

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COECI - COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL

PATRICIA DE LIMA ACCORSI

**MODELO DE BIELAS E TIRANTES PARA BLOCOS SOBRE DUAS
ESTACAS SUBMETIDOS À CARGA EXCÊNTRICA**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2017

PATRICIA DE LIMA ACCORSI

**MODELO DE BIELAS E TIRANTES PARA BLOCOS SOBRE DUAS
ESTACAS SUBMETIDOS À CARGA EXCÊNTRICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial à obtenção do título de
Bacharel, do curso de Engenharia Civil, da
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Savaris.

TOLEDO

2017



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Câmpus Toledo
Coordenação do Curso de Engenharia Civil



TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso de Nº 103

Modelo de Bielas e Tirantes para blocos sobre duas estacas submetidos à carga excêntrica

por

Patricia de Lima Accorsi

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 9:10 h do dia **10 de Novembro de 2017** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Civil**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Prof Dr. Lucas Boabaid Ibrahim
(UTFPR – TD)

Prof Dr. Rodnny Jesus Mendoza Fakhye
(UTFPR – TD)

Prof Dr. Gustavo Savaris
(UTFPR – TD)
Orientador

Visto da Coordenação
Prof. Dr Fúlvio Natércio Feiber
Coordenador da COECI

A Folha de Aprovação assinada encontra-se na Coordenação do Curso.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, meus maiores exemplos, Adhemar e Marta, que apesar da distância estiveram sempre presentes durante esta etapa da minha vida, pelo amor e carinho doado e por cada palavra que me confortou nos momentos difíceis.

Aos amigos, em especial à Fernanda, William, Angélica e Heloisa, presentes que ganhei durante a graduação e que se tornaram minha segunda família, por todos os conselhos, momentos de convivência e ótimas memórias proporcionadas.

Ao meu orientador, professor Gustavo, o qual admiro como professor e profissional da engenharia, pelos ensinamentos, paciência, disponibilidade e confiança durante a orientação deste trabalho, e, também, pela amizade, conselhos e momentos de descontração proporcionados.

Aos professores Lucas e Rodnny não só pela disponibilidade e contribuições feitas durante a banca, mas também, por todos os ensinamentos e momentos de descontração pré-apresentação.

RESUMO

ACCORSI, Patricia de Lima. **Modelo de Bielas e Tirantes para blocos sobre duas estacas submetidos à carga excêntrica**. 2017. 89 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso superior de Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2017.

O estudo das fundações é considerado uma das etapas mais complexas dentro do projeto de uma edificação, pois deve atender às condições técnicas e econômicas da obra, envolvendo duas áreas distintas da engenharia: geotecnia e estruturas. No caso de blocos de coroamento de estacas de fundações, a maioria dos modelos de dimensionamento utilizados atualmente foram desenvolvidos para pilares centralizados no bloco. Porém, muitas vezes o projetista se depara com pilares excêntricos e devido ao comportamento complexo do bloco e à escassez de estudos sobre casos em que as ações são excêntricas, tem-se dificuldade de prever o comportamento que o caminho de tensões apresentará. Neste sentido, este trabalho apresenta um estudo sobre as tensões atuantes em blocos sobre duas estacas submetidos a carregamento excêntrico, visando contribuir para a melhor compreensão do comportamento estrutural deste elemento, e tendo como objetivo a análise e definição de modelos de bielas e tirantes para este. Nove modelos de blocos foram avaliados, variando a posição do pilar em relação ao centro de gravidade do bloco: centrado, sobre uma das estacas ou faceando o bloco; e a sua altura: considerando os ângulos de inclinação da biela de compressão iguais a 45°, 50° e 55°. Primeiramente, foi desenvolvida a análise elástica linear geométrica e física utilizando o *software* ANSYS®, em estado plano de deformações, com o intuito de identificar a trajetória das tensões para cada caso e, com base nesses resultados, foram definidos modelos refinados de bielas e tirantes utilizando o programa computacional CAST®. A partir desses modelos, foram determinadas equações para a verificação das tensões nas bielas de compressão e para a determinação da área de aço. Com a análise dos resultados, constatou-se que a variação da posição do pilar influenciou nas tensões principais de compressão dos blocos, aumentando-as conforme o aumento da excentricidade do pilar, e que a altura do bloco está diretamente ligada à capacidade portante do mesmo, resultando em menores tensões no interior da estrutura e áreas de aço conforme o aumento desta.

Palavras-chave: Fundações profundas. Bloco. Bielas e tirantes. Método dos elementos finitos.

ABSTRACT

ACCORSI, Patricia de Lima. **Strut-and-tie models for double pile caps submitted to eccentric loading**. 2017. 89 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Curso superior de Engenharia Civil. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Toledo, 2017.

The study of foundations is one of the most complex stages in the design of a building, since it must attend the technical and economic conditions of structural and geotechnical engineering. Pile-caps design methods actually used were developed considering columns centralized to the cap. However, frequently designers came across eccentric loads that, due to its complex behavior and the lack of studies, became difficult to be solved. Thus, this work presents a study about stresses developed on caps over two piles, submitted to eccentric loading, aiming to contribute to the better understanding of the structural behavior of this element, and with the purpose of analyze and define strut-and-tie models. Nine pile-cap models were evaluated, varying: the position of the column in relation to the center of gravity of the pile-cap: centered, aligned to the pile or faced to the pile-cap; and its height: considering the inclination of the compression strut using angles of 45° , 50° and 55° . Numerical analyses were developed using ANSYS® software, assuming geometric and physical linear analysis, considering plane strain state, in order to identify the stress trajectory for each case and, based on these results, refined models of strut-and-tie were defined using the software CAST®. From these models, equations were developed to verify the stresses in the compression struts and to determine the reinforcement area. It was verified that the variation of the position of the column influenced in the principal compressive stress of the pile-cap, increasing them as the increase of the eccentricity of the column, and that the height of the pile-cap is directly connected to the bearing capacity of the same, resulting in lower stresses inside the structure and reinforcement areas as the height increases.

Keywords: Deep foundation. Pile-cap. Strut-and-Tie. Finite element methods.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Classificação dos blocos: (a) bloco rígido; (b) bloco flexível.	16
Figura 2 – Malha de elementos finitos.....	18
Figura 3 – Regiões B e D.	20
Figura 4 – Modelos de Bielas e Tirantes.....	22
Figura 5 – Aplicação do caminho de carga em blocos sobre duas estacas.	23
Figura 6 – Tipos de biela segundo geometria: (a) prismática; (b) formato engarrafado; (c) formato em leque.	24
Figura 7 – Dimensões em planta dos blocos sobre duas estacas.....	26
Figura 8 – Determinação dos afastamentos máximos.	27
Figura 9 – Determinação da altura do bloco.....	28
Figura 10 – Blocos para a análise numérica.	35
Figura 11 – Dimensões em planta dos blocos sobre duas estacas.....	36
Figura 12 – Características dos modelos com carga centrada.....	37
Figura 13 – Representação dos modelos: a) elemento tridimensional; b) plano médio.	39
Figura 14 – Malha com dimensão dos elementos de 5 mm.	39
Figura 15 – Condições de contorno.	40
Figura 16 – Máximas tensões no bloco com carga centralizada: a) compressão; b) tração.	41
Figura 17 – Modelos de bielas e tirantes.....	42
Figura 18 – Tensões principais no modelo P1H45: a) Compressão b) Tração.	45
Figura 19 – Tensões principais no modelo P1H50: a) Compressão b) Tração.	45
Figura 20 – Tensões principais no modelo P1H55: a) Compressão b) Tração.	46
Figura 21 – Reações nas estacas do modelo com pilar centrado.	46
Figura 22 – Tensões principais no modelo P2H45: a) Compressão b) Tração.	47
Figura 23 – Tensões principais no modelo P2H50: a) Compressão b) Tração.	48
Figura 24 – Tensões principais no modelo P2H55: a) Compressão b) Tração.	48
Figura 25 – Reações nas estacas do modelo P2H55.	49
Figura 26 – Tensões principais no modelo P3H45: a) Compressão b) Tração.	50
Figura 27 – Tensões no modelo P3H50: a) Compressão b) Tração.	50
Figura 28 – Tensões principais no modelo P3H55: a) Compressão b) Tração.	51
Figura 29 – Reações nas estacas do modelo P3H55.	52
Figura 30 – Modelo de bielas e tirantes para bloco com pilar centrado.	53
Figura 31 – Forças internas e reações para o modelo P1H45.	54
Figura 32 – Forças internas e reações para o modelo P1H50.	54
Figura 33 – Forças internas e reações para o modelo P1H55.	55
Figura 34 – Modelo de bielas e tirantes para pilar alinhado com o eixo da estaca. ...	56
Figura 35 – Forças internas e reações para pilar alinhado com o eixo da estaca.	57
Figura 36 – Modelo de bielas e tirantes para pilar faceando o bloco.	58
Figura 37 – Forças internas e reações para o modelo P3H45.	59
Figura 38 – Forças internas e reações para o modelo P3H50.	59
Figura 39 – Forças internas e reações para o modelo P3H55.	60
Figura 40 – Modelo para bloco com pilar centrado.	62
Figura 41 – Modelo para bloco com pilar alinhado com a estaca.....	64
Figura 42 - Modelo para pilar faceando o bloco.	66

Figura 43 – Dimensões em planta baixa.	77
Figura 44 – Esforços internos no bloco com pilar centrado.....	80
Figura 45 – Forças no Nó.....	81
Figura 46 – Tensão nas bielas comprimidas.....	82
Figura 47 – Esforços internos e reações para o pilar faceando o bloco.....	84
Figura 48 – Forças no Nó D.	85
Figura 49 – Forças no Nó A	85
Figura 50 – Forças no Nó B.	86
Figura 51 – Área da biela no pilar e na estaca.....	87

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados fornecidos ao ANSYS®.....	38
Tabela 2 – Comparação entre os refinamentos do modelo.....	41
Tabela 3 – Características dos modelos estudados.....	44
Tabela 4 – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar centrado.	47
Tabela 5 – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar alinhado com a estaca.....	49
Tabela 6 – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar faceando o bloco.	52
Tabela 7 – Largura da biela e área de aço para pilar centrado.....	55
Tabela 8 – Largura da biela e área de aço para P2.	57
Tabela 9 – Largura da biela e área de aço para pilar faceando o bloco.....	61
Tabela 10 – Resultados obtidos a partir das equações para bloco com pilar centrado.	68
Tabela 11 – Resultados obtidos com as equações para pilar alinhado com a estaca.	69
Tabela 12 – Resultados obtidos a partir das equações para pilar faceando o bloco.	70
Tabela 13 – Altura útil e total.....	78
Tabela 14 – Força máxima na região nodal superior e inferior.	79

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 OBJETIVOS	13
1.1.1 Objetivo Geral	13
1.1.2 Objetivos Específicos	13
1.2 JUSTIFICATIVA	14
1.3 DELIMITAÇÃO DO TEMA	14
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	15
2.1 BLOCOS DE COROAMENTO DE ESTACAS	15
2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	17
2.3 ANALOGIA DE BIELAS E TIRANTES	19
2.3.1 Fundamentos do modelo e roteiro de projeto	21
2.4 ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS	25
2.5 ESTUDOS RECENTES SOBRE O DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS	30
3 MATERIAIS E MÉTODOS	35
3.1 DIMENSÕES DO MODELO ESTRUTURAL	35
3.2 ANÁLISE COMPUTACIONAL	38
3.2.1 Determinação das tensões nos elementos	38
3.2.2 Determinação dos modelos de bielas e tirantes	42
3.3 COMPARAÇÃO DOS MODELOS	43
4 RESULTADOS	44
4.1 ANÁLISE COMPUTACIONAL	44
4.1.1 Análise dos blocos com pilar centrado	44
4.1.2 Análise dos blocos com o pilar alinhado com o eixo da estaca	47
4.1.3 Análise dos blocos com o pilar faceando o bloco	50
4.2 MODELOS DE BIELAS E TIRANTES	52
4.2.1 Bloco com pilar centrado	53
4.2.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca	56
4.2.3 Pilar faceando o bloco	58
4.3 METODOLOGIA PARA O DIMENSIONAMENTO	61
4.3.1 Bloco com pilar centrado	62
4.3.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca	64
4.3.3 Pilar faceando o bloco	65
4.4 APLICAÇÃO	67

4.4.1 Pilar centrado.....	68
4.4.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca	69
4.4.3 Pilar faceando o bloco	69
5 CONCLUSÃO	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
APÊNDICE A – Dimensionamento e determinação da carga máxima.....	77
APÊNDICE B – Dedução das equações	80

1 INTRODUÇÃO

A engenharia geotécnica e a engenharia de fundações estão em constante evolução. Desde os primórdios da Idade Clássica, os gregos se destacavam pelas técnicas de melhoria de solo e os romanos pelas técnicas construtivas de fundações. Naquela época, eram utilizadas sapatas para obras de pequeno porte e blocos sobrepostos em uma ou duas camadas para obras de maior porte. Desde então, melhorias e novos métodos vêm sendo propostos com o objetivo de aperfeiçoar os projetos (BRAGA, 2009).

Assim como todo projeto estrutural, um bom projeto de fundações deve atender aos requisitos mínimos de segurança, qualidade e durabilidade estabelecidos pelas normas técnicas. De acordo com Campos (2007), uma das etapas mais complexas dentro do projeto de um edifício é o estudo das fundações.

A melhor alternativa para a escolha do tipo de fundação a ser empregada em uma construção é aquela que satisfaz condições técnicas e econômicas da obra, avaliando, por meio de estudos, a natureza e características do subsolo do local, intensidade das ações incidentes a serem transmitidas à fundação, disposição e condições estruturais dos edifícios próximos e os tipos de fundações existentes no mercado local.

Uma fundação tem por função transferir as cargas oriundas da superestrutura para o solo em que está apoiada sem sobrecarregá-lo. Quanto ao tipo, conforme Hachich *et al.* (1998), é classificada em dois grandes grupos, de acordo com a forma que transmite as ações ao solo, podendo ser superficial (direta ou rasa) ou profunda (fundação indireta).

De acordo com a NBR 6122 (ABNT, 2010), fundação superficial é aquela que transmite a carga ao terreno predominantemente pelas tensões distribuídas sob a sua base, cuja profundidade de assentamento em relação ao terreno adjacente é inferior a duas vezes a sua menor dimensão. Neste caso, destacam-se o uso corriqueiro de sapatas e blocos, visto que as camadas superiores do terreno são capazes de absorver e distribuir as ações provenientes da superestrutura.

As fundações profundas, segundo a norma NBR 6122 (ABNT, 2010), transmitem a carga ao terreno por meio de sua base, por sua superfície lateral, ou por uma combinação de ambos os casos. São empregadas quando as camadas

superficiais do terreno não têm condições de suportar as ações providas da superestrutura, quando há uma grande quantidade de água e a sua retirada torna-se inviável, ou ainda, quando existem forças horizontais de grande intensidade, fazendo-se necessária a busca por resistência em camadas mais profundas por meio de estacas ou tubulões.

Quando estacas ou tubulões são empregados, exige-se a construção de outro elemento estrutural denominado por bloco de coroamento, bloco sobre estacas ou ainda, bloco estrutural. Este elemento, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), é considerado uma estrutura de volume responsável por transmitir às estacas/tubulões as cargas provenientes do pilar.

Os blocos de coroamento de estacas podem ser considerados elementos de volume, que são estruturas tridimensionais onde todas as dimensões possuem a mesma ordem de grandeza, não permitindo que a hipótese de Bernoulli seja aplicada (TANNO, 2012). Visto isso, a análise de seu comportamento estrutural torna-se complexa em função de suas dimensões não serem suficientemente longas para dissiparem as tensões localizadas, não permanecendo planas as seções após sofrerem uma deformação (BARROS, 2009).

Conforme Munhoz (2004), os métodos de dimensionamento utilizados até os dias atuais, compreendendo a analogia de bielas e tirantes e a teoria de flexão de vigas, são empregados para cargas centradas e tratam estes elementos de modo simplificado. Além disso, são encontradas, nas normas e métodos de cálculo, divergências quanto aos parâmetros adotados e as classificações dos blocos.

Apesar dos blocos estruturais serem essenciais para a segurança da superestrutura, não permitem a inspeção visual quando em serviço, tornando-se importante o conhecimento de seu real comportamento (DELALIBERA, 2006).

A maior parte dos estudos realizados e referências bibliográficas dizem respeito ao comportamento e dimensionamento desses elementos sob ações de cargas centradas. Devido à escassez de estudos sobre casos em que as ações são excêntricas, tem-se dificuldade de prever o comportamento que o caminho das tensões apresentará.

Neste sentido, este trabalho apresenta um estudo sobre as tensões atuantes em blocos sobre duas estacas submetidos a carregamento excêntrico, visando contribuir para a melhor compreensão do comportamento estrutural deste elemento,

o que facilitará a determinação de um modelo refinado de bielas e tirantes, melhorando assim, o projeto estrutural.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Este trabalho tem como objetivo a análise e definição de modelos de bielas e tirantes para blocos de duas estacas submetidos à carga excêntrica.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Determinar, através do *software* ANSYS®, o fluxo de tensões em blocos de duas estacas submetidos a carregamento centrado e excêntrico, considerando regime elástico e linear;
- Propor modelos de bielas e tirantes para blocos sobre duas estacas submetidos a carregamento excêntrico, por meio do *software* CAST®, para os modelos estudados neste trabalho;
- Avaliar os modelos propostos quanto as tensões desenvolvidas nas bielas e a armadura necessária para os tirantes;
- Determinar uma metodologia para o dimensionamento de blocos sobre duas estacas com carregamento excêntrico para os casos estudados.

1.2 JUSTIFICATIVA

O bloco de coroamento é um elemento que exerce grande importância na estrutura de uma edificação, pois é através dele que as tensões provenientes dos pilares são distribuídas para as estacas e posteriormente para o solo.

Muitas vezes, os pilares de uma edificação são locados fora do centro de gravidade do bloco, gerando ações excêntricas e, na literatura, poucos trabalhos apresentam soluções para estes casos. Assim, este trabalho justifica-se no sentido de auxiliar os projetistas na elaboração de projetos de fundações com cargas excêntricas.

1.3 DELIMITAÇÃO DO TEMA

O presente trabalho trata o estudo de blocos sobre duas estacas submetidos à carga excêntrica, considerando estacas e pilares quadrados com dimensão lateral fixada em 20 cm, distância entre eixo de estacas igual a três vezes o diâmetro das mesmas, resistência característica do concreto igual a 20 MPa e aço CA-50.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 BLOCOS DE COROAMENTO DE ESTACAS

Ao contrário das fundações diretas, onde as cargas da superestrutura são transmitidas ao solo diretamente pelo elemento de fundação, as fundações profundas necessitam de um elemento que faça a ligação da superestrutura às estacas (REBELLO, 2008). Este elemento é denominado de bloco sobre estacas ou bloco de coroamento e, de acordo com Campos (2015), são elementos de transição entre a superestrutura e as estacas ou tubulões, cuja finalidade é transmitir as ações provenientes da base dos pilares às estacas/tubulões.

Em função da intensidade dos esforços solicitantes, atuantes na base do pilar, e do tipo de fundação profunda e sua carga admissível, é possível determinar o número de estacas necessárias ao bloco (OLIVEIRA, 2009).

A partir da disposição das estacas são determinadas as dimensões dos blocos em planta, recomendando-se que os centros de gravidade do estaqueamento e do pilar coincidam. Em geral, é adotado um espaçamento mínimo necessário entre as estacas, para que possa ser evitado o efeito de grupo e o uso de armadura de suspensão entre as mesmas (MUNHOZ, 2004).

O comportamento estrutural dos blocos é classificado, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), em blocos rígidos ou flexíveis, conforme a Figura 1, dependendo dos esforços que atuam no bloco.

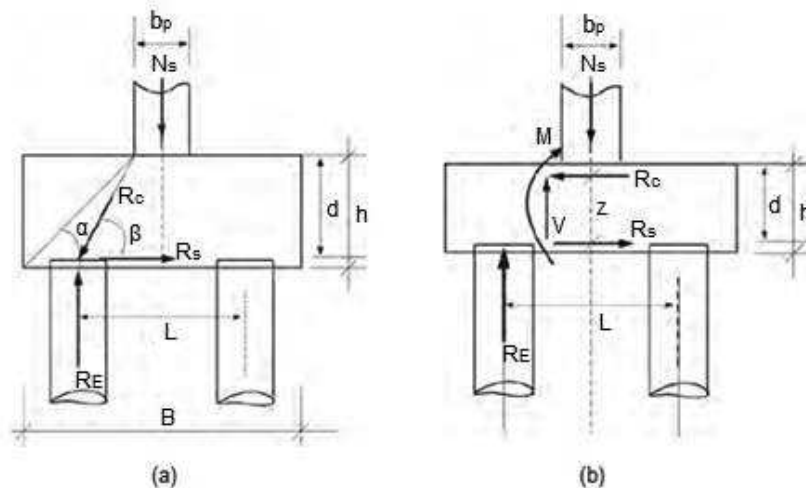


Figura 1 – Classificação dos blocos: (a) bloco rígido; (b) bloco flexível.
Fonte: Adaptado de Campos (2015, p. 422).

Essa classificação é feita em função da geometria do bloco, especificamente, a relação entre a altura do bloco e a distância do centro da estaca mais afastada até a face do pilar. Segundo a norma NBR 6118 (ABNT, 2014), para que os blocos sejam classificados como rígidos devem respeitar a Equação 1, caso contrário, serão classificados como flexíveis.

$$H \geq \frac{a-ap}{3} \quad (1)$$

Onde: H , altura do bloco, a , a dimensão do bloco na direção considerada e ap , a dimensão do pilar na mesma direção.

Nos blocos rígidos o comportamento estrutural se caracteriza por trabalhar à flexão nas duas direções, com trações concentradas nas linhas sobre as estacas, sendo as cargas transmitidas para as mesmas por bielas de compressão. Além disso, trabalham ao cisalhamento nas duas direções, sendo sua ruptura dada por compressão das bielas (ABNT, 2014). Para o seu dimensionamento, pode ser adotado modelo estrutural tridimensional, linear ou não, e modelos de bielas e tirantes tridimensionais. Este último é preferível por definir melhor a distribuição de forças nas bielas e tirantes, porém a norma vigente de projeto de estruturas de concreto armado, NBR 6118 (ABNT, 2014), não traz em seu texto recomendações para o dimensionamento e verificações destes elementos (DELALIBERA, 2006).

Caso o espaçamento entre as estacas seja aumentado, se a altura não for compatível serão obtidos blocos flexíveis, ou seja, pequena altura para vãos maiores entre as estacas, cujo comportamento se assemelha às vigas de concreto armado (MUNHOZ, 2004). Neste caso, é necessária uma análise mais complexa do elemento, verificando desde a distribuição dos esforços nas estacas, dos tirantes de tração até a punção (ABNT, 2014).

