

**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ENGENHARIA ELETRÔNICA
ENGENHARIA ELETRÔNICA**

RONALDO MOHR RODRIGUES

**CONSTRUÇÃO, MODELAGEM E CONTROLE DE UM ROBÔ MÓVEL
DE ACIONAMENTO DIFERENCIAL**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

TOLEDO

2019

RONALDO MOHR RODRIGUES

**CONSTRUÇÃO, MODELAGEM E CONTROLE DE UM ROBÔ MÓVEL
DE ACIONAMENTO DIFERENCIAL**

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado na disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso 2 (TCC2), como requisito para obtenção do título de Bacharel Engenheiro Eletrônico, da Coordenação do Curso de Engenharia Eletrônica, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Cavalcanti Jeronymo

TOLEDO

2019

TERMO DE APROVAÇÃO

Título do Trabalho de Conclusão de Curso Nº 072

Construção, Modelagem e Controle de um Robô Móvel de Acionamento Diferencial

por

Ronaldo Mohr Rodrigues

Esse Trabalho de Conclusão de Curso foi apresentado às 17h15 do dia **4 de julho de 2019** como requisito parcial para a obtenção do título **Bacharel em Engenharia Eletrônica**. Após deliberação da Banca Examinadora, composta pelos professores abaixo assinados, o trabalho foi considerado **APROVADO**.

Andrés Eduardo Coca Salazar
UTFPR

Luis Carlos Mathias
UTFPR

Daniel Cavalcanti Jeronymo
COENC/UTFPR
Orientador (a)

Fabio Rizental Coutinho
Coordenador(a) da COELE

RESUMO

RODRIGUES, Ronaldo Mohr. **Construção, Modelagem e Controle de um Robô Móvel de Acionamento Diferencial**. 2019. 40 folhas. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Eletrônica) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Toledo, 2019.

Robôs móveis vêm sendo usados cada vez mais pela indústria por seu compromisso entre a flexibilidade, a produtividade e a qualidade dos produtos. O principal problema da robótica móvel é gerar trajetórias e guiar seu movimento para realizar as tarefas. Este trabalho implementa a simulação de um robô móvel de acionamento diferencial e desenvolve técnicas de controle para resolver o problema de rastreamento de trajetória. O regulador quadrático linear (LQR) foi projetado e simulado considerando um modelo cinemático do sistema e garante que o robô siga uma trajetória calculada.

Palavras-chave: Controle ótimo. Controle preditivo. Robôs móveis. Modelagem.

ABSTRACT

RODRIGUES, Ronaldo Mohr. **Construction, Modeling and Control of a Differential Drive Mobile Robot**. 2019. 40 pages. Course Conclusion Paper (Bachelor of Electronic Engineering) - Federal Technological University of Paraná. Toledo, 2019.

Mobile robots are increasingly being used by industry for their commitment to product flexibility, productivity and quality. The main problem with mobile robotics is to generate trajectories and guide their movement to accomplish tasks. This work implements the simulation of a differential drive mobile robot and develops control techniques to solve the path tracking problem. The linear-quadratic regulator (LQR) was designed and simulated considering a kinematic model of the system and ensures that the robot follows a calculated path.

Keywords: Optimal control. Predictive control. Mobile Robots. Modeling.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|---|----|
| Figura 1 - Sistemas de coordenadas do modelo cinemático..... | 4 |
| Figura 2 - Movimento angular do robô diferencial..... | 6 |
| Figura 3 - Resposta do sistema quanto aos coeficientes da Tabela 2 para roda esquerda..... | 11 |
| Figura 4 - Resposta do sistema quanto aos coeficientes da Tabela 2 para roda direita..... | 12 |
| Figura 5 - Perturbações no controle da roda esquerda..... | 12 |
| Figura 6 - Perturbações no controle da roda direita..... | 13 |
| Figura 7 - Trajetória fixa..... | 18 |
| Figura 8 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória fixa..... | 19 |
| Figura 9 - Posição e deslocamento da trajetória fixa em forma de flecha..... | 19 |
| Figura 10 - Trajetória circular..... | 20 |
| Figura 11 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória circular..... | 20 |
| Figura 12 - Posição e deslocamento da trajetória circular em forma de flecha..... | 21 |
| Figura 13 - Trajetória em oito..... | 21 |
| Figura 14 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória em oito..... | 22 |
| Figura 15 - Posição e deslocamento da trajetória em oito em forma de flecha..... | 22 |
| Figura 16 - Placa de controladora TIVA C Séries..... | 25 |
| Figura 17 - Sistema de atuação..... | 25 |
| Figura 18 - <i>Drive</i> de motor L298N..... | 26 |
| Figura 19 - Bateria que alimenta o sistema..... | 26 |
| Figura 20 - Esboço da estrutura do robô móvel..... | 27 |
| Figura 21 - Robô Ronfis..... | 27 |
| Figura 22 - Esquema de ligação do Robô Ronfis..... | 28 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|----|
| Tabela 1 - Expressões para cálculo dos coeficientes do PID..... | 10 |
| Tabela 2 - Valores dos coeficientes para cada PID..... | 10 |

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|-------------------------|-------------------------------------|
| <i>PID</i> | Proporcional, integral e derivativo |
| <i>LQR</i> ¹ | Regulador quadrático linear |

¹ Linear Quadratic Regulator

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 OBJETIVOS | 2 |
| 1.2 JUSTIFICATIVA | 2 |
| 2 MODELAGEM DO ROBÔ | 2 |
| 2.1 MODELO CINEMÁTICO | 3 |
| 3 CONTROLE PID | 9 |
| 3.1 SETPOINT (VALOR DE REFERÊNCIA) | 9 |
| 3.2 MÉTODO ZIEGLER-NICHOLS | 9 |
| 3.2.1 Resultados experimentais | 11 |
| 4 CONTROLE LQR | 14 |
| 4.1 ALGORITMO LQR | 14 |
| 4.2 CONTROLADOR LQR PARA O PROBLEMA DE RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA | 16 |
| 4.2.1 Sintonia das matrizes de ponderação do controlador LQR | 17 |
| 4.2.2 Aplicação Matlab ® | 18 |
| 5 ROBÔ MÓVEL RONFIS | 24 |
| 5.1 ROBÔ MÓVEL RONFIS | 24 |
| 5.1.1 Materiais | 24 |
| 5.1.2 Estrutura do Ronfis | 27 |
| 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS | 29 |
| 7 REFERÊNCIAS | 30 |

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de robôs móveis autônomos vem da necessidade de reproduzir ações humanas por meio de máquinas. Além disso, a robótica móvel vem adquirindo espaço devido a sua capacidade de realizar tarefas sem estar fixo a um local, pois ao contrário dos manipuladores robóticos, um robô móvel pode deslocar-se conforme preciso (SIEGWART; NOURBAKHS, 2004). Na era dos veículos autônomos, a importância dos estudos na área de controle de movimento de robôs móveis é cada vez maior e as pesquisas se desenvolveram consideravelmente nas últimas décadas (K; DUŠEK; HONC, 2017).

O entendimento do problema de controle em robótica móvel pode ser classificado em três abordagens: controle considerando modelo cinemático, controle considerando modelo dinâmico e controle considerando tanto o modelo cinemático quanto o modelo dinâmico. A fundamentação deste trabalho trata apenas de problemas de controle considerando o modelo cinemático. Adicionalmente, existem três tarefas básicas para o deslocamento de um robô móvel (K; DUŠEK; HONC, 2017; ORIOLO; LUCA; VENDITTELLI, 2002), sendo elas

- Estabilização em um ponto: a partir de uma configuração inicial de pose (posição e orientação) o robô deve atingir a uma configuração desejada de postura.
- Seguimento de caminhos: o robô deve mover-se em um caminho de forma independente do tempo.
- Rastreamento de trajetória: o ponto de referência do robô deve acompanhar uma trajetória no plano cartesiano iniciando em uma configuração de postura dada.

