, P. F. **Armadura reduzida para cisalhamento em vigas de concreto de alta resistência.** 1994. 145f. Dissertação – (Mestrado em Engenharia Civil - Estruturas) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 1994.

INDIAN STANDART. 456 - **Plain and reinforced concrete - Code of practice.** New Delhi, 2000.

ISHIHARA, Ronaldo; TRAUTWEN, Leandro M.; ALMEIDA, Luiz C. A.; SAMORA, Mário S.; SANTOS, Antonio C. Análise de critérios de normas para o dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura transversal com base em resultados experimentais. In: IX CONGRESSO BRASILEIRO DE PONTES E ESTRUTURAS. 10. 2016, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, RJ .: CBPE, 2016.

MACGREGOR, J. G.;WIGHT, J.K. 6th ed. (2012), **Reinforced Concrete: Mechanics and Design.** Ed., Pearson Education, Inc., New Jersey, 2012, pp 1157.

PANTOJA, João da C. **Geração automática via otimização topológica e avaliação de segurança de modelos de bielas e tirantes.** 2012. 240f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-RJ, Rio de Janeiro, 2012.

RIBEIRO, Adriana B. **Análise crítica sobre o dimensionamento ao cisalhamento em vigas de concreto armado segundo a NBR 6118 – 2003.** 2005. 209f. Tese (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Universidade Federal de Minas Gérias, UFMG, Belo Horizonte, 2005.

SANTOS, Leonyce S.; FERREIRA, Mauricio de Pina; OLIVEIRA, Dênio Ramam.;
 Análise experimental de vigas de concreto armado ao cisalhamento. In: 55°
 CONGRESSO BRASILEIRO DO CONCRETO CBC2013. 17. 2013, Gramado.
Anais... Gramado, RS.: IBRACON, 2013.

SILVA, Ricardo José Carvalho; MOREIRA, José Fabiano Araújo; FARIAS DO VALE,
 Rodrigo. **Análise do modelo de bielas e tirantes para vigas de concreto armado
 com furo.** Essentia, Sobral, v.5, n.2, p.67-68, dez. 2013

SOUZA, W. M.; CAETANO, T. R. G.; FERREIRA, M. P.; OLIVEIRA D.R.C.
**Resistência ao cisalhamento de lajes nervuradas unidirecionais de concreto
 armado.** IBRACON, São Paulo, v.7, n 4, p. 648-684, ago. 2014.

ANEXO A - Script do Cálculo do Volume de Armadura para o Modelo I

```
% Constantes %
```

```
% Resistência do concreto (MPa)%  
fck = 45;
```

```
% Resistência do Aço (MPa)CA 60%  
fyk = 600;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Concreto %  
gamac = 1.4;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Aço %  
gamas = 1.15;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Aço %  
gamaf = 1.4;
```

```

% VÃO da viga (m) %
l = 5000; % l= a 5 m %

h = l/5;

%H1 = 1/20;
%H2 = 1/10;
%H3 = 1/5;

% Base da viga (mm)
bw = 120; % 12 cm%

d = 0.9*h; % fixar o d %

% cobrimento de 3 cm (classe de agressividade II)% -
c = 30;

% Resistências de cálculo %

fcd = fck/gamac;
fyd = fyk/gamas;
fctd = 0.15*(fck^(2/3));
a2 = (1-(fck/250));

if (fck < 50)
    fctm = (0.3 * (fck ^ (2/3)));
else
    fctm = 2.12 * log(1+(0.11 * fck));
end

%MODELO I %

% Angulo do estribo %
alfa = 45;

% gancho 0.8 de 10 mm ~ diâmetro máx %
g = 0.8*10;

%Dimensões do estribo%

hi= h-(2*c);
bi= bw-(2*c);

% modelo I %

Vrd2 = (0.27* a2* fcd * bw * d); %saindo em newton%

% Esforço Cortante de Cálculo %
vd = (1*Vrd2); %N%
vc = (0.6*(fctd)*bw*d); %N%
vsw = vd - vc; %N%

% Espaçamento dos estribos (mm) %