Quando o pilar e as cargas são centrados, em relação ao centro de gravidade do bloco, as tensões de compressão se dirigem diretamente para as estacas através de bielas de compressão, formando um tirante na parte inferior do bloco. Porém, quando as estacas não se encontram igualmente espaçadas em relação ao pilar, o comportamento estrutural do bloco torna-se mais complexo, podendo as intensidades das reações de apoio não terem valores uniformes (OLIVEIRA *et al.*, 2014). Isso acontece principalmente em casos de divisa de terrenos, devido à falta de espaço para locar a fundação, tendo como consequência o pilar locado fora do eixo de gravidade do bloco, o que acarretará em ações excêntricas, as quais podem provocar momentos fletores, tendendo a girá-lo, ou ainda, chegar a casos em que uma das estacas passa a ser tracionada.

2.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Os métodos analíticos são métodos aplicados em sistemas contínuos, nos quais é possível se obter as respostas exatas para os problemas de engenharia em todos os pontos da estrutura. Porém, essa solução só é encontrada para alguns casos específicos mais simples. Para problemas que não podem ser determinados por este método, é possível aplicar métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos, para determinar soluções aproximadas (PEREIRA, 2005).

O Método dos elementos finitos, no âmbito da engenharia de estruturas, tem por objetivo a determinação do estado de tensões e de deformações para estruturas complexas (AZEVEDO, 2003). Ao contrário da solução analítica, a solução pelo Método dos Elementos Finitos, corresponde a modelos discretos que buscam a determinação de incógnitas para um número finito de pontos denominados por nós (SORIANO, 2003).

Este método pode ser facilmente aplicado utilizando programas computacionais, e, de acordo com Azevedo (2016), consiste na discretização da estrutura a ser analisada, conforme a Figura 2, em partes denominadas por elementos, cujo comportamento é bem definido, que são interligadas por nós. Quanto maior a quantidade de nós, maior será a aproximação do resultado exato e, conseqüentemente, maior será a quantidade de cálculos a serem realizados.

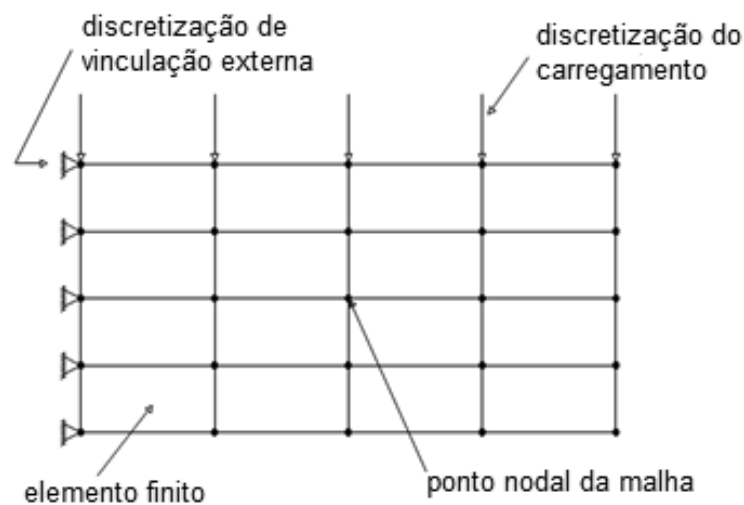


Figura 2 – Malha de elementos finitos
Fonte: Adaptado de Soriano (2003, p. 5).

A subdivisão da estrutura em vários elementos é denominada por malha. O comportamento de cada um destes elementos é determinado de forma aproximada, com a condição de que o conjunto da malha se comporte de forma semelhante ao contínuo original (SORIANO, 2003).

De acordo com Azevedo (2016), a análise por este método pode ser dividida em três partes distintas:

- Pré-processamento, onde é definida a geometria, o tipo de análise, malha, propriedades do material e condições de contorno (forças e restrições);
- Processamento ou análise, que define o tipo de análise desejada (linear ou não linear) para se obter os deslocamentos nodais;

- Pós-processamento, que tem por objetivo a obtenção dos resultados, como por exemplo: tensões principais, fluxo de calor, convergência, etc.

Atualmente o Método dos Elementos Finitos vem sendo aprimorado conforme o avanço do desenvolvimento computacional, permitindo e facilitando a análise e o dimensionamento de muitos elementos estruturais por meio de uma modelagem numérica com referência em estudos experimentais, com o intuito de melhorar a qualidade dos projetos.

2.3 ANALOGIA DE BIELAS E TIRANTES

A concepção da analogia de bielas e tirantes é uma das mais duradouras da história do concreto armado, sendo considerada uma generalização da analogia de treliça introduzida por Ritter & Morsch no século passado (DELALIBERA, 2006). Por meio de estudos analíticos e experimentais, feitos durante décadas por pesquisadores, foram sugeridas modificações para o aperfeiçoamento do modelo original, mantendo a sua ideia básica.

OLIVEIRA (2009) considera apropriado, na concepção de um projeto estrutural em concreto armado, classificar as regiões da estrutura em regiões contínuas e descontínuas, denominadas por “Regiões B” e “Regiões D”, respectivamente, conforme a Figura 3. Esta divisão auxilia no estabelecimento de critérios consistentes para o dimensionamento e está ligada à hipótese de Bernoulli.

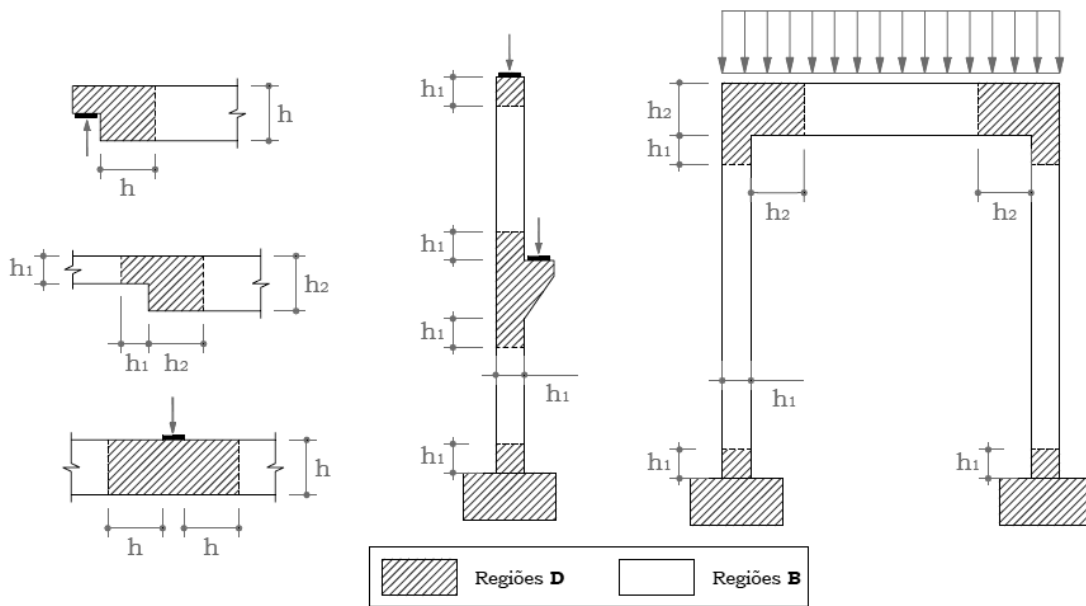


Figura 3 – Regiões B e D.
Fonte: Adaptado de Silva e Giongo (2000).

Em Regiões B, onde há uma variação linear na tensão atuante na seção transversal, a hipótese de Bernoulli é válida. Nessas regiões “as forças ou tensões internas podem ser decompostas em momento fletor, força cortante e forças axiais, cujos métodos de cálculo estão consolidados e disponíveis nas normas de projeto” (OLIVEIRA, 2013). Já em Regiões D, os métodos padrão e a hipótese de Bernoulli não são válidos, devido às variações complexas de tensões produzidas por descontinuidades estáticas e/ou geométricas (MUNHOZ, 2014).

Através das trajetórias de tensões, nas proximidades das regiões descontínuas, é possível determinar as regiões B e D em uma estrutura, baseando-se no princípio de Saint Venant. Este princípio estabelece que a extensão de uma região D possui aproximadamente a mesma ordem de grandeza da altura das regiões B adjacentes, contadas a partir da descontinuidade (DELALIBERA 2006).

Grande parte dos problemas em estruturas de concreto armado, segundo Tihin e Kuchma (2002, *apud* Campos, 2007, p. 18), ocorre em regiões D, como vigas paredes e blocos sobre estacas, por serem projetados por meio de aproximações com base em análise experimental ou considerações obtidas pela prática da engenharia. Além disso, as normas vigentes em estruturas de concreto armado, como a NBR 6118 (ABNT, 2014), abordam superficialmente o modelo de bielas e tirantes, apresentando pequenas orientações para os projetos dessas regiões.

Visto que os blocos de coroamento são elementos cujas três dimensões possuem a mesma ordem de grandeza, em que a ação e as reações são aplicadas em áreas reduzidas do pilar e das estacas, respectivamente, considera-se este elemento como sendo descontínuo em toda a sua extensão. Dessa forma, julga-se adequado o seu dimensionamento por modelos de bielas e tirantes (MAREK FILHO, 2010).

Blévoit & Frémy (1967) contribuíram para o aperfeiçoamento das pesquisas relacionadas à analogia de bielas e tirantes, por meio de ensaios experimentais de blocos de duas, três e quatro estacas submetidos à força centrada variando disposições da armadura. O método proposto por Blévoit é utilizado como rotina de cálculo de blocos sobre estacas, porém difere do modelo de bielas e tirantes por não definir as regiões nodais e as tensões que nelas devem ser verificadas, analisando apenas a tensão de compressão na região das bielas, sem definir as dimensões das mesmas (OLIVEIRA, 2009).

2.3.1 Fundamentos do modelo e roteiro de projeto.

O modelo de bielas e tirantes representa discretamente os campos de tensões em elementos estruturais de concreto armado, idealizando o fluxo de forças internas por meio de uma treliça espacial composta por barras comprimidas e tracionadas interconectadas por nós, que leva as ações impostas no contorno aos apoios (OLIVEIRA, 2013).

Os campos de tensão de compressão, suportados pelo concreto, são representados por meio das bielas, enquanto os campos de tensão de tração, normalmente absorvidos por armaduras, denominadas tirantes. Em alguns casos, como locais onde não são posicionadas barras de armadura, a tensão de tração pode ser absorvida pelo concreto, porém esta deve ser inferior à máxima tensão de tração suportada pelo mesmo, respeitando as condições de segurança. A Figura 4, a seguir, mostra exemplos de regiões modeladas com bielas e tirantes, tais como a extremidade de uma viga simplesmente apoiada (Figura 4.a) e o consolo em um pilar (Figura 4.b).

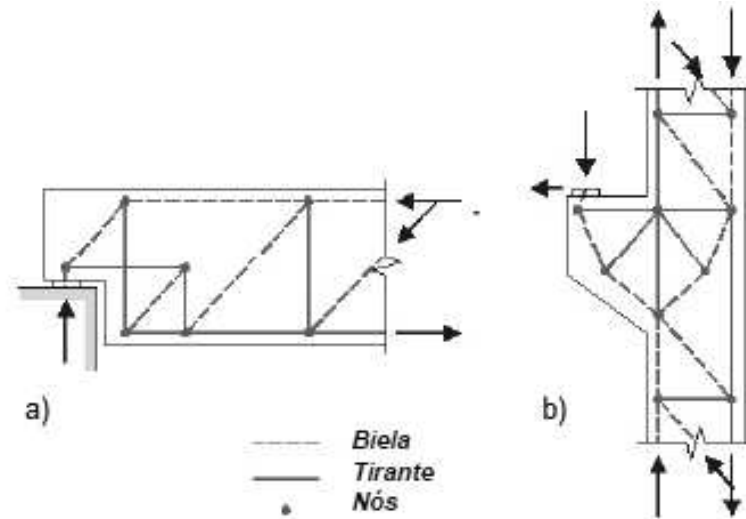


Figura 4 – Modelos de Bielas e Tirantes
Fonte: Tjhin e Kuchma, 2002 (apud MUNHOZ, 2004, p. 72).

Análogos às articulações de uma treliça, os nós estão sujeitos a um estado de tensão multidirecional, pois são regiões onde ocorre a transferência de forças entre as bielas e tirantes (CAMPOS, 2007).

Oliveira (2009) apresenta as seguintes etapas para o projeto de elementos estruturais aplicando-se do modelo de bielas e tirantes:

- I. Dividir a estrutura em regiões B e D;
- II. Isolar a Região D;
- III. Determinar os esforços solicitantes no contorno da região D;
- IV. Aplicar o método do caminho de carga;
- V. Dimensionar os tirantes;
- VI. Verificar as tensões nas bielas e nas regiões nodais;
- VII. Definir o arranjo das armaduras.

Definidos os limites das regiões D, considerando as trajetórias das tensões nas proximidades das regiões descontínuas, os esforços solicitantes são determinados por meio de uma análise estrutural. No caso de estruturas tridimensionais, a análise pode ser feita considerando planos individuais tratados separadamente.

Após a determinação dos esforços solicitantes e a verificação de equilíbrio externo, desenvolve-se o modelo de bielas e tirantes. Este modelo pode ser definido de maneira empírica pelo método do caminho de cargas ou com o auxílio de

ferramentas que determinem os campos de tensões, as quais facilitam o desenvolvimento do modelo (SATO, 2015). Essas tensões podem ser determinadas por meio de uma análise elástica linear através de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos, e, de acordo com Tjhin e Kuchma (2002 apud Campos, 2007, p. 15), satisfazem os estados limites de serviços e últimos, porém por meio de aproximações.

Munhoz (2004) apresenta os seguintes passos para a aplicação do método de caminho de cargas em um bloco de duas estacas:

- Substituir forças distribuídas no contorno por forças concentradas equivalentes;
- Desenhar e alinhar os caminhos de cargas sem que se interceptem;
- Interligar ações opostas por caminhos de carga os mais curtos possíveis;
- Substituir linhas curvas por linhas retas, as quais representam as bielas e tirantes;
- Caso necessário, bielas e tirantes devem ser adicionados para equilibrar os nós.

A aplicação dessas etapas pode ser melhor compreendida através da Figura 5, que demonstra a aplicação do método de caminho de cargas para blocos sobre duas estacas com carga centrada.

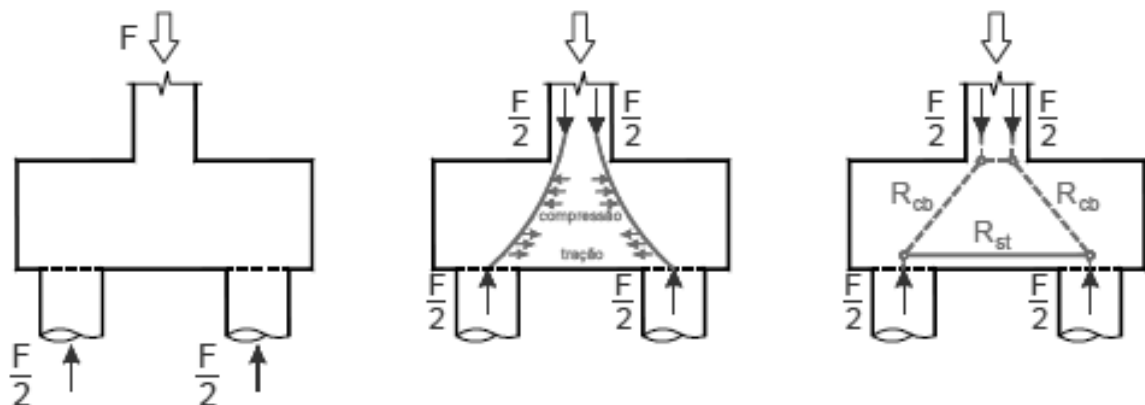


Figura 5 – Aplicação do caminho de carga em blocos sobre duas estacas.
Fonte: Munhoz (2004, p. 77).

A partir do modelo adequado para uma determinada região da estrutura são calculadas as forças nas bielas e tirantes através do equilíbrio de forças internas e externas. Então, de modo a absorver as forças atuantes, é feito o dimensionamento dos tirantes e a verificação das tensões nas bielas e nós da estrutura, os quais devem satisfazer os limites estipulados pelas normas (DELALIBERA, 2006).

A forma da biela de compressão é de difícil definição devido às divergências existentes de como proceder para a sua determinação. Segundo Schlaich & Schäfer (1991, *apud* SATO, 2015, p. 34), a biela pode ser classificada como prismática, em formato de leque ou em formato engarrafado, como mostrado na Figura 6, definidas conforme as tensões de compressão são distribuídas no interior da estrutura.

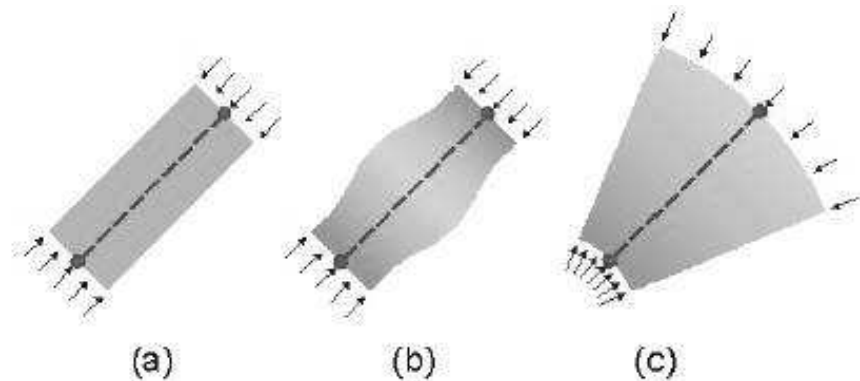


Figura 6 – Tipos de biela segundo geometria: (a) prismática; (b) formato engarrafado; (c) formato em leque.

Fonte: Adaptado de Tjhin & Kuchma, 2002 (*apud* DELALIBERA, 2006, p. 31).

A Figura 6.a representa uma distribuição paralela de tensões, ocorrendo quando as tensões se distribuem uniformemente sem perturbação. Este campo é típico de regiões B. A Figura 6.b mostra a distribuição de tensões em linhas curvilíneas com afinamento da seção, forças concentradas são introduzidas e propagadas por meio de curvaturas acentuadas. A difusão dessas tensões provoca compressão biaxial ou triaxial (abaixo do ponto de aplicação da força) e trações transversais, que combinada com a compressão longitudinal pode provocar fissuras longitudinais. Como, a resistência do concreto à tração é muito baixa, normalmente se dispõem barras de aço na direção transversal. A Figura 6.c representa uma distribuição radial de tensões, provocadas por forças concentradas introduzidas e propagadas de maneira suave. Não se desenvolvem trações transversais (DELALIBERA, 2006).

Conforme Oliveira (2009), a inclinação das bielas em relação aos tirantes é determinada por meio da distribuição de tensões elásticas produzida pelas ações atuantes. Já as dimensões das bielas de compressão e regiões nodais são

determinadas em função da área de aplicação das ações e reações, do número de camadas e do cobrimento da armadura.

Por fim, após finalizadas as etapas anteriores, procede-se ao detalhamento da armadura, definindo os tipos de ancoragem e os comprimentos das barras. Esta etapa é considerada importante, pois contribui na definição da geometria e consequentemente na resistência das bielas e regiões nodais, limitando a abertura e distribuição de fissuras (MUNHOZ, 2004).

A analogia de bielas e tirantes também pode ser empregada por meio de programas computacionais, os quais realizam a verificação da seleção da treliça do modelo, em projetos de regiões D. O sucesso do modelo depende da correta análise do engenheiro, e é escolhido em função da geometria da estrutura e das ações atuantes de contorno, sendo possível a adoção de mais de uma treliça capaz de representar os campos de tensões (TANNO, 2012).

2.4 ROTEIRO DE DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE DUAS ESTACAS

Em geral, para fundações em bloco sobre estacas, não são consideradas contribuições do solo como para fundações diretas. A geometria deste é definida em função das dimensões do pilar e do número de estacas necessárias (CARVALHO; PINHEIRO, 2009).

Definida a quantidade de estacas a serem adotadas para um bloco e das dimensões das mesmas, é possível determinar as dimensões do bloco como mostrado na Figura 7.

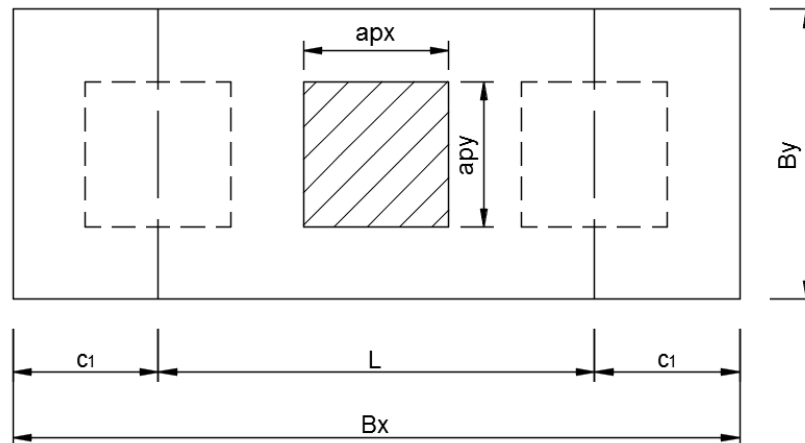


Figura 7 – Dimensões em planta dos blocos sobre duas estacas.

As estacas são dispostas adotando-se um espaçamento mínimo necessário entre as mesmas (L), a fim de reduzir o efeito de grupo e o uso de armadura de suspensão entre as mesmas. A NBR 6118 (ABNT, 2014) recomenda que este espaçamento esteja compreendido entre 2,5 vezes a 3 vezes o diâmetro das estacas, e não seja inferior a 60 centímetros. De acordo com Munhoz (2004), alguns autores adotam no caso de estacas pré-moldadas o espaçamento de 2,5 vezes o seu diâmetro e, para estacas moldadas *in loco* 3,0 vezes o seu diâmetro.

Uma distância mínima entre as faces das estacas e as extremidades do bloco deve ser respeitada com a finalidade de melhorar as condições de ancoragem das barras de aço principais do tirante (MUNHOZ, 2004). Fusco (1994) recomenda que esta distância não deva ser inferior à dimensão da estaca. Visto isso, a distância entre o eixo da estaca e a face do bloco pode ser determinada com a Equação 2:

$$c_1 \geq 1,5 \cdot \phi_{est} \quad (2)$$

Onde:

- c_1 é a distância entre o eixo da estaca e a face do bloco;
- ϕ_{est} é a dimensão da estaca.

Conforme Oliveira (2009), alguns autores e projetistas aconselham que a distância entre a borda do pilar e a face da estaca seja igual a 1,5 da altura do bloco ou maior ou igual à metade da sua altura. Fusco (1994) recomenda que a distância máxima entre o centro da estaca até um ponto distante $0,25a_p$ da face do pilar deve

ser menor ou igual a $1,5h$, sendo a_p a largura do pilar e h a altura do bloco, conforme a Figura 8.