Desta forma, propõe-se desenvolver uma estratégia de controle para o problema de rastreamento de trajetórias, aplicadas a um robô móvel de acionamento diferencial. Contudo, robôs móveis dotados de rodas possuem restrições em seu movimento. Sendo assim, para obter um controle ótimo é necessário considerá-las na modelagem do sistema. Essas restrições são conhecidas como restrições não

holonômicas, isto é, existem restrições não integráveis. É sabido que um robô móvel dotado de rodas fixas ou orientáveis centradas é um sistema não holonômico sem deriva, e que o problema de postura não pode ser estabilizado em um ponto através de realimentação de estados suave e invariável no tempo (BROCKETT, 1982). Assim, vários trabalhos propuseram estratégias de controle a fim de respeitar as condições impostas por Brockett (1982). Neste contexto, este trabalho implementa um método de controle ótimo para o problema de rastreamento de trajetória, o controlador LQR.

1.1 OBJETIVOS

São objetivos deste trabalho:

1. Obter o modelo matemático de um robô móvel de acionamento diferencial.
2. Implementar a simulação por equações diferenciais ordinárias para a simulação de cinemática.
3. Aplicar o método LQR para resolver o problema de rastreamento de trajetória do robô.

1.2 JUSTIFICATIVA

Os robôs móveis são capazes de navegar através de um determinado ambiente não estruturado. Porém, devem deparar-se com significativas incertezas na posição e na identificação de objetos. Por outro lado, robôs industriais podem ser mais precisos com um mínimo de informação sensorial porque operam em ambientes estáticos, estruturados e, quase sempre, conhecidos (SECCHI, 2008).

O principal problema a ser resolvido em um robô móvel é gerar trajetórias e guiar seu movimento. A minimização do erro da trajetória do robô com o sistema de referência possibilita gerar trajetórias e desviar de obstáculos de forma satisfatória (SECCHI, 2008).

2 MODELAGEM DO ROBÔ

É detalhado o modelo cinemático do robô móvel na seção 2.1. Um robô móvel de acionamento diferencial real construído para aplicação das técnicas de controle apresentadas neste trabalho é apresentado no capítulo 5. Este robô foi utilizado para o levantamento de resposta do controlador PID de velocidade dos motores porém não para os resultados do controlador LQR, por falta de tempo para concluir a realimentação de posição.

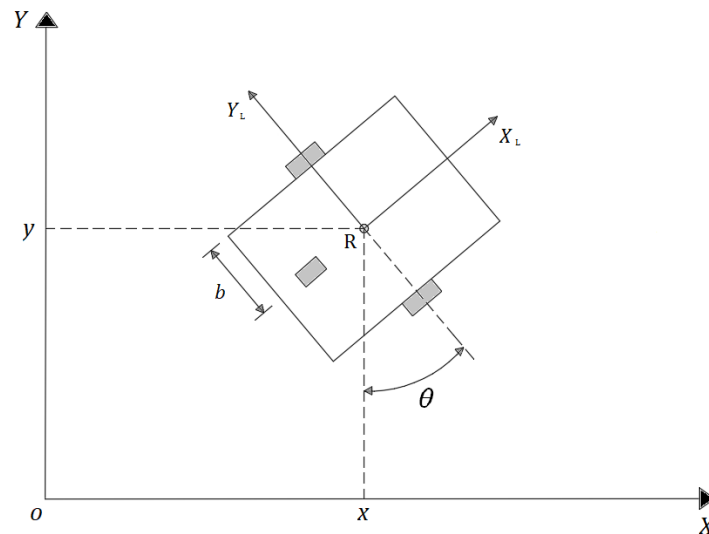
2.1 MODELO CINEMÁTICO

Este tipo de robô móvel possui restrições condicionadas ao seu movimento. Essas restrições são conhecidas como restrições não holonômicas, isto é, existem restrições não integráveis.

Haja vista que um robô móvel de acionamento diferencial é um sistema não holonômico sem deriva, o problema de postura não pode ser estabilizado em um ponto arbitrário através de realimentação de estados suave e invariável no tempo (BROCKETT, 1982). Conseqüentemente, este resultado originou os principais métodos de controle para postura de robôs móveis e um estudo detalhado dos problemas de controles não holonômicos foi apresentado em (KOLMANOVSKY; MCCLAMROCH, 1995).

Assume-se que o robô móvel com acionamento diferencial proposto neste trabalho é um corpo rígido e desconsidera-se o movimento lateral das rodas, as quais não sofrem deformação. Tipificado como *uniciclo* (AICARDI et al., 1995) ou do tipo (2,0) (CAMPION; BASTIN; DANDREA-NOVEL, 1996), seu modelo cinemático pode ser obtido considerando dois sistemas de coordenadas: um sistema de coordenadas inercial $F_o: \{X_o, Y_o\}$ e um sistema de coordenadas do movimento do robô $F_R: \{X_L, Y_L\}$. O robô móvel possui duas rodas fixas ativas e uma roda orientável não centrada passiva, cuja função é sustentação. A Figura 1 ilustra as dimensões do robô composto por duas rodas de raio r e distância entre as rodas fixas de $2b$, além de seus sistemas de coordenadas. O sistema de coordenadas F_R se move junto com o robô em relação ao sistema de coordenadas inercial F_o .

Figura 1 - Sistemas de coordenadas do modelo cinemático.



Fonte: Adaptação de (SERRALHEIRO, 2015).

O movimento cinemático do robô pode ser descrito considerando a combinação entre as velocidades das rodas fixas a qual resulta uma velocidade linear v na direção de \vec{X}_L , e uma velocidade angular em torno do ponto R (CAMPION; BASTIN; DANDREA-NOVEL, 1996). Desta forma, podemos expressar o movimento cinemático em um determinado instante de tempo t dado conforme

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & 0 \\ \sin\theta(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix}, \quad (1)$$

em que $\dot{\mathbf{x}}(t) \triangleq \frac{d\mathbf{x}}{dt}$, $v(t)$ é a velocidade linear e $\omega(t)$ é a velocidade angular do robô, ou numa forma compacta

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)), \quad (2)$$

sendo $\mathbf{x} \triangleq [x \ y \ \theta]^T$ e $\mathbf{u} \triangleq [v \ \omega]^T$.

Por conseguinte, considera o ponto R caracterizado pelas coordenadas x e y no sistema de coordenadas inercial F_o e o sistema de coordenadas do movimento do robô F_R que tem sua origem localizada no ponto R, e que θ é a diferença angular entre

ambos os sistemas de coordenadas. Logo, utilizando uma *matriz de rotação ortogonal* $\mathcal{R}(\theta)$ podemos mapear os sistemas de coordenadas F_o e F_R . Com base no sistema de coordenadas do movimento do robô nos eixos X_L e Y_L obtém-se $\mathcal{R}(\theta)$. Desta forma, considerando uma alteração qualquer na postura do robô $[x_L \ y_L \ \theta_L]$, em comparação com a postura anterior, a representação da mesma alteração no sistema de coordenadas inercial $[x \ y \ \theta]^T$ pode ser dada como (SIEGWART; NOURBAKHSH, 2004)

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y_1(t) \\ \theta_1(t) \end{bmatrix} = \mathcal{R}(\theta) \begin{bmatrix} x_{L1}(t) \\ y_{L1}(t) \\ \theta_{L1}(t) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

com

$$\mathcal{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & \text{sen}\theta(t) & 0 \\ -\text{sen}\theta(t) & \cos\theta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