```

```

if (vd <= 0.67*Vrd2)
    s = 0.6*d;
    si=1;
else
    s = 0.3*d;
    si = 2;
end

if (si == 1)
    if (s > 300)
        s = 300;
    end
else (si == 2)
    if (s > 200)
        s = 200;
    end
end

% Cálculo da Armadura (mm²)%

a=1;

for alfa = 45:1:90

    AswI = ((s*vsw)/(0.9 * d * fyd * (sind(alfa)+cosd(alfa))));

    % Armadura transversal minima mm² %
    Asmin= (0.2*(fctm/fyk)* bw * s * sind(alfa));

    if (AswI < Asmin)
        Matriz(1,a) = Asmin;
    else
        Matriz(1,a) = AswI;
    end

    a=a+1;

end

%Procedimento do cálculo do volume da armadura%

a=1;

for alfa = 45:1:90

    k = (hi/sind(alfa))+ bi;
    Matriz2(1,a)= k*((Matriz(1,a)/s))*l;
    a=a+1;
end

```

ANEXO B - Script do Cálculo do Volume de Armadura para o Modelo II

```
% Constantes %
```

```
% Resistência do concreto (MPa) %  
fck = 45;
```

```
% Resistência do Aço (MPa) %  
fyk = 600;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Concreto %  
gamac = 1.4;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Aço %  
gamas = 1.15;
```

```
% Coeficiente de ponderação da resistência do Aço %  
gamaf = 1.4;
```

```
% VÃO da viga (m) %
```

```

l = 5000; % l= a 5 m %

h = 1/20;

%H1 = 1/20
%H2 = 1/10;
%H3 = 1/5;

% Base da viga (mm)
bw = 120; % 12 cm%

d = 0.9*h; % fixar o d %

% cobrimento de 3 cm (classe de agressividade II)% -
c = 30;

% Resistências de cálculo %

fcd = fck/gamac;
fyd = fyk/gamas;
fctd = 0.15*(fck^(2/3));
a2 = (1-(fck/250));

if (fck < 50)
    fctm = (0.3 * (fck ^ (2/3)));
else
    fctm = 2.12 * log(1+(0.11 * fck));
end

% modelo II %

% Angulo do estribo %
alfa = 45;

%Dimensões do estribo%

hi= h-(2*c);
bi= bw-(2*c);

teta = 30;
b=1;
for teta = 30:1:45

    a=1;
    for alfa = 45:1:90

        vc = (0.6*(fctd)*bw*d);
        Vrd2 = (0.54* a2 * fcd * bw * d * (sind(teta)^2)*((1/tand(alfa))+
(1/tand(teta))));
        vd = (1*Vrd2);

        if (vd <= vc)
            vc2 = vc;

```

```

else
    vc2= (((Vrd2 - vd)*vc)/(Vrd2 - vc));
end

if (vc2 < 0)
    vc2 = 0;
end

vsw = vd - vc2;
% Espaçamento dos estribos (mm) %

if (vd <= 0.67*Vrd2)
    s = 0.6*d;
    si=1;
else
    s = 0.3*d;
    si = 2;
end

if (si == 1)
    if (s > 300)
        s = 300;
    end
else (si == 2)
    if (s > 200)
        s = 200;
    end
end

Asmin= (0.2*(fctm/fyk)* bw * s * sind(alfa));
% Cálculo da Armadura (mm²)%
if (alfa == 90)
    AswII = ((s*vsw)/(0.9 * d * fyd *(1/tand(teta))));
else
    AswII = ((s*vsw)/(0.9 * d * fyd * sind(alfa)*
((1/tand(alfa))+(1/tand(teta)))));
end

if ( AswII <= Asmin)
    Matriz(b,a) = Asmin;
else
    Matriz(b,a) = AswII;
end

%calculo do volume

k = (hi/sind(alfa))+ bi;
Matriz2(b,a)= k*(Matriz(b,a)/s)*1;

a=a+1;
end
b=b+1;
end

```