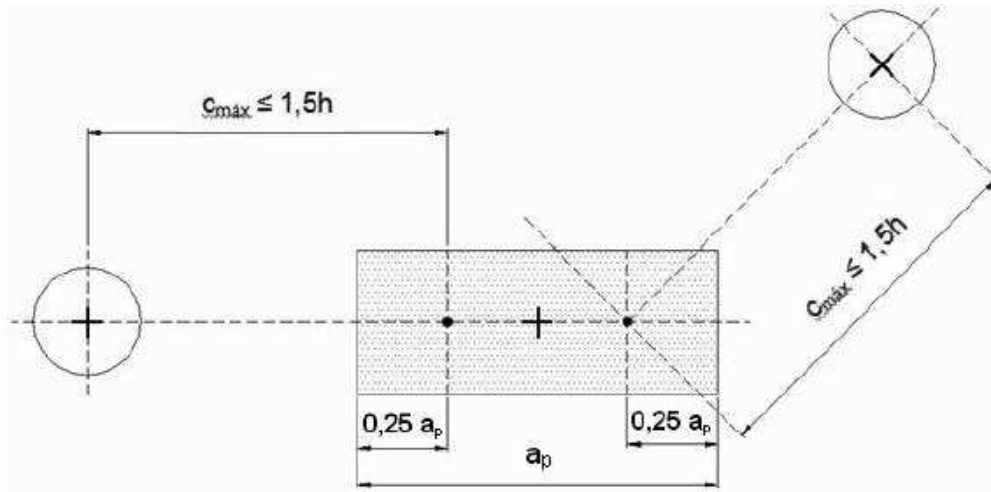


Figura 8 – Determinação dos afastamentos máximos.
Fonte: Fusco (1994, p. 342).

Portanto, o comprimento total do bloco na direção longitudinal e na direção transversal são calculados com as Equações 3 e 4.

$$B_x = L + 2 \cdot c_1 \quad (3)$$

$$B_y = 2 \cdot c_1 \quad (4)$$

Onde:

- B_x , é o comprimento total do bloco na direção longitudinal;
- B_y , o comprimento total do bloco na direção transversal;
- c_1 , a distância entre o eixo da estaca e a face do bloco;
- L , a distância entre os eixos das estacas.

Blévet & Frémy (1967), através de ensaios experimentais, determinaram que o ângulo de inclinação da biela de compressão, para que o bloco seja considerado rígido, deve estar entre 40° e 55° (MAREK FILHO, 2010). Entretanto, de acordo com Campos (2015), para ângulos inferiores à 45° , o bloco passa a ter comportamento de viga devido ao aumento da força nas bielas e no banço inferior.

Para um bloco de duas estacas, como visto na Figura 9, a sua altura útil (d) pode ser determinada por meio da Equação (5). Já para a altura total (H), deve ser considerado o cobrimento da armadura e o embutimento da estaca no bloco, o qual, segundo recomendações de Fusco (1994), deve ser de cinco a dez centímetros, não resultando em altura (H) inferior a 30 cm e uma vez e meia o diâmetro da estaca.

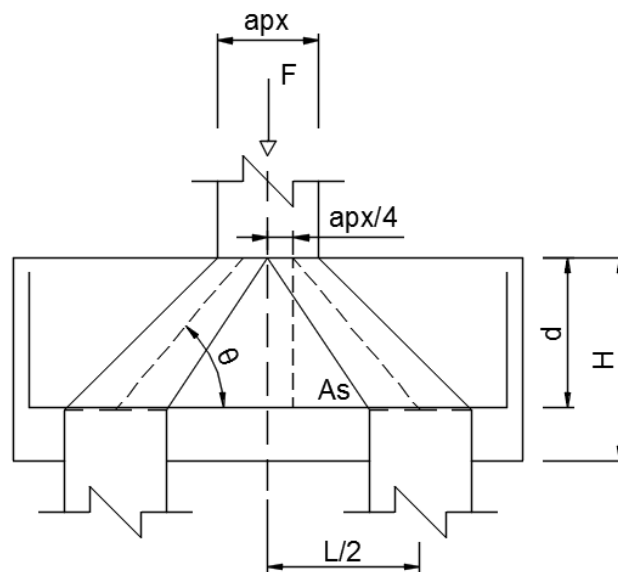


Figura 9 – Determinação da altura do bloco.

$$d = \tan \theta \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{ap}{4} \right) \quad (5)$$

Onde,

- θ , é o ângulo de inclinação da biela de compressão;
- L , é a distância entre eixo das estacas;
- ap , é a dimensão do pilar na direção considerada.

Definidas as dimensões dos blocos, para evitar o esmagamento do concreto das bielas, é necessária a verificação das tensões nas regiões nodais superior (junto ao pilar) e inferior (junto às estacas) do bloco, visto que as bielas de compressão apresentam seções variáveis ao longo da altura do bloco (OLIVEIRA, 2009). A tensão junto ao pilar, é verificada por meio da Equação (6). Enquanto a tensão junto à estaca é definida de acordo com a Equação (7).

$$\sigma_{biela,pilar} = \frac{N_d}{A_p \cdot \text{sen}^2 \theta} \quad (6)$$

$$\sigma_{biela,estaca} = \frac{N_d}{2 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2 \theta} \quad (7)$$

Sendo,

- N_d , a força teórica de compressão aplicada no pilar;
- A_p , área da seção transversal do pilar;
- A_e , área da seção transversal da estaca;
- θ , a inclinação da biela de compressão;
- $\sigma_{biela,pilar}$, tensão na região nodal superior;
- $\sigma_{biela,estaca}$, tensão na região nodal inferior.

É válido lembrar que ambas as tensões não devem ser maiores que a tensão limite da biela de compressão. De acordo com Fusco (1994), no estado limite último de ruptura do concreto, atua-se no plano da seção transversal uma tensão de compressão de $0,85 f_{cd}$. Sendo, f_{cd} a resistência de cálculo do concreto e $k_{mod} = 0,85$ o coeficiente de modificação determinado pelo produto de três outros coeficientes:

$$k_{mod} = k_{mod,1} \cdot k_{mod,2} \cdot k_{mod,3} = 1,2 \times 0,95 \times 0,75 = 0,85$$

O primeiro valor, $k_{mod,1} = 1,2$, considera o acréscimo de resistência do concreto após 28 dias; o segundo coeficiente, $k_{mod,2} = 0,95$, está relacionado a resistência do concreto no elemento estrutural levando em conta a resistência medida em corpos de prova cilíndricos com dimensões de 15 cm x 30 cm; e, o $k_{mod,3} = 0,75$ considera o efeito prejudicial da ação de longa duração.

Ainda, deve-se levar em conta, um coeficiente de ajuste entre os resultados numéricos e experimentais, considerado igual a 1,4 para blocos sobre duas estacas. Dessa forma, a tensão limite na biela pode ser determinada em função da Equação (8).

$$\sigma_{lim,biela} = 1,4 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \quad (8)$$

Onde,

- f_{cd} , resistência de cálculo do concreto.
- $\sigma_{lim,biela}$, tensão limite da biela de compressão.

A armadura principal no bloco pode ser determinada por meio da equação 9.

$$A_{S_{princ}} = \frac{1,15 \cdot N_d \cdot (2L - ap)}{8 \cdot d \cdot f_{yd}} \quad (9)$$

Sendo,

- N_d , a força teórica de compressão aplicada no pilar;
- ap , a dimensão do pilar na direção considerada;
- L , a distância entre eixo das estacas;
- d , altura útil do bloco;
- f_{yd} , resistência de cálculo do aço.

2.5 ESTUDOS RECENTES SOBRE O DIMENSIONAMENTO DE BLOCOS SOBRE ESTACAS

A maioria das pesquisas desenvolvidas nos últimos anos é concentrada em análises teóricas, elástica e linear compreendendo a analogia de bielas e tirantes para o caso de blocos rígidos, e, a teoria de viga e a análise de resultados experimentais para blocos ditos flexíveis (DELALIBERA; GIONGO, 2008).

Munhoz (2004) estudou o comportamento de blocos rígidos de concreto armado sobre uma, duas, três, quatro e cinco estacas, submetidos à ação de força centrada, com o intuito de sugerir um modelo refinado de bielas e tirantes através de uma análise numérica. Nessa análise, foram obtidos os fluxos de tensões em suas direções principais, considerando o comportamento elástico linear do material.

A autora também analisou o dimensionamento dos blocos variando a altura, a seção dos pilares e o diâmetro das estacas, por três métodos analíticos: Método do CEB-FIP (1970), Método das Bielas (Blévoit; Frémy, 1967), norma espanhola EHE (2001) e, apenas para blocos sobre uma estaca, a teoria de blocos parcialmente carregados. Nos modelos estudados, constatou que a principal diferença encontrada

entre os métodos foi em relação à área das barras de armadura e que o Modelo de Bielas e Tirantes proposto por Blévoit & Frémy (1967) é o mais simples e coerente para o projeto de blocos sobre estacas.

Delalibera (2006) realizou ensaios experimentais e a análise numérica de modelos de blocos sobre duas estacas, variando os arranjos de armadura, a altura do bloco, as seções transversais dos pilares e a posição de aplicação da força de compressão. As variáveis analisadas pelo pesquisador foram determinadas em função de uma análise de variância, a fim de verificar quais fatores influenciam no valor da força última.

O autor constatou que os modelos com maior inclinação das bielas de compressão e pilares com maiores seções transversais suportaram forças maiores quando comparados aos demais e, que a ruína dos elementos ensaiados foi definida por ruptura do concreto da biela e por cisalhamento. Nos modelos analisados numericamente, considerando as não linearidades físicas do material e geométrica do elemento, os blocos se apresentaram mais rígidos, porém os resultados assemelham-se aos resultados obtidos por ensaios experimentais.

Delalibera (2006) verificou ainda que, quanto maior a excentricidade da carga aplicada menor será a capacidade portante dos blocos. Por fim, através da análise dos resultados experimentais e numéricos, propôs modelos de bielas e tirantes para os modelos estudados.

Barros (2009) estudou o comportamento de blocos de concreto armado sobre duas estacas com cálice totalmente embutido, utilizado na ligação com o pilar, mediante presença de viga de travamento. Através de uma análise numérica, considerando a não linearidade física dos materiais, verificou o efeito que a viga de travamento provoca no bloco quando apoiada nas paredes do cálice, mediante a avaliação da distribuição e fluxo das tensões principais, tensões nas barras de armaduras dos tirantes e curvas do tipo força *versus* deslocamentos.

Nos modelos estudados, foram variadas a espessura e o tipo de conformação das paredes do cálice, o ângulo de inclinação da biela e a intensidade das ações na viga de travamento.

O pesquisador constatou que a presença da viga de travamento não alterou o comportamento dos blocos e que a parede do cálice é capaz de transmitir as ações provenientes da viga sem comprometer o funcionamento do mesmo. Verificou também, em todos os modelos analisados, que a formação das bielas de

compressão iniciou-se a partir do encontro do pilar com o bloco, que o ângulo de inclinação da biela foi maior do que o obtido analiticamente através do dimensionamento e que a distribuição de tensões nas barras de armadura dos tirantes não é uniforme.

Através de uma análise numérica linear, Tanno (2012) avaliou o comportamento estrutural de blocos sobre duas estacas de concreto armado situados em divisas de terrenos. A pesquisa teve como objetivo verificar as distribuições de tensões no conjunto e propor um modelo de bielas e tirantes que englobasse o bloco de coroamento e a viga de equilíbrio. A autora ainda apresentou um roteiro para a análise estrutural e dimensionamento de vigas de equilíbrio sobre estacas com o pilar excêntrico, assim como possíveis soluções para este caso. Por fim, em todos os modelos estudados, a pesquisadora constatou que o método proposto por Burke (1979) indicou bons resultados quando comparados com a análise numérica.

Buttignol & Almeida (2012) realizaram uma análise numérica tridimensional não linear de cinco blocos de concreto armado sobre duas estacas, com características iguais ao modelo experimental apresentado por Delalibera (2006). No primeiro modelo foram impedidos todos os deslocamentos verticais dos nós da base da estaca, e nos modelos 2 e 3 foram impedidos 50% e 25% desses deslocamentos, respectivamente. O modelo 4 se assemelha ao modelo 1 com o acréscimo de armadura de fendilhamento em forma de cavalete. Por fim, no modelo 5 foi modelado um bloco com redução da largura da estaca.

Os pesquisadores constataram que, em todos os modelos a primeira fissura surgiu na região nodal inferior (junto às estacas) e que a variação da vinculação dos apoios das estacas influenciou diretamente na capacidade portante dos elementos e exercem influência na rigidez dos blocos sobre estacas. Além disso, verificaram no primeiro modelo a geração de um efeito de engastamento que provocou o enrijecimento estrutural. No modelo 4, a utilização da armadura de fendilhamento contribuiu para o aumento da força última resistida pelo bloco e para a redução e controle da fissuração. Os demais resultados obtidos assemelharam-se aos resultados obtidos por Delalibera (2006).

Delalibera & Giongo (2013) realizaram a análise numérica de blocos sobre duas estacas com cálice embutido, submetido à ação de força de compressão excêntrica, variando-se apenas os comprimentos de embutimento do pilar e a

espessura da laje de fundo do bloco. Nos modelos analisados, foram consideradas as não linearidades físicas dos materiais (concreto e aço), e também o atrito nas interfaces entre as paredes do pilar e do cálice.

A partir deste estudo, observaram para blocos com interface lisa, que quanto maior o comprimento de embutimento e a espessura da laje de fundo, maior a capacidade portante dos mesmos. Já para os blocos com interface rugosa, os fatores analisados não apresentaram influência significativa. Além disso, constatou-se que os modelos analisados com interface lisa apresentaram menores capacidades portantes quando comparados aos de interface rugosa.

Munhoz (2014) realizou a análise experimental e numérica (tridimensional e não linear) de blocos rígidos sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada, considerando pilares de seção quadrada e retangular com diferentes taxas de armadura, a fim de investigar a distribuição do fluxo das tensões principais de compressão e tração e, a deformação das armaduras complementares e dos tirantes.

Através deste estudo, a pesquisadora identificou que a transmissão das forças para os blocos, quando se alterava a taxa de armadura e a seção transversal dos pilares, se dava de forma diferente apresentando modificações no modelo de biela e tirante inicialmente proposto. Além disso, verificou que o método de bielas e tirantes se mostrou conservador e, também, que a ruína dos modelos experimentais se deu, com exceção de um caso, por ruptura da biela de compressão. Os modelos analisados numericamente apresentaram resultados similares ao experimental, porém em alguns desses, houve o escoamento da armadura longitudinal da estaca.

Por fim, por meio das análises desenvolvidas, Munhoz (2014) propôs um modelo teórico de bielas e tirantes e verificações de tensões em regiões nodais para blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seção retangular alongada.

Mesquita *et al.* (2016), estudaram experimentalmente, em três modelos, a influência da ligação pilar-bloco nos mecanismos de ruptura de blocos de fundações sobre duas estacas, submetidos à ação de força centrada. A análise dos modelos teve como objetivo verificar a distribuição dos fluxos de tensões de compressão e tração, no modelo de biela e tirante empregado no dimensionamento, para um bloco monolítico e blocos com conformação das paredes e do cálice lisa e rugosa.

A partir das análises, constataram que o modelo com conformação rugosa apresentou capacidade resistente superior ao modelo com conformação lisa. Porém,

ambos tiveram desempenho inferior quando comparados ao bloco monolítico. Além disso, verificaram também que os modelos do bloco monolítico e pré-moldado com conformação rugosa das paredes do cálice e do pilar, apresentaram comportamento característico de blocos rígidos, enquanto o bloco pré-moldado com conformação lisa apresentou comportamento similar aos blocos flexíveis.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

O presente trabalho é baseado na análise de estruturas de fundações submetidas à carga excêntrica, utilizando dois programas computacionais (ANSYS® e CAST®), tendo como referência trabalho realizado por Delalibera (2006).

Inicialmente realizou-se uma análise numérica tridimensional dos blocos sobre duas estacas utilizando o programa computacional ANSYS®, baseado no Método dos Elementos Finitos, a fim de averiguar a trajetória das tensões para cada caso de estudo e com base nestes resultados foram definidos modelos refinados de bielas e tirantes para os casos analisados através do programa computacional CAST®. Por fim, determinaram-se equações de dimensionamento para blocos sobre estaca submetidos a carregamento excêntrico.

Os modelos finais foram dimensionados com base no método proposto por Campos (2015), seguindo as recomendações de Blévoit & Frémy (1967) e critérios da NBR 6118 (ABNT, 2014).

3.1 DIMENSÕES DO MODELO ESTRUTURAL

O modelo estrutural analisado consiste em um bloco de coroamento de duas estacas, submetido à cargas excêntricas, variando a posição do pilar para três situações, como pode ser visto na Figura 10, sendo pilar centralizado, localizado na mediana entre o centro de gravidade e a face do bloco e faceando o bloco.

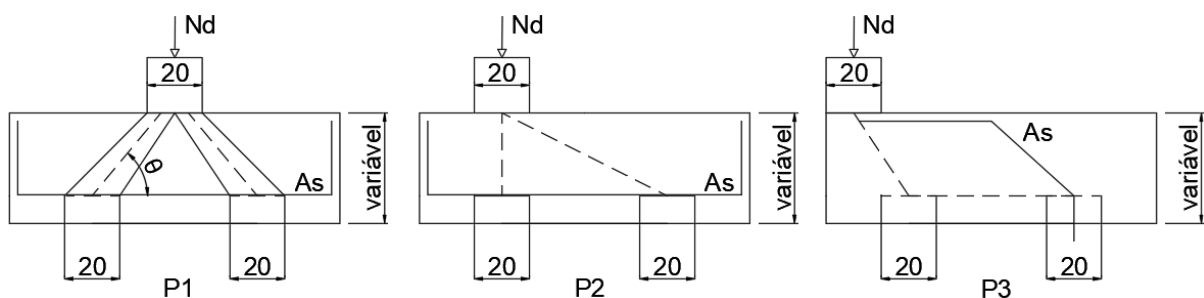


Figura 10 – Blocos para a análise numérica.

As propriedades e as variáveis analisadas nos modelos estudados foram definidas com base no trabalho de Delalibera (2006), o qual demonstrou que a variação da seção transversal da estaca não possui influência significativa sobre a capacidade portante dos blocos. Além disso, neste trabalho, não foi objeto de análise a variação da seção transversal do pilar, e sim, a variação de sua posição. Logo, com o objetivo de facilitar a modelagem estrutural, optou-se que estes elementos tenham uma seção quadrada, cuja dimensão será fixada em 20 cm x 20 cm.

A resistência característica do concreto à compressão foi fixada em 25 MPa, correspondente à uma classe de agressividade II, segundo as recomendações mínimas da NBR 6118 (ABNT, 2014).

As dimensões do bloco foram determinadas, considerando a recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014), com distância entre eixos das estacas igual a três vezes o diâmetro das mesmas, e a distância entre a face da estaca e a extremidade do bloco igual a 20 cm, como mostrado na Figura 11 considerando o pilar centrado.

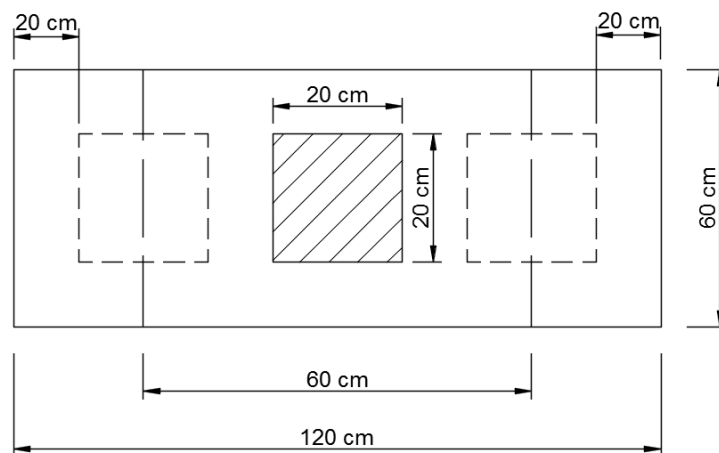


Figura 11 – Dimensões em planta dos blocos sobre duas estacas.

A partir das dimensões em planta, a altura útil (d) dos blocos foi definida considerando o intervalo para os ângulos de inclinação da biela de compressão entre 45° e 55° de forma a obter blocos rígidos. Para altura total (H), adotou-se a recomendação de Fusco (1994) embutindo a estaca no bloco em dez centímetros.

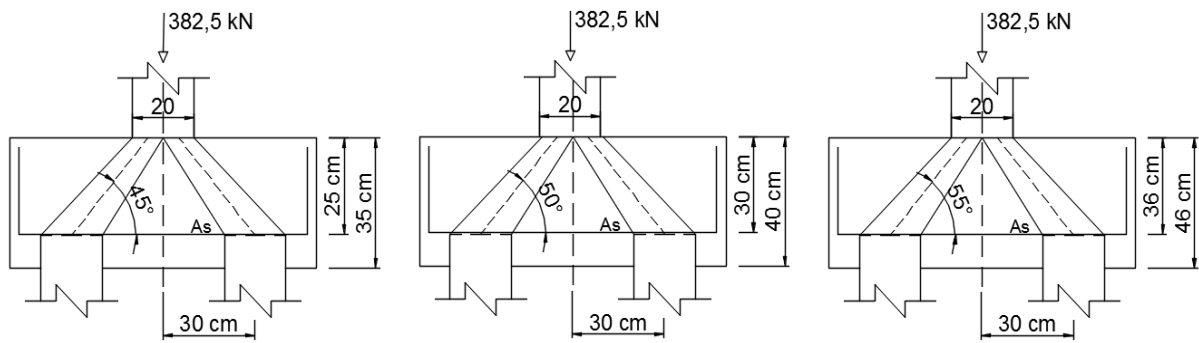


Figura 12 – Características dos modelos com carga centrada.

Obtidas as dimensões dos blocos (Figura 11 e 12), os modelos foram dimensionados conforme método proposto por Campos (2015), seguindo as recomendações de Blévoit & Frémy (1967), considerando um bloco padrão com as mesmas dimensões em planta, cujos cálculos podem ser vistos no Apêndice A. Foi considerado embutimento do fuste da estaca de dez centímetros no interior do bloco e cobertura de três centímetros conforme recomendação da NBR 6118 (ABNT, 2014). Calculou-se a carga máxima suportada para cada bloco, considerando a verificação das tensões nas regiões nodais junto ao pilar e à estaca e a tensão limite da biela, para os ângulos de 45° , 50° e 55° .

A carga a ser considerada no dimensionamento do bloco com carga excêntrica foi adotada a partir do modelo com menor resistência, definida igual a 90% da menor força resistida pelo bloco, resultando em uma carga axial de projeto igual a 382,5 kN.

A partir da combinação das variáveis de ângulo de inclinação da biela de compressão (45° , 50° e 55°) e das posições do pilar apresentadas na Figura 10, foram definidos nove modelos de estudo, cuja nomenclatura se dará por uma sigla que indica a posição do pilar e o ângulo de inclinação, por exemplo, o bloco P1H45 possuirá pilar centrado e inclinação da biela de 45° .