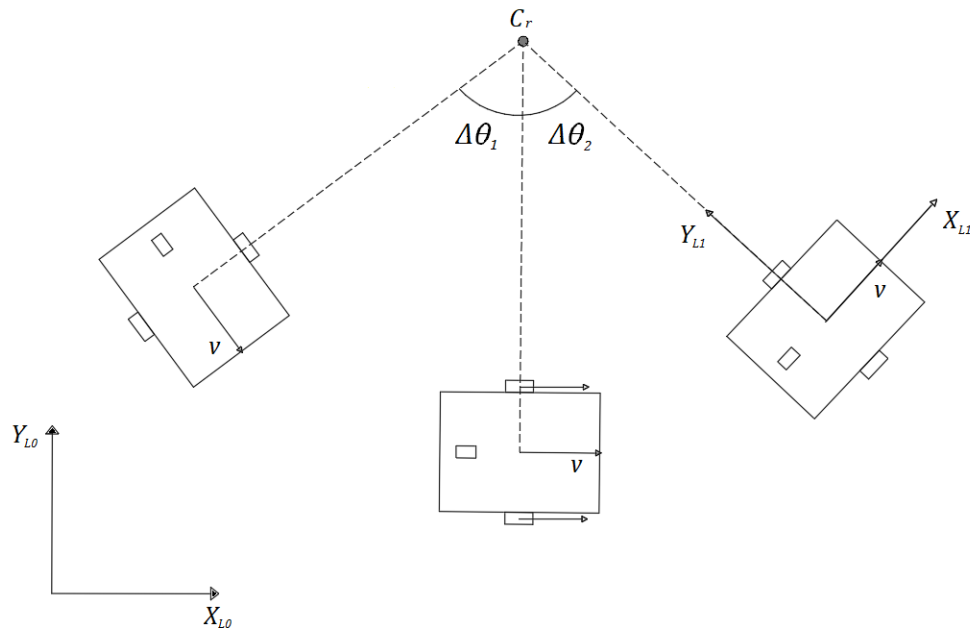
e o movimento entre os sistemas de coordenadas pode ser mapeado pela expressão

$$\dot{\mathbf{x}}_L(t) = \mathcal{R}(\theta)\dot{\mathbf{x}}(t). \quad (4)$$

Haja vista que podemos mapear o movimento do robô no sistema de coordenadas inercial a partir do sistema de coordenadas do movimento do robô por $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathcal{R}(\theta)^{-1}\dot{\mathbf{x}}_L(t)$, podemos calcular as contribuições de cada uma das rodas na referência local, $\dot{\mathbf{x}}_L(t)$. Admite-se que robô móvel de acionamento diferencial tem duas rodas com raio r , com o ponto R centrado entre os pontos de contato de cada roda com o solo. O ponto de contato de cada roda com o solo está a uma distância de $\frac{b}{2}$ de R e as velocidades angulares das rodas direita e esquerda sejam, respectivamente, $\dot{\phi}_r$ e $\dot{\phi}_l$. Levando em consideração o modelo (1), supomos que o robô se mova ao longo de \vec{X}_L no sentido positivo e $\vec{V}_L = (\dot{x}_L, \dot{y}_L, \dot{\theta}_L)$. Aqui, não é considerado o movimento lateral das rodas fixas, portanto, a componente \dot{y}_L é nula. Dito isto, a componente \dot{x}_L é dada por

$$\dot{x}_L(t) = \frac{v_r(t) + v_l(t)}{2} = \frac{r\dot{\phi}_r(t) + r\dot{\phi}_l(t)}{2}, \quad (5)$$

Figura 2 - Movimento angular do robô diferencial



Fonte: Adaptação de (SERRALHEIRO, 2015).

onde v_r e v_l são velocidades lineares das rodas direita e esquerda, respectivamente, sendo $\dot{\phi}_r$ a velocidade angular da roda direita e $\dot{\phi}_l$ a velocidade angular da roda esquerda. Verifica-se que um deslocamento angular pode ser convertido em linear multiplicando-o por r . Por fim, a componente $\dot{\theta}_L$

$$\dot{\theta}_L = \frac{r\dot{\phi}_r - r\dot{\phi}_l}{2b}. \quad (6)$$

Escrevendo (5) e (6) em forma matricial

$$\vec{V}_L(t) = \begin{bmatrix} v_L(t) \\ \omega_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r}{2} & \frac{r}{2} \\ \frac{r}{2b} & -\frac{r}{2b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_r(t) \\ \dot{\phi}_l(t) \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Para obter uma representação no sistema de coordenadas inercial utiliza-se $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathcal{R}(\theta)^{-1} \dot{\mathbf{x}}_L(t)$. Após manipulações matemáticas teremos

$$\vec{V}(t) = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) & -\text{sen}\theta(t) & 0 \\ \text{sen}\theta(t) & \cos\theta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r\dot{\phi}_r(t) + r\dot{\phi}_l(t)}{2} \\ 0 \\ \frac{r\dot{\phi}_r(t) - r\dot{\phi}_l(t)}{2b} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Contudo, uma discretização de (1) pode ser obtida considerando-se um segurador de ordem zero na entrada. Esse modelo fornece trajetórias que são arcos de circunferência, com a orientação θ tangente ao arco. Adicionalmente, as velocidades linear e angular são determinadas em (5) e (6), respectivamente, e serão representadas por $v(k)$ e $\omega(k)$. Então esse comportamento pode ser descrito conforme (THRUN; BURGARD; FOX, 1999).

$$\mathbf{x}(k+1) = fd(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)), \quad (9)$$

$$= \begin{cases} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} \frac{v(k)}{\omega(k)} [-\text{sen}\theta(k) + \text{sen}(\theta(k) + T\omega(k))] \\ \frac{v(k)}{\omega(k)} [\cos\theta(k) - \cos(\theta(k) + T\omega(k))] \\ T\omega(k) \end{bmatrix} & , \text{ se } \omega(k) \neq 0 \\ \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} v(k)\cos\theta(k) \\ v(k)\text{sen}\theta(k) \\ 0 \end{bmatrix} & , \text{ de outra forma,} \end{cases} \quad (10)$$

onde T é o período de amostragem. Contudo, quando $\omega(k)$ é próximo de zero, o modelo apresenta problemas de robustez numérica. Utilizando as identidades trigonométricas de soma para produto, podemos reescrever (10) como (LAGES, 1998)

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} Tv(k) \left[\text{sinc} \left(\frac{T\omega(k)}{2} \right) \cos(\theta(k) + T\omega(k)) \right] \\ Tv(k) \left[\text{sinc} \left(\frac{T\omega(k)}{2} \right) \text{sen}(\theta(k) + T\omega(k)) \right] \\ T\omega(k) \end{bmatrix} \quad (11)$$

A função sinc tende a 1 quando o argumento tende a zero, portanto o modelo discreto (13) elimina os problemas numéricos de (10).

3 CONTROLE PID

Considerando que a velocidade linear das rodas é considerada como instantânea para o controlador de trajetória, isto é, de ganho unitário, faz-se necessário desenvolver um controlador para a velocidade linear. Os parâmetros do controlador PID são a chave mestra para este projeto. A seleção destes parâmetros deve estar de acordo com as especificidades de controle que, geralmente, estão relacionadas com o *setpoint* (VISIOLI, 1988; COELHO *et al.*, 2019).

3.1 SETPOINT (VALOR DE REFERÊNCIA)

O *setpoint* é um parâmetro que pondera a saída do sistema justamente porque o valor do erro é dado em função dele. Este valor de referência define a saída do sistema da seguinte forma:

- No caso de erro negativo, ou seja, a saída é maior que o *setpoint*, o controlador envia seu sinal mínimo;
- Quando o erro for positivo, ou seja, a saída é menor que o *setpoint*, o controlador envia seu sinal máximo.

3.2 MÉTODO ZIEGLER-NICHOLS

Os métodos para ajuste dos parâmetros do controlador podem ser classificados como: experimental e analítico. Entretanto, este trabalho apenas o método experimental *Ziegler-Nichols*, ou seja, o ajuste é baseado em testes práticos.

Este modelo foi o primeiro estudo publicado com regras para a sintonia de controladores por J. G. Ziegler e N. B. Nichols em 1942 e consiste em realizar o ajuste através de formulas pré-estabelecidas após analisar o comportamento do processo (OGATA, 1995).

O ajuste dos ganhos do controlador PID foi feito empregando-se o método *Ziegler-Nichols* considerando as velocidades apresentadas no capítulo 4 (OGATA, 2003). A sintonia do controlador PID pelo método segue o seguinte procedimento

- Ajustar o os valores de ganho de K_i e K_d a zero transformando o controlador em um controlador proporcional simples.
- Ajustar o ganho de K_p em 1.
- Ajustar os valores de ganho de K_p a fim de fazer o sistema oscilar de forma sustentada.
- O tempo de oscilação t foi de 1.2 s para o motor direito e 1 s para o motor esquerdo.
- No experimento chegou ao valor de 3.4 para o motor direito e 0.4 no motor esquerdo. Esses valores de K_p são definidos como K_c de ganho crítico.
- Após os dados obtidos, calcular um conjunto de parâmetros K_p , K_i e K_d por meio das expressões de *Ziegler-Nichols* listadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Expressões para cálculo dos coeficientes do PID

| Tipo de controle | K_p | K_i | K_d |
|------------------|----------|----------|-----------|
| <i>PID</i> | $0.6k_c$ | $2k_p/t$ | $k_p t/8$ |

Fonte: Engenharia de Controle Moderno (Ogata, 2003).

Os valores dos ganhos de cada motor, portanto, são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 - Valores dos coeficientes para cada PID

| Motores | K_p | K_i | K_d |
|----------|-------|-------|--------|
| Direito | 2.04 | 3.709 | 0.2805 |
| Esquerdo | 0.24 | 0.48 | 0.03 |

Fonte: Autoria própria.

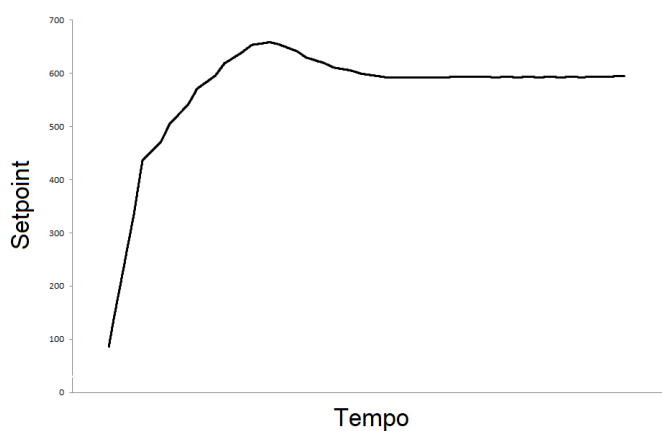
3.2.1 Resultados experimentais

Devido a problemas com o recebimento de dados, fez-se necessário a gravação dos dados no próprio *software*. Entretanto, a leitura dos dados não é precisa, sendo necessário utilizar a média móvel para obter o comportamento do controlador PID de cada roda.

Para se obter a velocidade linear apresentada na Seção 4.1, o *setpoint* de cada roda é ajustado para 600. Esse valor representa a leitura dos pulsos dos *encoders* a cada 1 s.

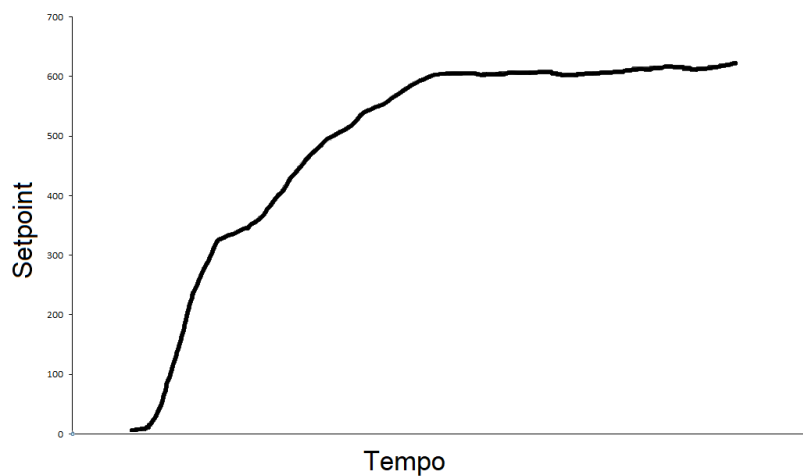
Podemos observar na Figura 3 e na Figura 4 o comportamento das rodas sintonizadas com os coeficientes apresentados na Tabela 2. O sistema ficou em funcionamento por um período de 5 s.

Figura 3 - Resposta do sistema quanto aos coeficientes da Tabela 2 para roda esquerda



Fonte: Autoria própria.

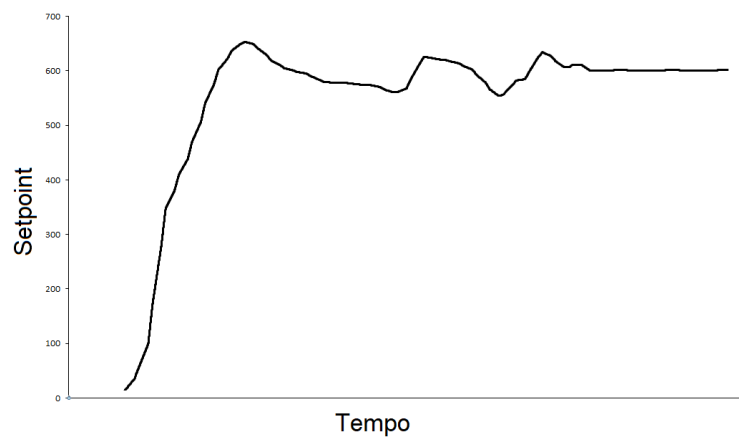
Figura 4 - Resposta do sistema quanto aos coeficientes da Tabela 2 para roda direita



Fonte: Autoria própria.

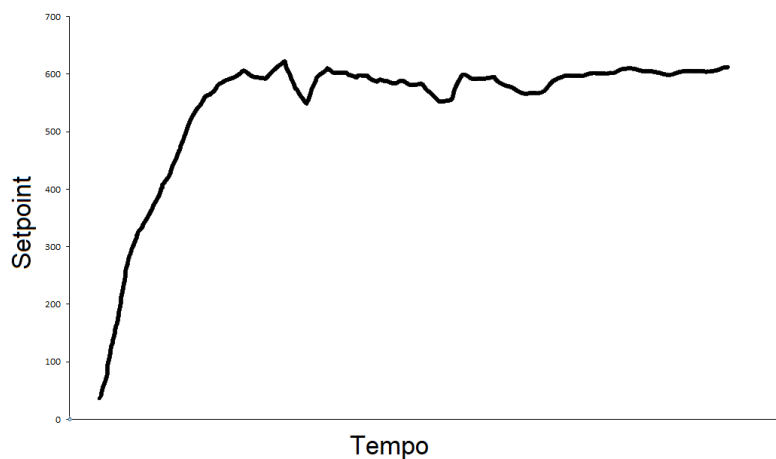
Adicionalmente, perturbações foram geradas no intuito de mostrar a ação de controle. A Figura 5 apresenta perturbações na roda esquerda enquanto a Figura 6 apresenta perturbações na roda direita. O período de funcionamento foi de 10 s.

Figura 5 - Perturbações no controle da roda esquerda



Fonte: Autoria própria.

Figura 6 - Perturbações no controle da roda direita



Fonte: Autoria própria.

Por fim, apresenta-se a seguir o pseudocódigo implementado em linguagem C do controlador PID.

```

Procedimento controlePID
  RECEBE medido
  DECLARA ERRO, kp, ki, kd,
          proporcional, integral, derivavivo,
          PID, valorIdeal, ultimoMedido

  ERRO = medido - valorIdeal
  proporcional = ERRO*kp
  integral = integral + erro*ki
  derivavivo = (ultimoMedido - medido) * kd
  PID = proporcional + integral + derivavivo

  SE PID < 0
    DIMINUI PWM

  SENÃO
    AUMENTA PWM

  FIM SE
Fim procedimento

```

4 CONTROLE LQR

Nas últimas décadas, a teoria de controle ótimo avançou para formular o chamado Regulador Quadrático Linear (LQR), que reduz o desvio nas trajetórias de estado de um sistema mantendo o mínimo de esforço para o controle. O método apresentado nesta seção é conhecido como o método do Regulador Quadrático Linear. O LQR está baseado na minimização de uma função custo quadrático que relaciona os estados e a entrada de controle (KUMAR; JEROME; SRIKANTH, 2014).

O método de controle LQR reduz a Equação de Riccati para obter a matriz de transformação \mathbf{P} entre os estados e co-estados do sistema. As matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} regulam as penalidades das variáveis de estado (\mathbf{x}) e na entrada de controle (\mathbf{u}). Desta forma, o método calcula o ganho \mathbf{K} automaticamente, bastando ao responsável pelo sistema de controle especificar os coeficientes da função custo quadrático.

Na seção 4.2 um controlador LQR é implementado em uma rotina computacional para o software Matlab com base no robô de acionamento diferencial apresentado no capítulo 2.