Neste trabalho o dimensionamento da armadura foi realizado utilizando o programa computacional CAST[®] para cada caso.

3.2 ANÁLISE COMPUTACIONAL

3.2.1 Determinação das tensões nos elementos

A distribuição de tensões nos modelos foram determinadas utilizando o programa computacional ANSYS®, versão 18. No pré-processamento foram definidas as propriedades dos materiais, apresentadas na Tabela 1, a geometria, o tipo de análise, malha e condições de contorno.

Tabela 1 – Dados fornecidos ao ANSYS®.

Dados fornecidos ao ANSYS®	
Módulo de elasticidade longitudinal (E)	33,6 GPa
Resistência última à compressão	25 MPa
Resistência última à tração	1,80 MPa
Coefficiente de Poisson (ν)	0,2

O módulo de elasticidade longitudinal, considerando agregado basáltico, e a resistência última à compressão e tração do concreto, foram calculados de acordo com a NBR 6118 (ABNT, 2014). Já o coeficiente de Poisson foi adotado conforme o trabalho de Delalibera (2006).

A simulação numérica foi realizada supondo uma análise elástica linear geométrica e física. A estrutura foi considerada uma estrutura monolítica e analisada como um sólido.

A geometria foi desenhada por meio da ferramenta *SpaceClaim* disponível no programa computacional ANSYS®. Contudo, não foram representadas as armaduras de aço, visto que buscou-se somente a distribuição de tensões no interior do bloco de concreto.

A fim de identificar a melhor representação dos modelos, para a obtenção de resultados mais refinados, foram realizadas análises, considerando somente o modelo P1H45, de um bloco como um elemento tridimensional (*solid*) e por meio de um estado plano de deformações (*midsurface*), conforme mostra a Figura 13.

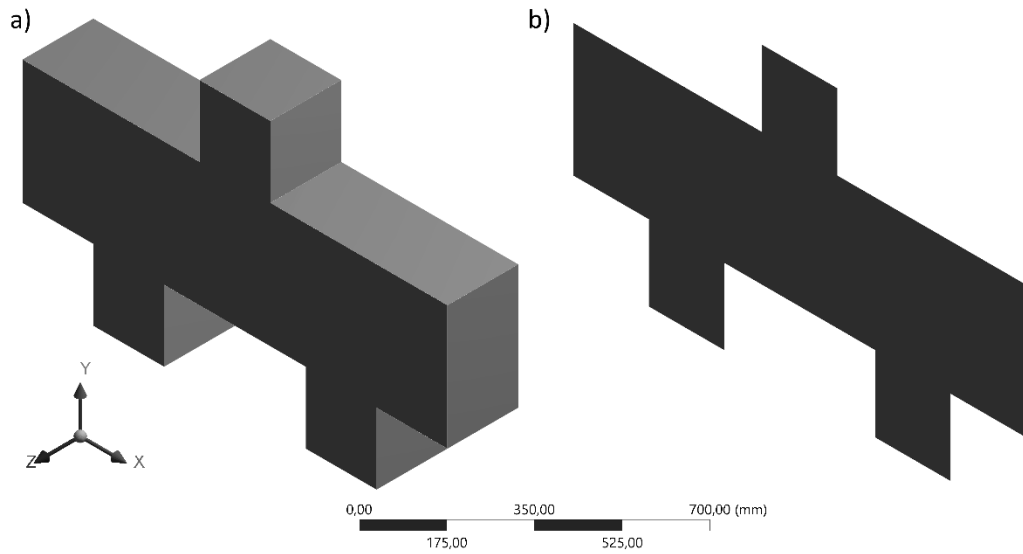


Figura 13 – Representação dos modelos: a) elemento tridimensional; b) plano médio.

Como o propósito é analisar a formação das bielas e tirantes, não serão consideradas as abas na direção z, visto que a sua existência prejudicaria a visualização das tensões e deformações na região de interesse. Dessa maneira, o bloco terá a mesma largura que o pilar e as estacas.

Além disso, foi feita uma comparação entre as malhas, variando-se as suas dimensões e considerando as limitações de nós e elementos do *software*, de modo a buscar a que apresentasse o resultado mais refinado com um menor tempo de análise. A Figura 14 apresenta um exemplo de malha com dimensão dos elementos de 5 milímetros.

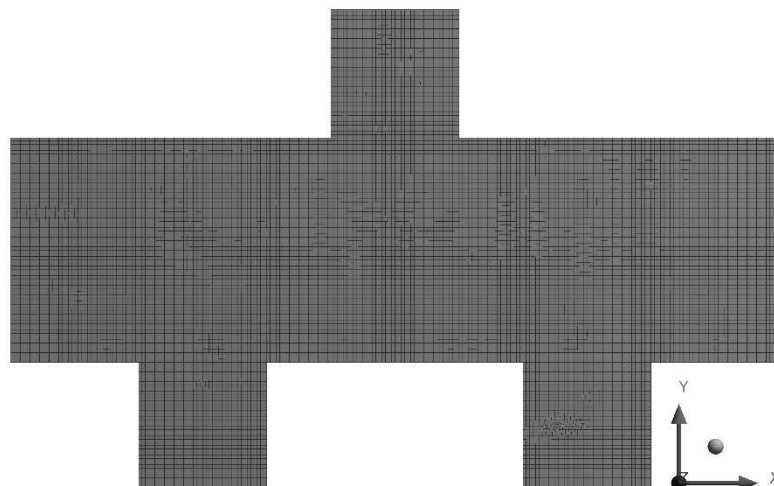


Figura 14 – Malha com dimensão dos elementos de 5 mm.

Quanto às condições de contorno (Figura 15), a força axial foi aplicada sobre a região superior do pilar, e para os apoios das estacas foi considerado o suporte *Remote Displacement*, o qual permite controlar os deslocamentos e as rotações para todos os eixos. Dessa forma, a estaca da esquerda foi restringida ao deslocamento na direção dos eixos y e z e à rotação em torno dos eixos x e y, já a estaca da direita foi restringida ao deslocamento nas três direções e à rotação em torno dos eixos x e y.

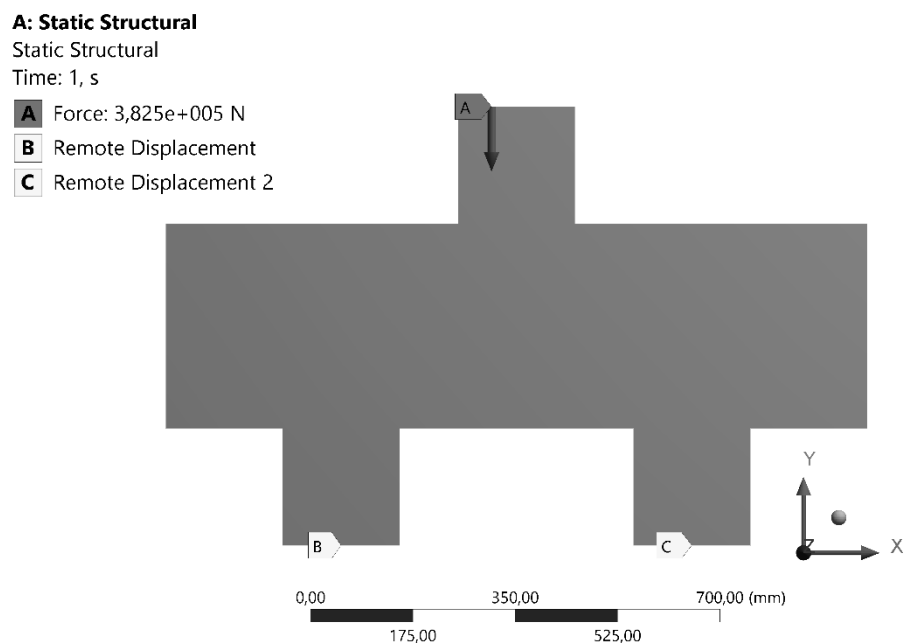


Figura 15 – Condições de contorno.

A rotação em torno do eixo z foi liberada, devido à deformação provocada pela carga aplicada, que tende a provocar uma flexão nas estacas, com o intuito de representar as condições reais do elemento.

Na etapa de solução foi definido o tipo de solução desejada para se obter as tensões da estrutura. Neste caso foi considerada uma solução linear, obtendo-se assim a distribuição das tensões principais, de compressão e tração, na estrutura.

Tomou-se o cuidado de analisar os valores para uma mesma região, dessa maneira foram adotadas as regiões de maiores tensões para ambos os casos, como pode ser visto na Figura 16. Os valores de tensão principal de tração foram tirados do modelo da parte inferior entre os eixos das estacas. Já os valores de

compressão, foram os correspondentes à tensão na região de ligação do pilar com o bloco.

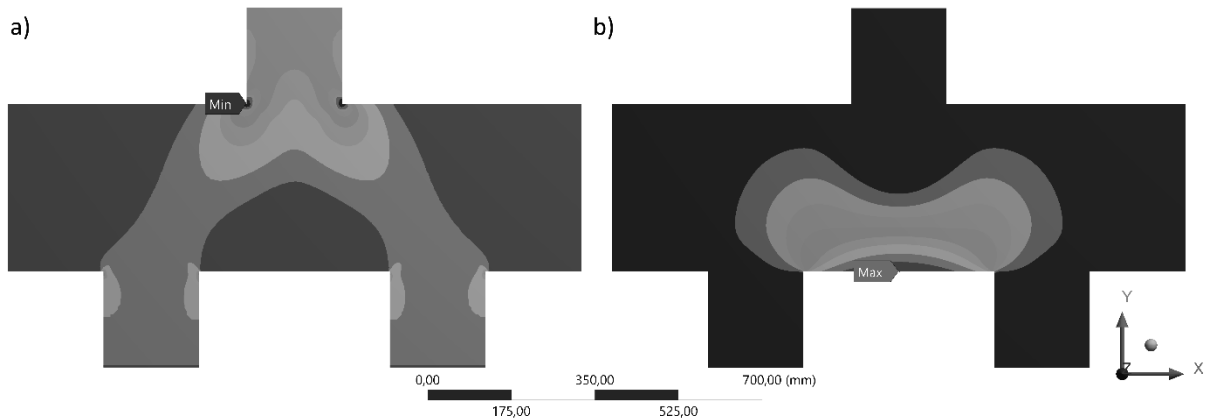


Figura 16 – Máximas tensões no bloco com carga centralizada: a) compressão; b) tração.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos para cinco situações diferentes.

Tabela 2 – Comparação entre os refinamentos do modelo.

P1H45			
Situação	Alterações	Máximas tensões (MPa)	
		Compressão	Tração
1	Midsurface - sizing 20 mm	21,483	10,909
2	Midsurface - sizing 15 mm	23,857	10,947
3	Midsurface - sizing 10 mm	27,976	10,998
4	Midsurface - sizing 5 mm	36,098	11,017
5	Solid - sizing 30 mm	29,569	11,129

Devido às restrições da versão educacional do *software* só foi possível realizar uma malha de elementos finitos para o elemento tridimensional, com a dimensão mínima de 30 mm. Para a análise do plano médio, a menor dimensão possível para o elemento da malha foi de 5 mm. Com base nos valores obtidos para as situações 4 e 5 adotou-se o modelo considerando o estado plano de deformações (*midsurface*) com malha com dimensão igual a 5 mm para todos os modelos.

3.2.2 Determinação dos modelos de bielas e tirantes

A partir dos resultados obtidos na análise das tensões, foram desenvolvidos modelos de bielas e tirantes utilizando o programa CAST®.

Conforme roteiro apresentado por Owatsiriwong (2013), inicialmente definiu-se no programa a região de análise e a espessura desta região, que neste caso é a largura do pilar e das estacas. Além disso, deve-se fornecer a resistência à compressão e à tração do concreto, consideradas as mesmas utilizadas na análise anterior e a resistência característica ao escoamento do aço CA-50.

A Figura 17 apresenta um modelo de bielas e tirantes desenvolvido para bloco com carga centralizada, onde são observados os elementos de barra, os nós, as condições de contorno e a força aplicada.

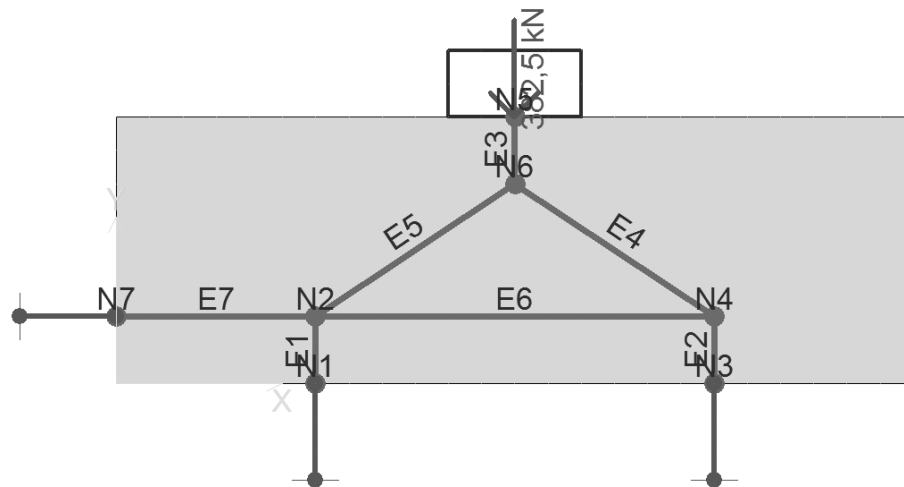


Figura 17 – Modelos de bielas e tirantes.

Nos nós N1, N3 e N7 foram adicionadas condições de contorno a fim de realizar o travamento da estrutura na direção do eixo x e y.

Com base no modelo inicial proposto, o programa realiza uma análise dos esforços nos elementos, sendo então definidas as bielas e os tirantes e atribuídas propriedades para estes elementos.

Neste caso, foram adotadas bielas prismáticas para todos os modelos. Quanto aos valores adotados para espessura e largura, fez-se uma verificação para

cada caso em específico, assim como para a área de armadura necessária aos tirantes.

Por fim, executando a análise, o programa determina a dimensão da zona nodal e faz uma verificação das tensões nodais. Foram analisados os resultados para as forças nas bielas de compressão, nos tirantes, bem como a relação entre tensão atuante e resistente, a qual deve ser inferior a 1,0.

3.3 COMPARAÇÃO DOS MODELOS

Para propor modelos de bielas e tirantes foram avaliadas as tensões de compressão e tração obtidas na análise pelo método de elementos finitos de cada caso em estudo. Os modelos de bielas e tirantes propostos foram avaliados quanto à resistência à compressão das bielas e a armadura necessária ao tirante utilizando programa computacional CAST®, verificando a influência da variação da posição do pilar em relação ao centro de gravidade do bloco e da altura do mesmo.

Por fim, a partir dos modelos propostos foram definidas equações para o dimensionamento de blocos sobre duas estacas com carregamento excêntrico, considerando as equações de equilíbrio.

4 RESULTADOS

Nesta seção são apresentados os resultados obtidos por meio dos programas computacionais ANSYS® e CAST®, a análise dos modelos computacionais e dos modelos de bielas e tirantes, respectivamente, e, também, as equações de dimensionamento obtidas por meio das equações de equilíbrio. As características geométricas dos modelos analisados podem ser vistas na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Características dos modelos estudados.

Modelo	Localização do Pilar	Altura (cm)
P1H45	Centro geométrico do bloco	35
P1H50	Centro geométrico do bloco	40
P1H55	Centro geométrico do bloco	46
P2H45	Alinhado com o eixo da estaca	35
P2H50	Alinhado com o eixo da estaca	40
P2H55	Alinhado com o eixo da estaca	46
P3H45	Faceando o bloco	35
P2H50	Faceando o bloco	40
P2H55	Faceando o bloco	46

4.1 ANÁLISE COMPUTACIONAL

A análise dos modelos foi dividida em três tópicos, de acordo com a posição do pilar.

4.1.1 Análise dos blocos com pilar centrado

A partir do programa computacional ANSYS® foram determinados os caminhos de tensões para os modelos com o pilar locado no centro de gravidade do

bloco. As tensões principais de compressão e tração podem ser vistas nas Figuras 18 a 20.

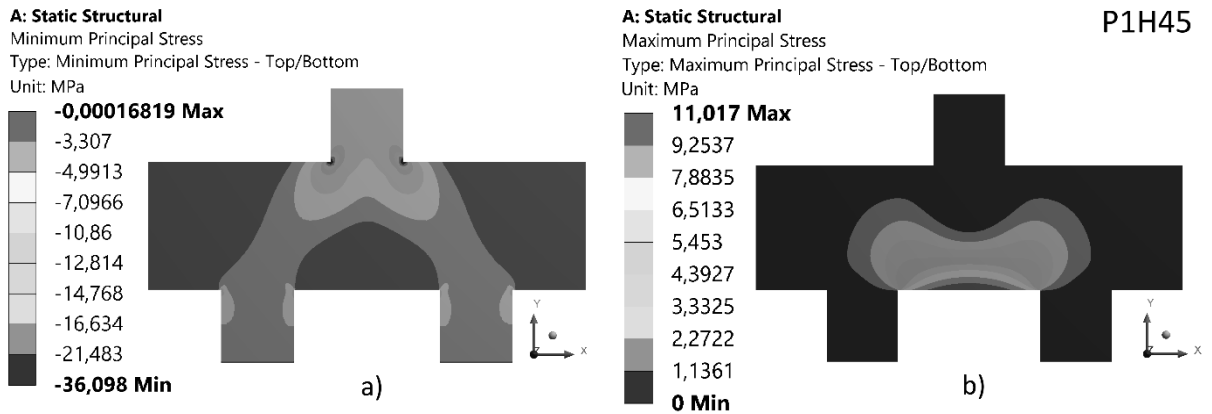


Figura 18 – Tensões principais no modelo P1H45: a) Compressão b) Tração.

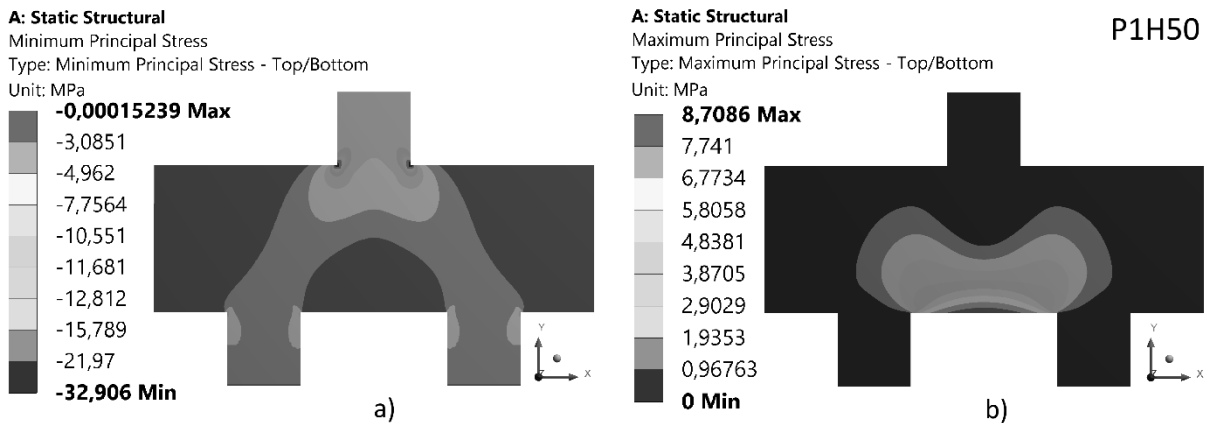


Figura 19 – Tensões principais no modelo P1H50: a) Compressão b) Tração.

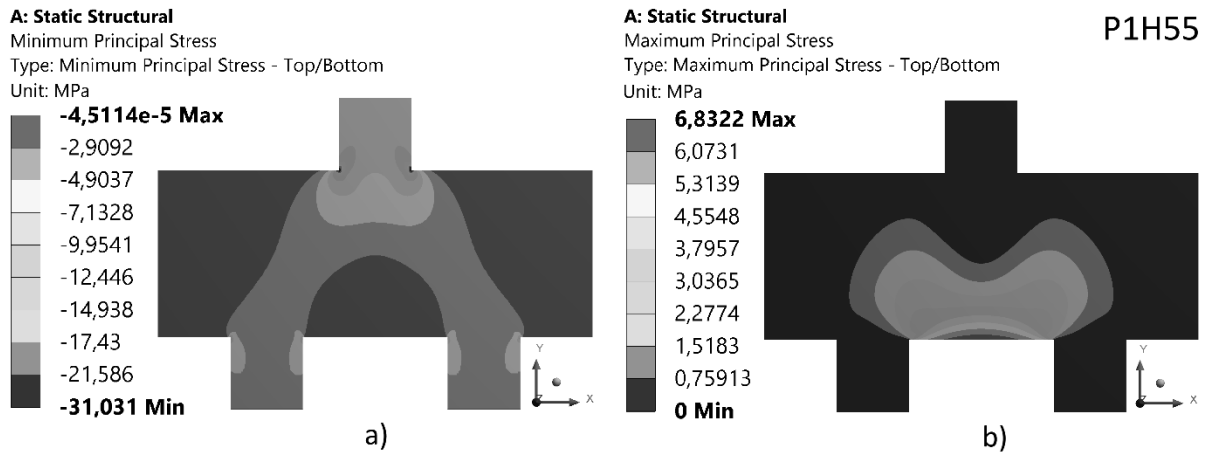


Figura 20 – Tensões principais no modelo P1H55: a) Compressão b) Tração.

Analisando as Figuras 18-a, 19-a e 20-a, é possível identificar que o caminho de tensões determinado pelo *software* é o mesmo encontrado nas bibliografias existentes, como a de Campos (2015). Porém, as tensões encontradas neste programa consideram a deformação do concreto, sendo, portanto, diferentes das tensões calculadas utilizando os critérios de Blévo & Fremy (1967), que consideram os modelos de forma simples.

Ainda, verifica-se que conforme aumenta-se o ângulo de inclinação das bielas há uma redução das tensões de compressão na estrutura.

As reações calculadas pelo *software* para os modelos com pilar centrado, representadas na Figura 21, são apresentadas na Tabela 4.

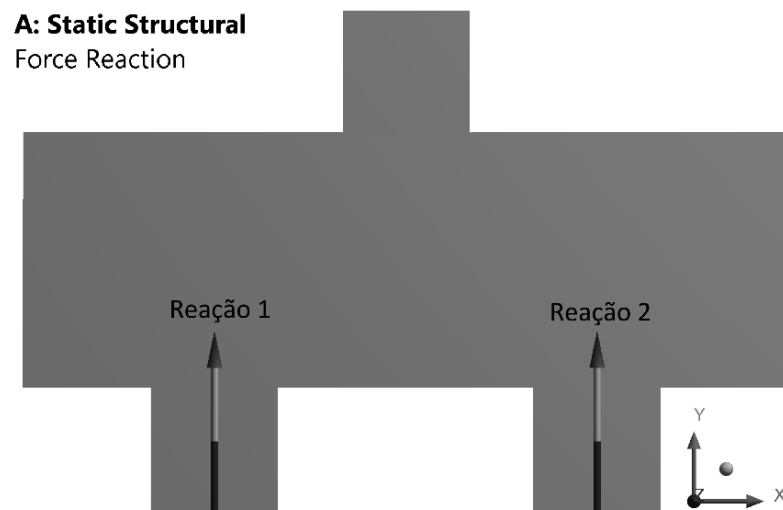


Figura 21 – Reações nas estacas do modelo com pilar centrado.