4.1 ALGORITMO LQR

Considere o sistema de controle

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t). \end{cases} \quad (14)$$

No sistema descrito em (14) a matriz \mathbf{A} e a matriz \mathbf{C} dependem dos estados e a matriz \mathbf{B} é relacionada às entradas. Neste tipo de descrição matemática os estados são os responsáveis pela descrição do sistema, ou seja, a análise de controlabilidade usa como base as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} . Assim, um sistema na forma de espaço de estados é controlável se e somente se sua matriz de controlabilidade \mathbf{C}_b tem posto completo (Ogata, 2003). A matriz de controlabilidade \mathbf{C}_b de um espaço de estados qualquer pode ser calculada como

$$\mathbf{C}_b = [\mathbf{B} \ \mathbf{AB} \ \mathbf{A}^2\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{(n-1)}\mathbf{B}]; \quad (15)$$

em que \mathbf{A} e \mathbf{B} representam o sistema em forma de espaço de estados e n equivale à ordem ou número de estados do sistema.

Sendo assim, o problema do regulador LQR ótimo consiste em encontrar a matriz \mathbf{K} de ganhos tal que

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (16)$$

e que a função custo quadrática seja minimizada

$$J = \int_0^{\infty} [\mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q}\mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt. \quad (17)$$

As matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes auxiliares para o cálculo de controle. Note que a matriz \mathbf{Q} pondera o custo dos estados e a matriz \mathbf{R} pondera o sinal de controle, ou seja, essas matrizes são responsáveis por pesar a diminuição dos erros dos estados e do gasto energético, respectivamente.

Segundo (JOHNSONS; GRIMBLE, 1987), o ganho \mathbf{K} da lei de controle descrita por (16) e que estabiliza o sistema (14) a partir da minimização da função custo quadrático (17) podem ser encontrados mediante a solução da Equação de Riccati

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (18)$$

Assim, os ganhos \mathbf{K} para o sistema em malha fechada

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K})\mathbf{x}(t); \quad (19)$$

de modo que o sistema será estável caso os autovalores da matriz $\mathbf{A} - \mathbf{BK}$ tenham todos parte real negativa. Assim, \mathbf{K} então é dado por

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (20)$$

Portanto, a resolução do problema LQR dá-se nos seguintes passos

1. Definir a equação do sistema (14);
2. Definir as matrizes de ponderação \mathbf{Q} e \mathbf{R} da função custo quadrática;
3. Resolver a Equação de Riccati (18) para obter a matriz \mathbf{P} ;
4. Encontrar a matriz de ganho (20).

4.2 CONTROLADOR LQR PARA O PROBLEMA DE RASTREAMENTO DE TRAJETÓRIA

São consideradas três trajetórias pré-definidas: trajetória de ponto fixo, trajetória circular e trajetória semelhante ao número oito. A velocidade linear é constante em toda a trajetória sendo $v_r = 0,14 \text{ m/s}$ e a velocidade angular também é constante sendo $\omega_r = 2 \text{ rad/s}$, porém, em módulo já que inverte o sinal na trajetória circular. Os valores das velocidades lineares v_r e ω_r utilizados para realizar a trajetória no tempo requerido são os valores de referência, ou seja, $\mathbf{u}_r = [v_r \ \omega_r]$.

Para a simulação, o ponto de partida do robô não é a origem zero da trajetória. O ponto de partida utilizado será $\mathbf{x}_0 = [0; -1; \pi/2]$, posicionando o robô a 90° em relação ao eixo de referência. Com base nas equações apresentadas no capítulo 2 são considerados

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -v_r \text{sen}\theta(t)_r T \\ 0 & 1 & v_r \text{cos}\theta(t)_r T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \text{cos}\theta_r(t)T & 0 \\ \text{sen}\theta(t)_r T & 0 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (21)$$

Observa-se em (2) a utilização do modelo cinemático de postura. Tal modelo ignora a distribuição de massa que compõe as partes do robô. Ele descreve o movimento do robô no plano cartesiano a partir das velocidades linear e angular do mesmo, sendo que o comportamento do sistema é tal que há movimento sempre que há uma entrada \mathbf{u} não-nula.

A partir de (2) e da formulação na Seção 4.1 pode se transformar o problema de rastreamento de trajetória do robô móvel de acionamento diferencial descrito na seção 2 em um problema de programação quadrática. Assim, definindo-se as equações de referência

$$\mathbf{x}_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T; \quad (22)$$

$$\mathbf{u}_r = [v_r \ \omega_r]^T. \quad (23)$$

4.2.1 Sintonia das matrizes de ponderação do controlador LQR

Formalmente, as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} são escolhidas com base na experiência do projetista e sintonizadas iterativamente para obter a resposta desejada. Contudo, a escolha arbitrária dos valores destas matrizes tendem a uma resposta que não é ótima do sistema.

Um método para a sintonia destes parâmetros, o cálculo de \mathbf{Q} , é feito pelo produto de \mathbf{C} com a transposta de \mathbf{C}

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C}^T \mathbf{C}. \quad (24)$$

Isso resolve a maioria das aplicações já que a matriz \mathbf{C} é responsável por refletir os estados observáveis presentes na saída. A matriz \mathbf{R} fica como parâmetro livre e usualmente é uma matriz identidade só tendo como condição que deve seguir o mesmo número de coluna de \mathbf{B} .

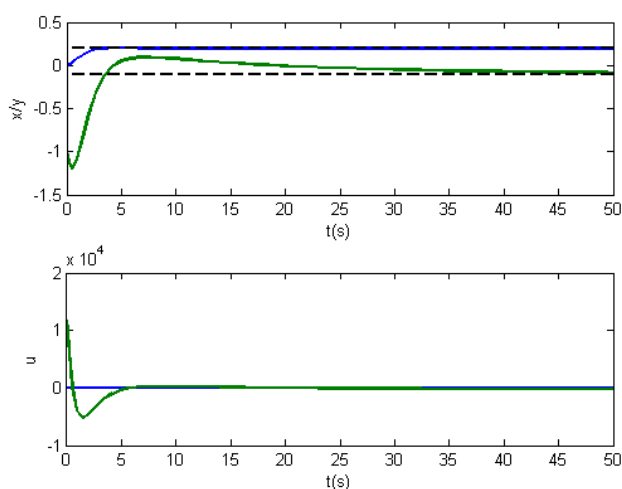
4.2.2 Aplicação **Matlab**[®]

As equações de modelo do robô (1) foram utilizadas para implementar uma simulação do sistema proposto. O controlador LQR é resolvido como um problema de programação quadrática a cada atualização de estados visando resolver o problema de controle não-linear.

São apresentados resultados para três tipos de referências: trajetória fixa, trajetória circular e trajetória em oito.

Os resultados para trajetória fixa são apresentados a seguir, utilizando uma janela de tempo de 50 segundos. A linha azul apresenta o posicionamento horizontal e a linha verde o posicionamento vertical. Observa-se que o controlador projetado tende a realizar um sobressinal no posicionamento vertical, em compensação à resposta de fase não-mínima observada.