Tabela 4 – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar centrado.

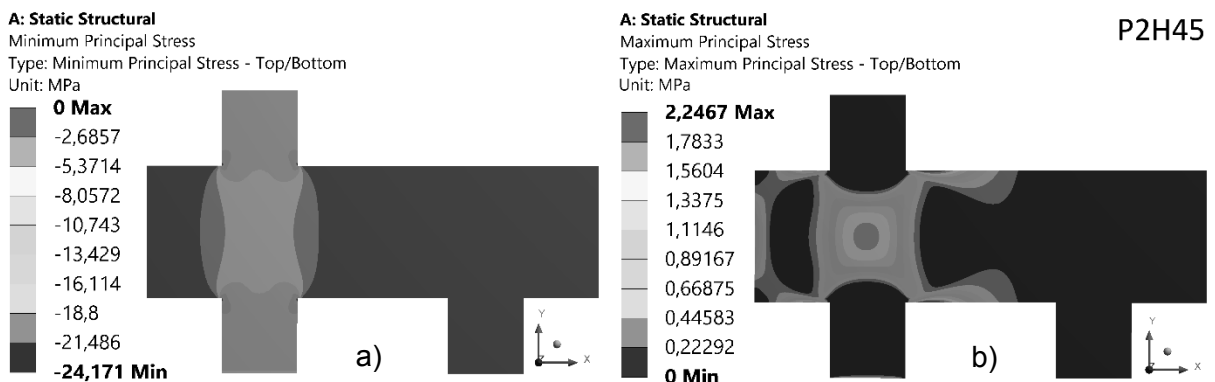
Eixo	P1H45		P1H50		P1H55	
	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2
x	0	$5,63 \times 10^{-6}$	0	$3,57 \times 10^{-6}$	0	$2,92 \times 10^{-6}$
y	$1,91 \times 10^5$	$1,91 \times 10^5$	$1,91 \times 10^5$	$1,91 \times 10^5$	$1,91 \times 10^5$	$1,91 \times 10^5$
z	$-4,73 \times 10^{-9}$	$4,53 \times 10^{-9}$	$-3,53 \times 10^{-9}$	$3,34 \times 10^{-9}$	$-2,43 \times 10^{-9}$	$2,47 \times 10^{-9}$

Visto que se tratam de modelos cujos pilares estão locados no centro de gravidade do bloco e cujas estacas estão espaçadas em relação a este com uma mesma distância, as reações encontradas são as esperadas, pois cada estaca recebe metade da carga aplicada sobre o pilar.

Conforme mencionado anteriormente, o *software* apresenta resultados aproximados aos reais, com reações na direção do eixo X e rotações em torno do eixo Z que podem ser consideradas iguais a zero.

4.1.2 Análise dos blocos com o pilar alinhado com o eixo da estaca

Para este caso, em que o pilar foi locado sobre uma das estacas, as tensões principais de compressão e tração podem ser analisadas através das Figuras 22 a 24.

**Figura 22** – Tensões principais no modelo P2H45: a) Compressão b) Tração.

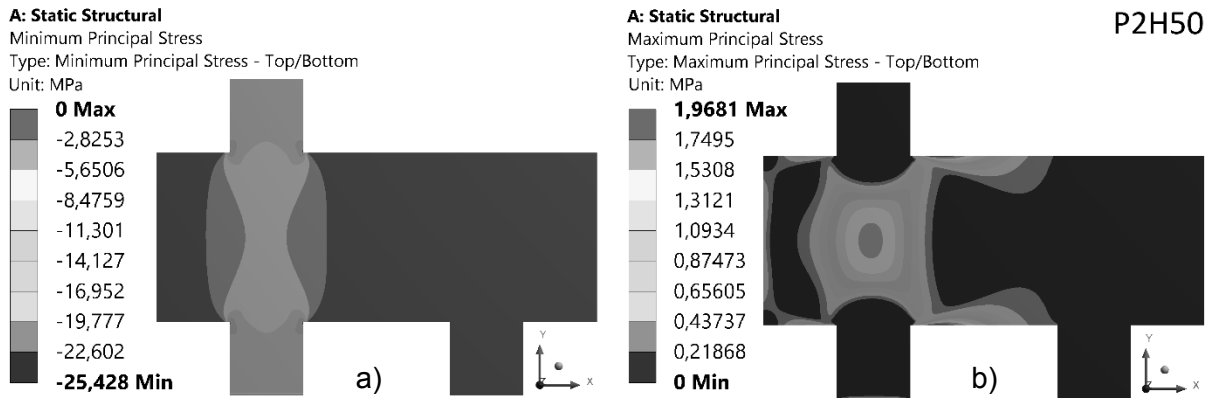


Figura 23 – Tensões principais no modelo P2H50: a) Compressão b) Tração.

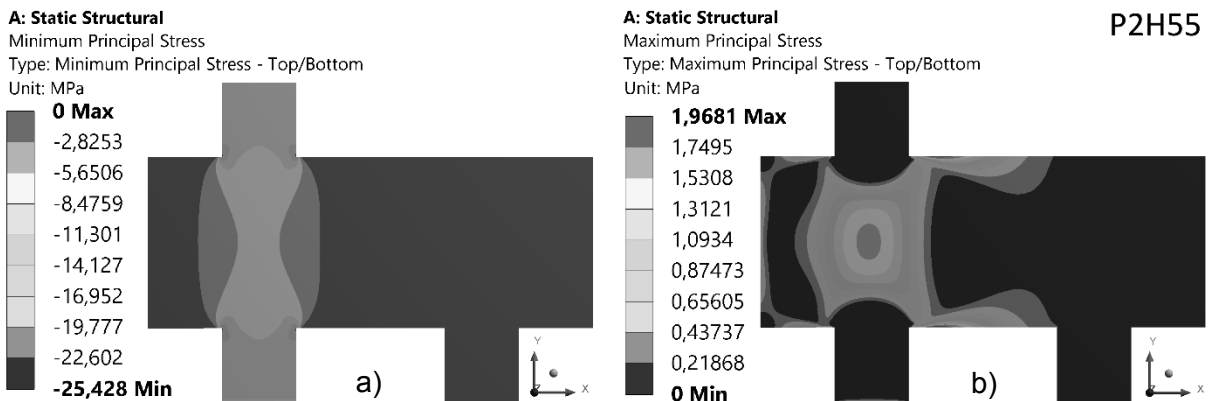


Figura 24 – Tensões principais no modelo P2H55: a) Compressão b) Tração.

As Figuras 22-a, 23-a e 24-a apresentam as tensões principais de compressão, onde é possível visualizar que as tensões ocorrem diretamente da base do pilar para a estaca sobre a qual este está posicionado, tornando-se inutilizada a estaca mais distante do pilar.

As tensões desenvolvidas nos modelos foram semelhantes, porém o modelo P2H45 apresentou uma tensão na borda das estacas e pilares que se difere das tensões encontradas para os dois outros. Tal diferença pode ter ocorrido em função do primeiro bloco ter uma altura menor que os demais.

Assim como para as tensões principais de compressão, as tensões principais de tração (Figuras 22-b, 23-b e 24-b) mostraram-se diferentes para o modelo P2H45 e iguais nos modelos P2H50 e P2H55. Verifica-se, também, que há regiões onde houveram tensões de tração por compressão sendo sugerida a utilização de uma armadura horizontal que evite a ruptura do bloco nesta região.

Constata-se, ainda, que na estaca mais distante do pilar não foram desenvolvidas tensões de tração, não sendo necessário, portanto, efetuar uma armadura para esta.

As reações determinadas pelo *software* para os modelos com pilar centrado, representadas pela Figura 25, são apresentadas na Tabela 5.

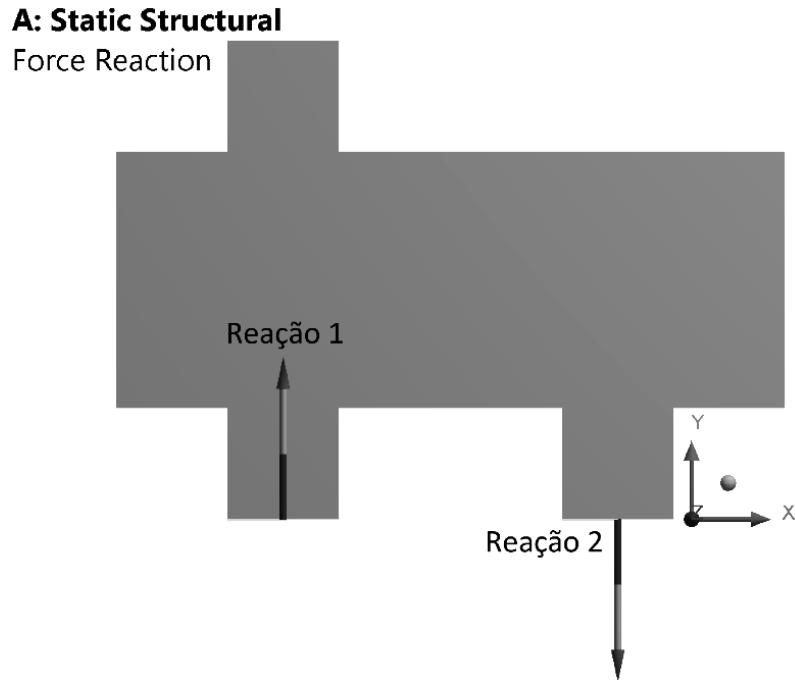


Figura 25 – Reações nas estacas do modelo P2H55.

Tabela 5 – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar alinhado com a estaca.

Eixo	P2H45		P2H50		P2H55	
	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2
x	0	$4,83 \times 10^{-6}$	0	$3,20 \times 10^{-6}$	0	$4,93 \times 10^{-6}$
y	$3,83 \times 10^5$	$-2,87 \times 10^{-3}$	$3,83 \times 10^5$	$-2,87 \times 10^{-3}$	$3,83 \times 10^5$	$-2,87 \times 10^{-3}$
z	$3,29 \times 10^{-9}$	$2,91 \times 10^{-9}$	$3,57 \times 10^{-9}$	$3,07 \times 10^{-9}$	$3,81 \times 10^{-9}$	$3,22 \times 10^{-9}$

A partir da análise das reações nos modelos, identifica-se que a estaca sob o pilar recebe toda a carga aplicada sobre o mesmo, e que as reações encontradas para as direções y e z apresentaram valores próximos à zero, que podem ser considerados iguais a zero, devido as aproximações do *software*.

4.1.3 Análise dos blocos com o pilar faceando o bloco

Para os modelos em que o pilar está faceando o bloco, as tensões principais de compressão e tração podem ser observadas nas Figuras 26, 27 e 28.

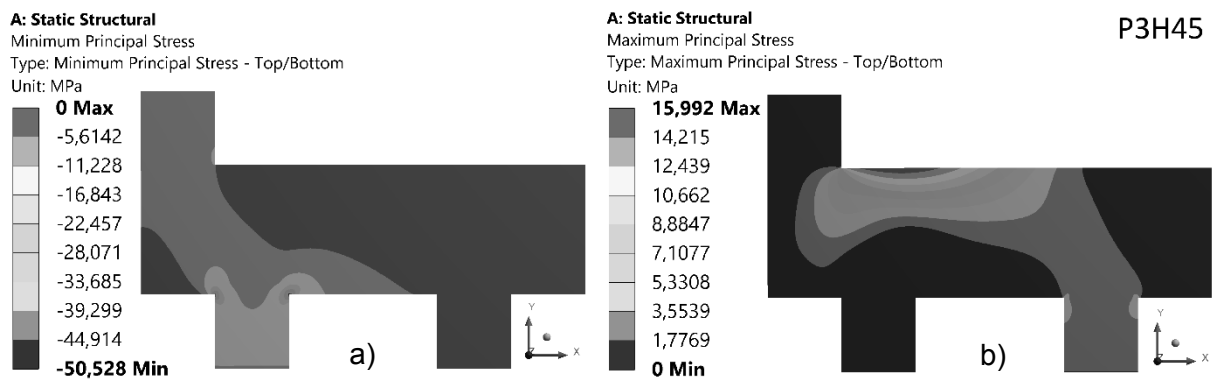


Figura 26 – Tensões principais no modelo P3H45: a) Compressão b) Tração.

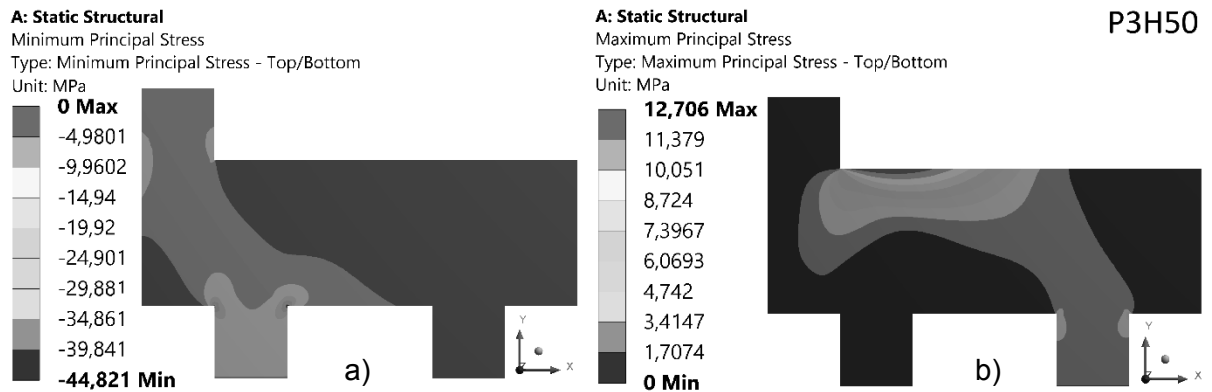


Figura 27 – Tensões no modelo P3H50: a) Compressão b) Tração.

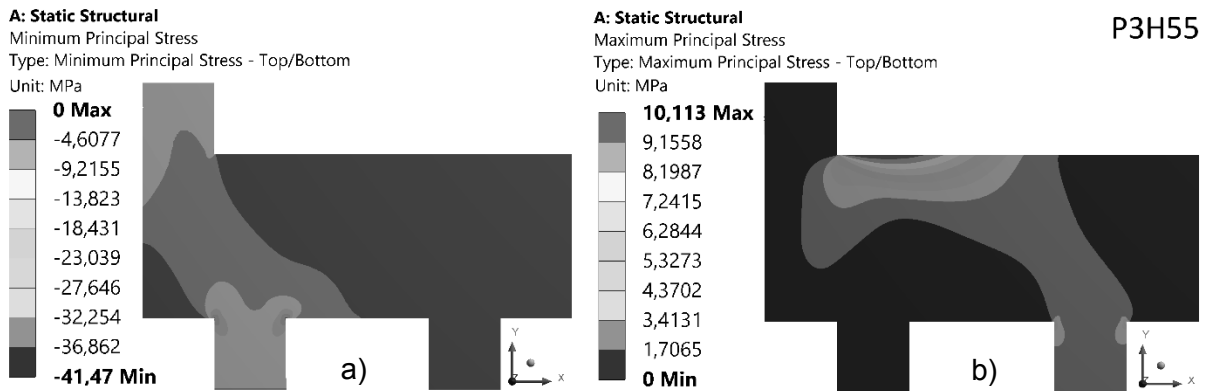


Figura 28 – Tensões principais no modelo P3H55: a) Compressão b) Tração.

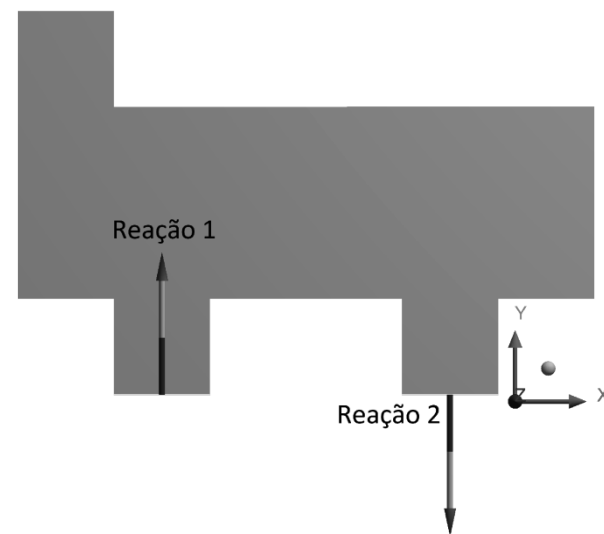
Observa-se, da mesma forma para os casos anteriores, que o aumento da altura do bloco provoca uma redução das tensões de compressão nas bielas e da região que está sendo comprimida no vão entre as estacas. Em contrapartida, a tensão nas regiões de ligação dos pilares e estacas com o bloco é aumentada, devido ao aumento do braço de alavanca que provoca momentos maiores e consequentemente maiores tensões nestas regiões.

Analisando as tensões principais de tração nos modelos, através das Figuras 26-b, 27-b e 28-b, percebe-se a ocorrência de tração na região superior do bloco que se direciona até a estaca mais distante do pilar, indicando que esta deverá ser armada.

As reações determinadas pelo *software* para os modelos com pilar faceando o bloco, representadas pela Figura 29, são apresentadas na Tabela 6.

A: Static Structural

Force Reaction

**Figura 29** – Reações nas estacas do modelo P3H55.**Tabela 6** – Reações nas estacas (N) para os modelos com pilar faceando o bloco.

Eixo	P3H45		P3H50		P3H55	
	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2	Reação 1	Reação 2
x	0	$2,06 \times 10^{-6}$	0	$1,95 \times 10^{-6}$	0	$3,95 \times 10^{-6}$
y	$5,10 \times 10^5$	$-1,28 \times 10^5$	$5,10 \times 10^5$	$-1,28 \times 10^5$	$5,10 \times 10^5$	$-1,28 \times 10^5$
z	$-4,61 \times 10^{-8}$	$5,00 \times 10^{-8}$	$-1,49 \times 10^{-8}$	$3,25 \times 10^{-8}$	$-1,16 \times 10^{-7}$	$1,40 \times 10^{-8}$

A análise das reações nos modelos confirma a existência de tração na estaca mais distante do pilar. Isso ocorre, pois, ao aplicar-se a carga no pilar, ocorrerá um momento, em função da excentricidade com que o pilar é locado, que irá comprimir a estaca mais próxima e tenderá a arrancar a estaca mais distante, fazendo com que a parte direita do bloco seja levantada.

4.2 MODELOS DE BIELAS E TIRANTES

A partir da identificação dos fluxos de tensões obtidos por meio do programa computacional ANSYS®, foi possível desenvolver modelos de bielas que mais se assemelhavam as condições apresentadas, através *software* CAST®. Neste tópico

serão apresentados os modelos adotados, as larguras das bielas encontradas e a armadura necessária ao tirante para cada modelo.

4.2.1 Bloco com pilar centrado

O modelo de bielas e tirantes determinado para o caso de bloco com pilar centrado pode ser visualizado na Figura 30, em que a linha tracejada representa a biela de compressão e a linha contínua o tirante. A barra “E7” pode ser desconsiderada, já que serviu apenas para o travamento do bloco na direção do eixo X.

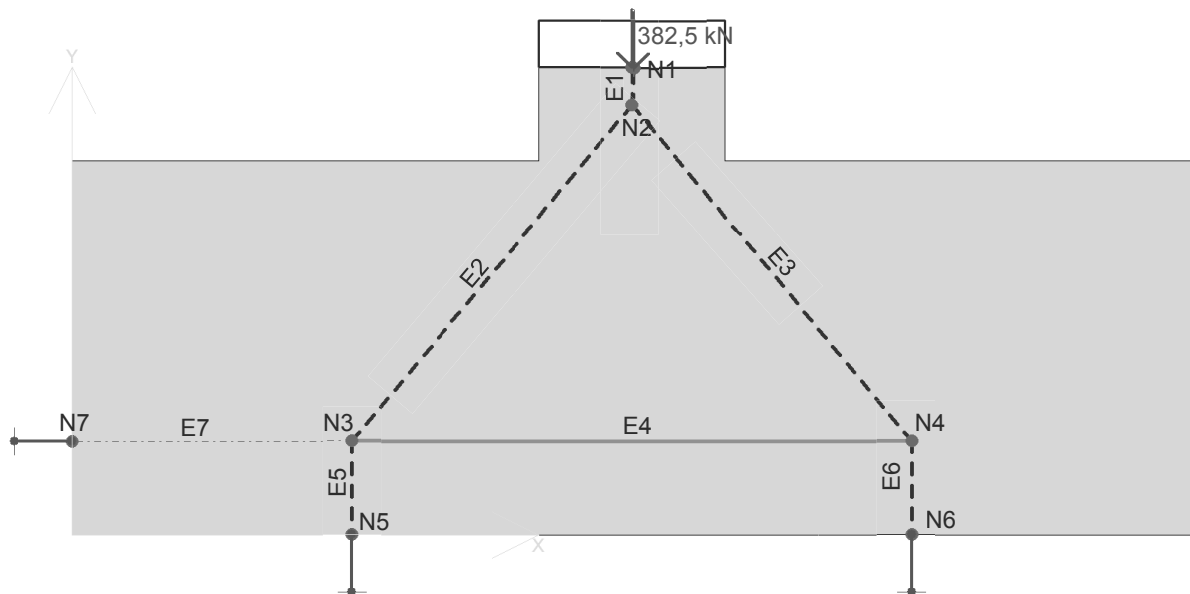


Figura 30 – Modelo de bielas e tirantes para bloco com pilar centrado.

Esse modelo pode ser aplicado em casos onde a excentricidade do pilar varia de zero à comprimentos inferiores à metade da distância entre eixos das estacas, condição em que ambas as estacas estarão sofrendo compressão. Entretanto, no caso de excentricidade diferente de zero haverá uma divisão desigual de carga entre as estacas.

Para considerar que a carga nas bielas é aplicada à distância igual a um quarto da largura do pilar, foi necessário ajustar a altura de representação do pilar para os modelos do Cast®.

As Figuras 31 a 33, referem-se às forças atuantes em cada barra e às reações encontradas, em cada modelo.

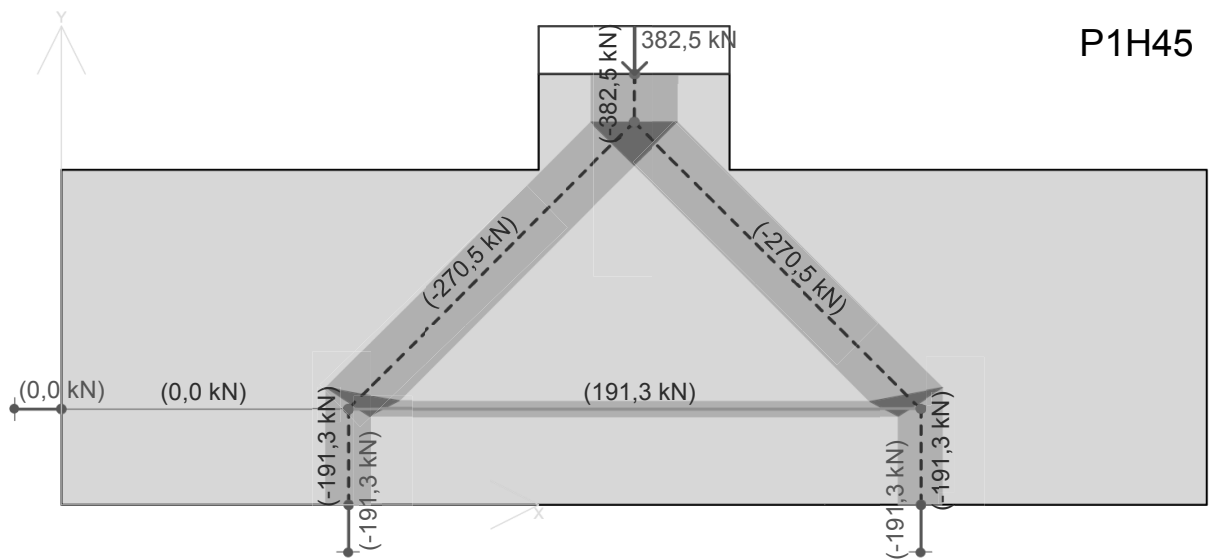


Figura 31 – Forças internas e reações para o modelo P1H45.

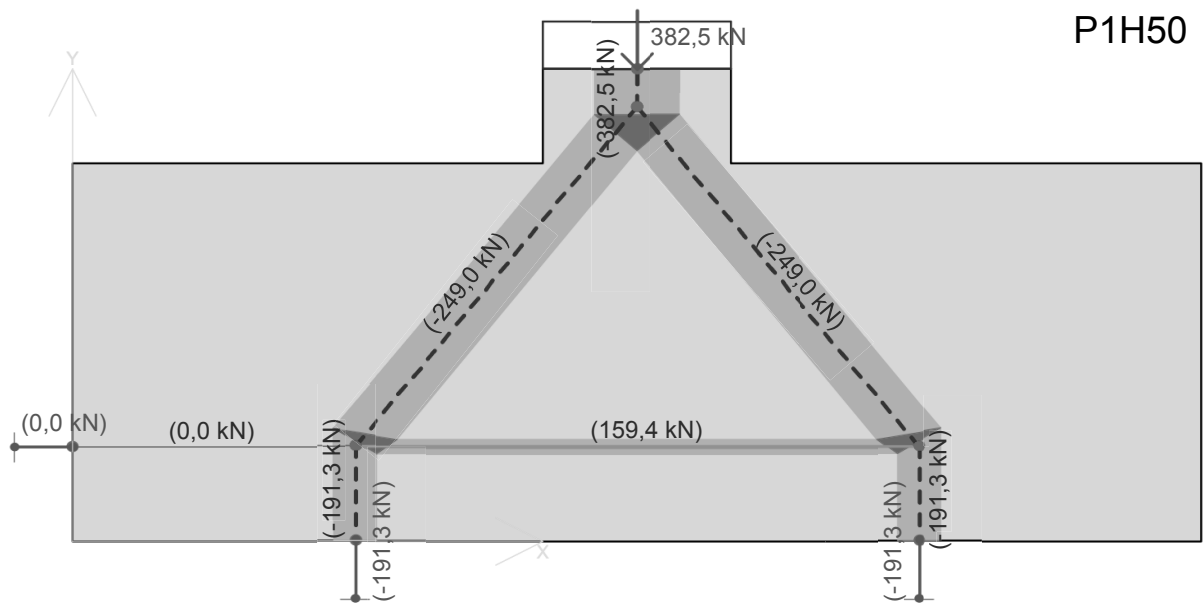


Figura 32 – Forças internas e reações para o modelo P1H50.

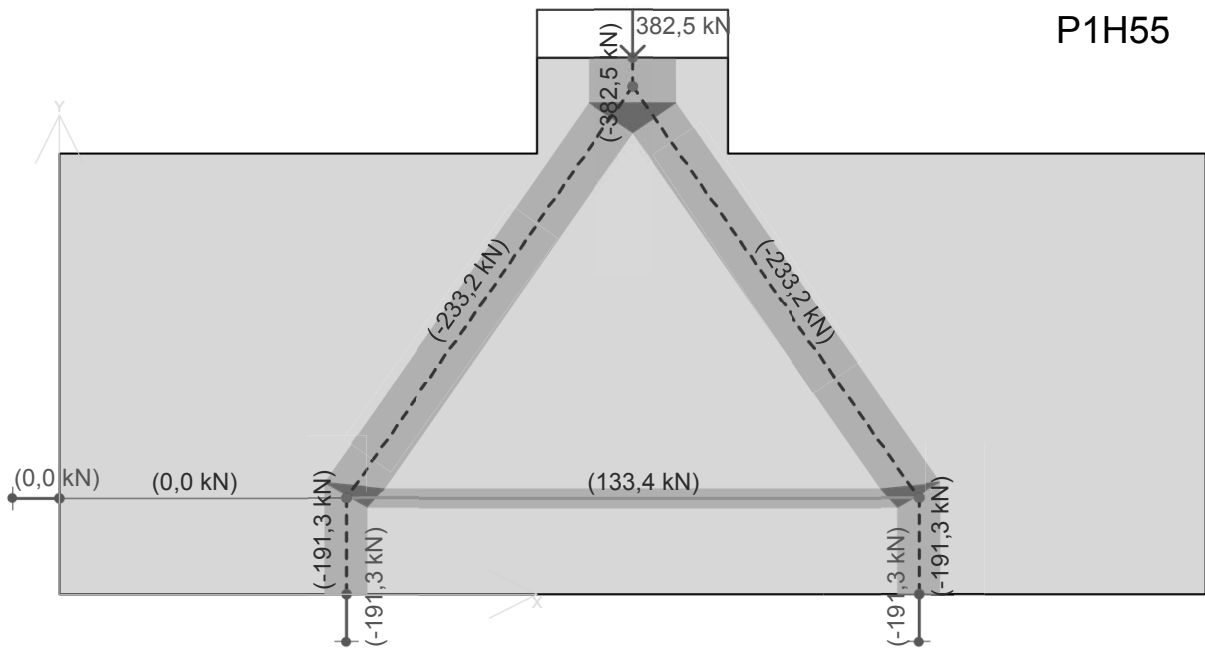


Figura 33 – Forças internas e reações para o modelo P1H55.

A largura da biela e a armadura necessária ao tirante, apresentadas na Tabela 7, foram determinadas pelo *software* de maneira a atender às tensões máximas de compressão no concreto e de tração no aço definidas de acordo com as propriedades dos materiais.

Tabela 7 – Largura da biela e área de aço para pilar centrado.

Pilar Centrado			
Modelo	Barra	Largura da biela (cm)	Armadura (cm ²)
P1H45	E1	90,00	4,40
	E2	63,64	
	E3	63,64	
	E5	45,00	
	E6	45,00	
	P1H50	E1	
E2		58,58	
E3		58,58	
E5		45,00	
E6		45,00	
P1H55		E1	90,00
	E2	54,88	
	E3	54,88	
	E5	45,00	
	E6	45,00	

Observa-se uma redução da largura da biela e da força com que a mesma é solicitada conforme se aumenta a altura do bloco, assim como para a barra submetida à esforço de tração, resultando em uma área de aço menor.

A tensão de compressão desenvolvida nas bielas resultou em 21,25 MPa, correspondente à tensão limite para o concreto com resistência característica de 25 MPa. Este valor foi constante em todos os elementos devido à adoção da menor largura possível para as bielas de compressão.

4.2.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca

A Figura 34 refere-se ao modelo de bielas e tirantes adotado para o caso onde a excentricidade é igual à metade da distância entre eixos das estacas, condição em que os eixos do pilar e da estaca coincidem.

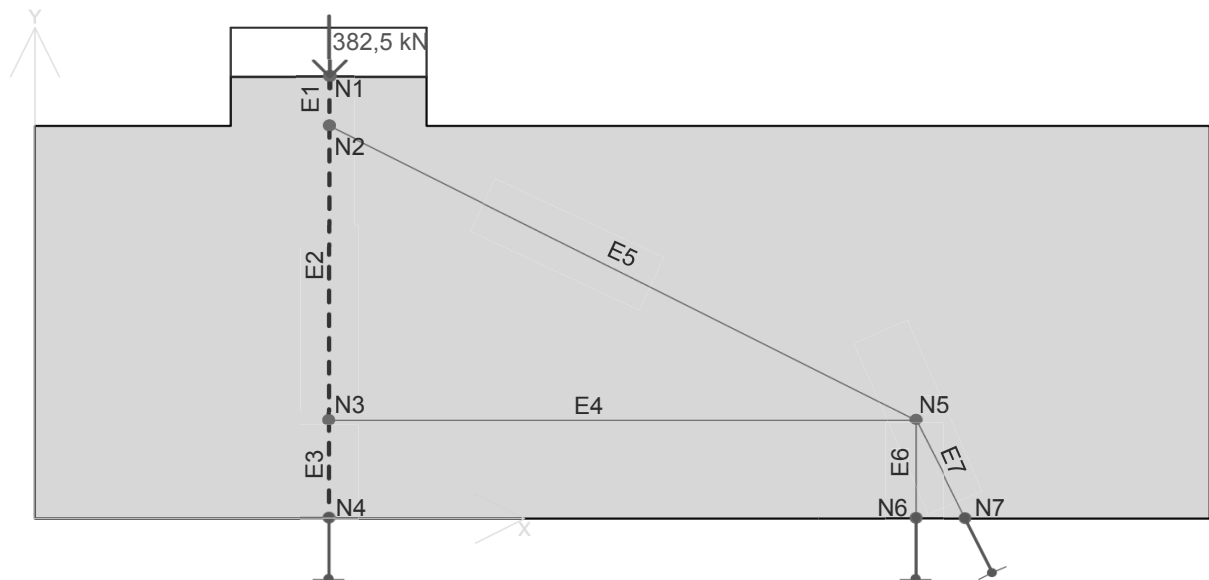


Figura 34 – Modelo de bielas e tirantes para pilar alinhado com o eixo da estaca.

A carga aplicada é absorvida diretamente pela estaca sobre a qual o pilar está posicionado, não sendo solicitadas as barras “E4” a “E7”, assim como a estaca distante do pilar, representada pelo nó “N5”, os quais foram colocados para garantir

a estabilidade da treliça. Dessa maneira, o modelo adotado não necessita de armadura de tração.

A força interna nas barras verticais e a reação encontrada para o modelo pode ser visualizada pela Figura 35.

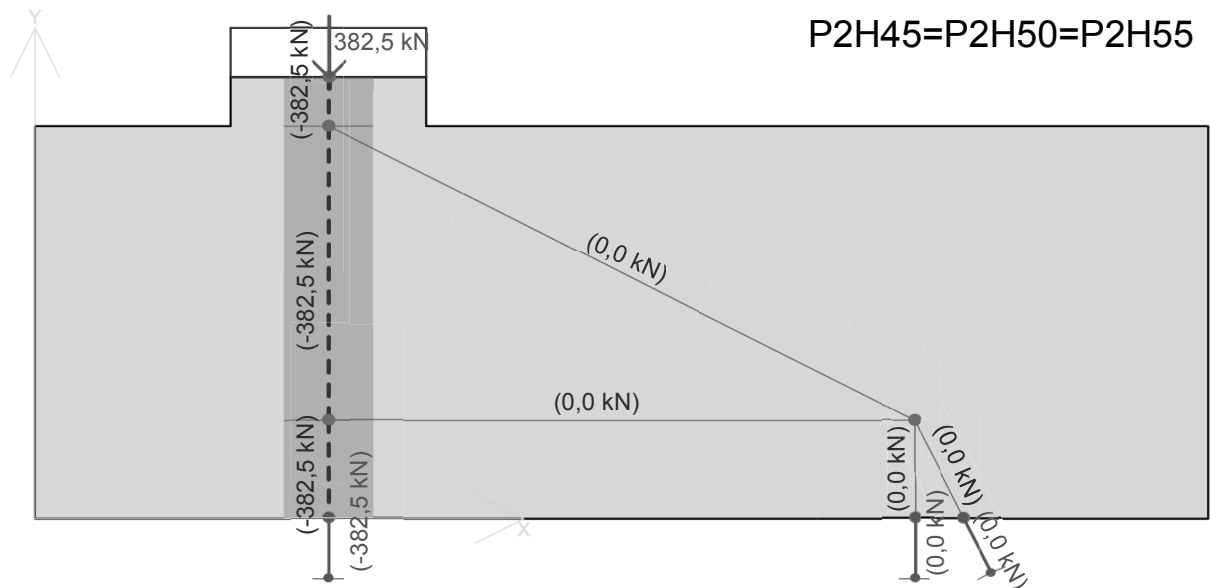


Figura 35 – Forças internas e reações para pilar alinhado com o eixo da estaca.

Embora os modelos possuam alturas diferentes, os resultados encontrados através do programa computacional CAST® foram iguais, assim como a largura das bielas, devido a força ser aplicada no mesmo ponto, com a mesma intensidade, e ao programa considerar a menor área possível para atender a tensão limite do concreto. A Tabela 8, a seguir, apresenta os valores determinados.

Tabela 8 – Largura da biela e área de aço para P2.

Pilar Mediana		
Barra	Largura da biela (cm)	Armadura (cm ²)
E1	90	Sem armadura
E2	90	Sem armadura
E3	90	Sem armadura

Assim como para o caso anterior, a tensão de compressão desenvolvida nas bielas de compressão foi constante para todos os modelos devido à adoção da menor largura possível para a mesma, com um valor de 21,25 MPa.

Ao contrário do modelo em elementos finitos, na utilização de bielas e tirantes não são determinadas as tensões de tração transversais devido à compressão do bloco, devendo ser sugerida uma armadura perpendicular à biela de compressão para suportar as tensões de tração e evitar a fissuração do bloco.

4.2.3 Pilar faceando o bloco

O modelo de bielas e tirantes adotado para o caso onde a excentricidade do pilar é maior do que a metade da distância entre eixos das estacas, condição onde uma das estacas está sofrendo compressão e outra tração, pode ser visto na Figura 36.

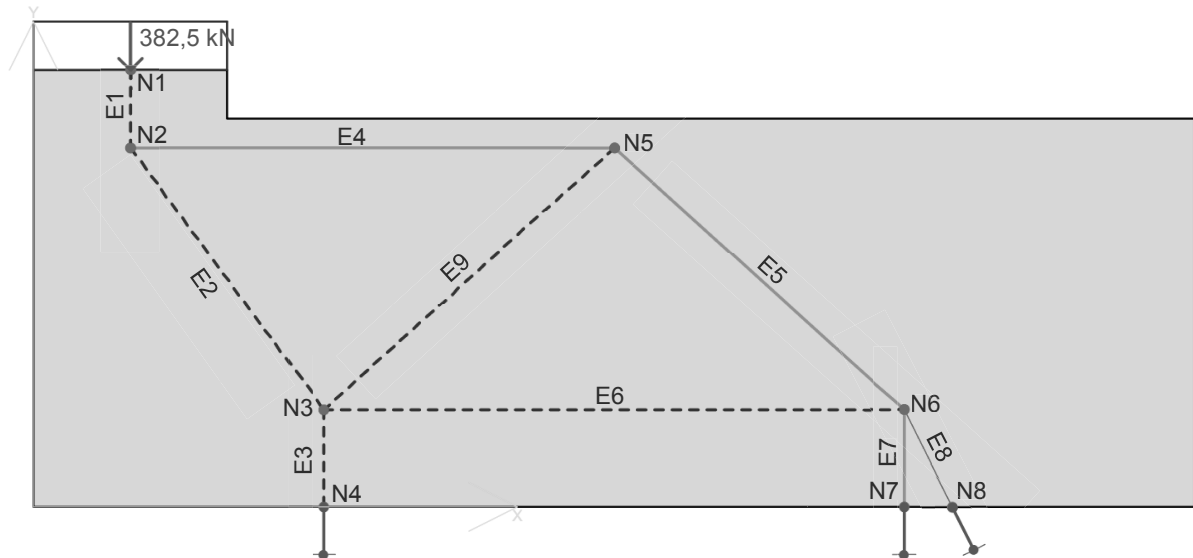


Figura 36 – Modelo de bielas e tirantes para pilar faceando o bloco.

O modelo foi idealizado a partir dos resultados obtidos no item 4.1.3, levando-se em consideração as regiões comprimidas e tracionadas. Porém, para que o modelo fosse considerado estável pelo *software*, foi necessário colocar a

barra “E9” identificada pelo programa como biela, a qual não aparece nos resultados obtidos pelo ANSYS®. Além disso, verifica-se pela barra “E7” a necessidade de armadura na estaca mais distante do pilar.

As Figuras 37 a 39 apresentam as forças internas encontradas nos elementos e às reações encontradas para cada modelo.

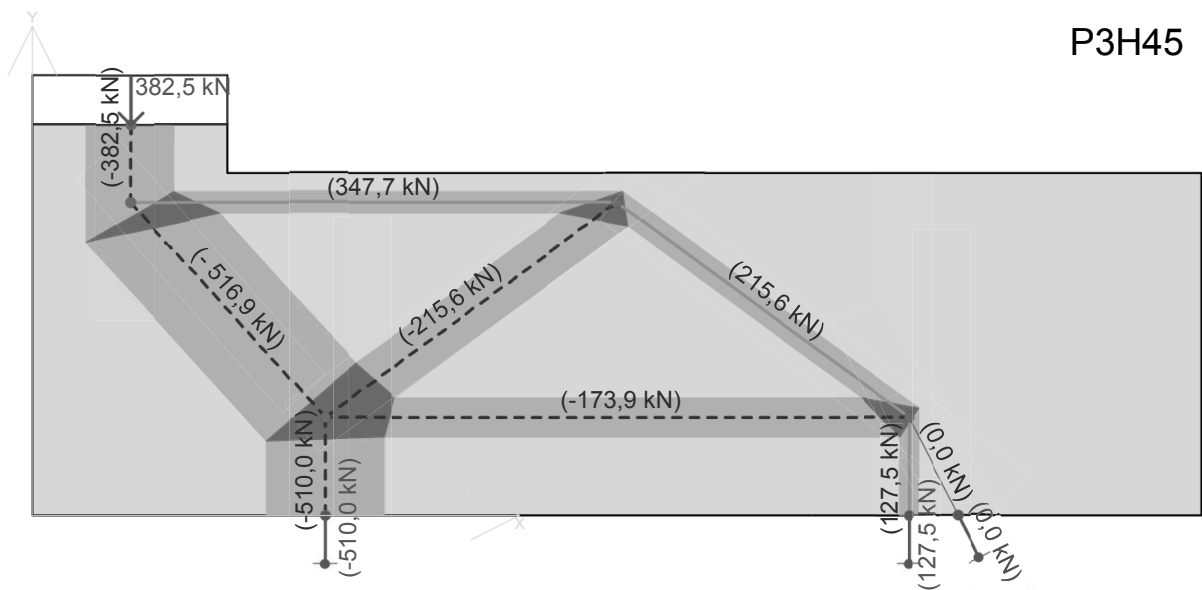


Figura 37 – Forças internas e reações para o modelo P3H45.

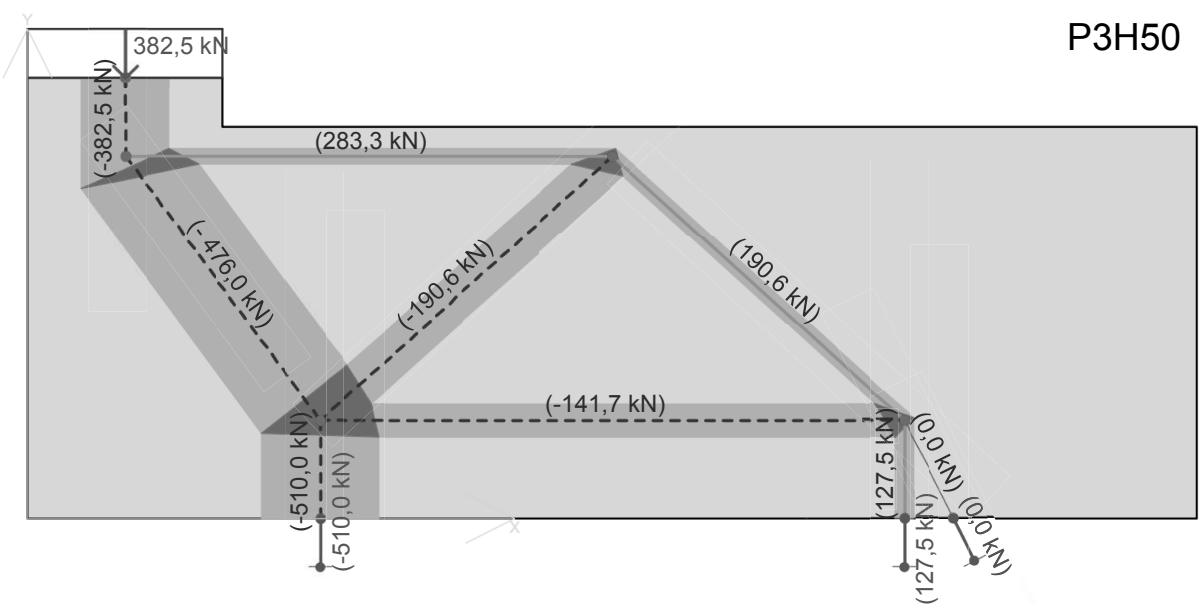


Figura 38 – Forças internas e reações para o modelo P3H50.