Figura 7 - Trajetória fixa

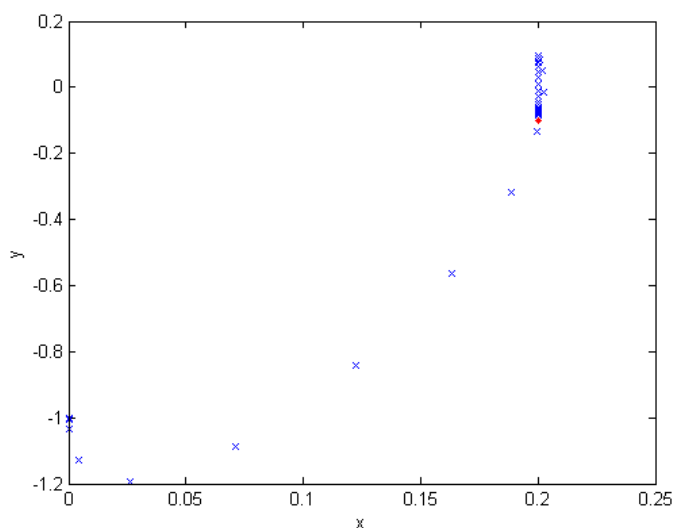


Fonte: Autoria própria

O controlador LQR foi projetado para considerar (17) como função custo quadrática a ser minimizada. Os parâmetros utilizados no controlador LQR para o problema de rastreamento de trajetória foram $\mathbf{Q} = \text{diag}(0, 0, 0, 10, 300)$, $\mathbf{R} = \text{diag}(0.01, 0.01)$ e $r = 0.1$. Com isso, os ganhos da lei de controle são

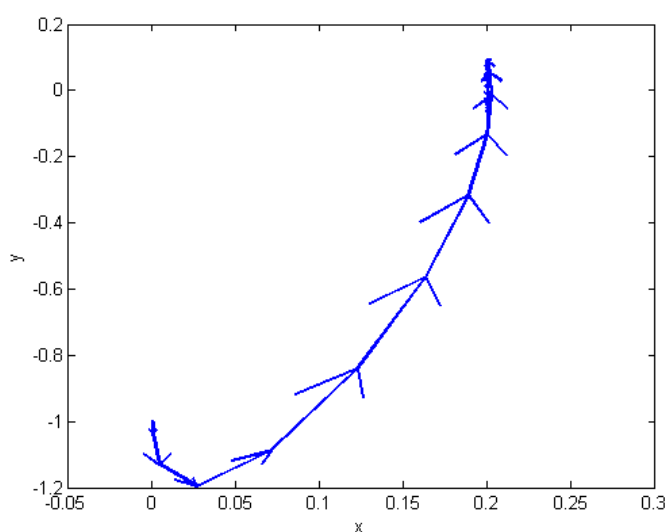
$$\mathbf{K} = e^4 \begin{bmatrix} 0.0061 & 0 & 0 & -0.0032 & 0 \\ 0 & 1.1931 & 0.0081 & 0 & -0.0173 \end{bmatrix}$$

Figura 8 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória fixa



Fonte: Autoria própria

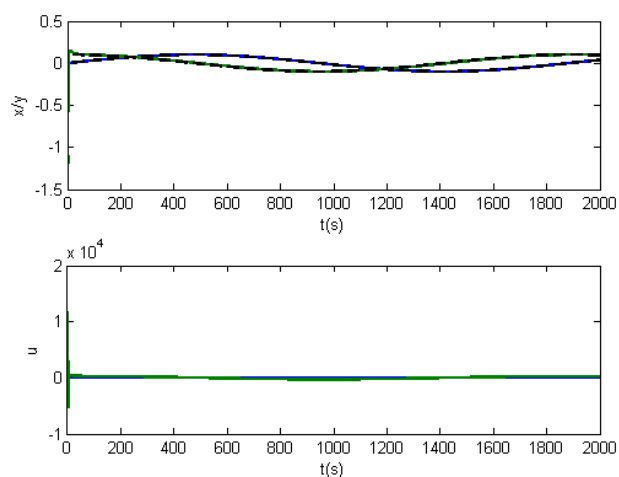
Figura 9 - Posição e deslocamento da trajetória fixa em forma de flecha



Fonte: Autoria própria

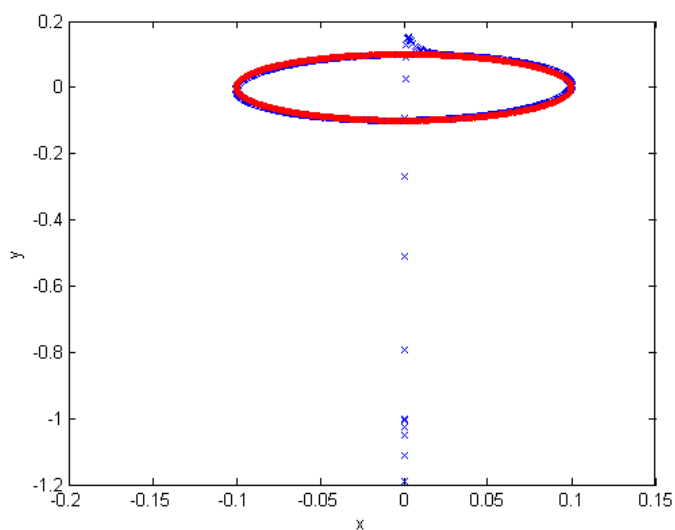
Os resultados para trajetória circular são apresentados a seguir utilizando uma janela de tempo de 2000 segundos. Além disso, é considerado uma frequência $f = 300$ para a trajetória circular e trajetória em oito.

Figura 10 - Trajetória circular



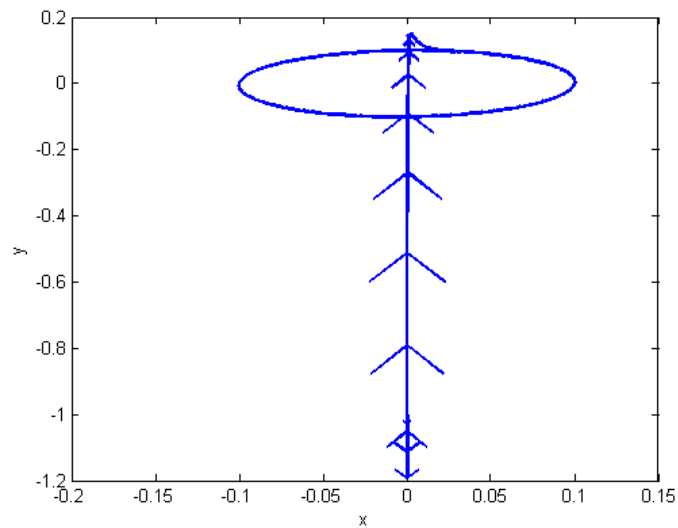
Fonte: Autoria própria

Figura 11 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória circular



Fonte: Autoria própria

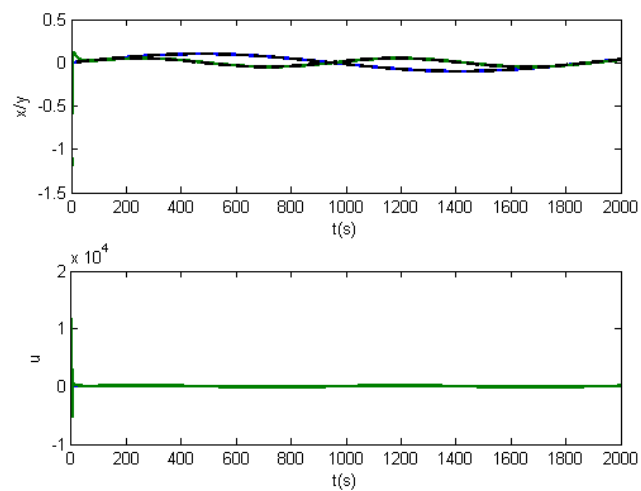
Figura 12 - Posição e deslocamento da trajetória circular em forma de flecha



Fonte: Autoria própria

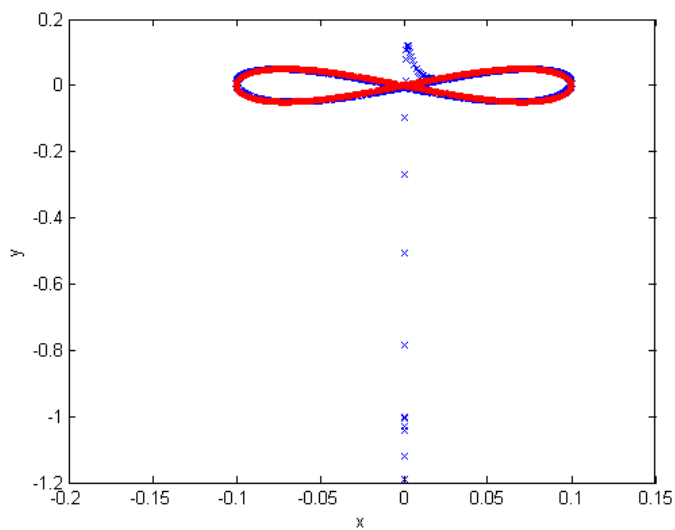
Os resultados para trajetória em 8 são apresentados a seguir utilizando uma janela de tempo de 2000 segundos.

Figura 13 - Trajetória em oito



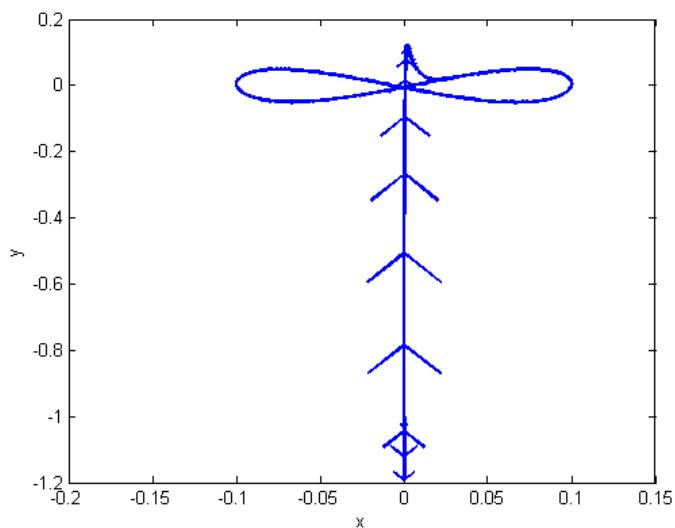
Fonte: Autoria própria

Figura 14 - Trajetória simulada e de referência para LQR com função de custo (17) seguindo uma trajetória em oito



Fonte: Autoria própria

Figura 15 - Posição e deslocamento da trajetória em oito em forma de flecha



Fonte: Autoria própria

Foi observado que as alterações nos parâmetros do controlador Q e R afetam o desempenho do sistema. Assim, como apresentado em (KUMAR; JEROME; SRIKANTH, 2014), os coeficientes das matrizes são escolhidos com base em relação

matemática que incorpora a resposta transitória e o estado estacionário. Os resultados das simulações das trajetória circular e trajetória em oito utilizando essa metodologia resulta num controle ótimo de rastreamento pois tendem zerar os erros de posição e orientação do robô móvel.

5 ROBÔ MÓVEL RONFIS

Tendo como objetivo principal do trabalho desenvolver aplicabilidades direcionadas a robôs móveis, construiu-se um robô móvel para teste de algumas destas aplicações nos trabalhos futuros.

5.1 ROBÔ MÓVEL RONFIS

Os robôs móveis autônomos possuem a característica de se deslocar em ambientes estruturados ou desestruturados. Para se deslocar nestes ambientes um robô móvel autônomo deve ter basicamente duas características: *capacidade de locomoção*² e *capacidade de percepção*³.

Problemas de controle de robôs móveis autônomos necessitam de dados precisos sobre a postura atual do robô móvel com relação ao sistema de coordenadas globais, sobre postura atual com relação ao sistema de coordenadas de referência e se no ambiente exista algum obstáculo. Técnicas de odometria podem ser aplicadas para adquirir dados de postura e dar capacidade de locomoção e para ter a capacidade de perceber o ambiente as informações podem ser obtidas através de sistemas de percepção (OLLERO; HEREDIA; MERCEDES, 1995).

Assim, para demonstrar de forma aplicada alguns métodos estudados neste trabalho construiu-se um robô de acionamento diferencial classe (2,0) batizado de Ronfis.

5.1.1 Materiais

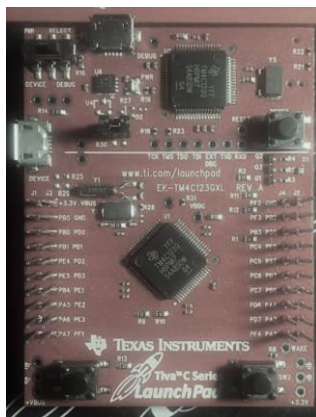
Através do algoritmo de controle, a placa de desenvolvimento Tiva C Series TM4C123G fabricada pela Texas Instruments decide como um robô móvel deve agir. Dotada de um microcontrolador baseado na arquitetura ARM-CORTEX-M4 32 bits,

² Motores capazes de produzir deslocamento do robô no ambiente.

³ Sensores que são capazes de ler o ambiente em que o robô se movimenta.

com 80 MHz de *clock* e 256 KB de memória *Flash*, processa toda instrução necessária para o problema de controle. A Figura 16 ilustra a placa proposta.

Figura 16 - Placa de controladora TIVA C Séries.



Fonte: Autoria própria.

Os atuadores são responsáveis pelo movimento do robô. Neste trabalho são escolhidos motores de corrente contínua com *encoders* integrados. Assim, o sistema de atuação composto por motores, *encoders* e rodas é capaz de aferir a velocidade do robô, possibilitando estimar sua posição. A Figura 17 ilustra o sistema.

Figura 17 - Sistema de atuação.

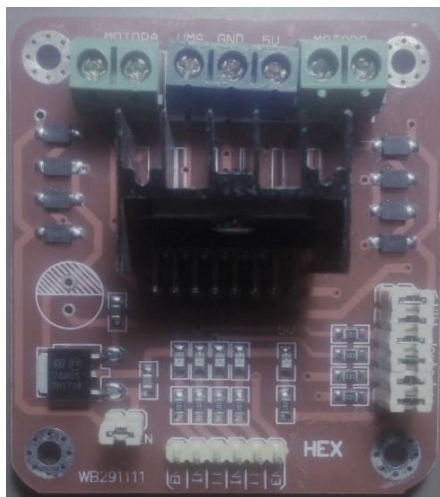


Fonte: FilipeFlop (2017).

Contudo, o sistema de atuação demanda uma quantidade de corrente superior às suportadas pelas portas digitais da placa Tiva C. Para solucionar esse problema, é acoplado um circuito capaz de suportar as correntes necessárias pelo sistema de atuação e receber os sinais de controle da Tiva. Este circuito denominado

drive de motor é capaz de controlar a polaridade da tensão aplicada no sistema de atuação. A Figura 18 ilustra o *drive* de motor.

Figura 18 - Drive de motor L298N.



Fonte: Autoria própria.

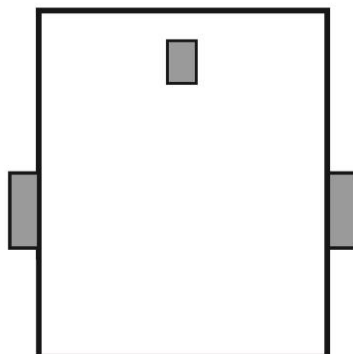
A provedora de energia é uma bateria do tipo Lipo de quatro células apresentada na Figura 19, com capacidade de 2200 mAh e tensão de 14.8 V. Por fim, um chassi projetado inicialmente nas dimensões da Figura 20 em alumínio, aloca todos os materiais citados.

Figura 19 - Bateria que alimenta o sistema.



Fonte – Autoria própria.

Figura 20 - Esboço da estrutura do robô móvel.

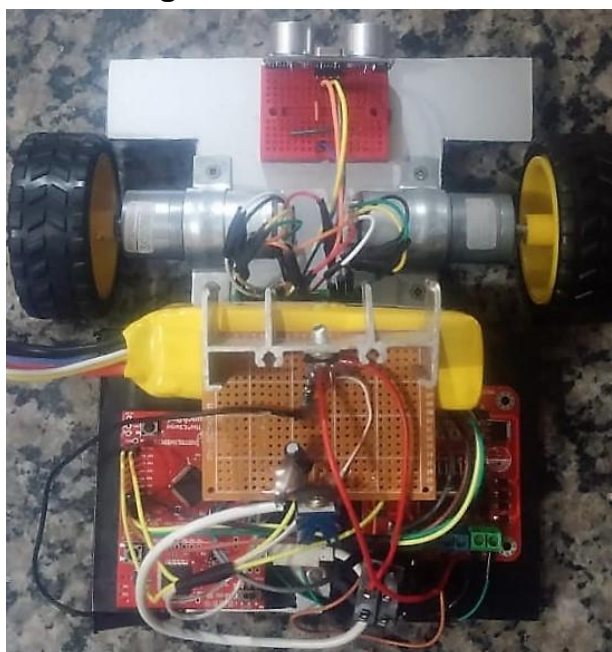


Fonte: Autoria própria.