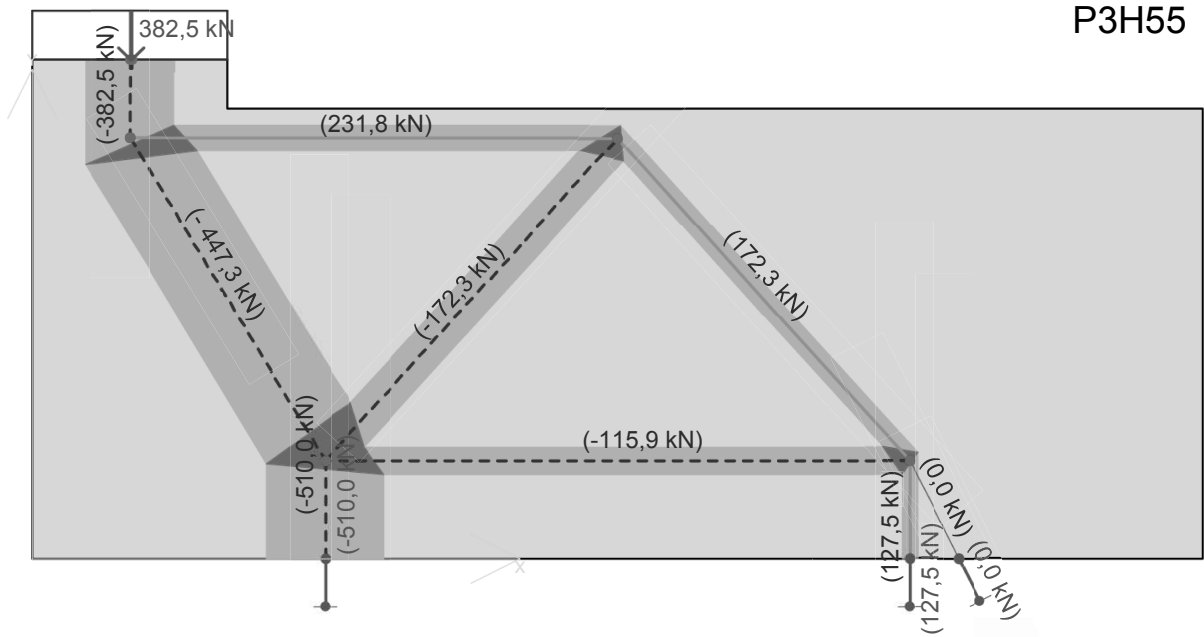


Figura 39 – Forças internas e reações para o modelo P3H55.

Do mesmo modo, a largura da biela e a armadura necessária ao tirante foram determinadas pelo *software* de maneira a atender as condições mínimas, para que o modelo fosse aceito pelo mesmo, e são apresentadas na Tabela 9 abaixo.

Exceto para as barras E1 e E3, que representam, respectivamente, a biela no pilar e na estaca mais próxima do mesmo, verifica-se uma redução da largura da biela e da força com que a mesma é solicitada conforme aumenta-se a altura do bloco, assim como para as barra submetidas à esforço de tração, resultando em menores áreas de aço.

Tabela 9 – Largura da biela e área de aço para pilar faceando o bloco.

Pilar Mediana			
Modelo	Barra	Largura da biela (cm)	Armadura (cm²)
P3H45	E1	90	-
	E2	121,63	-
	E3	120	-
	E4	-	8,00
	E5	-	4,96
	E6	40,92	-
	E7	-	2,93
	E9	50,75	-
	P3H50	E1	90
E2		112	-
E3		120	-
E4		-	6,52
E5		-	4,38
E6		33,34	-
E7		-	2,93
E9		44,85	-
P3h55		E1	90
	E2	105,24	-
	E3	120	-
	E4	-	5,33
	E5	-	3,96
	E6	27,3	-
	E7	-	2,93
	E9	40,55	-

Da mesma forma, a tensão de compressão desenvolvida nas bielas de compressão foi de 21,25 MPa, correspondente à tensão limite para o concreto com resistência característica de 25 MPa.

4.3 METODOLOGIA PARA O DIMENSIONAMENTO

A partir dos modelos de bielas e tirantes foram determinadas equações para a verificação das tensões nas bielas de compressão e para a determinação da área de aço, considerando a estrutura como uma treliça e obtendo-se as forças nas barras por equilíbrio de esforços. A dedução completa destas são apresentadas no Apêndice B.

É válido lembrar que estas equações foram determinadas para os casos estudados neste trabalho, podendo ser aplicadas quando a dimensão do pilar e das estacas forem iguais e com distância entre eixos das estacas considerada igual a três vezes o diâmetro das mesmas.

4.3.1 Bloco com pilar centrado

Para o caso em que o pilar está localizado sobre o centro do bloco até uma distância inferior à metade do comprimento entre eixos das estacas, as equações definidas foram apresentadas anteriormente no Item 2,4, deste trabalho, referente ao dimensionamento de blocos sobre duas estacas. Neste caso, a verificação da tensão nas bielas de compressão deve ser realizada nas regiões do pilar e da estaca, devido à variação de sua largura.

Conforme a Figura 40, na região do pilar, a largura da biela de compressão é considerada metade da dimensão do pilar. Já na região da estaca, é considerada a dimensão da mesma.

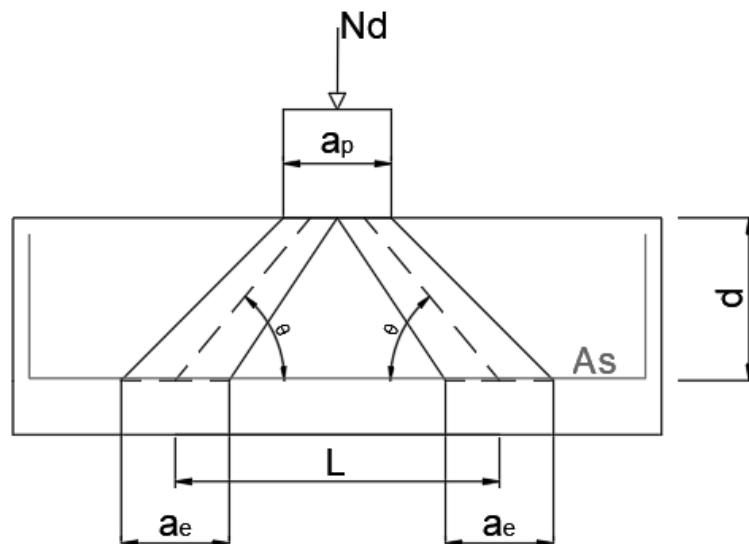


Figura 40 – Modelo para bloco com pilar centrado.

Para verificação da biela de compressão foram determinadas as Equações 10 e 11:

- Na região do pilar

$$\sigma_{biela,pilar} = \frac{N_d}{A_p \cdot \text{sen}^2 \theta} \quad (10)$$

Onde:

- $\sigma_{biela,pilar}$, tensão na região nodal superior;
- N_d , a força de compressão aplicada no pilar;
- A_p , área da seção transversal do pilar;
- θ , a inclinação da biela de compressão.

- Na região da estaca

$$\sigma_{b,e} = \frac{N_d}{2 \cdot A_e \cdot \text{sen}^2 \theta} \quad (11)$$

Onde:

- $\sigma_{biela,estaca}$, tensão na região nodal inferior;
- N_d , a força de compressão aplicada no pilar;
- A_e , área da seção transversal da estaca;
- θ , a inclinação da biela de compressão.

Ambas as tensões nas bielas de compressão, devem ser inferiores à tensão limite do concreto calculada de acordo com a Equação 8 apresentada no item 2.4.

A área da armadura do tirante, pode ser determinada com a Equação 12, onde o coeficiente 1,15 advém de ensaios realizados por Blévot (1967) para majorar o valor da equação em 15% a favor da segurança (MUNHOZ, 2004).

$$A_s = \frac{1,15 N_d}{8 \cdot d \cdot f_{yd}} (2L - a_p) \quad (12)$$

Sendo:

- A_s , a área de aço necessária ao tirante;
- N_d , a força de compressão aplicada no pilar;

- a_p , a dimensão do pilar na direção considerada;
- L , a distância entre eixo das estacas;
- d , altura útil do bloco;
- f_{yd} , resistência de cálculo ao escoamento do aço.

4.3.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca

Para os casos em que o pilar está localizado sobre o uma das estacas do bloco, conforme a Figura 41, é necessária apenas uma verificação da tensão na biela de compressão (Equação 13), visto que o pilar e a estaca possuem a mesma dimensão.

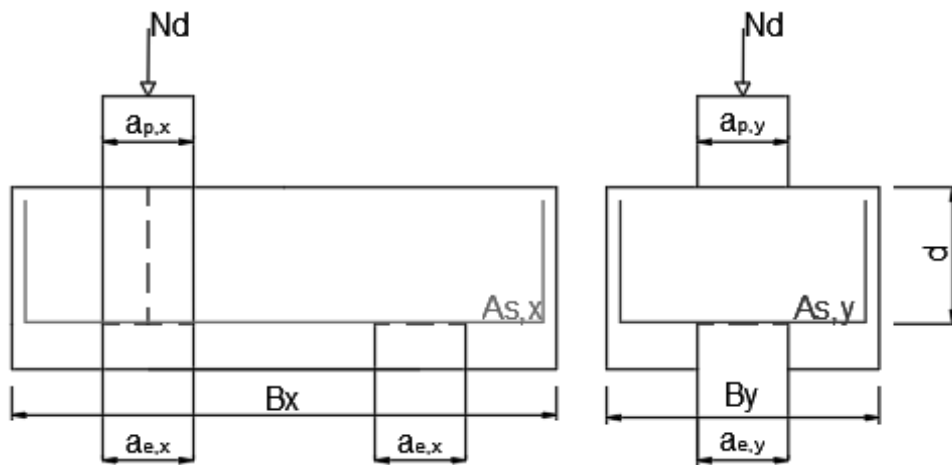


Figura 41 – Modelo para bloco com pilar alinhado com a estaca.

$$\sigma_b = \frac{N_d}{A} \quad (13)$$

Onde:

- σ_b , é a tensão na biela de compressão;
- N_d , a força de compressão aplicada no pilar;
- A , a menor valor entre a área do pilar ou da estaca.

A tensão na biela de compressão, dada pela Equação 13, deve ser inferior à tensão limite do concreto determinada pela Equação 8 apresentada no Item 2.4.

De acordo com o modelo de bielas e tirantes adotado e aceito pelo programa computacional CAST®, não haveria a necessidade de armadura para o tirante. Porém, na análise realizada pelo *software* ANSYS, foram encontradas tensões acima das tensões de tração suportadas pelo concreto. Portanto, é sugerida uma armadura para ambas as direções do bloco, com o intuito de evitar-se o fissuramento excessivo do bloco, seguindo o modelo proposto por Carvalho & Pinheiro (2009).

$$A_s = \frac{0,3.N_d}{f_{yd}} \left(\frac{B-a_p}{B} \right) \quad (14)$$

Em que:

- A_s , é a área de aço;
- N_d , a força de compressão aplicada sobre o pilar;
- f_{yd} , a resistência ao escoamento do aço;
- B , a dimensão do bloco na direção considerada;
- a_p , dimensão do pilar na direção considerada.

4.3.3 Pilar faceando o bloco

Para o caso em que o pilar está localizado a uma distância maior do que a metade do comprimento entre os eixos das estacas é sugerida apenas a verificação da biela formada nas estacas e da biela inclinada que sai do pilar e direciona-se para esta, visto que as outras apresentaram larguras inferiores de acordo com os resultados encontrados no CAST®.

Conforme a Figura 42, constata-se que a barra do tirante horizontal segue até a metade da distância entre eixos das estacas, formando um triângulo isósceles. Sendo assim, foram determinadas para a biela comprimida as Equações 15 e 16:

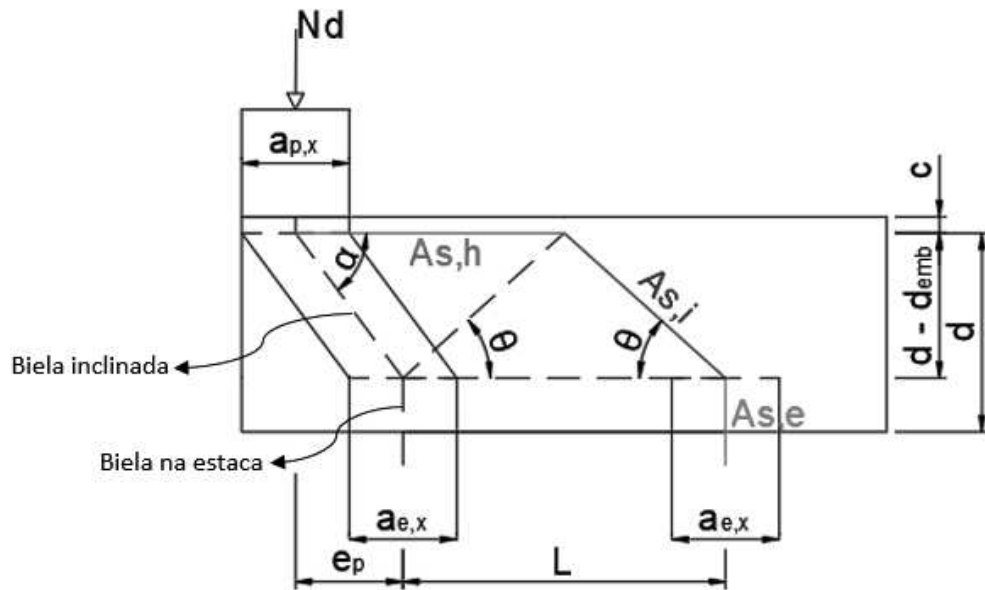


Figura 42 - Modelo para pilar faceando o bloco.

- Biela inclinada:

$$\sigma_{b,i} = \frac{N_d}{A \cdot \text{sen}^2 \alpha} \quad (15)$$

Onde:

- $\sigma_{b,i}$, é a tensão na biela de compressão inclinada;
- N_d , a carga de projeto aplicada sobre o pilar;
- A , o menor entre a área do pilar ou da estaca;
- α , o ângulo de inclinação da biela de compressão em relação ao tirante horizontal.

- Biela na estaca

$$\sigma_{b,e} = \frac{N_d}{A_e} \left(1 + \frac{e_p}{L} \right) \quad (16)$$

Sendo:

- $\sigma_{b,e}$, a tensão na biela de compressão na estaca;
- N_d , a carga de projeto aplicada sobre o pilar;
- A_e , área da estaca;
- L , a distância entre os eixos das estacas;

- e_p , a distância entre os eixos do pilar e da estaca mais próxima.

As tensões na biela de compressão, calculadas pelas Equações 15 e 16, devem ser inferiores à tensão limite do concreto determinada pela Equação 8 apresentada no item 2.4.

Considerando os tirantes do modelo $A_{s,h}$, $A_{s,i}$ e $A_{s,e}$ devem ser calculadas armaduras para a face superior, para a barra inclinada e para a estaca.

$$A_{s_h} = \frac{N_d}{f_{yd} \cdot \tan \alpha} \quad (17)$$

$$A_{s_i} = \frac{N_d \cdot e_p}{f_{yd} \cdot L \cdot \sin \theta} \quad (18)$$

$$A_{s_e} = \frac{N_d \cdot e_p}{f_{yd} \cdot L} \quad (19)$$

Em que:

- A_{s_h} , é a área de aço para a barra horizontal;
- A_{s_i} , a área de aço para a barra inclinada;
- A_{s_e} , a área de aço para a estaca;
- N_d , a carga de projeto aplicada sobre o pilar;
- f_{yd} , a resistência ao escoamento do aço;
- L , a distância entre os eixos das estacas;
- e_p , a distância entre os eixos do pilar e da estaca mais próxima;
- α , o ângulo de inclinação da biela de compressão em relação ao tirante horizontal;
- θ , o ângulo de inclinação da biela horizontal com o tirante inclinado.

4.4 APLICAÇÃO

Esta seção tem como intuito apresentar os resultados obtidos através da aplicação da metodologia de dimensionamento proposta, comparando-os com os resultados obtidos através do programa computacional CAST®.

Foram analisadas as tensões nas bielas e as áreas de aço necessárias ao tirante para todos os modelos, cujos resultados foram dispostos de acordo com a posição do pilar.

Para o cálculo, foram consideradas as mesmas dimensões dos modelos anteriores, sendo que para o terceiro caso, em que o pilar foi locado faceando o bloco, a distância entre eixos, deste para a estaca mais próxima, foi de 20 cm. Para os demais, as dimensões são apresentadas no Item 3.1.

4.4.1 Pilar centrado

Para os casos em que ambas as estacas são solicitadas à uma força de compressão, os resultados obtidos através das equações propostas no item 4.3.1 para a determinação da tensão das bielas de compressão e área de aço necessária ao tirante são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Resultados obtidos a partir das equações para bloco com pilar centrado.

Modelo	d (cm)	θ	Metodologia proposta			Cast	
			Tensão na Biela (MPa)		Tensão limite	As (cm ²)	As (cm ²)
			Pilar	Estaca			
P1H45	25	45	19,13	9,56		5,06	4,40
P1H50	30	50	16,30	8,15	21,25	4,22	3,67
P1H55	36	55	14,25	7,13		3,51	3,07

Nos resultados obtidos pelo programa computacional CAST[®], no Item 4.2.1, verifica-se que a tensão na biela de compressão determinada pela metodologia sugerida foi inferior à determinada pelo *software*, visto que este considera a mínima largura possível para a biela, resultado em uma menor área e consecutivamente em uma tensão maior, igual à tensão limite do concreto.

Quanto à área de aço necessária ao tirante, embora a geometria para a treliça seja a mesma, está foi superior à determinada pelo programa, pois considera

o coeficiente de majoração de 15% proposto por Blévoit (1967), estando a favor da segurança.

4.4.2 Pilar alinhado com o eixo da estaca

A Tabela 11, a seguir, apresenta, para os casos em que apenas uma das estacas é solicitada, a tensão na biela de compressão e as áreas de aço determinadas a partir das equações de dimensionamento propostas no item 4.3.2.

Tabela 11 – Resultados obtidos com as equações para pilar alinhado com a estaca.

Modelo	Tensão na Biela (MPa)	Tensão limite (MPa)	As (cm ²)	
			x	y
P2H45	9,5625	21,25	2,20	1,76
P2H50	9,5625		2,20	1,76
P2H55	9,5625		2,20	1,76

Devido à metodologia proposta considerar apenas as dimensões em planta dos modelos, adotadas as mesmas em todos os casos, as tensões e as armaduras não apresentaram variações.

Quanto às tensões nas bielas de compressão, a determinada pela equação de dimensionamento proposta foi inferior a determinada pelo programa computacional CAST[®]. Isso se deve à equação proposta considerar uma área para a biela superior à considerada pelo *software*.

4.4.3 Pilar faceando o bloco

Os resultados para a tensão na biela de compressão e para as áreas de aço necessárias aos tirantes, determinados conforme a metodologia proposta, no item

4.3.3, para os casos em que uma das estacas sofre tração e a outra compressão, podem ser vistos na Tabela 12.

Tabela 12 – Resultados obtidos a partir das equações para pilar faceando o bloco.

Modelo	d (cm)	α	θ	Tensão na Biela (MPa)		Tensão Limite (MPa)	As (cm ²)		
				Inclinada	Estaca		h	i	e
P3H45	32	47,726	36,254	19,21			8,00	4,96	2,93
P3H50	37	53,471	41,987	19,99	12,75	21,25	6,52	4,38	2,93
P3H55	43	58,782	47,726	21,57			5,33	3,96	2,93

Analisando a tabela acima, e os resultados encontrados pelo programa computacional CAST[®], no Item 4.2.3, verifica-se que há uma mudança nos ângulos de inclinação da biela de compressão, os quais foram maiores do que os adotados para o seu dimensionamento considerando o pilar centrado. Essa variação ocorreu devido à mudança da posição do pilar e da treliça adotada para a metodologia de dimensionamento.

Com exceção do modelo P3H55, os ângulos de inclinação na biela de compressão encontraram-se dentro da limitação considerada por Blévo & Fremy (1967), estando entre os ângulos de 40° e 55°. Entretanto, de acordo com recomendações de Campos (2015), esse ângulo de inclinação pode chegar até 60° sem que sejam originadas tensões de tração perpendiculares à biela decorrentes do funcionamento de blocos parcialmente carregados.

Em relação a tensão nas bielas de compressão inclinadas, os modelos P3H45 e P3H50 resultaram em tensões inferiores à tensão limite de compressão. Porém, o modelo P3H55, resultou em uma tensão na biela inclinada superior esta, sendo necessário aumentar-se a resistência característica do concreto (f_{ck}) para que este modelo atenda à tensão limite.

Quanto à tensão na biela de compressão da estaca, os valores obtidos pela metodologia proposta foram inferiores à tensão limite do concreto e iguais para todos os casos, devido à equação considerar apenas as dimensões em planta do bloco.

Por fim, comparando as áreas de aço necessárias ao tirante determinadas pelo programa computacional CAST[®] e através das equações de dimensionamento,

constata-se que ambas foram iguais, pois considerou-se para a metodologia a mesma geometria da treliça adotada para o *software*.

5 CONCLUSÃO

Através da análise numérica realizada neste trabalho, foi possível definir modelos de bielas e tirantes para blocos com cargas centradas e excêntricas e propor um modelo de dimensionamento para os blocos sobre duas estacas.

As simulações numéricas realizadas, por meio do *software* ANSYS®, permitiram determinar o fluxo das tensões conforme a variação da posição do pilar em relação ao centro de gravidade do bloco. Além disso, percebeu-se que esta variação influenciou nas tensões de compressão no interior do bloco, aumentando-as conforme o aumento da excentricidade do pilar. Em contrapartida, as tensões principais de tração apresentaram-se mais complexas, pois uma vez que os comportamentos dos modelos são muito distintos torna-se inviável a comparação entre os mesmos.

Por meio dos resultados obtidos através de ambos os programas computacionais, constatou-se que a altura do bloco, determinada em função do ângulo de inclinação da biela, está diretamente ligada à capacidade portante dos blocos, visto que os modelos com maiores alturas apresentaram menores tensões de compressão e tração em relação aos com menores alturas, resultando, consecutivamente, em modelos com menores áreas de aço ao tirante.

Quanto aos modelos de bielas e tirantes propostos através do *software* CAST®, confirmou-se que o aumento da altura do bloco reduz as forças com que as bielas de compressão são solicitadas, reduzindo a sua largura, e a armadura necessária ao tirante.

Não foi possível realizar a comparação das tensões principais entre os programas, pois foi considerada uma análise elástica linear no *software* ANSYS®, que de acordo com a NBR 6118 (2014) só pode ser realizada caso haja uma integração de campos de tensões.

Por fim, baseado nos modelos propostos mediante o uso do *software* CAST®, foi possível determinar equações de dimensionamento para os modelos, em função da variação da posição do pilar, a partir das quais foram encontrados resultados satisfatórios para o dimensionamento dos modelos estudados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS User's Manual (2018). **Theory Manual**, ANSYS Version 18.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6122: Projeto e execução de fundações**. Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. ed. Porto – Portugal: Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2003. Disponível em: <<https://www.passeidireto.com/arquivo/6690101/metodo-dos-elementos-finitos---alvaro-azevedo>>. Acesso em: 26 abr., 2017.

AZEVEDO, D. F. O. **Análise estrutural com ANSYS Workbench: Static Structural**. Mogi das Cruzes, 2016.

BARROS, R. **Análise de blocos de concreto armado sobre duas estacas com cálice totalmente embutido mediante presença de viga de travamento**. 2009. 195 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

BRAGA, V. D. D. F. **Estudo dos tipos de fundações de edifícios de múltiplos pavimentos na região metropolitana de Fortaleza**. 2009. 58 f. Monografia (Formação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2009.