5.1.2 Estrutura do Ronfis

A Figura 21 apresenta a versão final do robô móvel Ronfis construído para testar algumas aplicações discutidas neste trabalho.

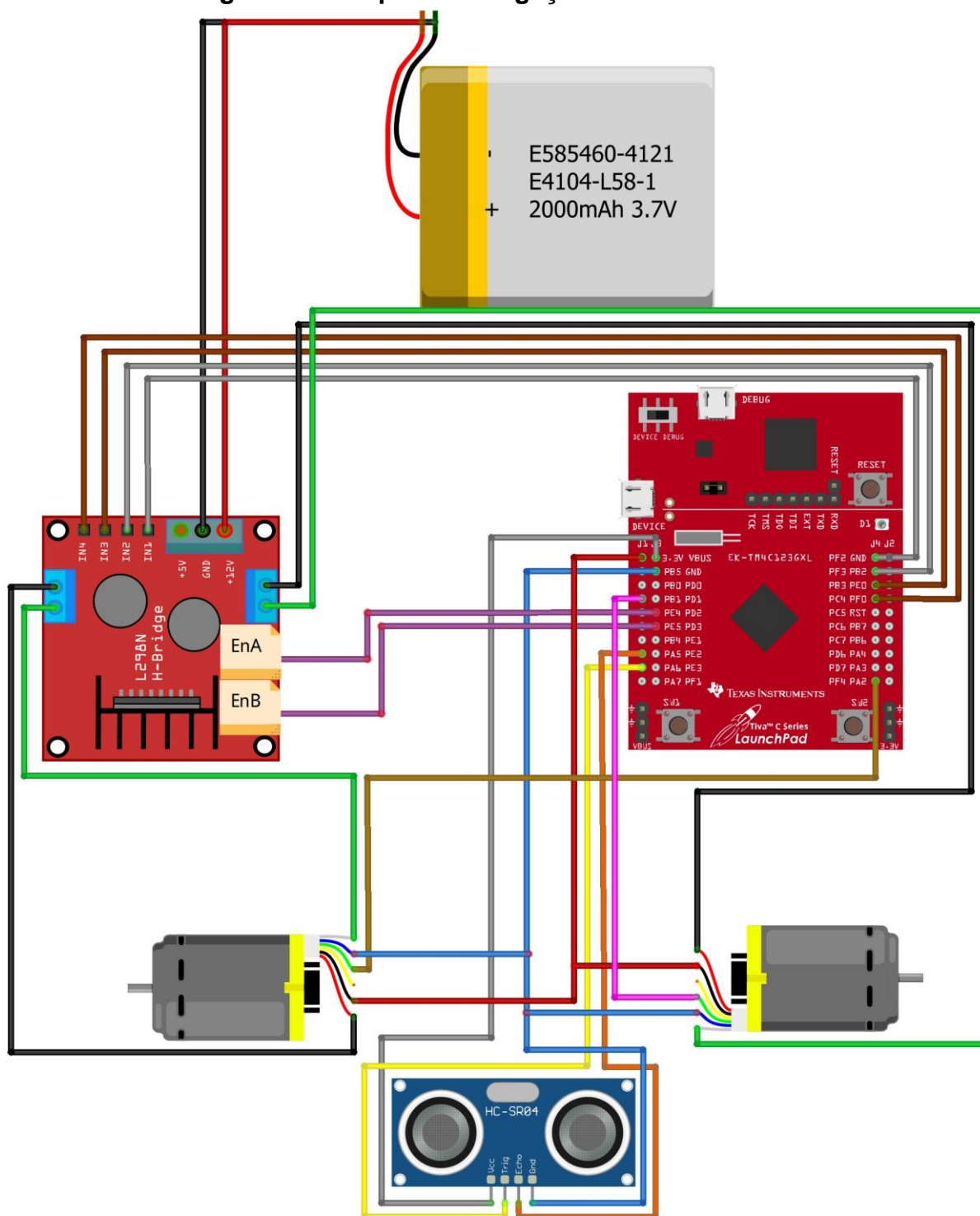
Figura 21 - Robô Ronfis.



Fonte: Autoria própria.

A Figura 22 apresenta o esquema elétrico do robô móvel Ronfis.

Figura 22 - Esquema de ligação do Robô Ronfis.



fritzing

Fonte: Autoria própria.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi realizado o estudo de um robô com acionamento diferencial, a modelagem matemática deste sistema, o projeto de controladores tanto a nível de velocidade linear das rodas quanto a nível de posicionamento.

O controlador PID das duas rodas tem boa resposta. Porém, o controlador da roda direita apresenta uma estabilização mais lenta do que o da roda esquerda. Uma maneira de solucionar o problema pode ser modelando o controlador PID pelas características de corrente, resistência e indutância do motor. Desta forma, os coeficientes k_p , k_d e k_i serão obtidos por um modelo matemático sem que sejam necessários métodos empíricos para os coeficientes (Ogata, 2003).

Após a realização do controlador de menor nível, foi projetado o controlador de trajetória utilizando conceitos de controladores preditivos e controladores ótimos.

Por conseguinte, mesmo que o robô tenha um erro na sua posição inicial, a lei de controle obtida pelo controlador LQR consegue realizar o controle da trajetória, buscando zerar os erros de posição e orientação do robô móvel.

Contudo, no decorrer deste trabalho alguns itens apresentaram oportunidades para estudos adicionais ou melhorias. A seguir, é apresentada uma descrição das principais ideias as quais necessitaria de mais tempo e recursos disponíveis:

- Propor outros tipos de controle para o rastreamento de trajetória e comparar as melhores respostas para a plataforma robótica desenvolvida neste trabalho;
- Utilizar mais sensores para criar mapas topológicos onde o robô móvel se movimentaria.

7 REFERÊNCIAS

AICARDI, M. et al. Closed Loop Steering of Unicycle-like Vehicles via Lyapunov Techniques. **IEEE Robotics and Automation Magazine**, v. 2, n. 1, p. 27–35, 1995.

BROCKETT, R. W. New Directions in Applied Mathematics. In: **New York**. [s.l: s.n.]. p. 11–27.

CAMPION, G.; BASTIN, G.; DANDREA-NOVEL, B. Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots. **IEEE Transactions on Robotics and Automation**, v. 12, n. 1, p. 47–62, 1996.

K, R. S.; DUŠEK, F.; HONC, D. Comparative Study of Predictive Controllers for Trajectory Tracking of Non-holonomic Mobile Robot. p. 197–203, 2017.

KOLMANOVSKY, I.; MCCLAMROCH, N. H. Developments in Nonholonomic Control Problems. **IEEE Control Systems**, v. 15, n. 6, p. 20–36, 1995.

KUMAR, E. V.; JEROME, J.; SRIKANTH, K. Algebraic approach for selecting the weighting matrices of linear quadratic regulator. **Proceeding of the IEEE International Conference on Green Computing, Communication and Electrical Engineering, ICGCCEE 2014**, n. 1, 2014.

LAGES, W. F. **Controle e Estimação de Posição e Orientação de Robôs Móveis**, 1998.

OLLERO, A.; HEREDIA, G.; MERCEDES, A. R. Stability analysis of mobile robot path tracking. **Intelligent Robots and Systems 95. Human Robot Interaction and Cooperative Robots', Proceedings. 1995 IEEE/RSJ International Conference on**, v. 3, p. 461–466, 1995.

ORIOLO, G.; LUCA, A. DE; VENDITTELLI, M. WMR control via dynamic feedback linearization: design, implementation, and experimental validation. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 10, n. 6, p. 835–852, 2002.

SECCHI, H. **Introdução aos Robôs Móveis**. [s.l: s.n.].

SERRALHEIRO, W. Arquitetura de Controle de Movimento para um Robô Móvel sobre Rodas visando a Otimização Energética. p. 60, 2015.

SIEGWART, R.; NOURBAKHSI, I. R. **Introduction to Autonomous Mobile Robots**. [s.l: s.n.]. v. 23

THRUN, S.; BURGARD, W.; FOX, D. Probabilistic Robotics Draft. p. 480, 1999.

OGATA, K.: **Engenharia de Controle Moderno** – 4ª Edição, 2003, Prentice-Hall, 2003.