BUTTIGNOL, T. E. T.; ALMEIDA, L. C. Análise numérica tridimensional de blocos sobre duas estacas. **RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 2, p. 252-283, abr., 2012.

CAMPOS, J. C. D. **Elementos de Fundações em Concreto**. São Paulo: Oficina de Textos, 2015.

CAMPOS, L. A. D. **Análise experimental de bloco de fundação sobre duas estacas, sob carga centrada, para estrutura pré-fabricada**. 2007. 149 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas usuais de Concreto Armado**. Rio de Janeiro: Pini Ltda, 2009.

CAST (2000). Computer Aided Strut-and-Tie. University of Illinois at Urbana-Champaign; United States of America;

DELALIBERA, R. G. **Análise numérica e experimental de blocos de concreto armado sobre duas estacas submetidos à ação de força centrada e excêntrica**. 2006. 308 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2006.

DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Análise numérica de blocos sobre duas estacas com cálice embutido, submetido à ação de força de compressão excêntrica. **RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 6, n. 3, p. 436-474, jun., 2013.

DELALIBERA, R. G.; GIONGO, J. S. Deformações nas diagonais comprimidas em blocos sobre duas estacas. **RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 1, n. 2, p. 121-157, jun., 2008.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. São Paulo: Pini Ltda, 1994.

HACHICH, W.; FALCONI, F. F.; SAES, J. L.; FROTA, R. G. O.; CARVALHO, C. S.; NIYAMA, S. **Fundações: Teoria e prática**. São Paulo: Pini Ltda, 1998.

MAREK FILHO, C. A. **Análise do comportamento de blocos sobre quatro estacas com cálice embutido**. 2010. 184 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

MESQUITA, A. C.; ROCHA, A. S.; DELALIBERA, R. G.; SILVA, W. A. D. Influência da ligação pilar-bloco nos mecanismos de ruptura de blocos de fundação sobre duas estacas. **RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 9, n. 6, p. 856-882, dez., 2016.

MUNHOZ, F. S. **Análise do comportamento de blocos de concreto armado sobre estacas submetidos à ação de força centrada**. 2004. 148 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

MUNHOZ, F. S. **Análise experimental e numérica de blocos rígidos sobre duas estacas com pilares de seções quadradas e retangulares e diferentes taxas de armadura.** 2014. 358 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

OLIVEIRA, D. S.; BARROS, R.; GIONGO J. S. Blocos de concreto armado sobre seis estacas: simulação numérica e dimensionamento pelo método de bielas e tirantes. **RIEM – Revista Ibracon de Estruturas e Materiais**, v. 7, n. 1, p.1-23, fev., 2014.

OLIVEIRA, D. S. D. **Análise do comportamento estrutural de blocos de concreto armado sobre cinco e seis estacas.** 2013. 234 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2013.

OLIVEIRA, L. M. D. **Diretrizes para projeto de blocos de concreto armado sobre estacas.** 2009. 151 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

OWATSIRIWONG, A. **Strut-and-Tie-Modeling in Reinforced Concrete Structures: Basics and Applications.** Bangkok - Thailand: ALPS Consultants, 2013. Disponível em <http://www.alpsconsult.com/Papers/STM-paper_05052013.pdf>. Acesso em: 4 abr., 2017.

PEREIRA, O. J. B. A. **Análise de Estruturas II: Introdução ao Método dos Elementos Finitos na análise de problemas planos de elasticidade.** Instituto Superior Técnico, 2005. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/~orlando/ae2/IMEFAPPE.pdf>>. Acesso em: 26 abr., 2017.

REBELLO, Y. C. P. **Fundações: guia prático de projeto, execução e dimensionamento.** São Paulo: Zigurate Editora, 2008.

SATO, H. T. **Dimensionamento de regiões D através do método dos elementos finitos e do método de bielas e tirantes aliado à otimização topológica.** 2015. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

SILVA, R. C. D.; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado.** São Carlos: EESC-USP, 2000.

SORIANO, H. L. **Método dos elementos finitos em análise de estruturas**. São Paulo: EDUSP, 2003.

TANNO, D. C. D. S. **Blocos de concreto sobre estacas posicionados nas dividas de terrenos: estudo analítico e análise numérica linear**. 2012. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ciências, Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012.

APÊNDICE A – Dimensionamento e determinação da carga máxima

1 Dimensionamento dos Blocos

A distância entre eixos das estacas (L) foi determinada da seguinte forma:

$$L = 3 \cdot \phi_{est}$$

$$L = 3 \times 20 = 60 \text{ cm}$$

Para a distância entre o eixo da estaca e a face do bloco (c_1) determinou-se:

$$c_1 = 20 + \phi_{est}/2$$

$$c_1 = 10 + 20/2 = 30 \text{ cm}$$

O comprimento total do bloco na direção longitudinal (B_x) e na direção transversal (B_y) será dado por:

$$B_x = L + 2 \cdot c_1$$

$$B_x = 60 + 2 \times 30 = 120 \text{ cm}$$

$$B_y = 2 \cdot c_1$$

$$B_y = 2 \times 30 = 60 \text{ cm}$$

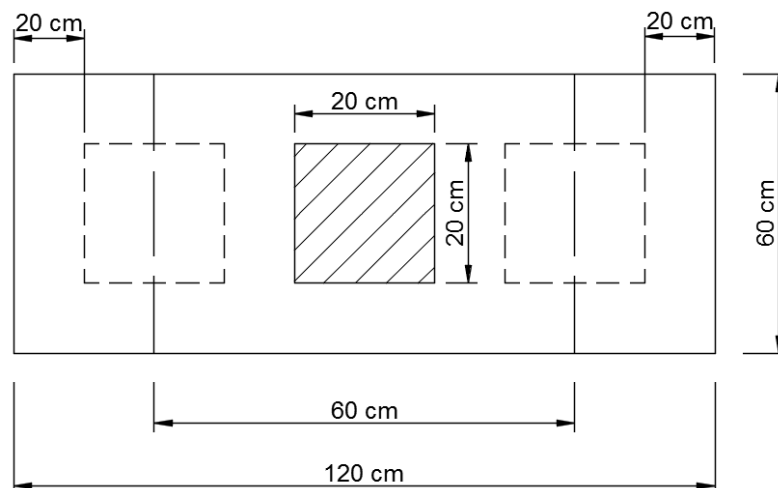


Figura 43 – Dimensões em planta baixa.

A partir das dimensões em planta, determinaram-se as alturas, apresentadas na Tabela 13, para os ângulos 45°, 50° e 55°, os quais, segundo Blévo, garantem que o elemento seja rígido, através das equação (5) e considerando um embutimento da estaca no bloco de 10 cm.

Tabela 13 – Altura útil e total.

Inclinação da biela de compressão	d (cm)	H (cm)
$\theta = 45^\circ$	25	35
$\theta = 50^\circ$	30	40
$\theta = 55^\circ$	36	46

Por fim, verificou-se que o bloco dimensionado atende o critério sugerido por Fusco (1994), em que a distância (x) máxima entre o centro da estaca e um ponto distante $0,25a_p$ deve ser menor ou igual a 1,5 vezes a altura do bloco.

$$x = \frac{120}{2} - 20 - 10 - 10 + 0,25 * 20 = 25cm$$

$$C_{m\acute{a}x} = 1,5 * 30 = 45cm$$

$$25cm < 45cm \therefore ok.$$

Como todos os blocos possuem a mesma dimensão em planta, este critério foi verificado para o pior caso, ou seja, para a menor altura. Sendo assim, atendo a este caso, atenderá as demais alturas.

2 Verificação das bielas de compressão e determinação da força axial máxima

Obtidas as dimensões dos blocos, foi feita a verificação das tensões nas regiões nodais superior e inferior para os três ângulos adotados.

Por meio da verificação das tensões nas regiões nodais superior e inferior é possível determinar a força máxima que pode ser aplicada no bloco em cada

modelo, considerando a força centrada, e adotar 90% da menor delas para determinar a área de aço necessária.

As tensões foram calculadas por meio das equações (6), (7) e (8). Como a tensão máxima na biela de compressão é determinada pela tensão limite, igualaram-se as equações (6) e (7) com a equação (8), para determinar qual a força máxima que pode ser aplicada para os três ângulos adotados. Os valores determinados estão apresentados na Tabela 14.

$$\text{Tensão na região nodal superior (pilar): } Nd/(Ap \cdot \text{sen}^2 \theta) = 1,4 \cdot 0,85 \cdot f_{cd}$$

$$\text{Tensão na região nodal inferior (estaca): } Nd/(2 \cdot Ae \cdot \text{sen}^2 \theta) = 1,4 \cdot 0,85 \cdot f_{cd}$$

Tabela 14 – Força máxima na região nodal superior e inferior.

Inclinação da biela de compressão	Nd (kN)	
	Região nodal superior	Região nodal inferior
$\theta = 45^\circ$	425	850
$\theta = 50^\circ$	498,80	997,60
$\theta = 55^\circ$	570,36	1140,72

Em todos os casos, a menor força aconteceu na verificação da região nodal superior, sendo o menor valor de 425 kN. A força que será aplicada em todos os modelos será 90% desta força.

$$Nd = 90\% \times 425 \text{ kN} = 382,5 \text{ kN}$$

Portanto a força aplicada em todos os modelos será de 382,5 kN.

APÊNDICE B – Dedução das equações

A seguir são apresentadas as deduções das equações para o método de dimensionamento proposto.

1 Pilar centrado

Através das equações de equilíbrio foram obtidas as equações para forças internas de compressão e tração, R_c e R_t respectivamente, representadas na Figura 44, a partir das quais definiram-se as equações para a determinação da área de aço e para a verificação da tensão nas bielas comprimidas.

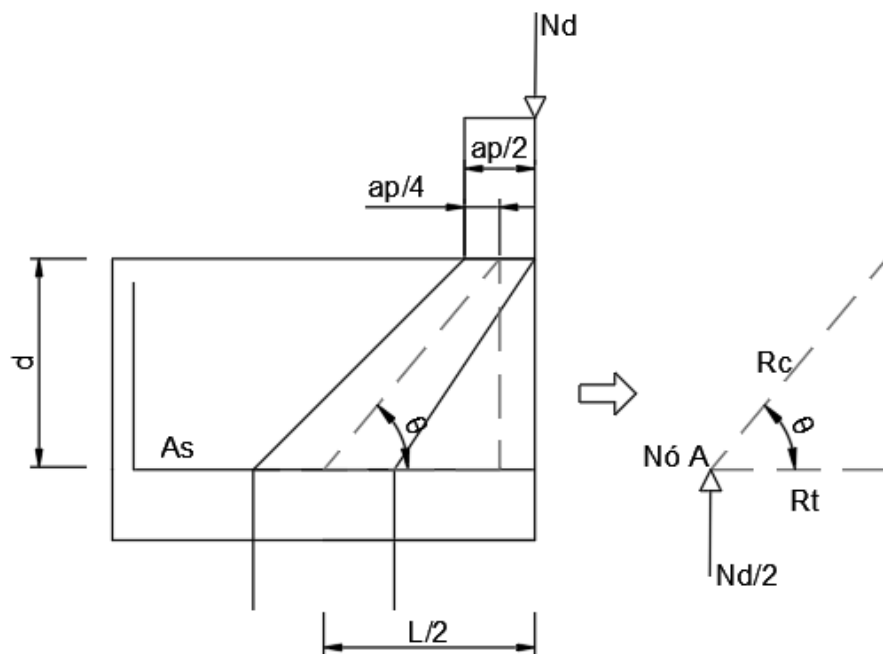


Figura 44 – Esforços internos no bloco com pilar centrado.

Nó A:

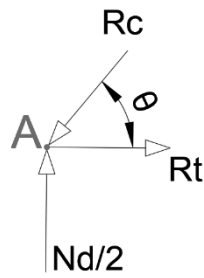


Figura 45 – Forças no Nó.

$$-R_c \cdot \text{sen } \theta + \frac{N_d}{2} = 0$$

$$\boxed{R_c = \frac{N_d}{2 \cdot \text{sen } \theta}}$$

$$R_t - R_c \cdot \text{cos } \theta = 0$$

$$R_t = \frac{N_d}{2 \cdot \text{tan } \theta}$$

Como:

$$\text{tan } \theta = \frac{d}{\frac{2L - ap}{4}}$$

Tem-se que:

$$R_t = \frac{N_d}{2 \cdot \left(\frac{d}{\frac{2L - ap}{4}} \right)}$$

$$\boxed{\therefore R_t = \frac{N_d}{8 \cdot d} \cdot (2L - ap)}$$

1.1 Área de aço

Como:

$$f_{yd} = \frac{R_t}{A_s}$$

Tem-se que:

$$\boxed{A_s = \frac{N_d}{8 \cdot d \cdot f_{yd}} \cdot (2L - ap)}$$

1.2 Verificação da tensão nas bielas comprimidas

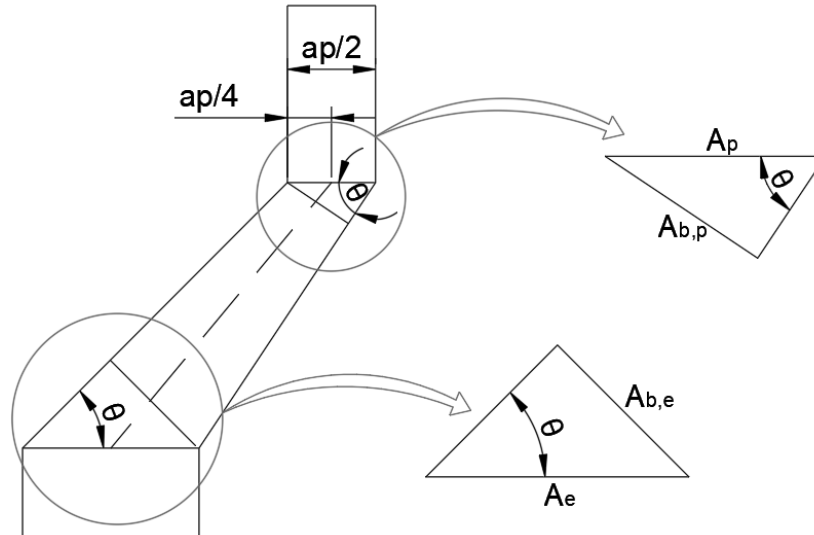


Figura 46 – Tensão nas bielas comprimidas.

A partir da análise da Figura 46, foi possível a dedução das áreas para a verificação da tensão na biela no pilar e na estaca, a seguir.

- **Tensão na biela no pilar**

$$A_{b,p} = \frac{A_p}{2} \cdot \text{sen } \theta$$

$$\sigma_{b,p} = \frac{R_c}{A_{b,p}}$$

$$\sigma_{b,p} = \frac{N_d}{A_p \cdot \text{sen}^2 \theta}$$

- **Tensão na biela na estaca**

$$A_{b,e} = A_e \cdot \text{sen } \theta$$

$$\sigma_{b,p} = \frac{R_c}{A_{b,e}}$$

$$\sigma_{b,p} = \frac{N_d}{2 \cdot A_e \cdot \sin^2 \theta}$$

2 Pilar alinhado com a estaca

Para o caso onde o pilar está alinhado com a estaca, foi sugerida uma armadura para ambas as direções do bloco, determinada pela equação 14 no item 4.3.2, conforme modelo proposto por Carvalho & Pinheiro (2009).

Como neste caso a biela de compressão se deu do pilar diretamente para a estaca sobre o qual está locado, assumiu-se que esta possua a mesma área que o pilar ou da estaca, portanto tem-se que:

$$A_b = A_p = A_e$$

$$R_c = N_d$$

$$\sigma_b = \frac{R_c}{A}$$

3 Pilar faceando o bloco

Através das equações de equilíbrio foram deduzidas as equações para as forças internas de compressão e tração (R_c e R_t , respectivamente), representadas na Figura 47, e para as reações, a partir das quais definiu-se as equações para a determinação das áreas de aço e para a verificação das tensões nas bielas comprimidas.

3.1 Forças internas e reações

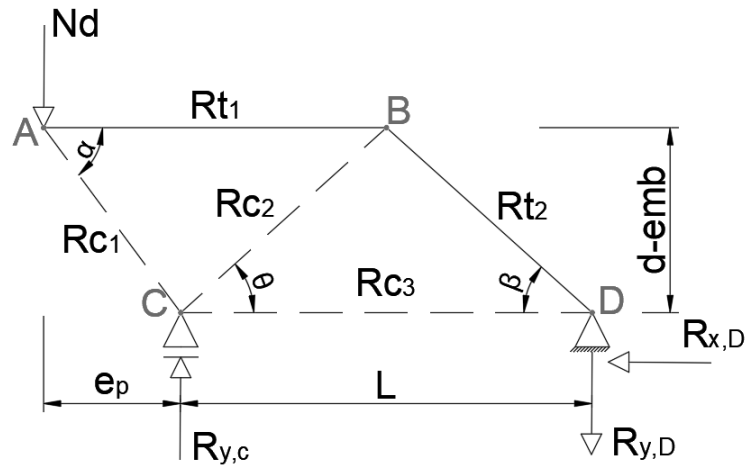


Figura 47 – Esforços internos e reações para o pilar faceando o bloco.

Verifica-se, através da figura acima, que a reação no eixo X do nó D é igual a zero, pois não há forças aplicadas nesta direção. Além disso, como neste caso foi adotada a condição de que o nó B localiza-se na metade da barra \overline{CD} , constata-se que o ângulo θ é igual ao β .

- **Somatório de momento no Nó C**

$$N_d \cdot e_p - R_{Y,D} \cdot L = 0$$

$$\boxed{R_{Y,D} = \frac{N_d \cdot e_p}{L}}$$

- **Somatório de forças no eixo Y**

$$-N_d + R_{Y,C} - R_{Y,D} = 0$$

$$-N_d + R_{Y,C} - \frac{N_d \cdot e_p}{L} = 0$$

$$\boxed{R_{Y,C} = N_d + \frac{N_d \cdot e_p}{L}}$$

- **Nó D**

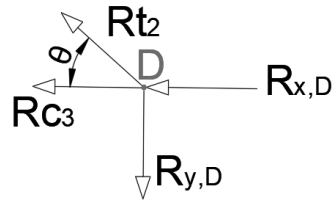


Figura 48 – Forças no Nó D.

$$\sum F_Y = 0$$

$$R_{t,2} \cdot \text{sen } \theta - R_{Y,D} = 0$$

$$R_{t,2} = \frac{R_{Y,D}}{\text{sen } \theta}$$

$$\boxed{R_{t,2} = \frac{N_d \cdot e_p}{L \cdot \text{sen } \theta}}$$

$$\sum F_X = 0$$

$$R_{C,3} - R_{t,2} \cdot \text{cos } \theta = 0$$

$$R_{C,3} = R_{t,2} \cdot \text{cos } \theta$$

$$\boxed{R_{C,3} = \frac{N_d \cdot e_p}{L \cdot \text{tan } \theta}}$$

- **Nó A**

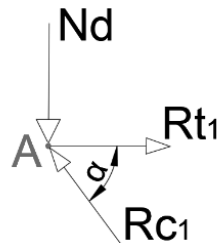


Figura 49 – Forças no Nó A

$$\sum F_Y = 0$$

$$-N_d + R_{C,1} \cdot \text{sen } \alpha = 0$$

$$\boxed{R_{C,1} = \frac{N_d}{\text{sen } \alpha}}$$

$$\sum F_X = 0$$

$$R_{t,1} - R_{C,1} \cdot \text{cos } \alpha = 0$$

$$R_{t,1} = R_{C,1} \cdot \text{cos } \theta$$

$$\boxed{R_{t,1} = \frac{N_d}{\text{tan } \alpha}}$$

- **Nó B**

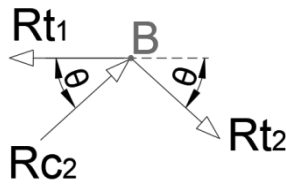


Figura 50 – Forças no Nó B.

$$\sum F_Y = 0$$

$$R_{C,2} \cdot \text{sen } \theta - R_{t,2} \cdot \text{sen } \theta = 0$$

$$R_{C,2} = \frac{R_{t,2} \cdot \text{sen } \theta}{\text{sen } \theta}$$

$$\therefore R_{C,2} = \frac{N_d \cdot e_p}{L \cdot \text{sen } \theta}$$

3.2 Área de aço

Como:

$$f_{yd} = \frac{R_t}{A_s}$$

Tem-se:

Barra horizontal:

$$A_{s_h} = \frac{R_{t,1}}{f_{yd}}$$

$$A_{s_h} = \frac{N_d}{\tan \alpha \cdot f_{yd}}$$

Barra inclinada:

$$A_{s_i} = \frac{R_{t,2}}{f_{yd}}$$

$$A_{s_h} = \frac{N_d \cdot e_p}{L \cdot \text{sen } \theta \cdot f_{yd}}$$

Estaca:

$$A_{s_e} = \frac{R_{Y,D}}{f_{yd}}$$

$$A_{s_e} = \frac{N_d \cdot e_p}{L \cdot f_{yd}}$$

3.3 Verificação da tensão nas bielas de compressão

É sugerida apenas a verificação da biela formada na estaca e da biela inclinada que sai do pilar e direciona-se para esta, visto que as outras apresentaram larguras inferiores de acordo com os resultados encontrados no CAST®.

A partir da análise da Figura 50, identificou-se as áreas para a verificação da tensão na biela no pilar e na estaca.

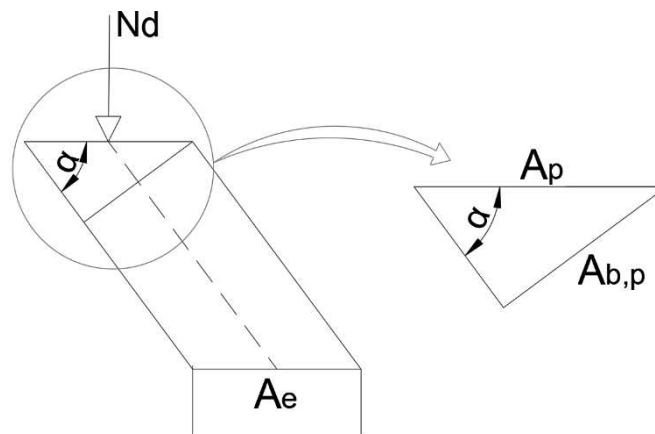


Figura 51 – Área da biela no pilar e na estaca.

- Tensão na biela inclinada

$$A_{b,i} = A_p \cdot \text{sen } \alpha$$

$$\sigma_{b,i} = \frac{R_{C,1}}{A_{b,i}}$$

$$\sigma_{b,i} = \frac{N_d}{A_p \cdot \text{sen}^2 \alpha}$$

- Tensão na biela da estaca

$$A_{b,e} = A_e$$

$$\sigma_{b,i} = \frac{R_{Y,C}}{A_{b,e}}$$

$$\sigma_{b,i} = \frac{N_d}{Ae} \cdot \left(1 + \frac{e_p}{L}\right)$$